

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
ІМЕНІ ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

ФАКУЛЬТЕТ ЕЛЕКТРОЕНЕРГОТЕХНІКИ ТА АВТОМАТИКИ

КАФЕДРА ЕЛЕКТРОМЕХАНІКИ

«На правах рукопису»

УДК _____

«До захисту допущено»

Завідувач кафедри

В.Ф.Шинкаренко

(підпис)

(ініціали, прізвище)

“ ” _____ 2018 р.

Магістерська дисертація

на здобуття ступеня магістра

зі спеціальності _____ 8.05070201 – Електричні машини і апарати
(код і назва)

на тему: «Аналіз високочастотних процесів в шихтованих магнітних осердях» _____

Виконав (-ла): студент (-ка) 6 курсу, групи ЕМ-61м
(шифр групи)

Вівчаренко Олег Олегович

(прізвище, ім'я, по батькові)

(підпис)

Науковий керівник _____

(посада, науковий ступінь, вчене звання, прізвище та ініціали)

(підпис)

Консультант _____

(назва розділу)

(науковий ступінь, вчене звання, прізвище, ініціали)

(підпис)

Рецензент _____

(посада, науковий ступінь, вчене звання, науковий ступінь, прізвище та ініціали)

(підпис)

Засвідчую, що у цій магістерській дисертації немає запозичень з праць інших авторів без відповідних посилань.

Студент _____

(підпис)

Київ – 2018

**Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут
імені Ігоря Сікорського»**

Факультет електроенерготехніки та автоматики
(повна назва)

Кафедра електромеханіки
(повна назва)

Рівень вищої освіти – другий (магістерський)

Спеціальність 8.05070201 - Електричні машини і апарати
(код і назва)

ЗАТВЕРДЖУЮ
Завідувач кафедри
В.Ф.
Шинкаренко
(підпис) (ініціали, прізвище)
« » 20 р.

**ЗАВДАННЯ
на магістерську дисертацію студенту**

(прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема дисертації Аналіз високочастотних процесів в шихтованих магнітних осердях,
науковий керівник дисертації Коваленко Михайло Анатолійович, к.т.н., доц.,

(прізвище, ім'я, по батькові, науковий ступінь, вчене звання)

затверджені наказом по університету від «**17» квітня** 2018 р. № **1365-С**

2. Термін подання студентом дисертації 15.12.2018

3. Об'єкт дослідження шихтоване магнітне осердя малопотужних асинхронних двигунів

4. Предмет дослідження Високочастотні процеси в шихтованому магнітному осерді

5. Перелік завдань, які потрібно розробити аналіз літературних джерел за темою дослідження, розробка двовимірних та тривимірних графічних моделей, розробка чисельних польових математичних моделей

високочастотних процесів в шихтованих магнітних осердях, аналіз отриманих результатів, висновки до роботи

6. Орієнтовний перелік ілюстративного матеріалу 15 слайдів презентації, 4 плакати А1.

7. Орієнтовний перелік публікацій 2 тези доповідей на науково-практичних конференціях, підготовка статті до фахового видання категорії Б

8. Консультанти розділів дисертації

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	завдання прийняв

9. Дата видачі завдання 18.04.2018.

Календарний план

№ з/п	Назва етапів виконання магістерської дисертації	Строк виконання етапів магістерської дисертації	Примітка
1	Аналіз літературних джерел за темою дослідження	18.04.2018-25.05.2018	виконано
2	Розробка двовимірних та тривимірних графічних моделей, розробка чисельних польових математичних моделей високочастотних процесів в шихтованих магнітних осердях	25.05.2018-15.09.2018	виконано
3	Розробка чисельних польових математичних моделей високочастотних процесів в шихтованих магнітних осердях	15.09.2018-15.10.2018	виконано
4	Аналіз отриманих результатів	15.10.2018-01.11.2018	виконано
5	Висновки до роботи	01.11.2018-15.11.2018	виконано
6	Оформлення дисертаційної роботи	15.11.2018-01.12.2018	виконано

Студент

(підпис) Олег ВІВЧАРЕНКО
(ініціали, прізвище)

Науковий керівник дисертації

(підпис) Михайло КОВАЛЕНКО
(ініціали, прізвище)

РЕФЕРАТ

Дана магістерська дисертація складається з 90 сторінок, 60 ілюстрацій, 15 таблиць 13 джерел інформації.

Методика аналізу високочастотних процесів у шихтованих магнітних осердях є актуальною проблемою, оскільки жоден з існуючих методів не є досить точним та реалістичним щоб показати швидкоплинні процеси у листах сталі на мікро-рівні.

Робота складалась із декількох етапів: розробка моделі, математичне моделювання та експериментальні дослідження які повністю відповідають математичному моделюванню.

Результати моделювання дозволяють більш обґрунтовано аналізувати складні швидкоплинні електромагнітні процеси в шихтованих осердях. Результати моделювання дозволяють обґрунтовано у тривимірному просторі отримати картину електромагнітного поля при впливі змінного струму.

ЗМІСТ

ВСТУП	7
РОЗДІЛ 1. МЕТОДИ, ЗАСОБИ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ШИХТОВАНИХ МАГНІТНИХ ОСЕРДЬ	10
1.1 Метод інтегральних рівнянь	13
1.2 Чисельні методи математичного моделювання ламінованих магнітних осердь	23
1.3 Порівняння методів моделювання	31
РОЗДІЛ 2 МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ШИХТОВАНОГО ОСЕРДЯ МАГНІТОПРОВОДА.....	35
2.1 Розробка польових математичних моделей для оцінки шихтованого магнітного осердя.....	35
2.1.1 Побудова геометрії в системі автоматизованого проектування SolidWorks 2014.....	36
2.1.2. Розрахункова область системи електромагнітного поля	39
2.1.3 Запис тривимірної математичної польової моделі в середовищі COMSOL Multiphysics 5.2a.....	42
2.1.4 Особливості чисельної реалізації моделі	45
2.2 Ефект близькості	48
2.3.1 Втрати в магнітопроводі.....	52
2.3.2 Математичне моделювання струмів Фуко в шихтованому магнітному осерді.....	56
2.3.3 Математичне моделювання втрат на гістерезис в шихтованому магнітному осерді.....	59
РОЗДІЛ 3 РЕЗУЛЬТАТИ МОДЕЛЮВАННЯ	64
3.1 Результати розрахунків втрат при 50 Гц в бездефектному магнітопроводі.....	64
3.3 Оцінка якості магнітного осердя асинхронного двигуна в частотними методами	81

3.3.1 Новий метод дослідження якості магнітопроводів	87
РОЗДІЛ 4 ПОРІВНЯННЯ ТЕОРЕТИЧНИХ ТА	
ЕКСПЕРЕМЕНТАЛЬНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ.....	94
4.1 Ефект близькості в пакеті листів магнітопроводу.....	94
4.2 Порівняння експериментальних розрахунків з теоретичними.....	99
ВИСНОВКИ.....	103
СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ.....	104

ВСТУП

Шихтовані магнітопроводи електричних машин являються активними частинами на ряду з обмоткою і є основою магнітної системи електричної машини.

Актуальність даної роботи обумовлена зростанням вимог до надійності роботи електромеханічних перетворювачів з шихтованими магнітопроводами, а також зростанням інтересу до виробництва високочастотних ЕМ з великими питомими масо-енергетичними показниками. Проблема Надійності Експлуатації ЕМ погіршується необхідністю використання в теперішній час ЕМ з майже вичерпним ресурсом через брак коштів для придбання нового устаткування.

Серед існуючих методів діагностики можна виділити локальні індукційні, які дозволяють виявляти й розрізняти основні види пошкоджень пакета - розпушування (послаблення пресування) і закорочування листів активної сталі. Однак при цьому відкритими залишаються питання досягнення необхідного рівня вірогідності діагностики й можливості точного визначення місць залягання дефектів і їх геометрії. До того ж локальні методи досить трудомісткі у застосуванні, що істотно знижує їх ефективність.

Тому вивчення електромагнітних процесів, зокрема висчаст є важливою і сучасною задачею. Швидкоплинні електромагнітні процеси, що виникають у шихтованих магнітопроводах ЕМ можуть бути використані в цілях контролю якості магнітопровода в процесі виробництва, експлуатації і ремонту. Пошкодження магнітопровода призводять до погіршення властивостей осердь, а також безпосередньо впливають на надійність і робочі характеристики електричних машин. Тому потрібне більш глибоке вивчення електромагнітних швидкоплинних процесів в ламінованих осердях при застосуванні

сучасних методів розрахунку електромагнітних полів для обґрунтованого застосування відповідних фізичних процесів для оцінки стану міжлистової ізоляції.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами: дана магістерська дисертація виконується в рамках науково-дослідної роботи.

Метою роботи є розробка математичної моделі шихтованого магнітопровода та аналіз швидкоплинних електромагнітних явищ. Основними вимогами до математичного моделювання є максимально докладне та реальне відображення електромагнітних процесів у шихтованих магнітопроводах.

Об'єкти досліджень: тороїдальні шихтовані магнітопроводи з пошкодженою міжлистовою ізоляцією.

Предмет досліджень: високочастотні процеси в шихтованих магнітопроводах.

Методи досліджень: графічна побудова та чисельні моделювання мультифізичних швидкоплинних процесів у шихтованих магнітопроводах у програмному математичному пакеті Comsol Multiphysics. Comsol Multiphysics – це інтегрована платформа для моделювання, що включає в себе всі його етапи: від створення геометрії, визначення механічних властивостей матеріалів і опису фізичних явищ, до налаштування рішення і процесу обробки поста, що дозволяє отримувати точні і надійні результати.

Наукова новизна: 1) вперше було отримано зв'язок ефекту близькості листів магнітопроводу при високій частоті на параметри різного рівня дефектності;

2) створено тривимірну математичну модель високочастотних процесів у шихтованих магнітопроводах різного ступеня дефектності.

Практичне значення одержаних результатів: 1) Результати моделювання дозволяють більш обґрунтовано аналізувати складні

швидкоплинні електромагнітні процеси в шихтованих осердях у порівнянні з класичним підходом у вигляді розв'язань інтегральних рівнянь Максвелла;

2) Результати моделювання дозволяють обґрунтовано у тривимірному просторі отримати картину електромагнітного поля при впливі високочастотних процесів;

3) Проведений в роботі аналіз дозволяє обґрунтовано провести розділення втрат на гістерезис та вихрові струми в шихтованих осердях при різних частотах, що дає дефективного магнітопровода оцінити переважний вплив погіршення міжлистової ізоляції магнітопровода, або погіршення магнітних властивостей осердя.

Апробація результатів дисертації: 1) Міжнародний науково-технічний журнал молодих учених, аспірантів і студентів «СУЧАСНІ ПРОБЛЕМИ ЕЛЕКТРОЕНЕРГОТЕХНІКИ ТА АВТОМАТИКИ»; 2) XVI МЕЖДУНАРОДНА НАУЧНА ПРАКТИЧНА КОНФЕРЕНЦІЯ.

Публікації: 1) «Дослідження динамічних процесів роботи тягового двигуна постійного струму НБ-418 кВ приводу грузопасажирського електровозу ВЛ80к»; 2) «Визначення втрат у шихтованому магнітопроводі польовим методом при живленні напругою змінної частоти».

Ключові слова: магнітопровод, обмотка збудження, вимірювальна обмотка, моделювання, швидкоплинні процеси.

РОЗДІЛ 1. МЕТОДИ, ЗАСОБИ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ШИХТОВАНИХ МАГНІТНИХ ОСЕРДЬ

Змінний електричний струм розподіляється нерівномірно по перетину проводів. На поверхні проводів щільність струму має найбільше значення і зменшується в міру віддалення від поверхні. Це явище називається поверхневим ефектом.

Змінний магнітний потік в тілах, що володіють кінцевої провідністю, викликає в цих тілах вихрові струми, які послаблюють магнітний потік усередині провідного тіла. Цей ефект іноді називають розмагнічуючої дії вихрових струмів. По суті, і в цьому випадку ми маємо справу з явищем поверхневого ефекту.

Явище поверхневого ефекту можна пояснити, розглядаючи проникнення електромагнітного поля вглиб провідного тіла.[1]

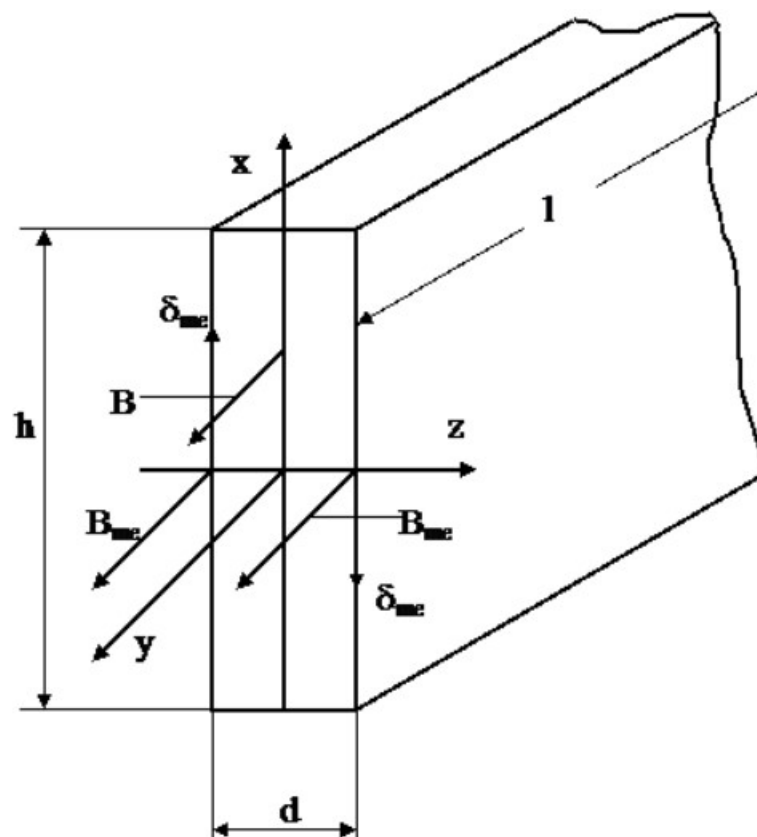


Рисунок 1.1. Модель сталюого листа у розрізі

Поле в сталевому листі, уздовж якого проходить змінний синусоїдальний потік Φ , під дією цього потоку (відповідно до закону електромагнітної індукції) наводяться електрорушійні сили і виникають вихрові струми. Лист має товщину d , висоту h і довжину l (рис. 1.1). Зазвичай довжина і висота листа значно перевершують його товщину ($h \gg d, l \gg d$).

При цьому можна знехтувати викривленням ліній струму у країв листа і вважати, що вони спрямовані паралельно поверхні листа і перпендикулярно лініям магнітної індукції. За даних умов електромагнітну хвилю можна вважати плоскою.

Початок координат помістимо в середині перетину листа. Зробимо допущення, що $m = \text{const}$. При цьому для дослідження поля можна використовувати рівняння і рішення. Однак для визначення постійних інтегрування тут необхідно поставити свої граничні умови. Так, оскільки електромагнітні хвилі проникають в лист з двох його сторін то на обох поверхнях листа вектори магнітної індукції і напруженості магнітного поля повинні бути однаковими. Ця вимога дотримується за умови: $A_1 = A_2 = A$.

Отже,

$$\dot{H} = A(e^{-az} + e^{az}) = 2A \cosh(az) \quad (1.1)$$

$$\dot{B} = 2A\mu A\mu(az) = \dot{B}_0 \cosh(az) \quad (1.2)$$

$$\sigma = \gamma \dot{E} = d\dot{H}/dz = -2Aa \sinh(az) = -\dot{B}_0 a / \mu \quad (1.3)$$

де $\dot{B}_0 = 2A\mu$ являє собою значення $\dot{B}$ в середині листа ($z=0$). Відношення магнітної індукції в листі до магнітної індукції в середній площині листа:

$$\dot{B}/\dot{B}_0 = \cosh(az) \quad (1.4)$$

Ліва і права частини останньої формули є комплексами. Модуль $\cosh(az)$ показує у скільки разів модуль магнітної індукції в листі більше модуля магнітної індукції в середині листа.

$$|\operatorname{ch} az|^2 = \operatorname{ch}(kz + jkz) \operatorname{ch}(kz - jkz) = 1/2 [\operatorname{ch} 2kz + \cos 2kz] \quad (1.5)$$

таким чином

$$|\operatorname{ch} az| = \sqrt{\frac{1}{2} [\operatorname{ch} 2kz + \cos 2kz]} \quad (1.6)$$

отже

$$B = B_0 \sqrt{\frac{1}{2} [\operatorname{ch} 2kz + \cos 2kz]} \quad (1.7)$$

по аналогії визначається величина амплітуди густини струму:

$$\sigma = |\alpha| \frac{B_0}{\mu} \sqrt{\frac{1}{2} [\operatorname{ch} 2kz + \cos 2kz]} \quad (1.8)$$

$$\text{де } |\alpha| = \sqrt{\mu \gamma}$$

На рис. 1.2 приведена крива B / B_0 в функції від $2kz$. З кривої видно, що при значенні $kz = 0,7$ нерівномірність розподілу магнітного потоку ще практично непомітна.

Однак при частоті $f = 2000$ Гц отримуємо $kz = 4.4$, і, відповідно, ставлення амплітуди індукції на поверхні B до амплітуди індукції B_0 в середині листа являється рівним $B / B_0 = 4.5$.

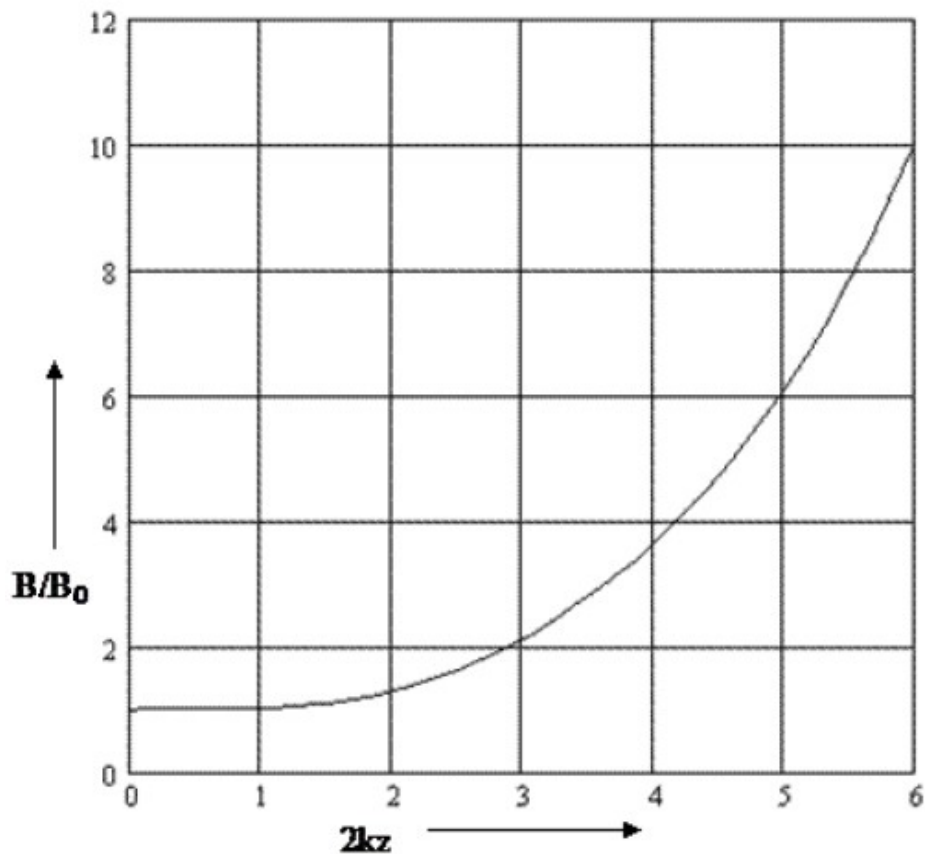


Рисунок 1.2 – Відношення магнітної індукції до функції $2kz$

1.1 Метод інтегральних рівнянь

Розподіл густини струму в тонкій, але порівняно довгій електропровідній пластині. Розміщення пластини в системі координат показано на рис.1. Якщо для відношення висоти та ширини пластини справедлива нерівність $2h \gg 2b$, то можна знехтувати просторовою залежністю від ординати Y , так як при цьому не буде допущено великої похибки. Якщо струм проходить у напрямку осі Z , то при такому спрощенні напруженість магнітного поля має тільки одну складову

$$H = jH_y \quad (1.9)$$

та аналогічно напруженість електричного поля має тільки складову

$$E = kE_z \quad (1.10)$$

Якщо провідник має питому провідність γ (1/ом•м), магнітну проникність μ (гн/м) і вектори магнітного та електричних полів змінюються гармонічно в часі з кутовою швидкістю ω (рад/сек), то з рівнянь Максвелла можна отримати диференціальні рівняння другого порядку: для вектора напруженості магнітного поля

$$d^2H/dx^2=k^2H \quad (1.11)$$

для вектора напруженості електричного поля

$$d^2E/dx^2=k^2E \quad (1.12)$$

k^2 – величина відома

$$k^2=j\omega\gamma\mu \quad (1.13)$$

Рішення обох рівнянь:

$$H=H_1e^{kx}+H_2e^{-kx} \quad (1.14)$$

$$E=E_1e^{kx}+E_2e^{-kx} \quad (1.15)$$

Постійні інтегрування H_1 , H_2 , H_3 , H_4 легко визначаються з відомих значень на границі. З рисунка також видно, що з міркувань симетрії магнітне поле повинно бути виражено непарною функцією

$$H(+x) = -H(-x) \quad (1.16)$$

Тоді, відповідно, для перших двох постійних повинен бути справедливим вираз:

$$H_1 = -H_2 = H_0/2 \quad (1.17)$$

Аналогічно для напруженості електричного поля з міркувань симетрії справедливо

$$E(+x)=E(-x) \quad (1.18)$$

тобто умова парності функції, з якого випливає рівняння

$$E_1=E_2=E_0/2 \quad (1.19)$$

Тоді обидва рішення простіше записати у вигляді

$$H=H_0 \operatorname{sh} kx \quad (1.20)$$

$$E=E_0 \operatorname{sh} kx \quad (1.21)$$

Для щільності струму відповідно до закону Ома справедливо співвідношення: $\sigma = \gamma E$

$$\Sigma = E_0 \gamma \operatorname{ch} kx \quad (1.22)$$

Для визначення постійної інтегрування E_0 достатньо розрахувати загальний струм в провіднику, заданий інтегралом:

$$I = 2h \int_{-b}^{+b} \sigma dx = \frac{4h}{k} \gamma E_0 \operatorname{sh} kb \quad (1.23)$$

Із цього виразу слідує значення для E_0 :

$$E_0 = \frac{kI}{4h\gamma} \cdot \frac{1}{\operatorname{sh} kb} \quad (1.24)$$

і напруженість електричного поля має вираз

$$E = \frac{kI}{4h\gamma} \cdot \frac{\operatorname{ch} kx}{\operatorname{sh} kb} \quad (1.25)$$

Для визначення постійної інтегрування H_0 достатньо визначити криволінійний інтеграл

$$\oint H ds = I \quad (1.26)$$

який визначається виразом

$$2hH_{(x=b)} + 2hH_{(x=-b)} = I \quad (1.27)$$

Після підстановки у рівняння для отримання постійної інтегрування можна отримати вираз

$$H_0 = \frac{I}{4h \operatorname{sh} kb} \quad (1.28)$$

і рівняння для магнітного поля матиме вигляд

$$H = \frac{I}{4h} \cdot \frac{\operatorname{sh} kx}{\operatorname{sh} kb} \quad (1.29)$$

Для визначення джоулівських втрат у провіднику необхідно знайти нелінійні розподіли густини струму по перерізу. Для σ справедливо

$$\sigma = \frac{kI}{4h} \cdot \frac{\operatorname{ch} kx}{\operatorname{sh} kb} \quad (1.30)$$

З виразу видно, що постійна k має комплексне значення

$$k = \frac{1+j}{a} \quad (1.31)$$

$$\text{де величина } a = \sqrt{\frac{2}{\omega \gamma \mu}}$$

Це так звана глибина проникнення. Отже, ясно, що з через трансформаційних змін координати X змінюється не тільки величина щільності струму, але і її фаза. Джоулеві втрати можна визначити або за допомогою вектора Пойнтінга, або за допомогою інтеграла за обсягом:

$$P = \frac{1}{\gamma} \int_V |\sigma|^2 dv \quad (1.32)$$

Нехай абсолютне значення густини струму задано твором комплексно сполучених величин:

$$|\sigma|^2 = \sigma \sigma^* \quad (1.33)$$

У цьому випадку втрати визначимо способом, при якому одночасно отримаємо уявлення про абсолютні величини густини струму на різних глибинах проводника.

З рівнянь можна отримати вираз

$$|\sigma| = \frac{\sqrt{2}I}{4ha} \sqrt{\frac{\operatorname{ch} \frac{2x}{a} + \cos \frac{2x}{a}}{\operatorname{ch} \frac{2b}{a} - \cos \frac{2b}{a}}} \quad (1.34)$$

Джоулеві втрати можна визначити інтегралом

$$P = \frac{2h}{\gamma} \int_{-b}^{+b} |\sigma|^2 dx = \frac{I^2}{4ah\gamma} \cdot \frac{\operatorname{sh} \frac{2b}{a} + \sin \frac{2b}{a}}{\operatorname{ch} \frac{2b}{a} + \cos \frac{2b}{a}}, \text{ Вт/м} \quad (1.35)$$

Для більших значень аргумента $2b/a$ обидві гіперболічні функції будуть мати значно більші числові значення, ніж тригонометричні. Для більших значень аргумента можна також замінити гіперболічні функції приблизними виразами:

$$\operatorname{sh} z \approx e^z/2 \approx \operatorname{ch} z \quad (1.36)$$

В такому випадку можна з точністю визначити втрати:

$$P \approx \frac{I^2}{4ah\gamma}, \frac{\text{Вт}}{\text{м}} \quad (1.37)$$

Рівняння для активних втрат:

$$P_0 = R_0 I^2 \quad (1.38)$$

Величина опору, яка діє на провідник змінного струму:

$$R_{\sim} = \frac{1}{4ah\gamma} \quad (1.39)$$

Відносне збільшення цього опору порівняно з активним, яке той же провідник має при постійному струмі:

$$R_0 = \frac{1}{4bh\gamma}, \frac{\text{ом}}{\text{м}} \quad (1.40)$$

буде:

$$R_{\sim} = \frac{b}{a} R_0, \frac{\text{ом}}{\text{м}} \quad (1.41)$$

При порівнянні цих формул можна помітити, що якщо $a \ll b$, то опору, змінного струму відповідає значно менший переріз, ніж провідник має в наявності.

Оскільки величина a згідно рівняння залежить від частоти, то, відповідно, і відношення b/a буде залежати від частоти. З визначеним наближенням можна сказати, що струм при виконанні рівняння проходить тільки в тонкому поверхневому шарі, товщина якого a . Опір плоского провідника змінному струму продемонстровано в таблиці 1.1

Таблиця 1.1– Опір плоского провідника змінному струму

b/a	$R_{\sim}/R_0$	b/a	$R_{\sim}/R_0$
0,25	1,0003	1,25	1,2
0,5	1,005	1,5	1,4
0,6	1,011	2	1,91
0,7	1,02	2,5	2,48
0,8	1,034	3	2,99
0,9	1,054	3	2,99

1	1,083	4	4
---	-------	---	---

У даній таблиці для розрахунку застосовується рівняння активного опору:

$$R_{\sim} = \frac{1}{4ah\gamma} \cdot \frac{\operatorname{sh} \frac{2b}{a} + \sin \frac{2b}{a}}{\operatorname{ch} \frac{2b}{a} - \cos \frac{2b}{a}} \quad (1.42)$$

З виразу для напруженості електричного поля можна визначити значення щільності струму на поверхні провідника, тобто при $x = \pm b$. Для так званого повного опору (імпедансу)

$$Z = \frac{E_{(x=b)}}{I}, \frac{\text{ом}}{\text{м}} \quad (1.43)$$

справедливо

$$Z = \frac{k}{4h\gamma} \operatorname{cth} kb \quad (1.44)$$

Даний вираз комплексний. Виділивши дійсну та уявну складові, отримаємо:

$$Z = R_{\sim} + j\omega L \quad (1.45)$$

де

$$R_{\sim} = \operatorname{Re} \left(\frac{k}{4h\gamma} \operatorname{cth} kb \right) \quad (1.46)$$

$$\omega L = \operatorname{Im} \left(\frac{k}{4h\gamma} \operatorname{cth} kb \right) \quad (1.47)$$

Якщо перетворити в цих виразах гіперболічні функції по комплексному аргументу, то можна отримати вираз для повного опору у новому вигляді:

$$R_{\sim} = \frac{1}{4ah\gamma} \cdot \frac{\operatorname{sh} \frac{2b}{a} + \sin \frac{2b}{a}}{\operatorname{ch} \frac{2b}{a} - \cos \frac{2b}{a}} \frac{\text{ом}}{\text{м}} \quad (1.48)$$

Вираз реактивного опору провідника

$$X = \omega L = \frac{1}{4ah\gamma} \cdot \frac{\operatorname{sh} \frac{2b}{a} - \sin \frac{2b}{a}}{\operatorname{ch} \frac{2b}{a} - \cos \frac{2b}{a}} \frac{\text{ом}}{\text{м}} \quad (1.49)$$

Відношення реактивного опору до збільшеного активного показано в таблиці 1.2.

