УДК 004.052.42

МАРКОВСЬКИЙ О.П.,
ФЕДОРЕЧКО О.І.,
ТУРЧЕНКО Ю.О.

КОРЕКЦІЯ ПОМИЛОК ПЕРЕДАЧІ ДАНИХ В КАНАЛАХ ЗІ СПЕКТРАЛЬНОЮ МОДУЛЯЦІЄЮ З ВИКОРИСТАННЯМ ЗВАЖЕНИХ КОНТРОЛЬНИХ СУМ

Стаття присвячена вирішенню проблеми підвищення ефективності виявлення, локалізації та виправлення помилок передачі цифрових даних в каналах зі спектральною модуляцією за рахунок врахування особливостей їх виникнення. Для виправлення бітових спотворень, викликаних одно та двократних помилок передачі канальних сигналів запропоновано зважену суму зі спеціальними ваговими коефіцієнтами. Розроблено алгоритм виявлення, локалізації та корекції таких бітових спотворень. Доведено, що запропонована технологія корекції помилок потребує менше контрольних розрядів та значно простіша у порівнянні з корегуючими кодами.

Paper is dedicated to solving the problem of increasing the efficiency of data transmission error detecting, localization and correcting in spectrum modulation channel by properties such errrors appearance accounted. For correction of the bit distortions coused by one or two errors of channel error transmission the weighed check sum with special wigh coefficients has been proposed. Algorithm for error detection and correction has been worked out. It has been shown that proposed error correction techniques is more simple and demanded control bits less than error correction codes.

Вступ

Розвиток процесів інформаційної інтеграції в усіх сферах людської діяльності вимагає невпинного вдосконалення засобів передачі цифрових даних. Важливою складовою такого вдосконалення виступає забезпечення надійності передачі даних. Труднощі забезпечення високої достовірності передачі даних зумовлені складною природою фізичних процесів проходження сигналів в довгих лініях, їх взаємним впливом (міжсигнальна інтерференція) та впливом зовнішніх перешкод. Нині проблема забезпечення ефективного контролю та корекції помилок передачі даних стає ще більш важливою. Протягом останнього десятиліття значно зросли об'єми та швидкість передачі даних. Ці процеси супроводжуються рядом чинників, що негативно впливають на надійність передачі цифрових даних. Зокрема, зменшення часових інтервалів між сигналами мають наслідком зростання числа помилок, які викликані явищами міжсигнальної інтерференції. Збільшення інтенсивності зовнішніх електромагнітних полів, зумовлене динамічним розширенням використання ефірних, бездротових технологій передачі має наслідком зростання помилок, викликаних зовнішніми перешкодами. Багатократне зростання об'ємів інформації, що передається в комп'ютерних мережах, вимагає перегляду та переоцінки імовірнісних методів контролю помилок передачі, зміщення акценту на користь методів їх гарантованого виявлення. Наведені фактори диктують необхідність вдосконалення засобів контролю та корекції помилок, адекватного прогресу технології передачі інформації.

Для підвищення швидкості передачі даних за рахунок більш повного використання спектральних характеристик каналів широке застосування знаходить спектральна модуляція цифрових даних. Найбільш розповсюдженим видом такої модуляції є амплітудно-фазова модуляція, або квадратурно-амплітудна модуляція (Quadrature Amplitude Modulation – QAM) при використанні якої група бітів модулюється стрибкоподібною зміною фази і амплітуди синусоїдального сигналу. Така заміна фази і амплітуди називається канальним сигналом. Помилка передачі канального сигналу призводить до спотворення цілої групи бітів. Ця особливість виникнення бітових спотворень в каналах зі спектральною модуляцією вимагає вдосконалення технології їх виявлення та виправлення.

Наведене визначає необхідність збільшення надійності передачі даних з каналах зі спектральною модуляцією за рахунок розробки спеціальних методів виявлення і виправлення помилок з урахуванням особливостей їх виникнення в таких каналах. Досягнутий в останні роки прогрес в галузі інтегральної технології відкриває нові можливості для вдоско-

налення засобів контролю та корекції помилок.

