

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»
НАВЧАЛЬНО-НАУКОВИЙ ФІЗИКО-ТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
КАФЕДРА МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ТА АНАЛІЗУ ДАНИХ

«До захисту допущено»

В.о. завідувача кафедри

_____ Іван ТЕРЕЩЕНКО

« __ » _____ 2023 р.

Дипломна робота

на здобуття ступеня бакалавра

зі спеціальності 113 Прикладна математика

на тему: **«Визначення множин місць розташування сміттєпереробних заводів з урахуванням дорожньої мережі»**

Виконала: студентка 4 курсу, групи ФІ-92

Кузьмук Крістіна Анатоліївна

Керівник: доцент, к.ф.-м.н. Терещенко І.М.

Рецензент: професор, д.т.н., с.н.с Кудін А.М.

Засвідчую, що у цій дипломній роботі
немає запозичень з праць інших
авторів без відповідних посилань.

Студент _____

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені Ігоря СІКОРСЬКОГО»
НАВЧАЛЬНО-НАУКОВИЙ ФІЗИКО-ТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
Кафедра математичного моделювання та аналізу даних

Рівень вищої освіти – перший (бакалаврський)

Спеціальність: 113 Прикладна математика

ОПП «Математичні методи моделювання, розпізнавання образів та комп'ютерного зору»

ЗАТВЕРДЖУЮ

В.о. завідувача кафедри

_____ Іван ТЕРЕЩЕНКО

« __ » _____ 2023 р.

ЗАВДАННЯ
на дипломну роботу

Студентка: Кузьмук Крістіна Анатоліївна

Тема роботи: *«Визначення множин місць розташування сміттєпереробних заводів з урахуванням дорожньої мережі»*,

керівник: доцент, к.ф.-м.н. Терещенко І.М.,

затверджені наказом по університету № __ від « __ » _____ 2023 р.

1. Термін подання студентом роботи: « __ » _____ 2023 р.
2. Вихідні дані до роботи: *опубліковані джерела за тематикою дослідження.*
3. Зміст роботи: *аналіз теоретичного підґрунтя вирішення задачі визначення множин місць розташування сміттєпереробних заводів, огляд наявних напрацювань та вирішення задачі на прикладі дорожньої мережі Київської області.*
4. Перелік ілюстративного матеріалу (із зазначенням плакатів, презентацій тощо): *презентація доповіді.*
5. Дата видачі завдання 15 вересня 2022 р.

Календарний план

№ з/п	Назва етапів виконання дипломної роботи	Термін виконання	Примітка
1	Узгодження теми роботи з науковим керівником	01-20 вересня 2022 р.	Виконано
2	Огляд опублікованих джерел за тематикою дослідження	Вересень - жовтень 2022 р.	Виконано
3	Дослідження багатокритеріальної оптимізаційної задачі для визначення місця розташування сміттепереробних заводів	Грудень 2022 р. - березень 2023 р.	Виконано
4	Отримання результатів дослідження та їх аналіз	Березень - травень 2023 р.	Виконано

Студент _____ Кузьмук К.А.

Керівник роботи _____ Терещенко І.М

РЕФЕРАТ

Пояснювальна записка дипломної роботи за обсягом становить 50 сторінок тексту, містить 21 ілюстрацію, 7 таблиць та 2 додатки. Для дослідження було використано 16 бібліографічних найменувань.

У роботі розглянуто теоретичне підґрунтя, особливості та постановка задачі визначення множин місць розташування сміттепереробних заводів з урахуванням дорожньої мережі. Також проведено аналіз існуючої літератури та публікацій у даному напрямку. Було розглянуто роботи, що досліджували визначення множин місць розташування сміттепереробних заводів. Також було проаналізовано задачу визначення оптимального місцерозташування об'єкта інфраструктури з утилізації та переробки відходів. Цей досвід було узагальнено, виділено переваги та недоліки кожного з методів. На його основі було розроблено багатокритеріальну оптимізаційну задачу визначення множин місця розташування сміттепереробних заводів з урахуванням дорожньої мережі та застосовано її на прикладі Київської області. В результаті отримано оптимальне рішення для визначення множин місць розміщення сміттепереробних заводів.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНА ОПТИМІЗАЦІЯ, АРБІТРАЖНЕ РІШЕННЯ НЕША, СМІТТЕПЕРЕРОБНІ ЗАВОДИ.

ABSTRACT

The diploma work explanatory message includes 50 pages of the text, 21 illustrations, 7 tables and 2 supplements. At the problem modern state analysis, overall 16 references were used.

The paper considers the theoretical basis of the problem of determination of multiple waste processing plants locations taking into account the road network, describes its setting and features. An analysis of literature and publications in this direction is also carried out. In particular, the works that investigated the determination of multiple waste processing plants locations were considered. The task of determining the optimal location of the waste disposal and processing infrastructure object was also analyzed. This experience was summarized, the advantages and disadvantages each of the methods were highlighted. On its basis, a multi-criteria optimization problem of determine multiple waste processing plants locations taking into account the road network was developed to and applied on the example of Kyiv region. As a result, the optimal solution for determining multiple waste processing plants locations was obtained.

KEY WORDS: MULTI-OBJECTIVE OPTIMIZATION, THE NASH ARBITRATION SCHEME, WASTE PROCESSING PLANTS.

ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ, СИМВОЛІВ, ОДИНИЦЬ, СКОРОЧЕНЬ І ТЕРМІНІВ	7
ВСТУП	8
РОЗДІЛ 1	10
1.1 Поняття твердих побутових відходів.....	10
1.2 Результати попередніх напрацювань	11
1.3 Багатокритеріальна задача	12
1.4 Арбітражне рішення Неша.....	14
Висновки до розділу 1	17
РОЗДІЛ 2	17
2.1 Постановка задачі	18
2.2 Визначення критеріїв оптимізації	19
Висновки до розділу 2	27
РОЗДІЛ 3	28
3.1 Застосування арбітражного рішення Неша	28
3.2 Результати дослідження та їх аналіз	34
Висновки до розділу 3	35
ВИСНОВКИ.....	36
ПЕРЕЛІК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	37
ДОДАТОК А.....	39
ДОДАТОК Б	43

**ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ, СИМВОЛІВ, ОДИНИЦЬ,
СКОРОЧЕНЬ І ТЕРМІНІВ**

ТПВ - тверді побутові відходи,

ЄС - Європейський Союз,

БО - багатокритеріальна оптимізація.

ВСТУП

Актуальність дослідження. Проблема відходів є однією з найбільш актуальних та нагальних екологічних питань в Україні. Тверді побутові відходи - є одним з найбільш поширених типів відходів, що виникають у результаті життєдіяльності людей в житлових та нежитлових будинках.

Кожен рік в Україні утворюється понад 10 млн. тонн сміття, більша частина якого захоронюється на полігонах. Одним із способів вирішення проблеми відходів є їх сортування та переробка. Це дозволяє зменшити їх кількість та забезпечить достатньою кількістю матеріалу для вторинної переробки.

Тема дослідження полягає у визначенні множин місць розташування сміттєпереробних заводів з урахуванням дорожньої мережі. За заданою постановкою необхідно вирішити оптимізаційну багатокритеріальну задачу на прикладі автомобільних трас Київської області.

Метою дослідження є визначити множин місць розташування сміттєпереробних заводів з урахуванням дорожньої мережі.

Задачі дослідження:

- 1) виконати аналіз та узагальнити теоретичне підґрунтя для розробки алгоритму визначення множин місць розташування сміттєпереробних заводів з урахуванням дорожньої мережі,
- 2) виконати аналіз існуючих робіт за даною темою,
- 3) на основі аналізу існуючих напрацювань побудувати оптимізаційну багатокритеріальну задачу,
- 4) за постановкою задачі застосувати арбітражне рішення Неша на основі шляхів Київської області.

Об'єктом дослідження є процес управління твердими побутовими відходами - накопичення, збирання і транспортування.

Предметом дослідження є множини місць розташування смітєпереробних заводів за наявності автомобільних шляхів.

Для вирішення поставлених задач були використані наступні методи дослідження: багатокритеріальна задача, арбітражне рішення Неша.

Наукова новизна отриманих результатів полягає в адаптації способів вибору місця розташування нових смітєпереробних заводів для всіх областей України.

Практичне значення результатів полягає в тому, що для визначення оптимального місцєрозташування смітєпереробних заводів у Київській області застосовується арбітражне рішення Неша. Отримані дані можуть бути застосовані при техніко-економічному обґрунтуванні подальших сценаріїв розвитку управління твердими побутовими відходами в кожній області України при побудові нових смітєпереробних заводів.

РОЗДІЛ 1

ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

1.1 Поняття твердих побутових відходів

Проблема відходів є однією з найбільш актуальних та нагальних екологічних питань. В Україні середньостатистична кількість твердих побутових відходів на одну людину складає 300 кг на рік. Щорічно утворюється понад 10 млн. тонн твердих побутових відходів, більша частина якого, а це близько 95%, захоронюється на полігонах та сміттєзвалищах. Близько 15% об'єктів для ТПВ перевантажено, не відповідають санітарним та технічним нормам. [1]

Полігони та сміттєзвалища є сприятливим середовищем для ймовірної появи паразитів та патогенних мікроорганізмів, тому вони можуть становити серйозну санітарну небезпеку. Тверді побутові відходи зазнають змін під впливом специфічних умов, атмосферних явищ та взаємодій між собою. В результаті утворюються різні шкідливі речовини, які потрапляють в навколишнє середовище.[2]

Порівняльна характеристика показників переробки твердих побутових відходів, %

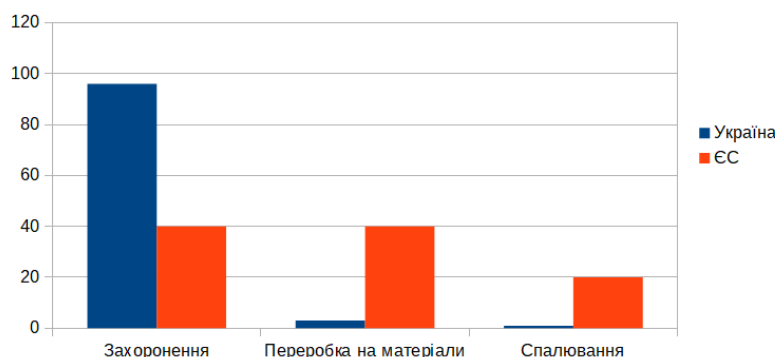


Рисунок 1.1 - Порівняльна характеристика показників переробки ТПВ, %

В Україні переробляється 2,5% ТПВ, спалюється 1,2% та захоронюється 96,3%. У ЄС переробляється в середньому 60% (Рис. 1.1).

Кожен рік в Україні на сміттєзвалищах та полігонах втрачаються тонни цінної сировини та матеріалів, які придатні для вторинної переробки. До того ж 40% з них припадає на ТПВ. Відсутність сміттєпереробних заводів та вторинної переробки призводить до втрат прибутку, які становлять приблизно 5 млрд грн на рік.

Загальна кількість відходів накопичених в країні складає близько 12,5 млрд тонн відходів (станом на 2017 рік). Кількість твердих побутових відходів, які утворюються в Україні в 3,2 рази перевищує аналогічний показник в ЄС.

Досвід європейських країн показує, що через 10-12 років можна зменшити витрати на будівництво нових полігонів для захоронення сміття, якщо зосередити увагу на розвитку полігонів та сміттєзвалищ, модернізувати обладнання, що використовується для збору та транспортування твердих побутових відходів та почати будівництво нових сміттєпереробних заводів.[1]

1.2 Результати попередніх напрацювань

Розглянемо публікації, в яких автори вирішують проблеми визначення оптимального розташування об'єктів інфраструктури, а саме сміттєпереробних заводів або розрахунок оптимального маршруту до них.

Дослідження [5] спрямоване на оптимізацію логістичної мережі та транспортних систем, методом оптимізації є лінійне цілочисельне програмування, де мінімізують витрати на транспортування твердих побутових відходів. Запропонований підхід був успішно застосований до реального прикладу у південному Тегерані, Іран.

У роботі [6] автор досліджує питання розташування об'єктів інфраструктури для управління ТПВ. Для дослідження використовується підхід нечіткої логіки.

Дослідження [7] спрямоване на оптимізацію транспортування небезпечних побутових відходів та розміщення об'єктів інфраструктури для управління відходами. Метод оптимізації, який був обраний для дослідження це - лінійне програмування з використанням меметичного алгоритму та пошуку з заборонами. Обрані цільові функції: мінімізація функції витрат на функціонування сміттєпереробних заводів та мінімізація функції витрат при транспортуванні ТПВ та функції ризиків при транспортуванні.

Автор роботи [8] знаходить рішення для розміщення об'єктів інфраструктури з управління відходами та транспортування небезпечних відходів. Метод оптимізації, який був обраний для дослідження це - метод лінійного програмування з використанням робастної оптимізації. Обрано декілька цільових функцій: мінімізація функції сумарних витрат на роботу сміттєпереробних заводів та ризиків, що пов'язані з транспортуванням відходів. Також мінімізуються витрати на транспортування сміття.

У роботі [9] автор досліджує вибір місця спалювання твердих побутових відходів. Використовується багатокритеріальний аналіз прийняття рішень та програмного забезпечення географічної інформаційної системи.

1.3 Багатокритеріальна задача

В багатокритеріальній оптимізації задачі прийняття рішень розв'язуються за кількома критеріями.

Постановка задачі така: необхідно знайти множину всіх значень змінних $x = (x_1, \dots, x_n)$, що задовольняють системі

$$g_i(x_1, \dots, x_n) \leq b_i, i = 1, 2, \dots, m,$$

які утворюють замкнену опуклу множину. А функції $z_k = f_k(x_1, \dots, x_n), k = 1, 2, \dots, K$,

(де f_k - цільові функції задані на множині X), досягають максимального (мінімального) значення. Альтернативами або допустимими розв'язками називаються елементи множини X .

