

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

І. В. Веригіна, Т. О. Єрьоміна, О. А. Поварова

ВИЩА МАТЕМАТИКА ЧИСЛОВІ ТА ФУНКЦІОНАЛЬНІ РЯДИ

Практикум

Рекомендовано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
як навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра
за освітньою програмою 111 «Математика»
спеціальності 122 «Комп'ютерні науки та інформаційні технології»,
142 «Енергетичне машинобудування», 143 «Атомна енергетика»,
151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології»

Електронне мережеве навчальне видання

Київ
КПІ ім. ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО
2024

УДК 514.9
В19

Автори: *Веригіна Інга Вячеславівна*, ст. викл.
Єрьоміна Тетяна Олександрівна, канд. ф.-м.наук, доц.
Поварова Олена Андріївна, канд. ф.-м.наук, доц.

Рецензент *Дворник, А.В.*, канд. фіз-мат. наук, науковий співробітник відділу диференціальних рівнянь та теорії коливань Інституту математики НАН України

Відповідальний редактор *Дудкін, М. Є.*, д-р фіз-мат. наук, проф.

*Гриф надано Методичною радою КПП ім. Ігоря Сікорського
(протокол № 8 від 20.06.2024 р.)
за поданням Вченої ради фізико-математичного факультету
(протокол № 7 від 22.05.2024 р.)*

Веригіна І.В.

В19 Вища математика. Числові та функціональні ряди [Електронний ресурс] : практикум для здобувачів ступеня бакалавра за освіт. програмою «Математика» спец. 122 «Комп'ютерні науки та інформаційні технології», 142 «Енергетичне машинобудування», 143 «Атомна енергетика», 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології» / І. В. Веригіна, Т. О. Єрьоміна, О. А. Поварова ; КПП ім. Ігоря Сікорського. – Електрон. текст. дані (1 файл). – Київ : КПП ім. Ігоря Сікорського, 2024. – 46 с.

Практикум охоплює тему «Числові та функціональні ряди» дисципліни «Вища математика» для студентів технічних спеціальностей містить 30 варіантів, кожен варіант складається з 8 завдань (11 задач). Самостійне виконання цих завдань забезпечує свідоме оволодіння навчальним матеріалом, який передбачено навчальною програмою з вищої математики технічних спеціальностей.

Практикум може бути рекомендований в якості індивідуальної роботи за темою «Числові та функціональні ряди» для здобувачів ступеня бакалавра за спеціальностями: 122 «Комп'ютерні науки та інформаційні технології», 142 «Енергетичне машинобудування», 143 «Атомна енергетика», 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології». Дане видання може бути корисним не тільки студентам очної та заочної форм навчання, а й викладачам дисципліни «Вища математика».

Реєстр. № 23/24-557. Обсяг 0,7 авт. арк.

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
проспект Перемоги, 37, м. Київ, 03056

<https://kpi.ua>

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру видавців, виготовлювачів
і розповсюджувачів видавничої продукції ДК № 5354 від 25.05.2017 р.

©І. В. Веригіна, Т. О. Єрьоміна, О. А. Поварова
© КПП ім. Ігоря Сікорського, 2024

ЗМІСТ

ВСТУП.....	5
ПРИКЛАД РОЗВ’ЯЗАННЯ ТИПОВИХ ЗАВДАНЬ.....	6
ВАРІАНТИ ІНДИВІДУАЛЬНИХ ЗАВДАНЬ.....	16
Варіант 1	16
Варіант 2.....	17
Варіант 3	18
Варіант 4	19
Варіант 5	20
Варіант 6	21
Варіант 7	22
Варіант 8	23
Варіант 9	24
Варіант 10	25
Варіант 11	26
Варіант 12	27
Варіант 13	28
Варіант 14	29
Варіант 15	30
Варіант 16	31
Варіант 17	32
Варіант 18	33
Варіант 19	34
Варіант 20	35
Варіант 21	36
Варіант 22	37
Варіант 23	38

Варіант	24		39
Варіант	25		40
Варіант	26		41
Варіант	27		42
Варіант	28		43
Варіант	29		44
Варіант	30		45

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ.....	46
--	-----------

ВСТУП

Практикум з розділу «Числові та функціональні ряди» дисципліни «Вища математика» для студентів технічних спеціальностей, містить систематизовану добірку задач, без вміння розв'язувати які, неможлива підготовка сучасного інженера. Практикум допоможе студентам опрацювати тему «Числові та функціональні ряди», виробити уміння та практичні навички розв'язування основних задач. Це, в свою чергу, забезпечить успішне засвоєння матеріалу, передбаченого навчальною програмою з вищої математики для технічних спеціальностей НТУУ «КПІ ім. Ігоря Сікорського». Даний практикум містить 30 варіантів, кожен варіант складається з 8 завдань (11 задач).

Практикум «Числові та функціональні ряди» може бути рекомендований для використання викладачами вищої математики як допоміжний матеріал у підготовці та проведенні практичних занять, у якості збірника задач для виконання індивідуальної або розрахункової роботи з теми «Числові та функціональні ряди» для студентів очної та заочної форм навчання.

ПРИКЛАД РОЗВ'ЯЗАННЯ ТИПОВИХ ЗАВДАНЬ

Завдання 1. Користуючись означенням збіжності числового ряду, встановити збіжність числового ряду, знайти його суму: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)(2n+3)}$.

Розв'язання. Загальний член ряду $u_n = \frac{1}{(2n+1)(2n+3)}$. Розкладемо цей дріб

на суму елементарних: $u_n = \frac{1}{(2n+1)(2n+3)} = \frac{A}{2n+1} + \frac{B}{2n+3} = \frac{A(2n+3) + B(2n+1)}{(2n+1)(2n+3)}$,

тоді $A(2n+3) + B(2n+1) = 1$.

Згідно методу окремих значень:

$$n = -\frac{3}{2}: \quad B \cdot (-2) = 1 \Rightarrow B = -\frac{1}{2};$$

$$n = -\frac{1}{2}: \quad 2 \cdot A = 1 \Rightarrow A = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Отже, } u_n = \frac{\cancel{1}/2}{2n+1} - \frac{\cancel{1}/2}{2n+3} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2n+1} - \frac{1}{2n+3} \right).$$

$$\text{Зокрема, } u_1 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right), \quad u_2 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7} \right), \quad u_3 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{9} \right), \dots$$

Відповідно частинна сума ряду запишеться у вигляді:

$$\begin{aligned} S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{9} \right) + \dots + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2n+1} - \frac{1}{2n+3} \right) = \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} - \cancel{\frac{1}{5}} + \cancel{\frac{1}{5}} - \cancel{\frac{1}{7}} + \cancel{\frac{1}{7}} - \cancel{\frac{1}{9}} + \dots + \cancel{\frac{1}{2n+1}} - \frac{1}{2n+3} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2n+3} \right) \end{aligned}$$

Знайдемо границю послідовності частинних сум:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{1}{2} \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2n+3} \right) = \frac{1}{6}.$$

Отже, оскільки існує границя послідовності частинних сум ряду, то за означенням ряд збігається і його сума

$$S = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)(2n+3)} = \frac{1}{6}.$$

Відповідь: Ряд збіжний, його сума $S = \frac{1}{6}$.