Таким чином, задача підвищення ефективності виправлення помилок в каналах зі спектральною модуляцією з огляду на особливості сучасного етапу розвитку інформаційних технологій є актуальною та важливою для практики.

Аналіз ефективності існуючих методів корецїї помилок в каналах зі спектральною модуляцією

В сучасних комп'ютерних мережах та системах телекомунікацій дедалі ширше застосування знаходить спектральна модуляція цифрових даних [1]. Найпоширенішим видом такої модуляції є QAM. При використанні цього виду спектральної модуляції кожні k бітів даних модулюються стрибкоподібною зміною фази та амплітуди несучого синусоїдального сигналу. Рисунок 1 ілюструє таку модуляцію для k=4 (QAM-16).

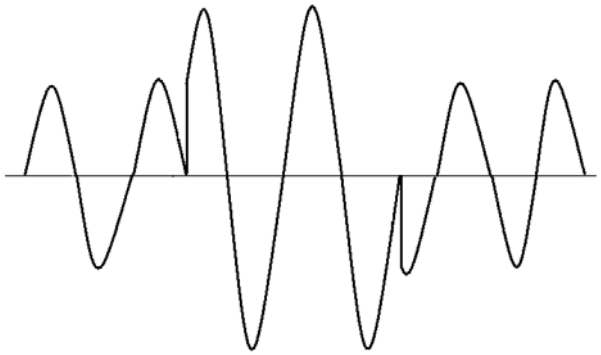

Рис.1. Приклад модуляції груп із 4-ох біт стрибкоподібними змінами фази та ампулітуди синусоїдального сигналу для QAM-16

При передачі блоку B, що складається із m бітів: $B=\{b_1,b_2,\ldots,b_m\}$,. $l\in\{1,\ldots,m\}$: $b_l\in\{0,1\}$ і використанні спектральної модуляції його можна розглядати як такий, що складається з $t = m/k$ канальних символів $B=\{X_1,X_2,\ldots,X_t\}$. Кожен j-тий ($j\in\{1,\ldots,t\}$) із цих символів X_j включає k суміжних бітів блоку B: $X_j = \{x_{j1},x_{j2},\ldots,x_{jk}\}=\{b_{(j-1)\cdot k+1},b_{(j-1)\cdot k+2},\ldots,b_{j\cdot k}\}$.

В результаті помилок передачі канальних сигналів, відповідні їм символи спотворюються, тобто при виникненні помилки передачі j-го канального сигналу, коди j-тих символів на передавачі та приймачі не однакові: $X_{sj} \neq X_{rj}$. Очевидно, що при цьому коди символів X_{sj} та X_{rj} можуть відрізнятися один від одного на від одного до k бітів.

Таким чином, при виникненні помилок в передачі u канальних сигналів потенційно може бути спотворено до $k\square u$ бітів блоку B. При цьому спотворені біти локалізовані у u групах, що відповідають помилково переданим канальним символам. Ця особливість має бути врахованою при створенні ефективних засобів виявлення та корекції бітових спотворень, викликаних помилками передачі канальних сигналів. На практиці, ймовірність виникнення помилок передачі канальних символів відчутно (на 3-4 порядки) зменшується з ростом кратності – u. Тому, можна вважати, що кратність помилок передачі канальних сигналів не перевищує 2-х (u=2), причому ймовірність помилкової передачі двох канальних сигналів на 3-4 порядки менше ніж однократної помилки. Виникнення помилок більшої кратності дуже малоймовірне [1,2].

Для корекції бітових спотворень блоку B даних викликаних помилкою передачі канальних сигналів найбільш часто використовуються дві технології:

1. Корегуючи коди (коди Хемінга, Голея, лінійні коди та ін.), які здатні виправляти $u\square k$ бітових помилок в m-розрядному блоці даних, причому ці спотворені біти можуть бути локалізованими будь-яким чином. Кількість q контрольних розрядів при цьому визначається формулою [1]:

$$\sum_{j=0}^{u\cdot k}\binom{m}{j}\leq 2^q \qquad (1)$$

Наприклад, при контролі передачі блока об'ємом 1 Кбайт (m=2^{13}) і використанні модуляції QAM-16 (k=4) за умови корекції всіх бітових спотворень, зумовлених помилковою передачею одного канального сигналу значення q складає 48, при QAM-64 (k=6) q = 71. За умови корекції 2·k бітових помилок (виправлення всіх бітових спотворень, викликаних помилками передачі двох канальних сигналів) за формулою (1) при QAM-16 q=89, а при QAM-64 (k=6) q=127. Таким чином, основним недоліком застосування корегуючи кодів для виправлення помилок передачі даних в каналах зі спектральною модуляцією є велика кількість контрольних розрядів. Це зумовлено тим, що корегуючи коди не враховують згадану вище особливість бітових спотворень, що виникають в таких каналах.

