

Література

1. Кондратьев Е.Г., Маликов В.Т., Санкин Я.Л. О рациональном режиме питания первичных измерительных преобразователей тепловых газоанализаторов. Сб. тезисов докладов республиканской научно-технической конференции «Физические основы построения первичных измерительных преобразователей». – Винница-Киев. – 1977. – с.17.
2. Дурнев Г.Н., Тарновский Н.Н. Тепловые режимы электронной аппаратуры. – «Энергия». – М.,Л, 1971. – 193 с.
3. Элемент плечевой измерительный 3273; Элемент плечевой сравнительный 3273 А-Т. // КД.- СКБ АП АН СССР. – Л. – 1960. – 6 с.
4. Кондратьев Е.Г. К теории расчета датчика термокондуктометрического газоанализатора // Приборы аналитического контроля атмосферы и промышленных выбросов. – Сб. научных трудов ВНИИАП. – Киев. – 1985. – с. 68–75.
5. Туричин А.М. Электрические измерения неэлектрических величин. Под общей редакцией Новицкого П.В.- «Энергия». – М.,Л, 1966. – 690 с.
6. Бретшнайдер С. Свойства газов и жидкостей.- «Химия».- М.- 1968.- 534 с.
7. Варгафтик Н.Б. и др.- Теплопроводность жидкостей и газов. Справочные данные. Издательство стандартов. М. – 1978. –150 с.
8. Справочник по электротехническим материалам т. 1. Госэнергоиздат. –1958. – 452 с.

Кондратьев Е.Г., Васильева Н.Л., Позен М.Л., Приступа М.А. Методика інженерного розрахунку термокондукто-метричного газоаналізатора. Розглянуті умови, математичний апарат і послідовність інженерного розрахунку ТКГ.	Kondratiev E.G., Vasilieva N.L., Pozen N.L., Pristupa M.A. Technique of engineering calculation of thermoconductactory a gas analyser. The runtime environment are reviewed, the mathematical vehicle and technique engineering calculation of a TCG.
--	---

Надійшла до редакції
24 червня 2005 року

УДК 621.317.083.92

ДОСЛІДЖЕННЯ МЕТОДИЧНИХ ПОХИБОК КВАНТУВАННЯ ВИПАДКОВИХ ПРОЦЕСІВ З РОЗПОДІЛОМ РЕЛЕЯ

¹⁾Єременко В.С., ²⁾Вітрук Ю.В., ¹⁾Закрите акціонерне товариство “Всеукраїнський НДІ аналітичного приладобудування” (ЗАТ “Укрналіт”), м. Київ, Україна; ²⁾Національний авіаційний університет, м. Київ, Україна

В статті розглянуто методичні похибки, які виникають при цифровому вимірюванні параметрів випадкових процесів. Наведено результати теоретичного оцінювання та експериментальних досліджень даних похибок

Вступ. Постановка задачі

Метрологічні характеристики аналого-цифрового перетворення випадкових процесів визначаються не лише інструментальними похибками аналого-цифрового перетворювача (АЦП), як у випадку квантування детермінованих сигналів, але й специфічними методичними похибками квантування, що призводять до спотворення імовірнісних характеристик вимірюваного процесу. Фізично ці похибки виникають внаслідок заміни неперервного вхідного процесу на дискретні значення рівнів квантування, а також внаслідок заміни значень

випадкового процесу, що виходять за межі діапазону вимірювань АЦП на кінцеве значення діапазону вимірювання. В літературі, що присвячена вимірюванню параметрів випадкових процесів, дані методичні похибки практично не розглядаються, хоча, як буде показано нижче, вони в деяких випадках можуть значно перевищувати інструментальні похибки АЦП. Отже, для мінімізації методичних похибок постає питання вибору оптимальної величини ступеня квантування, або кількості рівнів квантування для фіксованого діапазону вимірювань, а також узгодження параметрів випадкового процесу з шириною діапазону вимірювань АЦП.

