ПРИЛАДОБУДУВАННЯ ТА ІНФОРМАЦІЙНО-ВИМІРЮВАЛЬНА ТЕХНІКА

УДК 621.317

В.І. Губар

ПРОГНОЗНА КОРЕКЦІЯ ПОХИБОК

Вступ

У сучасних інформаційно-вимірювальних технологіях використовуються різні досягнення науки і техніки: вимірювання, контроль, діагностика, аналогова і цифрова обробка сигналів, автоматизація різних операцій, адаптація до зовнішніх чинників, накопичення даних, прогнозування, резервування технічних і алгоритмічних засобів тощо. Ці досягнення стало можливо реалізовувати завдяки появі досконалих засобів електроніки, зокрема великих інтегральних схем та потужних засобів обчислювальної техніки. Тепер можна реалізовувати різноманітні алгоритми обробки сигналів – корекцію похибок вимірювальних каналів і результатів вимірювань – і таким чином покращувати метрологічні характеристики приладів і систем.

Різноманітні методи корекції похибки, які використовуються у вимірювальній техніці, особливо в комутаційних приладах, дають прийнятну точність, але мають низьку швидкодію – приблизно на порядок меншу, ніж прилади без корекції похибки, причому чим більша точність вимагається від засобу вимірювання (ЗВ), тим меншу швидкодію одержують від нього внаслідок збільшення кількості тактів перетворення [1].

Разом з тим, у таких ЗВ збільшується випадкова складова похибок. Основна причина цього полягає в тому, що похибка весь час змінюється, а момент корекції і виявлення похибок, як правило, не збігається. Це призводить до того, що корегується переважно стала складова похибки, а змінна не корегується і дисперсія шумів на виході збільшується у два і більше разів, тобто досягнути надвисокої точності при таких методах корекції навіть теоретично неможливо.

Постановка задачі

Для підвищення точності комутаційних ЗВ актуальною є розробка нових методів корекції, за якими похибка корегується одночасно з вимірюванням за мінімальний час перетворення.

Метод послідовного накопичення поправок

Розглянемо метод корекції похибок, в якому відсутнє протиріччя між точністю вимірювання і часом перетворення допоміжних величин. Такий метод дістав назву методу послідовного накопичення корегуючих поправок (скорочено метод ПНП) (рис. 1) [2].

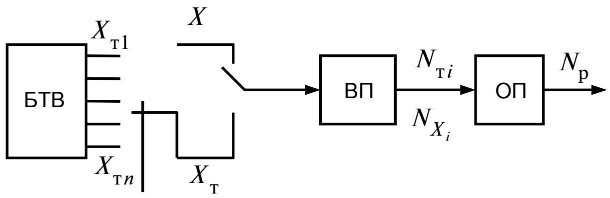

Рис. 1. Структурна схема вимірювального приладу за методом ПНП: БТВ – блок тестових величин; ВП – вимірювальний перетворювач; ОП – обчислювальний пристрій; $N_р$ – скорегований результат вимірювань

Метод ПНП ґрунтується на перетворенні почергово тестових величин і вимірюваної величини, наприклад, за такою послідовністю:

$$\underbrace{X_1 - X_{т1}} - \underbrace{X_2 - X_{т2}} - \ldots - \underbrace{X_i - X_{тi}} - \ldots -$$

$$- \underbrace{X_N - X_{тN}} - \underbrace{X_{N+1} - X_{тN+1}} - \ldots \text{ і т.д.,}$$

де X_i – величина, яка вимірюється; $X_{тi}$ – i-а тестова величина.

Результати перетворення тестових величин $N_{тi}$ безперервно запам'ятовуються і після їх опрацювання в ковзному режимі отримують корегуючі поправки, які після кожного перетворення вимірюваної величини вводяться в результат вимірювання.

Метод ПНП має такі особливості:

1) безперервне накопичення інформації про похибки перетворювача, що дає змогу застосовувати різні алгоритми опрацювання результатів перетворення, в тому числі і статистичні;

2) чергування тестових і вимірюваних величин, що максимально зменшує похибку вимірювання;

3) виведення корегованих результатів вимірювання після кожної пари перетворення $X_i - X_{тi}$, що зменшує час затримки відліку X і збільшує швидкодію ЗВ.

У статті [2] розглянуто застосування цього методу для корекції квазістатичних адитивних, мультиплікативних похибок, похибок нелінійності.

Розглянемо складніші, але й більш досконалі прогнозні методи корекції похибок засобів вимірювань з використанням методу ПНП. Однак спочатку визначимось з моделлю каналу перетворення ЗВ. Будемо вважати, що перетворення можна описати залежністю

$$k_0X + A_0(t) + A_1(t)X + A_2(t)X^2 = N_x, \qquad (1)$$

де X — величина, яка вимірюється; k_0 — номінальний коефіцієнт перетворення; N_x — відлік (результат перетворення); $A_0(t)$, $A_1(t)$, $A_2(t)$ — відповідно адитивна і мультиплікативна похибки та похибка від нелінійності тракту перетворення, змінні в часі.