2. Така особливість частково врахована в рамках другої технології корекції помилок. Ця

технологія являє собою комбінування корегуючих кодів та спеціального групування бітів блоку, яке має на меті россіяння бітових спотворень [1]. Технологія передбачає формування кодових груп, що складаються з однойменних бітів канальних символів. Тобто формується k контрольних груп, кожна з яких містить m/k біт. До першої з яких входять перші біти всіх символів блоку, до другої – другі біти всіх символів і так далі. Завдяки такому групуванню бітів блоку, при виникненні u помилок передачі канальних сигналів в кожній із груп буде не більше, ніж u спотворених бітів. Для кожної контрольної групи використовується свій корегуючий код, здатний вип.-равляти u-кратну бітову помилку, а також відповідні контрольні розряди. При цьому загальна кількість контрольних розрядів визначається, добутком числа k груп на кількість g контрольних розрядів, здатних корегувати u-кратну бітову помилку в (m/k)-бітовій групі, причому значення g визначається формулою:

$$\sum_{j=0}^{u}\binom{m/k}{j} \le 2^{g} \qquad (2)$$

При $m=2^{13}$, $u=1$ і $k=4$ потрібне число g контрольних розрядів для корекції однократної бітової помилки в групі, що складається з $m/k=2^{11}$ бітів дорівнює 12, відповідно, загальна кількість контрольних розрядів дорівнює $4\cdot12 = 48$. При корекції бітових спотворень, викликаних двома помилками передачі канальних сигналів за другою технологією, кількість контрольних розрядів в кожній із контрольних груп має забезпечувати виправлення 2-х бітових помилок, відповідно, кількість g контрольних розрядів в групі у відповідності з формулою (2) становить 21, а загальна кількість контрольних розрядів визначається як $4\cdot21=84$. При корекції помилок в каналах з QAM-64 ($k=6$) для корекції бітових спотворень, викликаних однією помилкою передачі канального сигналу потрібно $6\cdot8 = 48$ розрядів, а для виправлення двох – $6\cdot14 = 84$ розрядів.

Таким чином, хоча використання другої технології корекції помилок в каналах зі спектральною модуляцією потребує меншої кількості контрольних розрядів, вона залишається досить значною.

Загальним недоліком відомих методів корекції помилок в каналах зі спектральною модуляцією є значна обчислювальна складність процесу виправлення помилок, яка квадратично залежить від розміру блоку, що контролюється. Для блоків значної довжини це може викликати помітні затримки, що є критичним для широкого кола застосувань.

Ціллю роботи є підвищення ефективності виправлення помилок передачі даних в каналах зі спектральною модуляцією за рахунок зменшення кількості потрібних контрольних розрядів та спрощення процедури корекції бітових спотворень.

Використання зважених контрольних сум для корекції помилок передачі канальних символів

Однім з найпростіших методів виявлення помилок передачі даних є контрольні суми та їх різновид – зважені контрольні суми (Weighed Check Sum – WCS) [3]. Для виявлення помилок в каналах зі спектральною модуляцією запропоновано спеціальну модифікацію зважених контрольних сум [4].

Аналіз інформаційних аспектів зважених контрольних сум показав, що вони можуть бути ефективно використані не тільки для виявлення, але й для корекції помилок в каналах зі спектральною модуляцією.

Для вирішення задачі виправлення бітових спотворень, зумовлених помилками передачі канальних сигналів, кратність яких не перевищує 2, розроблено відповідний метод, що має за основу спеціальну модифікацію зваженої контрольної суми.