Експериментальні дослідження методичних похибок аналого-цифрового перетворення випадкових процесів з нормальним законом розподілу розглянуті в [1]. Іншим типом випадкових сигналів, які поширені на практиці, є сигнали з релеївським законом розподілу, що отримуються внаслідок амплітудного детектування гаусівських процесів. Закон розподілу Релея є однопараметричним, тобто його одновимірна щільність розподілу ймовірностей повністю визначається параметром масштабу розподілу [2]:

Оскільки параметр масштабу однозначно визначає математичне сподівання та дисперсію релеївського випадкового процесу, тому достатньо дослідити методичні похибки оцінювання даного параметру після аналого-цифрового перетворення.

Результати досліджень

Для мінімізації методичної похибки квантування сигналу з релеївським законом розподілу необхідно визначити оптимальне співвідношення ступеня квантування та діапазону вимірювання АЦП з параметром масштабу процесу.

Вважаємо, що на вхід досліджуваного АЦП надходить сигнал, який характеризується стаціонарним релеївським процесом $\{\eta(t), t \in [0; \infty)\}$ із заданою щільністю розподілу $p_\eta(x)$. В якості математичної моделі АЦП використовується передатна характеристика ідеального (з відсутніми інструментальними похибками) перетворювача, що описується функцією:

$$Y(x) = \begin{cases} q \cdot \text{Ent}\left(\frac{x}{q} + 0.5\right), & 0 \leq x \leq X_n, \\ Y(X_n), & x \in [X_n; \infty) \end{cases}, \quad (1)$$

де $\text{Ent}(z)$ – функція цілої частини числа z ;

X_n – граничне значення діапазону вимірювання АЦП;

q – ступень квантування.

В ідеальному випадку, коли величина ступеня квантування $q \rightarrow 0$ (розрядність АЦП $N \rightarrow \infty$), передатна характеристика АЦП буде лінійною, і ймовірнісні характеристики вхідного процесу $\eta(t)$ та вихідного квантованого процесу $\xi(t)$ будуть повністю збігатися. Але для реального АЦП зі скінченною розрядні-

стю лінійність перетворення буде порушена, що призведе до зміни характеристик квантованого процесу.

Параметр масштабу квантованого процесу може бути визначений як [2]:

$$\gamma_{\xi} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \int_0^{\infty} Y(x) \cdot p_{\eta}(x) dx, \quad (2)$$

Цей вираз з урахуванням кусково-постійності передатної функції АЦП (1) та властивостей функції релеївського розподілу ймовірностей можна записати наступним чином:

$$\begin{aligned} \gamma_{\xi} &= \sqrt{\frac{2}{\pi}} X_n p\{\eta(t) > q(N - 0.5)\} + \sum_{n=0}^{N-1} \sqrt{\frac{2}{\pi}} q \cdot n \cdot p\{q(n - 0.5) \leq \eta(t) \leq q(n + 0.5)\} = \\ &= \sqrt{\frac{2}{\pi}} X_n \exp\left(\frac{-(q(N - 0.5))^2}{2\gamma_{\eta}^2}\right) + \\ &+ \sum_{n=0}^{N-1} \sqrt{\frac{2}{\pi}} q \cdot n \cdot \left\{ \exp\left(\frac{-(q(n - 0.5))^2}{2\gamma_{\eta}^2}\right) - \exp\left(\frac{-(q(n + 0.5))^2}{2\gamma_{\eta}^2}\right) \right\}, \end{aligned} \quad (3)$$

де n – порядковий номер ступеня квантування; $P\{Z\}$ – ймовірність події Z .

