

УДК 621.313.33:519.876.5

О.І. Толочко, П.Х. Коцегуб, П.І. Розкаряка, З.І. Кателло, ДонНТУ

## ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ АЛГЕБРАИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ В РЕАЛЬНОМ ВРЕМЕНИ ПРИ РЕАЛИЗАЦИИ ОПТИМАЛЬНОГО АЛГОРИТМА УПРАВЛЕНИЯ ПОЗИЦИОННЫМ ЭЛЕКТРОПРИВОДОМ

Запропоновані методика і *Simulink*-моделі розв'язання алгебраїчного рівняння, що входить до алгоритму формування оптимальних діаграм переміщення, в реальному часі без використання апарату *S*-функцій.

Предложены методика и *Simulink*-модели решения алгебраического уравнения, входящего в алгоритм формирования оптимальных диаграмм перемещения, в реальном времени без использования аппарата *S*-функций.

Method and *Simulink*-models of algebraic equation solution which appear to algorithm of formatting optimal position diagram on the real time has been proposed. It needn't creating *S*-function.

**Введение.** Для систем позиционного электропривода предложено множество диаграмм изменения положения, скорости, ускорения и рывка в функции времени при перемещении механизма из одного заданного положения в другое. Основными из них являются диаграммы, оптимальные по быстродействию и по тепловым потерям в якоре двигателя постоянного тока или в роторе асинхронного двигателя, с учетом ограничений на скорость, ускорение, ток двигателя и рывок.

Увеличение цен на энергоносители повышает актуальность принятия решений, направленных на снижения непроизводительных затрат электроэнергии. С этой точки зрения для управления позиционными электроприводами целесообразно использовать задающие устройства (ЗУ), формирующие диаграммы перемещения, оптимальные или квазиоптимальные по тепловым потерям. Такие ЗУ имеют достаточно сложный алгоритм формирования управляющих воздействий и могут быть успешно реализованы только в цифровой форме.

Для программной реализации алгоритмов управления электромеханическими системами в реальном времени обычно используют один из универсальных или специализированных языков программирования. Более простым и удобным способом решения поставленной задачи является использование программы структурного математического моделирования *Simulink* пакета *MatLab* в режиме реального времени, который обеспечивается приложением *Real Time WorkShop* [1]. Достоинствами такого способа реализации является наглядность алгоритма, который представляется в виде структурной модели, удобство его отладки и корректировки, отсутствие необходимости применения языков программирования, использование одной и той же среды для математического моделирования и для управления приводом.

Однако при разработке *Simulink*-моделей ЗУ, способных функционировать в реальном времени, нужно учесть, что далеко не все блоки стандартных библиотек можно использовать совместно с приложением *Real Time WorkShop*. Кроме того, алгоритм формирования оптимальных диаграмм перемещения с учетом

действия на привод постоянного момента статического сопротивления, содержит процедуру численного решения алгебраического уравнения 4-ой степени, что может увеличить время формирования управляющего воздействия до недопустимой величины.

**Целью работы** является разработка *Simulink*-модели, осуществляющей решение алгебраического уравнения, входящего в алгоритм формирования оптимальных диаграмм перемещения, в реальном времени, и оценка машинного времени, затрачиваемого на реализацию этого алгоритма в выбранной программной среде.

### Материал и результаты исследования

На рис. 1 приведены оптимальные по тепловым потерям двигателя диаграммы отработки заданного перемещения  $\alpha_3$  за заданное время  $\tau_0$  при наличии ограничений на ток  $i_0$  и скорость  $v_0$  с учетом постоянно действующего статического момента, представленного на рисунке пропорциональной ему статической составляющей тока двигателя  $i_s$ . Сочетание перечисленных параметров является таковым, что диаграмма имеет участки работы двигателя в режиме токоограничения ( $\tau_1$ ) и в режиме ограничения скорости ( $\tau_y$ ).

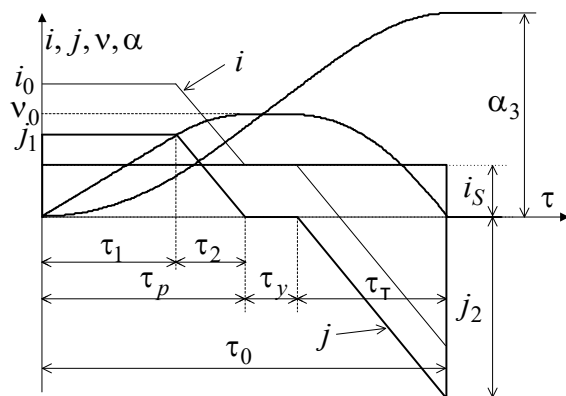


Рис. 1. Оптимальная диаграмма отработки заданного перемещения под нагрузкой

В работах [2, 3] для определения параметров этой диаграммы приведены формулы, представление которых в виде блоков *Simulink* не вызывает особых трудностей. Но для вычисления максимального значения динамического тока  $j_2$  при торможении привода аналитическое выражение отсутствует. В [2] показано, что искомую величину можно найти решением неполного алгебраического уравнения 4-ой степени с действительными коэффициентами

$$j_2^4(6v_0\tau_0j_1 - 3v_0^2 - 6\alpha_3j_1) - j_2^3(4v_0^2j_1) - j_1^4v_0^2 = 0. \quad (1)$$

Из физического смысла решаемой задачи следует, что искать при этом следует действительный корень уравнения (1), принадлежащий интервалу  $[0, i_0 + i_c]$ .