Запропонований метод базується на використанні інформації, що міститься у різниці зважених контрольних сум приймача та передавача. Метод передбачає використання спеціальних вагових коефіцієнтів, які дозволяють відрізняти помилки передачі канальних сигналів парної та непарної кратності. Ваговий коефіцієнт W_j j-того символу X_j ($j\in\{1,\ldots,t\}$) пропонується визначати в вигляді: $W_j = 2\cdot j+1$. Розрядність r_w такого вагового коефіцієнта визначається як $\lfloor \log_2 t \rfloor + 1$. Таким чином, молодший розряд вагового коефіцієнту завжди дорівнює одиниці, а старші – містять інформацію про місце знаходження символу в інформаційному блоці.

Запропонована модифікація зваженої контрольної суми WCS містить в собі k r_w-бітових полів: $\mathrm{WCS}=\{s_1,s_2,\ldots,s_k\}$. Кожне i-те поле s_i ($i\in\{1,\ldots,k\}$) пропонується формувати як суму за модулем 2 по всіх символах блоку добутків

i-го біту символу на відповідний ваговий коефіцієнт:

$$s_i = \bigoplus_{j=1}^{t} x_{ji} \cdot W_j \qquad (3)$$

Якщо позначити через WCS_S і WCS_R зважені контрольні суми, що обчислюються відповідно на передавачеві та приймачеві, останній формує різницю Δ контрольних сум як їх суму за модулем 2: $\Delta = WCS_S \oplus WCS_R$. Зрозуміло, що як і зважені контрольні суми, код Δ містить k r_w-розрядних полів: $\Delta = \{\Delta_1,\ldots,\Delta_k\}$. Якщо код Δ містить всі нульові елементи, то це говорить про те, що передача інформаційного блоку пройшла успішно і безпомилково. Наявність ненульових компонентів коду Δ свідчить про наявність помилки в одержаному інформаційному блоці.

При виникненні однократної помилки передачі канального сигналу, наприклад, для визначеності l-того, $l \in \{1,\ldots,t\}$, може бути спотворена довільна множина Ω з k бітів символу X_l. При цьому ця підмножина Ω включає в якості елементів номери тих бітів символу X_l котрі були спотворені: $\Omega = \{\phi_1, \phi_2,\ldots, \phi_q\}$, $q \le k$, $\phi \in \{1,\ldots,k\}$, $x^S_{l\phi} \neq x^R_{l\phi}$; очевидно, що множина $\Omega \neq \varnothing$. Очевидно, що поля коду Δ, номера яких не належать множині Ω дорівнюють нулю: $\forall e \notin \Omega$: $\Delta_e = 0$. Поля коду Δ, номера яких належать множині Ω співпадають з ваговим коефіцієнтом W_l спотвореного символу: $\forall u \in \Omega$: $\Delta_u = W_l$.

Таким чином, процедура корекції однократної помилки передачі канального сигналу полягає в виконанні наступної послідовності дій:

1. Перевіряється виконання умов: всі ненульові компоненти різниці Δ зважених контрольних сум передавача та приймача рівні між собою і їх молодший розряд дорівнює одиниці: $\forall\ \Delta_i \neq 0$, $i \in \{1,\ldots,k\}$: $\Delta_i \bmod 2 = 1$, $\forall \Delta_u \neq 0$: $\Delta_i = \Delta_u$.

2. Визначається номер l спотвореного символу блока шляхом ділення на 2 коду будь-якого не рівного нулю поля Δ_i : $l = (\Delta_i - 1)/2$, $\Delta_i \neq 0$.

3. В l-тому символі прийнятого блоку інвертуються ті біти, номери яких відповідають ненульовим полям коду Δ: $\forall \Delta_i \neq 0$: $x_{li} = x_{li} \oplus 1$.