Перший доданок у виразі (3) описує вплив на визначення параметра масштабу γ_{ξ} множини значень вхідного випадкового процесу, які лежать за межею діапазону вимірювання перетворювача і при аналого-цифровому перетворенні замінюються на одне номінальне значення X_n . Другий доданок дозволяє оцінити методичну похибку аналого-цифрового перетворення в залежності від співвідношення розміру ступеня квантування та параметра масштабу вхідного процесу. Тому при визначенні першої складової методичної похибки (похибка від нелінійності перетворення) мінімізувався перший доданок – кінцеве значення діапазону вимірювання обиралось рівним $3,409\gamma_{\eta}$, що відповідає ймовірності попадання значень вхідного процесу за межі діапазону вимірювання АЦП рівній 0,003.

Залежність похибки вимірювання параметру масштабу від співвідношення параметру масштабу вхідного процесу та ступеня квантування АЦП наведено на рис.1. При визначенні другої складової методичної похибки (похибка від скінченності діапазону вимірювань АЦП) кількість ступенів квантування вибиралась достатньо великою, $N = 1024$, що давало можливість з похибкою, яка не перевищує 0,2%, вважати аналого-цифрове перетворення лінійним. Розрахована залежність зведеної похибки $\delta_{зв}$ оцінки параметра масштабу від співвідношення цього параметра та ширини діапазону вимірювань показана на рис.2.

Експериментальні дослідження методичних похибок квантування випадкових процесів з релеївським законом розподілу проводились за допомогою імітаційного моделювання, яке базується на методі статистичних випробувань Монте-Карло [3].

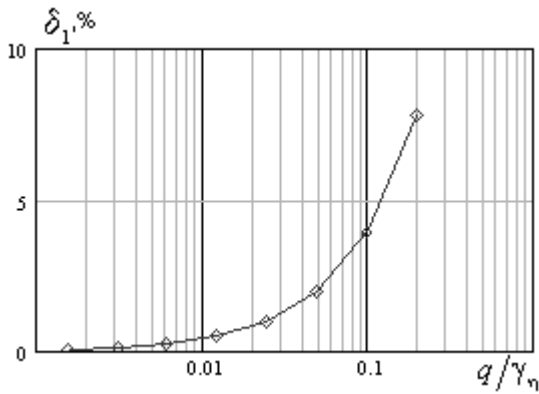


Рисунок 1 – Залежність похибки вимірювання параметру γ_ξ від співвідношення q/γ_η .

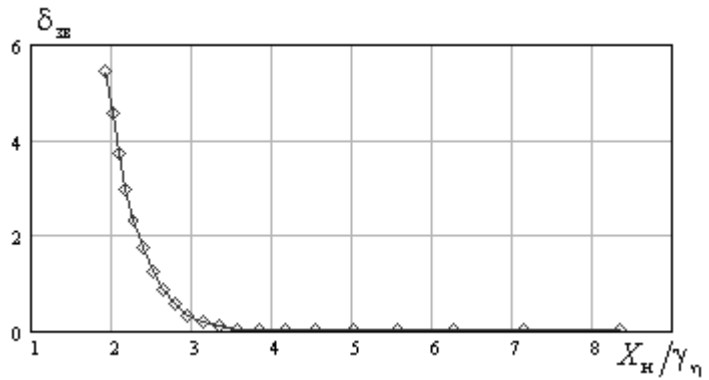


Рисунок 2 – Залежність похибки вимірювання параметру γ_ξ від співвідношення X_n/γ_η .

Вхідний процес $\eta(t)$ будувався за допомогою нелінійного перетворення масивів рівномірно розподілених чисел $\theta(t)$:

$$\eta(t) = \sqrt{-2 \cdot \ln \theta(t)} \cdot \gamma^2.$$

Якість згенерованих випадкових послідовностей в даному випадку визначається двома параметрами – близькістю закону розподілу до теоретичного та стаціонарністю послідовності, які визначаються довжиною вибірки. При моделюванні використовувались вибірки довжиною 10000 значень, що забезпечило підтвердження гіпотези про згоду експериментального і теоретичного законів розподілу з ймовірністю 0,95 та про стаціонарність з ймовірністю 0,9 по критерію Пірсона χ^2 [4]. Значення статистик Пірсона становили при цьому відповідно 35,2 і 32.

