

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут»

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
до виконання лабораторної роботи
«ВИВЧЕННЯ ДИФРАКЦІЙНОЇ ҐРАТКИ»

Укладачі: доц. Бригінець В. П.,
доц. Гусєва О. О.,
доц. Лінчевський І. В.

*Рекомендовано методичною радою
фізико-математичного факультету,
протокол № 7, від 21. 05. 2012 р.*

НТУУ «КПІ»

Київ – 2012

Робота 3-4. Вивчення дифракційної ґратки

Мета роботи: визначення періоду та кутової дисперсії дифракційної ґратки; визначення довжини світлової хвилі за допомогою ґратки.

Обладнання та прилади: установка для спостереження дифракції.

Короткі теоретичні відомості

Дифракційна ґратка – оптичний прилад, який дозволяє спостерігати та вимірювати спектральний склад оптичного випромінювання. У даній роботі використовується найпростіша ґратка, що являє собою прозору плоску пластинку з великою кількістю паралельних штрихів, які поділяють її на однакові прозорі області ("щілини") розділені однаковими непрозорими проміжками (власне штрихами). Існують також відбивальні ґратки, в яких штрихи нанесені на дзеркальну поверхню, і роль "щілин" виконують неушкоджені області. У спектроскопії застосовуються й спеціальні ґратки із більш складними формою поверхні та профілем щілин.

Основними параметрами ґратки є відстань між сусідніми щілинами, або *період* ґратки $d = a + b$ (a, b – ширина щілини та проміжка, відповідно) і повна кількість щілин N . У техніці часто використовують як параметри кількість штрихів на одиницю довжини $f = 1/d$ (мм^{-1}) і довжину ґратки L , так що $d = L/N$.

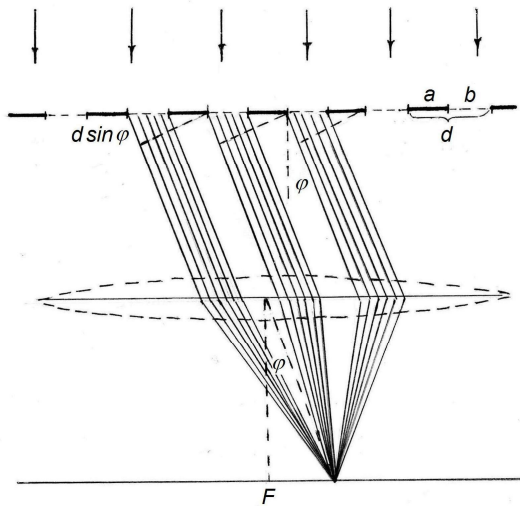


Рис.1

У роботі досліджується дифракція Фраунгофера: ґратка опромінюється по нормалі паралельним пучком монохроматичних променів від лазера, і дифракційна картина спостерігається на екрані в фокальній площині лінзи, що встановлена на шляху дифрагованого пучка, рис. 1.

Дифракційна картина

Визначимо інтенсивність I_φ в залежності від кута дифракції φ (дифракційну картину), що створюється на екрані ґраткою з кількістю щілин N при опроміненні світлом із довжиною хвилі λ . У кожній точці екрана (фокальної площини) лінза

збирає N пучків променів, які виходять із ґратки під одним і тим самим кутом дифракції φ . Якщо поверхня ґратки освітлена рівномірно, а щілини мають однакову ширину b , дифраговані пучки мають однакову інтенсивність I_1 , яка внаслідок дифракції залежить від кута φ і визначається формулою ([1], § 4.3; [2], § 5.6):

$$I_1 = I_0 \frac{\sin^2((\pi b \sin \varphi)/\lambda)}{((\pi b \sin \varphi)/\lambda)^2}. \quad (1)$$