Використання запропонованої процедури ілюструється наступним прикладом. Нехай при передачі блоку довжиною 64 байти ($m = 2^9$) використовується QAM-16 (k=4). Тоді кількість t символів дорівнює 128, а їх вагові коефіцієнти $W_1,\ldots,W_{128}$ розрядністю $r_w = \log_2 t + 1 = 8$, утворюють ряд: 1, 3, 5, ...,255. Якщо припустити, що при передачі 42-го канального сигналу (l=42) трапилася помилка, яка викликала спотворення 1-го, 3-го та 4-го бітів відповідного символу X_{42}, ваговий коефіцієнт якого $W_{42} = 85$, то різниця Δ зважених контрольних сум передавача та приймача такі поля: $\Delta = \{\Delta_1 = 85, \Delta_2 = 0, \Delta_3 = 85, \Delta_4 = 85\}$. Очевидно, що $\Omega = \{1,3,4\}$. Всі три ненульові поля Δ_1, Δ_3, Δ_4 рівні між собою і містять одиницю в молодшому розряді, що розпізнається, як спотворення одного символу блоку. Згідно з п.2 визначається номер помилково переданого символу: $l = (\Delta_1 - 1)/2 = 84/2 = 42$. Оскільки не дорівнюють нулю поля Δ_1, Δ_3 та Δ_4 – виконується інвертування 1-го, 3-го і 4-го бітів символу X_{42} прийнятого блоку.

При виникненні двократної помилки передачі канального сигналу, наприклад, з номерами u та l, u,l$\in\{1,\ldots,t\}$, $u \neq$l отримають зміни два символи, блоку що контролюється: X_u та X_l, при цьому загальне число спотворених бітів лежить в інтервалі від 2-х до $2 \cdot$ k. В даній ситуації для кожного i-го із k однойменних бітів X_u та X_l є можливі чотири варіанти спотворень:

1. i-ті біти обох символів X_u та X_l не спотворені. Відповідно i-та компонента зваженої контрольної суми приймача не зміниться при передачі, так, що $\Delta_i = 0$.
2. i-тий біт символу X_u спотворюється (інвертується) при передачі, в той час як i-тий біт символу X_g не змінюється; в цій ситуації зміниться відповідна компонента зваженої контрольної суми передавача, так, що $\Delta_i = 2 \cdot u + 1$, тобто молодший розряд Δ_i дорівнює одиниці, а старші вказують на номер u помилково переданого символу ;
3. i-тий біт символу X_u не змінюється, а однойменний біт символу X_l спотворюється: в цьому випадку зміниться відповідна компонента Δ_i різниці зважених контрольних сум. Молодший розряд Δ_i дорівнюватиме одиниці, а старші – вказують на номер l символу X_l : $\Delta_i = 2 \cdot l + 1$.
4. i-тий біт символу X_u та i-тий біт символу X_l спотворюються при помилці передачі відповідних канальних сигналів. В цьому випадку i-

та компонента Δ дорівнюватиме сумі за модулем два вагових коефіцієнтів W_u та W_l : $\Delta_i = W_u \oplus W_l = 2\cdot(u \oplus l)$. Тобто, молодший розряд Δ_i дорівнює нулю, а старші дорівнюють сумі за модулем 2 номерів u та l помилково переданих символів.

Для реалізації виправлення двократних помилок передачі канальних сигналів пропонується розпізнавати 4 типи таких помилок:

1. Має місце помилка передачі u-го та l-го канальних сигналів, при цьому в символах X_u та X_l спотворюються різні розряди. Ця помилка в подальшому іменується помилкою першого роду і вона виявляється коли виконується умова: серед кодів $\Delta_1,...,\Delta_k$ обов'язково є непарні відмінні між собою коди і відсутні ненульові парні. Іншими словами, існують непусті множини Θ та Ξ номерів, що належать інтервалу $1..k$, причому $\Theta \cap \Xi = \varnothing$, $\forall e \in \Theta$: $\Delta_e \bmod 2 = 1$, $\forall s \in \Xi$: $\Delta_s \bmod 2 = 1$. Виправлення помилок першого типу виконується шляхом інвертування в символі, номер u визначається як $u = (\Delta_e - 1)/2$, бітів, номери котрих належать множині Θ. Крім того, в символі з номером $l = (\Delta_s - 1)/2$ інвертуються біти, номери яких належать множині Ξ.