Італійський економіст Вільфредо Парето у 1904 році вперше представив проблему багатокритеріальної оптимізації, коли вивчав усі аспекти товарного обміну. Згодом, з розробленням та прогресом обчислювальної техніки, цікавість до багатокритеріальної оптимізації зростає, особливо з початком проектування технічних систем. Цілі багатокритеріальної задачі, на відмінну від оптимізаційних задач, є некоректними та невизначеними тому, що досягнення оптимальності за одним критерієм може бути несумісним з покращенням інших критеріїв.

Якщо оптимальний виробничий план призначений для мінімізації витрат на виробництво, але максимізації прибутку, зрозуміло, що неможливо досягти дві цілі одночасно, оскільки збільшення виробництва призведе до збільшення прибутку, але і витрат. Така ситуація суперечливих цілей є критерієм конфлікту.

Поліпшення оцінки за одним критерієм супроводжується погіршенням оцінки за іншим критерієм, якщо два критерії вважаються суперечливими по відношенню до деякого набору допустимих альтернатив.

Якщо поліпшення за одним критерієм призводить до поліпшення за іншим критерієм або якщо їхні оцінки однакові, тоді два критерії оптимізації вважаються сильно зв'язаними відносно деякого набору допустимих альтернатив.

Прикладами суперечливих критеріїв у задачах виробничого планування є максимізація якості продукції та мінімізація собівартості виробу або максимізація прибутку і мінімізація витрат на виробництво продукції.

Таким чином, в теорії багатокритеріальної оптимізації поняття оптимуму має багато значень, і сама теорія включає три основні напрямки: розробку поняття оптимальності, розробку методів знаходження оптимальних розв'язків, а також доведення існування оптимальних в певному сенсі розв'язків [10].

1.4 Арбітражне рішення Неша

В теорії ігор, арбітражне рішення Неша (рівновага Неша) названа на честь математика Джона Неша, є найбільш поширеним способом визначення рішення некооперативної гри за участю двох або більше гравців. Передбачається, що в рівновазі Неша кожен гравець знає стратегії рівноваги інших гравців, і ніхто не може нічого виграти, змінюючи лише власну стратегію.[11] Принцип рівноваги Неша сходиться до часів Курно, який в 1838 році застосував його до конкуруючих фірм, які вибирають результати.[12]

Якщо кожен гравець вибрав стратегію - план дій, заснований на тому, що сталося до цього часу в грі - і ніхто не може збільшити власну очікувану віддачу, змінивши свою стратегію, в той час як інші гравці залишають свою незмінною, то поточний набір варіантів стратегії становить арбітражне рішення Неша.

Арбітражне рішення Неша використовують для аналізу результату стратегічної взаємодії декількох осіб, які приймають рішення. У стратегічній взаємодії результат для кожної особи, яка приймає рішення, залежить як від рішень інших, так і від своїх власних. Просте розуміння, що лежить в основі ідеї Неша, полягає в тому, що неможливо передбачити вибір кількох осіб, які приймають рішення, якщо аналізувати ці рішення окремо. Замість цього потрібно запитати, що буде робити кожен гравець, беручи до уваги те, що гравець очікує від інших. Рівновага Неша вимагає, щоб вибір був послідовним: жоден гравець не хоче скасовувати своє рішення, враховуючи те, що вирішують інші.

У роботі [13] арбітражний розв'язок визначається як система вимог або аксіом, за допомогою яких для будь-якої гри можна знайти оптимальний вихідний результат. У випадку біматричної гри $\Gamma(a, b)$, область D на площині (u_1, u_2) відповідає множині вихідних результатів цієї гри в мішаних стратегіях. Позначимо ціну матричної гри Γ_a як v_a , а ціну матричної гри Γ_b як v_b .

Точка $M^0(v_a, v_b)$ є точкою статусу кво.

Єдина точка $M^*(u_1^*, u_2^*)$ в області D , на яку вказує арбітражне рішення Неша для кожної області D з відокремленою точкою M^0 є оптимальним вихідним результатом. Математично арбітражне рішення Неша визначається відображенням Φ , яке кожній парі $(D, (v_a, v_b))$ ставить у відповідність точку $(u_1^*, u_2^*) \in D$ та задовольняє наступним аксіомам.

Аксіома 1 Колективна раціональність - оптимальність вихідного результату (u_1^*, u_2^*) за Парето.

Для $(u_1, u_2) \in D$ виконується $(u_1, u_2) = (u_1^*, u_2^*)$, якщо $(u_1, u_2) \geq (u_1^*, u_2^*)$.

Аксіома 2 Індивідуальна раціональність.

$$u_1^* \geq v_a, u_2^* \geq v_b .$$

Тобто гравець має отримати не менше, ніж його максимальний гарантований виграш при оптимальному вихідному результаті.

Аксіома 3 Лінійність.

Нехай область D' виходить з D за допомоги лінійного перетворення виду $u'_1 = \alpha_1 u_1 + \beta_1$, $u'_2 = \alpha_2 u_2 + \beta_2$, де $\alpha_1 \geq 0$, $\alpha_2 \geq 0$. Покладемо $v'_1 = \alpha_1 v_1 + \beta_1$, $v'_2 = \alpha_2 v_2 + \beta_2$. Тоді:

$$\Phi(D', (v'_a, v'_b)) = (\alpha_1 u_1^* + \beta_1, \alpha_2 u_2^* + \beta_2) .$$

Оптимальний розв'язок не залежить від вибору масштабу виміру виграшів та початку відліку.

Аксіома 4 Симетрія

$u_1^* = u_2^*$, якщо $v_a = v_b$ та множина результатів симетрична відносно бісектриси I координатної чверті.

Ця аксіома формує рівноправність гравців.

Аксіома 5 Незалежність від сторонніх альтернатив.

Нехай $D_a \subseteq D$ і $\Phi(D, (v_a, v_b)) \in D_l$. Тоді $\Phi(D_l, (v_a, v_b)) = \Phi(D, (v_a, v_b))$.

Арбітражним рішенням для будь-якої своєї підмножини, в яке потрапляє дана множина вихідних результатів і буде арбітражним рішенням для даної множини вихідних результатів.

Тобто, переваги старих результатів не зміняться при додаванні нових вихідних результатів.

Теорема Неша

Якщо відображення задовольняє Аксіомі 1 – Аксіомі 5, тоді воно існує та єдине.

Точка $(u_1^*, u_2^*) \in D$, для якої добуток $(u_1 - v_a)(u_2 - v_b)$ досягає найбільшого значення в тій частині області, що виділяється умовою:

$u_1 \geq v_a, u_2 \geq v_b$ є арбітражне рішення Неша для пари

$\Phi(D, (v_a, v_b))$.

Висновки до розділу 1

У першому розділі було розглянуто проблему твердих побутових відходів в Україні. Визначено поняття твердих побутових відходів. Розглянуто порівняльну характеристику управління ТПВ між Україною та Європейським Союзом. Проблема відходів є однією з найбільш актуальних, тому побудова нових сміттєпереробних заводів - один із способів вирішення екологічних проблем з управлінням відходами.

Також було оглянуто та проведено аналіз публікацій за тематикою дослідження, а саме побудова об'єктів інфраструктури з переробки та полігонів. Більшість авторів досліджень використовують метод лінійного програмування або методи прийняття рішень.

Було розглянуто основні теоретичні відомості, а саме багатокритеріальну задачу та арбітражне рішення Неша, визначено основні теоретичні поняття, аксіоми, теореми та формули.

РОЗДІЛ 2

2.1 Постановка задачі

Зі зростанням кількості сміття та постійним збільшенням забруднень в Україні, питання ефективного управління відходами є дедалі важливішим завданням для розвитку суспільства. Визначення оптимальних місць розташувань сміттєпереробних заводів є одним із важливих чинників у забезпеченні ефективного збору, утилізації та вторинної переробки відходів.

Сміттєпереробні заводи мають бути побудовані з урахуванням таких критеріїв: об'єм виробленого сміття в кожному місті, кількість вільної землі для побудови заводу та вартість землі.

Загалом Київська область добре вкрита мережею транспортних шляхів міжнародного, державного та регіонального значення. Винятком є малонаселені північні частини регіону, які менш інтегровані в транспортні мережі та розташовані далеко від міста Києва. В даній роботі будемо розглядати сім основних автомобільних шляхів Київської області. Кожну визначену трасу будемо розглядати як вісь, напрямком якої збігається з напрямком відповідної траси, зображені на *Рис. 2.1*:

- 1) М-01 Київ — Чернігів,
- 2) М-03 Київ — Харків,
- 3) Н-01 Київ — Знам'янка,
- 4) М-05 Київ — Одеса,
- 5) М-06 Київ — Чоп,
- 6) М-07 Київ — Ковель,
- 7) Р-02 Київ — Іванків.

Позначені міста та населенні пункти Київської області (Табл.1. Додаток А)

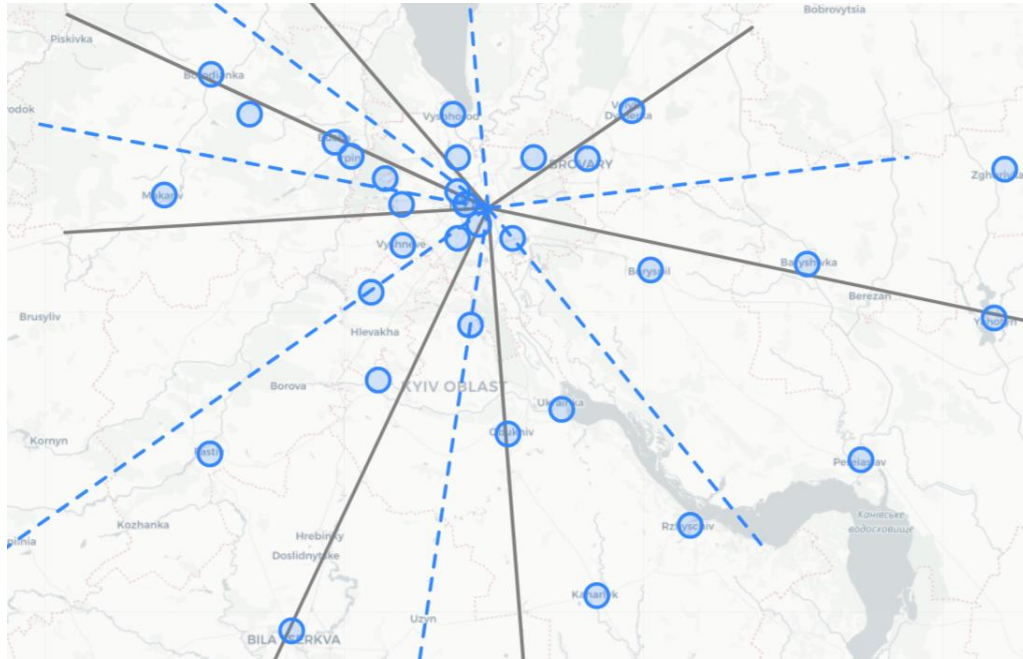


Рисунок 2.1 - Основні автомобільні шляхи Київської області.

2.2 Визначення критеріїв оптимізації

Побудова задачі для визначення множин місць розташування сміттєпереробних заводів з урахуванням автомобільних шляхів відбувається з урахуванням двох суперечливих цілей. Першою метою є максимізація кількості сміття для переробки на заводах, а друга - максимізація кількості фонду вільних земель.

Тому для кожного автомобільного шляху визначено два критерії оптимізації: проекція кількості твердих побутових відходів вздовж траси з територій, що прилягають до траси та землі запасу (землі, не надані у власність або постійне користування) у межах території, що прилягає до автомобільного шляху. Нижче наведені графіки до кожного автомобільного шляху (Рис. 2.2-2.15):

Траса М-01 Київ — Чернігів

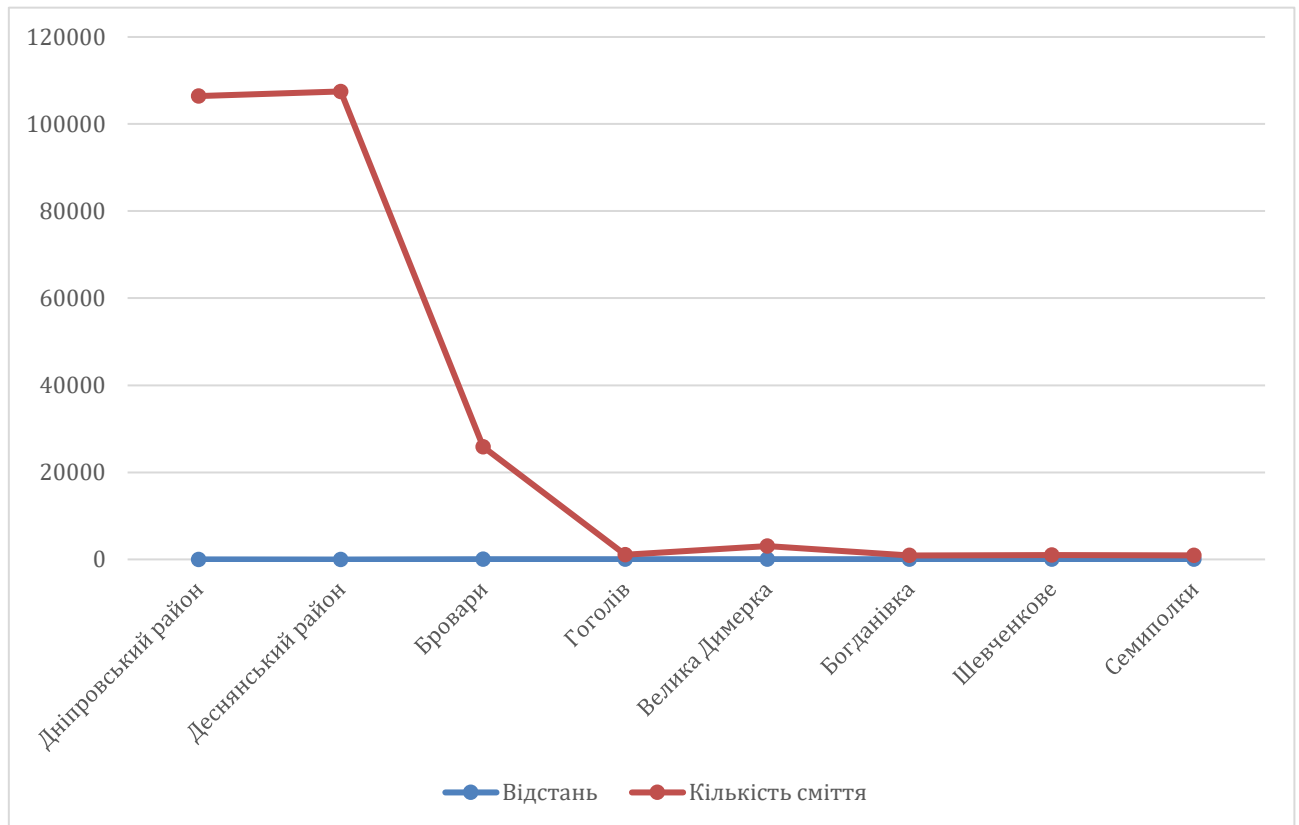


Рисунок 2.2 - Проекція кількості сміття вздовж траси з територій, що прилягають до траси М-01.