На рис.3 наведено гістограми вхідного $p1(x)$ і відповідного йому квантованого $p2(x)$ процесів при числі рівнів квантування $N = 2^5$ (рис.3.1) та $N = 2^8$ (рис.3.2). Відношення граничного значення діапазону вимірювання АЦП до параметра масштабу складає 3,409.

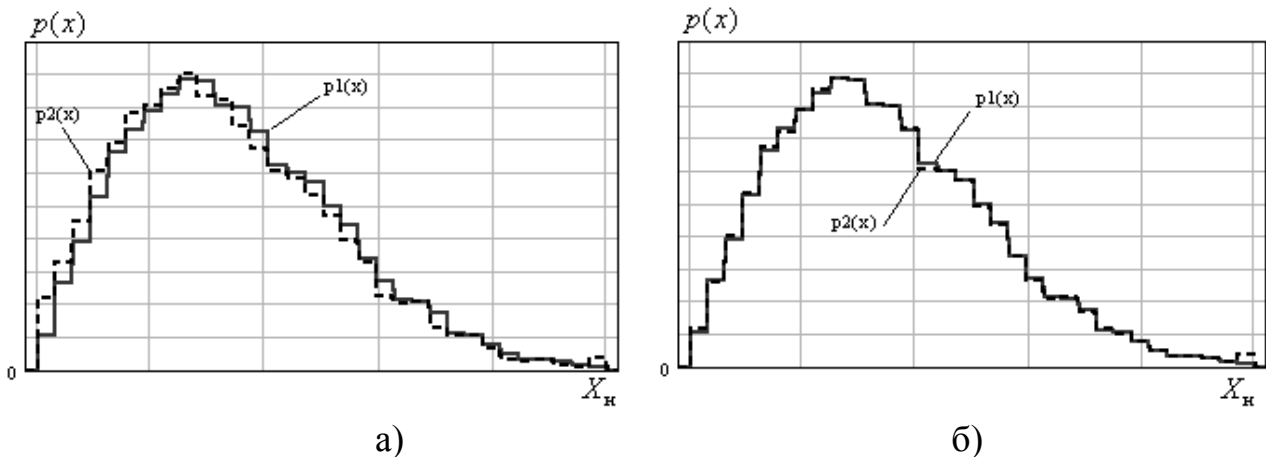


Рисунок 3 – Гістограми вхідного та квантованого процесів при різній кількості рівнів квантування

З наведених рисунків видно, що при п'ятирозрядному квантуванні гістограми вхідного і квантованого процесів істотно відрізняються. При збільшенні кількості розрядів до 8 незначні розбіжності у гістограмах ще залишаються.

Відповідність між гістограмами встановлювалась за критерієм Пірсона χ^2 . Також обчислювалась середньоквадратична похибка відхилення гістограми квантованого процесу від вхідного:

$$\delta_2 = \frac{1}{m} \sqrt{\sum_{i=1}^m (\omega_{\eta_i} - \omega_{\xi_i})^2},$$

де ω_{η_i} і ω_{ξ_i} – частоти попадання в i -й інтервал значень відповідно вхідного й квантованого сигналів; m – кількість інтервалів гістограми.

На рис.4 показано графік залежності міри розбіжності Пірсона χ^2 від кількості рівнів квантування АЦП при довірчій ймовірності 0,95, де пунктирною лінією зображено граничне значення χ^2 . За цим графіком можна зробити висновок, що значення міри розбіжності, яке лежить нижче граничного значення відповідає 256 і більше рівням квантування. Середньоквадратична похибка відповідності гістограм, графік якої зображено на рис.5, дорівнює при цьому 1,2%.