Залежно від вимог до ЗВ ця модель може бути спрощеною або, навпаки, більш складною ($A_3(t)X^3$ та ін.).

Прогнозна адитивна корекція похибок

При наявності тільки однієї адитивної похибки модель ЗВ має вигляд

$$k_0X + A_0(t) = N_x.$$

За методом ПНП достатньо застосувати одне значення тестової величини $X_т$, і тоді на виході каналу перетворення матимемо таку послідовність:

***Таблиця* 1**. Прогнозні алгоритми адитивної корекції похибок

№	Назва за видом прогнозу	Алгоритм	Похибка
1	За останнім значенням	$N_P = N_{X(i+0,5)} - N_{т(i)} + N_0$	$2D_A[1-\rho(0,5)]$
2	Лінійний $Q = +0,5$ $Q = -0,5$	$N_P = N_{X(i+1,5)} - 1,5N_{т(i+1)} + 0,5N_{т(i)} + N_0$ $N_P = N_{X(i+0,5)} - 0,5N_{т(i+1)} - 0,5N_{т(i)} + N_0$	$3,5D_A[1-0,857\rho(0,5)-0,428\rho(1)+0,286\rho(1,5)]$ $1,5D_A[1-1,333\rho(0,5)+0,333\rho(1)]$
3	Квадратичний $Q = +0,5$ $Q = -0,5$	$N_P = N_{X(i+2,5)} - 1,875N_{т(i+2)} +$ $+ 1,25N_{т(i+1)} - 0,375N_{т(i)} + N_0$ $N_P = N_{X(i+1,5)} - 0,375N_{т(i+2)} -$ $- 0,75N_{т(i+1)} + 0,125N_{т(i)} + N_0$	$6,22D_A[1-0,603\rho(0,5)-0,905\rho(1)+$ $+0,402\rho(1,5)+0,226\rho(2)-0,120\rho(2,5)]$ $1,72D_A[1+0,436\rho(0,5)-0,437\rho(1)-$ $-0,872\rho(1,5)+0,019\rho(2)-0,145\rho(2,5)]$
4	За ковзним середнім двох відліків $Q = +0,5$ $Q = -0,5$	$N_P = N_{X(i+1,5)} - 0,5(N_{т(i+1)} + N_{т(i)}) + N_0$ $N_P = N_{X(i+0,5)} - 0,5(N_{т(i+1)} + N_{т(i)}) + N_0$	$1,5D_A[1-0,667\rho(0,5)+0,333\rho(1)-0,667\rho(1,5)]$ $1,5D_A[1-1,333\rho(0,5)+0,333\rho(1)]$
5	За математичним сподіванням	$N_P = N_{X(i+m)} - N_{т(мат)} + N_0$, $N_{т(мат)} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} N_т$	D_A
6	Статистичний за однією точкою кореляційної функції	$N_P = N_{X(i+0,5)} - N_{т(мат)} +$ $+ \rho(0,5)[N_{т(i)} - N_{т(мат)}] + N_0$	$D_A[1-\rho^2(0,5)]$
7	Експоненційне згладжування	$N_P = N_{X(i+0,5)} - \alpha N_{т(i)} - \beta S_{(i-1)} + N_0$, де $S_{(i-1)}$ — попередній прогноз, α, β — коефіцієнти $(\alpha+\beta=1)$	$\frac{2D_A}{(2-\alpha)}$ – max

Позначення: D_A, $\rho(\ldots)$ – дисперсія і коефіцієнт автокореляції адитивної шумової похибки, відповідно.

$$
\begin{aligned}
&k_0 X_{\text{т}} + A_0(t_1) = N_{\text{т}},\\
&k_0 X_1 + A_0(t_2) = N_{X_1},\\
&k_0 X_{\text{т}} + A_0(t_3) = N_{\text{т}},\\
&k_0 X_2 + A_0(t_4) = N_{X_2}
\end{aligned}
\qquad (2)
$$

і т.д.

Скорегований результат отримують за виразом

$$N_{\text{р}} = N_X - N_{\text{т}} + N_0,$$

де N_0 — кодоване зміщення в цифровій частині ЗВ. При незмінності $A_0(t)$ за два такти перетворення похибки в результаті вимірювання $N_{\text{р}}$ не виникає.

У реальних пристроях $A_0(t)$ плинна, тому необхідно прогнозувати похибку на $Q = \pm 0,5$ кроку (тут крок — інтервал часу між сусідніми перетвореннями тестових величин — взято за одиницю). Для корекції такої похибки можна застосувати будь-які алгоритми прогнозу, описані в [3–5]. Так, у табл. 1 наведено алгоритми прогнозу адитивної похибки на $\pm 0,5$ кроку та похибки, які залишаються після корекції результатів вимірювання.

Для лінійного прогнозу вважається, що адитивна похибка змінюється за законом $A_0(t) = a_0 + a_1 t$, для квадратичного — за формулою $A_0(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$.

Для інших алгоритмів адитивна похибка — це стаціонарний шум з певною кореляційною функцією.