Завдання 2.

а) Дослідити на збіжність ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)!}$.

Розв'язання.

Загальний член ряду $u_n = \frac{1}{(n+1)!} > 0$, ряд є знакододадним.

Застосуємо ознаку Даламбера. Для цього випишемо член ряду

$$u_{n+1} = \frac{1}{(n+2)!}.$$

Розглянемо границю:

$$l = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{(n+2)!} \cdot \frac{(n+1)!}{1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\cancel{(n+1)!}}{\cancel{(n+1)!} \cdot (n+2)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{(n+2)} = 0,.$$

$l = 0 < 1$, тому за ознакою Даламбера заданий ряд збігається.

б) Дослідити на збіжність ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(n \cdot \ln^n \left(\frac{n+2}{n} \right)^n \right)$

Загальний член ряду $u_n = n \cdot \ln^n \left(\frac{n+2}{n} \right)^n > 0$, ряд є знакододадним.

Застосуємо радикальну ознаку Коші:

$$l = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{u_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n \cdot \ln^n \left(\frac{n+2}{n} \right)^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n} \times \lim_{n \rightarrow \infty} \ln \left(\frac{n+2}{n} \right)^n =$$

$$= 1 \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \ln \left(\left(1 + \frac{2}{n} \right)^{\frac{n}{2}} \right)^{\frac{2n}{n}} = \ln e^2 = 2.$$

Оскільки $l = 2 > 1$, то за радикальною ознакою Коші ряд розбіжний.

Завдання 3.

а) Дослідити на збіжність ряд:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3 \cdot 2^{n-1}} \quad (1)$$

Розв'язання. Загальний член ряду $u_n = \frac{1}{n^3 \cdot 2^{n-1}} > 0$. Ряд знакододатний. Для

загального члена даного ряду $u_n = \frac{1}{n^3 \cdot 2^{n-1}}$ має місце оцінка:

$$u_n = \frac{1}{n^3 \cdot 2^{n-1}} < \frac{1}{2^{n-1}}.$$

Розглянемо ряд, загальний член якого $v_n = \frac{1}{2^{n-1}}$:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^{n-1}} \quad (2)$$

Ряд (2) – ряд геометричної прогресії, зі знаменником $q = \frac{1}{2} < 1$, відповідно є збіжним.

Оскільки $u_n < v_n, \forall n \in \mathbb{N}$, отже, за **першою ознакою порівняння** ряд (1) є збіжним.

Відповідь: ряд збіжний.

б) Дослідити на збіжність ряд:
$$\sum_{n=1}^{\infty} \ln \frac{n^2 + 2}{n^2 + 1} \quad (1)$$

Розв'язання. Загальний член ряду $u_n = \ln \frac{n^2 + 2}{n^2 + 1} > 0$, ряд є знакододатним.

Застосуємо **граничну ознаку порівняння**. Для цього розглянемо ряд, загальний член якого $v_n = \frac{1}{n^2}$.

$$\text{Ряд } \sum_{n=1}^{\infty} v_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \quad (2)$$

є узагальненим гармонічним рядом, $p = 2 > 1$, тому ряд є збіжним.

Порівняємо ряди (1) і (2):

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_n}{v_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln \frac{n^2 + 2}{n^2 + 1}}{\frac{1}{n^2}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln \frac{(n^2 + 1) + 1}{n^2 + 1}}{\frac{1}{n^2}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln \left(1 + \frac{1}{n^2 + 1} \right)}{\frac{1}{n^2}} =$$

$$= \left[\begin{array}{l} \text{згідно ТЕНМФ} \\ \ln \left(1 + \frac{1}{n^2 + 1} \right) \sim \frac{1}{n^2 + 1} \\ \frac{1}{n^2 + 1} \rightarrow 0 \text{ при } n \rightarrow \infty \end{array} \right] = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n^2 + 1}}{\frac{1}{n^2}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{n^2 + 1} = 1 \neq \begin{cases} 0 \\ \infty \end{cases}.$$

Отже, за граничною ознакою порівняння, оскільки ряд (2) збігається, то і ряд (1) також збігається.

Відповідь: ряд збіжний.

Завдання 4. Довести розбіжність ряду: $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{n}{2n+1}}$.

Розв'язання.

Розглянемо загальний член ряду $u_n = \sqrt{\frac{n}{2n+1}}$.

$$\text{Знайдемо } \lim_{n \rightarrow \infty} u_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{n}{2n+1}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{1}{2 + \frac{1}{n}}} = \sqrt{\frac{1}{2}} \neq 0,$$

тобто, не виконується необхідна умова збіжності ряду, отже, ряд розбіжний.

Відповідь: ряд розбіжний

Завдання 5. Дослідити ряд на збіжність ряд

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^2 n}.$$

Використаємо інтегральну ознаку Коші. Розглянемо функцію $f(x) = \frac{1}{x \ln^2 x}$. Ця функція є невід'ємною, неперервною і монотонно спадною на $[2; \infty)$, також $f(n) = \frac{1}{n \ln^2 n}, n \in \mathbb{N}$.

Тому можемо застосувати інтегральну ознаку Коші.

$$\begin{aligned} \int_2^{\infty} f(x) dx &= \lim_{A \rightarrow +\infty} \int_2^A \frac{1}{x \ln^2 x} dx = \lim_{A \rightarrow +\infty} \int_2^A \frac{1}{\ln^2 x} d(\ln x) = \\ &= - \lim_{A \rightarrow +\infty} \frac{1}{\ln x} \Big|_2^A = - \lim_{A \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{\ln A} - \frac{1}{\ln 2} \right) = - \left(0 - \frac{1}{\ln 2} \right) = \frac{1}{\ln 2} \neq \infty \Rightarrow \end{aligned}$$

інтеграл збіжний.

Відповідь: ряд збіжний.

Завдання 6.