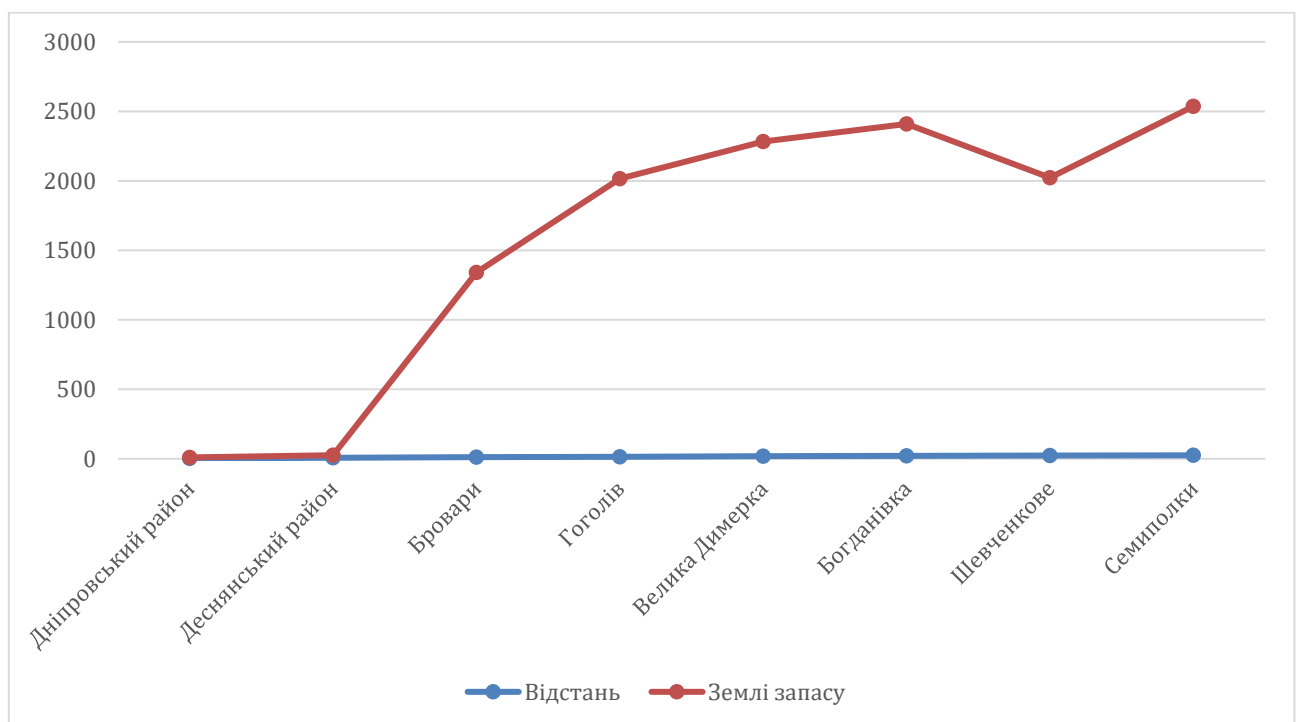


Рисунок 2.3 - Землі запасу (землі, не надані у власність або постійне користування) у межах автомобільного шляху М-01.

Траса М-03 Київ - Харків

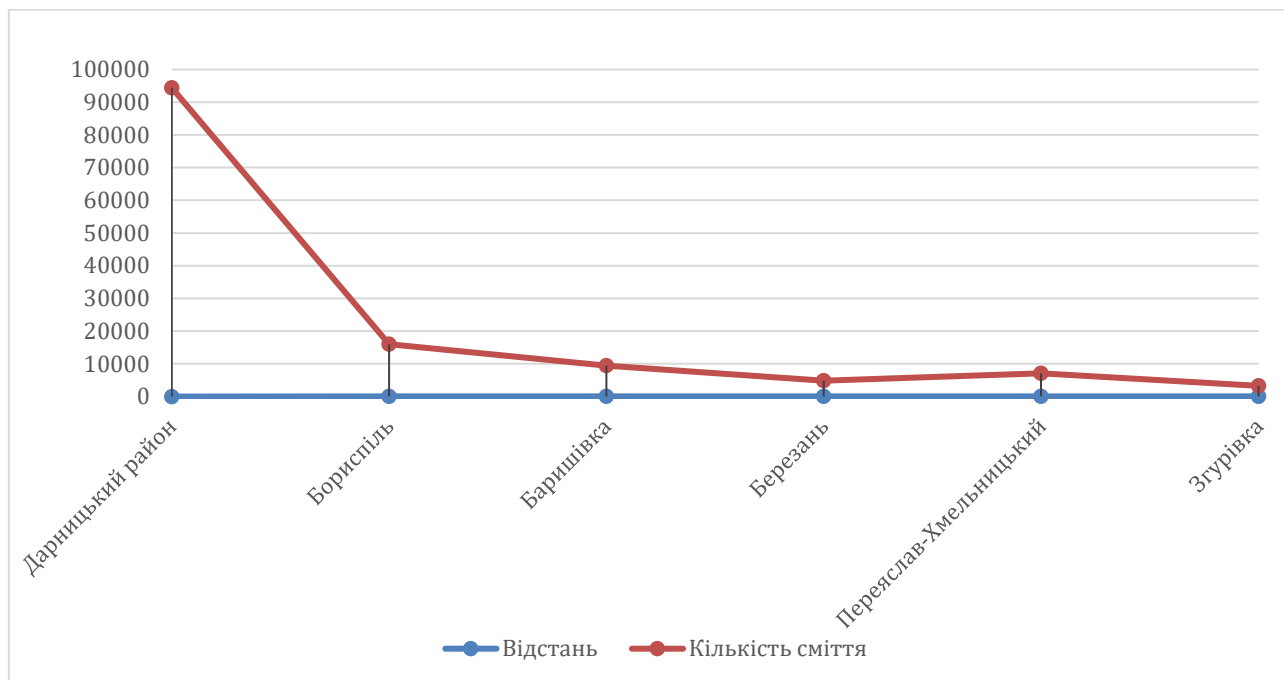


Рисунок 2.4 - Проекція кількості сміття вздовж траси з територій, що прилягають до траси М-03.

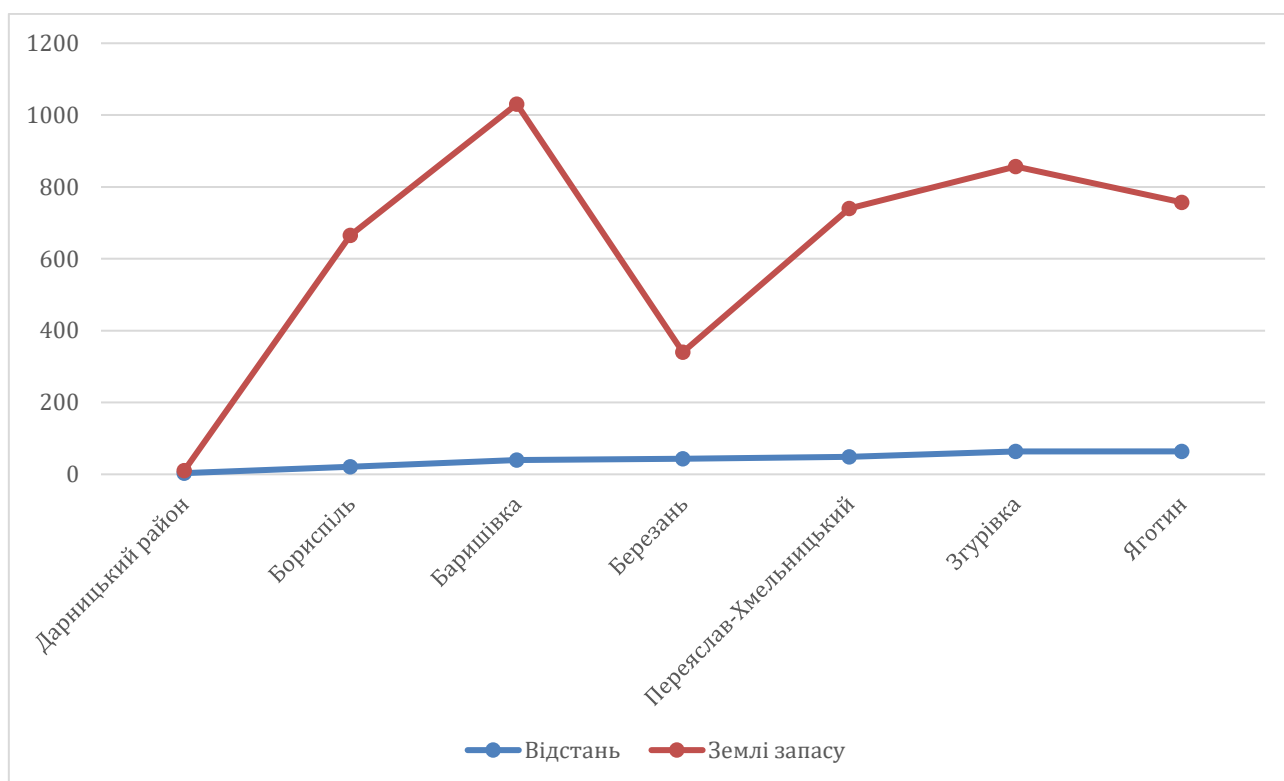


Рисунок 2.5 - Землі запасу (землі, не надані у власність або постійне користування) у межах автомобільного шляху М-03.

Траса Н-01Київ — Знам'янка

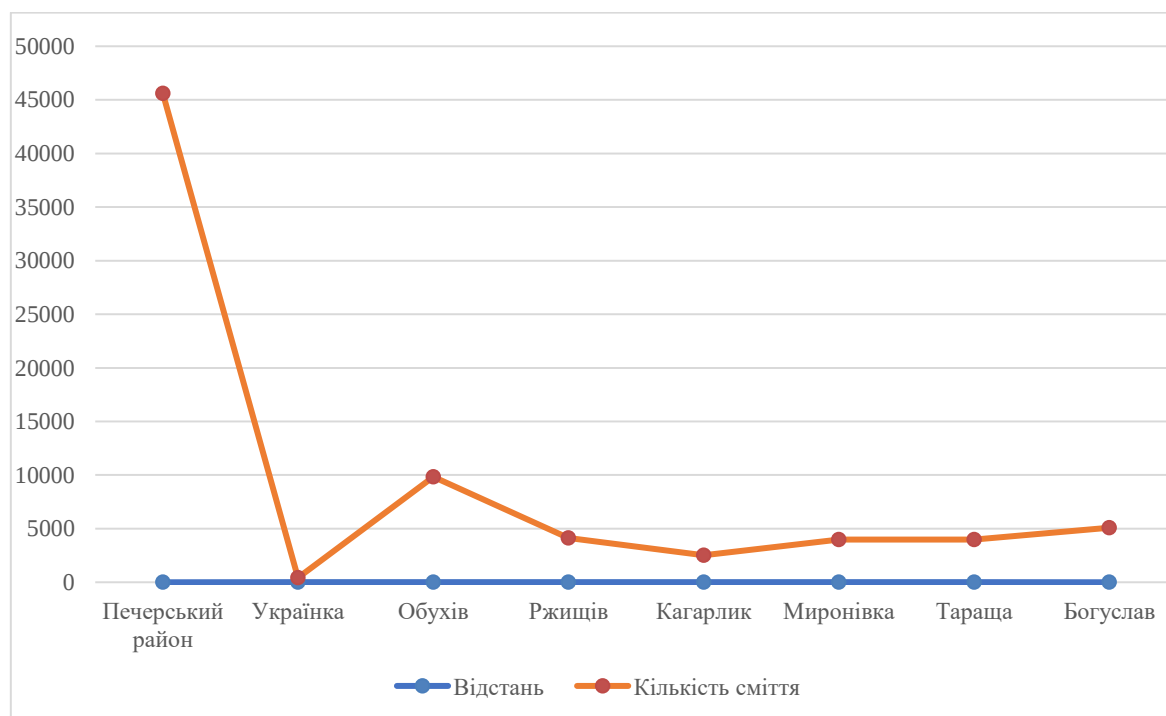


Рисунок 2.6 - Проекція кількості сміття вздовж траси з територій, що прилягають до траси Н-01.

