

Міністерство освіти і науки України  
Національний технічний університет України  
“Київський політехнічний інститут”

*Кафедра приладів і систем орієнтації і навігації*

## **МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ**

**до виконання модульної контрольної роботи**

### **ПП-03/2 «Теоретична механіка-2. Динаміка»**

для студентів напрямку підготовки 6.051003 - “Приладобудування”  
приладобудівного факультету

*Затверджено Вченою радою ПБФ НТУУ “КПІ”*

Київ – 2015

Теоретична механіка - 2. Динаміка: методичні вказівки до виконання модульної контрольної роботи для студентів напряму підготовки 6.051003 – "Приладобудування" / Уклад.: В.В. Аврутов – К.: НТУУ "КПІ", 2015. – 18 с.

*Гриф надано Вченою радою ПБФ НТУУ "КПІ"  
(Протокол № \_\_\_\_\_ від \_\_. \_\_. \_\_\_\_\_)*

Методичні вказівки є практичною частиною комплексу навчально-методичних матеріалів з дисципліни «Теоретична механіка-2», в яких наведені приклади рішення задач та варіанти виконання модульної контрольної роботи.

Методичні вказівки призначені для студентів напряму підготовки 051003 – «Приладобудування», а також для студентів інших спеціальностей.

Укладач:

Аврутов Вадим Вікторович,  
канд. техн. наук, доц.

Відповідальний  
редактор

Н.І. Бурау, докт. техн. наук, проф.

Рецензент

Н.В. Гнатейко, канд. техн. наук, доцент кафедри  
теоретичної механіки НТУУ «КПІ»

## ЗМІСТ

Передмова .....	4
Варіанти контрольних завдань.....	5
Приклади розв'язування задач.....	12
Відповіді на контрольні завдання .....	16
Література .....	18

## ПЕРЕДМОВА

Методичні вказівки складені відповідно до чинної робочої навчальної дисципліни кредитного модуля "Теоретична механіка-2. Динаміка " для студентів приладобудівного факультету які навчаються за програмою освітньо-кваліфікаційного рівня «бакалавр» напрямку підготовки 051003 - "Приладобудування".

Метою даного навчального видання є допомога студентам в освоєнні теоретичного матеріалу та надбанні необхідних практичних навичок в процесі підготовки до модульної контрольної роботи.

Виконання модульної контрольної роботи сприятиме закріпленню, поглибленню та узагальненню теоретичних основ курсу, а також сприятиме розвитку навичок самостійної творчої роботи студентів у процесі їх навчання.

Методичні вказівки містять приклади рішення задач та варіанти виконання модульної контрольної роботи.

## Варіанти контрольних завдань

### Контрольне завдання № 1

1. У ліфт масою 300 кг входить людина, маса якої 70 кг. Знайти натягнення троса ліфта при його підйомі і спуску з прискоренням  $5 \text{ м/с}^2$ .
2. Матеріальна точка масою  $m = 1 \text{ кг}$  рухається згідно із законом

$$x = ct, \quad y = b - at^2 \quad (a = 1 \text{ м/с}^2, \quad b = 2 \text{ м}, \quad c = 3 \text{ м/с}).$$

Ви-

значити траєкторію точки і силу, під дією якої відбувається рух.

3. З маневрової гори (кут нахилу  $\alpha = 30^\circ$ ) спускається залізничний вагон з початковою швидкістю  $1 \text{ м/с}$ . Коефіцієнт тертя  $f = 0,1$ . Яку швидкість набере вагон, пройшовши  $s = 1 \text{ м}$  від початку руху?
4. Тіло маси  $m = 0,5 \text{ кг}$  знаходиться на похилій площині, яка складає кут  $\alpha = 60^\circ$  з вертикаллю. До тіла прикріплена пружина, жорсткість якої  $c = 493 \text{ Н/м}$ . Пружина паралельна похилій площині. Знайти амплітуду і фазу коливань тіла, якщо в початковий момент воно було прикріплене до кінця не розтягнутої пружини і йому була повідомлена початкова швидкість  $v_0 = 1 \text{ м/с}$ , направлена вниз по похилій площині. Початок координат узяти в положенні статичної рівноваги.