З аналізу видно (алгоритми 1–4), що коли закон зміни адитивної похибки $A_0(t)$ збігається з алгоритмом корекції, то похибки в результаті вимірювання не виникає. Так, якщо похибка становить $A_0(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$, то при квадратичному прогнозі її в результаті вимірювання нема. Якщо ж $A_0(t)$ описується поліномом вищого степеня, то тоді виникає похибка; її значення наведено в четвертій колонці таблиці.

Алгоритми 5–7 доцільно застосовувати для адитивної похибки стаціонарного процесу з певним коефіцієнтом автокореляції.

З аналізу видно, що похибка при прогнозі на півкроку "назад" краща або не гірша за похибку на півкроку "вперед", але при $Q = -0,5$ відповідно збільшується час затримки відліку вимірюваної величини.

Прогнозна адитивно-мультиплікативна корекція похибок (АМКП). Квадратичний алгоритм прогнозу

У більшості випадків в електронних приладах і системах високої чутливості адитивна похибка домінує, тому доцільно її корегувати в першу чергу. Для отримання ще більшої точності слід корегувати одночасно адитивну і мультиплікативну похибки. Корегувати ж мультиплікативну похибку і не корегувати адитивну, як правило, недоцільно.

При наявності двох похибок модель каналу перетворення відповідно до (1) має вигляд

$$k_0 X + A_0(t) + A_1(t) X = N_X. \qquad (3)$$

Для виявлення похибок $A_0(t)$ і $A_1(t)$ треба мати дві тестові величини $X_{\text{т}1}$ і $X_{\text{т}2}$ (див. рис. 1). Зокрема, одна з них може бути нульовою, а друга — дорівнювати номінальному значенню діапазону вимірювання ЗВ, тобто $X_{\text{т}1} = 0$, $X_{\text{т}2} = X_{\text{н}}$ або умовно $X_{\text{т}2} = 1$.

Зробимо припущення, що адитивна і мультиплікативна похибки змінюються в часі і мають такі закони:

$$
\begin{aligned}
&A_0(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2,\\
&A_0(t) = m_0 + m_1 t + m_2 t^2.
\end{aligned}
\qquad (4)
$$

Згідно з методом ПНП на виході каналу перетворення маємо таку послідовність:

$$
\begin{aligned}
&k_0 X_{\text{т}1} + A_0(t_1) + A_1(t_1) X_{\text{т}1} = N_{\text{т}1},\\
&k_0 X_1 + A_0(t_2) + A_1(t_2) X_1 = N_{X_1},\\
&k_0 X_{\text{т}2} + A_0(t_3) + A_1(t_3) X_{\text{т}2} = N_{\text{т}2},\\
&k_0 X_2 + A_0(t_4) + A_1(t_4) X_2 = N_{X_2},\\
&k_0 X_{\text{т}1} + A_0(t_5) + A_1(t_5) X_{\text{т}1} = N_{\text{т}1},\\
&k_0 X_3 + A_0(t_6) + A_1(t_6) X_3 = N_{X_3}
\end{aligned}
\qquad (5)
$$

і т.д.

Як видно з виразу (4), є шість невідомих і необхідно мати шість тестових перетворень, тобто слід мати три перетворення в часі тестової величини $X_{\text{т}1}$ і три перетворення $X_{\text{т}2}$. Тоді отримаємо систему рівнянь для $t = (-2, -1, 0, 1, 2, 3)$:

$$X_{\text{т}1} = \\ = 0\begin{cases} t = -2 \;\; a_0 - 2a_1 + 4a_2 + 0 + 0 + 0 = N_{n(-2)}, \\ t = -1 \;\; a_0 - a_1 + a_2 + 0 + 0 + 0 = N_{n(-1)}, \\ t = 0 \;\;\; a_0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = N_{n(0)}, \end{cases} \tag{6}$$

$$X_{\text{т}2} = \\ = 1\begin{cases} t = 1 \;\; a_0 + a_1 + a_2 + m_0 + m_1 + m_2 = N_{n(1)}, \\ t = 2 \;\; a_0 + 2a_1 + 4a_2 + m_0 + 2m_1 + 4m_2 = N_{n(2)}, \\ t = 3 \;\; a_0 + 3a_1 + 9a_2 + m_0 + 3m_1 + 9m_2 = N_{n(3)}, \end{cases}$$

де $N_{n(i)} = N_{\text{т}i} - k_0 X_{\text{т}i}$ — похибка каналу перетворення, зафіксована в ОП.