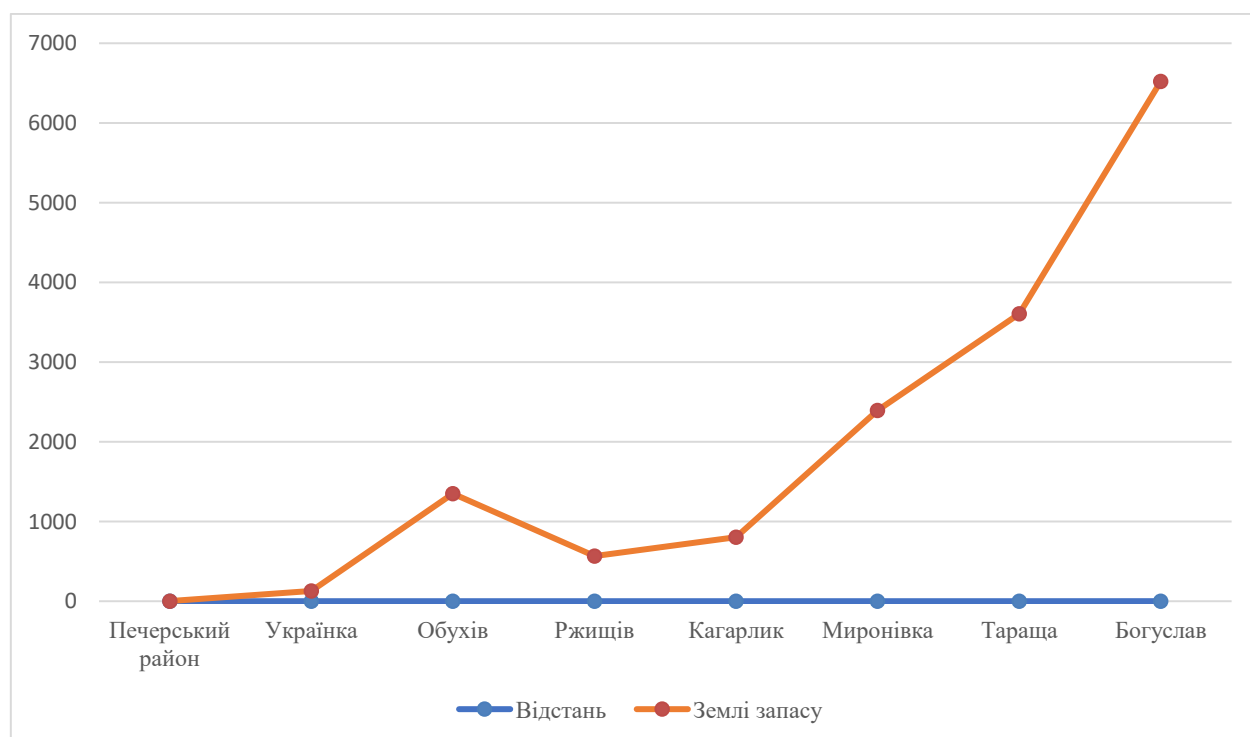


Рисунок 2.7 - Землі запасу (землі, не надані у власність або постійне користування) у межах автомобільного шляху Н-01.

Траса М-05 Київ — Одеса

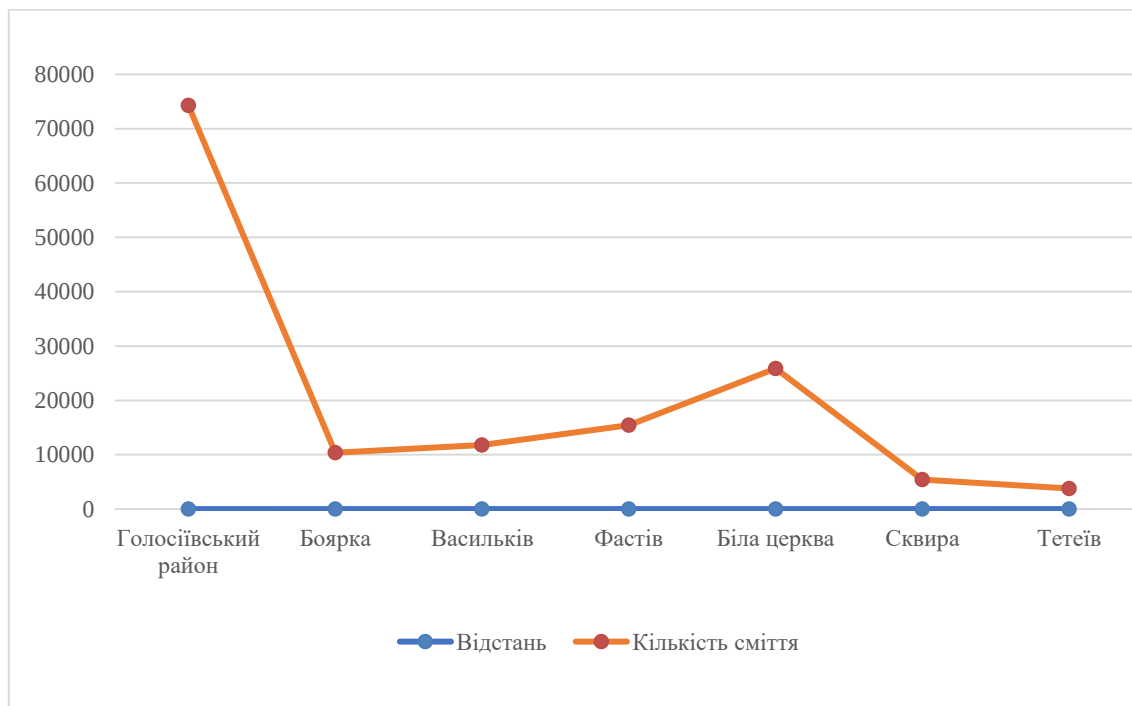


Рисунок 2.8 - Проекція кількості сміття вздовж траси з територій, що прилягають до траси М-05.

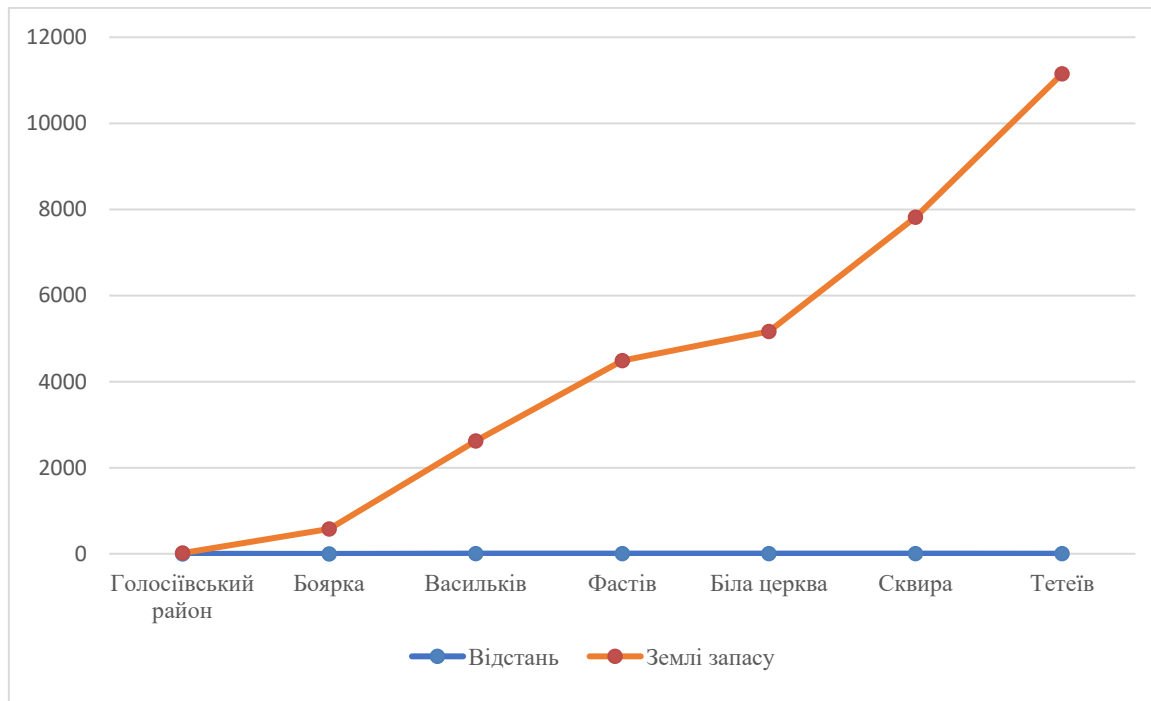


Рисунок 2.9 - Землі запасу (землі, не надані у власність або постійне користування) у межах автомобільного шляху М-05.

Траса М-06 Київ - Чоп

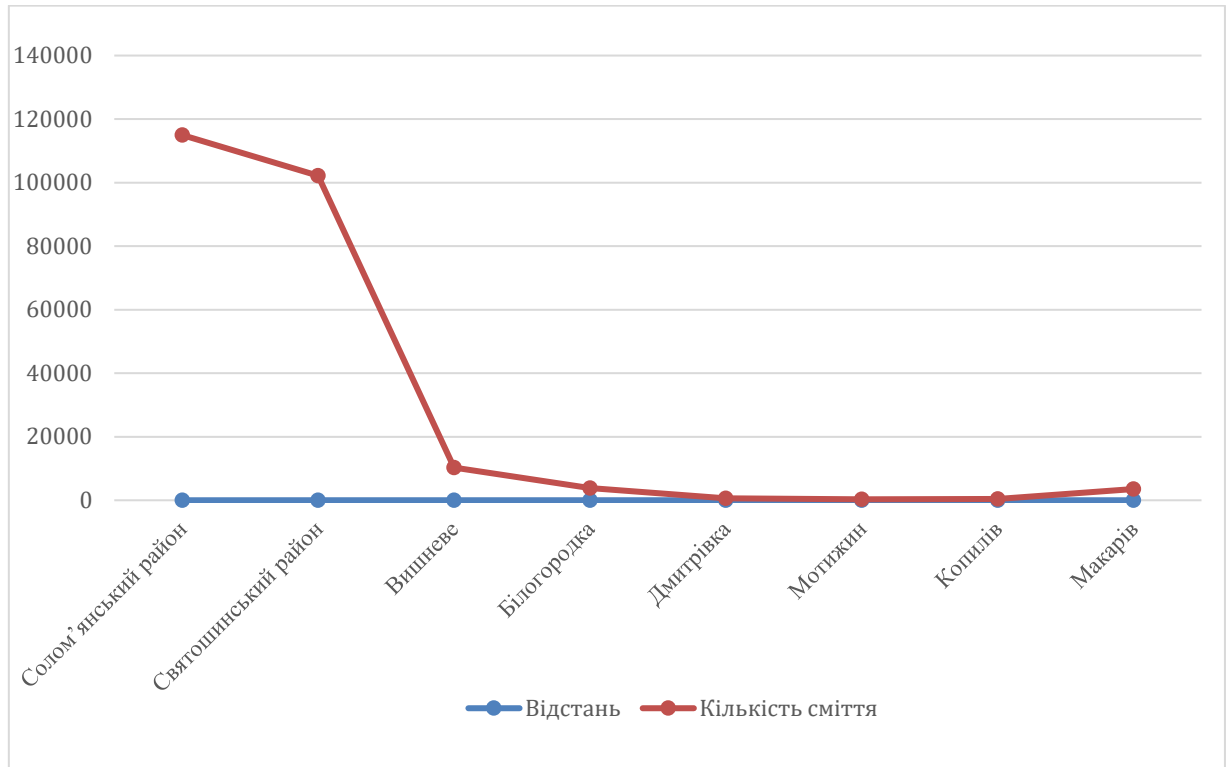


Рисунок 2.10 - Проекція кількості сміття вздовж траси з територій, що прилягають до траси М-06.

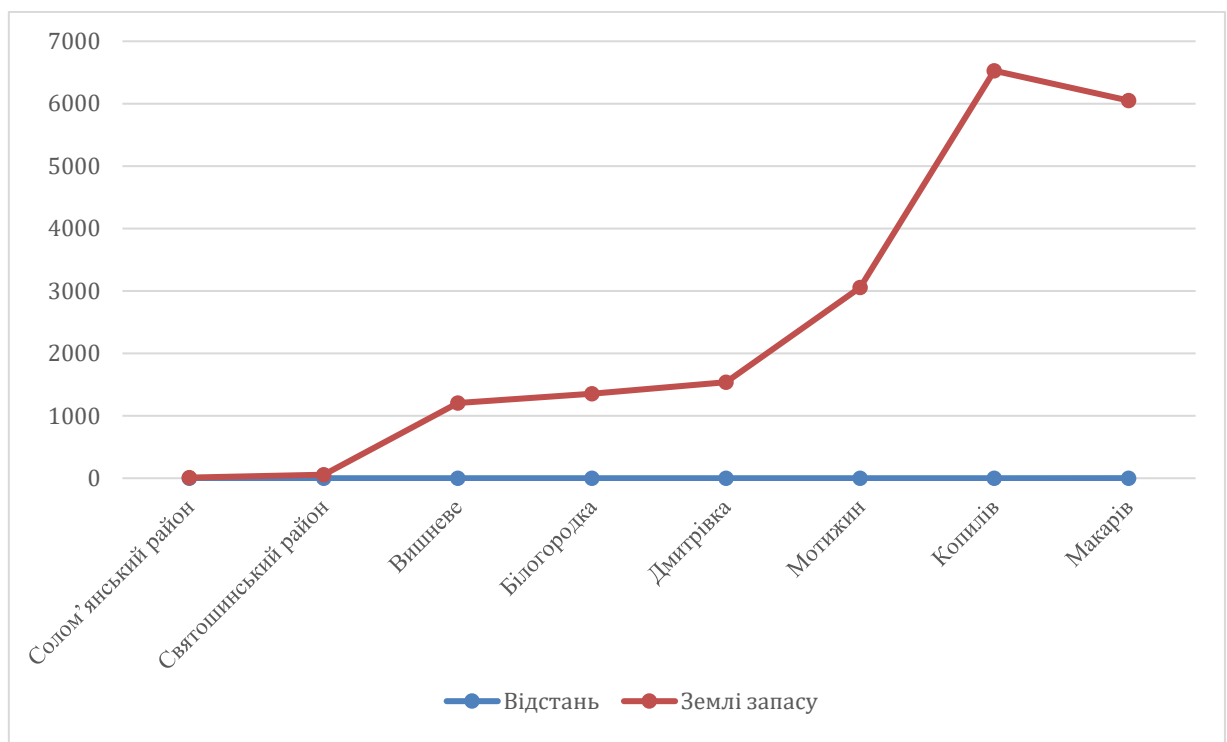


Рисунок 2.11 - Землі запасу (землі, не надані у власність або постійне користування) у межах автомобільного шляху М-06.