### Контрольне завдання № 2

1. У ліфт масою 300 кг входить дві людини, маса кожної - 70 кг. Знайти натягнення троса ліфта при його підйомі і спуску з прискоренням  $5 \text{ м/с}^2$ .
2. Матеріальна точка масою  $m = 1 \text{ кг}$  рухається згідно із законом

$$x = ct, \quad y = b - at^2 \quad (a = 2 \text{ м/с}^2, \quad b = 2 \text{ м}, \quad c = 3 \text{ м/с}).$$

Визначити траєкторію точки і силу, під дією якої відбувається рух.

3. З маневрової гори (кут нахилу  $\alpha = 30^\circ$ ) спускається залізничний вагон з початковою швидкістю  $1 \text{ м/с}$ . Коефіцієнт тертя  $f = 0,1$ . Яку швидкість набере вагон, пройшовши  $s = 2 \text{ м}$  від початку руху?
4. Тіло маси  $m = 0,5 \text{ кг}$  знаходиться на похилій площині, яка складає кут  $\alpha = 60^\circ$  з вертикаллю. До тіла прикріплена пружина, жорсткість якої  $c = 493 \text{ Н/м}$ . Пружина паралельна похилій площині. Знайти амплітуду і фазу коливань тіла, якщо в початковий момент воно було прикріплене до кінця не розтягнутої пружини і йому була повідомлена початкова швидкість  $v_0 = 2 \text{ м/с}$ , направлена вниз по похилій площині. Початок координат узяти в положенні статичної рівноваги.

### Контрольне завдання № 3

1. У ліфт масою 300 кг входить три людини, маса кожної - 70 кг. Знайти натягнення троса ліфта при його підйомі і спуску з прискоренням  $5 \text{ м/с}^2$ .
2. Матеріальна точка масою  $m = 1 \text{ кг}$  рухається згідно із законом

$$x = ct, \quad y = b - at^2 \quad (a = 3 \text{ м/с}^2, \quad b = 2 \text{ м}, \quad c = 3 \text{ м/с}).$$

Ви-

значити траєкторію точки і силу, під дією якої відбувається рух.

3. З маневрової гори (кут нахилу  $\alpha = 30^\circ$ ) спускається залізничний вагон з початковою швидкістю  $1 \text{ м/с}$ . Коефіцієнт тертя  $f = 0,1$ . Яку швидкість набере вагон, пройшовши  $s = 3 \text{ м}$  від початку руху?

4. Тіло маси  $m = 0,5$  кг знаходиться на похилій площині, яка складає кут  $\alpha = 60^\circ$  з вертикаллю. До тіла прикріплена пружина, жорсткість якої  $c = 493$  Н/м. Пружина паралельна похилій площині. Знайти амплітуду і фазу коливань тіла, якщо в початковий момент воно було прикріплене до кінця не розтягнутої пружини і йому була повідомлена початкова швидкість  $v_0 = 3$  м/с, направлена вниз по похилій площині. Початок координат узяти в положенні статичної рівноваги.

#### Контрольне завдання № 4

1. У ліфт масою 300 кг входить чотири людини, маса кожної 70 кг. Знайти натягнення троса ліфта при його підйомі і спуску з прискоренням  $5$  м/с<sup>2</sup>.
2. Матеріальна точка масою  $m = 1$  кг рухається згідно із законом

$$x = ct, \quad y = b - at^2 \quad (a = 4 \text{ м/с}^2, \quad b = 2 \text{ м}, \quad c = 3 \text{ м/с}).$$

Визначити траєкторію точки і силу, під дією якої відбувається рух.

3. З маневрової гори (кут нахилу  $\alpha = 30^\circ$ ) спускається залізничний вагон з початковою швидкістю  $1$  м/с. Коефіцієнт тертя  $f = 0,1$ . Яку швидкість набере вагон, пройшовши  $s = 4$  м від початку руху?
4. Тіло маси  $m = 0,5$  кг знаходиться на похилій площині, яка складає кут  $\alpha = 60^\circ$  з вертикаллю. До тіла прикріплена пружина, жорсткість якої  $c = 493$  Н/м. Пружина паралельна похилій площині. Знайти амплітуду і фазу коливань тіла, якщо в початковий момент воно було прикріплене до кінця не розтягнутої пружини і йому була повідомлена початкова швидкість  $v_0 = 4$  м/с, направлена вниз по похилій площині. Початок координат узяти в положенні статичної рівноваги.