Наприклад, якщо з використанням QAM-16 (k=4) передається 15 4-розрядних символів (t=15) і помилково передані 7-й та 12 символи (u=7, l=12), причому на передавачеві $X_7^S = 1\ \ 0, X_{12}^S = 1\ \ 0\ \ 0$, а на приймачі $X_7^R = 1\ \ 1, X_{12}^R = 0\ \ 0\ \ 0$, то компоненти різниці зважених контрольних сум приймача та передавача прийматимуть значення: Δ_1=0, Δ_2=15, Δ_3=25, Δ_4=15. Θ={2,4}, Ξ={3}. Згідно з наведеним вище, інвертуються 2-й та 4-й біти X_7^R та 3-й біт символу X_{12}^R.

2. В символах X_u та X_l спотворюються біти зі співпадаючими номерами, але, разом з тим, в кожному з символів X_u і X_l є біти, що спотворені лише в одному з символів. Ця помилка іменується помилкою другого роду і вона виявляється коли виконується умова: серед кодів $\Delta_1,...,\Delta_k$ обов'язково є непарні, відмінні між собою коди, а також не рівний нулю парний код, який є сумою за модулем 2 згаданих вище непарних. Іншими словами, існують непусті множини Θ, Ξ та Ψ номерів, що належать інтервалу $1..k$, причому $\Theta \cap \Xi = \varnothing$, $\Theta \cap \Psi = \varnothing$ і $\Xi \cap \Psi = \varnothing$. $\forall e \in \Theta$: $\Delta_e \bmod 2 = 1$, $\forall s \in \Xi$: $\Delta_s \bmod 2 = 1$, $\forall z \in \Psi$: $\Delta_z \bmod 2 = 0$. $\Delta_z = \Delta_e \oplus \Delta_s$. Виправлення помилок другого типу виконується шляхом інвертування в символі, номер u визначається як $u = (\Delta_e - 1)/2$, бітів, номери котрих належать множинам Θ та Ψ. Крім того, в символі з номером $l = (\Delta_s - 1)/2$ інвертуються біти, номери яких належать множинам Ξ та Ψ.

Наприклад, якщо в рамках наведеного вище прикладу 7-й та 12-й символи на передавачі рівні $X_7^S = 1\ \ 0, X_{12}^S = 1\ \ 0\ \ 0$, а на приймачі $X_7^R = 1\ \ 1, X_{12}^R = 0\ \ 0\ \ 1$, то компоненти різниці зважених контрольних сум приймача та передавача рівні: Δ_1=0, Δ_2=22, Δ_3=25 і Δ_4=15, Θ={3}, Ξ={4}, Ψ={2}, причому $\Delta_2 = \Delta_3 \oplus \Delta_4 = 01111_2 \oplus 11001_2 = 10110_2$. Згідно з наведеним вище, інвертуються 2-й та 4-й біти X_7^R, а також 2-й і 3-й біти символу X_{12}^R.

3. В символах X_u та X_l спотворюються біти зі співпадаючими номерами, але, разом з тим, в символі X_u є спотворені біти, які передалися вірно в X_l. Ця помилка іменується подвійною помилкою третього типу і вона виявляється коли виконується умова: серед кодів $\Delta_1,...,\Delta_k$ обов'язково є непарні, рівні між собою коди, а також не рівний нулю парний код. Іншими словами, існують непусті множини Θ та Ψ номерів, що належать інтервалу $1..k$, причому $\Theta \cap \Psi = \varnothing$. $\forall e \in \Theta$: $\Delta_e \bmod 2 = 1$, $\forall z \in \Psi$: $\Delta_z \bmod 2 = 0$. Виправлення помилок другого типу виконується шляхом інвертування в символі, номер u визначається як $u = (\Delta_e - 1)/2$, бітів, номери котрих належать множинам Θ та Ψ. Крім того, в символі з номером $l = ((\Delta_e \oplus \Delta_z) - 1)/2$ інвертуються біти, номери яких належать множині Ψ.

Наприклад, якщо в рамках наведеного вище прикладу 7-й і 12-й символи на передавачі: $X_7^S = 1\ \ 0, X_{12}^S = 1\ \ 0\ \ 0$, а на приймачі $X_7^S = 1\ \ 0, X_{12}^R = 1\ \ 0\ \ 0$, то компоненти різниці зважених контрольних сум приймача та передавача рівні : Δ_1=0, Δ_2=22, Δ_3=0, Δ_4=15. Для корекції інвертуються 2-й та 4-й 7-го символу X_7^R, визначається номер l другого спотвореного символу $l = ((\Delta_e \oplus \Delta_z) - 1)/2 = (01111_2 \oplus 10110_2) - 1)/2 = (11001_2 - 1)/2 = 12$. Інвертується 2-ий біт визначеного символу X_{12}^R.