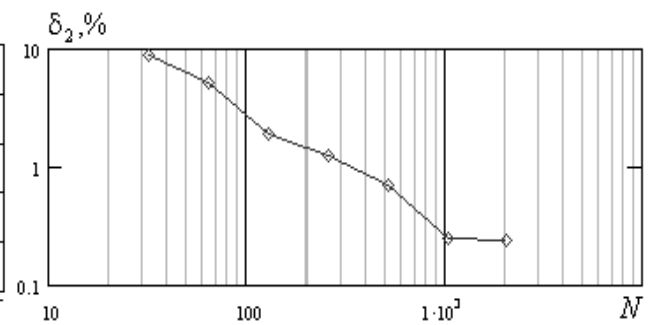
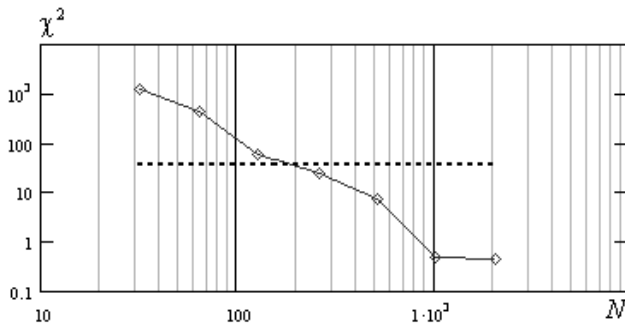


Рисунок 4 – Залежність статистики χ^2 від кількості рівнів квантування АЦП

Рисунок 5 – Залежність середньоквадратичної похибки відповідності гістограм від кількості рівнів квантування АЦП

Також на основі експериментальних даних визначалась залежність похибки оцінювання параметра розподілу від співвідношення цього параметра й величини ступеня квантування (рис.6).

Друга складова методичної похибки аналого-цифрового перетворення випадкових процесів виникає внаслідок спотворення закону розподілу квантованого процесу при неузгодженості параметра масштабу процесу з діапазоном вимірювань АЦП. Скінченність діапазону вимірювань призводить до того, що множина значень процесу, яка знаходиться за межами діапазону вимірювань, замінюється одним номінальним значенням X_n (рис.7).

Визначена експериментальним шляхом залежність похибки оцінювання параметра масштабу від співвідношення X_n / γ_n показана на рис.8. Таким чином з

графіка видно, що при ширині діапазону вимірювань $X_n = 3.4\gamma_\eta$ похибка становить 0,04%, при $X_n = 2.5\gamma_\eta$ $\delta = 0.9\%$, а при $X_n = 4\gamma_\eta$ $\delta = 3 \cdot 10^{-3}\%$

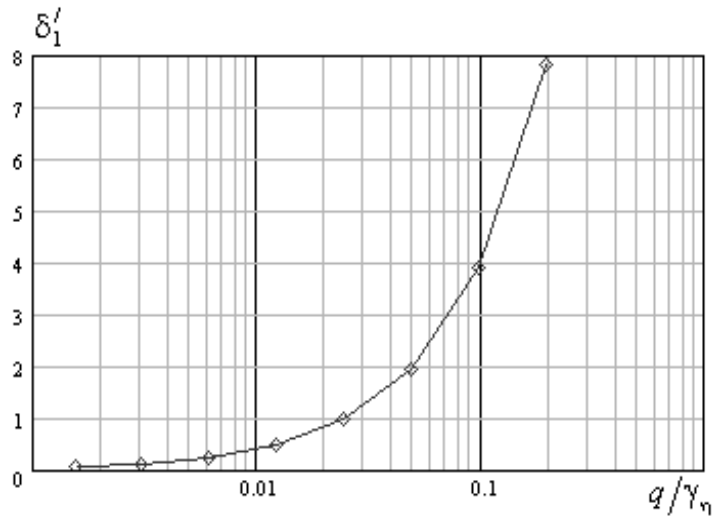


Рисунок 6 – Експериментальна залежність похибки вимірювання параметру γ_ξ від співвідношення q/γ_η .