Визначник системи рівнянь (6) такий:

$$D = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 & 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 & 1 & 3 & 9 \end{vmatrix} = 4. \tag{7}$$

Невідомі коефіцієнти a_i і m_i знаходимо у вигляді

$$a_i = \frac{D_{a_i}}{D}, \quad m_i = \frac{D_{m_i}}{D}, \; i = 0, 1, 2, \tag{8}$$

де D_* — визначник, отриманий із D заміною відповідного стовпчика правою частиною системи (6), наприклад

$$D_{a_0} = \begin{vmatrix} N_{n(-2)} & -2 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ N_{n(-1)} & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ N_{n(0)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ N_{n(1)} & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ N_{n(2)} & 2 & 4 & 1 & 2 & 4 \\ N_{n(3)} & 3 & 9 & 1 & 3 & 9 \end{vmatrix}. \tag{9}$$

Відкорегований результат вимірювання після прогнозу адитивної і мультиплікативної похибок згідно з (5) і (8) в момент t = 2,5 (на півкроку назад) визначається як

$$N_{\text{р}} = X = \frac{N_X - A_0(t = 2,5)}{k_0(1 + A_1(t = 2,5))},$$

$$N_{\text{р}} = \frac{N_X - \dfrac{D_{a_0} + 2,5D_{a_1} + 6,25D_{a_2}}{D}}{k_0\left(1 + \dfrac{D_{m_0} + 2,5D_{m_1} + 6,25D_{m_2}}{k_0 D}\right)}. \tag{10}$$

Таким чином, якщо на інтервалі шістьох тактів перетворення закон (поліном другого порядку) зміни адитивної і мультиплікативної похибок є незмінним, то будемо мати ідеальний прогноз в момент часу t = 2,5 і похибка буде повністю скорегована.

У багатьох випадках на практиці адитивна похибка швидко змінюється, а мультиплікативна змінюється в десятки і сотні разів повільніше. Тоді можна вважати, що на невеликому інтервалі мультиплікативна похибка є сталою $A_1(t) = m_0$ і необхідно мати тільки чотири такти перетворення $(t = -2, -1, 0, 1)$ і для t = = 0,5:

$$N_{\text{р}} = \frac{N_X - D_{a_0} + 0,5D_{a_1} + 0,25D_{a_2}}{k_0\left(1 + \dfrac{D_{m_0}}{k_0 D}\right)}, \tag{11}$$

де

$$D = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 4 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 2.$$

Залишкові похибки при АМКП з квадратичним алгоритмом прогнозу

Як було зазначено вище, якщо параметри каналу ЗВ $a_0, a_1, a_2, m_0, m_1, m_2$ на інтервалі шести тактів перетворення тестових величин $X_{\text{т}i}$ (рівняння (5)) є незмінними, то корекція буде ідеальною. В дійсності, через наявність адитивного та мультиплікативного шумів ці параметри будуть дещо змінюватись, що призведе до появи похибок.

Для аналізу похибок слід врахувати деякі властивості квадратичної матриці. Зокрема, відомо, що коли є дві матриці, які різняться тільки одним стовпчиком, то їх сума дорівнює сумі елементів цих двох стовпчиків, а решта елементів – ті, що в доданках, тобто

$$\begin{vmatrix} c_1 & a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1(n-1)} \\ c_2 & a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2(n-1)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_n & a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{n(n-1)} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} b_1 & a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1(n-1)} \\ b_2 & a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2(n-1)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_n & a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{n(n-1)} \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} c_1+b_1 & a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1(n-1)} \\ c_2+b_2 & a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2(n-1)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_n+b_n & a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{n(n-1)} \end{vmatrix}.$$

Систему рівнянь (6) із врахуванням зміни елементів $a_0, a_1, a_2, m_0, m_1, m_2$ в часі можна записати так:

$$\begin{vmatrix} a_0+\Delta a_{0(-2)} & -2a_1-2\Delta a_{1(-2)} & 4a_2+4\Delta a_{2(-2)} \\ a_0+\Delta a_{0(-1)} & -a_1-\Delta a_{1(-1)} & a_2+\Delta a_{2(-1)} \\ a_0+\Delta a_{0(0)} & 0+0 & 0 \\ a_0+\Delta a_{0(1)} & a_1+\Delta a_{1(1)} & a_2+\Delta a_{2(1)} \\ a_0+\Delta a_{0(2)} & 2a_1+2\Delta a_{1(2)} & 4a_2+4\Delta a_{2(2)} \\ a_0+\Delta a_{0(3)} & 3a_1+3\Delta a_{1(3)} & 9a_2+9\Delta a_{2(3)} \end{vmatrix} \qquad (12)$$

$$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 = N_{n(-2)} \\ 0 & 0 & 0 = N_{n(-1)} \\ 0 & 0 & 0 = N_{n(0)} \\ m_0+\Delta m_{0(1)} & m_1+\Delta m_{1(1)} & m_2+\Delta m_{2(1)} = N_{n(1)} \\ m_0+\Delta m_{0(2)} & 2m_1+2\Delta m_{1(2)} & 4m_2+4\Delta m_{2(2)} = N_{n(2)} \\ m_0+\Delta m_{0(3)} & 3m_1+3\Delta m_{1(3)} & 9m_2+9\Delta m_{2(3)} = N_{n(3)} \end{matrix}\Bigg| .$$