Дифраговані пучки є когерентними й при накладанні інтерферують. Тому результуюча інтенсивність I_φ в кожній точці екрана визначається не лише величиною I_1 та кількістю щілин ґратки N , а й різницею фаз δ променів, які приходять від сусідніх щілин. Із оптики відомо, що лінза не вносить додаткової різниці фаз у промені, що проходять крізь неї. Тому δ визначається тільки величиною $\Delta = d \sin \varphi$, згідно із співвідношенням $\delta = (2\pi/\lambda)\Delta$:

$$\delta = \frac{2\pi d \sin \varphi}{\lambda}. \quad (2)$$

Відповідний розрахунок ([1], § 4.4; [2], § 5.7) показує, що для плоскої ґратки з періодом d і кількістю щілин N інтенсивність на екрані в залежності від кута дифракції φ дорівнює

$$I_\varphi = I_1 \frac{\sin^2(N\delta/2)}{\sin^2(\delta/2)} = I_1 \frac{\sin^2((N\pi d \sin \varphi)/\lambda)}{\sin^2((\pi d \sin \varphi)/\lambda)}, \quad (3)$$

де I_1 – інтенсивність, яку створювала би кожна щілина окремо при заданому куті дифракції згідно з формулою (1).

Аналіз другого множника у формулі (3) показує, що на екрані утворюється велика кількість максимумів і мінімумів, серед яких вирізняються так звані *головні максимуми* ґратки, що спостерігаються за умови

$$d \sin \varphi = \pm m\lambda, \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (4)$$

Число m називається порядком головного максимуму.

В центрі екрана (при $m = 0$) спостерігається центральний головний максимум, а обабіч – головні максимуми першого, другого та ін. порядків. Аби знайти інтенсивності головних максимумів, треба умову (4) підставити у формулу (3), що веде до невизначеності:

$$I_{\text{гол}} = I_1 \frac{\sin^2(Nm\pi)}{\sin^2(m\pi)} = I_1 \frac{0}{0}.$$

Але ця невизначеність легко розкривається за правилом Лопіталя і дає такий результат:

$$I_{\text{гол}} = N^2 I_1. \quad (5)$$

Із формули (3) також випливає, що між сусідніми головними максимумами розташовані $N - 1$ мінімумів, а між ними – $N - 2$ дуже слабких побічних максимумів. Інтенсивність побічних максимумів дуже мала, то ж практично вся світлова енергія, що проходить крізь ґратку, зосереджена в головних максимумах. Для повноти картини слід також урахувати, що через диф-

ракцію на кожній щілині величина I_1 у формулі (3) не є константою, а залежить від φ . Тому із збільшенням порядку m інтенсивність головних максимумів змінюється за законом (1) і при $\sin\varphi = (\lambda/b), (2\lambda/b), \dots$ обертається на 0. Розподіл інтенсивностей який випливає з формули (3) для умовної ґратки з $N = 4$ щілинами та відношенням $(d/b) = 3$, ілюструє рис. 2. Штрихова крива, що є графіком залежності (5), відображає вплив на інтенсивність головних максимумів ґратки від дифракції на кожній щілині.

Реальна дифракційна картина істотно відрізняється від наведеної на рис. 2. У реальній ґратці через велику кількість щілин між сусідніми голо-