Таблиця 1.2– Відношення реактивного опору до збільшення активного

b/a	$x/R_{\sim}$	b/a	$X/R_{\sim}$
0,25	0,042	1,25	0,85
0,5	0,166	1,5	0,98
0,6	0,237	2	0,985
0,7	0,32	2,5	0,99
0,8	0,41	3	0,995
0,9	0,51	4	1
1	0,61		

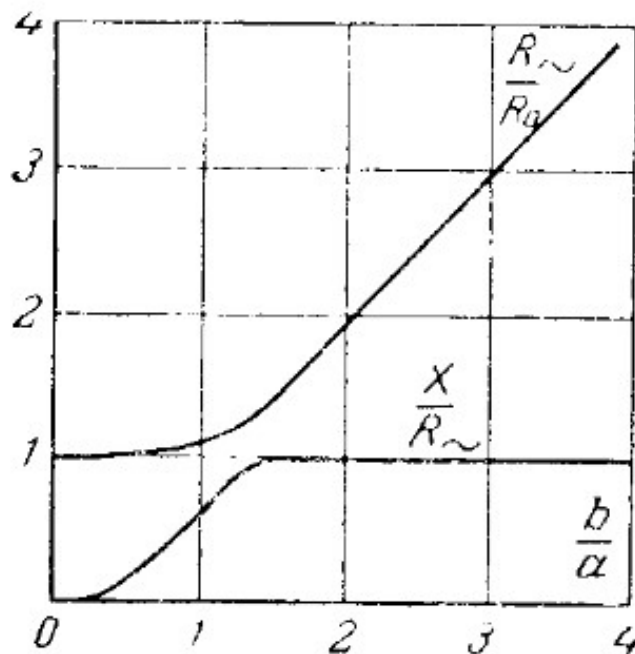


Рисунок 1.3– Залежності $R_{\sim}/R_0$ та $X/R_{\sim}$ від відносної товщини b/a

Графіки зміни значень $R_{\sim}/R_0$ та $X/R_{\sim}$ в залежності від відносної товщини b/a показані на рис.1.3.

Більш точний розрахунок активного та реактивного опорів провідника з перерізом у вигляді багатокутника можна з відомим

зближенням поверхні як двовимірну задачу. Для густини струму в цьому випадку справедливе диференціальне рівняння похідних:

$$\frac{d^2\sigma}{dx^2} + \frac{d^2\sigma}{dy^2} = k^2\sigma \quad (1.50)$$

де k – відома постійна (2-5). Якщо припустимо, що магнітний потік не проходить через поверхню розглянутого суцільного провідника в сусідній провідник, силові лінії в тонкому поверхневому шарі будуть повторювати контур його перетину. У цьому тонкому поверхневому шарі тоді всюди буде однакова густина струму:

$$\sigma_s = \sigma_0 \sin(\omega t + \varphi) \quad (1.51)$$

(для $x = \pm b$; $y = \pm h$).

Якщо по цьому провіднику проходить струм з ефективним значенням I і якщо позначимо лінійну густину струму (без урахування поверхневого ефекту) δ_0 , то повинна буде мати місце співвідношення:

$$4bh\delta_0 \sin \omega t = \sqrt{2} I \sin \omega t = \iint \sigma \, dx dy \quad (1.52)$$

Для того, щоб на поверхні провідника $x = \pm b$, $y = \pm h$ виконати умову, вирішене рівнянням повинно бути задано у вигляді ряду:

$$\sigma = \frac{4}{\pi} \sigma_0 \sum_{n=1,3,5} \frac{j^{n-1}}{n} \left[\frac{\operatorname{ch} \sqrt{k^2 + \frac{n^2 \pi^2}{4h^2}} x}{\operatorname{ch} \sqrt{k^2 + \frac{n^2 \pi^2}{4h^2}} b} \cdot \cos \frac{n\pi}{2h} y + \frac{\operatorname{ch} \sqrt{k^2 + \frac{n^2 \pi^2}{4b^2}} h}{\operatorname{ch} \sqrt{k^2 + \frac{n^2 \pi^2}{4b^2}} b} \cdot \cos \frac{n\pi}{2b} x \right] \sin(\omega t + \varphi) \quad (1.53)$$

Спільно з попереднім рівнянням можна отримати:

$$4bh\delta_0\sin\omega t = \frac{32}{\pi^2}\delta_0bh \sum_{n=1,3,5} \frac{1}{n^2} \left\{ \frac{\operatorname{th}\sqrt{k^2 + \frac{n^2\pi^2}{4h^2}}b}{\sqrt{k^2 + \frac{n^2\pi^2}{4h^2}}} + \frac{\operatorname{th}\sqrt{k^2 + \frac{n^2\pi^2}{4b^2}}h}{\sqrt{k^2 + \frac{n^2\pi^2}{4b^2}}} \right\} \sin(\omega t + \varphi) \quad (1.54)$$

Комплексні значення під корнем:

$$(k^2 + \frac{n^2\pi^2}{4h^2})b^2 = (a_n + j\beta_n)^2 \quad (1.55)$$

$$(k^2 + \frac{n^2\pi^2}{4b^2})h^2 = (a_m + j\beta_m)^2 \quad (1.56)$$

з яких маємо вирази:

$$a_n = \frac{n\pi}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{b}{h} \sqrt{\sqrt{\left(\frac{\omega\gamma\mu h^2}{n^2\pi^2}\right)^2 + 1} + 1} \quad (1.57)$$

$$a_m = \frac{n\pi}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{h}{b} \sqrt{\sqrt{\left(\frac{\omega\gamma\mu h^2}{n^2\pi^2}\right)^2 + 1} + 1} \quad (1.58)$$

$$\beta_n = \frac{n\pi}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{b}{h} \sqrt{\sqrt{\left(\frac{\omega\gamma\mu h^2}{n^2\pi^2}\right)^2 + 1} - 1} \quad (1.59)$$

$$\beta_m = \frac{n\pi}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{h}{b} \sqrt{\sqrt{\left(\frac{\omega\gamma\mu h^2}{n^2\pi^2}\right)^2 + 1} - 1} \quad (1.60)$$

Тоді рівняння можна записати:

$$\frac{\operatorname{th}(a_n + j\beta_n)}{a_n + j\beta_n} = A_n - jB_n \quad (1.61)$$

$$\frac{\text{th}(a_m + j\beta_m)}{a_m + j\beta_m} = A_m - jB_m \quad (1.62)$$

Після перетворення отримаємо прості рівняння для А та В:

$$A = \frac{\alpha \operatorname{sh} 2a + \beta \sin 2\beta}{(\alpha^2 + \beta^2)(\operatorname{ch} 2a + \cos 2\beta)} \quad (1.63)$$

$$B = \frac{\beta \operatorname{sh} 2a - \beta \sin 2\beta}{(\alpha^2 + \beta^2)(\operatorname{ch} 2a + \cos 2\beta)} \quad (1.64)$$

Суму ряду рівняння також можна спростити:

$$\sum_{n=1,3,5} \frac{1}{n^2} (A_n + A_m) = A_N + A_M \quad (1.65)$$

$$\sum_{n=1,3,5} \frac{1}{n^2} (B_n + B_m) = B_N + B_M \quad (1.66)$$

Тоді рівняння після перетворень матиме вигляд:

$$4\delta_0 \sin \omega t = \frac{32}{\pi^2} \sigma_0 [(A_N + A_M) \sin(\omega t + \varphi) - (B_N + B_M) \cos(\omega t + \varphi)] \quad (1.67)$$

Для $\omega t=0$ з рівняння слідує фазовий кут:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{B_N + B_M}{A_N + A_M} \quad (1.68)$$

а для $\omega t=\pi/2$ отримаємо:

$$\frac{\sigma_0 \cos \varphi}{\delta_0} = \frac{\pi^2}{8} \cdot \frac{A_N + A_M}{(A_N + A_M)^2 + (B_N + B_M)^2} \quad (1.69)$$

З обох останніх рівнянь слідують вирази для активного і реактивного опорів, причому немає необхідності вирішувати ці вирази щодо σ_0 та φ . Для часу $\omega t=\pi/2$ падіння напруги у провіднику буде рівна прикладеній напрузі. З рівняння отримаємо падіння напруги на поверхні провідника:

$$\frac{\sigma_n}{\gamma} = \frac{\sigma_0 \cos \varphi}{\gamma} \quad (1.70)$$

Це падіння можна порівняти з ідеальним зменшенням лінійної густини струму за рахунок зміни провідності γ .

$$\frac{\sqrt{2}I}{4bh\gamma_{\sim}} = \frac{\delta_0}{\gamma_{\sim}} \quad (1.71)$$

де $\gamma_{\sim}$ – фіктивна електрична провідність, зменшена під впливом вихрових струмів. Для коефіцієнта збільшення опору отримаємо вираз:

$$\frac{R_{\sim}}{R_0} = \frac{\gamma}{\gamma_{\sim}} = \frac{\sigma_0 \cos \varphi}{\delta_0} = \frac{\pi^2}{8} \cdot \frac{A_N + A_M}{(A_N + A_M)^2 + (B_N + B_M)^2} \quad (1.72)$$

Так за аналогією коли $\omega t = 0$, можна отримати вираз для реактивного опору:

$$X = \frac{\pi^2}{32bh\gamma} \cdot \frac{B_N + B_M}{(A_N + A_M)^2 + (B_N + B_M)^2} \quad (1.73)$$

1.2 Чисельні методи математичного моделювання ламінованих магнітних осердь

Математичне моделювання — метод дослідження процесів або явищ шляхом створення їхніх математичних моделей і дослідження цих моделей. В основу методу покладено ідентичність форми рівнянь і однозначність співвідношень між змінними в рівняннях оригіналу і моделі, тобто, їхню аналогію. Математичні моделі досліджуються, як правило, із допомогою аналогових обчислювальних машин, цифрових обчислювальних машин, комп'ютерів.

Дослідження з використанням системи математичних співвідношень рівнянь), які описують досліджуваний процес або явище, відносяться до задач математичного моделювання. В основу методу покладено симетрію рівнянь і однозначність співвідношень між змінними в рівняннях оригіналу і моделі, тобто, їх аналогію. Математичні моделі відносяться до категорії високоформалізованих моделей, які досліджуються за допомогою обчислювальних машин, і сучасних програмних продуктів.[2]

Математичне моделювання, в свою чергу, включає імітаційне, аналітичне, геометричне, ситуаційне моделювання тощо. Вигляд математичної моделі залежить як від природи системи, так і від завдань дослідження. Математична модель системи містить, як правило, опис множини можливих станів системи та закон переходу із одного стану в інший. При імітаційному моделюванні намагаються відтворити процес функціонування системи у часі за допомогою деяких алгоритмів. При цьому імітуються основні явища, що утворюють процес, який розглядається, із збереженням їх логічної структури та послідовності перебігу в часі. Це уможлиблює одержання інформації про стан процесу в певний момент та оцінку характеристик системи. Імітаційні моделі дають змогу враховувати такі ознаки, як дискретність та неперервність елементів системи, нелінійність їх характеристик, перехідні динамічні процеси, випадкові збурення тощо.

Що стосується розрахунку показників, які характеризують якість функціонування системи, то математичні моделі можна поділити на такі: аналітичні; алгоритмічні (числові); цифрові, імітаційні. Аналітичні моделі – моделі, в яких властивості системи та її елементів подано в аналітичному вигляді за умови прийняття певних припущень відносно поведінки системи, що досліджується. Якщо припущення відповідають реальності, то модель адекватно відтворює залежності характеристик системи від її параметрів.

Основні етапи моделювання. Процес моделювання можливий за наявності трьох складових: проблеми, що підлягає дослідженню; дослідника, який буде здійснювати дослідження; моделі, за допомогою якої буде здійснюватися моделювання. Процес дослідження можна представити у вигляді послідовності наступних основних процедур:

- аналіз проблеми - дослідник має отримати якомога більше інформації стосовно об'єкта дослідження, його характеристик, процесів і закономірностей його поведінки;

- постановка задачі - формулюється цільова функція і основні задачі дослідження, визначаються часові і матеріальні ресурси, необхідні для досягнення поставленої мети;

- обґрунтування основних припущень – здійснюється спрощення об'єкта дослідження за рахунок накладання обмежень і нехтування характеристик, які є не суттєвими для досягнення поставленої мети;

- створення моделі – обґрунтовується вибір моделі, здійснюється її адаптація до задач дослідження і визначаються межі її коректного застосування;

- постановка модельного експерименту – реалізується процес моделювання;

- аналіз результатів моделювання і прийняття рішення – аналізуються результати моделювання, здійснюється оцінка їх адекватності і відповідності поставленим задачам; за результатами моделювання приймається рішення.

Для математичного моделювання різних процесів широке застосування мають математичні пакети Ansys та Comsol Multiphysics.

ANSYS - універсальна програмна система кінцево-елементного (МСЕ) аналізу, яка є досить популярною у фахівців в сфері автоматизованих інженерних розрахунків (САПР, або CAE) і РЕ рішення лінійних і нелінійних, стаціонарних і нестаціонарних просторових задач механіки деформованого твердого тіла і механіки конструкцій (включаючи нестаціонарні геометрично і фізично нелінійні задачі контактної взаємодії елементів конструкцій), завдань механіки рідини і газу, теплопередачі і теплообміну, електродинаміки, акустики, а також механіки зв'язаних полів.

Основні сфери застосування даного пакета – це статичні і динамічні розрахунки в лінійної і нелінійної постановках, контактні задачі, розрахунки фазових перетворень (замерзання, плавлення, зварювання), завдання теплопровідності, теплообміну.

Сфери застосування інженерного пакета:

- аерокосмічна промисловість: аналіз міцності конструкції, аналіз зростання тріщин; аналіз напружень в зварних швах; загальне моделювання складної конструкції;
- турбомашинобудування: процеси роторної динаміки; аналіз міцності турбін.
- нафтогазова та хімічна промисловість;
- автомобілебудування: моделювання складних вузлів; аналіз міцності;
- суднобудування і морська техніка;
- теплоенергетика;
- мікроелектромеханічні системи.

Програма ANSYS - це гнучке, надійний засіб проектування і аналізу. Вона працює в середовищі операційних систем найпоширеніших комп'ютерів - від PC до робочих станцій і суперкомп'ютерів. Особливістю програми є файлова сумісність всіх членів сімейства ANSYS для всіх використовуваних платформ. Багатоцільова спрямованість програми (тобто реалізація в ній засобів для опису відгуку системи на дії різної фізичної природи) дозволяє використовувати одну і ту ж модель для вирішення таких пов'язаних завдань, як міцність при тепловому навантаженні, вплив магнітних полів на міцність конструкції, тепломасоперенос в електромагнітному полі. Модель, створена на PC, може використовуватися на суперкомп'ютері. Це забезпечує всім користувачам програми зручні можливості для вирішення широкого кола інженерних задач.

Модуль програми ANSYS Design Data Accessä (DDA) забезпечує передачу в програму моделей, створених засобами комп'ютерного проектування (CAD), що виключає повторення виконаної перш роботи. Призначення модуля DDA полягає в тому, щоб дати користувачеві можливість отримати результати кінцево-елементного аналізу, які в повній мірі обумовлені вихідною інформацією, що міститься в проектній розробці, а також надати сучасні і найдосконаліші засоби обміну даними. Програмні засоби серії DDA Connection можуть працювати спільно з розробками багатьох провідних постачальників CAD-програм, включаючи компанії Parametric Technology Corporation, EDS / Unigraphics і Computervision Corporation. останньою версією цієї серії є програмний засіб DDA Interactive, що дозволяє використовувати для кінцево-елементного аналізу безпосередньо CAD-моделі за рахунок сучасного інтерфейсу і встановлення взаємозв'язку між CAD-інформацією та даними, вимагаються для проведення аналізу. Крім того, можливості аналізу і оптимізації програми ANSYS легко переносяться на CAD-моделі за рахунок використання форматів IGES і STEP для пересилання геометрії або відповідного інтерфейсу провідних CAD-програм.

Програма ANSYS є засобом, за допомогою якого створюється комп'ютерна модель або обробляється CAD-модель конструкції, виробу або його складової частини; прикладаються діючі зусилля або інші проектні впливи; досліджується відгуки системи різної фізичної природи у вигляді розподілів напружень і температур, електромагнітних полів. Програма використовується для оптимізації проектних розробок на ранніх стадіях, що знижує вартість продукції. Все це допомагає проектним організаціям скоротити цикл розробки, що складається у виготовленні зразків-прототипів, їх випробувань і повторному виготовленні зразків, а також виключити дорогий процес доопрацювання виробу.

ANSYS Multiphysics— найпотужніший, багатоцільовий продукт компанії, являє собою програмний засіб аналізу для широкого кола інженерних дисциплін, яке дозволяє проводити розрахункові дослідження не тільки в таких окремих областях знання, як міцність, поширення тепла, механіка рідин і газів або електромагнетизм, але і вирішувати пов'язані завдання. Ця витончена програма забезпечує оптимізацію проектних розробок на рівні, що дозволяє моделювати інженерні проблеми в найбільш повній постановці.[3]

COMSOL Multiphysics - це інтегрована платформа для моделювання, що включає в себе всі його етапи: від створення геометрії, визначення механічних властивостей матеріалів і опису фізичних явищ, до налаштування рішення і процесу обробки поста, що дозволяє отримувати точні і надійні результати.

Геометричне моделювання та взаємодія зі сторонніми CAD-пакетами. Базовий пакет COMSOL Multiphysics містить інструменти геометричного моделювання для створення елементів геометрії на основі твердих тіл, поверхонь, кривих і булевих операцій. Підсумкова геометрія визначається послідовністю операцій, кожна з яких може отримувати вхідні параметри, що полегшує редагування і параметричні дослідження мультифізических моделей. Зв'язок між визначенням геометрії і настройками фізики двостороння - будь-яка зміна геометрії автоматично призводить до відповідних змін в пов'язаних налаштуваннях моделі.

Будь-які геометричні об'єкти можна об'єднувати в вибірки (selections) для подальшого використання у визначенні фізики і граничних умов, побудові сіток і графіків. Крім того, послідовність операцій можна використовувати, щоб створити параметризовану геометричну заготовку (geometry part), яку потім можна зберегти в Бібліотеці частин і повторно використовувати в багатьох моделях.

Імпорт, обробка, дефічерінг і віртуальні операції. Імпорт всіх стандартних CAD і ECAD файлів в COMSOL Multiphysics підтримується при наявності модулів Імпорт даних з CAD і імпорт даних з ECAD відповідно. Модуль Проектування розширює набір геометричних операцій, доступних в COMSOL Multiphysics. Модулі Імпорт даних з CAD і Проектування надають можливість виправляти геометрії і видаляти деякі зайві деталі (операції Defeaturing і Repair). Моделі на основі поверхневих сіток, наприклад, формат STL, можна імпортувати і перетворювати в геометричні об'єкти за допомогою базової платформи COMSOL Multiphysics. Операції імпорту працюють так само, як і всі інші геометричні операції - в них можна використовувати вибірки і також асоціативність при параметричних і оптимізаційних дослідженнях.

В якості альтернативи операціям Defeaturing і Repair програмний пакет COMSOL включає також так звані віртуальні операції, які дозволяють виключити вплив ряду геометричних артефактів на кінцево-елементну сітку, зокрема, витягнутих і вузьких меж, які знижують точність моделювання. На відміну від видалення деталей при дефічерінгу, віртуальні операції не змінюють кривизну або точність геометрії, але дозволяють отримати більш чисту сітку.

Готові встановлені інтерфейси і функції для фізичного моделювання. Програмний пакет COMSOL містить готові фізичні інтерфейси для моделювання різних фізичних явищ, в тому числі поширених міждисциплінарних мультифізичних взаємодій. Фізичні інтерфейси - це спеціалізовані інтерфейси для окремої інженерної або дослідницької області, які дозволяють досконально управляти моделюванням досліджуваного фізичного явища або явищ - від завдання вихідних параметрів моделі і дискретизації до аналізу результатів.

Сучасні чисельні методи для отримання точних рішень. Інтерпретатор рівнянь програмного пакета COMSOL Multiphysics надає

найкращі вхідні дані для чисельного моделювання - повністю пов'язані системи диференціальних рівнянь в приватних похідних для стаціонарних і нестаціонарних досліджень, досліджень в частотній області і досліджень на власні значення. Системи диференціальних рівнянь в приватних похідних дискредитуються по просторовим координатам (x, y, z) методом кінцевих елементів (FEM). У деяких типах завдань для дискретизації простору використовується метод граничних елементів (BEM). Для просторово-часових завдань використовується метод прямих, в якому простір дискредитуються методом кінцевих елементів (або методом граничних елементів) з отриманням системи звичайних диференціальних рівнянь. Ці рівняння потім вирішуються різними складними методами, включаючи явні і неявні схеми дискретизації за часом.

Стаціонарні та нестаціонарні задачі можуть бути нелінійними, що призводить, після дискретизації, до отримання систем нелінійних рівнянь. Чисельні методи, реалізовані в COMSOL Multiphysics, дозволяють отримати повністю пов'язаний якобіан для вирішення нелінійної системи. Для вирішення нелінійних стаціонарних задач і при дискретизації нелінійних задач із залежністю від часу використовується метод Ньютона з загасанням. Метод Ньютона дозволяє вирішити набір систем лінійних рівнянь, користуючись якобіаном, і знайти рішення для нелінійної системи.

Для лінійних задач програмний пакет COMSOL містить прямі та ітераційні вирішувачі. Прямі вирішувачі підходять для завдань малого і середнього розміру, а ітеративні - для великих систем лінійних рівнянь. Програмний пакет COMSOL містить набір ітераційних вирішувачів і сучасних методів завдання попередніх умов – передобумовлювачів, зокрема багатосіткові. Вони забезпечують високу надійність і швидкість ітеративних розрахунків.

Широкий вибір інструментів візуалізації і обробки поста для отримання готових до публікації результатів моделювання. Інструменти візуалізації дозволяють побудувати, наприклад, графіки на поверхнях, на зрізах, ізоповірхнях, на січних площинах, векторні графіки і графіки ліній струму. Великий набір інструментів постобробки і роботи з розрахованими даними дозволяє обчислювати різні вирази, включаючи інтеграли і похідні. Ви можете отримувати максимальні, мінімальні, середні та інтегровані значення будь-якої величини і похідних величин за обсягом, по поверхні, по кривій і в конкретній точці. Ряд спеціалізованих прийомів постобробки для різних інженерних і наукових завдань і напрямів фізики включений у відповідні модулі розширення.[4]

1.3 Порівняння методів моделювання

Основними перевагами тривимірної моделі являються:

- реалістичне відображення моделі;
- можливість розглянути в усіх координатах простору;
- попередня оцінка нестиковок, перевірка на збирання.
- економія коштів;
- враховуються кінцеві ефекти та різна довжина елементів моделі;
- врахування впливу магнітних полів розсіювання лобових частин на процеси;
- враховується наявність міжлистової ізоляції між окремими листами магнітопроводу.

Креслення в 2D описують модель докладно, проте не дають повного уявлення, як же воно буде виглядати в остаточному підсумку. Цілком може виявитися, що в готовому вигляді воно буде перекошеним, з зайвими, нефункціональними деталями і т.д. Моделювання в 3D дає

можливість помітити такі недоліки ще на стадії проектування, тобто до того моменту, як будуть залучені виробничі потужності і витрачені кошти на виготовлення прототипів і дослідних зразків.

Для аналітичного моделювання характерно, що процеси функціонування системи записуються у вигляді деяких функціональних співвідношень (алгебраїчних, диференціальних, інтегральних рівнянь)

Аналітична модель може бути досліджена такими методами:

- 1) аналітичним, коли прагнуть отримати в загальному вигляді явні залежності для характеристик систем;
- 2) чисельним, коли не вдається знайти рішення рівнянь в загальному вигляді та їх вирішують для конкретних початкових даних;
- 3) якісним, коли при відсутності рішення знаходять деякі його властивості.

Аналітичні моделі вдається отримати тільки для порівняно простих систем. Для складних систем часто виникають великі математичні проблеми. Для застосування аналітичного методу йдуть на суттєве спрощення початкової моделі. Однак дослідження на спрощеній моделі допомагає отримати лише орієнтовні результати. Аналітичні моделі математично вірно відображають зв'язок між вхідними і вихідними змінними і параметрами. Але їх структура не відображає внутрішню структуру об'єкта.

При аналітичному моделюванні його результати представляються у вигляді аналітичних виразів. Однак навіть простих виразах потрібні певні зусилля для вирішення диференціальних рівнянь (ДУ), або для застосування систем комп'ютерної математики (СКМ) з символьними обчисленнями - систем комп'ютерної алгебри (СКА).

Безумовно, перебування аналітичних рішень при аналітичному моделюванні виявляється виключно цінним для виявлення загальних теоретичних закономірностей простих лінійних ланцюгів, систем і

пристроїв. Однак його складність різко зростає в міру ускладнення впливів на модель і збільшення порядку і числа рівнянь стану, що описують модельований об'єкт. Можна отримати більш доступні для огляду результати при моделюванні об'єктів другого або третього порядку, але вже при більшому порядку аналітичні вирази стають надмірно громіздкими, складними і важко осмислюється. Проте, багато сучасних СКМ, наприклад, математичні пакети фізичного моделювання здатні в значній мірі автоматизувати рішення складних завдань аналітичного моделювання.

Одним з різновидів моделювання є чисельне моделювання, яке полягає в отриманні необхідних кількісних даних про поведінку систем або пристроїв будь-яким відповідним чисельним методом, таким як методи Ейлера або Рунге-Кутта. На практиці моделювання нелінійних систем і пристроїв з використанням чисельних методів виявляється набагато більш ефективним, ніж аналітичне моделювання окремих приватних лінійних ланцюгів, систем або пристроїв. Наприклад, для вирішення ДУ або систем ДУ в більш складних випадках рішення в аналітичному вигляді не виходить, але за даними чисельного моделювання можна отримати досить повні дані про поведінку модельованих систем і пристроїв, а також побудувати графіки описують цю поведінку залежностей.

Висновок. У даному розділі було проаналізовано теоретичні відомості поверхневого ефекту та проникнення хвилі поля в електромагнітному середовищі. Оскільки основний напрямок даної магістерської дисертації ґрунтується на математичному моделюванні, було здійснено порівняльний аналіз порівняльний аналіз двовимірних та тривимірних математичних моделей. Основними перевагами тривимірних моделей є:

- врахування кінцевих ефектів та різна довжина елементів моделі;
- врахування впливу магнітних полів розсіювання лобових частин;
- врахування наявності міжлистової ізоляції між окремими листами магнітопроводу;
- врахування наявності вихрових струмів в осьовому напрямку.

РОЗДІЛ 2 МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ШИХТОВАНОГО ОСЕРДЯ МАГНІТОПРОВОДА

2.1 Розробка польових математичних моделей для оцінки шихтованого магнітного осердя

В роботі використовується тривимірна польова математична модель швидкоплинних електромагнітних явищ в магнітному осерді статора асинхронного двигуна. Дослідження кінцевих ефектів та впливу магнітних полів розсіювання лобових частин являється неможливим із використанням двовимірної польової математичної моделі, характер поля є суттєво тривимірним. Тому, в роботі в якості основної моделі, необхідно використовувати методи за засоби тривимірного моделювання електромагнітних полів. Основними перевагами тривимірної моделі являються:

- на високому рівні реалізована система фізичної взаємодії між об'єктами;
- врахування кінцевих ефектів та різна довжина елементів моделі;
- врахування впливу магнітних полів розсіювання лобових частин на процеси;
- у 3D моделі враховується наявність міжлистової ізоляції між окремими листами магнітопроводу;
- урахування параметрів у всіх просторових координатах.

Чисельна реалізація моделі виконується методом скінченних елементів (МСЕ).

За прототип було обрано магнітопроводи асинхронних двигунів:

- 4A90L4Y3;
- 4AC71B8Y3;
- 4A100L8Y3;

- 4AC80A2УЗ;
- 4A71B4УЗ.

Основними етапами розробки тривимірної польової математичної моделі швидкоплинних явищ в шихтованому магнітопроводі статора асинхронного двигуна являються:

- побудова тривимірної геометричної моделі в автоматизованій системі проектування інженерного аналізу SolidWorks 2014;
- імпорт побудованої моделі в середовище COMSOL Multiphysics 5.2a;
- створення і дослідження моделі в програмному пакеті COMSOL Multiphysics 5.2a.