4. В символах X_u та X_l спотворюються біти зі співпадаючими номерами, і не існує бітів, спотворених тільки в одному з символів. Ця помилка іменується подвійною помилкою че-

твертого типу і вона виявляється коли виконується умова: коди $\Delta_1,...,\Delta_k$ або рівні нулю, або дорівнюють не рівному нулю парному коду. Іншими словами, існує непуста множина Ψ номерів, що належать інтервалу $1..k$, причому $\forall z \in \Psi$: $\Delta_z \bmod 2=0$. Така помилка не може бути виправлена без повторної передачі, проте об'єм інформації, що передається може бути суттєво зменшений. Для виправлення помилок цього типу пропонується наступна процедура: символи блоку послідовно передаються повторно і кожен з них порівнюється з раніше прийнятим. При виявленні першої пари неспівпадаючих символів, наприклад з номером u, визначаються позиції неспівпадаючих розрядів та обчислюється номер l другого символу, при передачі котрого мали місце помилки $l = (2 \cdot u \oplus \Delta_z)/2$. В цьому, l-му символі коректуються біти, що належать множині Ψ. Цілком очевидно, що для корекції подвійної помилки 4-го типу необхідна повторна передача, в середньому $t/3$ символів.

Наприклад, якщо в рамках наведеного вище прикладу 7-й і 12-й символи на передавачі рівні $X_7^S = 1\ \ 0, X_{12}^S = 1\ \ 0$, а на приймачі – $X_7^R = 1\ \ 1, X_{12}^R = 0\ \ 1$, то компоненти різниці Δ зважених контрольних сум приймача та передавача рівні : $\Delta_1=0$, $\Delta_2=22$, $\Delta_3=0$, $\Delta_4=22$. Для корекції проводиться повторна передача символів із 1-го по 7-й. При повторній передачі 7-го символу виявляється неспівпадіння початково прийнятого та повторно прийнятого символів. Визначається, що при першій передачі спотворені 2-й та 4-й біти. Обчислюється номер l другого спотвореного символу: $l=(2 \cdot u \oplus \Delta_z)/2 = (01110_2 \oplus 10110_2)/2 = 12$. В 12-му символі коректуються 2-й та 4-й біти.

Очевидно, що за умови рівної ймовірності появи одного із 2^k варіантів спотворення k-бітових символів в результаті помилки передачі канального сигналу , що їх моделює ймобути помилково ідентифікована як двократна і, відповідно, невірно виправлена. Для того, щоб це було можливо, бітові спотворення при 4-кратних помилках мають мати певну локалізацію. Неважко продемонструвати, що ймовірність таких локалізацій при виникненні 4-кратних помилок передачі канальних сигналів приблизно складає $2^{-2 \cdot k}$. По аналогії з аналізом ймовірності ризику для невірної ідентифікації однократних помилок, можна показати, що вірність двократної помилки четвертого типу складає 2^{-k}, так, що середнє число N_k символів, що повторно передаються для виправлення двократної помилки визначається наступною формулою:

$$N_k = \frac{t}{3 \cdot 2^k} \qquad (4)$$

При виправленні однократної помилки виникає ризик її неправильного розпізнавання з трьохкартною. Для цього потрібно, щоб у всіх трьох символах, що були неправильно передані внаслідок таких помилок спотворенню підлягали одні і ті ж біти. Очевидно, що ймовірність виникнення такої ситуації рівна $2^{-2 \cdot k}$. Слід сказати й те, що ймовірність виникнення трьохкратної помилки передачі суттєво нижча у порівнянні з однократною. Для більшості каналів залежність ймовірності виникнення помилок передачі канальних сигналів від їх кратності носить біноміальний характер [1]. Якщо позначити через p_c ймовірність помилкової передачі одного символу в модемних лініях зі спектральною модуляцією, то ймовірність виникнення однократної помилки в T_{13} разів більша у порівнянні з трьохкратною, причому числове значення T_{13} визначається за формулою:

$$T_1 \approx \frac{6 \cdot t \cdot p_c \cdot (1-p_c)^{t-1}}{t^3 \cdot p_c^{\ 3} \cdot (1-p_c)^{t-3}} \approx \frac{6}{t^2 \cdot p_c^2} \qquad (5)$$