Одними из самых простых численных методов решения алгебраических и трансцендентных уравнений являются итерационные методы половинного деления, хорд и касательных [4].

Анализ полиномиальной функции  $f(j_2)$  в правой части уравнения (1) показывает, что в области реальных параметров такой корень всегда существует и является единственным. Кроме того, график этой функции имеет на конце интервала  $[0, i_0 + i_c]$  большую крутизну и удовлетворяет условию  $f(j_2) \cdot f''(j_2) > 0$ , что делает рациональным решение уравнения (1) методом касательных с начальным приближением корня, равным  $i_0 + i_c$ .

В библиотеке *Math* приложения *Simulink* имеется блок *Algebraic Constraint*, обеспечивающий нахождение корней уравнения вида  $f(x) = 0$  путем создания алгебраической петли, но такой способ решения уравнений неприемлем для приложения *Real Time WorkShop*.

На рис. 2 представлена блок-схема алгоритма уточнения заданного начального приближения  $x_0$  корня уравнения  $f(x) = 0$  методом касательных (называемым также методом Ньютона), а на рис. 3 – *Simulink*-модель этого итерационного алгоритма, в которой для организации циклического процесса использована подсистема с разрешающим входом (*Enabled Subsystem*).

Работа подсистемы *Enabled Subsystem (j2\_kasat)* осуществляется только тогда, когда справедливо неравенство  $|h| > \varepsilon$ , где  $\varepsilon$  – заданная в блоке *Const* переменная  $e$  точность решения уравнения.

В блоке *Memory*, осуществляющем запаздывание на один шаг численного интегрирования, параметр *Initial Condition* (начальное условие) установлен равным единице, чтобы обеспечить запуск итерационного процесса без задержки на первом шаге. Развернутая модель этой подсистемы приведена на рис. 4.

В подсистеме *j2\_kasat* формируется начальное приближение корня  $x_0 = i_0 + i_c$  и выполняется тело итерационного цикла.

Значения функции, составляющей левую часть уравнения (1)

$f(x) = x^4(6v_0\tau_0j_1 - 3v_0^2 - 6\alpha_3j_1) - x^3(4v_0^2j_1) - j_1^4v_0^2$  и ее производной

$$f'(x) = 4x^3(6v_0\tau_0j_1 - 3v_0^2 - 6\alpha_3j_1) - 3x^2(4v_0^2j_1)$$

вычисляются в подсистемах  $f(x)$  и  $df(x)$ .

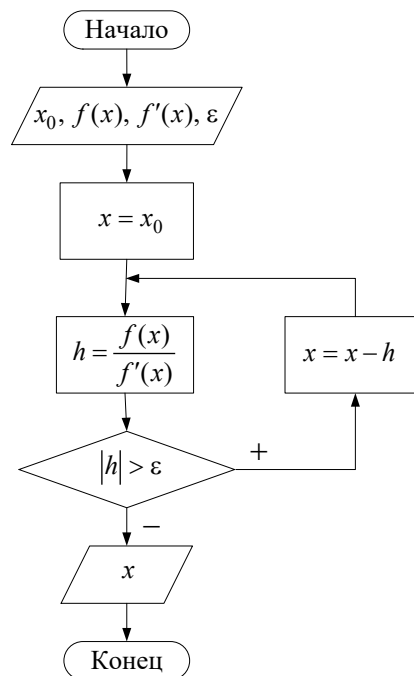


Рис. 2. Блок-схема уточнения корня уравнения методом касательных

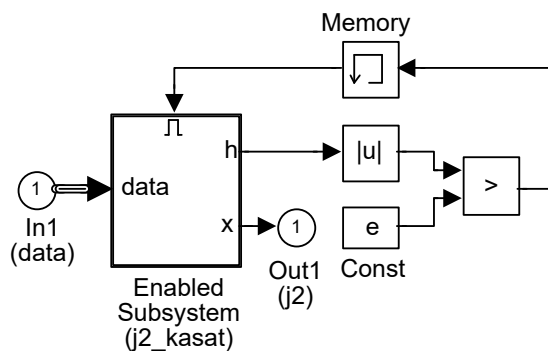


Рис. 3. *Simulink*-модель решения уравнения (1) в реальном времени

Если разность между двумя последовательными приближениями  $h = \frac{f(x)}{df(x)}$  не обеспечивает заданной точности  $\varepsilon$ , то выполняется следующая итерация. При достижении заданной точности итерационный процесс прекращается. Параметр *Threshold* блока *Switch* установлен равным 0.5. На входной порт *In1 (data)* поступает вектор сигналов, необходимых для расчета коэффициентов полиномиальных функций  $f(x)$  и  $f'(x)$ .