2.1.1 Побудова геометрії в системі автоматизованого проектування SolidWorks 2014

SolidWorks 2014 – програмний комплекс САПР для автоматизації робіт промислового підприємства на етапах конструкторської та технологічної підготовки виробництва. Забезпечує розробку виробів будь-якого ступеня складності і призначення.

Програмний комплекс SolidWorks має вбудовані інструменти для створення литих деталей, штампуванням з листової матеріалу, побудови завалених конструкцій. Оформлення малюнків відбувається відповідно до ГОСТ і ЕСКД з автоматичним створенням розрізів. Це дозволяє SolidWorks легко адаптувати за вимогами конструктора та швидко створювати складні елементи.

Перевагами програми SolidWorks 2014 є:

- зрозумілий інтерфейс;
- гнучкі системні налаштування;

– можливість побудови 3D-моделі, забезпеченою різноманітної технологічною інформацією, в результаті чого, модель в подальшому, використовується як основне джерело інформації;

- система дозволяє максимально деталізувати модель;

- система забезпечена каталогами стандартних компонентів (метизів, профілів і тощо), що дозволяють скоротити час проектування;

- креслення генеруються на основі 3D-моделі в напівавтоматичному режимі;

- повна інтеграція з іншими САПР.

SolidWorks - система автоматизованого проектування, інженерно-математичного аналізу та підготовки створення виробів різної складності і призначення. Програмний пакет являє собою інструментальне середовище, призначене для автоматизації проектування складних виробів в архітектурі, електроніці, машинобудуванні і в інших областях промисловості.

Модель SolidWorks 2014 можна розділити на три основні види – створення деталей, збірок компонентів та креслень. Процес побудови 3D моделі ґрунтується на створенні простих геометричних примітивів і виконанні різних операцій між ними. Є можливість зберігати часто використовувані елементи в бібліотеці стандартних елементів. Складання компонентів може здійснюватися як "зверху - вниз", так і "знизу - вгору". Асоціативний зв'язок між деталями, збірками та кресленнями гарантує, що зміни, зроблені в одному виді, автоматично виконуються у всіх інших видах. Всі виконані операції документуються і відображаються в дереві конструювання, яке дозволяє легко редагувати будь-який елемент моделі.

Побудова геометрії проводиться поетапно за отриманими геометричними розмірами, що показані в табл. 2.1

Таблиця 2.1– Геометричні розміри магнітопровода статора двигуна

Параметр	Величина
зовнішній діаметр осердя статора - D_3	149 мм

внутрішній діаметр осердя статора - $D_{\text{вн}}$	95 мм
кількість пазів статора - Z_1	36
кількість листів осердя статора - n	3
висота паза - h	12.9 мм
ширина широкої частини паза - b_1	6.5 мм
ширина вузької частини паза - b_2	4.8 мм
ширина шийки паза - m	3 мм
висота шліца паза - e	0.5 мм

На кожному з етапів, за заданими геометричними розмірами, створюється певний елемент. На рис. 2.1 зображено загальний вигляд створеної моделі

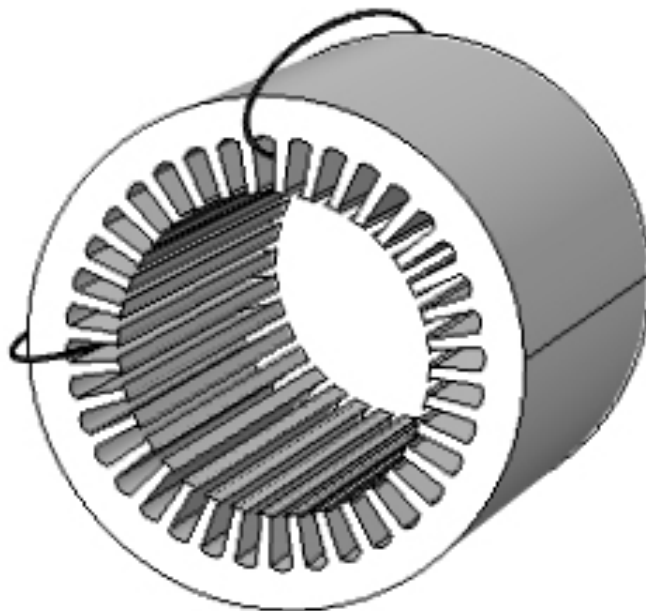


Рисунок 2.1. Загальний вигляд побудованої моделі магнітопровода АД 4А90L4У3

Наступним етапом, створена геометрія імпортується в розрахункову фізико-математичну програму COMSOL Multiphysics 5.2a способом збереження у стандартному форматі «SLDPRT» програми SolidWorks 2014 і наступного перенесення в COMSOL Multiphysics 5.2a.

2.1.2. Розрахункова область системи електромагнітного поля

COMSOL Multiphysics - це інтегрована платформа для моделювання, що включає в себе всі його етапи: від створення геометрії, визначення механічних властивостей матеріалів і опису фізичних явищ, до налаштування рішення і процесу обробки поста, що дозволяє отримувати точні і надійні результати.

Геометричне моделювання та взаємодія зі сторонніми CAD-пакетами. Базовий пакет COMSOL Multiphysics містить інструменти геометричного моделювання для створення елементів геометрії на основі твердих тіл, поверхонь, кривих і булевих операцій. Підсумкова геометрія визначається послідовністю операцій, кожна з яких може отримувати вхідні параметри, що полегшує редагування і параметричні дослідження мультифізичних моделей.

Метою даного підрозділу є опис розрахункової області системи та рівнянь електромагнітного поля.

Основною теоретичною базою для математичного моделювання електромагнітних полів є рівняння поля, сформульовані Дж. Максвеллом. Рівняння Максвелла встановлюють взаємозв'язок між векторними польовими функціями, характеристиками джерел поля та фізичними параметрами матеріальних середовищ. Форма запису цих рівнянь має наступний вигляд:

$$\text{rot}\vec{H} = \vec{j} \quad (2.1)$$

$$\text{rot}\vec{E} = -\partial\vec{B}/\partial t \quad (2.2)$$

$$\text{div}\vec{B} = 0 \quad (2.3)$$

$$\text{div}\vec{D} = \rho \quad (2.4)$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H}, \vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad (2.5)$$

$$\vec{J} = \gamma \vec{E} + \partial \vec{D} / \partial t + \gamma (\vec{v} \times \vec{B}) + \gamma \vec{E}_{\text{стор}} + \rho v_p + \text{rot}(\vec{D} \times \vec{v}) \quad (2.6)$$

У даній системі позначено: вектор магнітної індукції $\vec{B}$ та вектор електричного зміщення $\vec{D}$, польові функції – вектори напруженості магнітного $\vec{H}$ та електричного $\vec{E}$ полів; Вираз (2.6) для знаходження густини струму $\vec{J}$, що обумовлений сумою складових різної фізичної природи. Складова $\gamma \vec{E}$ обумовлює індуковану густину струму в електропровідному середовищі; складова $\partial \vec{D} / \partial t$ – густина струму діелектричного зміщення; складова $\gamma (\vec{v} \times \vec{B})$ визначає «конвективну» густину струму, що зумовлена рухом у електропровідному середовищі зі швидкістю $\vec{v}$ відносно магнітного поля з індукцією $\vec{B}$. Складова $\vec{J}_{\text{стор}} = \gamma \vec{E}_{\text{стор}}$ визначає густину струму, яка наводиться сторонньою ЕРС; складова ρv_p – густина струмів переміщення вільних зарядів, а складова $\text{rot}(\vec{D} \times \vec{v})$ – «конвективна складова» густини струмів, що обумовлена рухом поляризованого діелектрика.

Польова функція в загальному випадку є векторною функцією, і кожна складова цієї функції залежить від чотирьох незалежних змінних: трьох просторових координат точки та часу.

Для розрахунку магнітного поля необхідно використати нестационарне нелінійне диференціальне рівняння для векторного магнітного потенціалу (A):

$$\vec{\nabla} \times \frac{1}{\mu} (\vec{\nabla} \times \vec{A}) - \gamma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \gamma \vec{v} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = -\vec{J}_{\text{стор}}, \quad (2.7)$$

де $\vec{v}, \vec{J}_{\text{стор}}$ – вектори швидкості руху середовища і сторонньої густини струму;

σ – електропровідність, μ – магнітна проникність; $\vec{\nabla}$ – диференціальний набла-оператор.

Розрахунок електромагнітного поля при моделюванні швидкоплинних процесів з застосуванням наступних змінних, які є функціями часу $t(s)$:

$$I(t) = I_m \left(1 - e^{-\frac{t}{T}} \right), \quad (2.8)$$

де I_m – величина усталеного струму обмотки збудження, T – постійна часу наростання струму в обмотці збудження.

Розрахунок індукованої ЕРС у вимірювальній обмотці як функції часу в якому застосовується закон електромагнітної індукції, де індукована ЕРС пропорційна швидкості зміни магнітного потоку та кількості витків вимірювальної обмотки:

$$E_{in} = -\omega \frac{d\Phi}{dt}, \quad (2.9)$$

де E_{in} – величина індукованої ЕРС; ω – кількість витків обмотки.

ЕРС вторинної (вимірювальної обмотки) пропорційна ЕРС первинної обмотки (обмотки збудження):

$$\frac{E_{в0}}{E_{оз}} = \frac{\omega_{в0}}{\omega_{оз}} \quad (2.10)$$

де $\omega_{в0}$ і $\omega_{оз}$ – кількість витків вимірювальної та обмотки збудження відповідно.

Для отримання однозначного розв'язку на межах розрахункової області задаються граничні умови першого роду:

$$A(x, y, z, t)|_{G_1} = 0, \quad \{x, y, z\} \in G_1, \quad (2.11)$$

це означає прийняття припущення про нульову наявність магнітних потоків, що проходять через межу G_1 розрахункової області.

Умови періодичності, що задані у випадках, коли заздалегідь відомо, що розподіл поля періодично повторюється уздовж вибраного напрямку в розрахунковій області.

2.1.3 Запис тривимірної математичної польової моделі в середовищі COMSOL Multiphysics 5.2a

Для розрахунку поставлених задач застосовується AC/DC модуль. Він призначений для моделювання електромагнітних явищ як змінного, так і постійного струму. "Дерево" модуля AC/DC приведено на рис. 2.2.

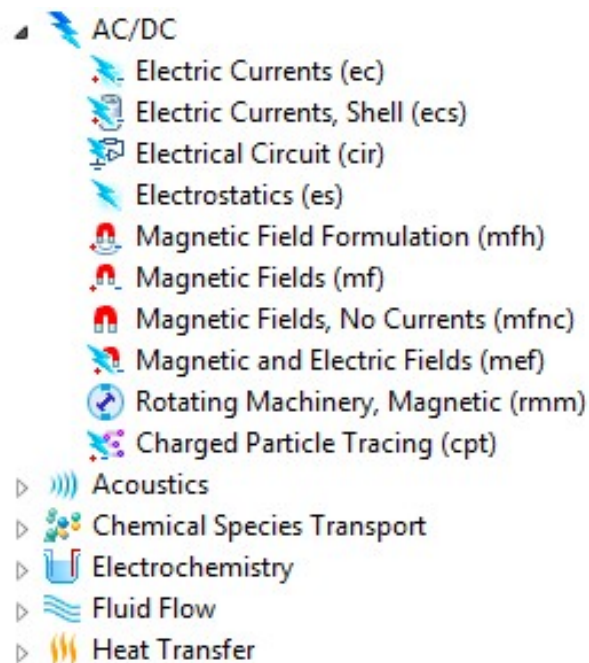


Рисунок 2.2. "Дерево" модуля AC/DC

Наступний етап створення математичної моделі починається з вибору тривимірної координатної сітки. На початку задається гранична область дослідження фізичних процесів - "Магнітні поля", що створює моделі електричних машин. Потім задаються величини, які будуть постійними в процесі моделювання та розрахунку, що показано в табл. 2.2.

Таблиця 2.2 Константи при моделюванні

<i>Величина</i>	<i>Значення</i>	<i>Одиниці вимірювання</i>
Напруга на обмотці збудження	12	В
Кількість витків обмотки збудження	1	
Кількість витків вимірювальної обмотки	1	
Струм обмотки збудження	1	А
Опір вимірювального приладу на вимірювальній обмотці	1	МОм

Геометрія переноситься із системи автоматизованого проектування SolidWorks 2014, так як 3D редактор математичного пакету COMSOL Multiphysics 5.2a доволі примітивний. На даному етапі добудовується розрахункова область навколо імпортованої геометрії, та декілька елементів необхідних для розрахунків.

Кожному з елементів магнітопровода задаються відповідні матеріали, які мають необхідні властивості для подальшого чисельного розрахунку. Після вказання матеріалів до моделі відбувається групування її основних частин в окремі підгрупи. Задаються криві намагнічування $B(H)$ та $H(B)$ для марки сталі. Марка сталі для осердь досліджуваного магнітопровода—2013.

На рис. 2.3 та 2.4 показані графіки залежності марки сталі 2013 $B(H)$ та $H(B)$ відповідно.

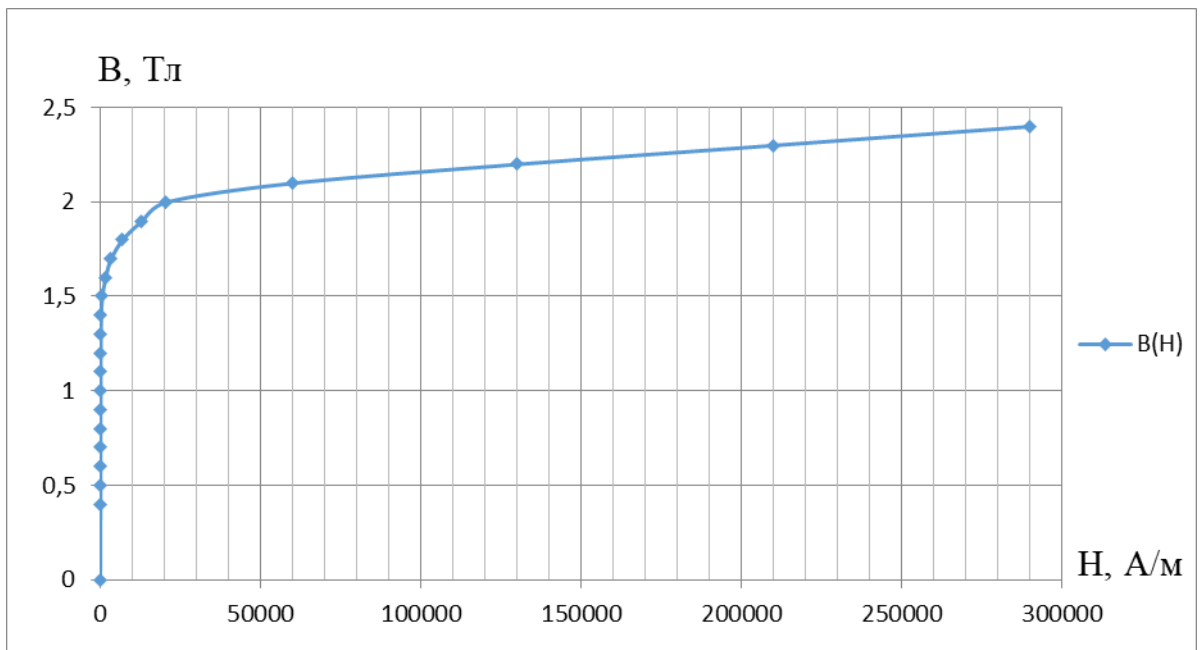


Рисунок. 2.3 Графік залежності $B(H)$ для сталі марки 2013

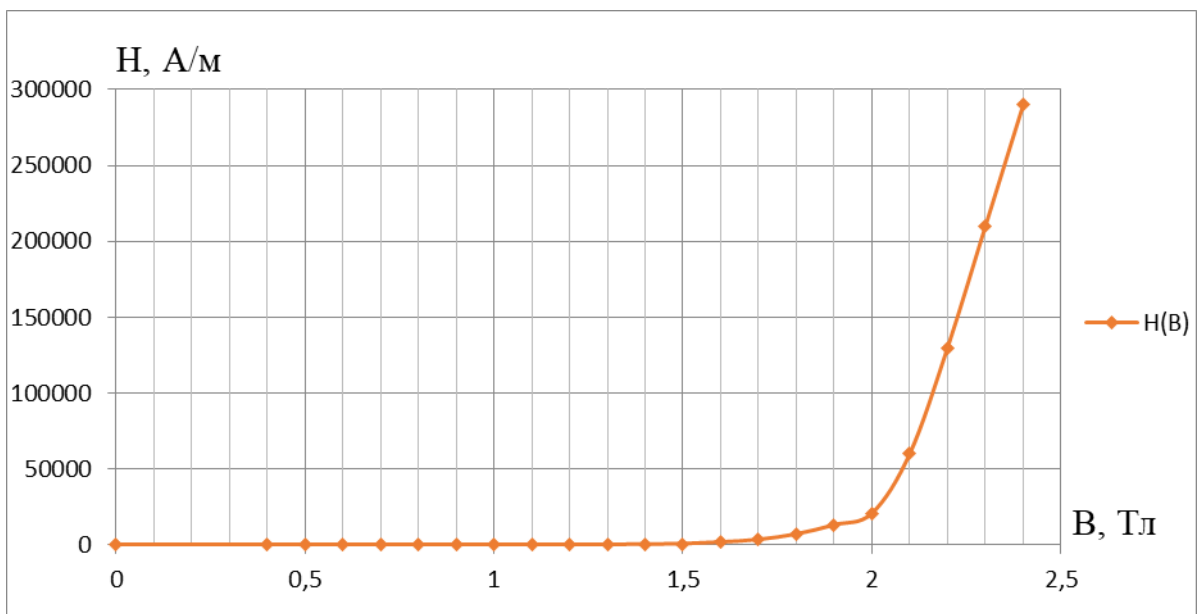


Рисунок 2.4 Графік залежності $H(B)$ для сталі марки 2013

Властивості матеріалів, що задаються для електротехнічної сталі магнітопровода показані на рис.2.5

»	Property	Name	Value	Unit	Property group
✓	Electrical conductivity	sigma	1.12e7[S/...	S/m	Basic
✓	Relative permittivity	epsilon _r	1	1	Basic
✓	normH	normH	sqrt(H1^...	A/m	BH curve
✓	Magnetic field norm	normH	HB(nor...	A/m	HB curve
	Relative permeability	mu _r	1000	1	Basic
	Magnetic flux density norm	normB	BH(nor...	T	BH curve
	normB	normB	sqrt(B1^...	T	HB curve

Рисунок 2.5 Властивості електротехнічної сталі

Розрахунковій області задається параметр «Магнітна ізоляція»— це гранична умова, яка встановлює тангенціальні компоненти магнітного потенціалу до нуля на заданій границі. Тобто магнітні поля не виходитимуть за розрахункову область.

Закон Ампера задається усім елементам моделі з використанням усіх параметрів вказаних для відповідних матеріалах.

Струми обмотки задаються за допомогою параметру «The External Current Density».

Для розрахункової області внутрішніх границь задається умова неперервності магнітного поля («Periodic Condition»).

Дані умови і параметри є необхідним для створення моделі даного типу.

2.1.4 Особливості чисельної реалізації моделі

Чисельна реалізація тривимірної моделі здійснюється за допомогою методу скінченних елементів, що являє собою числову техніку знаходження рішень інтегральних та часткових диференціальних рівнянь (ЧДР). Процес розв'язку побудований або при повній відсутності диференційного рівняння для стаціонарних задач, або на розкладі ЧДР в апроксимуючу систему звичайних диференціальних рівнянь, які потім

розв'язуються застосуванням стандартної техніки. Однією з них є метод скінченних елементів (МСЕ).

Основна ідея методу скінчених елементів полягає у подання розв'язку у будь-якій точці через значення у вузлах скінченого елемента, якому належить ця точка. Будь-яку неперервну функцію, таку, як векторний або скалярний магнітний потенціал, індукцію та температуру, можна апроксимувати дискретною моделлю, яка будується на безлічі частково-неперервних функцій, визначених на кінцевому числі областей. Рішення рівнянь поля в МСЕ визначається виходячи з умови мінімуму енергетичного функціоналу або ортогональності нев'язки рівнянь поля і інтерполяційних функцій скінчених елементів.

Побудова в методі скінченних елементів дискретної моделі безперервної функції відбувається наступним чином:

- розглянута область фіксує кінцеве число точок, що називаються вузловими;
- значення неперервної величини в кожній з вузових точок є змінною, яка повинна бути визначена;
- область визначення неперервної величини розбивається на кінцеве число елементів, ці підобласті (елементи) мають спільні вузові точки і в сукупності апроксимують форму області;
- неперервна величина апроксимується на кожному елементі поліномом, який визначається за допомогою вузових значень цієї величини; для кожного елемента визначається свій поліном, що підбирається так, щоб зберігалася неперервність величини уздовж границь кожного елемента.

Найбільш важливими перевагами методу скінченних елементів, завдяки яким він широко застосовується для розрахунку магнітних полів є:

- реалістичне відображення продукту, об'єкт показаний максимально докладно, з усіма його особливостями.
- враховуються кінцеві ефекти та різна довжина елементів моделі;
- врахування впливу магнітних полів розсіювання лобових частин на процеси;
- враховується наявність міжлистової ізоляції між окремими листами магнітопроводу.

У основу програмного пакету COMSOL Multiphysics 5.2a, на базі якого проводиться моделювання, покладено метод скінчених елементів (МСЕ).

При моделюванні швидкоплинних процесів у шихтованому магнітопроводі статора асинхронного двигуна побудована сітка скінчених елементів (ССЕ), яка приведена на рис. 2.6. Вона містить:

- тетраедрів,
- елементів розрахункових областей,
- граничних елементів,
- лінійних елементів,

які покривають розрахункову область.

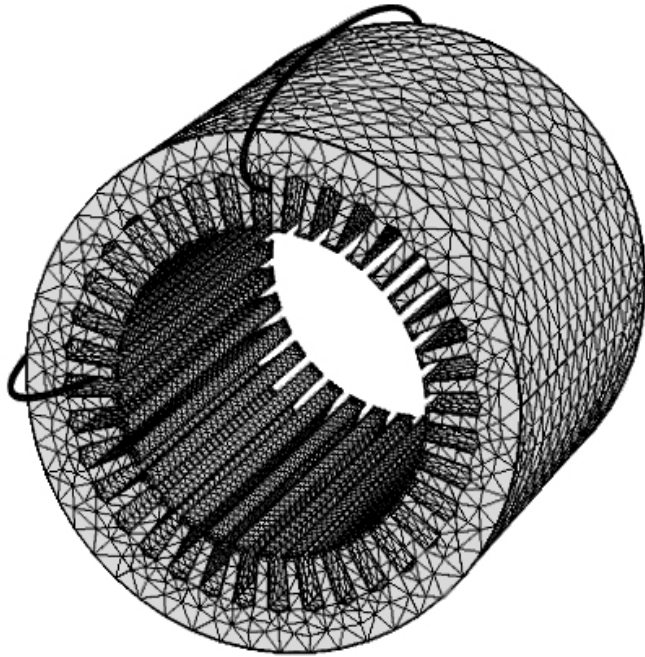


Рисунок 2.6 Сітка скінченних елементів на поверхні шихтованого магнітопровода статора асинхронного двигуна

2.2 Ефект близькості

Явище поверхневого ефекту при проходженні змінного синусоїдального струму частотою f уздовж пластини (рис. 2.2). Можна припустити, що зворотна шина (зворотний провідник) знаходиться настільки далеко, що впливом магнітного потоку, викликаного струмом в ній, на розподіл струму в досліджуваній шині можна знехтувати.

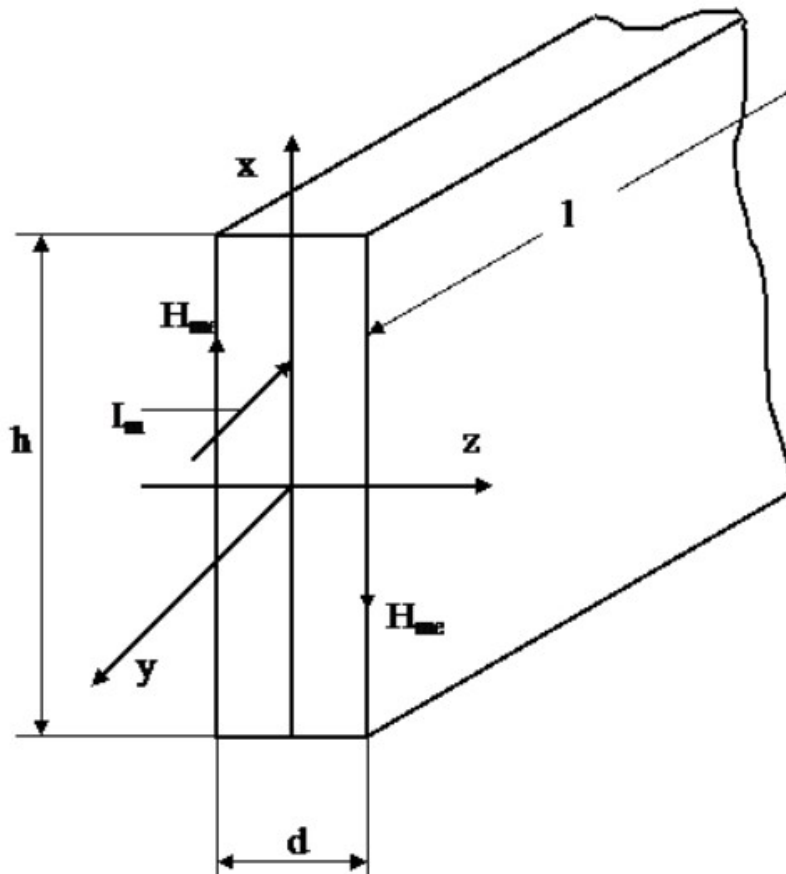


Рисунок 2.2 Зображення тонкої сталевї пластини у розрізі

У цьому випадку поле усередині пластини визначається за формулами:

$$\dot{B} = -\frac{\mu \dot{I}}{2h} \frac{\text{sh}(az)}{\text{sh}\left(\frac{ad}{2}\right)} \quad (2.12)$$

$$\dot{E} = \frac{\alpha}{\gamma} \frac{\dot{I}}{2h} \frac{\text{ch}(az)}{\text{sh}\left(\frac{ad}{2}\right)} \quad (2.13)$$

$$\Delta = \gamma \dot{E} \quad (2.14)$$

Опір одиниці довжини пластини:

$$Z = R + jX = \frac{1}{2h} \frac{\dot{E}}{\dot{H}} = \frac{1}{2h} \frac{\alpha}{\gamma \text{tg}\left(\frac{ad}{2}\right)} \quad (2.15)$$

тут $\dot{E}$ та $\dot{H}$ – комплексні амплітуди напруженості електричного та магнітного полів на поверхні провідника ($z=0$).

На рис. 2.3 наведені криві B/B_e і E/E_e в функції від z для наступних параметрів: $m = 1000m_0$; $g = 107$ см / м; $f = 500$ Гц; $d = 2$ мм. Ці залежності визначаються формулами:

$$\frac{B}{B_e} = \frac{|\dot{B}|}{|\dot{B}_e|} = \frac{\sqrt{\text{ch}(2kz) - \cos(2kz)}}{\sqrt{\text{ch}(2kd) - \cos(2kd)}} \quad (2.16)$$

$$\frac{E}{E_e} = \frac{|\dot{E}|}{|\dot{E}_e|} = \frac{\sqrt{\text{ch}(2kz) + \cos(2kz)}}{\sqrt{\text{ch}(2kd) + \cos(2kd)}} \quad (2.17)$$

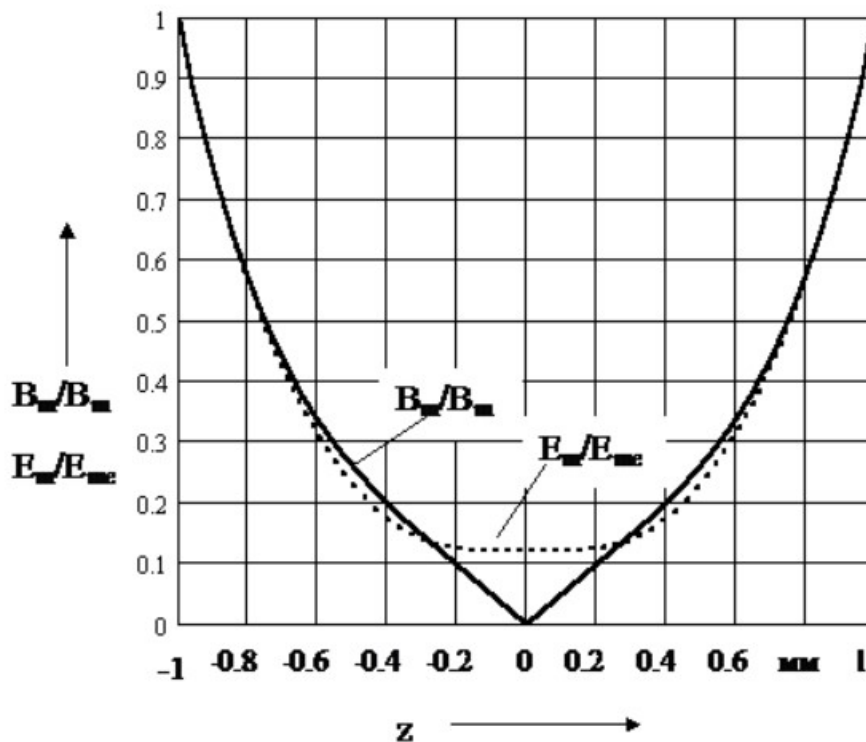


Рисунок 2.3 Відношення магнітної індукції та напруженості електричного поля у функції z

Як видно з рисунка, нерівномірність розподілу напруженості електричного поля (а значить, і густини струму) досить значна. Так, напруженість поля в середині пластини майже в десять разів менше, ніж на поверхні. В цьому і полягає електричний поверхневий ефект.