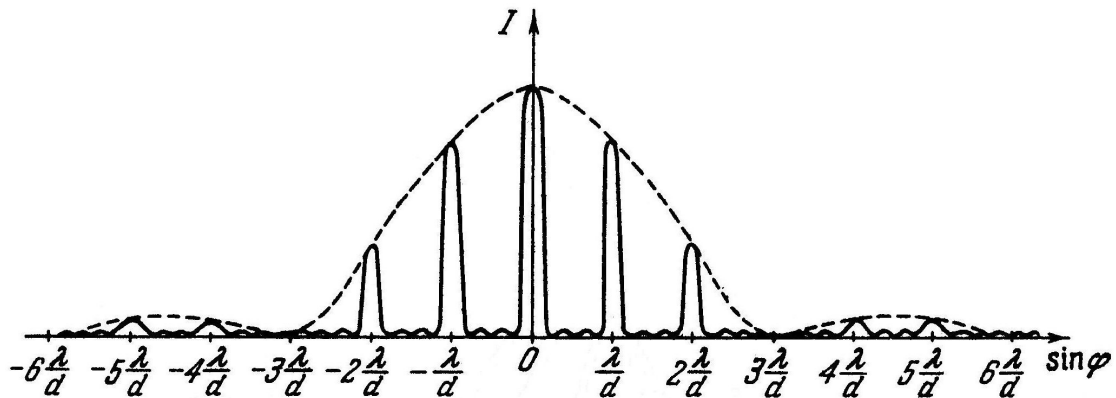


Рис. 2

вними максимумами утворюється багато слабких побічних максимумів, які розміщуються дуже близько один від одного. Тому візуально вони не розрізняються і створюють на екрані лише слабкий фон освітленості. За таких умов головні максимуми стають дуже вузькими і мають високу інтенсивність.

Дисперсія ґратки

Згідно з умовою (4), кути дифракції, а отже й положення головних максимумів на екрані, залежать від довжини хвилі світла, що проходить крізь ґратку. Тому при опроміненні ґратки білим світлом, яке містить усі довжини хвиль в широкому інтервалі $(0,4 \div 0,75)$ мкм, головні максимуми для різних довжин хвилі утворюються при різних кутах, то ж і в різних точках екрана. Відповідно на екрані замість дуже вузьких не забарвлених максимумів спостерігаються *дифракційні спектри* – широкі забарвлені смуги з упорядкованим розташуванням кольорів від фіолетового до червоного. Виняток становить лише центральний максимум, який лишається вузьким і не забарвленим, оскільки при $m = 0$ умова (4) виконується для всіх довжин хвилі.

Якщо на ґратку спрямувати світло, в якому присутні не всі довжини хвиль, а лише окремі вузькі інтервали (спектральні лінії) з відповідними інтенсивностями, то для кожної лінії головному максимуму дифракції у спектрі заданого порядку буде відповідати однозначно визначений кут дифракції, а отже й положення на екрані. Тому на екрані буде спостерігатися набір окремих вузьких кольорових смуг, положення та яскравість яких точно відповідають довжинам хвиль та інтенсивностям відповідних спектральних ліній. Таким чином, ґратка має здатність розкладати опромінююче світло по дов-

жинах хвиль. Тому дифракційні ґратки використовують як прилад для визначення спектрального складу випромінювання та отримання інтенсивних пучків світла із заданою довжиною хвилі.

За результатами вимірювань у даній роботі можна оцінити один із спектральних параметрів ґратки – *дисперсію*. Дисперсія показує, наскільки добре ґратка розводить у просторі промені з близькими довжинами хвилі. Розрізняють кутову та лінійну дисперсію. Кутова дисперсія визначається, як

$$D_{\varphi} = \frac{d\varphi}{d\lambda},$$

де $d\varphi$ – кут між напрямками головних максимумів дифракції для двох променів, довжини хвиль яких відрізняються на величину $d\lambda$, рис. 4.

Вираз D_{φ} визначається диференціюванням умови (4):

$$d \cos \varphi \cdot d\varphi = m d\lambda \Rightarrow$$

$$D_{\varphi} = \frac{m}{d \cos \varphi}. \quad (6)$$

При невеликих кутах дифракції

$$D_{\varphi} = \frac{m}{d}. \quad (6a)$$

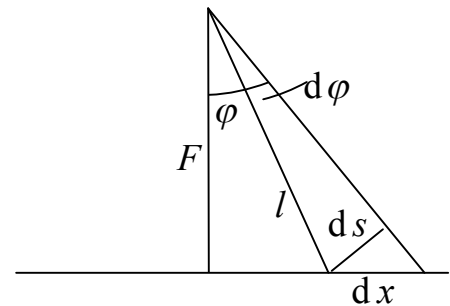


Рис. 3.