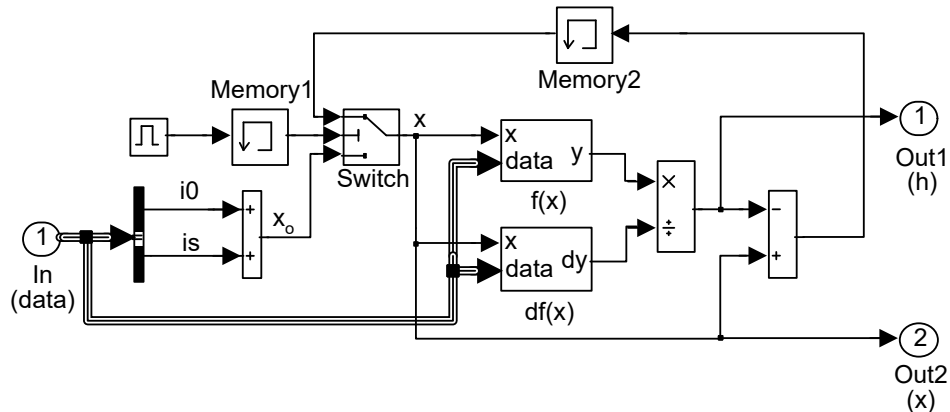


Рис. 4. Развернутая модель подсистемы Enabled Subsystem (j2\_kasat) при решении уравнения (1) методом касательных

Как известно [4], метод Ньютона при неудачно выбранном начальном приближении может оказаться расходящимся. В этом случае для нахождения корня можно воспользоваться методом хорд или методом половинного деления. Для их реализации в модели рис. 3 достаточно изменить структуру подсистемы Enabled Subsystem.

Блок-схема алгоритма уточнения корня алгебраического или трансцендентного уравнения методом хорд или методом половинного деления показана на рис. 5, а соответствующая этому алгоритму развернутая Simulink-модель подсистемы Enabled Subsystem – на рис. 6.

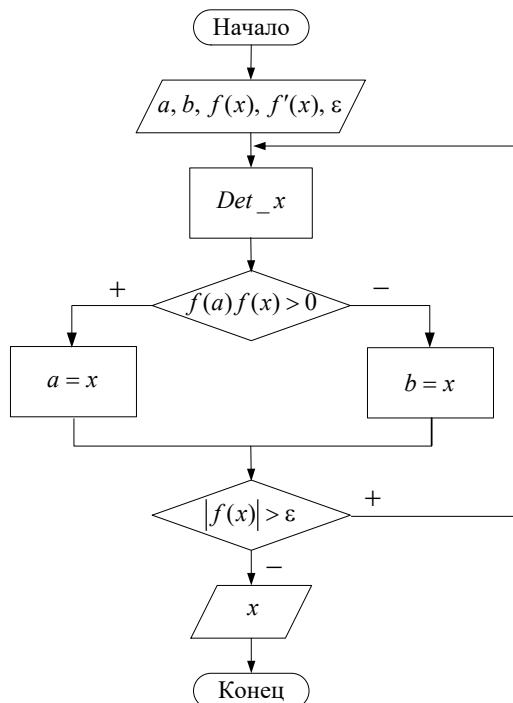


Рис. 5. Блок-схема уточнения корня уравнения методами хорд и половинного деления

Блок Det x алгоритма рис.5 и модели рис. 6 выполняет уточнение корня  $x$  в теле итерационного циклического процесса для метода хорд по формуле

$$x = a - \frac{f(a)}{f(b) - f(a)}(b - a), \quad (3)$$

а для метода половинного деления – по формуле

$$x = \frac{a + b}{2}, \quad (4)$$

где  $a = 0$  и  $b = i_0 + i_c$  – границы интервала существования корня.

Блоки знаковых функций Sign1, Sign2 и управляемые переключатели Switch1, Switch2 используются для постепенного сужения интервала существования корня за счет изменения его левой  $a_{new}$  или правой  $b_{new}$  границ.

Условие выполнения итерационного цикла имеет вид  $|f(x)| > \varepsilon$ .

Исследования системы управления показали, что для решения уравнения (1) с точностью  $\varepsilon = 0.001$  методом касательных понадобилось 3 итерации, методом хорд – 4 итерации, методом половинного деления – 7 итераций.