#### Контрольне завдання № 5

1. У ліфт масою 300 кг входить п'ятеро людей, маса кожної людини - 70 кг. Знайти натягнення троса ліфта при його підйомі і спуску з прискоренням  $5$  м/с<sup>2</sup>.
2. Матеріальна точка масою  $m = 1$  кг рухається згідно із законом

$$x = ct, \quad y = b - at^2 \quad (a = 5 \text{ м/с}^2, \quad b = 2 \text{ м}, \quad c = 3 \text{ м/с}).$$

Визначити траєкторію точки і силу, під дією якої відбувається рух.

3. З маневрової гори (кут нахилу  $\alpha = 30^\circ$ ) спускається залізничний вагон з початковою швидкістю  $1$  м/с. Коефіцієнт тертя  $f = 0,1$ . Яку швидкість набере вагон, пройшовши  $s = 5$  м від початку руху?
4. Тіло маси  $m = 0,5$  кг знаходиться на похилій площині, яка складає кут  $\alpha = 60^\circ$  з вертикаллю. До тіла прикріплена пружина, жорсткість якої  $c = 493$  Н/м. Пружина паралельна похилій площині. Знайти амплітуду і фазу коливань тіла, якщо в початковий момент воно було прикріплене до кінця не розтягнутої пружини і йому була повідомлена початкова швидкість  $v_0 = 5$  м/с, направлена вниз по похилій площині. Початок координат узяти в положенні статичної рівноваги.

### Контрольне завдання № 6

1. У ліфт масою 300 кг входить шестеро людей, маса кожної людини - 70 кг. Знайти натягнення троса ліфта при його підйомі і спуску з прискоренням  $5 \text{ м/с}^2$ .
2. Матеріальна точка масою  $m = 1 \text{ кг}$  рухається згідно із законом

$$x = ct, \quad y = b - at^2 \quad (a = 6 \text{ м/с}^2, \quad b = 2 \text{ м}, \quad c = 3 \text{ м/с}).$$

Визначити траєкторію точки і силу, під дією якої відбувається рух.

3. З маневрової гори (кут нахилу  $\alpha = 30^\circ$ ) спускається залізничний вагон з початковою швидкістю  $1 \text{ м/с}$ . Коефіцієнт тертя  $f = 0,1$ . Яку швидкість набере вагон, пройшовши  $s = 6 \text{ м}$  від початку руху?
4. Тіло маси  $m = 0,5 \text{ кг}$  знаходиться на похилій площині, яка складає кут  $\alpha = 60^\circ$  з вертикаллю. До тіла прикріплена пружина, жорсткість якої  $c = 493 \text{ Н/м}$ . Пружина паралельна похилій площині. Знайти амплітуду і фазу коливань тіла, якщо в початковий момент воно було прикріплене до кінця не розтягнутої пружини і йому була повідомлена початкова швидкість  $v_0 = 6 \text{ м/с}$ , направлена вниз по похилій площині. Початок координат узяти в положенні статичної рівноваги.

### Контрольне завдання № 7

1. У ліфт масою 300 кг входить семеро людей, маса кожної людини - 70 кг. Знайти натягнення троса ліфта при його підйомі і спуску з прискоренням  $5 \text{ м/с}^2$ .
2. Матеріальна точка масою  $m = 1 \text{ кг}$  рухається згідно із законом

$$x = ct, \quad y = b - at^2 \quad (a = 7 \text{ м/с}^2, \quad b = 2 \text{ м}, \quad c = 3 \text{ м/с}).$$

Визначити траєкторію точки і силу, під дією якої відбувається рух.

3. З маневрової гори (кут нахилу  $\alpha = 30^\circ$ ) спускається залізничний вагон з початковою швидкістю  $1 \text{ м/с}$ . Коефіцієнт тертя  $f = 0,1$ . Яку швидкість набере вагон, пройшовши  $s = 7 \text{ м}$  від початку руху?
4. Тіло маси  $m = 0,5 \text{ кг}$  знаходиться на похилій площині, яка складає кут  $\alpha = 60^\circ$  з вертикаллю. До тіла прикріплена пружина, жорсткість якої  $c = 493 \text{ Н/м}$ . Пружина паралельна похилій площині. Знайти амплітуду і фазу коливань тіла, якщо в початковий момент воно було прикріплене до кінця не розтягнутої пружини і йому була повідомлена початкова швидкість  $v_0 = 7 \text{ м/с}$ , направлена вниз по похилій площині. Початок координат узяти в положенні статичної рівноваги.