Якщо в безпосередній близькості один від одного розташовано кілька провідників зі змінними струмами і кожен з них знаходиться не тільки у власному змінному магнітному полі, а й у магнітному полі інших

провідників, то розподіл в кожному провіднику буде дещо відрізнятися від того, яке мало б місце, якби цей провідник був відокремлений. Цей ефект має назву *ефекту близькості*. Він призводить до додаткового збільшення активного опору провідників.

У випадку з двома паралельними пластинами, в магнітопроводах якого струми протікають в протилежних напрямках, ефект близькості призводить до того, що щільність струму на сторонах провідників, звернених один до одного, виявляється більшою, ніж на протилежних сторонах.

В якості ілюстрації показано вигляд двох паралельних близько розташованих плоских пластин (рис. 2.), за якими протікає в протилежних напрямках синусоїдальний струм.

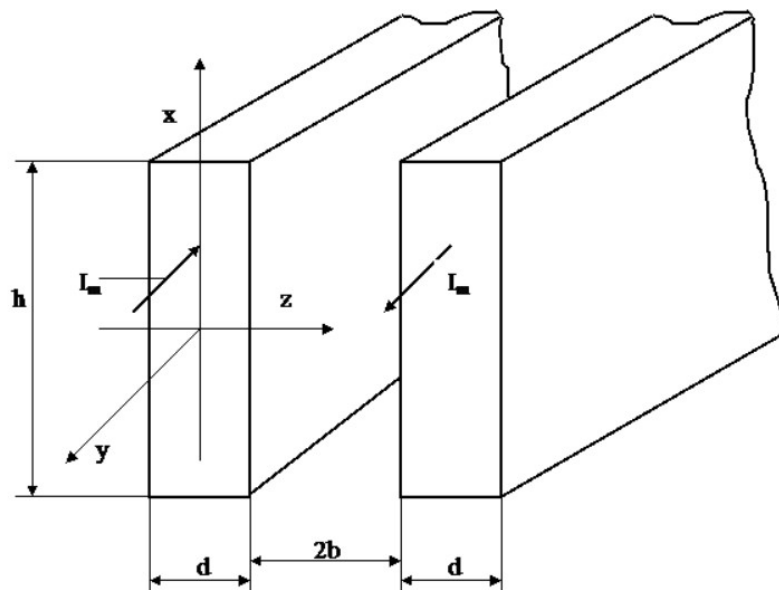


Рисунок 2.4 Дві близько паралельно розміщені пластини

Помістивши початок декартової системи координат в середній площині лівої пластини із розмірами $d \ll h$ і $2b \ll h$. У цьому випадку, з урахуванням того, що зліва від лівої шини напруженість магнітного поля $H = 0$, а в просторі між шинами $H = I/h$ (відповідно до закону повного струму), отримаємо такі формули для визначення H і E в лівій пластині:

$$\dot{H} = -\frac{\dot{I}}{h} \frac{\operatorname{sh} \alpha(0,5d + z)}{\operatorname{sh} \alpha d} \quad (2.18)$$

$$\dot{E} = \frac{\alpha \dot{I}}{\gamma h} \frac{\operatorname{ch} \alpha(0,5d + z)}{\operatorname{sh} \alpha d} \quad (2.19)$$

На рис. 2 наведені криві H / H_e і E / E_e в функції від z для тих же параметрів, що і в попередньому прикладі. Тут H_e і E_e - значення напруженості магнітного і електричного поля на правій поверхні лівої пластини ($z = 0.5d$).

Як видно з рис. 2, в даному випадку розподіл напруженості електричного поля і напруженості магнітного поля (криві практично збігаються) істотно відрізняються від відповідного розподілу для одиночної шини (рис. 5.9).

Так, якщо піднести плоский контур, по якому протікає струм високої частоти, до плоскої поверхні сталевого тіла, то в цьому тілі поблизу його поверхні виникнуть індуктивні струми. Ці струми і нагрівають поверхневий шар тіла навпроти контуру.[1]

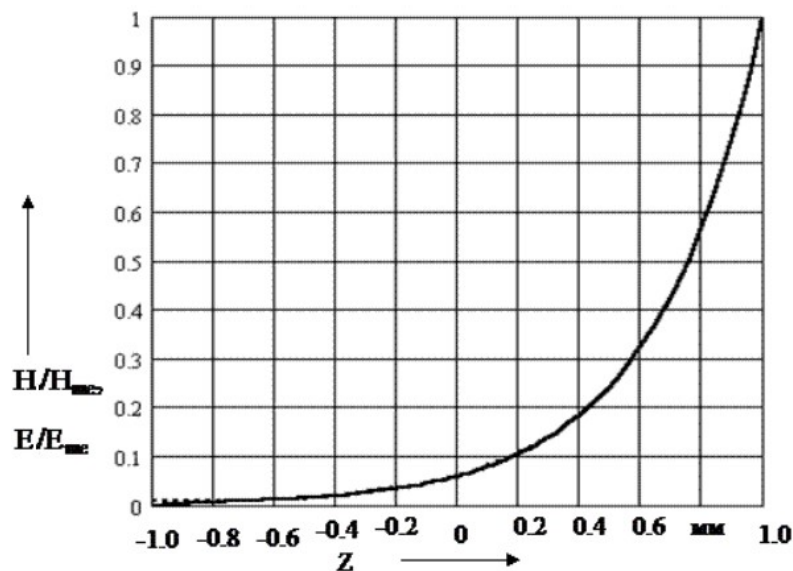


Рисунок 2.5 Відношення напруженості магнітного та електричного полів на правій поверхні лівої пластини

2.3.1 Втрати в магнітопроводах

Магнітні втрати, втрати на перемагнічування феромагнетиків складаються з втрат на гістерезис, на вихрові струми і на магнітне наслідки.

Вихрові струми по своїй природі відносяться до області квазістаціонарних явищ. Струмом зміщення провідників зазвичай можна знехтувати порівняно зі струмом провідності. Це справедливо і для високих частот, особливо враховуючи ті обставини, що на практиці завжди використовуються провідники з хорошою електричною провідністю. Вихрові струми викликають нерівномірний розподіл густини струму по перерізу провідника. При цьому зростають нерівномірні джоулеві втрати. Вихрові струми та нерівномірний розподіл магнітного потоку в сукупності називаються поверхневими або скін-ефектом. Збільшення густини струму призводить також до того, що ефективний опір провідника порівняно з опором, який той же провідник здійснює постійному струму, збільшується, тоді як індуктивність провідника зменшується.

У провідному середовищі за рахунок ЕРС самоіндукції, пропорційної швидкості зміни магнітного потоку, виникають вихрові струми. Вихрові струми нагрівають провідники, в яких вони виникли. Це призводить до втрат енергії в магнітопроводах. Для зменшення втрат на вихрові струми необхідно використовувати матеріал з підвищеним питомим опором, або збирати сердечник з тонких шарів, ізольованих один від одного.

В кінцевій зоні електричних машин під дією аксіальної складової магнітного поля в крайніх пакетах сердечників виникають вихрові струми (ВС) та відповідно додаткові магнітні втрати потужності (ДМВМ). Це явище виявляється найбільш критичним у великих машинах змінного струму.

Основою розрахунку вихрових струмів в пакеті сердечника магнітопровода, що відкриває нові можливості для отримання кількісних результатів, являється розробленою раніше методикою для розрахунку чисельного магнітного поля. Вона враховує структуру пакетів осердя магнітопровода та їх зубчастої зони, насичення і шихтовку сталі.[5]

Втрати в магнітопроводі суттєво залежать від частоти змінного магнітного поля що на нього діє. Тому втрати в магнітопроводі поділяють на:

- 1) статичні;
- 2) динамічні.

Статичні втрати - це втрати на перемагнічування магнітопроводу. Магнітний потік, проходячи по сердечнику розгортає всі домени то у напрямку магнітного поля, то в протилежному, при цьому поле здійснює роботу: розсувається кристалічна решітка, виділяється тепло і магнітне осердя розігрівається. Статичні втрати пропорційні площі петлі частоті і вазі сердечника. Це, так звані, втрати на гістерезис. Чим вужча петля, тим менші втрати. При збільшенні частоти поля зменшується магнітна проникність і зростають втрати.[6]

Обумовлені незворотними процесами перемагнічування. Втрати на гістерезис за один цикл перемагнічування (тобто за один період зміни поля), віднесені до одиниці об'єму речовини, визначаються площею статичної петлі гістерезиса. Для обчислення цих втрат можна використовувати емпіричну формулу $E_r = m^n$, де ϵ - коефіцієнт, що залежить від властивостей матеріалу, m - максимальна індукція, що досягається в даному циклі, n - показник ступеня, що приймає значення від 1,6 до 2 в залежності від m .

Характерну петлю втрат на гістерезис можна відобразити шляхом побудови густини магнітного потоку як функції магнітного поля

протягом одного циклу змінного струму (відповідного одному петлі гістерезису).

Вираз загальних втрат магнітопровода:

$$P = P_{\text{стат}} + P_{\text{вихр}} = H(t) \cdot \frac{dB(t)}{dt} \cdot V \quad (2.20)$$

де втрати на гістерезис:

$$P_{\text{стат}} = H_{\text{стат}}(t) \cdot \frac{dB(t)}{dt} \cdot V \quad (2.21)$$

та втрати на вихрові струми:

$$P_{\text{вихр}} = H_{\text{вихр}}(t) \cdot V = \sigma \cdot \left(\frac{dB(t)}{dt} \right)^2 \cdot V \quad (2.22)$$

Динамічні втрати - це втрати на вихрові струми. Петля гістерезису, при постійному струмі називається статичною петлею. Зі збільшенням частоти f починають суттєво впливати вихрові струми.

Ферромагнетик (сталь) - хороший електропровідник, тому магнітний потік, проходячи по сердечнику наводить в ньому струми, які охоплюють кожну магнітну силову лінію. Ці струми створюють свої магнітні потоки, спрямовані назустріч основному магнітному потоку. Результат складання наведених струмів в товщі магнітопровода такий, що сумарний струм витісняється до країв масивного магнітопровода.

Між силовими лініями струми компенсуються і, в результаті, струм протікає тільки по периметру. Сталь має малий омичний опір, тому струм досягає значень сотень і тисяч ампер, викликаючи розігрів магнітопровода. Для зменшення вихрових струмів необхідно збільшити омичний опір, що досягається набором сердечника з ізольованих пластин. Чим тонше пластина (стрічка), тим вище її опір і менше вихрові струми. Залежно від робочої частоти товщина (Δ) пластин (стрічки) різна. У таблиці 2.3 наведена залежність товщини пластин від частоти мережі.

Таблиця 2.3

Частота мережі f (Гц)	Товщина пластини Δ (мм)
50 ... 60	0,5 ... 0,35
400	0,2 ... 0,1
20000	0,05 ... 0,003

2.3.2 Математичне моделювання струмів Фуко в шихтованому магнітному осерді

Розподіл результуючого вихрового струму в листі залежить від провідності та проникності. Оскільки розрахункова область не може бути нескінченною їй задаються граничні умови у вигляді певного просторового об'єму, здебільшого у вигляді циліндра чи сфери. Дане положення змушує поле бути дотичним до зовнішніх зон, тобто максимально наближеним до реальних умов.

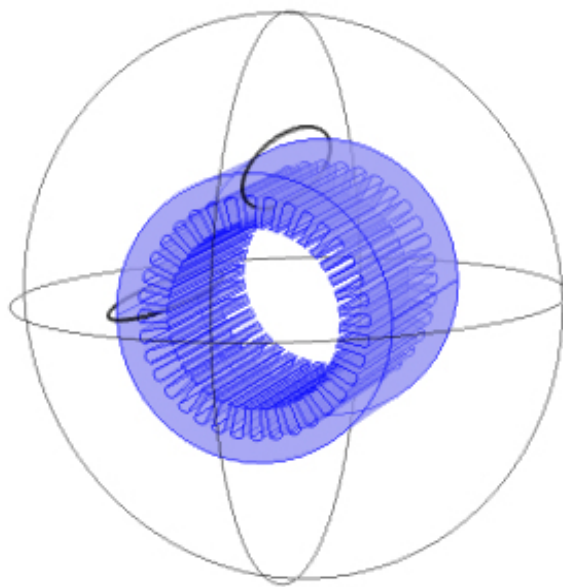


Рисунок 2.6 Розрахункова область моделі

Розрахунок векторного магнітного потенціалу:

$$(j\omega\sigma - \omega^2\varepsilon)A + \nabla\left(\frac{1}{\mu}\nabla\cdot A\right) = 0 \quad (2.23)$$

де σ – провідність, ε – діелектрична проникність, μ – магнітна проникність. Важливим параметром моделювання вихрових струмів є глибина скін-ефекту δ .

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}} \quad (2.24)$$

У приведеній таблиці показано глибину проникнення для різних матеріалів при частоті 50 Гц.

Таблиця 2.4 Глибина проникнення для різних матеріалів при частоті 50 Гц

Матеріал	Відносна проникність	Електропровідність	Скін-ефект
Мідь	1	$5.998 \cdot 10^7$ S/м	9 мм
Алюміній	1	$3.774 \cdot 10^7$ S/м	12 мм
Нержавіюча сталь	1	$1.137 \cdot 10^6$ S/м	67 мм
Електротехнічна сталь	4000	$1.12 \cdot 10^7$ S/м	0.34 мм

Для того, щоб модель відображала точні результати, сітка повинна містити затухаючі поля в металі. На практиці це означає, що потрібно задати глибину проникнення принаймні трохи більше, ніж 1 у відносних одиницях.

Якщо глибина скін-ефекта невелика у порівнянні з розмірами пластини, це може бути практично не вирішеною задачею. Це трапляється при високих частотах у великогабаритних конструкціях, або з матеріалами з високою проникністю. У таких випадках необхідно задіяти інші матеріали. Натомість, варто задати їм граничними умовами імпедансу. Цей стан істотно встановлює глибину скін-ефекта до нуля, в

результаті чого всі індуковані струми протікають по поверхні листа. Математично, це показано виразом:

$$n \cdot H + \sqrt{\frac{\epsilon - j\sigma}{\mu}} n \cdot (E \cdot n) = 0 \quad (2.25)$$

Вираз для розрахунку сумарних втрат на вихрові струми, $P_{\text{вихр}}$ (в системі SI Вт/м²) виглядає наступним чином:

$$P_d = \frac{1}{2} (J_s \cdot E) \quad (2.26)$$

де J_s – щільність поверхневого індукованого струму.

Розрахунок втрат на вихрові струми в магнітному осерді в двовимірному пов'язано з рядом припущень та неточностей, а саме: неможливість врахування дискретності магнітопроводу вздовж осі поперечних вихр струмів (що замикаються в осьовому напрямку); кінцева довжина магнітопроводу

Для розрахунку втрат на вихрові струми доцільно взяти тривимірну постановку задачі, наприклад, якщо взяти магнітопровід довжиною 100мм, він дискретно буде поділений на 200 окремих листів, якщо в такому випадку побудувати сітку скінченних елементів розрахункової області, вона буде містити від 1 100 000 до 2 000 000 тетраедрів.

Для зменшення кількості сітки скінченних елементів приймається допущення, а саме розрахунок магнітопроводу приймається масивним, але електропровідність приймається анізотропною, тобто задаються параметри провідності масиву відносно просторових осей координат:

$$\sigma = \begin{bmatrix} JX & 0 & 0 \\ 0 & JY & 0 \\ 0 & 0 & JZ \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

в координатах x та y задається однакова провідність $1.12 \cdot 10^7$, а провідність z по координаті z $1.12 \cdot 10^5$.

Значення jx та ju приймаються однаковими, а значення електропровідності по осі jz задається ітераційним методом, підбирається

такої величини, щоб величина втрат на вихрові струми наближались до експериментальних даних.

Це дозволило зменшити кількість елем ССЕ до 150-250 тис. тетраедрів.

2.3.3 Математичне моделювання втрат на гістерезис в шихтованому магнітному осерді

Явище гістерезису — неоднозначна залежність зміни фізичної величини, яка характеризує стан або властивість тіла, від зміни фізичної величини, що характеризує зовнішні умови. Гістерезис зумовлений необоротними змінами в тілі, які виникають від дії зовнішніх факторів, внаслідок чого тіло після припинення діяння на нього характеризується так званими залишковими властивостями (залишковим намагніченням, електризацією, деформацією тощо)

Явище гістерезису включає в себе нелінійний зв'язок між зміною магнітного поля (H), та зміною намагніченості (M) та зміною густини магнітного потоку (B), який розраховується за формулою:

$$B=\mu_0(H+M) \quad (2.28)$$

де μ_0 — магнітна проникність для вакууму

Повне моделювання втрат на гістерезис може зайняти багато часу, навіть для двовимірної моделі, тому бажано перетворити її на зменшену модель. Одним з таких прикладів є втрати на гістерезис при математичному моделюванні процесів що залежать від часу. Втрати на гістерезис в такому випадку можна змоделювати, використовуючи комплексну величину магнітної проникності, яка представляється середнє значення втрат за один період. В кінцевому результаті залежність втрат на гістере від часу отримується з моделі що залежить від часу і буде розглянено далі.

Основою для розробки математичного моделі втрат на гістерезис є магнітні осердя що досліджуються в даній МД та наведені в цьому розділі. Для розрахунку втрат на гістерезис розроблена окрема задача на основі моделі що використовується для втрат на вихрові струми. Для моделювання використовується математична модель гістерезиса, розроблена на основі методу Jiles-Atherton method.

$$\sigma \frac{dA}{dt} + \nabla \cdot (\mu_0^{-1} \nabla \cdot A - M) = J_e \quad (2.29)$$

де σ – електропровідність

Оскільки котушка індуктивності має велику кількість витків, то не раціонально моделювати кожен з них окремо. Замість цього вся котушка розглядається як масив з постійною щільністю струму, що відповідає струмам у кожному витку. Провідність у цьому масиві нульова, вихровими струмами в кожному витку можна знехтувати.

$$M = M_{irr} + M_{rev} \quad (2.30)$$

$$M_{rev} = c(M_{an} - M_{irr}) \quad (2.31)$$

$$M_{an} = M_s \left(\coth \frac{H_e}{\alpha} - \frac{\alpha}{H_e} \right) \frac{H_e}{|H_e|} \quad (2.32)$$

$$\frac{dM_{irr}}{dt} = g \left(\frac{M_{rev}}{ck} \cdot \frac{dH_e}{dt} \right) \frac{M_{rev}}{|M_{rev}|} \quad (2.33)$$

$$g(x) = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases} \quad (2.34)$$

$$H_e = H + \alpha M \quad (2.35)$$

де a, b, α, M_s та k є параметрами моделі Jiles-Atherton . Виконуючи певні перетвореннями з рівняннями, що наведені вище отримаємо наступні вирази

$$M_{rev} = \frac{c}{1 - c} (M_{an} - M) \quad (2.36)$$

$$\frac{dM}{dt} = (1 - c) \frac{dM_{irr}}{dt} + c \frac{dM_{an}}{dt} \quad (2.37)$$

Де останнє рівня розв'язує як додаткове рівняння в часткових похідних з урахуванням величини магнітного поля H , як шуканої змінної. Шукана величина використовується в якості визначальної залежності $H=f(B)$. Шукана величина може бути визначена $H=f(B)$ Замість того щоб розв'язувати згадане рівняння відносно намагніченості M , та використовувати визначальну залежність $B=\mu_0 H+\mu_0 M$. Значення параметрів, що використовуються в методі, вказані в таблиці 2.5.

Таблиця 2.5 Задаючі параметри методу розрахунку методу Jiles-Atherton

Параметр	Величина	Одиниці вимірювання
a	560	A/м
c	0,1	
α	0,0007	
M_s	$1,6 \cdot 10^6$	A/м
k	1200	A/м

Функція $g(x)$ реалізується за допомогою `flsmhs`, щоб знизити різкий перехід, використовується параметр, який розраховується за формулою:

$$\delta = \frac{cf^2}{k(1-c)} \quad (2.38)$$

де f – частота.

Наступним етапом буде визначення стандартного розкладання

Тейлора

$$M_{an} = \left\{ \begin{array}{ll} M_s \frac{H_e}{3a}; & |H_e| < 0,1 \\ M_s \left(\coth \frac{|H_e|}{\alpha} - \frac{\alpha}{H_e} \right) \frac{H_e}{|H_e|}; & |H_e| \geq 0,1 \end{array} \right\} \quad (2.39)$$

Лінійна модель втрат для магнітного матеріалу:

$$\mu_r = \mu_r^* + \mu_r^{**} \quad (2.40)$$

де μ_r^* та μ_r^{**} є дійсною та припустимою складовою магнітної проникності. Втрати в такому матеріалі розраховуються за формулою:

$$P_{\text{loss}} = \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{-j\omega B \bullet H^*\} = \frac{1}{2} \omega \mu_0 \mu_r^{**} (H \bullet H^*) = \omega \mu_0 \mu_r^{**} (H_{\text{rms}} \bullet H_{\text{rms}}) \quad (2.41)$$

де H_{rms} – коефіцієнт середньоквадратичного значення протягом одного циклу

$$H_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{1}{t} \int_0^t \begin{bmatrix} H_x^2 \\ H_y^2 \\ H_z^2 \end{bmatrix} dt} \quad (2.42)$$

У моделі гістерезису можна розрахувати втрати за допомогою часового інтегралу:

$$P_{\text{loss}} = \frac{1}{t} \int_0^1 \left(H \bullet \frac{dB}{dt} \right) dt \quad (2.43)$$

які буде схожою із середніми втратами. Використовуючи два наступні рівняння можна знайти часові гармоніки:

$$B_{\text{rsm}} \bullet B_{\text{rsm}} = \mu_0^2 |\mu_r|^2 (H_{\text{rms}} \bullet H_{\text{rms}}) \quad (2.44)$$

$$\mu_r^{**} = \frac{1}{2\pi f \mu_0} \cdot \frac{\frac{1}{V_{\text{dom}}} \int P_{\text{loss}} dV}{\frac{1}{V_{\text{dom}}} \int (H_{\text{rms}} \bullet H_{\text{rms}}) dV} \quad (2.45)$$

$$\mu_r^* = \operatorname{Re} \left\{ \sqrt{\frac{1}{\mu_0^2} \frac{\int (B_{\text{rsm}} \bullet B_{\text{rsm}}) dV}{\int (H_{\text{rsm}} \bullet H_{\text{rsm}}) dV}} - (\mu_r^{**})^2 \right\} \quad (2.46)$$

Ці рівняння мають однакові параметри області значень, які необхідні для розрахунку середніх загальних втрат та параметрів відносної проникності.

Щоб отримати значення середніх втрат загальна більш точний процес моделювання відповідно займатиме більше часу.

Висновок. У даному розділі було розроблено тривимірну польову математичну модель, що дозволяє визначити розподіл електромагнітного

поля та інших фізичних величин в розрахунковій області досліджуваного магнітного осердя статора асинхронного двигуна. За прототипи було обрано магнітопроводи таких асинхронних двигунів: 4A90L4Y3, 4AC71B8Y3, A100L8Y3, 4AC80A2Y3, 4A71B4Y3.

Розробка моделей проходила поетапно:

- створення геометрії моделі магнітопровода в САПР SolidWorks 2014;
- імпорт побудованої моделі в середовище COMSOL Multiphysics 5.2a;
- створення і дослідження моделі в програмному пакеті COMSOL Multiphysics 5.2a.

Втрати на вихрові струми пропорційні квадрату частоти, квадрату товщини і ваги сердечника. Тому на високих частотах використовуються дуже тонкі матеріали. Кожна крупинка ізолювана оксидом, тому вихрові струми дуже малі. Останній рядок таблиці 2.3 відповідає саме такому варіанту виготовлення магнітного осердя. Було показано модель розрахунку втрат на вихрові струми та втрат на гістерезис в середовищі COMSOL Multiphysics.

РОЗДІЛ 3 РЕЗУЛЬТАТИ МОДЕЛЮВАННЯ

3.1 Результати розрахунків втрат при 50 Гц в бездефектному магнітопроводі

Основними вимогами до математичної моделі при моделюванні швидкоплинних процесів є: визначення амплітуди та часу затухання ЕРС у вторинній обмотці за період розмикання (замикання) первинного кола обмотки збудження; крок розрахунку повинен становити не менше 10^{-7} с.

Для моделювання швидкоплинних електромагнітних явищ в осерді статора АД за основу, взято розроблену в роботі тривимірну польову математичну модель. Однак апробація даної моделі при розрахунку швидкоплинних (перехідних) процесів показала її низьку ефективність та високу похибку при розрахунку. В квазістаціонарному режимі неможливо моделювати такий процес, як розрив електричного кола первинної обмотки збудження і подальше визначення (із заданою точністю розрахунку) ЕРС на виході вимірювальної обмотки. Також, при постановці задачі моделювання перехідних процесів вторинна вимірювальна обмотка повинна підключатись до вимірювального приладу (вольтметра чи осцилографу).

Тому, для математичного моделювання перехідних процесів, період яких становить до 10^{-5} с розроблено коло-польову математичну модель даної системи. Це задача, яка містить в собі дві фізичні моделі: магнітного поля (Magnetic Fields) та електричного кола (Electrical Circuit). Ці дві моделі пов'язані між собою, оскільки мають спільні елементи: обмотка збудження та вимірювальна обмотка.

Відповідно до аналітичних розрахунків, поелементно будується принципова електрична схема в середовищі COMSOL Multiphysics, так як це показано на рис. 3.1.

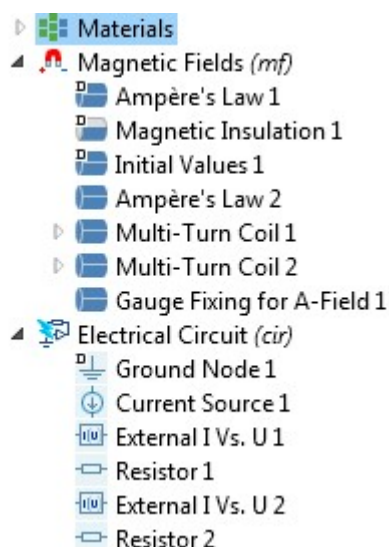


Рисунок. 3.1 Принципова електрична схема в середовищі COMSOL Multiphysics

Кожен із елементів електричного кола, зображений на рисунку 4.4. відповідає принциповій схемі, що зображена на рисунку 4.3. Вимірювальний вольтметр змодельовано опором, що ввімкнений в коло вторинної обмотки.

В налаштуваннях елементу "Current Source 1" встановлюється момент розриву первинного кола.

Елементи "External I Vs. U 1" та "External I Vs. U 2" зв'язані через модуль Multiphysics із елементами магнітного кола "Multi-Turn Coil 1" та "Multi-Turn Coil 2".