Предложенные модели были успешно использованы в качестве фрагментов системы управления позиционным электроприводом экспериментальной установки в операционной системе реального времени QNX. Значение самой малой постоянной времени электромеханической системы – некомпенсированной постоянной  $T_\mu$  составляло 5 мс. Управляющая ЭВМ (Pentium III, 600 МГц, ОЗУ – 64 Мб) осуществляла опрос каналов АЦП, расчет и выдачу управляющих воздействий с частотой 2 кГц.

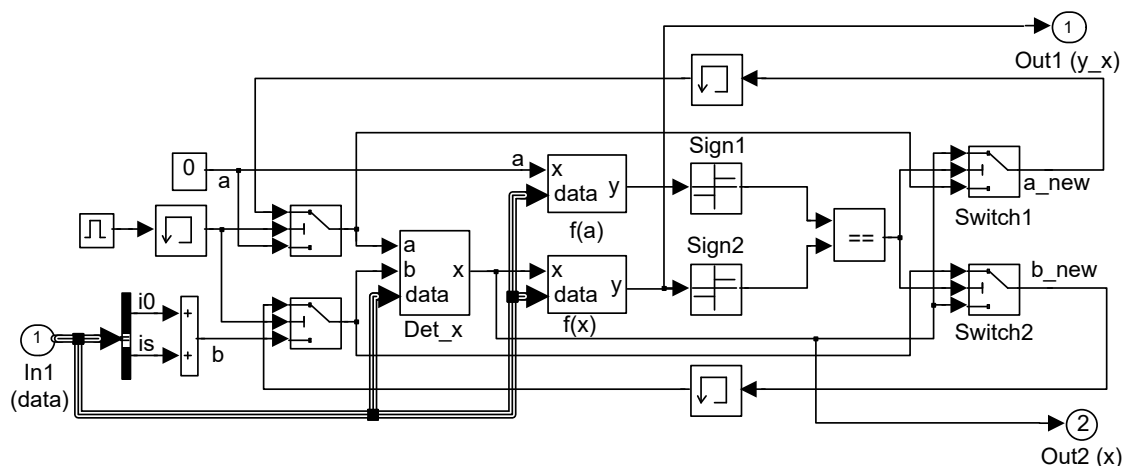


Рис. 6. Развернутая модель подсистемы Enabled Subsystem (j2\_kasat) при решении уравнения (1) методами хорд или половинного деления

Общее время, затраченное ЭВМ на расчет выходных сигналов задатчика положения в соответствии с алгоритмом, приведенным в [2], а также регуляторов тока, скорости и положения трехконтурной системы управления позиционным электроприводом, составило 120 мкс.

Таким образом, расчет приведенного алгебраического уравнения любым из методов осуществляется за время, меньшее самой малой постоянной времени электромеханической системы  $T_{\mu}$ .

#### Выводы

1. Численное решение несложных трансцендентных и алгебраических уравнений может быть успешно выполнено в реальном времени в среде *MatLab* → *Simulink* → *Real Time WorkShop*.
2. Для решения алгебраического уравнения (1), входящего в алгоритм формирования оптимальных по тепловым потерям диаграмм перемещения, лучше всего использовать метод касательных, отличающийся простотой модели алгоритма уточнения корня в реальном времени и быстрой сходимостью итерационного процесса.
3. Предложенную методику и *Simulink*-модели решения уравнений в реальном времени, не требующие написания *S*-функций, можно использовать и для решения других задач в области цифрового управления электромеханическими системами.

#### Список литературы

1. Коцегуб П.Х., Толочко О.И., Федоряк Р.В. Практическая реализация цифровых САУ в среде пакета МАТЛАБ с использованием платформы реального времени «QNX TARGET» // Вісник Національного Технічного Університету "Харківський політехнічний інститут". Збірка наукових праць "Проблеми автоматизованого електроприводу. Теорія і практика". – Харків: НТУ "ХПІ", 2002, №12. – Т.1. – С. 98-101.
2. Костенко В.И., Коцегуб П.Х., Розкаряка П.И., Толочко О.И. Формирование оптимальных по нагреву диаграмм отработки заданных перемещений при наличии постоянного статического момента на валу двигателя // Вісник Національного Технічного Університету "Харківський політехнічний інститут". Збірка наукових праць "Проблеми автоматизованого електроприводу. Теорія і практика". – Харків: НТУ "ХПІ", 2002, №12. – Т.2. – С. 350-354.
3. Карньюшин Л.В., Пышкало В.Д., Рогачев А.И. Области существования оптимального управления электроприводами // Электромашиностроение и электрооборудование. Выпуск 15. Киев, «Техника», 1972. – С. 3-8.
4. Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики. М., Наука, 1970 г., 664 с.

Рекомендовано до публікації д.т.н. С.В. Карасем  
15.02.06