### Контрольне завдання № 8

1. У ліфт масою 300 кг входить восьмеро людей, маса кожної людини - 70 кг. Знайти натягнення троса ліфта при його підйомі і спуску з прискоренням  $5 \text{ м/с}^2$ .
2. Матеріальна точка масою  $m = 1 \text{ кг}$  рухається згідно із законом

$$x = ct, \quad y = b - at^2 \quad (a = 8 \text{ м/с}^2, \quad b = 2 \text{ м}, \quad c = 3 \text{ м/с}).$$

Ви-

значити траєкторію точки і силу, під дією якої відбувається рух.

3. З маневрової гори (кут нахилу  $\alpha = 30^\circ$ ) спускається залізничний вагон з початковою швидкістю  $1 \text{ м/с}$ . Коефіцієнт тертя  $f = 0,1$ . Яку швидкість набере вагон, пройшовши  $s = 8 \text{ м}$  від початку руху?
4. Тіло маси  $m = 0,5 \text{ кг}$  знаходиться на похилій площині, яка складає кут  $\alpha = 60^\circ$  з вертикаллю. До тіла прикріплена пружина, жорсткість якої  $c = 493 \text{ Н/м}$ . Пружина паралельна похилій площині. Знайти амплітуду і фазу коливань тіла, якщо в почат-

ковий момент воно було прикріплене до кінця не розтягнутої пружини і йому була повідомлена початкова швидкість  $v_0 = 8$  м/с, направлена вниз по похилій площині. Початок координат узяти в положенні статичної рівноваги.

### Контрольне завдання № 9

1. У ліфт масою 300 кг входить дев'ятеро людей, маса кожної людини - 70 кг. Знайти натягнення троса ліфта при його підйомі і спуску з прискоренням 5 м/с<sup>2</sup>.
2. Матеріальна точка масою  $m = 1$  кг рухається згідно із законом

$$x = ct, \quad y = b - at^2 \quad (a = 9 \text{ м/с}^2, \quad b = 2 \text{ м}, \quad c = 3 \text{ м/с}).$$

Визначити траєкторію точки і силу, під дією якої відбувається рух.

3. З маневрової гори (кут нахилу  $\alpha = 30^\circ$ ) спускається залізничний вагон з початковою швидкістю 1 м/с. Коефіцієнт тертя  $f = 0,1$ . Яку швидкість набере вагон, пройшовши  $s = 9$  м від початку руху?
4. Тіло маси  $m = 0,5$  кг знаходиться на похилій площині, яка складає кут  $\alpha = 60^\circ$  з вертикаллю. До тіла прикріплена пружина, жорсткість якої  $c = 493$  Н/м. Пружина паралельна похилій площині. Знайти амплітуду і фазу коливань тіла, якщо в початковий момент воно було прикріплене до кінця не розтягнутої пружини і йому була повідомлена початкова швидкість  $v_0 = 9$  м/с, направлена вниз по похилій площині. Початок координат узяти в положенні статичної рівноваги.

### Контрольне завдання № 10

1. У ліфт масою 300 кг входить десять людей, маса кожної людини - 70 кг. Знайти натягнення троса ліфта при його підйомі і спуску з прискоренням 5 м/с<sup>2</sup>.
2. Матеріальна точка масою  $m = 1$  кг рухається згідно із законом

$$x = ct, \quad y = b - at^2 \quad (a = 10 \text{ м/с}^2, \quad b = 2 \text{ м}, \quad c = 3 \text{ м/с}).$$

Визначити траєкторію точки і силу, під дією якої відбувається рух.

3. З маневрової гори (кут нахилу  $\alpha = 30^\circ$ ) спускається залізничний вагон з початковою швидкістю 1 м/с. Коефіцієнт тертя  $f = 0,1$ . Яку швидкість набере вагон, пройшовши  $s = 10$  м від початку руху?
4. Тіло маси  $m = 0,5$  кг знаходиться на похилій площині, яка складає кут  $\alpha = 60^\circ$  з вертикаллю. До тіла прикріплена пружина, жорсткість якої  $c = 493$  Н/м. Пружина паралельна похилій площині. Знайти амплітуду і фазу коливань тіла, якщо в початковий момент воно було прикріплене до кінця не розтягнутої пружини і йому була повідомлена початкова швидкість  $v_0 = 10$  м/с, направлена вниз по похилій площині. Початок координат узяти в положенні статичної рівноваги.