Траса М-07 Київ — Ковель

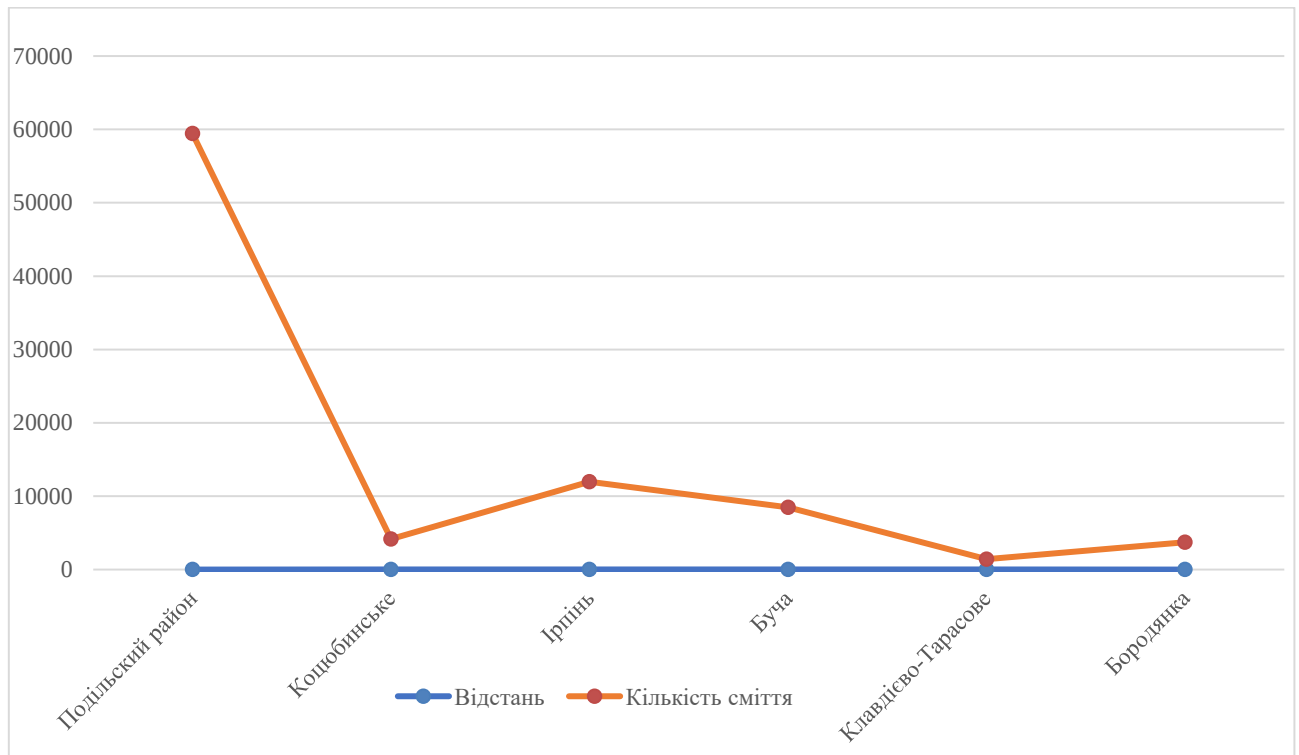


Рисунок 2.12 - Проекція кількості сміття вздовж траси з територій, що прилягають до траси М-07.

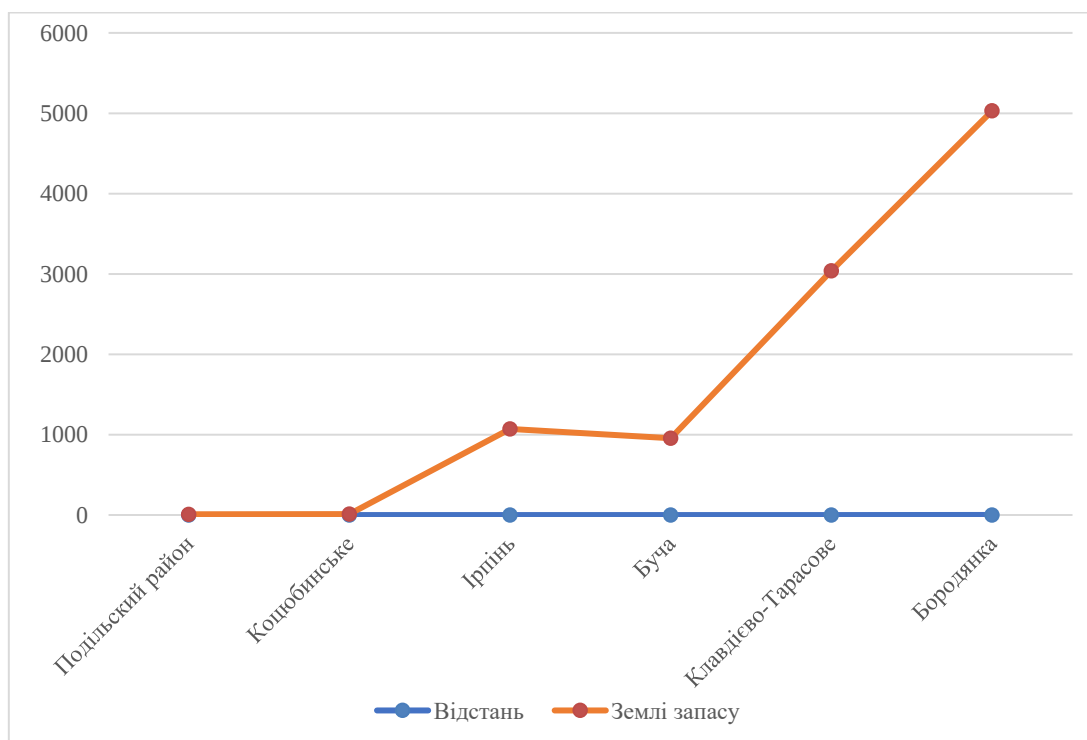


Рисунок 2.13 - Землі запасу (землі, не надані у власність або постійне користування) у межах автомобільного шляху М-07.

Траса Р-02 Київ - Іванків

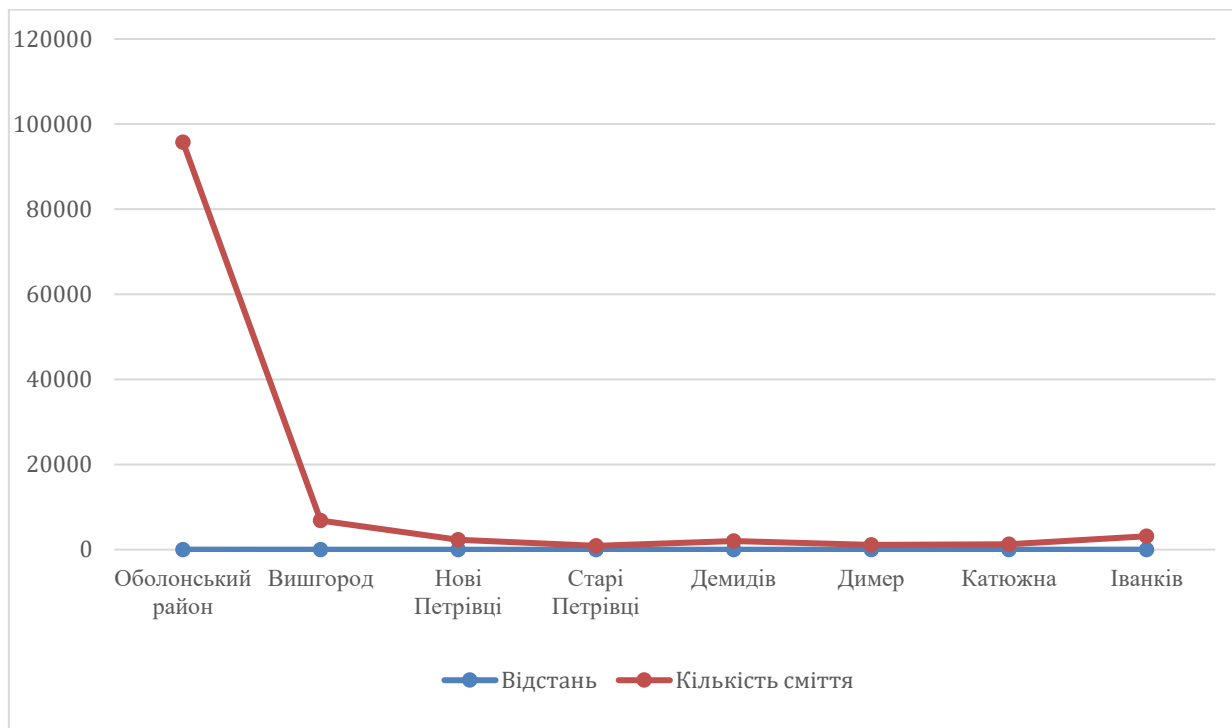


Рисунок 2.14 - Проекція кількості сміття вздовж траси з територій, що прилягають до траси Р-02.

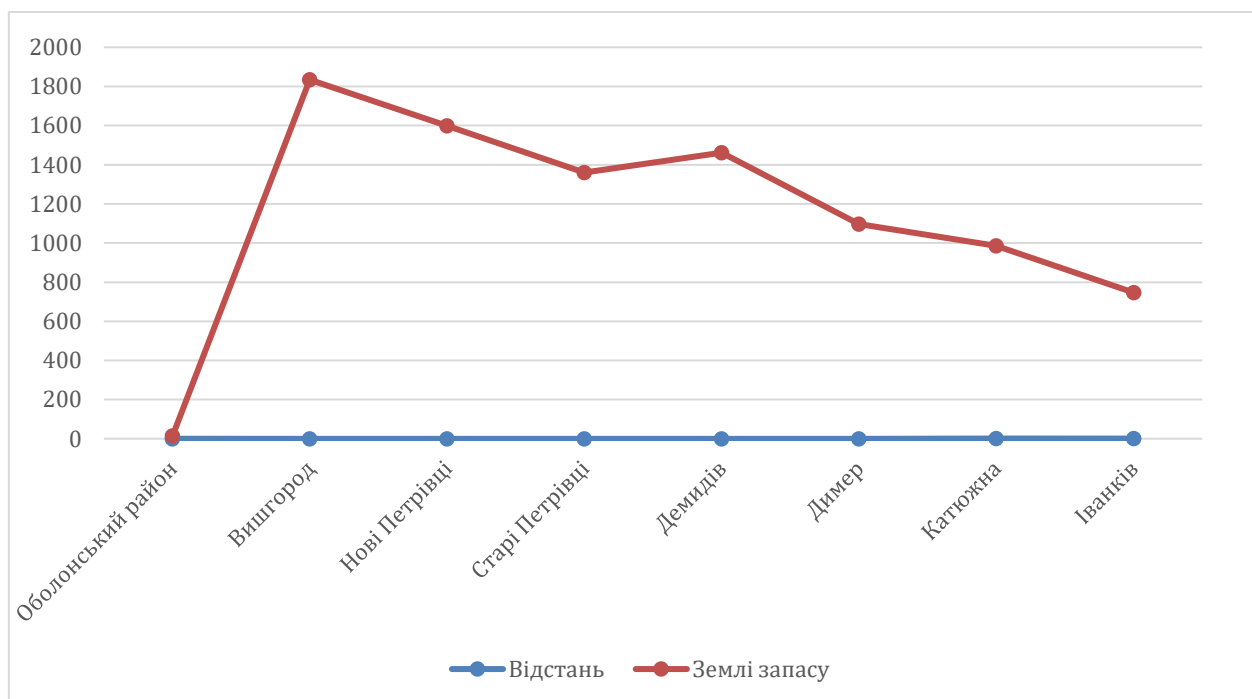


Рисунок 2.15 - Землі запасу (землі, не надані у власність або постійне користування) у межах автомобільного шляху Р-02.

Висновки до розділу 2

У цьому розділі було обрано основні автомобільні шляхи Київської області, а саме М-01 Київ — Чернігів (Броварська траса), М-03 Київ — Харків (Бориспільська траса), Н-01 Київ — Знам'янка (Обухівська траса), М-05 Київ — Одеса (Білоцерківська траса), М-06 Київ — Чоп (Житомирська траса), М-07 Київ — Ковель (Варшавка), Р-02 Київ — Іванків (Вишгородська траса), на основі яких буде визначатися оптимальне місцезнаходження сміттєпереробних заводів.