Лінійна дисперсія визначається як $D_l = dx/d\lambda$, де $dx = ds/\cos \varphi$ (див.

рис. 3). При невеликих кутах дифракції $dx \approx F d\varphi$, і

$$D_l = D_{\varphi} \cdot F, \quad (6b)$$

де F – фокусна відстань лінзи, що проектує дифракційний спектр на екран.

Співвідношення (6) і (6a) показують, що кутова дисперсія зростає при збільшенні порядку спектра m . Це ілюструє рис. 4, на якому показано положення головних максимумів для двох заданих довжин хвилі в спектрах різного порядку, розраховане за співвідношенням (4).

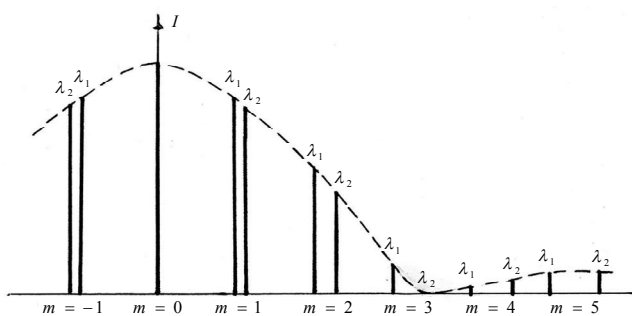


Рис. 4

Але на практиці використання спектрів високих порядків обмежене їхньою малою інтенсивністю та перекриванням. Із формул (4) і (6) випливає, що й у межах одного порядку спектра дисперсія ґратки не лишається сталою. Вона зростає при збільшенні кута дифракції, отже й довжини світлової хвилі.

У даній роботі використовується лазерні джерела, що випромінюють монохроматичне світло із суттєво відмінними довжинами хвилі. Тому кутову

дисперсію ґратки можна оцінити тільки наближено за визначеними в експерименті кутами дифракції φ_1 і φ_2 для двох відомих довжин хвилі λ_1 і λ_2 :

$$D_{\text{екс}} \approx \frac{\Delta\varphi}{\Delta\lambda} = \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{\lambda_2 - \lambda_1}. \quad (7)$$

Експеримент і порядок виконання роботи

В роботі як джерела світла використовуються три лазери, що генерують практично плоскі й монохроматичні світлові хвилі в синій, зеленій та червоній областях спектра, відповідно. Оптична схема експериментальної установки показана на рис 5. Паралельний пучок променів від джерела 1 із заданою довжиною хвилі λ падає по нормалі на дифракційну ґратку 2 з вертикальними щілинами і після неї – на збірну лінзу 3 з відомою фокусною відстанню F . У фокальній площині лінзи встановлений екран 4 для спостереження дифракційної картини. Екран обладнаний горизонтальною лінійкою для визначення координати точки, в яку приходять промені з відповідним кутом дифракції φ .