### Контрольне завдання № 11

1. У ліфт масою 300 кг входить одинадцять людей, маса кожної людини - 70 кг. Знайти натягнення троса ліфта при його підйомі і спуску з прискоренням 5 м/с<sup>2</sup>.
2. Матеріальна точка масою  $m = 1$  кг рухається згідно із законом

$$x = ct, \quad y = b - at^2 \quad (a = 11 \text{ м/с}^2, \quad b = 2 \text{ м}, \quad c = 3 \text{ м/с}).$$

Визначити траєкторію точки і силу, під дією якої відбувається рух.

3. З маневрової гори (кут нахилу  $\alpha = 30^\circ$ ) спускається залізничний вагон з початковою швидкістю 1 м/с. Коефіцієнт тертя  $f = 0,1$ . Яку швидкість набере вагон, пройшовши  $s = 11$  м від початку руху?
4. Тіло маси  $m = 0,5$  кг знаходиться на похилій площині, яка складає кут  $\alpha = 60^\circ$  з вертикаллю. До тіла прикріплена пружина, жорсткість якої  $c = 493$  Н/м. Пружина паралельна похилій площині. Знайти амплітуду і фазу коливань тіла, якщо в початковий момент воно було прикріплене до кінця не розтягнутої пружини і йому була повідомлена початкова швидкість  $v_0 = 11$  м/с, направлена вниз по похилій площині. Початок координат узяти в положенні статичної рівноваги.

### Контрольне завдання № 12

1. У ліфт масою 300 кг входить дванадцять людей, маса кожної людини - 70 кг. Знайти натягнення троса ліфта при його підйомі і спуску з прискоренням 5 м/с<sup>2</sup>.
2. Матеріальна точка масою  $m = 1$  кг рухається згідно із законом
 
$$x = ct, \quad y = b - at^2 \quad (a = 12 \text{ м/с}^2, \quad b = 2 \text{ м}, \quad c = 3 \text{ м/с}).$$
 Визначити траєкторію точки і силу, під дією якої відбувається рух.
3. З маневрової гори (кут нахилу  $\alpha = 30^\circ$ ) спускається залізничний вагон з початковою швидкістю 1 м/с. Коефіцієнт тертя  $f = 0,1$ . Яку швидкість набере вагон, пройшовши  $s = 12$  м від початку руху?
4. Тіло маси  $m = 0,5$  кг знаходиться на похилій площині, яка складає кут  $\alpha = 60^\circ$  з вертикаллю. До тіла прикріплена пружина, жорсткість якої  $c = 493$  Н/м. Пружина паралельна похилій площині. Знайти амплітуду і фазу коливань тіла, якщо в початковий момент воно було прикріплене до кінця не розтягнутої пружини і йому була повідомлена початкова швидкість  $v_0 = 12$  м/с, направлена вниз по похилій площині. Початок координат узяти в положенні статичної рівноваги.

### Контрольне завдання № 13

1. У ліфт масою 300 кг входить тринадцять людей, маса кожної людини - 70 кг. Знайти натягнення троса ліфта при його підйомі і спуску з прискоренням 5 м/с<sup>2</sup>.
2. Матеріальна точка масою  $m = 1$  кг рухається згідно із законом
 
$$x = ct, \quad y = b - at^2 \quad (a = 13 \text{ м/с}^2, \quad b = 2 \text{ м}, \quad c = 3 \text{ м/с}).$$
 Визначити траєкторію точки і силу, під дією якої відбувається рух.
3. З маневрової гори (кут нахилу  $\alpha = 30^\circ$ ) спускається залізничний вагон з початковою швидкістю 1 м/с. Коефіцієнт тертя  $f = 0,1$ . Яку швидкість набере вагон, пройшовши  $s = 13$  м від початку руху?
4. Тіло маси  $m = 0,5$  кг знаходиться на похилій площині, яка складає кут  $\alpha = 60^\circ$  з вертикаллю. До тіла прикріплена пружина, жорсткість якої  $c = 493$  Н/м. Пружина паралельна похилій площині. Знайти амплітуду і фазу коливань тіла, якщо в початковий момент воно було прикріплене до кінця не розтягнутої пружини і йому була повідомлена початкова швидкість  $v_0 = 13$  м/с, направлена вниз по похилій площині. Початок координат узяти в положенні статичної рівноваги.