Таблиця 3.1– Геометричні розміри магнітопровода статора АД 4А90L4У3

Параметр	Величина
зовнішній діаметр осердя статора - D_3	146 мм
внутрішній діаметр осердя статора - $D_{вн}$	95 мм
кількість пазів статора - Z_1	36
висота паза - h	12.9 мм
ширина широкої частини паза - b_1	6.5 мм

ширина вузької частини паза - b_2	4.8 мм
ширина шийки паза - m	3 мм
висота пліца паза - e	0.5 мм



Рисунок 3.2 Фото магнітопровода асинхронного двигуна 4A90L4Y3

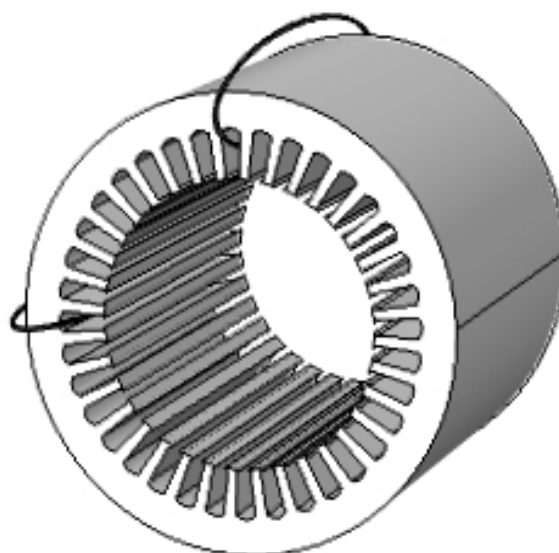


Рисунок 3.3 Загальний вигляд побудованої моделі магнітопровода АД
4A90L4Y3

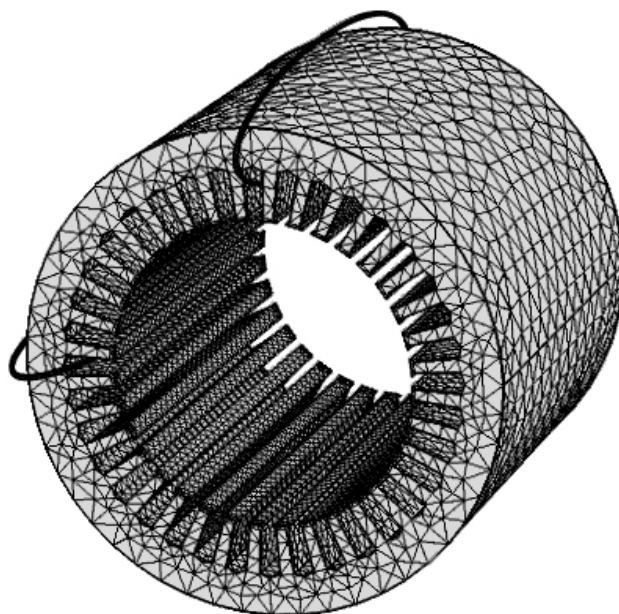


Рисунок 3.4 Сітка скінченних елементів на поверхні шихтованого магнітопровода статора асинхронного двигуна

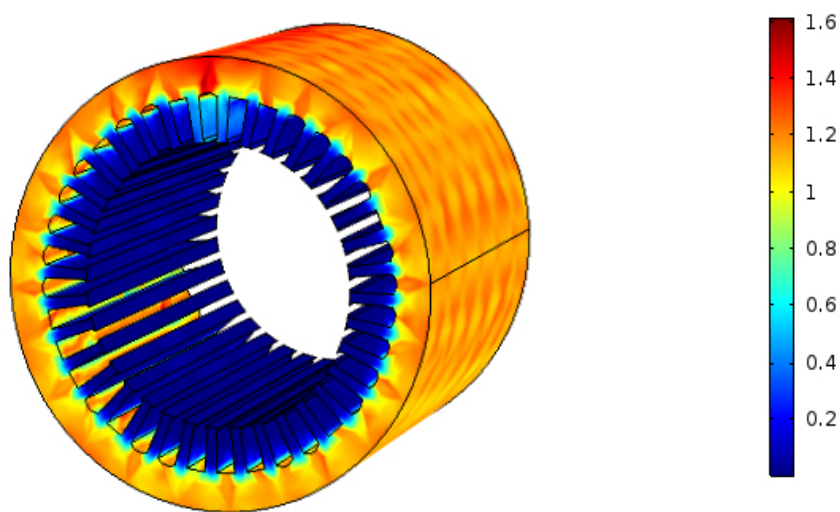


Рисунок 3.5 Розподіл магнітної індукції у шихтованому магнітопроводі

Таблиця 3.2– Геометричні розміри магнітопровода статора АД 4АС71В8УЗ

Параметр	Величина
зовнішній діаметр осердя статора - D_3	116 мм
внутрішній діаметр осердя статора - $D_{вн}$	62 мм
кількість пазів статора - Z_1	24
висота паза - h	12.2 мм
ширина широкої частини паза - b_1	5.5 мм
ширина вузької частини паза - b_2	3.9 мм
ширина шийки паза - m	3 мм
висота шліца паза - e	0.5 мм

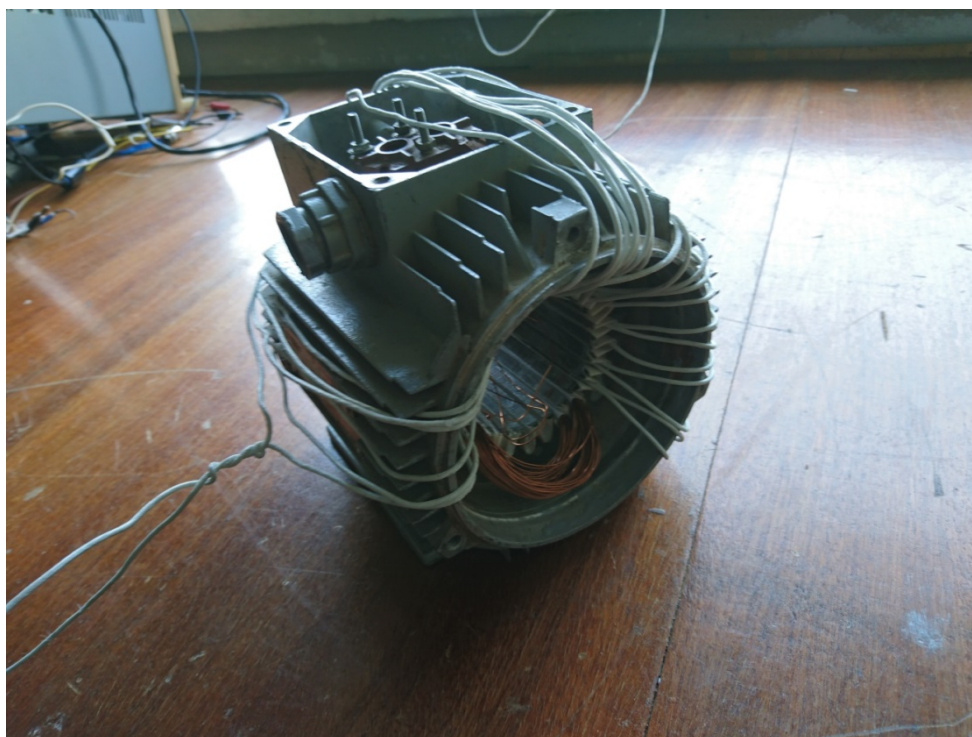


Рисунок 3.6 Фото магнітопровода асинхронного двигуна 4АС71В8УЗ

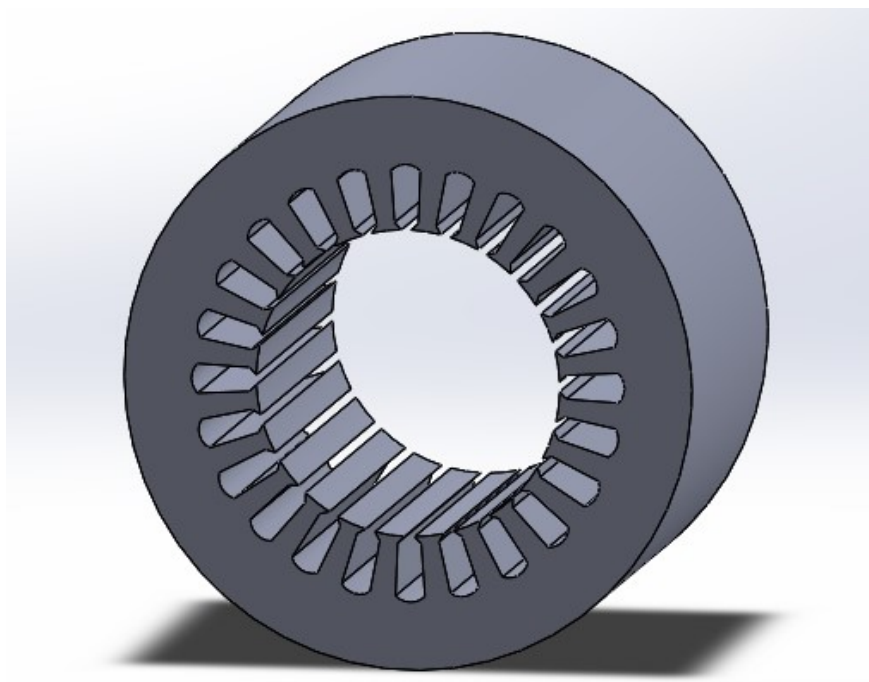


Рисунок 3.7 Загальний вигляд побудованої моделі магнітопровода АД
4AC71B8Y3

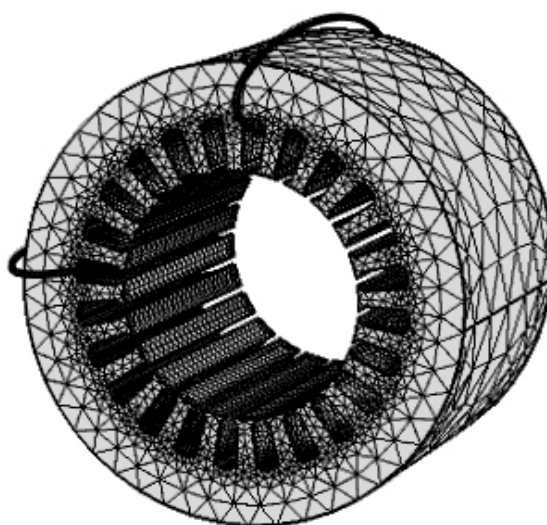


Рисунок 3.8 Сітка скінченних елементів на поверхні шихтованого
магнітопровода статора асинхронного двигуна

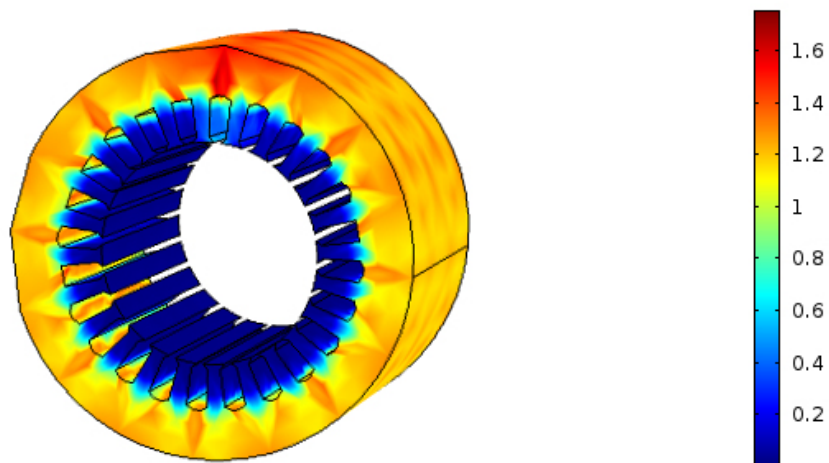


Рисунок 3.9 Розподіл магнітної індукції у шихтованому магнітопроводі

Таблиця 3.3– Геометричні розміри магнітопровода статора АД 4А100L8УЗ

Параметр	Величина
зовнішній діаметр осердя статора - D_3	168 мм
внутрішній діаметр осердя статора - $D_{\text{вн}}$	113 мм
кількість пазів статора - Z_1	36
висота паза - h	17,9 мм
ширина широкої частини паза - b_1	7,5 мм
ширина вузької частини паза - b_2	5,4 мм
ширина шийки паза - m	3 мм
висота пліца паза - e	0.5 мм

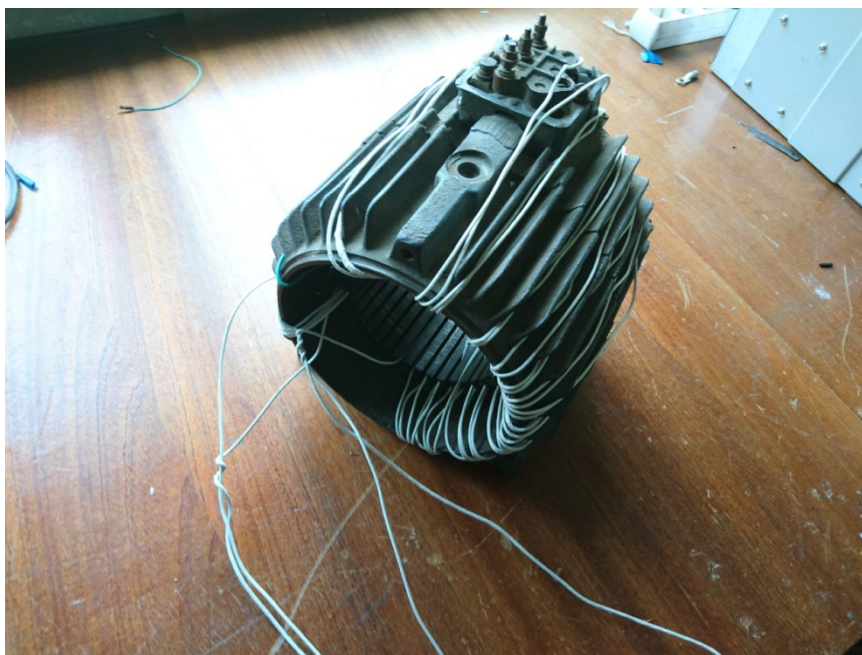


Рисунок 3.10 Фото магнітопровода асинхронного двигуна 4A100L8УЗ

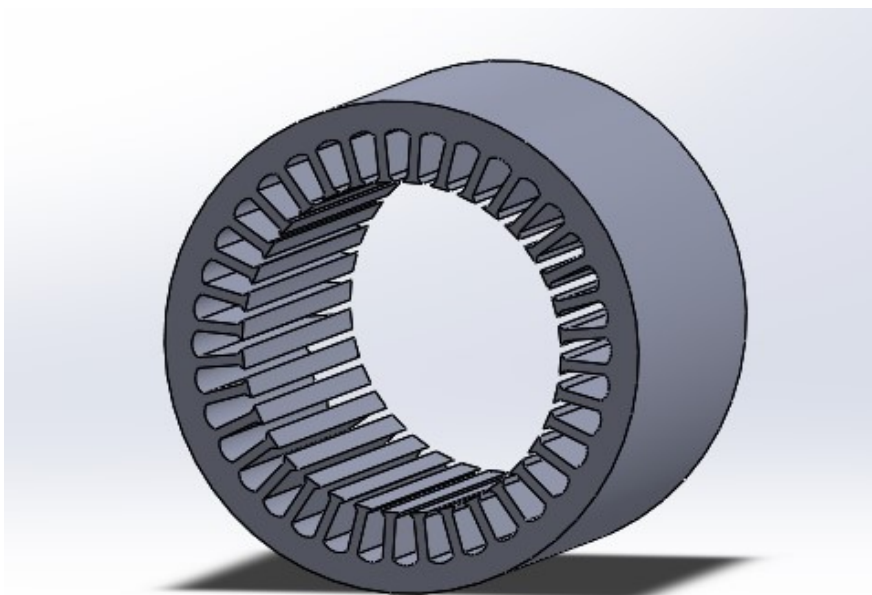


Рисунок 3.11 Загальний вигляд побудованої моделі магнітопровода
АД 4A100L8УЗ

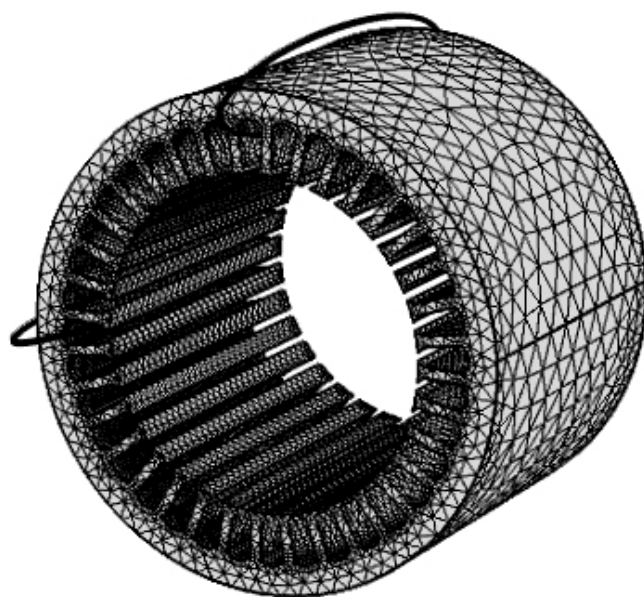


Рисунок 3.12 Сітка скінченних елементів на поверхні шихтованого магнітопровода статора асинхронного двигуна 4A100L8У3

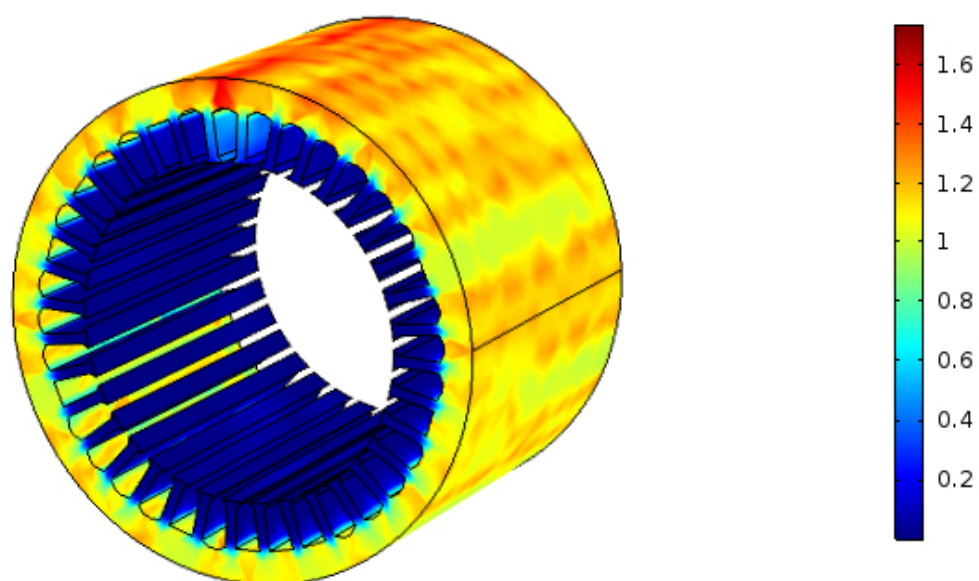


Рисунок 3.13 Розподіл магнітної індукції у шихтованому магнітопроводі

Таблиця 3.4– Геометричні розміри магнітопровода статора АД 4АС80А2УЗ

Параметр	Величина
зовнішній діаметр осердя статора - D_3	131 мм
внутрішній діаметр осердя статора - $D_{вн}$	74 мм
кількість пазів статора - Z_1	24
висота паза - h	13,6 мм
ширина широкої частини паза - b_1	8,5 мм
ширина вузької частини паза - b_2	6,5 мм
ширина шийки паза - m	3 мм
висота шліца паза - e	0.5 мм

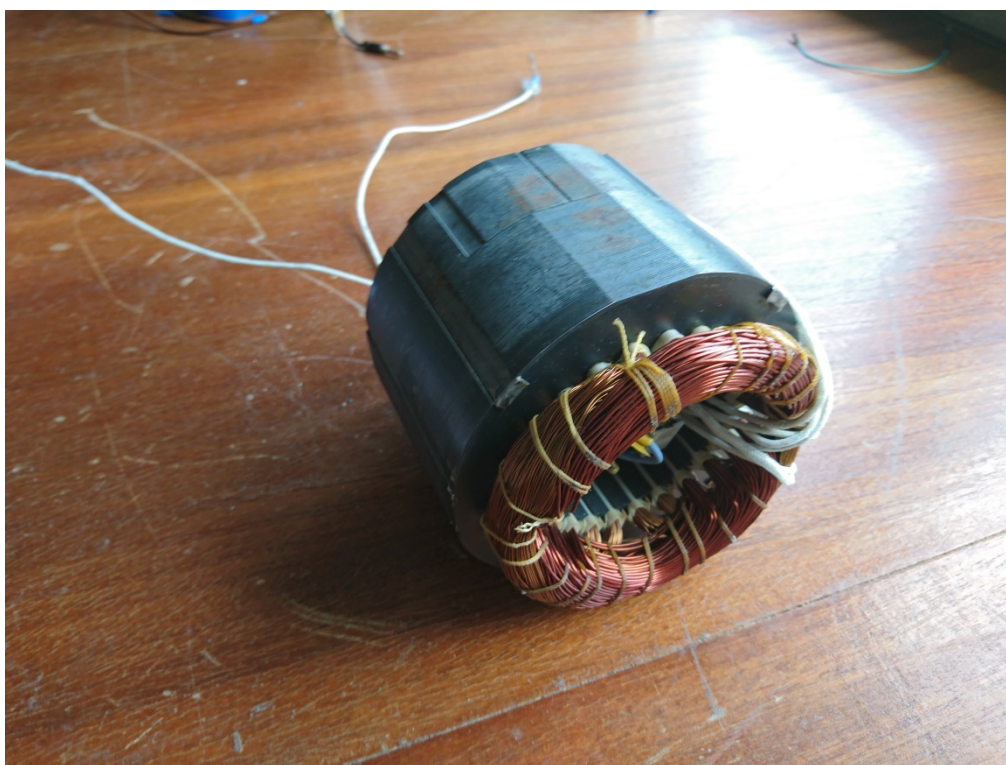


Рисунок 3.14 Фото магнітопровода асинхронного двигуна 4АС80А2УЗ

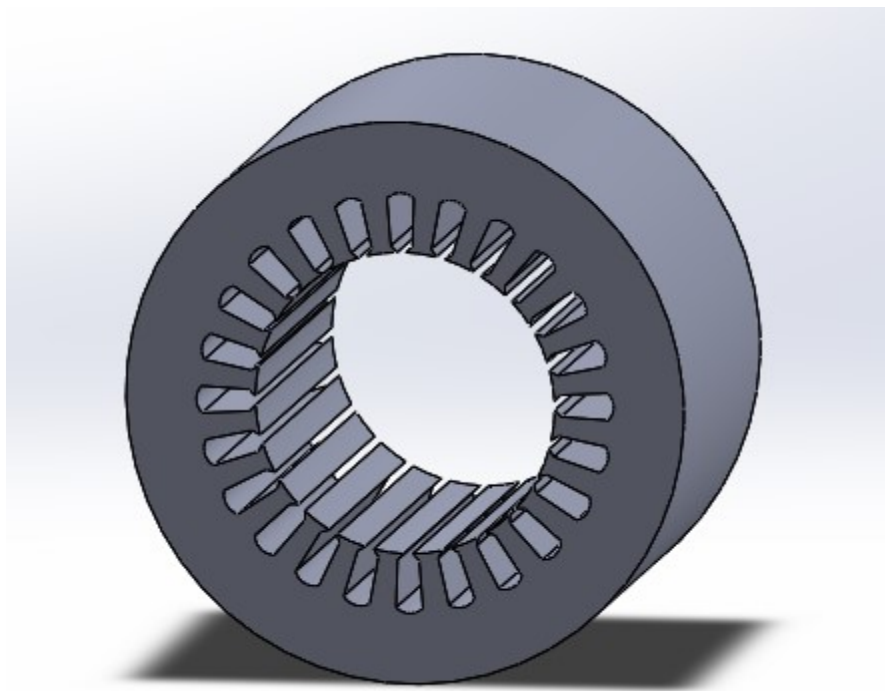


Рисунок 3.15 Загальний вигляд побудованої моделі магнітопровода
АД 4АС80А2УЗ

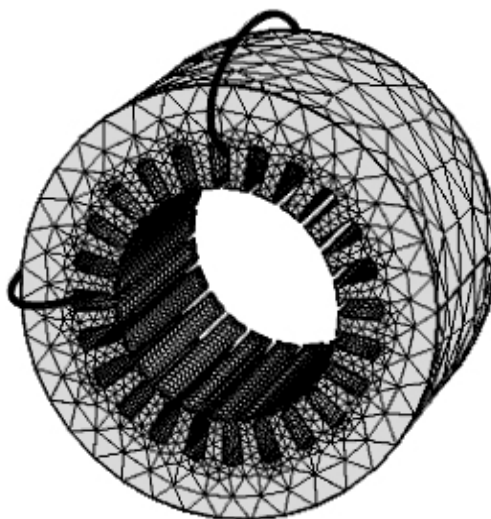


Рисунок 3.16 Сітка скінченних елементів на поверхні шихтованого
магнітопровода статора асинхронного двигуна 4АС80А2УЗ

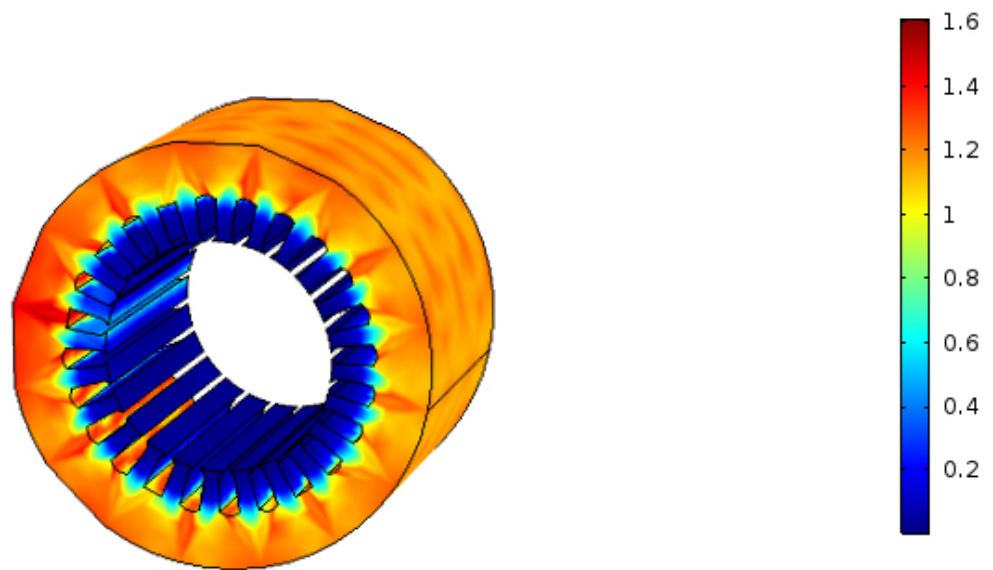


Рисунок 3.17 Розподіл магнітної індукції у шихтованому магнітопроводі

Таблиця 3.1– Геометричні розміри магнітопровода статора АД 4А71В4УЗ

Параметр	Величина
зовнішній діаметр осердя статора - D_3	116 мм
внутрішній діаметр осердя статора - $D_{\text{вн}}$	70 мм
кількість пазів статора - Z_1	24
висота паза - h	11,6 мм
ширина широкої частини паза - b_1	6,5 мм
ширина вузької частини паза - b_2	4,7 мм
ширина шийки паза - m	3 мм
висота пліща паза - e	0.5 мм