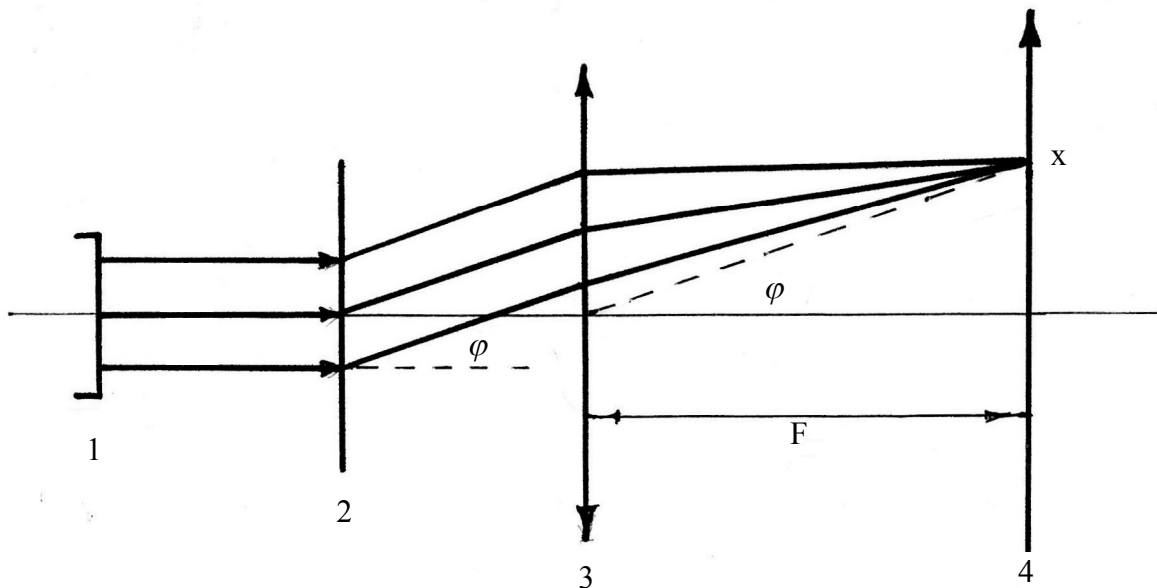


Рис. 5

Визначення періоду дифракційної ґратки

Ознайомитись із інструкцією на робочому місці та занести до таблиці 1 вказану довжину хвилі випромінювання зеленого лазера λ_2 . Занести до таблиць 1 і 2 фокусну відстань лінзи F .

Згідно з інструкцією на робочому місці ввімкнути зелений лазер. Переконатися, що світловий пучок потрапляє в центральну зону дифракційної

ґратки. Встановити між екраном і ґраткою лінзу в такому положенні, щоб дифракційна картина на екрані була якнайчіткішою.

1. По лінійці на екрані зняти та занести до таблиці 1 відносні координати головних максимумів x_m і x_{-m} по обидва боки від центрального. Виміри виконати для порядків $m = 1, 2, 3$.

2. Для кожного порядку m обчислити та занести до таблиці 1 значення координат головних максимумів $x = (x_m + x_{-m})/2$ і синуса кута дифракції $\sin \varphi = x/\sqrt{F^2 + x^2}$

3. За формулою (4) обчислити і занести до таблиці 1 значення періоду ґратки d_m для $m = 1, 2, 3$.

4. За результатами п. 3 обчислити та занести до таблиці 1 середнє значення періоду ґратки $\langle d \rangle = (d_1 + d_2 + d_3)/3$.

Таблиця 1

$\lambda_2 = 532 \text{ нм}; \quad F = \quad, \text{ мм}$						
m	$x_m, \text{ мм}$	$x_{-m}, \text{ мм}$	$x, \text{ мм}$	$\sin \varphi$	$d_m, \text{ мм}$	$\langle d \rangle, \text{ мм}$
1						
2						
3						

Визначення довжини хвилі випромінювання лазерів

Занести до таблиці 2 величину періоду ґратки $d = \langle d \rangle$ з таблиці 1.

5. Замість зеленого лазера ввімкнути червоний. Переконатися, що світловий пучок потрапляє в центральну зону дифракційної ґратки.

6. По лінійці на екрані зняти та занести до відповідної частини таблиці 2 відносні координати головних максимумів x_m і x_{-m} по обидва боки від центрального. Виміри виконати для порядків $m = 1, 2, 3$.

7. Для кожного порядку m обчислити та занести до таблиці 2 значення координат головних максимумів $x = (x_m + x_{-m})/2$ і синуса кута дифракції $\sin \varphi = x/\sqrt{F^2 + x^2}$.

8. За формулою (4) обчислити і занести до таблиці 2 значення довжини хвилі λ_m для $m = 1, 2, 3$.