Відповідно, ймовірність ризику p_{13} невірної ідентифікації однократної помилки в запропонованому способі корекції помилок визначається наступним виразом:

$$p_1 \approx \frac{1}{T_1 \cdot 2^{2 \cdot k}} \approx \frac{t^2 \cdot p}{6 \cdot 2^{2 \cdot k}} \qquad (6)$$

Аналогічно, існує ризик невірної ідентифікації двократної помилки при її виправленні у рамках запропонованого методу. Цей ризик полягає у тому, що 4-кратна помилка може

ймовірність p_{24} невірної ідентифікації двократних помилок визначається за формулою:

$$p_{24} \approx \frac{t^2 \cdot p_c^2}{1 \cdot 2^{2 \cdot k}} \qquad (7)$$

Для оцінки числових значень ймовірностей p_{13} і p_{24} ризиків невірної ідентифікації типу помилок можна розглядати типовий приклад передачі в лінії з модуляцією QAM-64 (k=6) значення ймовірностей ризиків невірної

ідентифікації складуть: $p_{13}=1.1\cdot10^{-7}$, а $p_{24}=0.5\cdot10^{-7}$.

Кількість r контрольних розрядів, що використовуються в запропонованому способі виправлення помилок визначається формулою:

$$r = k\cdot\left(\left\lfloor \log_2\frac{m}{k}\right\rfloor+1\right) \qquad (8)$$

Існуючі способи корекції бітових спотворрень, викликаних двома помками передачі канальних сигналів потребують більшої кількості контрольних розрядів. Так, наприклад, при довжині блоку в 1 Кбайт ($m=2^{13}$) і модуляції QAM-16 ($k=4$) технологія комбінування россіяння бітових спотворень та корегуючих кодів потребує 84 контрольніх бітів, в той час, як в запропонованому способі – всього 48, тобто в 1.75 раз менше.

Але головна перевага запропонованого способу виправлення двократних помилок в лініях зі спектральною модуляцією у порівнянні з відомими технологіями на основі корегуючих кодів полягає в суттєво меншій обчислювальній складності локалізації спотворених бітів.

Висновки

Запропоновано оснований за використанні зважених контрольних сум метод корекції бітових спотворень, викликаних помилками передачі сигналів в каналах зі спектральною модуляцією. Метод враховує особливості виникнення таких бітових спотворень і дозволяє їх корегувати за умови, що кількість помилок передачі сигналів не перевищує 2-х.

Основним достоїнством запропонованого методу в порівнянні з відомими є суттєво менша обчислювальна складність операцій, пов’язаних з локалізацією бітових спотворень. Це дозволяє підвищити ефективність контролю помилок в швидкісних каналах передачі даних. Крім того, метод потребує меншу кількість контрольних розрядів в порівнянні з відомими.

Запропонований метод може бути ефективно використано для контролю і виправлення помилок в швидкісних кабельних каналах передачі цифрових даних.

Перелік посилань

1. Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение. М.: Издательский дом ”Вильямс”, 2004.– 1104 с.
2. Дансмор Б., Скандьер Т. Справочник по телекоммуникационным технологиям. М.: Издательский дом ”Вильямс”, 2004.– 640 с.
3. Klove T., Korzhik V. Error Detecting Codes: General Theory and Their Application in Feedback Communication Systems. Norwell, MA: Kluwer, 1995. – 433 p.
4. Самофалов К.Г., Хазем Мохд Саид Абдель Маджид Хатамлех, Антоненко А.А. Модификация контрольной суммы для эффективного контроля ошибок в каналах передачи данных компьютерных сетей. // Проблеми інформатизації та управління. Збірник наукових праць НАУ, – Київ: НАУ – 2006 – Випуск 1(16).– С.134-141.