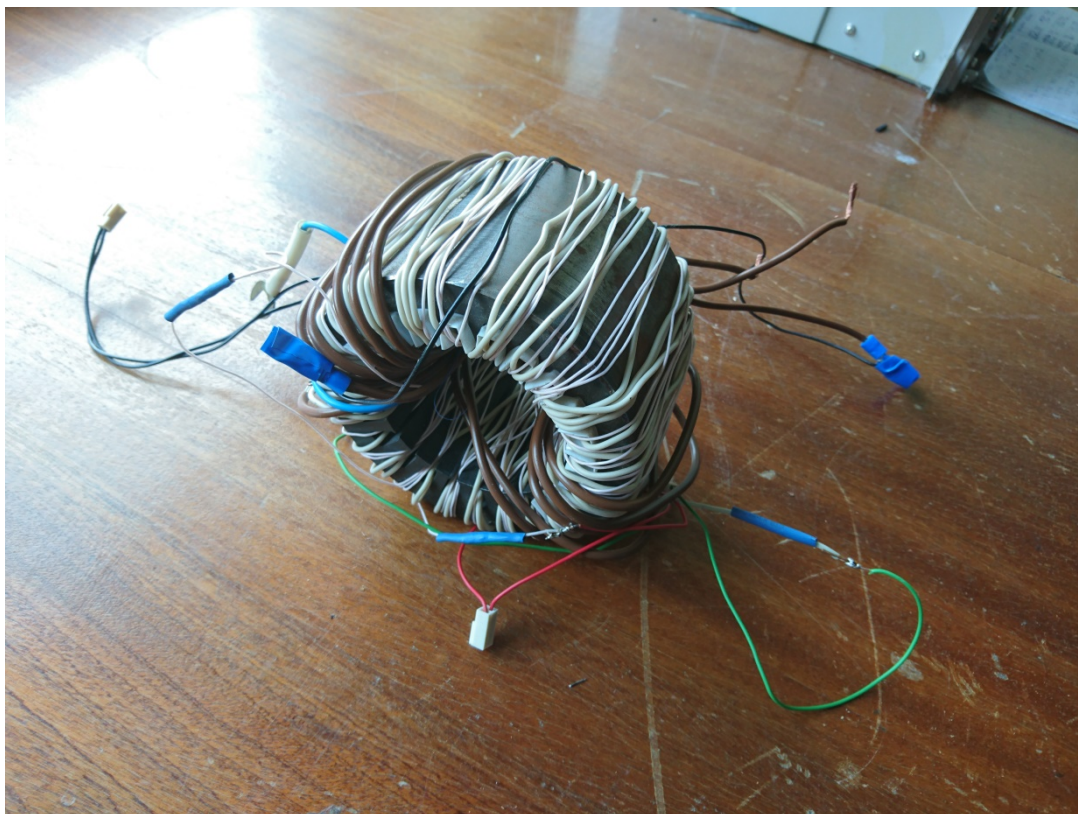


Рисунок 3.18 Фото магнітопровода асинхронного двигуна 4А71В4УЗ

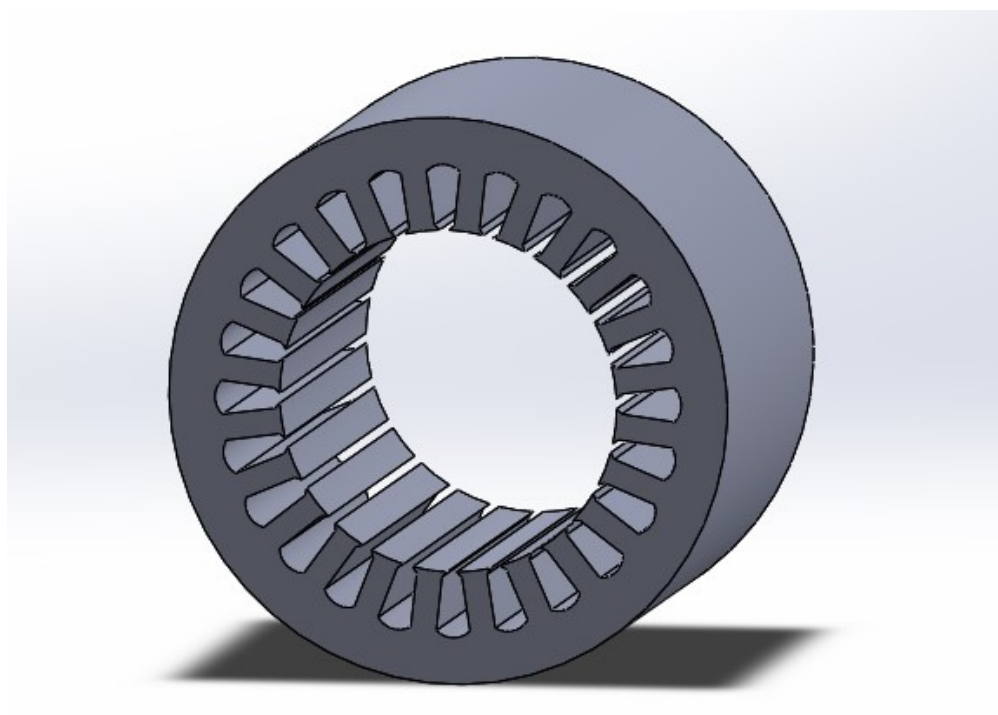


Рисунок 3.19 Загальний вигляд побудованої моделі магнітопровода
АД 4А71В4УЗ

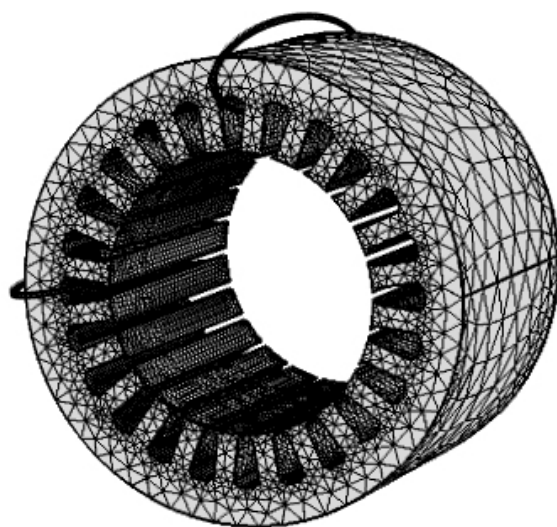


Рисунок 3.20 Сітка скінченних елементів на поверхні шихтованого магнітопровода статора асинхронного двигуна 4A71B4УЗ

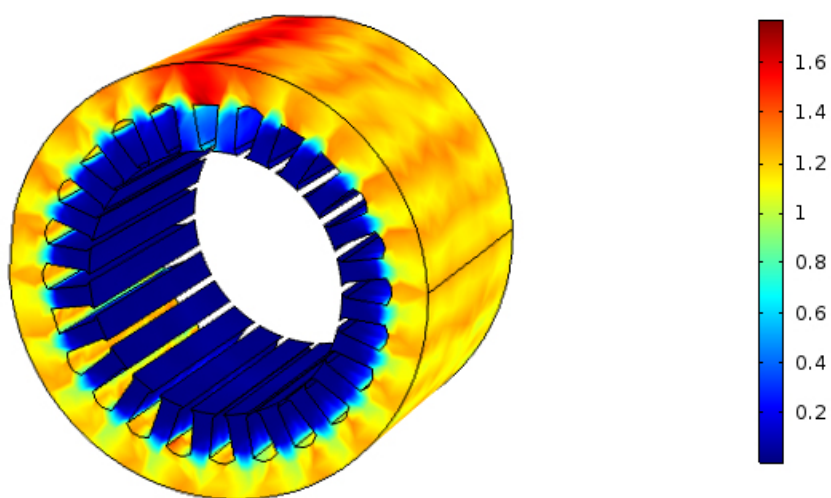


Рисунок 3.21 Розподіл магнітної індукції у шихтованому магнітопроводі

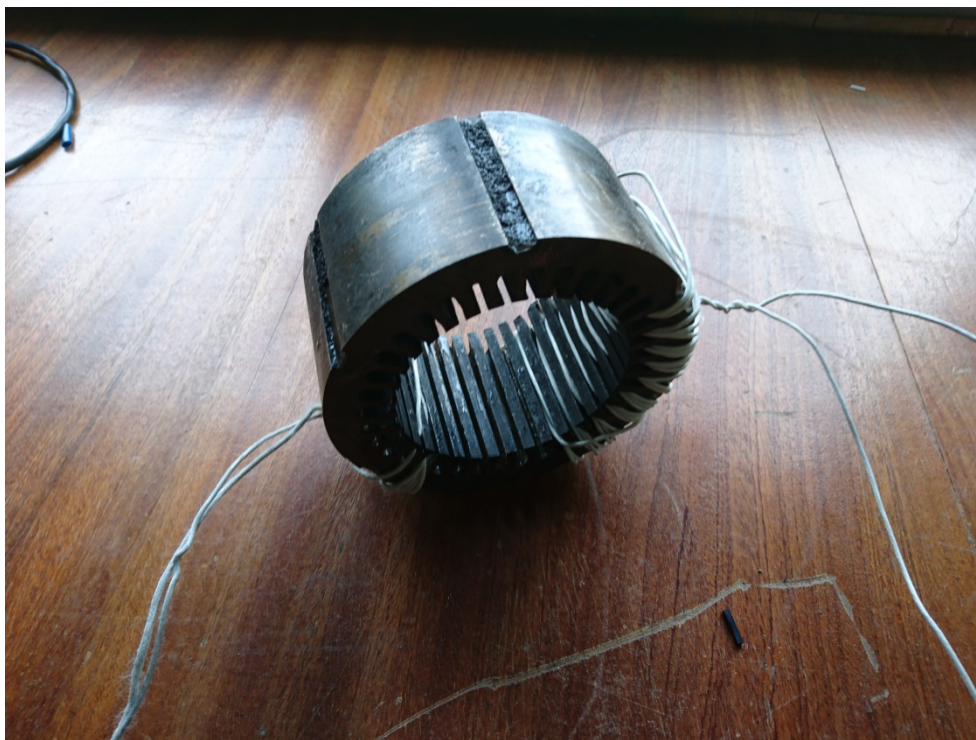


Рисунок 3.22 Фото розділеного магнітопровода асинхронного двигуна
4A90L4Y3

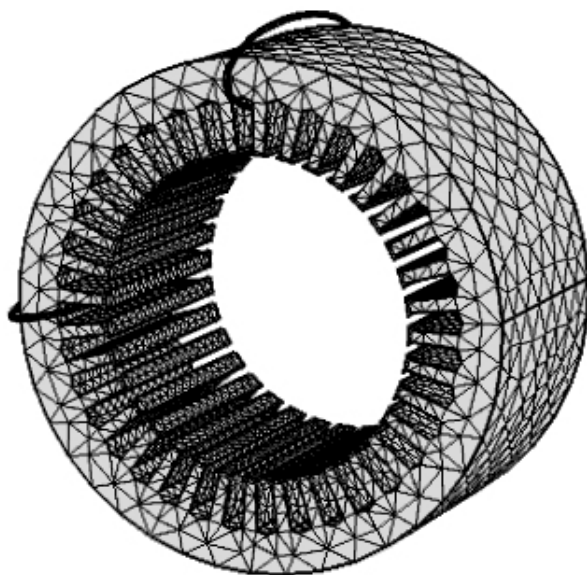


Рисунок 3.23 Сітка скінченних елементів на поверхні шихтованого
магнітопровода статора асинхронного двигуна 4A90L4Y3

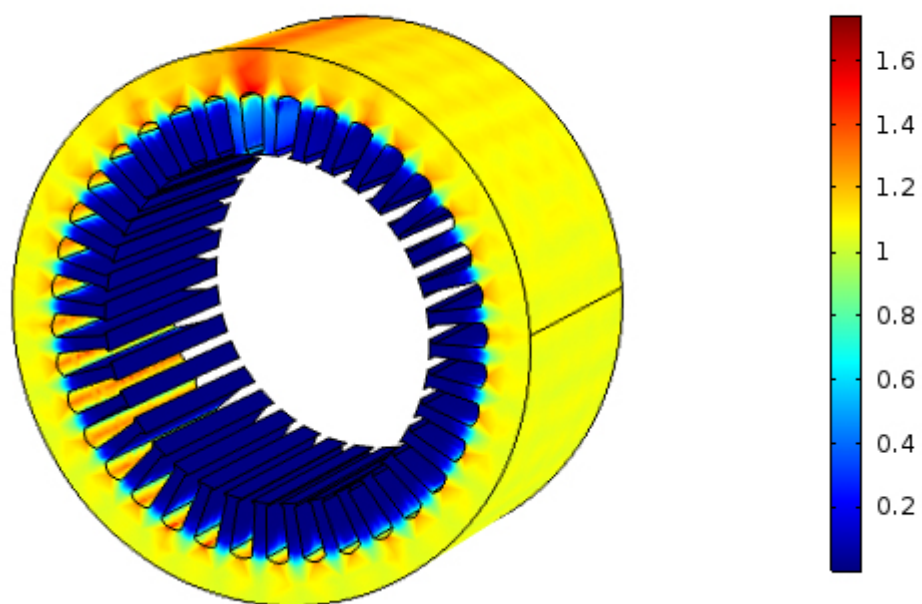


Рисунок 3.21 Розподіл магнітної індукції у шихтованому магнітопроводі статора асинхронного двигуна 4A90L4У3

3.2 Результати моделювання магнітопроводу з дефектом



Рисунок 3.22 Фото магнітопровода з дефектом асинхронного двигуна
4A90L4Y3

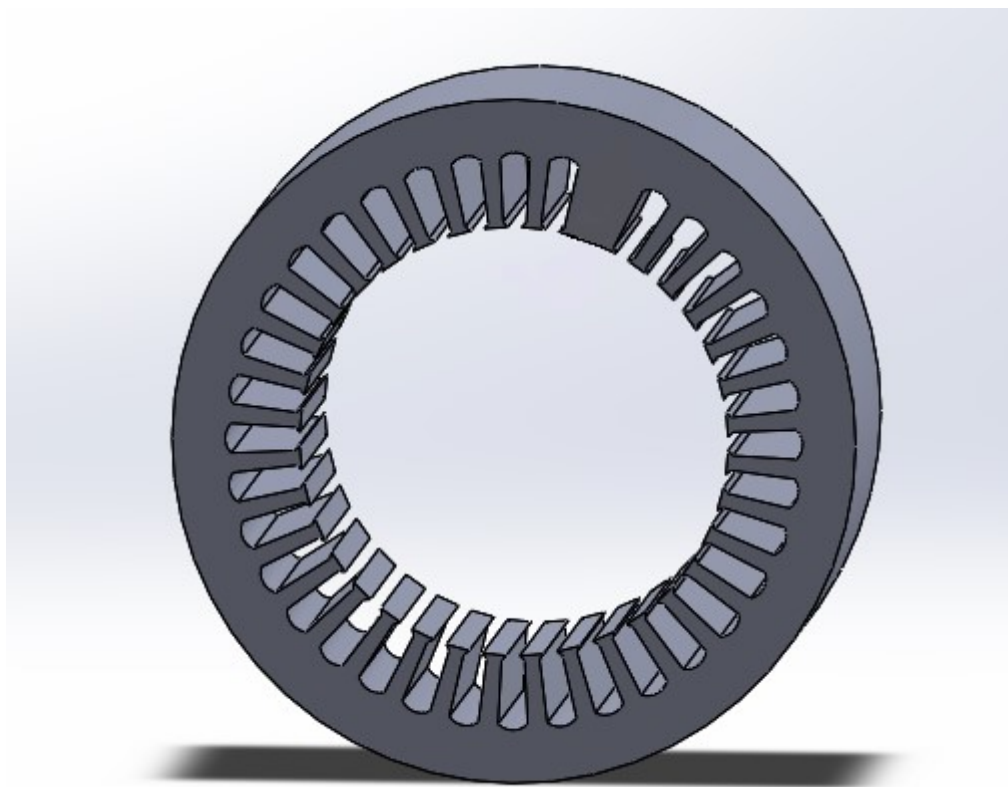


Рисунок 3.23 Загальний вигляд побудованої моделі магнітопровода
АД 4A90L4Y3 з дефектом

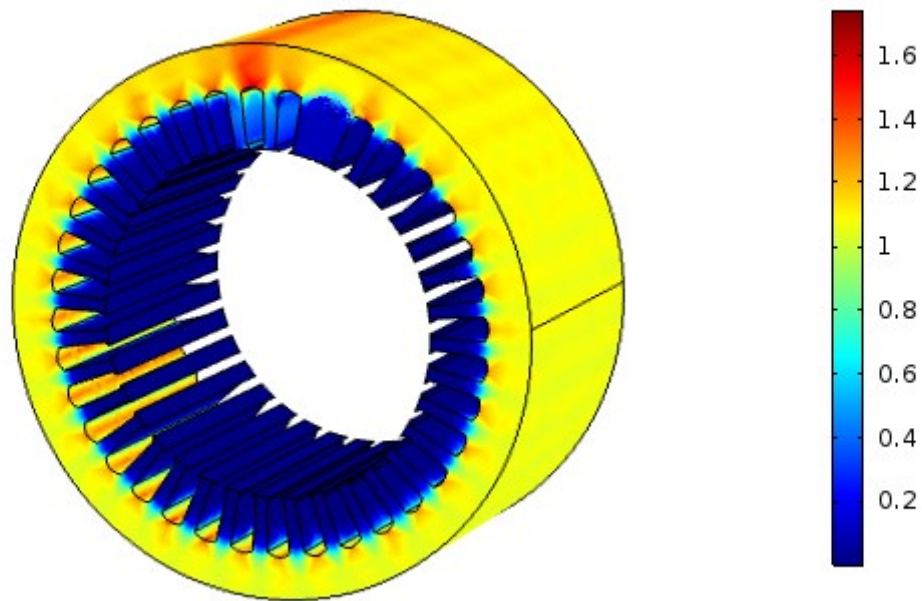


Рисунок 3.21 Розподіл магнітної індукції у шихтованому магнітопроводі статора асинхронного двигуна 4A90L4Y3

3.3 Оцінка якості магнітного осердя асинхронного двигуна в частотними методами

У даному підрозділі досліджується якість магнітопровода у квазістаціонарному режимі. За прототип було обрано магнітопровод асинхронного двигуна 4A90L4Y3. У досліджах задавались сталі фізичні величини, однак змінною величиною була частота живлення обмотки збудження (25 Гц, 50 Гц, 100 Гц, 1 кГц, 10 кГц, 100 кГц, 1 МГц). Для кожної частоти живлення проводився розрахунок дефектного магнітного осердя та бездефектного. В результаті чого було отримано розподіл індукованої ЕРС на вимірювальній обмотці для кожного значення частоти живлення.

На рис. 3.22 приведено розподіл індукованої ЕРС на вимірювальній обмотці при частоті $f=25$ Гц.

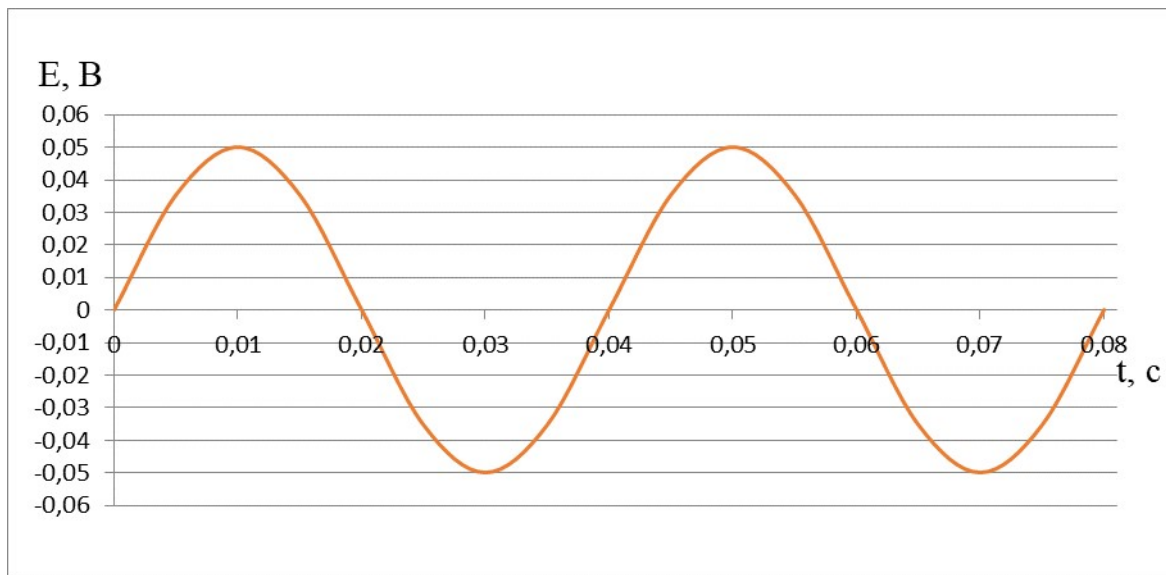


Рисунок 3.22. Розподіл індукованої ЕРС на вимірювальній обмотці при частоті $f=25$ Гц.

На рис. 3.23 приведено розподіл індукованої ЕРС на вимірювальній обмотці при частоті $f=50$ Гц.

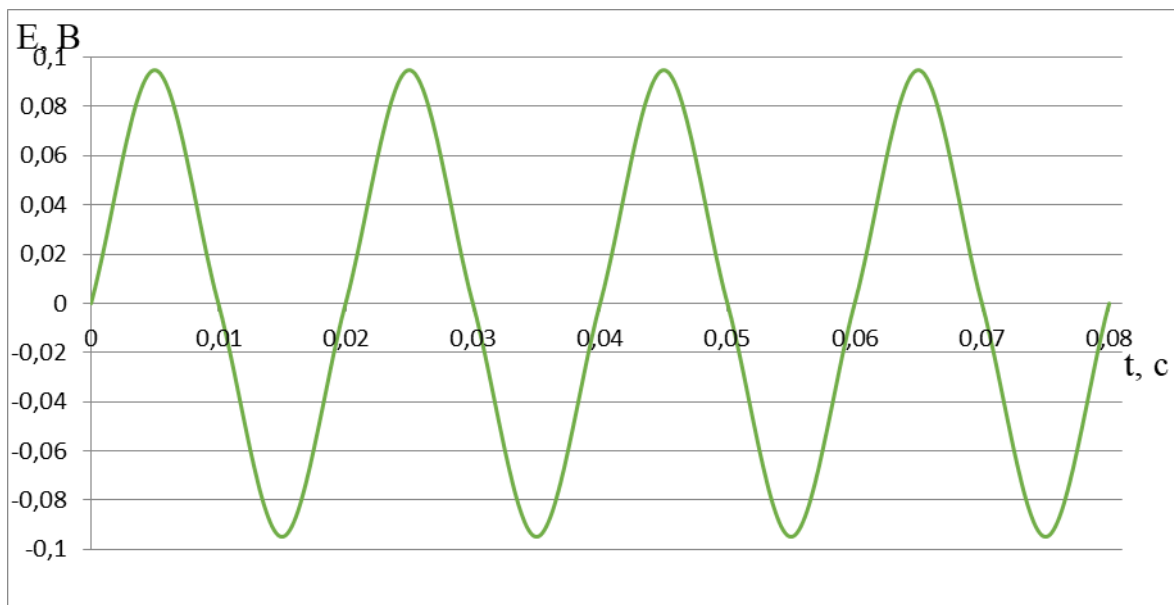


Рисунок 3.23. Розподіл індукованої ЕРС на вимірювальній обмотці при частоті $f=50$ Гц.

На рис. 3.24 приведено розподіл індукованої ЕРС на вимірювальній обмотці при частоті $f=100$ Гц.

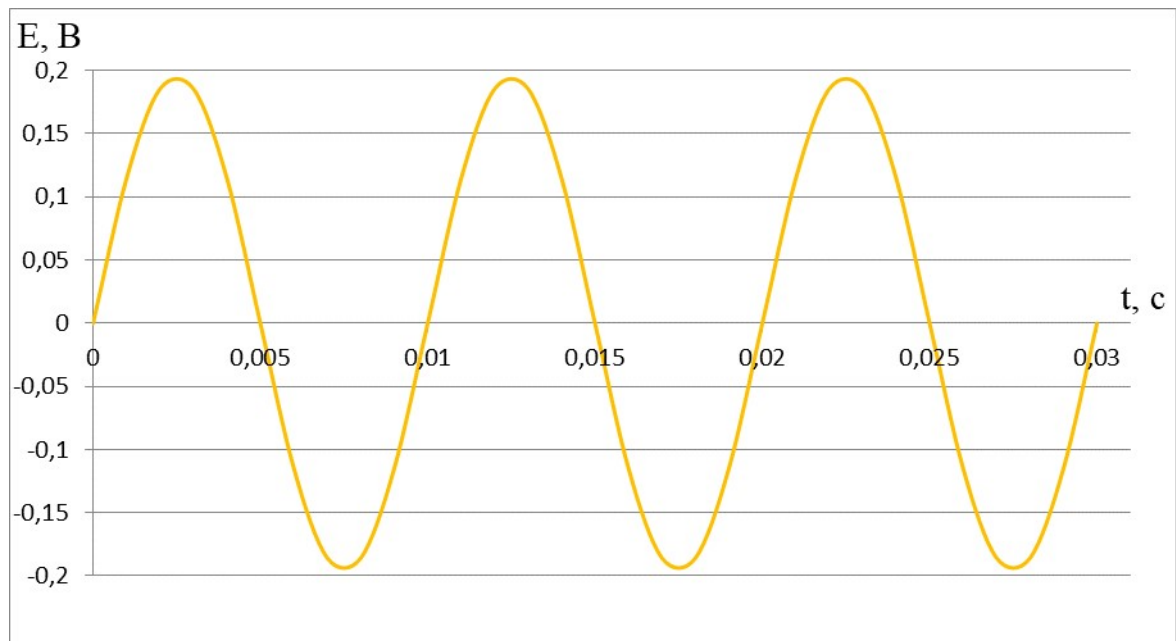


Рисунок 3.24. Розподіл індукованої ЕРС на вимірювальній обмотці при частоті $f=100$ Гц.

На рис. 3.25 приведено розподіл індукованої ЕРС на вимірювальній обмотці при частоті $f=1$ кГц.

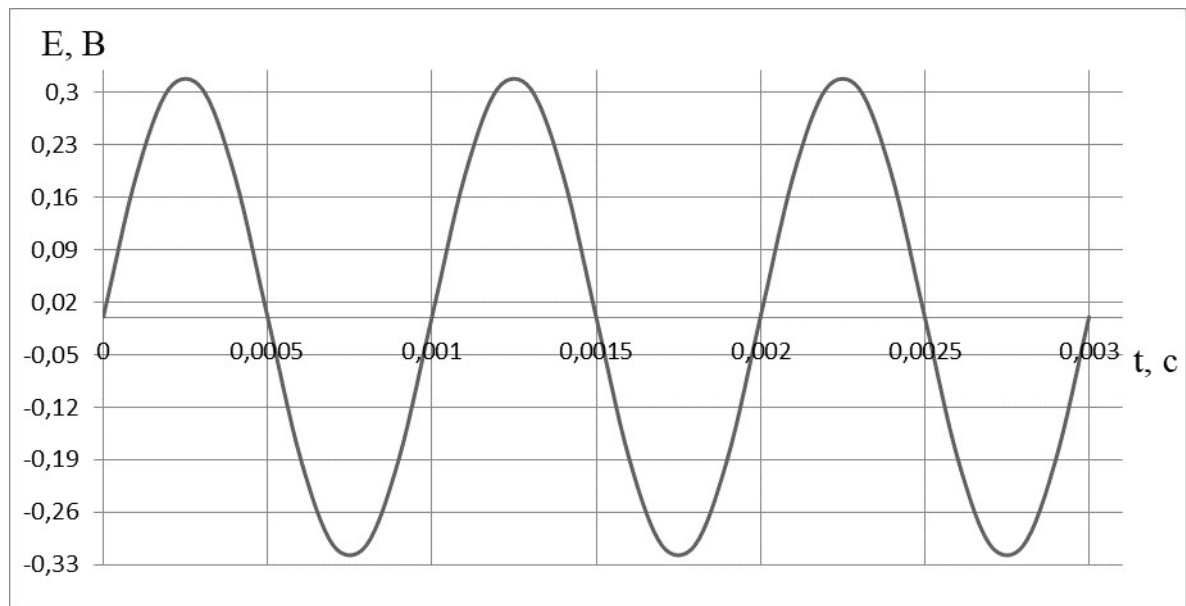


Рисунок 3.25. Розподіл індукованої ЕРС на вимірювальній обмотці при частоті $f=1$ кГц.

На рис. 3.26 приведено розподіл індукованої ЕРС на вимірювальній обмотці при частоті $f=10$ кГц.

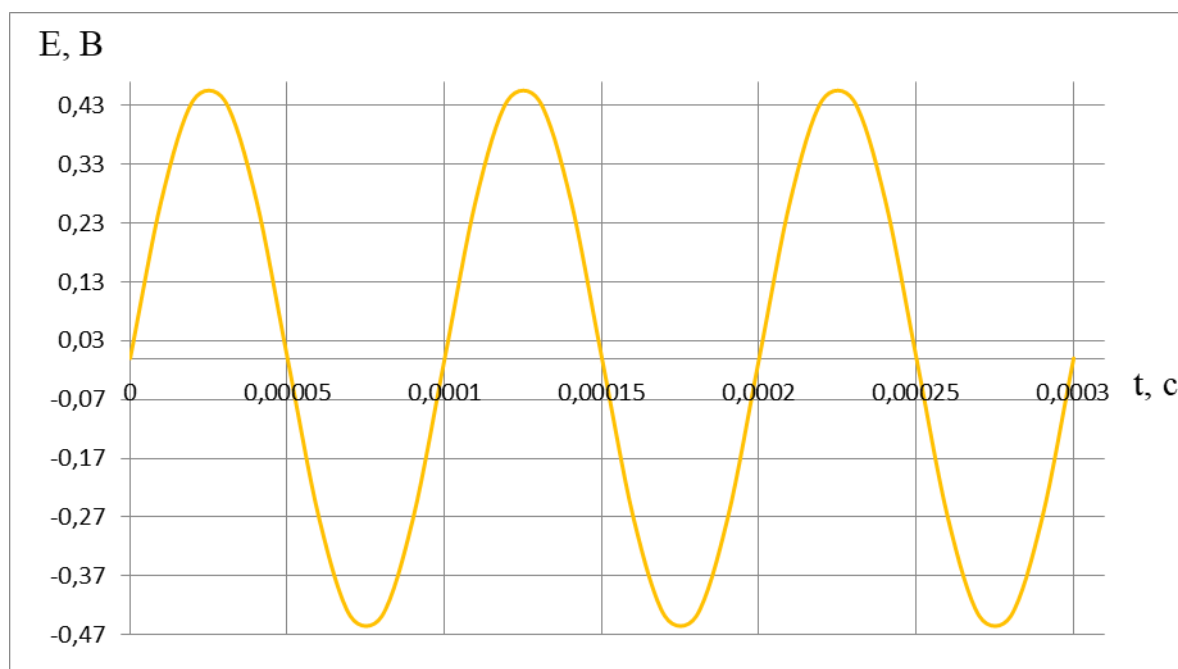


Рисунок 3.26. Розподіл індукованої ЕРС на вимірювальній обмотці при частоті $f=10$ кГц.