9. Обчислити середнє значення $\langle \lambda \rangle = (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)/3$ і занести його до таблиці 2.

10. Замість червоного лазера ввімкнути синій. Переконатися, що світловий пучок потрапляє в центральну зону дифракційної ґратки.

11. Виконати виміри та обчислення п.п. 6 – 9. Результати занести до відповідної частини таблиці 2.

Таблиця 2.

$d =$, мм; $F =$, мм							
Лазер	m	x_m , мм	x_{-m} , мм	x , мм	$\sin \varphi$	λ_m , нм	$\langle \lambda \rangle$, нм
Червоний	1						
	2						
	3						
Синій	1						
	2						
	3						

Оцінка кутової дисперсії дифракційної ґратки

12. За даними таблиць 1 і 2:

– обчислити та занести до таблиці 3 різницю довжин хвиль зеленого та синього $\Delta\lambda_1 = \lambda_3 - \lambda_c$ і червоного та зеленого лазерів $\Delta\lambda_2 = \lambda_4 - \lambda_3$;

– за допомогою калькулятора через синуси обчислити та занести до таблиці 3 величину кутів $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ в радіанах;

– обчислити та занести до таблиці 3 кути між головними максимумами зеленого та синього лазера $\Delta\varphi_1 = \varphi_2 - \varphi_1$ і червоного та зеленого лазера $\Delta\varphi_2 = \varphi_3 - \varphi_2$.

13. Обчислити за формулою (7) та занести до таблиці 3 значення середньої дисперсії D_1, D_2 для кожного інтервалу довжин хвиль в кожному порядку дифракційного спектра. Проаналізувати отримані результати.

Таблиця 3.

$\Delta\lambda_1 =$, нм; $\Delta\lambda_2 =$, нм;							
m	φ_1 , рад	φ_2 , рад	φ_3 , рад	$\Delta\varphi_1 = \varphi_2 - \varphi_1$	$\Delta\varphi_2 = \varphi_3 - \varphi_2$	D_1 , нм ⁻¹	D_2 , нм ⁻¹
1							
2							
3							

Контрольні запитання

1. Що таке дифракція світла та за яких умов вона спостерігається?
2. Що таке дифракційна ґратка та якими параметрами вона характеризується?
3. Опишіть дифракційну картину від ґратки. Чим вона відрізняється від такої для однієї щілини?
4. За яких умов спостерігаються головні максимуми та мінімуми дифракції на ґратці?

5. Якщо ґратка складається з N щілин, то в скільки разів інтенсивність у головному максимумі дифракції на екрані відрізняється від інтенсивності, що створюється в цій точці однією щілиною?
6. Виходячи з формули (3), отримати формулу (5).
7. Виходячи з формули (3), отримати наближений вираз для інтенсивності побічних максимумів дифракції на ґратці.
8. Від чого і як залежить ширина дифракційних максимумів? При якому найменшому значенні періоду ґратки на ній спостерігається дифракція?
9. Що називається кутовою дисперсією ґратки? Від чого та як вона залежить?
10. Що називається лінійною дисперсією ґратки? Встановити зв'язок між лінійною та кутовою дисперсією ґратки при великих кутах дифракції.
11. Як, згідно з теорією, мають співвідноситися величини дисперсії ґратки в довгохвильовій та короткохвильовій областях спектра? Чи узгоджуються Ваші результати експерименту з таким висновком?
12. Пояснити порядок визначення періоду ґратки та довжини хвилі випромінювання лазера. Чому координати смуг треба вимірювати по обидва боки від центрального максимуму?

Література

- [1] Кучерук І. М., Горбачук І. Т., «Загальний курс фізики», т. 3, К: «Техніка», 1996 р., §§ 4.3, 4.4, 4.5.
- [2] Иродов И. Е., «Волновые процессы», М: Лаборатория базовых знаний, 2002 г., §§ 5.6, 5.7, 5.8.