Під час будівництва об'єктів інфраструктури має бути враховано багато критеріїв, наприклад об'єм сміття, вартість землі, наявність транспортних шляхів та землі запасу. У дослідженні для кожної траси було визначено два критерії оптимізації та побудовано відповідні графіки.

Проаналізувавши графіки, можна побачити, що кількість ТПВ поступово зменшується від Києва до кінцевої точки траси в Київській області, оскільки зменшується густина населення. В свою ж чергу проекція площі вільної землі навпаки збільшується.

РОЗДІЛ 3

3.1 Застосування арбітражного рішення Неша

Для застосування арбітражного рішення Неша для двох трас складаємо матрицю їх кооперативних ігор. Розбиваємо на 5 задач: задача з двома трасами на лівому березі та 4 задачі з трасами правого берега.

Для кожної задачі будуємо матрицю з точками, координати яких це величини: кількість земель запасу та кількість твердих побутових відходів, які визначено з територій, що прилягають до відповідного автомобільного шляху.

Стратегії b_1, b_2, b_3, b_4 - чотири проміжки, на які поділена кожна траса. На усіх проміжках для кожної траси визначається значення величин кількості фонду вільних земель та кількості сміття. Всі значення записуємо в Табл.3.1 - 3.5.

Задача 1.

Таблиця 3.1

Траси М-01 Київ - Чернігів та М-03 Київ - Харків

	b_1	b_2	b_3	b_4
М-01	(1341,08; 2849,5)	(2015,3; 1054)	(4694,09; 3933,6)	(4559,59; 1986,6)
М-03	(665,57; 16000,8)	(1030,53; 9486,3)	(240,48; 4814,1)	(6326,2; 5233,2)

В декартовій системі координат будуємо опуклий багатокутник D , вершинами якого є точки, координати яких вказано в Таблиці 3.1.

$$\Gamma_A = \begin{pmatrix} 1341,08 & 2015,3 & 4694,09 & 4559,59 \\ 665,57 & 1030,53 & 240,46 & 6326,2 \end{pmatrix}$$

$$\Gamma_B = \begin{pmatrix} 25849,5 & 1054 & 3933,6 & 1986,6 \\ 16000,8 & 9486,3 & 4814,1 & 5266,2 \end{pmatrix}$$

$v_A = 4596$ - ціна в змішаних стратегій гри Γ_A .

$v_B = 4814,1$ - ціна в змішаних стратегій гри Γ_B .

Тоді точка $M_0(4596; 4814,1)$ - точка статусу кво.

Знаходимо координати точки M^* - точка, в якій досягається максимум добутку координат є арбітражним рішенням Неша побудованого багатокутника. Вона лежить в I координатній чверті нової системи координат.

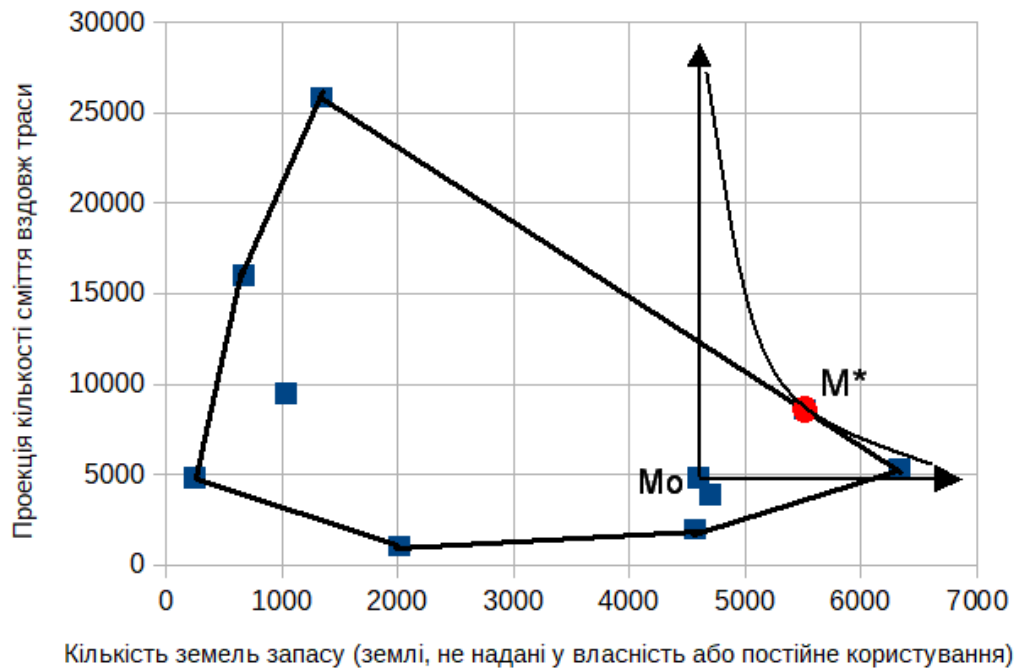


Рисунок 3.1- опуклий багатокутник D з оптимальним рішенням M^* для Задачі 1.

$$u_1^* = 5515,6$$

$$u_2^* = 8612,152$$

Тоді $M^*(5515,6; 8612,152)$ - оптимальне рішення для трас М-01 Київ - Чернігів та М-03 Київ - Харків.

Задача 2

Таблиця 3.2

Траси Н-01 Київ — Знам'янка та М-05 Київ — Одеса

	b_1	b_2	b_3	b_4
Н-01	(130,364; 419,4)	(1348,24; 9821,1)	(1373,29; 6671,4)	(12521,78; 9065,4)
М-05	(576,35; 10350,6)	(7112,05; 27267,6)	(9981,36; 31252,2)	(11147,78; 3792)

В декартовій системі координат будуємо опуклий багатокутник D , вершинами якого є точки, координати яких вказано в Таблиці 3.2.

$$\Gamma_A = \begin{pmatrix} 130,364 & 1348,24 & 1373,29 & 12521,78 \\ 576,35 & 7112,0476 & 9981,36 & 11147,48 \end{pmatrix}$$

$$\Gamma_B = \begin{pmatrix} 419,4 & 9821,1 & 6671,4 & 9065,4 \\ 10350,6 & 27267,6 & 31252,2 & 3792 \end{pmatrix}$$

$v_A = 11147,48$ - ціна в змішаних стратегій гри Γ_A .

$v_B = 11948,7$ - ціна в змішаних стратегій гри Γ_B .

Тоді точка $M_0(11147,48 ; 11948,7)$ - точка статусу кво.

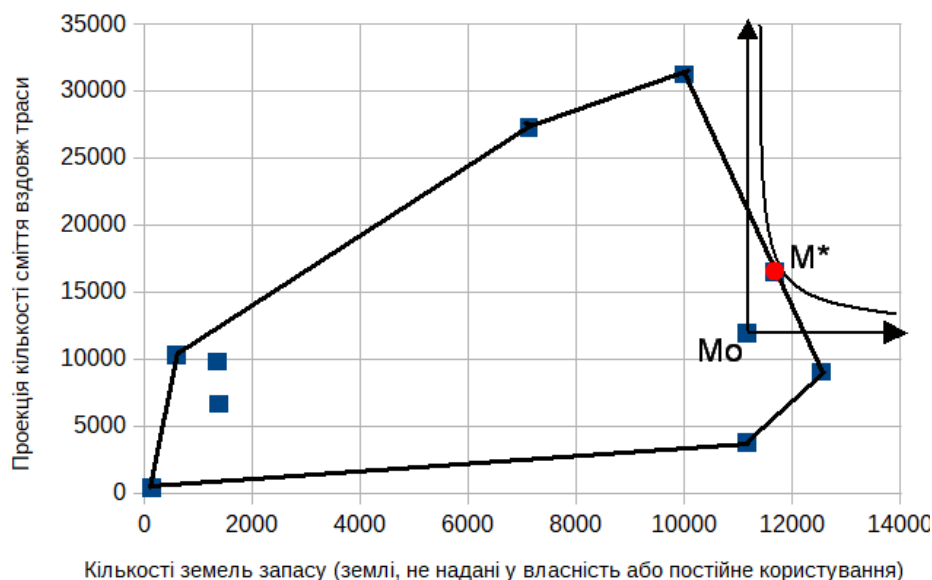


Рисунок 3.2- опуклий багатокутник D з оптимальним рішенням M^* для Задачі 2.

$$u_1^* = 11671,6$$

$$u_2^* = 16508$$

$M^*(11671,6 ; 16508)$ - оптимальне рішення для трас Н-01 Київ — Знам'янка та М-05 Київ — Одеса.

Задача 3

Таблиця 3.3

Траси М-05 Київ — Одеса та М-06 Київ — Чоп

	b_1	b_2	b_3	b_4
М-05	(576,35; 10350,6)	(7112,05; 27267,6)	(9981,36; 31252,2)	(11147,78; 3792)
М-06	(1203,78; 10288,5)	(1652; 3868,5)	(11621,7; 1634,7)	(6050,6; 93558)

В декартовій системі координат будуюмо опуклий багатокутник D , вершинами якого є точки, координати яких вказано в *Таблиці 3.3*.

$$\Gamma_A = \begin{pmatrix} 576,35 & 7112,0476 & 9981,36 & 11147,78 \\ 1203,78 & 1352 & 11621,7 & 6050,6 \end{pmatrix}$$

$$\Gamma_B = \begin{pmatrix} 10350,6 & 27267,6 & 31252,2 & 3792 \\ 10288,5 & 3868,5 & 1634,7 & 3558 \end{pmatrix}$$

$v_A = 10265,27$ - ціна в змішаних стратегій гри Γ_A .

$v_B = 3792$ - ціна в змішаних стратегій гри Γ_B .

$M_0(10265,27; 3792)$ - точка статусу кво.

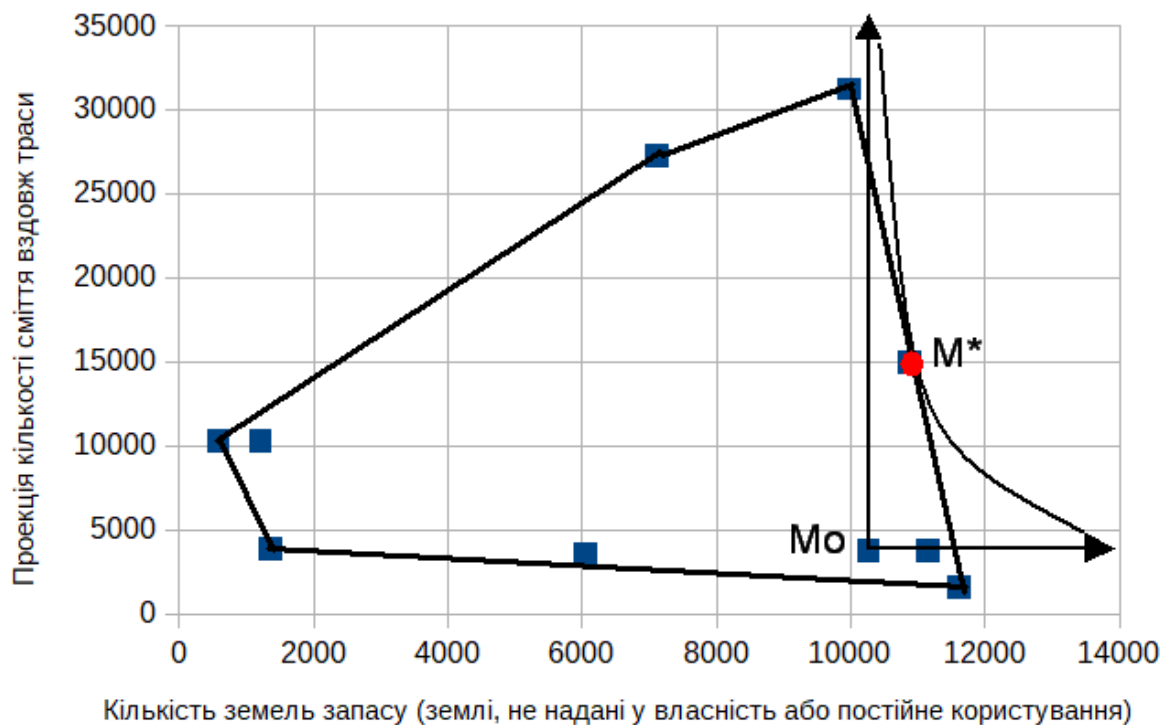


Рисунок 3.3- опуклий багатокутник D з оптимальним рішенням M^* для Задачі 3.

$$u_1^* = 10885,65$$

$$u_2^* = 14959$$

$M^*(10885,65; 14959)$ - оптимальне рішення для трас М-05 Київ — Одеса та М-06 Київ — Чоп.

Задача 4

Таблиця 3.4

Траси М-06 Київ — Чоп та М-07 Київ — Ковель

	b_1	b_2	b_3	b_4
М-06	(1203,78; 10288,5)	(1652; 3868,5)	(11621,7; 1634,7)	(6050,6; 93558)
М-07	(10,26; 4180,2)	(2026,17; 20467,7)	(3037,71; 1418,1)	(5030,15; 3705,9)

В декартовій системі координат будуюмо опуклий багатокутник D , вершинами якого є точки, координати яких вказано в Таблиці 3.4.