На рис. 3.27 приведено розподіл індукованої ЕРС на вимірювальній обмотці при частоті $f=100$ кГц.

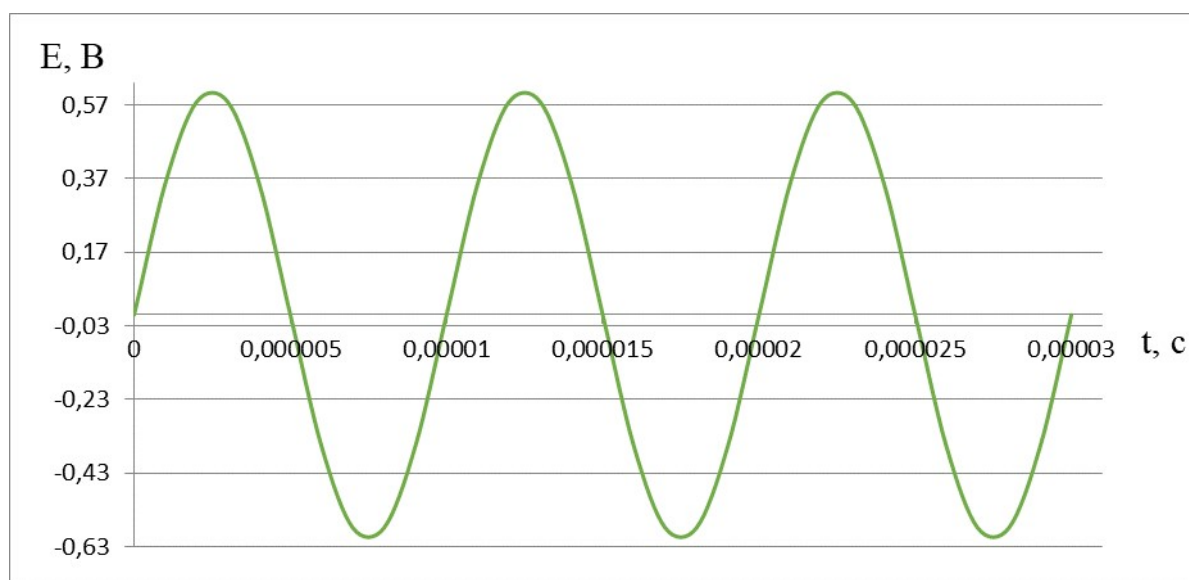


Рисунок 3.27. Розподіл індукованої ЕРС на вимірювальній обмотці при частоті $f=100$ кГц.

Для ефективної оцінки якості магнітопроводу у квазістаціонарному режимі треба ввести наступний коефіцієнт:

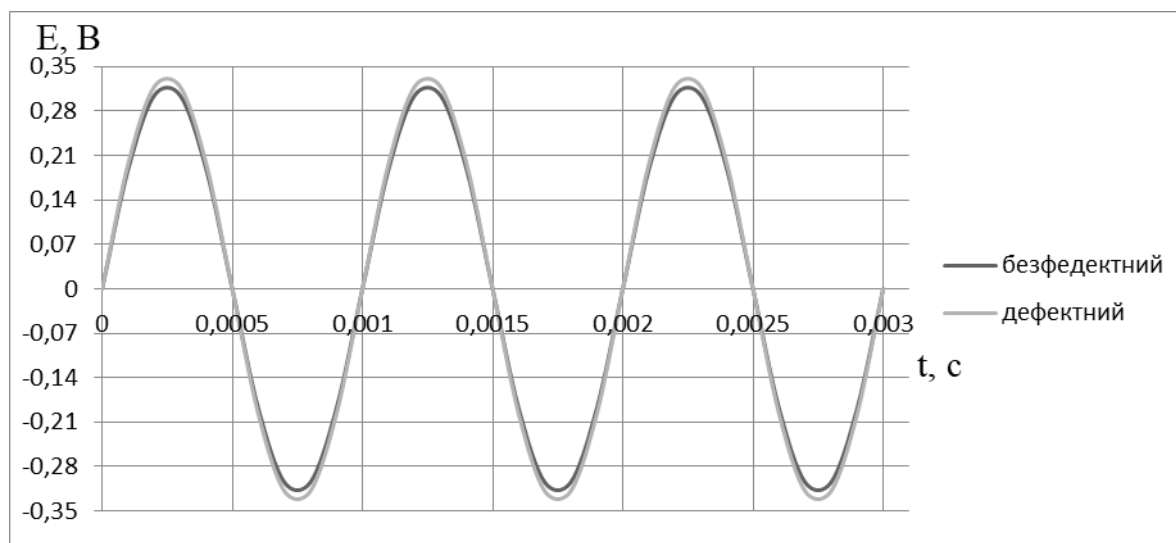
$$k_e = \frac{E_1}{E_2},$$

де E_1 – величина ЕРС вимірювальної обмотки при появі дефекту магнітного осердя, E_2 – величина ЕРС вимірювальної обмотки бездефектного магнітного осердя асинхронного двигуна.

Даний коефіцієнт подалі називається коефіцієнтом чутливості в квазістаціонарному режимі. Величина коефіцієнта чутливості бездефектного магнітного осердя дорівнює 1.

Слід зазначити, що величина індукованої ЕРС для відносно низьких частот (25, 50, 100 Гц), що досліджувались при моделюванні, в вимірювальній обмотці при появі дефекту магнітного осердя майже не відрізняється від бездефектного, тобто $k_e \approx 1$. Що унеможливорює застосування даного методу для цих частот. На практиці, значення індукованих ЕРС в обмотці збудження практично збігаються, а їхні відхилення знаходяться в межах похибки вимірювальних приладів.

На рис. 3.28 приведено результати моделювання для частоти живлення 1 кГц для двох граничних випадків: 1 – при бездефектному магнітному осерді 2 – при замиканні окремих листів магнітного осердя статора АД.



Рисисунок 3.28. Результати моделювання для частоти живлення 1 кГц

На рис. 3.29 приведено результати моделювання для частоти живлення 10 кГц для двох граничних випадків: 1 – при бездефектному магнітному осерді; 2 – при замиканні окремих листів магнітного осердя статора АД.

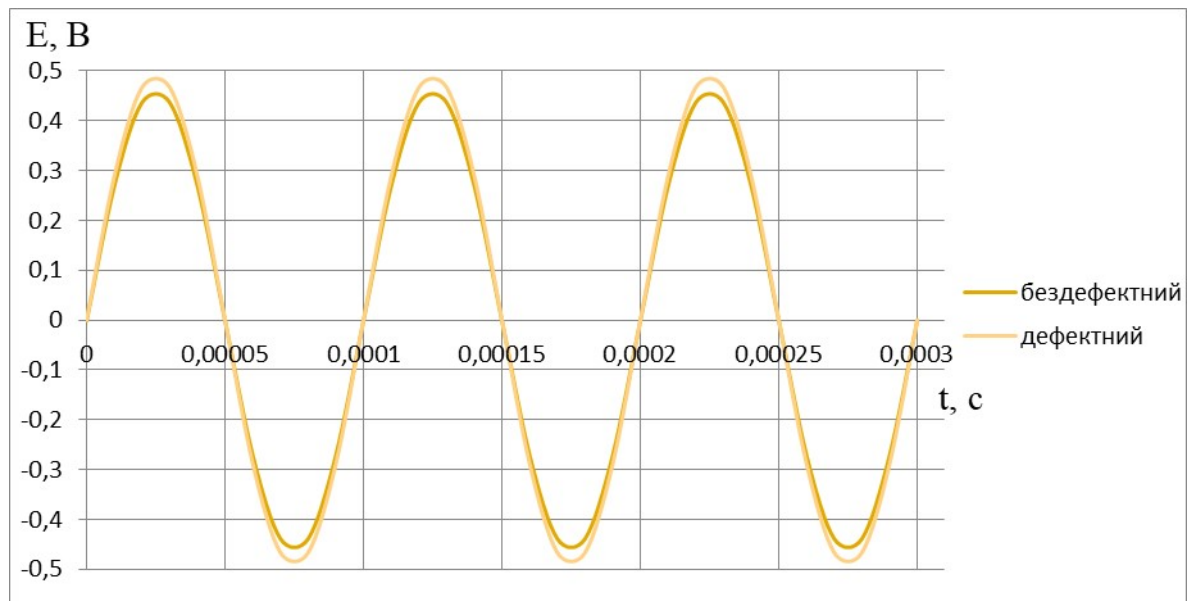


Рисунок 3.29. Результати моделювання для частоти живлення 10 кГц

На рис. 3.30 приведено результати моделювання для частоти живлення 100 кГц для двох граничних випадків: 1 – при бездефектному магнітному осерді; 2 – при замиканні окремих листів магнітного осердя статора АД.

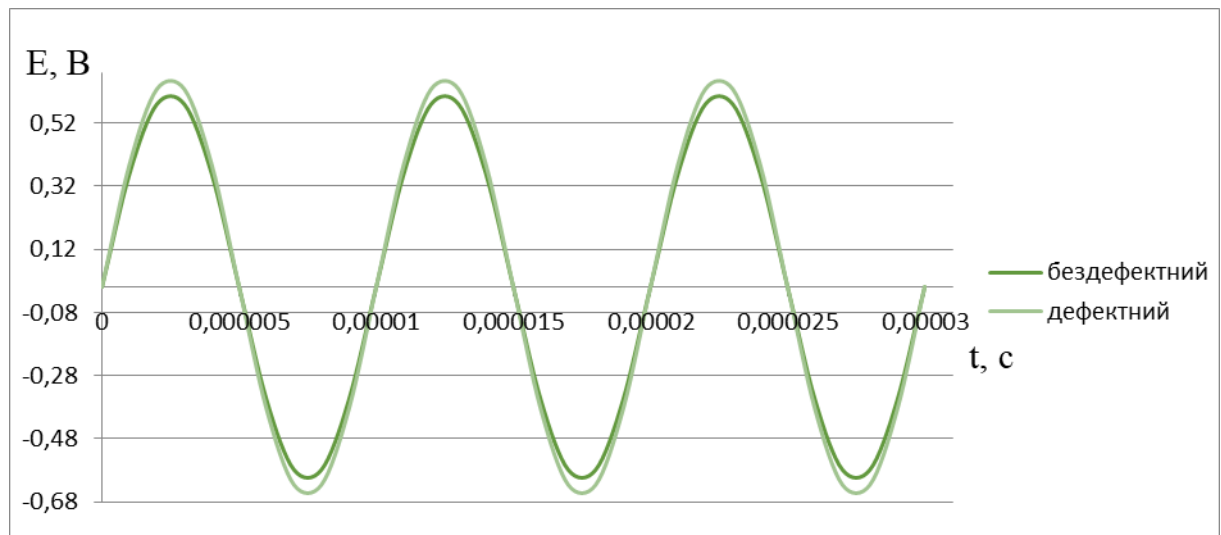


Рисунок 3.30. Результати моделювання для частоти живлення 100 кГц

3.3.1 Новий метод дослідження якості магнітопроводів

Є необхідність у створенні такого методу такого дослідження, який би не потребував багато часу чи коштів.

При погіршенні стану магнітопроводу збільшується складова втрат на вихрові струми, тож варто використати цю особливість у розроблюваному методі. Характерною відмінністю вихрових струмів є те, що вони залежать від квадрату частоти на відміну від втрат на вихрові струми, цей факт також можна використати. Маючи на увазі ці два факти, пропонується використовувати методику, яка базується на впливі вихрових струмів та поверхневому ефекті на частотах, вище промислової.

Ідея методу полягає в наступному: кожен вихровий струм, при протіканні, створює свій власний магнітний потік, потоки від вихрових струмів взаємодіють з основним магнітним потоком і оскільки ці потоки направлені зустрічно, відносно основного, то відбувається послаблення результуючого магнітного потоку. Таким чином, оскільки у проблемного магнітопроводу втрати на вихрові струми збільшені, то в ньому можна спостерігати більш сильне послаблення магнітного потоку.

Для того, щоб отримати більш показові і виразні результати пропонується проводити виміри на частотах вище 50 Гц. Оскільки на частоті вище частоти мережі починає проявлятися поверхневий ефект і втрати будуть зростати по квадратичному закону. В даному випадку він є корисним і користь від нього полягає у тому, що при поверхневому ефекті вихрові струми будуть концентруватись біля країв листа і потоки від цих струмів будуть більш сильними і як наслідок результуючий потік буде ослаблений ще більше. При збільшенні частоти діють дві протидіючі тенденції, перша – зі збільшенням частоти зростають втрати в сталі, а саме втрати на гістерезис зростають лінійно, а втрати на вихрові струми зростають квадратично і друга тенденція – проявляється поверхневий ефект, що призводить до зменшення активного перерізу листа магнітопроводу і як результат падає потік і втрати також зменшуються. Тому не достатньо просто задатися високим значенням частоти, а необхідно визначати найбільш підходящі значення частоти, на яких розмагнічуючий ефект від вихрових струмів є найбільш наглядним.

А методика яка базується на цьому методі буде наступний – на магнітопровід необхідно намотати декілька витків робочої обмотки, на яку буде подаватись живлення від генератора частоти та один виток вимірювальної обмотки. Схема запропонованої методики зображена на рис.3.31

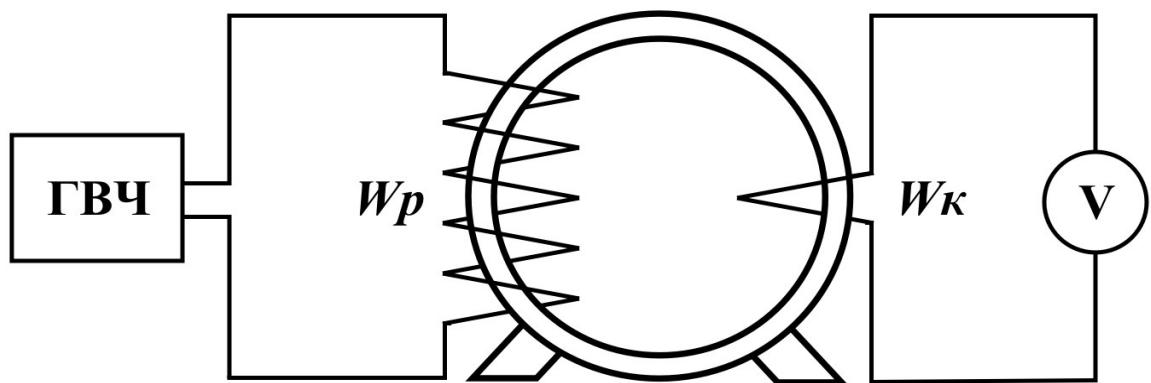


Рисунок 3.31 Схема запропонованої методики для вимірювання якості магнітопроводів

Провести виміри для двох значень частоти підтримуючи значення напруги на робочій обмотці постійним. Потім необхідно знайти відношення між значеннями напруги на вимірювальній обмотці у цих двох точках. Згідно нашої теорії, якщо f_1 і f_2 – частоти для яких було знято експериментальні точки, де f_1 – частота що відповідає більшому значенню ЕРС – E_1 , а f_2 – частота що відповідає меншому значенню ЕРС – E_2 , значення відношення E_2/E_1 буде більшим для якісного магнітопроводу і, відповідно, меншим для магнітопроводу з наявними дефектами. Реалізацію даного методу показано на рис.3.32

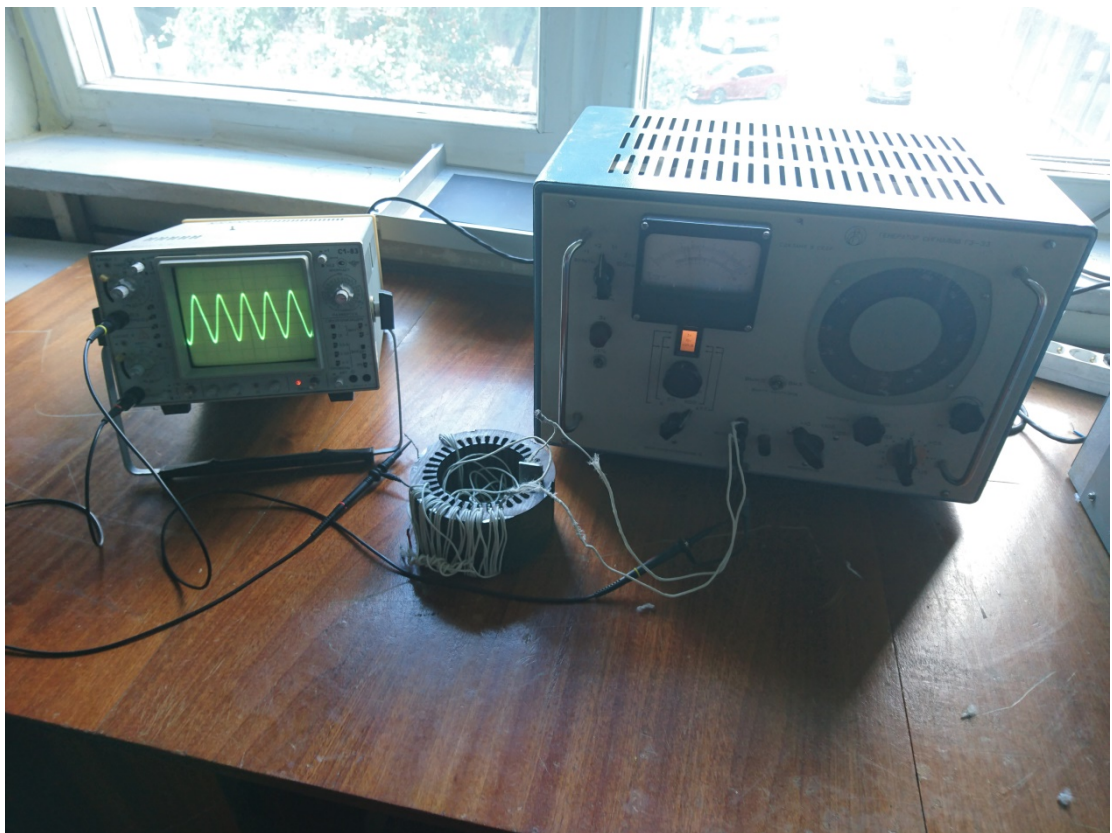


Рисунок 3.32 Фото реалізації методу оцінки якості магнітопроводів

Щоб перевірити чи запропонована методика справді має результати які очікуються опираючись на фізичні залежності, було проведено низку експериментів на магнітопроводах різних розмірів та стану міжлистової ізоляції.

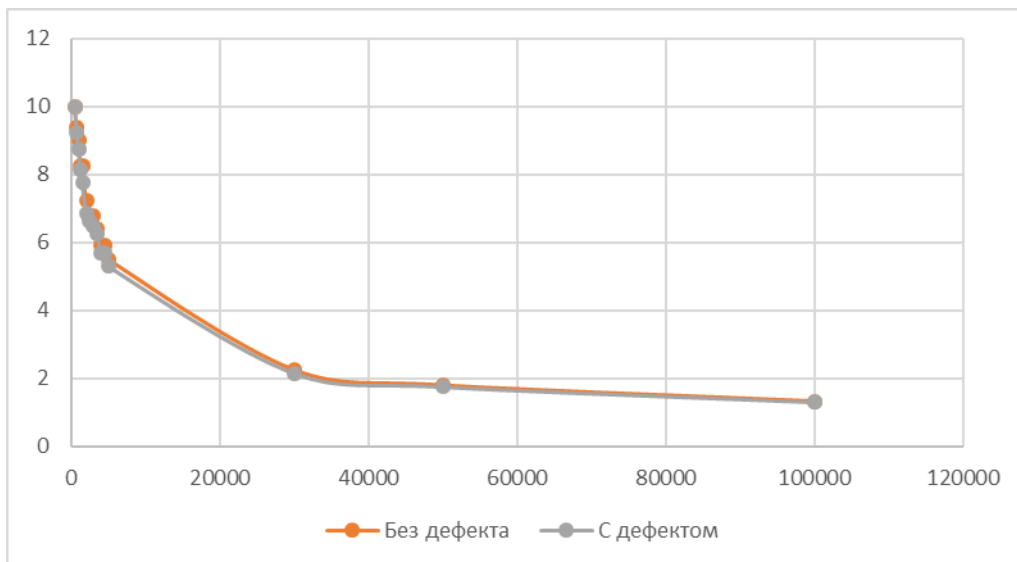


Рисунок 3.33 – Графік залежності напруги вимірювальної обмотки від частоти для магнітопроводу(2) асинхронного двигуна 4А90L4У3 (без дефекта паза)

Кривій для магнітопроводу без дефекту відповідають питомі втрати $7,4 \frac{\text{Вт}}{\text{кг}}$, а з дефектом – $7,85 \frac{\text{Вт}}{\text{кг}}$.

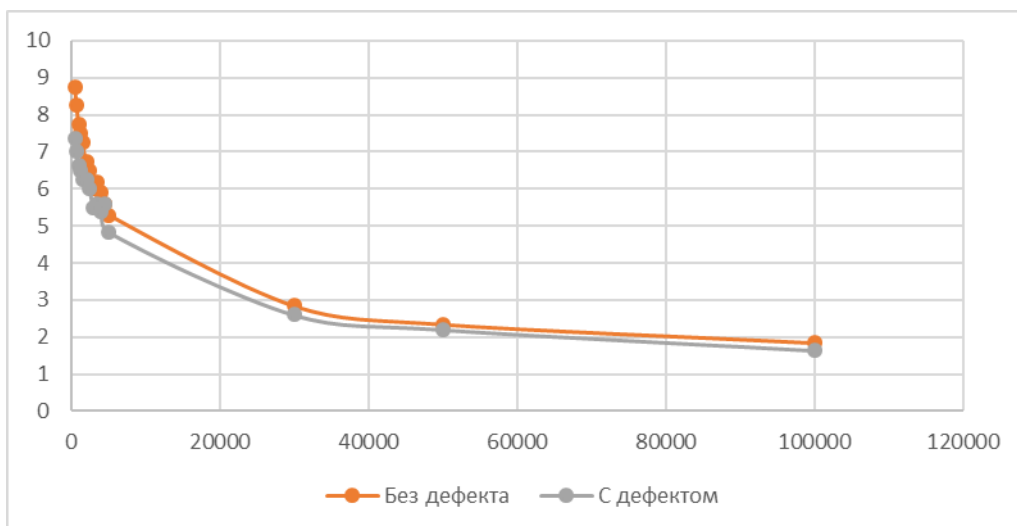


Рисунок 3.34 – Графік залежності напруги вимірювальної обмотки від частоти для магнітопроводу(3) асинхронного двигуна 4А90L4У3 (з дефектом паза)

Кривій для магнітопроводу без додаткового витка відповідають питомі втрати $8,85 \frac{\text{Вт}}{\text{кг}}$, а з дефектом – $9,15 \frac{\text{Вт}}{\text{кг}}$

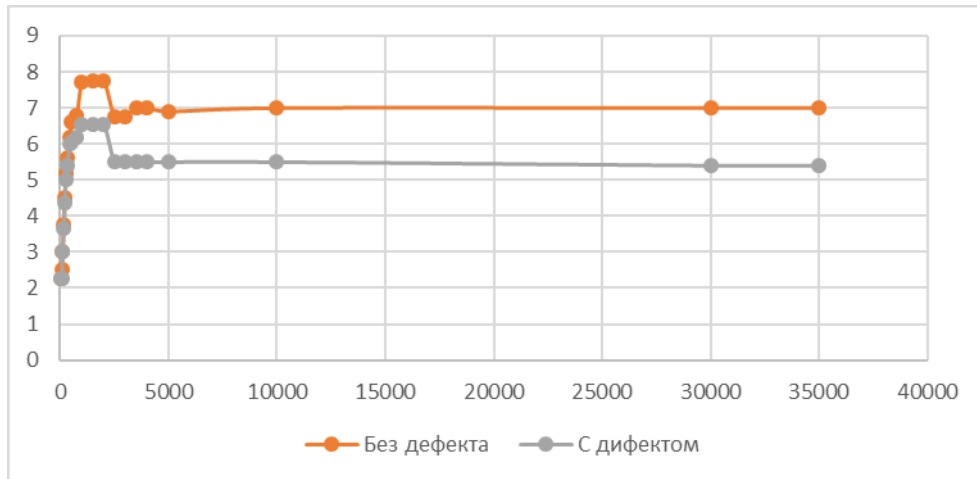


Рисунок 3.35 – Графік залежності напруги вимірювальної обмотки від частоти для магнітопроводу(4) асинхронного двигуна 4АС71В8УЗ

$$k = \frac{U_{\text{max. без витка}}}{U_{\text{max. з витком}}} = \frac{7,75}{6,54} = 1,1$$

Таким чином максимальне значення графіка для випадку без витка та приведеної кривої будуть співпадати і буде дуже наглядно видно різницю між дефективним та без дефектним магнітопроводом. Аналогічні кроки було виконано для магнітопроводів, де точки значення напруги при частоті 1 кГц не співпадають.

Кривій для магнітопроводу без дефекту відповідають питомі втрати $3,92 \frac{\text{Вт}}{\text{кг}}$, а з дефектом - $5,85 \frac{\text{Вт}}{\text{кг}}$.

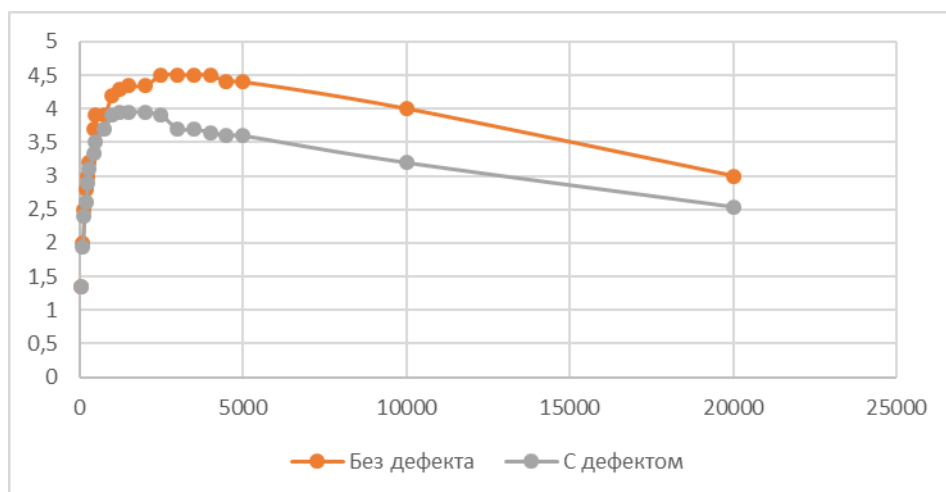


Рисунок 3.36 – Графік залежності напруги вимірювальної обмотки від частоти для магнітопроводу (5) асинхронного двигуна 4A100L8УЗ

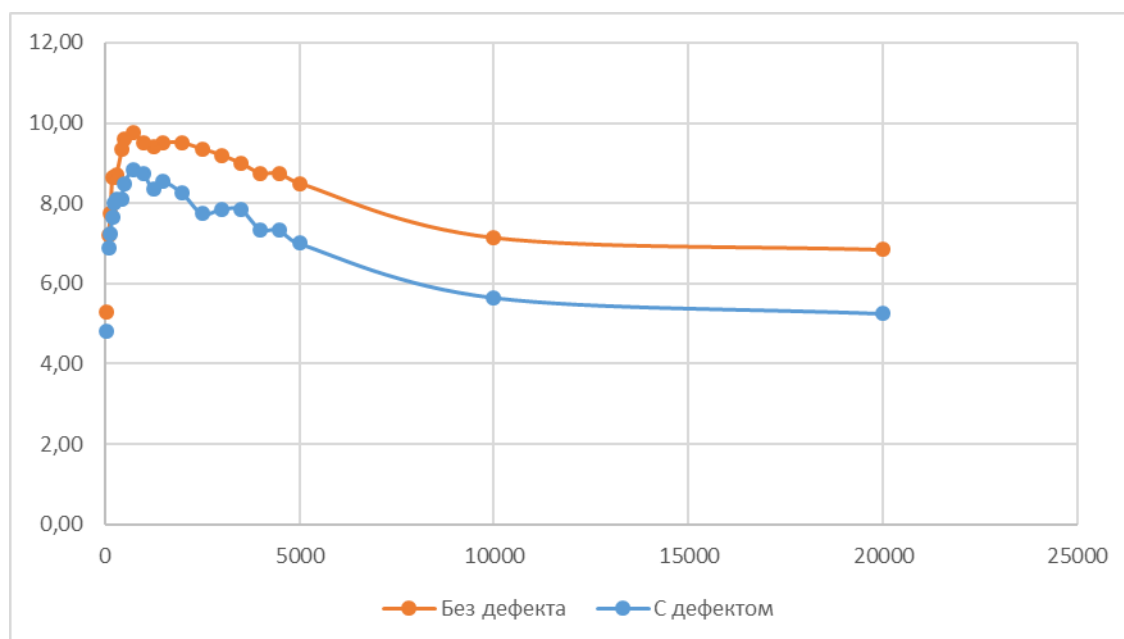


Рисунок 3.37 – Графік залежності напруги вимірювальної обмотки від частоти для магнітопроводу (6) асинхронного двигуна 4АС80А2УЗ

Кривій для магнітопроводу без дефекту відповідають питомі втрати $5,03 \frac{\text{Вт}}{\text{кг}}$, а з дефектом - $6,7 \frac{\text{Вт}}{\text{кг}}$.