Тепер, якщо вважати, що змінні параметри $\Delta a_{ij} << a_{ij}$, то наближено формули (8) можна записати у вигляді

$$a_0 \approx \frac{D_{a_0}+D_{\Delta a_0}}{D},\ a_1 \approx \frac{D_{a_1}+D_{\Delta a_1}}{D},$$
$$a_2 \approx \frac{D_{a_2}+D_{\Delta a_2}}{D},\ m_0 \approx \frac{D_{m_0}+D_{\Delta m_0}}{D}, \qquad (13)$$
$$m_1 \approx \frac{D_{m_1}+D_{\Delta m_1}}{D},\ m_2 \approx \frac{D_{m_2}+D_{\Delta m_2}}{D},$$

$$D_{\Delta a_0} = \begin{vmatrix} \Delta a_{01} & -2 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ \Delta a_{02} & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \Delta a_{03} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \Delta a_{04} & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \Delta a_{05} & 2 & 4 & 1 & 2 & 4 \\ \Delta a_{06} & 3 & 9 & 1 & 3 & 9 \end{vmatrix},$$

$$D_{\Delta a_1} = \begin{vmatrix} 1 & -2\Delta a_{11} & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -\Delta a_{12} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & \Delta a_{14} & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2\Delta a_{15} & 4 & 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3\Delta a_{16} & 9 & 1 & 3 & 9 \end{vmatrix}$$

і т. д.

Згідно з рівнянням (10), для скорегованого результату вимірювання із врахуванням зміни $a_0, a_1, a_2, m_0, m_1, m_2$ за шість тактів перетворення маємо

$$N_{\text{р}} = \\ = \frac{N_X - \dfrac{D_{a_0}+D_{\Delta a_0}+2,5(D_{a_1}+D_{\Delta a_1})+6,25(D_{a_2}+D_{\Delta a_2})}{D}}{1+\dfrac{D_{m_0}+D_{\Delta m_0}+2,5(D_{m_1}+D_{\Delta m_1})+6,25(D_{m_2}+D_{\Delta m_2})}{k_0 D}}, \quad (14)$$

де

$$N_X = k_0 X + a_0 + \Delta a_{0(2,5)} + 2,5a_1 + 2,5\Delta a_{1(2,5)} +$$
$$+ 6,25a_2 + 6,25\Delta a_{2(2,5)} + [m_0 + \Delta m_{0(2,5)} + 2,5m_1 +$$
$$+ 2,5\Delta m_{1(2,5)} + 6,25m_2 + 6,25\Delta m_{2(2,5)}]X. \qquad (15)$$

Після підстановки (15) в (14) і виділення відхилень матимемо похибку

$$\delta \approx \Delta a_{0(2,5)} + 2,5\Delta a_{1(2,5)} + 6,25\Delta a_{2(2,5)} +$$
$$+ \Delta m_{0(2,5)}X + 2,5\Delta m_{1(2,5)}X + 6,25\Delta m_{2(2,5)}X -$$
$$- \frac{D_{\Delta a_0} + 2,5D_{\Delta a_1} + 6,25D_{\Delta a_2}}{D}.$$

Тут зроблено допущення, що $k_0 = 1$.

Середній квадрат похибки при відсутності кореляції між всіма складовими і їх центрованості має такий вигляд:

$$\overline{\delta}^2 \approx 2D(a_0) + 12{,}5D(a_1) + 78D(a_2) + X^2 D(m_0) + $$
$$+ 6{,}25X^2 D(m_1) + 39X^2 D(m_2), \qquad (16)$$

де $D(\bullet)$ – дисперсія відповідної компоненти.

Таким чином, похибка вимірювання при адитивно-мультиплікативній корекції визначається швидкоплинними змінами сталої, лінійної і квадратичної складових адитивної похибки каналу, а також такими ж складовими мультиплікативної похибки за шість тактів перетворення. Оцінюючи коефіцієнти, що стоять біля дисперсій виразу (16), зазначаємо, що зміна швидкості і прискорення може вагомо збільшувати загальну похибку.

Для чотирьох тактів перетворення тестових величин за виразом (11) середній квадрат похибки становить

$$\overline{\delta}^2 = 2D(a_0) + 0{,}5D(a_1) + 0{,}125D(a_2) + X^2 D(m_0). \qquad (17)$$

Тепер, з порівняння (17) і (16) видно, що зменшення кількості тактів позитивно впливає на вагові коефіцієнти при дисперсіях швидкості та прискорення похибок.

Таким чином, для реального каналу ЗВ треба зробити порівняльні розрахунки для різної кількості тактів перетворення тестових величин і вибрати оптимальний варіант.

Прогнозна АМКП за ковзним середнім відліків

Як випливає з виразів (10), (11), у загальному вигляді алгоритм адитивно-мультиплікативної корекції похибки (АМКП) можна записати так:

$$N_P = [N_X + A(a)]\, M(m), \qquad (18)$$

де $A(a)$ – корегуючий доданок, пропорційний адитивній похибці каналу ЗВ; $M(m)$ – корегуючий множник, який відповідає сумі мультиплікативної похибки і одиниці $(1+m)$.