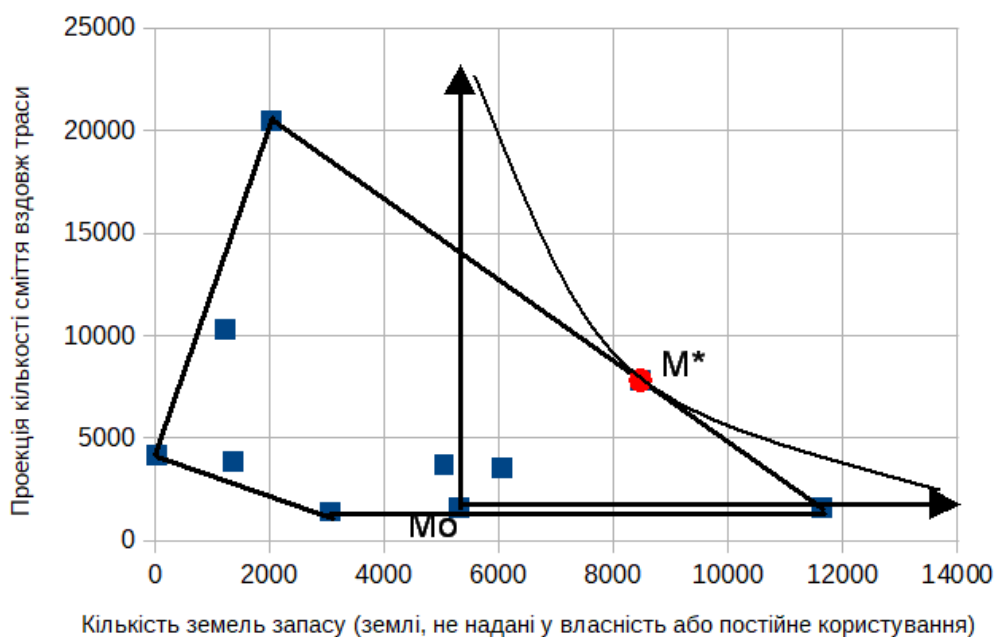
$$\Gamma_A = \begin{pmatrix} 1203,78 & 1352 & 11621,7 & 6050,6 \\ 10,26 & 2026,17 & 3037,71 & 5030,15 \end{pmatrix}$$

$$\Gamma_B = \begin{pmatrix} 10288,5 & 3868,5 & 1634,7 & 3558 \\ 4180,2 & 20467,7 & 1418,1 & 3705,9 \end{pmatrix}$$

$v_A = 5298,9$ - ціна в змішаних стратегій гри Γ_A .

$v_B = 1634,7$ - ціна в змішаних стратегій гри Γ_B .

Тоді точка $M_0(5298,9; 1634,7)$ - точка статусу кво.

Рисунок 3.4- опуклий багатокутник D з оптимальним рішенням M^* для Задачі 4.

$$u_l^* = 8464,5$$

$$u_2^* = 7839,3$$

$M^*(8464,5 ; 7839,3)$ - оптимальне рішення для трас М-06 Київ — Чоп та М-07 Київ — Ковель.

Задача 5

Таблиця 3.5

Траси М-07 Київ — Ковель та Р-02 Київ — Іванків.

	b_1	b_2	b_3	b_4
М-07	(10,26; 4180,2)	(2026,17; 20467,7)	(3037,71; 1418,1)	(503,5; 3705,9)
Р-02	(2356; 10059)	(2724,86; 3148,5)	(5985,36; 1272)	(3309,2; 3127,2)

В декартовій системі координат будуємо опуклий багатокутник D , вершинами якого є точки, координати яких вказано в Таблиці 3.5.

$$\Gamma_A = \begin{pmatrix} 2356 & 2724,86 & 5985,36 & 3309,2 \\ 10,26 & 3026,17 & 3037,71 & 5030,15 \end{pmatrix}$$

$$\Gamma_B = \begin{pmatrix} 10059 & 3148,5 & 1272 & 3127,2 \\ 4180,2 & 20467,7 & 1418,1 & 3705,9 \end{pmatrix}$$

$v_A = 4295,7$ - ціна в змішаних стратегій гри Γ_A .

$v_B = 1418,1$ - ціна в змішаних стратегій гри Γ_B .

Тоді точка $M_0(4295,7 ; 1418,1)$ - точка статусу кво.

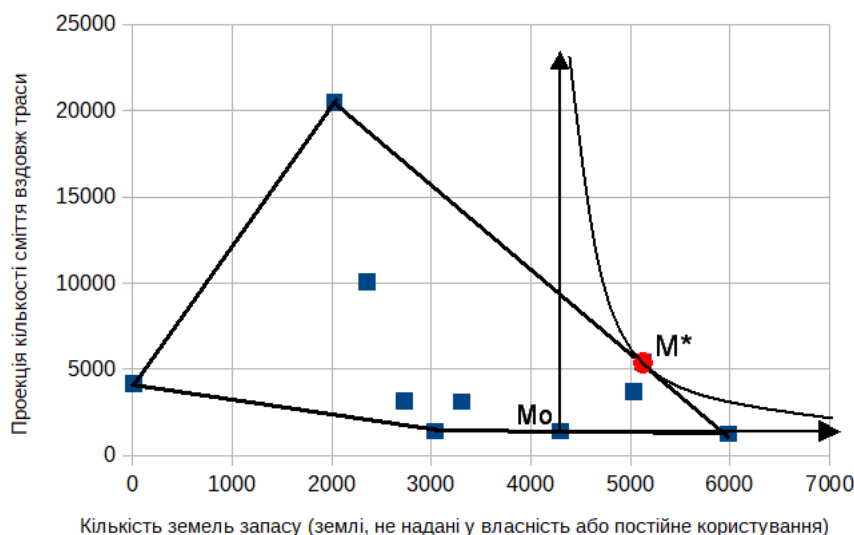


Рисунок 3.5- опуклий багатокутник D з оптимальним рішенням M^* для Задачі 5.

$$u_1^* = 5125,06$$

$$u_2^* = 5440,47$$

$M^*(5125,06 ; 5440,47)$ - це оптимальне рішення для трас М-07 Київ — Ковель та Р-02 Київ — Іванків.

3.2 Результати дослідження та їх аналіз

За допомогою арбітражного рішення Неша було знайдено оптимальне рішення для кожної пари автомобільних шляхів Київської області. Результати роботи наведені у Табл. 3.6.

Місця розташування сміттєпереробних заводів - це множина точок, які задовільняють значення критеріїв u_1^* та u_2^* відповідної точки $M^*(u_1^*, u_2^*)$, де u_1^* - площа вільної землі, а u_2^* - кількість ТПВ.

Таблиця 3.6

Оптимальний розв'язок

	M^*
М-01 Київ — Чернігів М-03 Київ — Харків	(551,6 ; 8612,152)
Н-01 Київ — Знам'янка М-05 Київ — Одеса	(11671,6 ; 16508)
М-05 Київ — Одеса М-06 Київ — Чоп	(10885,65 ; 14959)
М-06 Київ — Чоп М-07 Київ — Ковель	(8464,5 ; 7839,3)
М-07 Київ — Ковель Р-02 Київ — Іванків	(5125,06 ; 5440,47)

Висновки до розділу 3

У розділі 3 для визначення множин місць розташування сміттєпереробних заводів з урахуванням дорожньої мережі було використане арбітражне рішення Неша для кожної пар автомобільних шляхів Київської області.

На кожному автомобільному шляху було обрано чотири проміжки, на яких знаходимо значення таких величин як фонд вільної землі та кількість сміття, ці значення будуть координатами точок множини D . Для кожної задачі побудовано багатокутник D та за допомогою північно-східної границі виділено множину Парето-оптимальних вихідних результатів. У кінці було отримано оптимальне рішення для кожної задачі у вигляді точки M^* з критеріями фонду вільних земель та кількості ТПВ. Множини місць розташування сміттєпереробних заводів – це точки, які задовольняють значення цих критеріїв.

ВИСНОВКИ

У даній роботі був запропонований підхід до визначення множин місць розташування сміттепереробних заводів з урахування дорожньої мережі. В його основі лежить вибір основних трас, що проходять по території, де планується розміщення виробництва. Кожну визначену трасу розглянуто як вісь, на яку проектується значення таких величин як кількість сміття та площі вільних земельних ділянок, які підраховуються на територіях, що прилягають до вказаних доріг.

За допомогою арбітражного рішення Неша для кожної пари трас було знайдено розв'язок для визначення оптимальних місць для побудови сміттепереробних заводів.

Вказаний підхід надає експертну оцінку для швидкого визначення певних територій, де можливе розташування виробничих потужностей. На прикладі Київської області було проведено чисельний експеримент з урахуванням таких автомобільних трас як М-01 Київ — Чернігів (Броварська траса), М-03 Київ — Харків (Бориспільська траса), Н-01 Київ — Знам'янка (Обухівська траса), М-05 Київ — Одеса (Білоцерківська траса), М-06 Київ — Чоп (Житомирська траса), М-07 Київ — Ковель (Варшавка), Р-02 Київ — Іванків (Вишгородська траса).

Результати цього дослідження можуть бути використані при проектуванні та будівництві нових об'єктів інфраструктури, зокрема для визначення оптимальної потужності заводу, його розміру та розвитку транспортних систем, що при грамотному плануванні дає можливість зменшити витрати на транспортування відходів, оптимізувати використання інфраструктури з переробки та утилізації сміття і забезпечити стабільне постачання сировини для вторинної переробки.

ПЕРЕЛІК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

- 1) Тверді побутові відходи в Україні: Потенціал розвитку. Сценарії розвитку галузі поводження з твердими побутовими відходами [Текст] // Міжнародною фінансовою корпорацією (ШС, Група Світового банку). - Київ. - 2015. - 114 с
- 2) Відходи виробництва і споживання та їх вплив на ґрунти і природні води: Навчальний посібник / За ред. В.К. Хільчевського. - К.: Видавничополіграфічний центр "Київський університет", 2007. - 152с.
- 3) Черп О. М., Вініченко В.Н. Проблема твердих побутових відходів: комплексний підхід. – [http:// www.ecologia.nier.org](http://www.ecologia.nier.org).
- 4) Радовенчик, В. М. Тверді відходи: збір, переробка, складування: навчальний посібник / В. М. Радовенчик, М. Д. Гомеля. —К: Кондор, 2010. – 549с.
- 5) Asefi H., Shahparvari S., Chhetri P. Integrated Municipal Solid Waste Management under uncertainty: A tri-echelon city logistics and transportation context // Sustainable Cities and Society. – 2019. – Т. 50. – С. 101606.
- 6) Gorsevski P. V. et al. Integrating multi-criteria evaluation techniques with geographic information systems for landfill site selection: a case study using ordered weighted average // Waste management. – 2012. – Т. 32. – №. 2. – С. 287-296.
- 7) Asgari N. et al. A memetic algorithm for a multi-objective obnoxious waste location-routing problem: a case study // Annals of Operations Research. – 2017. – Т. 250. – №. 2. – С. 279-308.
- 8) Berglund P. G., Kwon C. Robust facility location problem for hazardous waste transportation // Networks and spatial Economics. – 2014. – Т. 14. – №. 1. – С. 91-116.
- 9) Mohammed F.M. Abushammala. Site selection of municipal solid waste incineration plant using GIS and multicriteria decision analysis //Journal of the Air & Waste Management Association, 2022. - 72 p.

- 10) Кондрук Н. Е. Багатокритеріальна оптимізація лінійних систем: навч. посібник / Н. Е. Кондрук, М. М. Маляр – Ужгород: РА “АУТДОР-ШАРК”, 2019. – 6-7 с.
- 11) Osborne, Martin J.; Rubinstein, Ariel (12 Jul 1994). *A Course in Game Theory*. Cambridge, MA: MIT. p. 14.
- 12) Kreps D.M. "Nash Equilibrium." In: Palgrave Macmillan (eds) *The New Palgrave Dictionary of Economics*. Palgrave Macmillan, 1987, London.
- 13) Загальна теорія ігор: конспект лекцій [Електронний ресурс]: навчальний посібник для здобувачів ступеня магістра за освітньою програмою «Математичні методи моделювання, розпізнавання образів та комп'ютерного зору» спеціальності 113 Прикладна математика / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад. І.М. Терещенко – Електронні текстові дані (1 файл: 3,77 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. – 59-63 с.
- 14) Myerson, R.B. *Game Theory: Analysis of Conflict*. Harvard University Press, 1991 - pp. 417-482
- 15) Morgenstern, Oskar and John von Neumann (1947) *The Theory of Games and Economic Behavior* Princeton University Press.
- 16) Prisner, Erich. *Game Theory Through Examples* / Franklin University Switzerland, 2014. — 284 с.

ДОДАТОК А

Таблиця 1.

Міста, населенні пункти Київської області та райони Києва.