а) Дослідити ряд на абсолютну/ умовну збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{n(n+1)} \tag{1}$$

Розв'язання. Даний ряд є знакопозитивним рядом, загальний член ряду

$b_n = (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{n(n+1)} = (-1)^{n+1} a_n$, де абсолютна величина загального члена ряду

$$a_n = |b_n| = \frac{2n+1}{n(n+1)}.$$

1) Розглянемо ряд, складений з абсолютних величин:

$$\sum_{n=1}^{\infty} |b_n| = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} \quad (2)$$

Порівняємо цей ряд з рядом, загальний член якого $c_n = \frac{1}{n}$:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} - \quad (3)$$

гармонічний ряд, він є розбіжним. Застосуємо **граничну ознаку порівняння**:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{|b_n|}{c_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{2n+1}{n(n+1)}}{\frac{1}{n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + n}{n^2 + n} = 2 \neq \begin{cases} 0 \\ \infty \end{cases}.$$

Оскільки ряд (3) розбіжний, то і ряд (2) також є розбіжним.

2) Дослідимо ряд (1) на збіжність за допомогою ознаки Лейбніца.

$$a_n = \frac{2n+1}{n(n+1)}.$$

а) Перевіримо, що послідовність $\{a_n\}$ є спадною.

Це не очевидно, оскільки і чисельник, і знаменник дробу є зростаючими при зростанні n . Проте знаменник зростає набагато швидше, ніж чисельник, тому, можна очікувати, що починаючи з деякого номера n_0 послідовність $\{a_n\}$ буде спадною. Порахуємо декілька перших членів:

$$a_1 = \frac{2+1}{1(1+1)} = \frac{3}{2} = 1,5, \quad a_2 = \frac{4+1}{2(2+1)} = \frac{5}{6} \approx 0,83,$$

$$a_3 = \frac{6+1}{3(3+1)} = \frac{7}{12} \approx 0,58, \quad a_4 = \frac{8+1}{4(4+1)} = \frac{9}{20} = 0,45.$$

Маємо $a_1 > a_2 > a_3 > a_4 > \dots$. Дійсно, послідовність $\{a_n\}$ є спадною (Зрозуміло, що ці міркування не можна вважати строгим доведенням).

$$б) \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{2}{n} + \frac{1}{n^2}}{1 + \frac{1}{n}} = 0.$$

Умови теореми Лейбніца виконуються, отже, ряд (1) є збіжним.

А оскільки ряд з абсолютних величин (2) – розбіжний, то ряд (1) збіжний умовно.

Відповідь: ряд збіжний умовно.

б) Дослідити на абсолютну/умовну збіжність ряд:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(n\alpha)}{n^4 + 1}.$$

Розв'язання. Даний ряд є знакозмінним рядом, загальний член якого $u_n = \frac{\cos(n\alpha)}{n^4 + 1}$. Складемо ряд з абсолютних величин $\sum_{n=1}^{\infty} \left| \frac{\cos(n\alpha)}{n^4 + 1} \right|$. Оцінимо

$$\text{загальний член цього ряду } |u_n| = \left| \frac{\cos(n\alpha)}{n^4 + 1} \right| < \frac{1}{n^4}.$$

Оскільки ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4}$ збігається як узагальнений гармонічний, $p=4>1$, то $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ збігається за першою ознакою порівняння.

Отже, ряд $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ збігається абсолютно.

Відповідь: ряд абсолютно збіжний.

Завдання 7. Знайти область збіжності степеневого ряду $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{(n+2) \cdot 2^n}$.

Розв'язання.

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{(n+2) \cdot 2^n}$ степеневий ряд (1), в якому $x_0 = -1$ і коефіцієнти $a_n = \frac{1}{(n+2) \cdot 2^n}$.

1) Знайдемо радіус збіжності степеневого ряду та запишемо інтервал його збіжності.

$$R = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt[n]{|a_n|}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt[n]{\frac{1}{(n+2) \cdot 2^n}}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n+2} \cdot 2 = 2.$$

Тоді $-2 < x+1 < 2$, $-3 < x < 1$, $x \in (-3; 1)$ – інтервал збіжності степеневого ряду.

2) Дослідимо ряд на збіжність в крайніх точках його інтервала збіжності.

а) $x = -3$: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-3+1)^n}{(n+2) \cdot 2^n} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^n}{(n+2) \cdot 2^n} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n+2}$ – **(2)** знакопечерговий ряд,

дослідження на збіжність якого проведемо за допомогою ознаки Лейбніца.

Загальний член ряду (2): $b_n = (-1)^n \frac{1}{n+2} = (-1)^n a_n$, $a_n = \frac{1}{n+2}$

а) Перевіримо, що послідовність $\{a_n\}$ є спадною.

Знаменник $n+2$ зростає при $n=1, 2, 3, \dots$, відповідно сам дріб $\frac{1}{n+2}$ при цьому спадає. Отже, послідовність $\{a_n\}$ дійсно буде спадною.

б) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n+2} = 0$.

Умови теореми Лейбніца виконуються, тому ряд (2) є збіжним.

б) $x = 1$: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1+1)^n}{(n+2) \cdot 2^n} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n+2}$ – **(3)** знакододастний ряд, $a_n = \frac{1}{n+2} > 0$.

Порівняємо цей ряд з рядом, загальний член якого $b_n = \frac{1}{n}$:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} - \tag{4}$$

гармонічний ряд, який є розбіжним. Застосуємо **граничну ознаку порівняння**:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n+2}}{\frac{1}{n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n+2} = 1 \neq \begin{cases} 0 \\ \infty \end{cases}.$$

Оскільки ряд (4) розбіжний, то і ряд (3) також є розбіжним.

Отже, початковий ряд збігається при всіх $x \in [-3; 1)$.

Відповідь: область збіжності $x \in [-3; 1)$ (абсолютної).

Завдання 8. Знайти наближене значення інтеграла:

$$\int_0^{\frac{1}{3}} e^{-x^2} dx \text{ з точністю } \varepsilon = 0,001$$

Розв'язання.

Скористаємося розкладом в ряд Маклорена для e^x :

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots, \quad \forall x \in \mathbb{R}.$$

$$\text{Тоді } e^{-x^2} = 1 - \frac{x^2}{1!} + \frac{x^4}{2!} - \frac{x^6}{3!} + \dots, \quad \forall x \in \mathbb{R}.$$

За теоремою про почленне інтегрування степеневих рядів:

$$\begin{aligned} \int_0^{\frac{1}{3}} e^{-x^2} dx &= \int_0^{\frac{1}{3}} \left(1 - \frac{x^2}{1!} + \frac{x^4}{2!} - \frac{x^6}{3!} + \dots \right) dx = \left(x - \frac{x^3}{1! \cdot 3} + \frac{x^5}{2! \cdot 5} - \frac{x^7}{3! \cdot 7} + \dots \right) \bigg|_0^{\frac{1}{3}} = \\ &= \frac{1}{3} - \frac{1}{1! \cdot 3 \cdot 3^3} + \frac{1}{2! \cdot 5 \cdot 3^5} - \frac{1}{3! \cdot 7 \cdot 3^7} + \dots \end{aligned}$$

це знакопочерговий ряд, задовольняє умови теореми Лейбніца.

$$a_1 = \frac{1}{3} > \varepsilon = 0,001,$$

$$a_2 = \frac{1}{1! \cdot 3 \cdot 3^3} = \frac{1}{81} > \varepsilon = 0,001,$$

$$a_3 = \frac{1}{2! \cdot 5 \cdot 3^5} = \frac{1}{2430} < \varepsilon = 0,001,$$

За наслідком з теореми Лейбніца $|S - S_2| < a_2 < \varepsilon$.

$$S \approx S_2 = \frac{1}{3} - \frac{1}{81} \approx 0,321.$$

Відповідь: $I \approx 0,321$.