Згідно з виразом (18) алгоритм прогнозної АМКП за ковзним середнім відліків у загальному вигляді можна подати як

$$N_{\text{р}} = \frac{N_X - \frac{1}{2R}\sum\limits_{j=1}^{R} N_{\text{т}2} - \frac{1}{2Z}\sum\limits_{i=1}^{Z} N_{\text{т}1}}{\frac{1}{C}\sum\limits_{j=1}^{C} N_{\text{т}2} - \frac{1}{K}\sum\limits_{i=1}^{K} N_{\text{т}1}} \times$$
$$\times\, k_0 (X_{\text{т}2} - X_{\text{т}1}) + N_{\text{зм}}, \qquad (19)$$

де $N_{\text{зм}} = k_0 \left(\frac{1}{2R}\sum\limits_{j=1}^{R} X_{\text{т}2} - \frac{1}{2Z}\sum\limits_{i=1}^{Z} X_{\text{т}1} \right).$

У виразі (19) враховано: i – моменти часу перетворення тестової величини $X_{\text{т}1} (i = 1, 2, 3, ...)$; кількість таких перетворень для знаменника K і для чисельника Z, те саме відноситься і до перетворення $X_{\text{т}2} (i = 1, 2, 3, ...)$; відповідно, C, R; $N_{\text{зм}}$ – зміщення в цифровій частині приладу, необхідне для $N_{\text{р}} \equiv X$.

Варіюючи коефіцієнти $C, K, R, Z,$ з виразу (19) можна отримати нескінченну кількість алгоритмів АМКП за ковзним середнім відліків. Деякі з них наведено в табл. 2.

У табл. 2 також дано результати аналізу прогнозної АМКП за ковзним середнім кількох відліків, у тому числі й для прогнозу за математичним сподіванням. Видно, що збільшення кількості відліків n призводить до зменшення максимальної похибки, і вона прямує до дисперсії (D_a) адитивної похибки каналу ЗВ.

Зауважимо ще раз, що збільшення кількості відліків для корекції не призводить до погіршення швидкодії ЗВ і що це є важливою перевагою методу ПНП.

Поліноміальна корекція похибок з квадратичним алгоритмом прогнозу

При нелінійності коефіцієнта перетворення каналу ЗВ необхідно, крім корекції адитивної і мультиплікативної похибок, корегувати також і похибку нелінійності. Метод ПНП і в цьому випадку, як буде показано нижче, дає можливість одночасно виявити окремо всі три складові похибки, а потім їх корегувати.

Модель каналу ЗВ зобразимо у вигляді

$$K_0 X + A_0(t) + A_1(t) X + A_2(t) X^2 = N_X$$

або

$$A_0(t) + A_1(t) X_{\text{т}} + A_2(t) X_{\text{т}}^2 = N_X - K_0 X_{\text{т}} = N_{\text{п}},$$

Таблиця 2. Прогнозні алгоритми адитивно-мультиплікативної корекції похибок за ковзним середнім відліків

№	Алгоритм	Похибки, особливості
1	Прогноз за останнім значенням $N_р = \dfrac{N_X - N_{тi}}{N_{т2} - N_{т1}} k_0(X_{т2} - X_{т1}) + N_{зм}$ $N_{тi} = N_{т1}$ або $N_{т2}$, $N_{зм} = k_0 X_{тi}$	Для екстраполяції ($Q = 0{,}5$): $\bar{\delta}_1^2 = D_A P\left[1 + 2\dfrac{C_1}{P}\rho(1,5) - 2\dfrac{C_2}{P}\rho(0,5) - 2\dfrac{C_1C_2}{P}\rho(1)\right]$ Для інтерполяції ($Q = -0{,}5$): $\bar{\delta}_2^2 = D_A P\left[1 + 2\dfrac{C_1 - C_2}{P}\rho(0,5) - 2\dfrac{C_1C_2}{P}\rho(1)\right],$ де $P = 1 + C_1^2 + C_2^2$; $\dfrac{X - X_{т2}}{X_{т2} - X_{т2}} = C_1$; $\dfrac{X - X_{т1}}{X_{т2} - X_{т1}} = C_2$
2	Прогноз за ковзним середнім двох однойменних відліків $N_р = \dfrac{N_X - \dfrac{(N'_{т2} + N''_{т2} + N'_{т1} + N''_{т1})}{4}}{N'_{т2} + N''_{т2} - N'_{т1} - N''_{т1}} 2k_0(X_{т2} - X_{т1}) + N_{зм}$ $N_{зм} = 0{,}5k_0(X_{т2} + X_{т1})$	$\bar{\delta}_{\max}^2 = D[1 + 0{,}5(C_1^2 + C_2^2)]$
3	Прогноз за ковзним середнім *n* однойменних відліків $N_р = \dfrac{N_X - \dfrac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n} N_{т2} - \dfrac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n} N_{т1}}{\sum_{i=1}^{n} N_{т2} - \sum_{i=1}^{n} N_{т1}} nk_0(X_{т2} - X_{т1}) + N_{зм}$ $N_{зм} = 0{,}5k_0(X_{т2} + X_{т1})$	$\bar{\delta}_{\max}^2 = D_A\left[1 + \dfrac{1}{n}(C_1^2 + C_2^2)\right]$
4	Прогноз за математичним сподіванням $N_р = \dfrac{N_X - \dfrac{1}{2n} M[N_{т2} + N_{т1}]}{\dfrac{1}{n} M[N_{т2}] - \dfrac{1}{n} M[N_{т1}]} k_0(X_{т2} - X_{т1}) + N_{зм}$ $N_{зм} = 0{,}5k_0(X_{т2} + X_{т1}),\ n \to \infty$	$\bar{\delta}_{\max}^2 \to D_A$
5	Узагальнений алгоритм АМКП за ковзним середнім відліків $N_р = \dfrac{N_X - \dfrac{1}{2R}\sum_{j=1}^{R} N_{т2} - \dfrac{1}{2Z}\sum_{i=1}^{Z} N_{т1}}{\dfrac{1}{C}\sum_{i=1}^{C} N_{т2} - \dfrac{1}{K}\sum_{i=1}^{K} N_{т1}} k_0(X_{т2} - X_{т1}) + N_{зм}$ $N_{зм} = k_0\left(\dfrac{1}{2R}\sum_{j=1}^{R} X_{т2} + \dfrac{1}{2Z}\sum_{i=1}^{Z} X_{т1}\right)$	$\bar{\delta}_{\max}^2$ – залежно від коефіцієнтів R, Z, C, K