Назва	Довгота	Широта	Кількість сміття, тонн	Землі запасу (не надані у власність або постійне користування)
Голосіївський район	50,4000	30,5000	74280	10
Дарницький район	50,4000	30,6300	94410	10
Деснянський район	50,5200	30,6800	107490	25
Дніпровський район	50,4500	30,5200	106410	10
Оболонський район	50,5200	30,5500	95700	14
Печерський район	50,4200	30,5000	45600	2
Подільський район	50,4700	30,3700	59430	9
Святошинський район	50,4500	30,5200	102210	53,78
Солом'янський район	50,4500	30,11209	114977,7	10

Шевченківський район	50,4700	30,95501	65670	2
Біла Церква	49,8093	30,1121	25849,5	5162,6
Бориспіль	50,3526	30,9550	16000,8	5162,6
Ірпінь	50,5217	30,2506	11985	1069,85
Буча	50,5434	30,2120	8483,7	956,32
Вишневе	50,3891	30,305	10288,5	1203,78
Васильків	50,18693	30,31346	11802	2621,87
Обухів	50,1069	30,61848	9821,1	1348,24
Фастів	50,0767	29,9177	15465,6	4490,1776
Переяслав - Хмельницький	50,0673	31,4497	9486,3	739,86
Вишгород	50,5847	30,4898	22867	1834,201
Миронівка	49,6600	30,9823	13253	2391,9
Тереїв	49,3700	29,6900	12640	11147,78
Українка	50,1432	30,7461	13978	130,364
Яготин	50,2798	31,7625	23556	756,85
Боярка	50,3191	30,2973	34502	576,35
Кагарлик	49,8623	30,8282	13802	805,37
Богуслав	49,54939	30,8744	16911	6522,8
Сквира	49,7312	29,66569	18009	4818,76

Тараща	49,55832	30,49259	13307	3607,08
Ржищів	49,9688	31,0463	8436	567,92
Іванків	50,9400	29,9000	10424	2746,7
Макарів	50,4641	29,8112	11860	6050,6
Бородянка	50,64454	29,9201	12353	5030,15
Баришівка	50,3609	31,3217	10925	1030,5266
Згурівка	50,5028	31,7849	6629	856,39
Коцюбинське	50,4884	30,3296	13934	10,26
Велика Димерка	50,5900	30,6100	10105	4383,59
Клавдієво - Тарасове	50,5842	30,0031	4727	3037,71
Бровари	50,5181	30,8067	86165	1341,08
Білогородка	50,481	30,2238	3868,5	1352
Дмитрівка	50,4531	30,190	632,1	1539
Мотижин	50,3816	29,936	303,3	3055,2
Копилів	50,406	29,892	399,3	6527,5
Нові Петрівці	50,623	30,446	2310	1598,2
Старі Петрівці	50,6525	30,4158	888,9	1359,9
Демидів	50,727	30,327	2047,5	1462,2
Димер	50,7819	30,3019	1101	1096,2
Катюжанка	50,804	30,133	1272	986,35

Гоголів	50,5202	31,029	1054	2015,3
Богданівка	50,6269	30,9127	902,1	2410,5
Шевченкове	50,6455	31,045	1017,6	2023,59
Семиполки	50,71944	30,93611	915	2536,25
Березань	50,3075	31,485	4814,1	1025,3

ДОДАТОК Б

Програмний код

Тексти інструментальних програм для проведення експериментальних досліджень необхідно виносити у додатки.

#Вибір сім трас, представлення кожної траси як вісь, побудова проекції кількості ТПВ та кількості вільних земель зе території, що прилягають до автомобільного шляху на кожну вісь

```
import pandas as pd
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import seaborn as sns
import folium
import geopy
```

#Представлення кожної траси як вісь, зображення їх та населені пункти на карті

```
x, y = "Latitude", "Longitude"
```

```
color = "cluster"
```

```
#size = "Ygarbage"
```

```
popup = "Name"
```

```
#marker = "centroids"
```

```
data = df.copy()
```

```
map_ = folium.Map(location=location, tiles="cartodbpositron",
                  zoom_start=11)
```

```
#####Line
```

```
Zhutomursla = [
```

```
    (50.444741, 30.573116),
```

```
    (50.4084915678784, 29.57858910901466)
```

```
]
```

```
Brovarska = [
```

```
    (50.444741, 30.573116),
```

```
    (50.71434, 31.19249)
```

```
]
```

```
Boryspilska = [  
    (50.444741, 30.573116),  
    (50.24129, 32.09381)  
]
```

```
Obuhivska = [  
    (50.444741, 30.573116),  
    (49.33991354025138, 30.705874885020894)  
]
```

```
BilaCerkva = [  
    (50.444741, 30.573116),  
    (49.25627, 29.70067)  
]
```

```
Wasawka = [  
    (50.444741, 30.573116),  
    (50.73377, 29.58354)  
]
```

```
Vushgorod = [  
    (50.444741, 30.573116),  
    (51.31492, 29.3836)  
]
```

```
Dnipro1 = [  
    (50.444741, 30.573116),  
    (51.0329, 30.48735)  
]
```

```
Dnipro2 = [  
    (50.444741, 30.573116),  
    (49.937289, 31.216484)  
]
```

```
Line1 = [  
    (50.444741, 30.573116),  
    (51.0329, 30.48735)  
]
```

```
(50.444741, 30.573116),
(50.52089440350703, 31.55706843651806)
]
```

```
Line2 = [
    (50.444741, 30.573116),
    (49.268901366812095, 30.295215878379643)
]
```

```
Line3 = [
    (50.444741, 30.573116),
    (49.73236, 28.98919)
]
```

```
Line4 = [
    (50.444741, 30.573116),
    (50.57288, 29.49449)
]
```

```
Line5 = [
    (50.444741, 30.573116),
    (50.97843, 29.44104)
]
```

```
folium.PolyLine(Zhutomursla, color='#808080', popup= "Zhutomursla"
).add_to(map_)
```

```
folium.PolyLine(Brovarska, color='#808080',
tooltip="Brovarska").add_to(map_)
```

```
folium.PolyLine(Boryspilska,color='#808080',
tooltip="Boryspilska").add_to(map_)
```

```
folium.PolyLine(Obuhivska,color='#808080',
tooltip="Obuhivska").add_to(map_)
```

```
folium.PolyLine(BilaCerkva,color='#808080', tooltip="Bila
Cerkva").add_to(map_)
```

```

folium.PolyLine(Wasawka, color='#808080',
tooltip="Wasawka").add_to(map_)

folium.PolyLine(Vushgorod,color='#808080',
tooltip="Vushgorod").add_to(map_)

folium.PolyLine(Dnipro1, dash_array='10', tooltip="Dnipro1").add_to(map_)

folium.PolyLine(Dnipro2, dash_array='10', tooltip="Dnipro2").add_to(map_)

folium.PolyLine(Line1, dash_array='10', tooltip="Line1").add_to(map_)

folium.PolyLine(Line2, dash_array='10', tooltip="Line2").add_to(map_)

folium.PolyLine(Line3,dash_array='10', tooltip="Line3").add_to(map_)

folium.PolyLine(Line4, dash_array='10', tooltip="Line4").add_to(map_)

folium.PolyLine(Line5, dash_array='10', tooltip="Line5").add_to(map_)

lst_elements = sorted(list(df[color].unique()))
lst_colors = ['#%06X' % np.random.randint(0, 0xFFFFFF) for i in
               range(len(lst_elements))]
data["color"] = data[color].apply(lambda x:
                                   lst_colors[lst_elements.index(x)])
scaler = preprocessing.MinMaxScaler(feature_range=(3,15))
data["size"] = scaler.fit_transform(
    data[size].values.reshape(-1,1)).reshape(-1)
data.apply(lambda row: folium.CircleMarker(
    location=[row[x],row[y]], popup=row[popup],
    fill=True,
    radius=row["size"]
    ).add_to(map_), axis=1)
map_
from shapely.geometry import Point
from shapely.geometry import LineString
# проєкції на трасу Київ - Чернігів
l_brov = brovary.shape[0]

```

```

trace1 = LineString([(50.71434, 31.19249), (50.444741 , 30.573116)])
for i in range(l_brov):
    print (brovary.Name[i])
    point = Point(brovary.Latitude[i], brovary.Longitude[i])
    x = np.array(point.coords[0])
    u = np.array(trace1.coords[0])
    v = np.array(trace1.coords[len(trace1.coords)-1])
    n = v - u
    n /= np.linalg.norm(n, 2)
    P = u + n*np.dot(x - u, n)
    print(P)
print(' ')
bro_p = pd.DataFrame({'Projection': ['Dniprotsky district', 'Desnyan district',
'Brovary', 'Velyka Dymarka'],
                      'Latitude': [50.42614126, 50.49584218, 50.54190657,
50.59115911],
                      'Longitude': [30.53038515, 30.69051533, 30.7963432,
30.90949547 ]})
print (' ')
# проєкції на трасу Київ - Харків
l_borisp = boryspil.shape[0]
i = 0
trace2 = LineString([(50.24129, 32.09381), (50.444741 , 30.573116)])
for i in range(l_borisp):
    print (boryspil.Name[i])
    point = Point(boryspil.Latitude[i], boryspil.Longitude[i])
    x = np.array(point.coords[0])
    u = np.array(trace2.coords[0])
    v = np.array(trace2.coords[len(trace2.coords)-1])
    n = v - u
    n /= np.linalg.norm(n, 2)
    P = u + n*np.dot(x - u, n)
    print(P)
print(' ')
bory_p = pd.DataFrame({'Projection': ['Darnytskyi district',
'Boryspil', 'Baryshchivka', 'Pereyaslav-Khmelnytskyi', 'Zgurivka ', 'Yagotyn' ],
                      'Latitude': [50.43647766, 50.39292784, 50.344873,
50.32289238, 50.28648699, 50.28648699],

```

```

        'Longitude': [30.63488028, 30.96039335, 31.31957909,
31.48387322, 31.75598521, 31.76323162]})
# проєкції на трасу Київ - Знам'янка
l_obukhivska = obukhivska.shape[0]
i = 0
trace3 = LineString([(49.33991354025138, 30.705874885020894),
(50.444741 , 30.573116)])
for i in range(l_obukhivska):
    print (obukhivska.Name[i])
    point = Point(obukhivska.Latitude[i], obukhivska.Longitude[i])
    x = np.array(point.coords[0])
    u = np.array(trace3.coords[0])
    v = np.array(trace3.coords[len(trace3.coords)-1])
    n = v - u
    n /= np.linalg.norm(n, 2)
    P = u + n*np.dot(x - u, n)
    print(P)
print(' ')
obukhiv_p = pd.DataFrame({'Projection': ['Pechersk district', 'Obukhiv',
'Ukrainka', 'Rzhyshev', 'Kagarlyk', 'Myronivka', 'Bohuslav', 'Tarasha '],
        'Latitude': [50.42309029, 50.10632534, 50.12696971,
49.91958614, 49.84041042, 49.6227068 , 49.52644624, 49.58047537],
        'Longitude': [30.5757176, 30.61378089, 30.61130021,
30.63621995, 30.6457339 , 30.67189373, 30.68346064, 30.67696836]})

# проєкції на трасу Київ - Одеса
l_bila = bila.shape[0]
i = 0
trace4 = LineString([(49.25627, 29.70067), (50.444741 , 30.573116)])
for i in range(l_bila):
    print (bila.Name[i])
    point = Point(bila.Latitude[i], bila.Longitude[i])
    x = np.array(point.coords[0])
    u = np.array(trace4.coords[0])
    v = np.array(trace4.coords[len(trace4.coords)-1])
    n = v - u
    n /= np.linalg.norm(n, 2)
    P = u + n*np.dot(x - u, n)
    print(P)

```

```

bila
print(' ')
bila_p = pd.DataFrame({'Projection': ['Pechersk district', 'Holosiivskyi district',
'Boyarka', 'Vasylkiv', 'Fastiv', 'Bila Tserkva', 'Skvira', 'Teteiv '],
                        'Latitude': [50.41763688, 50.38078918, 50.23152251,
50.1533477, 49.89293015, 49.81195617 , 49.54857261, 49.32508406 ],
                        'Longitude': [30.55321911, 30.52616953, 30.4165942,
30.35920677, 30.16803656, 30.10859428, 29.91524675, 29.75118579 ]})

# проєкції на трасу Київ - Чоп
l_zhytomyrka = zhytomyrka .shape[0]
i = 0
trace5 = LineString([(50.40769, 29.58174), (50.444741 , 30.573116)])
for i in range(l_zhytomyrka):
    print (zhytomyrka.Name[i])
    point = Point(zhytomyrka.Latitude[i], zhytomyrka.Longitude[i])
    x = np.array(point.coords[0])
    u = np.array(trace5.coords[0])
    v = np.array(trace5.coords[len(trace5.coords)-1])
    n = v - u
    n /= np.linalg.norm(n, 2)
    P = u + n*np.dot(x - u, n)
    print(P)
print(' ')
zhytom_p = pd.DataFrame({'Projection': ['Svyatoshyn district', 'Vyshneve',
'Makariv', 'Solomyansky district'],
                        'Latitude': [50.43716781, 50.43710156, 50.41633536,
50.44276598],
                        'Longitude': [30.37047958, 30.36870714, 29.81306438,
30.52027036]})

# проєкції на трасу Київ - Ковель
l_warsawka = warsawka.shape[0]
i = 0
trace6 = LineString([(50.73377, 29.58354), (50.444741 , 30.573116)])
for i in range(l_warsawka):
    print (warsawka.Name[i])
    point = Point(warsawka.Latitude[i], warsawka.Longitude[i])
    x = np.array(point.coords[0])

```

```

u = np.array(trace6.coords[0])
v = np.array(trace6.coords[len(trace6.coords)-1])
n = v - u
n /= np.linalg.norm(n, 2)
P = u + n*np.dot(x - u, n)
print(P)
warsawka
print(' ')
warsawka_p = pd.DataFrame({'Projection': ['Podilsky district', 'Kotsyubynske ',
'Irpin', 'Bucha', 'Klavdievo-Tarasov', 'Borodyanka '],
                           'Latitude': [50.46640309, 50.51371168, 50.53760174,
50.54967913, 50.60688489, 50.54967913 ],
                           'Longitude': [30.49894944, 30.33697455, 30.25517987,
30.21382936, 30.01796858, 29.91757831]})
# проєкції на трасу Київ - Іванків
l_vyshhorodska = vyshhorodska.shape[0]
i = 0
trace7 = LineString([(51.31492, 29.3836), (50.444741 , 30.573116)])
for i in range(l_vyshhorodska):
    print (vyshhorodska.Name[i])
    point = Point(vyshhorodska.Latitude[i], vyshhorodska.Longitude[i])
    x = np.array(point.coords[0])
    u = np.array(trace7.coords[0])
    v = np.array(trace7.coords[len(trace7.coords)-1])
    n = v - u
    n /= np.linalg.norm(n, 2)
    P = u + n*np.dot(x - u, n)
    print(P)

print(' ')
vyshhorod_p = pd.DataFrame({'Projection': ['Obolonsky district', 'Vyshhorod',
'Ivankiv'],
                           'Latitude': [50.50581789, 50.53325369, 50.93814516 ],
                           'Longitude': [30.48962521, 30.45212105, 29.89864311]})

```