ВАРІАНТИ ІНДИВІДУАЛЬНИХ ЗАВДАНЬ

Варіант 1

1. Довести збіжність ряду та знайти його суму, користуючись означенням:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)(n+2)}.$$

2. Дослідити ряди на збіжність, застосовуючи ознаку Даламбера або радикальну ознаку Коші:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^{n+1}},$ б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{3^n}$

3. Дослідити ряди на збіжність, застосовуючи ознаки порівняння:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arctg n}{4^n},$ б) $\sum_{n=1}^{\infty} \arcsin\left(\frac{1}{n\sqrt{n}}\right).$

4. Довести розбіжність ряду:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(1 + \frac{1}{\sqrt{n}}\right).$$

5. Дослідити ряд на збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \ln(n+2)}.$$

6. Дослідити ряд на абсолютну/умовну збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \ln\left(1 + \frac{1}{n^2}\right).$$

7. Знайти область збіжності степеневого ряду:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{n}}\right) x^n,$ б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3^n} (x-2)^n.$

8. Знайти наближене значення визначеного інтеграла з точністю $\varepsilon = 0,0001$:

$$\int_0^{0,1} e^{-6x^2} dx.$$

Варіант 2

1. Довести збіжність ряду та знайти його суму, користуючись означенням:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{(n+1)(n+3)}.$$

2. Дослідити ряди на збіжність, застосовуючи ознаку Даламбера або радикальну ознаку Коші:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n^2}$, б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{2^{n+1}}$.

3. Дослідити ряди на збіжність, застосовуючи ознаки порівняння:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n}{n^2 + 1}$, б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 \frac{1}{n}}{n}$.

4. Довести розбіжність ряду:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n^2 + 1}.$$

5. Дослідити ряд на збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \ln^2(n+1)}.$$

6. Дослідити ряд на абсолютну/умовну збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \arcsin \frac{1}{\sqrt{n}}.$$

7. Знайти область збіжності степеневого ряду:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2 + 1}$, б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{2^{n+1}}$.

8. Знайти наближене значення визначеного інтеграла із точністю $\varepsilon = 0,0001$:

$$\int_0^{0,5} \cos(4x^2) dx.$$

Варіант 3

1. Довести збіжність ряду та знайти його суму, користуючись означенням:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}.$$

2. Дослідити ряди на збіжність, застосовуючи ознаку Даламбера або радикальну ознаку Коші:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{3n-1} \right)^n$, б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{2^n}$

3. Дослідити ряди на збіжність, застосовуючи ознаки порівняння:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arctg(n+1)}{2^n + 1}$, б) $\sum_{n=1}^{\infty} \arcsin\left(\frac{1}{n^3}\right).$

4. Довести розбіжність ряду:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n} \right)^n.$$

5. Дослідити ряд на збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)\ln^3(n+2)}.$$

6. Дослідити ряд на абсолютну/умовну збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \arctg\left(\frac{1}{n\sqrt{n}}\right).$$

7. Знайти область збіжності степеневого ряду:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}} x^n$, б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n^2 2^n}.$

8. Знайти наближене значення визначеного інтеграла із точністю $\varepsilon = 0,0001$:

$$\int_0^{0.1} \frac{1}{x} \ln\left(1 + \frac{x}{2}\right) dx.$$

Варіант 4

1. Довести збіжність ряду та знайти його суму, користуючись означенням:

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)(n+1)}.$$

2. Дослідити ряди на збіжність, застосовуючи ознаку Даламбера або радикальну ознаку Коші:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{n+1}}{(n+1)2^n}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)3^n}{n!}$$

3. Дослідити ряди на збіжність, застосовуючи ознаки порівняння:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n}{n^3 + 2}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{1}{\sqrt{n}}}{n}.$$

4. Довести розбіжність ряду:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 3n + 1}{2n^2 + 1}.$$

5. Дослідити ряд на збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+2)\ln^2(n+1)}.$$

6. Дослідити ряд на абсолютну/умовну збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(1 - \cos\left(\frac{1}{n}\right) \right).$$

7. Знайти область збіжності степеневого ряду:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{n^2 + 3}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{2^{n+1}}.$$

8. Знайти наближене значення визначеного інтеграла з точністю $\varepsilon = 0,0001$:

$$\int_0^{0,2} \sin(10x^2) dx.$$

Варіант 5

1. Довести збіжність ряду та знайти його суму, користуючись означенням:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{(3n-1)(3n+1)}.$$

2. Дослідити ряди на збіжність, застосовуючи ознаку Даламбера або радикальну ознаку Коші:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{2^n}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{n2^n}$$

3. Дослідити ряди на збіжність, застосовуючи ознаки порівняння:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^2 n}{n^2 + 2}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \left(\frac{1}{n\sqrt{n}} \right).$$

4. Довести розбіжність ряду:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n\sqrt{n}} \right).$$

5. Дослідити ряд на збіжність:

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)\sqrt{\ln n}}.$$

6. Дослідити ряд на абсолютну/умовну збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln \left(1 + \frac{1}{\sqrt{n}} \right).$$

7. Знайти область збіжності степеневого ряду:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3^{n+1}} x^n, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{n+3}.$$

8. Знайти наближене значення визначеного інтеграла з точністю $\varepsilon = 0,0001$.

$$\int_0^{0,1} \frac{1}{x} (e^{-x^2} - 1) dx.$$

Варіант 6

1. Довести збіжність ряду та знайти його суму, користуючись означенням:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)(2n+2)}.$$

2. Дослідити ряди на збіжність, застосовуючи ознаку Даламбера або радикальну ознаку Коші:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n}$, б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+2)!}{4^n}$

3. Дослідити ряди на збіжність, застосовуючи ознаки порівняння:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n}{n\sqrt{n}}$, б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln\left(1+\frac{1}{n}\right)}{n}$.

4. Довести розбіжність ряду:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^3}{n^3 + 2n - 1}.$$

5. Дослідити ряд на збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+3)\ln(n+1)}.$$

6. Дослідити ряд на абсолютну/умовну збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n}{n^2 + 1}.$$

7. Знайти область збіжності степеневого ряду:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2 3^n}$, б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{n+1}$.