де $A_0(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$; $A_1(t) = m_0 + m_1 t + m_2 t^2$; $A_2(t) = n_0 + n_1 t + n_2 t^2$ — адитивна, мультиплікативна похибки та похибка нелінійності, змінні в часі, відповідно.

Для виявлення всіх похибок слід мати три тестові величини. Значення тестових величин зручно вибрати нормованими, наприклад, так: $X_{\text{т}1} = 0$; $X_{\text{т}2} = 0,5$; $X_{\text{т}3} = 1$.

Згідно з (5) необхідно зробити дев'ять тактів перетворення трьох тестових величин у моменти часу $t = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$.

Маємо таку послідовність перетворень:

$$X_{\text{т}1} =$$

$$= 0 \begin{cases} t = -4 \quad a_0 - 4a_1 + 16a_2 + 0 + 0 + 0 + \\ \qquad + 0 + 0 + 0 = N_{\text{п}_{(-4)}}, \\ t = -3 \quad a_0 - 3a_1 + 9a_2 + 0 + 0 + 0 + \\ \qquad + 0 + 0 + 0 = N_{\text{п}_{(-3)}}, \\ t = -2 \quad a_0 - 2a_1 + 4a_2 + 0 + 0 + 0 + \\ \qquad + 0 + 0 + 0 = N_{\text{п}_{(-2)}}, \end{cases}$$

$$X_{\text{т}2} = 0,5 \times$$

$$\times \begin{cases} t = -1 \quad a_0 - a_1 + a_2 + 0,5m_0 - 0,5m_1 + 0,5m_2 + \\ \qquad + 0,25n_0 - 0,25n_1 + 0,25n_2 = N_{\text{п}_{(-1)}}, \\ t = 0 \quad a_0 + 0 + 0 + 0,5m_0 + 0 + 0 + \\ \qquad + 0,25n_0 + 0 + 0 = N_{\text{п}_{(0)}}, \\ t = 1 \quad a_0 + a_1 + a_2 + 0,5m_0 + 0,5m_1 + 0,5m_2 + \\ \qquad + 0,25n_0 + 0,25n_1 + 0,25n_2 = N_{\text{п}_{(1)}}, \end{cases} \qquad (20)$$

$$X_{\text{т}3} =$$

$$= 1 \begin{cases} t = 2 \quad a_0 + 2a_1 + 4a_2 + m_0 + 2m_1 + \\ \qquad + 4m_2 + n_0 + 2n_1 + 4n_2 = N_{\text{п}_{(2)}}, \\ t = 3 \quad a_0 + 3a_1 + 9a_2 + m_0 + 3m_1 + \\ \qquad + 9m_2 + n_0 + 3n_1 + 9n_2 = N_{\text{п}_{(3)}}, \\ t = 4 \quad a_0 + 4a_1 + 16a_2 + m_0 + 4m_1 + \\ \qquad + 16m_2 + n_0 + 4n_1 + 16n_2 = N_{\text{п}_{(4)}}. \end{cases}$$

Маємо систему лінійних рівнянь, визначником якої є

$$D =$$

$$= \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccccc} a_0 & a_1 & a_2 & m_0 & m_1 & m_2 & n_0 & n_1 & n_2 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & -4 & 16 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -3 & 9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 0,5 & -0,5 & 0,5 & 0,25 & -0,25 & 0,25 \\ 1 & 0 & 0 & 0,5 & 0 & 0 & 0,25 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0,5 & 0,5 & 0,5 & 0,25 & 0,25 & 0,25 \\ 1 & 2 & 4 & 1 & 2 & 4 & 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 & 1 & 3 & 9 & 1 & 3 & 9 \\ 1 & 4 & 16 & 1 & 4 & 16 & 1 & 4 & 16 \end{bmatrix} \end{array} =$$

$$= 0,125.$$

Невідомі коефіцієнти знайдемо з таких співвідношень:

$$a_i = \frac{D_{a_i}}{D},\ m_i = \frac{D_{m_i}}{D},\ n_i = \frac{D_{n_i}}{D},\ i = 0,1,2, \qquad (21)$$

де D_{*i} — визначник, отриманий із D заміною відповідного стовпчика правою частиною системи (20) (див. також (8)).