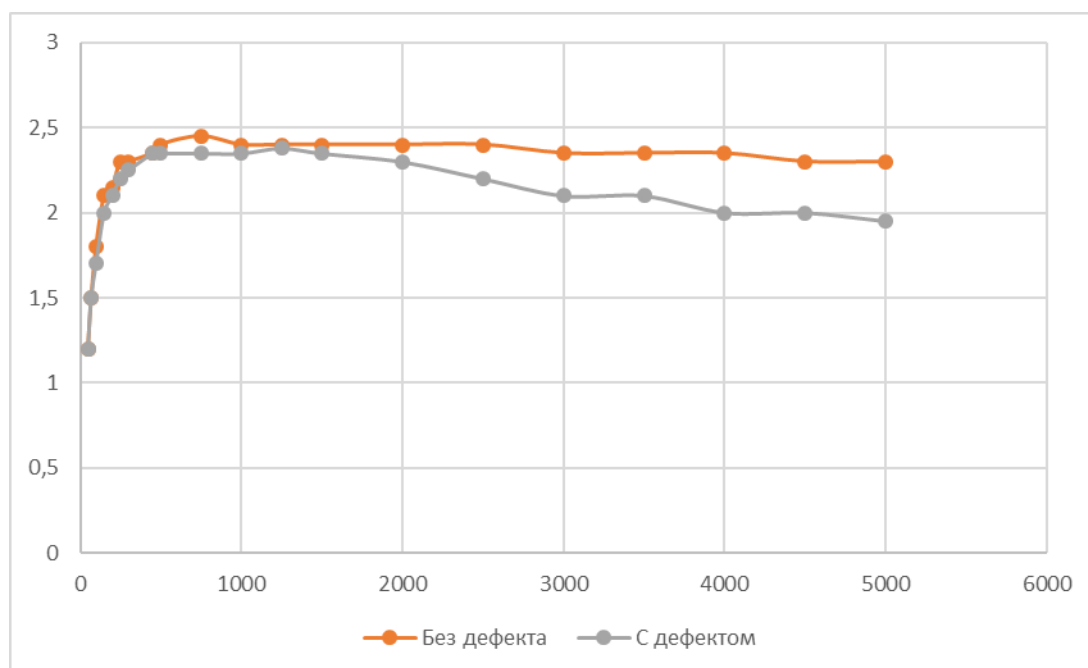


Рисунок 3.38 – Графік залежності напруги вимірювальної обмотки від частоти для магнітопроводу (7) асинхронного двигуна 4A71B4УЗ

Висновок. У даному розділі було проаналізовано результати математичних моделей шихтованих магнітопроводів. Розподіл магнітної індукції у магнітопроводах має неоднорідний характер, а зосереджується ближче до стінок магнітопроводу, що являє ефект витіснення змінного при змінному струмі частотою 50 Гц. Також було створено модель швидкоплинних процесів магнітопровода з більшим ступенем дефектності. Також було проведено дослід магнітопровода асинхронного двигуна 4A90L4УЗ у квазістаціонарному режимі при частотах 25 Гц, 50 Гц, 100 Гц, 1 кГц, 10 кГц, 100 кГц,

РОЗДІЛ 4 ПОРІВНЯННЯ ТЕОРЕТИЧНИХ ТА ЕКСПЕРЕМЕНТАЛЬНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

4.1 Ефект близькості в пакеті листів магнітопроводу

Якщо поблизу від провідника, поле в якому досліджується, є інший провідник зі струмом, то, звісно, що другий провідник впливає на картину поля в першому провіднику. В результаті цього впливу активний опір такого проводу, як правило, збільшується в порівнянні з активним опором відокремленого провідника. Вплив сусідніх провідників зі струмом на комплекс опору досліджуваного провідника називають *ефектом близькості*.

Ефект близькості – це явище, яке заключається в ефекті витіснення змінного струму до поверхні провідника, що може привести до зниження ефективного перетину листів і збільшення опору. Високочастотний струм, що протікає по поверхні провідника, розподіляється по його зонам нерівномірно. Магнітне поле провідника, а також поворотний струм, пов'язаний з ним, спотворюють рівномірний розподіл струму, що проходить по периметру провідника. Це призводить до додаткового збільшення опору провідників. Якщо застосовуються паралельні провідники, то дане збільшення опору і є ефектом близькості. Це явище не має зв'язку з поверхневим ефектом, який, в свою чергу, полягає в тому, що струм при високих частотах тече лише в тонкому шарі по периметру провідника. Ефект близькості не робить ніяких механічних впливів на провідники. При цьому ефекті не відбувається ні відштовхування кристалічних решіток провідників (як у випадку з силою Ампера), ні їх притягнення, властивого для поверхневого ефекту; ефект близькості тільки розподіляє густину змінного струму, що проходить по периметру провідників.

Розглянемо ефект близькості на прикладі двох пластин, близько розміщених одне до одного (рис. 4.1).

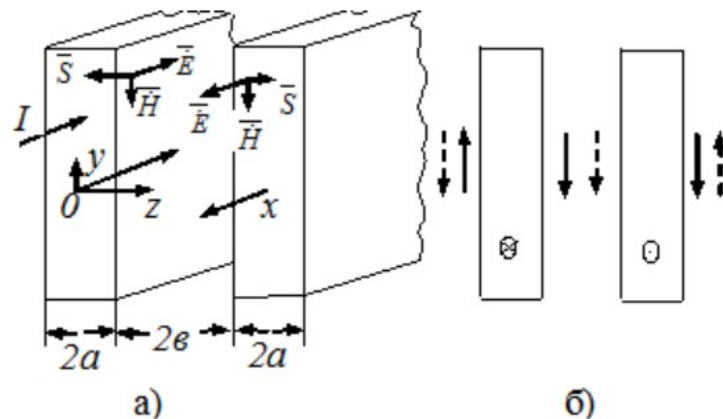


Рисунок 4.1 Ефект близькості у пакеті пластин

Одна пластина є провідником з прямим напрямом, інша зі зворотнім. Якщо відстань між пластинами $2b$ такого ж порядку, що і товщина пластини ($2a$) і значно менше ніж висота h , то можна показати, що з певним ступенем наближення, напруженість магнітного поля в просторі між листами в два рази більше напруженості магнітного поля від одного листа в безпосередній близькості від пластини. А зовні пластин напруженість магнітного поля приблизно дорівнює нулю.

Для того, щоб переконатися в цьому, можна скористатися принципом накладення. На рис. 4.1-б показаний вигляд на пластини з торця. Суцільні стрілки на рисунку показують напруженість поля від лівої шини, пунктирні від правої.

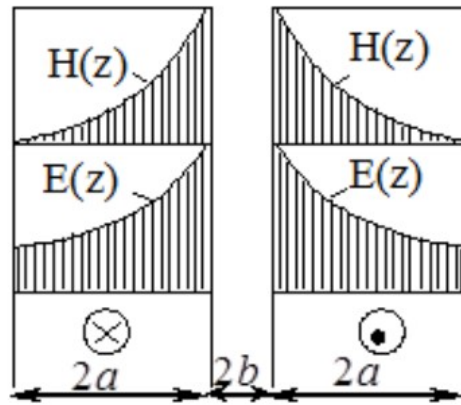


Рисунок 4.2 Зображення напруженості електричного (E) та магнітного полів (H)

Для правої пластини криві побудовані на підставі симетрії поля. Якщо не враховувати спотворення дії торців, то електромагнітна хвиля в кожному з шин проникає тільки через їх поверхні, повернені одна до одної

Розглянемо математичну модель ефекту близькості у трьох пластинах шихтованого магнітопровода рис 4.3.

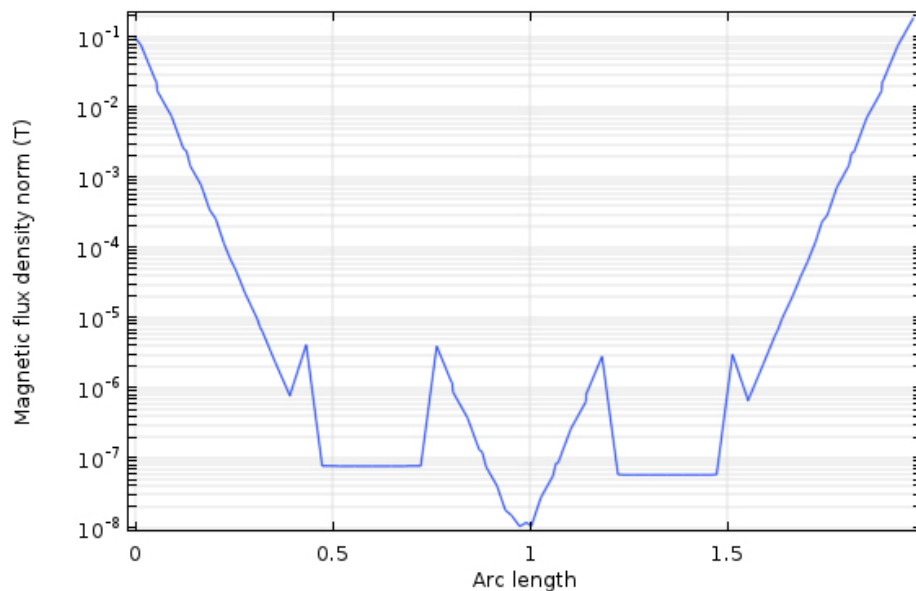


Рисунок 4.3 Розподіл магнітної індукції у трьох листах магнітопровода при частоті 5,6 кГц та проміжком 0,025 мм

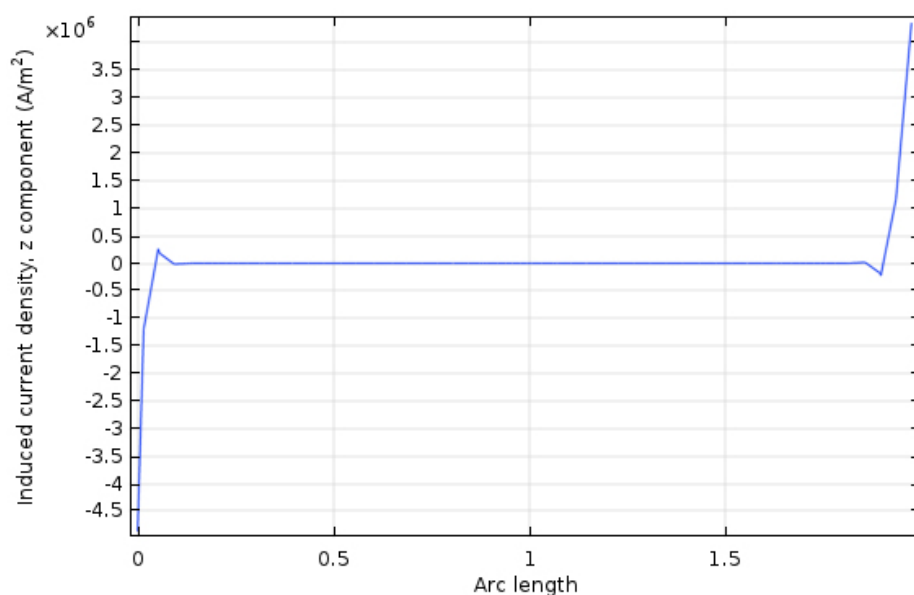


Рисунок 4.4 Індукована густина струму у трьох листах магнітопровода при частоті 5,6 кГц та проміжку 0,025 мм

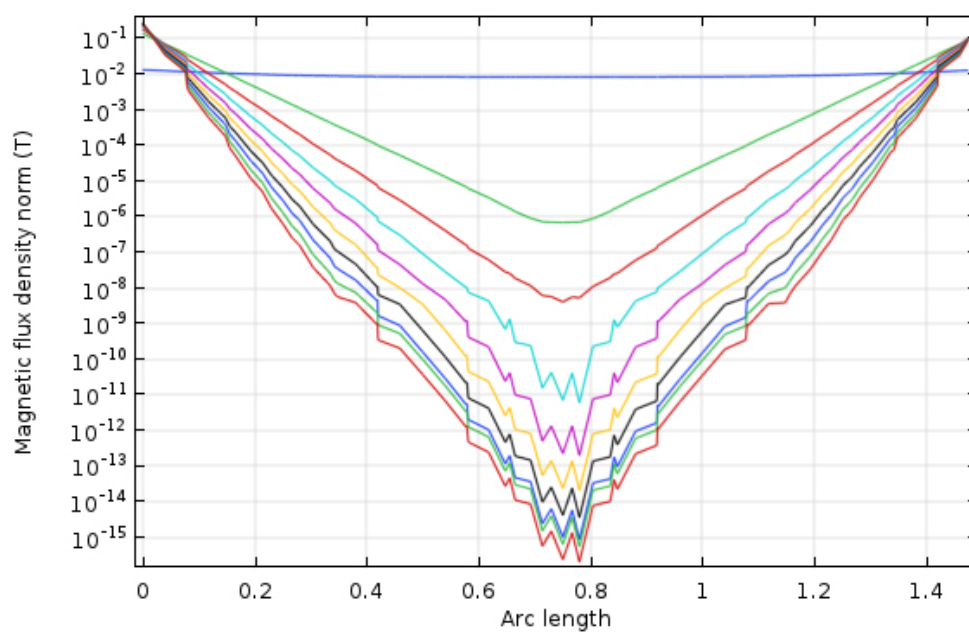
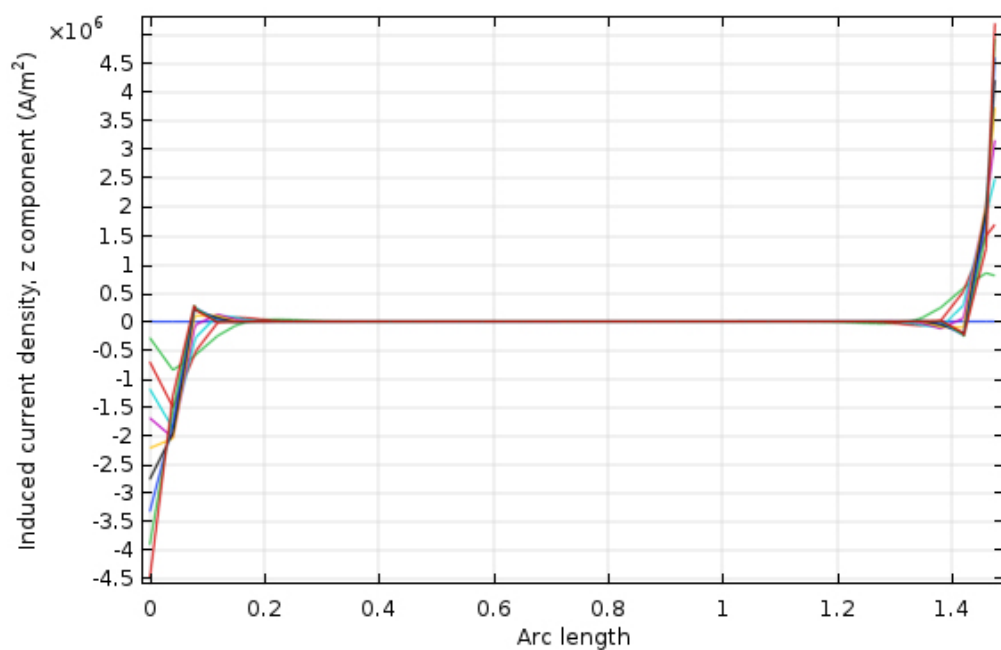


Рисунок 4.5 Розподіл магнітної індукції у трьох листах магнітопровода при частоті 5,6 кГц без проміжку



.Рисунок 4.6 Індукована густина струму у трьох листах магнітопровода при частоті 5,6 кГц без проміжку

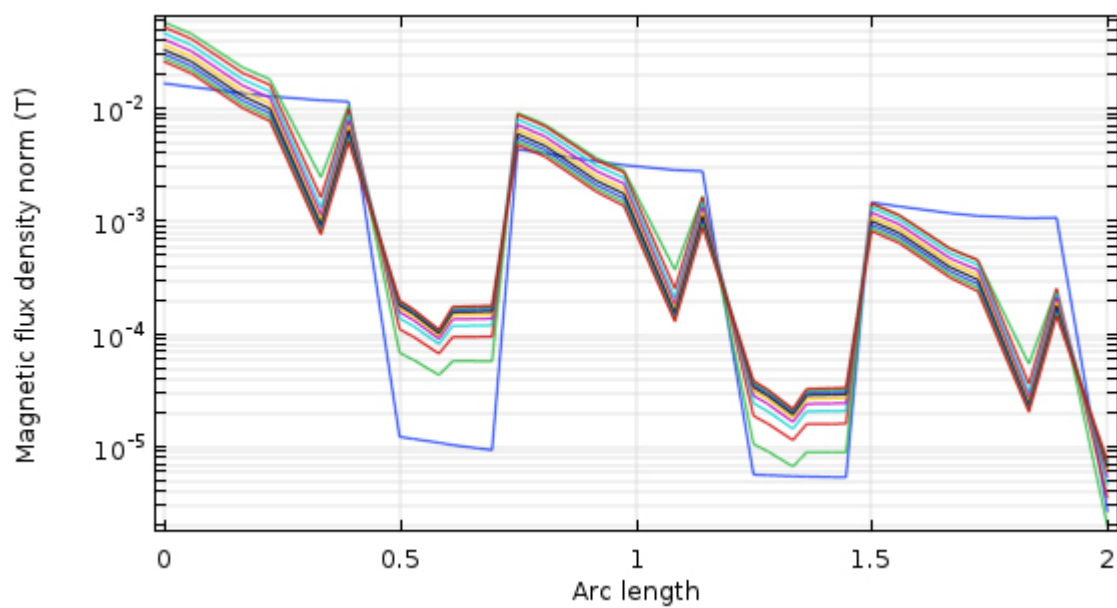


Рисунок 4.7 Розподіл магнітної індукції у семи листах магнітопровода при частоті 5,6 кГц і проміжком 0,025 мм

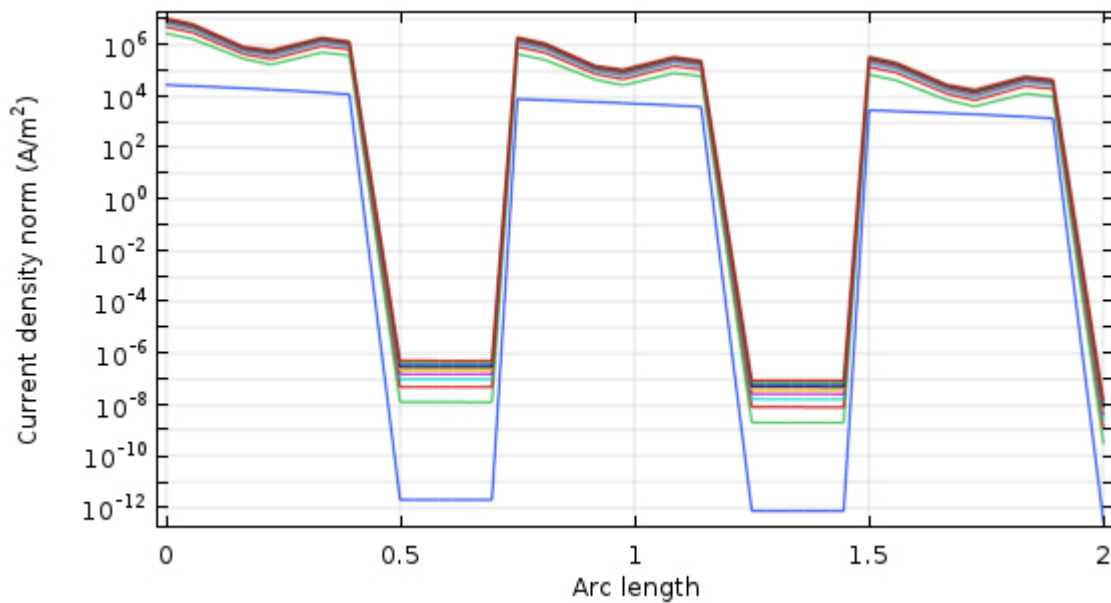


Рисунок 4.8 Індукована густина струму у трьох листах магнітопровода при частоті 5,6 кГц і проміжку 0,025 мм

4.2 Порівняння експериментальних розрахунків з теоретичними

Для порівняльного аналізу теоретичних розрахунків з експериментальним визначення втрат в магнітопроводі було проведено експерименти згідно ватметрового методу визначення втрат (рис. 4.9). Для застосування цього методу, якщо машина вже зібрана, виймають ротор або якір з електричної машини, заземлюють обмотку статора, і намотують робочу і контрольну обмотки на осердя, як зображено на рисунку 1.13. В активній сталі статора наводиться індукція рівна 1 Тл за допомогою робочої обмотки. Наведену індукцію вимірюють за допомогою контрольної обмотки. За показами вольтметра, включеного на затискачі контрольної обмотки, визначають індукцію з виразу:

$$B_c = \frac{10^4 \cdot U}{4,44 \cdot W \cdot f \cdot q} \quad (4.1)$$

Замість звичайного ватметра використовувався мультиметр, що значно спростило проведення експериментів.

де U – напруга на контрольній обмотці, В;

q – перетин активної сталі статора, см^2 ;

f – частота напруги живлення робочої обмотки, Гц;

W – число витків робочої обмотки.

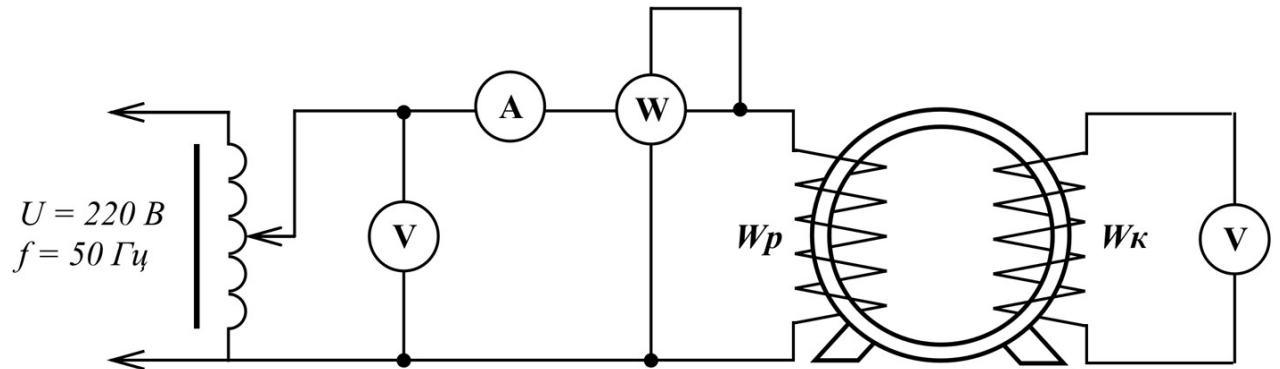


Рисунок 4.9 – Схема метода ватметра для вимірювання втрат у сталі

За прототип у даному експериментальному розрахунку втрат у магнітопроводі було обрано 4АС71В8УЗ



Рисунок 4.10 Реалізація схеми ватметрового методу оцінювання якості
магнітопроводів

Таблиця 2.1 Дані ватметрового методу визначення втрат у магнітопроводі АД

I – струм робочої обмотки	$I = 14,7 \text{ А}$
U_1 – напруга робочої обмотки	$U_1 = 2,34 \text{ В}$
U_2 – напруга контрольної обмотки	$U_2 = 6 \text{ В}$
$\cos \varphi$ – коефіцієнт потужності	$\cos \varphi = 0,319$
P_1 – втрати в магнітопроводі, розраховані по отриманим даним	$P_1 = 10,97 \text{ Вт}$

Мультиметр, який використовувався при проведенні експериментів, був налаштований на таку схему вимірювання, що при розрахунку втрат потужності використовувалась напруга U_2 , що звісно неправильно, тож втрати P_1 необхідно було розраховувати по отриманим у ході експерименту даним.

$$P_1 = U_1 * I * \cos \varphi = 2,34 * 14,7 * 0,319 = 10,97 \text{ Вт} \quad (4.2)$$

Втрати в сталі $P_{\text{ст}}$ визначаються за формулою:

$$P_{\text{ст}} = P_1 \cdot \frac{1^2}{B_c} = P_1 = 10,97 \quad (4.3)$$

Таблиця 4.1 Експериментальні дані втрат у магнітопроводі

B	f	$P_{\text{ст}}$
1	45	9,95
1	50	10,97
1,2	50	17,33
1,4	50	23,65

Таблиця 4.2 Теоретичні дані втрат у магнітопроводі

B	f	$P_{\text{ст}}$
1	45	9,45
1	50	10,37
1,2	50	16,88
1,4	50	23,1

Висновок. У даному розділі вперше докладно був змодельований ефект близькості у пакеті листів магнітопровода. В результаті цього впливу активний опір такого проводу, як правило, збільшується в порівнянні з активним опором відокремленого провідника. Вплив сусідніх провідників зі струмом на комплекс опору досліджуваного провідника. Також було проведено порівняльний аналіз теоретичних розрахунків з класичним експериментальним ватметровим методом. В результаті чого, різниця втрат між цими двома методами при кожному показнику становила приблизно 0,5 Вт.

ВИСНОВКИ

У даній магістерській дисертації було зроблено:

Аналіз літературних джерел, що стосується математичного моделювання, втрат магнітних осердь шихтованих магнітопроводів. В результаті аналізу встановлено, що існуючі моделі є недосконалими, оскільки не включають в себе ключові фактори: нелінійність, дискретність. Тому необхідна розробка нових математичних моделей, що враховують ряд цих факторів.

Розроблено тривимірну польову математичну модель для оцінки якості шихтованого магнітного осердя з урахуванням втрат на гістерезис та вихрові струми для дефектних та бездефектних магнітопроводів. Проведено ряд математичних моделювань на основі розроблених математичних моделей при використанні високочастотних джерел живлення з метою отримання частотних характеристик бездефектних та дефектних осердь.

Проведено моделювання ефекту близькості для трьох пластин магнітного осердя, що є методологічною основою якості магнітного осердя.

Результат математичного моделювання є методологічною основою для діагностики якості магнітного осердя.

Адекватність розроблених математичних моделей підтверджується результатами експериментальних досліджень.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Демирчян. К. С., Нейман Л. Р., Коровкин Н. В. Теоретические основы электротехники: Учебник для вузов. 5-е изд. Т. 1.– 9.– 512 с.: ил.
2. Математичне моделювання в електроенергетиці : підручник / О. В. Кириленко, М. С. Сегеда, О. Ф. Буткевич, Т. А. Мазур ; за ред. М. С. Сегеди ; М-во освіти і науки, молоді та спорту України, Нац. ун-т "Львів. політехніка".
3. Басов К. А. ANSYS и LMS Virtual Lab. Геометрическое моделирование. — М.: ДМК Пресс, 2006. — С. 240.
4. COMSOL Multiphysics Modeling Software. *COMSOL.com*. Comsol, Inc. Процитовано 20 November 2015.
5. Вихревые токи, перевод с чешского, М.-Л., изд-во «Энергия», 1967, 208
6. Электрические машины. Учебник для студентов высш. техн. учеб. заведений. Изд 2-е, перераб и доп. Л, «Энергия», 1974.
7. Васьковський Ю.М. Польовий аналіз електричних машин. – Київ, НТУУ "КПІ", 2007, 191 с.
8. Прус В.В. Діагностика електротехнічної сталі статорів та паспортизація асинхронних двигунів в процесі ремонту: Автореф. дис... канд. техн. наук: 05.09.01 / Національна академія наук України, Інститут електродинаміки. - К., 2003. - 19 с.
9. Асинхронные двигатели серии 4а: Справочник/ А90 А.Э. Кравчик, М.М. Шлаф, В.И. Афонин, Е.А. Соболенская,– М.: Энергоиздат, 1982.– 504 с., ил.
10. Нейман Р. Л. *Поверхностный эффект в ферромагнитных телах* 1949 136с.