8. Знайти наближене значення визначеного інтеграла з точністю $\varepsilon = 0,0001$

$$\int_0^{0,25} \frac{1}{x} (1 - \cos 4x) dx.$$

Варіант 7

1. Довести збіжність ряду та знайти його суму, користуючись означенням:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n+1)(3n+2)}.$$

2. Дослідити ряди на збіжність, застосовуючи ознаку Даламбера або радикальну ознаку Коші:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{n+2}}{2n+1}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+2)3^n}{n!}$$

3. Дослідити ряди на збіжність, застосовуючи ознаки порівняння:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arctg(n+1)}{n^3}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(1 + \frac{1}{n^2}\right).$$

4. Довести розбіжність ряду:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{n}}\right)^2.$$

5. Дослідити ряд на збіжність:

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n+2)\ln^3(n+1)}.$$

6. Дослідити ряд на абсолютну/умовну збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \ln\left(1 + \frac{1}{n\sqrt{n}}\right).$$

7. Знайти область збіжності степеневого ряду:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n+2}} x^n, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{n3^n}.$$

8. Знайти наближене значення визначеного інтеграла з точністю

$$\varepsilon = 0,0001: \int_0^{0,1} \frac{1}{x} \ln\left(1 + \frac{x}{2}\right) dx.$$

Варіант 8

1. Довести збіжність ряду та знайти його суму, користуючись означенням:

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{3}{(n-1)(n+2)}.$$

2. Дослідити ряди на збіжність, застосовуючи ознаку Даламбера або радикальну ознаку Коші:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{2n-1} \right)^n, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{2^{n+3}}$$

3. Дослідити ряди на збіжність, застосовуючи ознаки порівняння:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 + \sin^4 n}{n\sqrt{n}}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arcsin \frac{1}{\sqrt{n}}}{n}.$$

4. Довести розбіжність ряду:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^2 + 2n}{n^2 + 1}.$$

5. Дослідити ряд на збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{\ln(n+1)}}.$$

6. Дослідити ряд на абсолютну/умовну збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \arcsin \frac{1}{n\sqrt{n}}.$$

7. Знайти область збіжності степеневого ряду:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^3 + 3}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{n 4^n}.$$

8. Знайти наближене значення визначеного інтеграла з точністю

$$\varepsilon = 0,0001: \int_0^{0,1} \frac{1}{x} \sin(x^2) dx.$$

Варіант 9

1. Довести збіжність ряду та знайти його суму, користуючись означенням:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{(n+1)(n+4)}.$$

2. Дослідити ряди на збіжність, застосовуючи ознаку Даламбера або радикальну ознаку Коші:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(2n-1)2^n}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{4^n}$$

3. Дослідити ряди на збіжність, застосовуючи ознаки порівняння:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arccotg} n}{2^n}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \arcsin\left(\frac{1}{n\sqrt{n}}\right).$$

4. Довести розбіжність ряду:

$$\sum_{n=1}^{\infty} n \sin \frac{1}{n}.$$

5. Дослідити ряд на збіжність:

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n+1}{n^2 \ln n}.$$

6. Дослідити ряд на абсолютну/умовну збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{n}\right).$$

7. Знайти область збіжності степеневого ряду:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{3^n} x^n, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (x-2)^n}{n^2}.$$

8. Знайти наближене значення визначеного інтеграла з точністю

$$\varepsilon = 0,0001; \quad \int_0^{0,1} e^{-6x^2} dx.$$

Варіант 10

1. Довести збіжність ряду та знайти його суму, користуючись означенням:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n(n+2)}.$$

2. Дослідити ряди на збіжність, застосовуючи ознаку Даламбера або радикальну ознаку Коші:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 2}{2^n}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+1)3^n}{n!}$$

3. Дослідити ряди на збіжність, застосовуючи ознаки порівняння:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n}{\sqrt{n^3 + 1}}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \cos\left(\frac{1}{n}\right) \right).$$

4. Довести розбіжність ряду:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+4}{5n+1}.$$

5. Дослідити ряд на збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3 \sqrt{\ln^2(n+1)}}.$$

6. Дослідити ряд на абсолютну/умовну збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n+1}{n^3}.$$

7. Знайти область збіжності степеневого ряду:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{(n+1)2^n}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n\sqrt{n}} (x-1)^n.$$

8. Знайти наближене значення визначеного інтеграла з точністю

$$\varepsilon = 0,0001: \int_0^{0,5} \cos(4x^2) dx.$$

Варіант 11

1. Довести збіжність ряду та знайти його суму, користуючись означенням:

$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{4}{(n-2)(n+2)}.$$

2. Дослідити ряди на збіжність, застосовуючи ознаку Даламбера або радикальну ознаку Коші:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n-1}{2^n}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+3)!}{2^n}$$

3. Дослідити ряди на збіжність, застосовуючи ознаки порівняння:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arctg(n+1)}{2^n}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \tg\left(\frac{1}{n^2}\right).$$

4. Довести розбіжність ряду:

$$\sum_{n=1}^{\infty} n \ln\left(1 + \frac{1}{\sqrt{n}}\right).$$

5. Дослідити ряд на збіжність:

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(3n+2)\ln^3(n)}.$$

6. Дослідити ряд на абсолютну/умовну збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \ln\left(1 + \frac{3}{\sqrt{n}}\right).$$

7. Знайти область збіжності степеневого ряду:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n\sqrt{n}} x^n, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{3^n} (x+3)^n.$$

8. Знайти наближене значення визначеного інтеграла з точністю

$$\varepsilon = 0,0001: \int_0^1 \frac{1}{\sqrt[3]{27+x^3}} dx.$$

Варіант 12

1. Довести збіжність ряду та знайти його суму, користуючись означенням:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+3)}.$$

2. Дослідити ряди на збіжність, застосовуючи ознаку Даламбера або радикальну ознаку Коші:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{n} \right)^{n^2}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{4^n}$$

3. Дослідити ряди на збіжність, застосовуючи ознаки порівняння:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n}{n^3 + 2}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{1}{\sqrt{n}}}{n^2}.$$

4. Довести розбіжність ряду:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + n}{3n^2 + 4}.$$

5. Дослідити ряд на збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+2)\ln^2(n+1)}.$$

6. Дослідити ряд на абсолютну/умовну збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n}{n\sqrt{n+1}}.$$

7. Знайти область збіжності степеневого ряду:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{n(n+4)}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3^{n+1}} (x-2)^n.$$

8. Знайти наближене значення визначеного інтеграла з точністю $\varepsilon = 0,0001$:

$$\int_0^{0,2} \sin(5x^2) dx.$$

Варіант 13

1. Довести збіжність ряду та знайти його суму, користуючись означенням:

$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{3}{(n-2)(n+1)}.$$

2. Дослідити ряди на збіжність, застосовуючи ознаку Даламбера або радикальну ознаку Коші:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{n+2}}{n^2}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(2n)!}$$

3. Дослідити ряди на збіжність, застосовуючи ознаки порівняння:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^4 n}{n^2}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \left(\frac{1}{n^2 + 1} \right).$$

4. Довести розбіжність ряду:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n} \right)^n.$$

5. Дослідити ряд на збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(4n+1)\ln(n+1)}.$$

6. Дослідити ряд на абсолютну/умовну збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \ln \left(1 + \frac{1}{n^2 \sqrt{n}} \right).$$

7. Знайти область збіжності степеневого ряду:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3^n(n+1)} x^n, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{n}} \right) (x-1)^n.$$

8. Знайти наближене значення визначеного інтеграла з точністю

$$\varepsilon = 0,0001: \int_0^{0,2} e^{-2x^2} dx.$$

Варіант 14

1. Довести збіжність ряду та знайти його суму, користуючись означенням:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)(2n+2)}.$$

2. Дослідити ряди на збіжність, застосовуючи ознаку Даламбера або радикальну ознаку Коші:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{4n-1} \right)^n$, б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^2 2^{n+1}}$

3. Дослідити ряди на збіжність, застосовуючи ознаки порівняння:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arctg^2 n}{n\sqrt{n}}$, б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln\left(1 + \frac{1}{n^2}\right)}{n}.$

4. Довести розбіжність ряду:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2 + 4n + 1}{6n^2 + 1}.$$

5. Дослідити ряд на збіжність:

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n+2)\sqrt[3]{\ln n}}.$$

6. Дослідити ряд на абсолютну/умовну збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin \frac{1}{\sqrt{n}}.$$

7. Знайти область збіжності степеневого ряду:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2(n+2)}$, б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n 2^{n+1}}.$

8. Знайти наближене значення визначеного інтеграла з точністю $\varepsilon = 0,0001$.

$$\int_0^{0,4} \cos(2x^2) dx.$$

Варіант 15

1. Довести збіжність ряду та знайти його суму, користуючись означенням:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(4n+1)(4n+2)}.$$

2. Дослідити ряди на збіжність, застосовуючи ознаку Даламбера або радикальну ознаку Коші:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(n+1)2^{n-1}},$ б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n+1)!}{2^n}$

3. Дослідити ряди на збіжність, застосовуючи ознаки порівняння:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^4 n}{n^2 + 3},$ б) $\sum_{n=1}^{\infty} \ln \left(1 + \frac{1}{n\sqrt{n}} \right).$

4. Довести розбіжність ряду:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n\sqrt{n}} \right)^{n\sqrt{n}}.$$

5. Дослідити ряд на збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \ln^2(2n+1)}.$$

6. Дослідити ряд на абсолютну/умовну збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \operatorname{tg} \left(\frac{1}{n\sqrt{n}} \right).$$

7. Знайти область збіжності степеневого ряду:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n\sqrt{n+2}} x^n,$ б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{n^2 2^n}.$

8. Знайти наближене значення визначеного інтеграла з точністю $\varepsilon = 0,0001$.

$$\int_0^2 \frac{1}{\sqrt[4]{256+x^4}} dx.$$

Варіант 16

1. Довести збіжність ряду та знайти його суму, користуючись означенням:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{(2n-1)(2n+1)}.$$

2. Дослідити ряди на збіжність, застосовуючи ознаку Даламбера або радикальну ознаку Коші:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n2^n}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{(3n)!}$$

3. Дослідити ряди на збіжність, застосовуючи ознаки порівняння:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arccotg}^2(n+1)}{2^n}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - \cos \frac{1}{\sqrt{n}}}{n}.$$

4. Довести розбіжність ряду:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^3}{4n^3 + 5n - 1}.$$

5. Дослідити ряд на збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{\ln^3(n+1)}}.$$

6. Дослідити ряд на абсолютну/умовну збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(1 - \cos \left(\frac{1}{n^2} \right) \right).$$

7. Знайти область збіжності степеневого ряду:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{(n+1)(n+3)}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}} (x-3)^n.$$

8. Знайти наближене значення визначеного інтеграла з точністю $\varepsilon = 0,0001$.

$$\int_0^{0,2} \ln(1+5x^2) dx.$$

Варіант 17

1. Довести збіжність ряду та знайти його суму, користуючись означенням:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n-1)(3n+1)}.$$

2. Дослідити ряди на збіжність, застосовуючи ознаку Даламбера або радикальну ознаку Коші:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n+1}{2n-1} \right)^n, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(n+4)2^n}$$

3. Дослідити ряди на збіжність, застосовуючи ознаки порівняння:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n}{n\sqrt{n}}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \ln \left(1 + \frac{1}{n^3} \right).$$

4. Довести розбіжність ряду:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{n}} \right)^5.$$

5. Дослідити ряд на збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n-1)\ln^3(n+1)}.$$

6. Дослідити ряд на абсолютну/умовну збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln \left(1 + \frac{2}{\sqrt{n}} \right).$$

7. Знайти область збіжності степеневого ряду:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3^n} x^n, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}} x^{2n+1}.$$

8. Знайти наближене значення визначеного інтеграла з точністю $\varepsilon = 0,0001$.

$$\int_0^{0,1} e^{-x^2} dx.$$

Варіант 18

1. Довести збіжність ряду та знайти його суму, користуючись означенням:

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{3}{(n+1)(n+4)}.$$

2. Дослідити ряди на збіжність, застосовуючи ознаку Даламбера або радикальну ознаку Коші:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{(n+1)2^n}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+2)!}{5^n}$$

3. Дослідити ряди на збіжність, застосовуючи ознаки порівняння:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^2 n}{n^2}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{1}{\sqrt{n}}}{n}.$$

4. Довести розбіжність ряду:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^2 + 2n}{n+1}.$$

5. Дослідити ряд на збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)\ln(n+2)}.$$

6. Дослідити ряд на абсолютну/умовну збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n+2}{n^2+1}.$$

7. Знайти область збіжності степеневого ряду:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{(n+n^2)2^n}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{9^n} x^{2n}.$$

8. Знайти наближене значення визначеного інтеграла з точністю

$$\varepsilon = 0,0001: \int_0^1 \cos\left(\frac{1}{2}x^2\right)dx.$$

Варіант 19

1. Довести збіжність ряду та знайти його суму, користуючись означенням:

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)(n+3)}.$$

2. Дослідити ряди на збіжність, застосовуючи ознаку Даламбера або радикальну ознаку Коші:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 2}{2^n}$, б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{5^n}$

3. Дослідити ряди на збіжність, застосовуючи ознаки порівняння:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 + \cos^4 n}{n^2}$, б) $\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{n}\right).$