Для знаходження точного значення X необхідно розв'язати таке рівняння для $t = 3,5$ (на півкроку назад):

$$N_{\text{р}} = X =$$

$$= \frac{-(k_0 + \overset{*}{A}_1) \pm \sqrt{(k_0 + \overset{*}{A}_1)^2 - 4\overset{*}{A}_2(\overset{*}{A}_0 - N_X)}}{2\overset{*}{A}_2}, \qquad (22)$$

де $\overset{*}{A}_0 = a_0 + 3,5a_1 + 12,25a_2$; $\overset{*}{A}_1 = m_0 + 3,5m_1 + 12,25m_2$; $\overset{*}{A}_2 = n_0 + 3,5n_1 + 12,25n_2$.

Після підстановки (21) в рівняння (22) отримаємо алгоритми ковзного опрацювання десяти відліків (дев'ять тестових і одне перетворення X). Результат вимірювання не буде мати похибок, якщо три похибки — адитивна, мультиплікативна і нелінійна — за час перетворення трьох тестових величин (дев'ять тактів) змінювались за законом полінома другого степеня.

Моделювання на ЕОМ повністю підтвердило правильність такого прогнозного алгоритму (21) і (22).

Вперше вдалось розділити і визначити три різнохарактерні похибки і ввести корекцію в результат вимірювання *X*.

Висновки

Метод послідовного накопичення корегуючих поправок у приладах з часовим розподілом каналів дає змогу підвищувати точність вимірювань при необмеженій кількості тестових величин і мінімальних часових втратах.

Розроблені на основі цього методу алгоритми прогнозної адитивної корекції похибок (див. табл. 1) дозволяють корегувати не тільки повільно змінювані похибки, а й швидкоплинні.

Запропонована прогнозна адитивно-мультиплікативна корекція похибок дає змогу отримати більш високу точність ЗВ. Інтервал прогнозу $\pm 0{,}5$ кроку дискретизації. При цьому корегуються повільні і швидкоплинні адитивні і мультиплікативні похибки засобу вимірювань. Дана оцінка залишковим похибкам.

Запропонована прогнозна поліноміальна корекція похибок (22) дозволяє корегувати не тільки адитивну та мультиплікативну похибки, а й похибку від нелінійності каналу перетворення. Ці похибки можуть бути змінними в часі при умові, що закон зміни цих похибок на інтервалі спостереження є незмінним.

Загальною рисою запропонованих методів корекції похибок є те, що час перетворення вимірюваної величини дорівнює двом тактам перетворення.

Перспективною є розробка прогнозних методів корекції, при яких час перетворення вимірюваної величини був би меншим і дорівнював часу перетворення у приладах без комутації вхідних величин.

В.И. Губарь

ПРОГНОЗНАЯ КОРРЕКЦИЯ ПОГРЕШНОСТЕЙ

Разработаны методы коррекции быстротекущих погрешностей в коммутационных средствах измерения, определены разные коррекции погрешностей, найдены прогнозные алгоритмы для них.

V.I. Gubar

PREDICTIVE CORRECTION OF ERRORS

The paper considers the newly developed methods of transient errors correction in the computer couplers. Various ways of errors correction are determined and their predictive algorithms are implemented.

1. *Туз Ю.М.* Структурные методы повышения точности измерительных устройств. – К.: Вища шк., 1976. – 256 с.
2. *Губарь В.И.* Метод последовательного накопления корректирующих поправок в результаты измерения // Метрология. – 1981. – № 2. – С. 3–12.
3. *Ивахненко А.Г., Лапа В.Г.* Предсказание случайных процессов. – К.: Наук. думка, 1971. – 416 с.
4. *Кильдишев Г.С., Френкель А.А.* Анализ временных рядов и прогнозирования. – М.: Статистика, 1973. – 100 с.
5. *Лукашин Ю.П.* Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования. – М.: Статистика, 1979. – 254 с.
6. *Gubar V., Skochelyas K.* Forecasting of Additives Errors // Conference on Actual Problems of Measuring Technique MEASUREMENT-98. – 1998. – P. 110–112.
7. *Губар В.І., Скочеляс К.Б.* Аналіз узагальненого алгоритму прогнозу за оператором Колмогорова // Наукові вісті НТУУ “КПІ”. – 2004. – № 2. – С. 80–83.

Рекомендована Радою
факультету авіаційних і космічних
систем НТУУ “КПІ”

Надійшла до редакції
25 грудня 2008 року