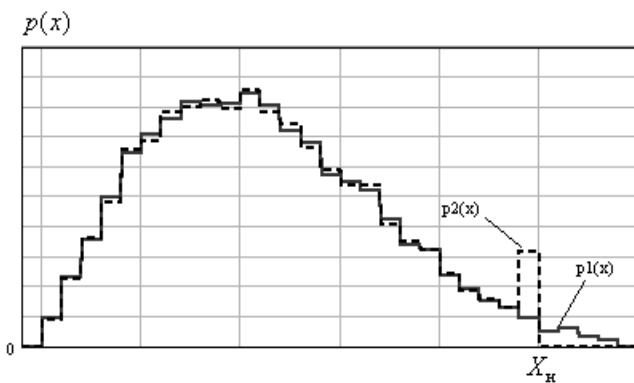


Рисунок 7 – Спотворення закону розподілу вимірюваного процесу, обумовлені скінченністю діапазону вимірювання АЦП

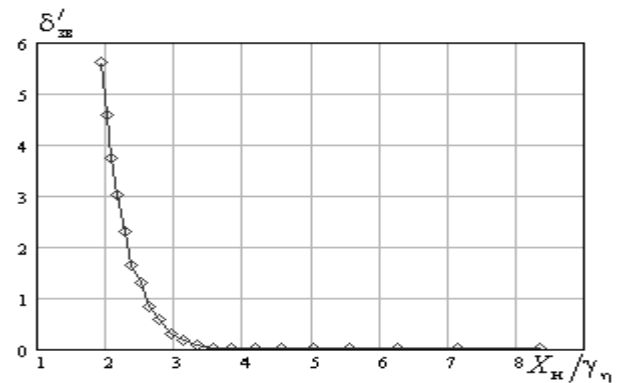


Рисунок 8 – Експериментальна залежність похибки вимірювання параметру масштабу від X_n/γ_η .

Отримані експериментальним шляхом залежності похибок визначення параметра розподілу досить добре збігаються з теоретичними, що підтверджує можливість визначення цих похибок за даними імітаційного моделювання, яке в деяких випадках має суттєві переваги перед теоретичними розрахунками.

Висновки

Результати проведених досліджень дозволяють визначати методичні похибки, що виникають при квантуванні випадкових процесів з релеївським законом розподілу. Перспективними є дослідження отриманих залежностей як способу узгодження діапазону вимірювань та розрядності аналого-цифрового перетворювача з параметрами вимірюваного процесу.

Література

1. Єременко В.С., Вітрук Ю.В. Експериментальне дослідження складових методичної похибки аналого-цифрового перетворення випадкових процесів // Вісник національного авіаційного університету. – 2005. – № 1. – С. 19–22.
2. Теорія ймовірностей, випадкові процеси та математична статистика / В.П. Бабак, Б.Г. Марченко, М.Є. Фриз.– К.: Техніка, 2004. – 288 с.
3. Ермаков С.М., Михайлов Г.А. Курс статистического моделирования. - М.: Наука, 1976. – 320 с.
4. Митропольский А.К. Техника статистических вычислений – М.: Наука, 1971. – 576 с.

Єременко В.С., Вітрук Ю.В. **Исследования методических погрешностей квантования случайных процессов с распределением Релея.**

В статье рассмотрены методические погрешности, возникающие при цифровом измерении параметров случайных процессов. Приведены результаты теоретического оценивания и экспериментальных исследований данных погрешностей.

Yeremenko V.S., Vitruk J.V. **The research making methodical errors analog-digital converting of random processes with Reley distribution.**

There is considered methodical errors, that arise under digital measurement parameters of random processes. There is proposed results of theoretic estimate and experimental researching this errors.

*Надійшла до редакції
23 червня 2005 року*