4. Довести розбіжність ряду:

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^2 \operatorname{tg} \frac{1}{n}.$$

5. Дослідити ряд на збіжність:

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)\ln^2(n)}.$$

6. Дослідити ряд на абсолютну/умовну збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \ln\left(1 + \frac{1}{n\sqrt[3]{n}}\right).$$

7. Знайти область збіжності степеневого ряду:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{3^{n+1}} x^{n+1}$, б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}} x^{2n}.$

8. Знайти наближене значення визначеного інтеграла з точністю

$\varepsilon = 0,0001$: $\int_0^{1,5} \frac{1}{\sqrt[4]{81+x^4}} dx.$

Варіант 20

1. Довести збіжність ряду та знайти його суму, користуючись означенням:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{(3n-1)(3n+2)}.$$

2. Дослідити ряди на збіжність, застосовуючи ознаку Даламбера або радикальну ознаку Коші:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n-1}{2^n},$ б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{(2n)!}$

3. Дослідити ряди на збіжність, застосовуючи ознаки порівняння:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4 - \operatorname{arctg} n}{n\sqrt{n}},$ б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \cos\left(\frac{1}{n^2}\right) \right).$

4. Довести розбіжність ряду:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctg} \frac{n+4}{n+1}.$$

5. Дослідити ряд на збіжність:

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n+1)^4 \sqrt{\ln^3 n}}.$$

6. Дослідити ряд на абсолютну/умовну збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n\sqrt{n}}.$$

7. Знайти область збіжності степеневого ряду:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+1)2^n},$ б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{4^n} x^{2n}.$

8. Знайти наближене значення визначеного інтеграла з точністю $\varepsilon = 0,0001.$

$$\int_0^{0,2} \frac{1}{x} \ln(1+5x) dx.$$

Варіант 21

1. Довести збіжність ряду та знайти його суму, користуючись означенням:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n(2n+1)}.$$

2. Дослідити ряди на збіжність, застосовуючи ознаку Даламбера або радикальну ознаку Коші:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4n+1}{5n-1} \right)^n, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{5^n}$$

3. Дослідити ряди на збіжність, застосовуючи ознаки порівняння:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arctg(n)}{3^n + 2}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \arcsin\left(\frac{1}{n}\right).$$

4. Довести розбіжність ряду:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n} \right)^{2n}.$$

5. Дослідити ряд на збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)\ln^2(n+2)}.$$

6. Дослідити ряд на абсолютну/умовну збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \arctg\left(\frac{1}{\sqrt[3]{n}}\right).$$

7. Знайти область збіжності степеневого ряду:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n+2}} x^n, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{4^n} (x+1)^n.$$

8. Знайти наближене значення визначеного інтеграла із точністю $\varepsilon = 0,0001$:

$$\int_0^{0.1} \frac{1}{x} \ln\left(1 + \frac{x}{4}\right) dx.$$

Варіант 22

1. Довести збіжність ряду та знайти його суму, користуючись означенням:

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{6}{(n-1)(n+2)}.$$

2. Дослідити ряди на збіжність, застосовуючи ознаку Даламбера або радикальну ознаку Коші:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{n+1}}{(n+1)4^n}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)2^n}{(n+2)!}$$

3. Дослідити ряди на збіжність, застосовуючи ознаки порівняння:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+\sin^2 n}{n^3+2}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \operatorname{tg}\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right).$$

4. Довести розбіжність ряду:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2 - 3n + 1}{3n^2 + 1}.$$

5. Дослідити ряд на збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \ln^2(3n+1)}.$$

6. Дослідити ряд на абсолютну/умовну збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \left(1 - \cos\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right) \right).$$

7. Знайти область збіжності степеневого ряду:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} x^n}{n^3 + 4}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^n \sqrt{n}} (x-1)^n.$$

8. Знайти наближене значення визначеного інтеграла з точністю

$$\varepsilon = 0,0001: \int_0^{0,2} \sin(5x^2) dx.$$

Варіант 23

1. Довести збіжність ряду та знайти його суму, користуючись означенням:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{(2n+1)(2n+3)}.$$

2. Дослідити ряди на збіжність, застосовуючи ознаку Даламбера або радикальну ознаку Коші:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+2)^2}{5^n}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+3)!}{2^n}.$$

3. Дослідити ряди на збіжність, застосовуючи ознаки порівняння:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+\sin^2 n}{n\sqrt{n}}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln\left(1+\frac{1}{n}\right)}{n^2}.$$

4. Довести розбіжність ряду:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^3}{n^3+2}.$$

5. Дослідити ряд на збіжність:

$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n \ln^3(n-1)}.$$

6. Дослідити ряд на абсолютну/умовну збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{n^2}.$$

7. Знайти область збіжності степеневого ряду:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{(n^2+1)5^n}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}} (x+1)^{n+1}.$$

8. Знайти наближене значення визначеного інтеграла з точністю

$$\varepsilon = 0,0001: \int_0^{0,2} \frac{1}{x^2} (1 - \cos 10x) dx.$$

Варіант 24

1. Довести збіжність ряду та знайти його суму, користуючись означенням:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2}{(3n+1)(3n+2)}.$$

2. Дослідити ряди на збіжність, застосовуючи ознаку Даламбера або радикальну ознаку Коші:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+2}}{3n+1}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+2)^2}{n!}$$

3. Дослідити ряди на збіжність, застосовуючи ознаки порівняння:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arctg(n^2)}{n^3}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} n \ln \left(1 + \frac{1}{n^2} \right).$$

4. Довести розбіжність ряду:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{n}} \right)^3.$$

5. Дослідити ряд на збіжність:

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1) \ln^3(n+1)}.$$

6. Дослідити ряд на абсолютну/умовну збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \ln \left(1 + \frac{1}{\sqrt{n}} \right).$$

7. Знайти область збіжності степеневого ряду:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n^2+2}} x^n, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n+1)3^n} (x-3)^n.$$

8. Знайти наближене значення визначеного інтеграла з точністю

$$\varepsilon = 0,0001: \int_0^{0,1} \frac{1}{x} \ln \left(1 + \frac{x}{2} \right) dx.$$

Варіант 25

1. Довести збіжність ряду та знайти його суму, користуючись означенням:

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{10}{(3n-1)(3n+1)}.$$

2. Дослідити ряди на збіжність, застосовуючи ознаку Даламбера або радикальну ознаку Коші:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n+4}{4n-1} \right)^n, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(n+1)2^{n+3}}$$

3. Дослідити ряди на збіжність, застосовуючи ознаки порівняння:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+\sin^4 n}{(n+2)\sqrt{n}}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arcsin \frac{1}{\sqrt{n}}}{n^2}.$$

4. Довести розбіжність ряду:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 2n + 1}{n^2 + 1}.$$

5. Дослідити ряд на збіжність:

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n+2)\ln^2(n)}.$$

6. Дослідити ряд на абсолютну/умовну збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{n\sqrt{n}}\right).$$

7. Знайти область збіжності степеневого ряду:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+3)}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^{2n}}{n3^n}.$$

8. Знайти наближене значення визначеного інтеграла з точністю $\varepsilon = 0,0001$

$$\int_0^{0.1} \frac{1}{x} \sin(2x^2) dx.$$

Варіант 26

1. Довести збіжність ряду та знайти його суму, користуючись означенням:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3n(3n+2)}.$$

2. Дослідити ряди на збіжність, застосовуючи ознаку Даламбера або радикальну ознаку Коші:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+2}}{3n+1}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+2)3^n}{(n+1)!}$$

3. Дослідити ряди на збіжність, застосовуючи ознаки порівняння:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arctg(2n+1)}{n^3}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(1 + \frac{1}{n^3}\right).$$

4. Довести розбіжність ряду:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n\sqrt{n}}\right)^2.$$

5. Дослідити ряд на збіжність:

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n+2)\ln^3(n+1)}.$$

6. Дослідити ряд на абсолютну/умовну збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \ln\left(1 + \frac{1}{n^2\sqrt{n}}\right).$$

7. Знайти область збіжності степеневого ряду:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n+2}} x^n, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{(n+1)4^n}.$$

8. Знайти наближене значення визначеного інтеграла з точністю

$$\varepsilon = 0,0001: \int_0^{0,1} \frac{1}{x} \ln\left(1 + \frac{x}{4}\right) dx.$$

Варіант 27

1. Довести збіжність ряду та знайти його суму, користуючись означенням:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{(2n-1)(2n+2)}.$$

2. Дослідити ряди на збіжність, застосовуючи ознаку Даламбера або радикальну ознаку Коші:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{3n-1} \right)^n, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(n+1)2^{n+3}}$$

3. Дослідити ряди на збіжність, застосовуючи ознаки порівняння:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arcsin \frac{1}{\sqrt{n}}}{n^2}.$$

4. Довести розбіжність ряду:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^3 + 2n}{10n^2 + 1}.$$

5. Дослідити ряд на збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+2)\sqrt{\ln(n+1)}}.$$

6. Дослідити ряд на абсолютну/умовну збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin \frac{1}{n\sqrt{n}}.$$

7. Знайти область збіжності степеневого ряду:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{n^3 + 3}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{(n+1)4^n}.$$

8. Знайти наближене значення визначеного інтеграла з точністю $\varepsilon = 0,0001$:

$$\int_0^{0,1} \frac{1}{x} \sin(2x^2) dx.$$

Варіант 28

1. Довести збіжність ряду та знайти його суму, користуючись означенням:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3}{(2n+1)(2n+4)}.$$

2. Дослідити ряди на збіжність, застосовуючи ознаку Даламбера або радикальну ознаку Коші:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{(2n-1)3^{n+1}}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{n 5^n}$$

3. Дослідити ряди на збіжність, застосовуючи ознаки порівняння:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg}(n+1)}{3^n}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{1}{n\sqrt{n}}\right).$$

4. Довести розбіжність ряду:

$$\sum_{n=1}^{\infty} n \arcsin \frac{1}{n}.$$

5. Дослідити ряд на збіжність:

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n-1}{n^2 \ln n}.$$

6. Дослідити ряд на абсолютну/умовну збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \operatorname{tg}\left(\frac{1}{n^2}\right).$$

7. Знайти область збіжності степеневого ряду:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{4^n} x^n, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (x+3)^n}{n^2+1}.$$

8. Знайти наближене значення визначеного інтеграла з точністю

$$\varepsilon = 0,0001.$$

$$\int_0^{0,2} e^{-2x^2} dx.$$

Варіант 29

1. Довести збіжність ряду та знайти його суму, користуючись означенням:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{3n(3n+2)}.$$

2. Дослідити ряди на збіжність, застосовуючи ознаку Даламбера або радикальну ознаку Коші:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{5^n}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)2^{n+1}}{n!}$$

3. Дослідити ряди на збіжність, застосовуючи ознаки порівняння:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n}{\sqrt{n^4+3}}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \cos\left(\frac{1}{\sqrt[3]{n}}\right)\right).$$

4. Довести розбіжність ряду:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+4}{25n+1}.$$

5. Дослідити ряд на збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n+5)\sqrt[3]{\ln^2(n+1)}}.$$

6. Дослідити ряд на абсолютну/умовну збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+7}{n^3}.$$

7. Знайти область збіжності степеневого ряду:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n+1}}{(n+2)4^n}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n+1)\sqrt{n}}(x-1)^n.$$

8. Знайти наближене значення визначеного інтеграла з точністю $\varepsilon = 0,0001$:

$$\int_0^{0,4} \cos(2x^2) dx.$$

Варіант 30

1. Довести збіжність ряду та знайти його суму, користуючись означенням:

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{6}{(3n-1)(3n+2)}.$$

2. Дослідити ряди на збіжність, застосовуючи ознаку Даламбера або радикальну ознаку Коші:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^{n+1}}{(n^2+1)4^n}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^2 3^{n+2}}{(n+2)!}$$

3. Дослідити ряди на збіжність, застосовуючи ознаки порівняння:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+\sin^5 n}{n^3+3}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n+1}} \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right).$$

4. Довести розбіжність ряду:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n^2-3n+1}{3n^2+1} \right)^{\frac{n}{2n+1}}.$$

5. Дослідити ряд на збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+3)\sqrt[5]{\ln^2(5n+1)}}.$$

6. Дослідити ряд на абсолютну/умовну збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \left(1 - \cos\left(\frac{1}{n\sqrt{n}}\right) \right).$$

7. Знайти область збіжності степеневого ряду:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} x^{n+2}}{n^4+4}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{9^n \sqrt{n}} (x-1)^{2n}.$$

8. Знайти наближене значення визначеного інтеграла з точністю

$$\varepsilon = 0,0001: \int_0^{0,2} \frac{1}{x} \sin(5x^2) dx.$$

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Дубовик В.П., Юрик І.І. Вища математика:– Навчальний посібник-К.: А.С.К., 1993, 2001.
2. Вища математика: Збірник задач: Навчальний посібник за редакцією В.П. Дубовика, І.І. Юрика. – К., А.СК. 2001.
3. Грималюк В. П., Кухарчук М. М., Ясінський В. В. Вища математика. Навчальний посібник, Ч. 2. К.: Віпол, 2004. – 400 с.
4. Грималюк В. П., Кухарчук М. М., Ясінський В. В. Збірник завдань з вищої математики. Типові розрахунки. К.: “Політехніка”, 2000.–296с.