### Контрольне завдання № 14

1. У ліфт масою 300 кг входить чотирнадцять людей, маса кожної людини - 70 кг. Знайти натягнення троса ліфта при його підйомі і спуску з прискоренням  $5 \text{ м/с}^2$ .
2. Матеріальна точка масою  $m = 1 \text{ кг}$  рухається згідно із законом

$$x = ct, \quad y = b - at^2 \quad (a = 14 \text{ м/с}^2, \quad b = 2 \text{ м}, \quad c = 3 \text{ м/с}).$$

Визначити траєкторію точки і силу, під дією якої відбувається рух.

3. З маневрової гори (кут нахилу  $\alpha = 30^\circ$ ) спускається залізничний вагон з початковою швидкістю  $1 \text{ м/с}$ . Коефіцієнт тертя  $f = 0,1$ . Яку швидкість набере вагон, пройшовши  $s = 14 \text{ м}$  від початку руху?
4. Тіло маси  $m = 0,5 \text{ кг}$  знаходиться на похилій площині, яка складає кут  $\alpha = 60^\circ$  з вертикаллю. До тіла прикріплена пружина, жорсткість якої  $c = 493 \text{ Н/м}$ . Пружина паралельна похилій площині. Знайти амплітуду і фазу коливань тіла, якщо в початковий момент воно було прикріплене до кінця не розтягнутої пружини і йому була повідомлена початкова швидкість  $v_0 = 14 \text{ м/с}$ , направлена вниз по похилій площині. Початок координат узяти в положенні статичної рівноваги.

### Контрольне завдання № 15

1. У ліфт масою 300 кг входить п'ятнадцять людей, маса якої 70 кг. Знайти натягнення троса ліфта при його підйомі і спуску з прискоренням  $5 \text{ м/с}^2$ .
2. Матеріальна точка масою  $m = 1 \text{ кг}$  рухається згідно із законом

$$x = ct, \quad y = b - at^2 \quad (a = 15 \text{ м/с}^2, \quad b = 2 \text{ м}, \quad c = 3 \text{ м/с}).$$

Визначити траєкторію точки і силу, під дією якої відбувається рух.

3. З маневрової гори (кут нахилу  $\alpha = 30^\circ$ ) спускається залізничний вагон з початковою швидкістю  $1 \text{ м/с}$ . Коефіцієнт тертя  $f = 0,1$ . Яку швидкість набере вагон, пройшовши  $s = 15 \text{ м}$  від початку руху?
4. Тіло маси  $m = 0,5 \text{ кг}$  знаходиться на похилій площині, яка складає кут  $\alpha = 60^\circ$  з вертикаллю. До тіла прикріплена пружина, жорсткість якої  $c = 493 \text{ Н/м}$ . Пружина паралельна похилій площині. Знайти амплітуду і фазу коливань тіла, якщо в початковий момент воно було прикріплене до кінця не розтягнутої пружини і йому була повідомлена початкова швидкість  $v_0 = 15 \text{ м/с}$ , направлена вниз по похилій площині. Початок координат узяти в положенні статичної рівноваги.

### Контрольне завдання № 16

1. У ліфт масою 300 кг входить шістнадцять людей, маса кожної людини - 70 кг. Знайти натягнення троса ліфта при його підйомі і спуску з прискоренням  $5 \text{ м/с}^2$ .
2. Матеріальна точка масою  $m = 1 \text{ кг}$  рухається згідно із законом

$$x = ct, \quad y = b - at^2 \quad (a = 16 \text{ м/с}^2, \quad b = 2 \text{ м}, \quad c = 3 \text{ м/с}).$$

Визначити траєкторію точки і силу, під дією якої відбувається рух.

3. З маневрової гори (кут нахилу  $\alpha = 30^\circ$ ) спускається залізничний вагон з початковою швидкістю  $1 \text{ м/с}$ . Коефіцієнт тертя  $f = 0,1$ . Яку швидкість набере вагон, пройшовши  $s = 16 \text{ м}$  від початку руху?
4. Тіло маси  $m = 0,5 \text{ кг}$  знаходиться на похилій площині, яка складає кут  $\alpha = 60^\circ$  з вертикаллю. До тіла прикріплена пружина, жорсткість якої  $c = 493 \text{ Н/м}$ . Пружина паралельна похилій площині. Знайти амплітуду і фазу коливань тіла, якщо в почат-

ковий момент воно було прикріплене до кінця не розтягнутої пружини і йому була повідомлена початкова швидкість  $v_0 = 16$  м/с, направлена вниз по похилій площині. Початок координат узяти в положенні статичної рівноваги.

### Контрольне завдання № 17

1. У ліфт масою 300 кг входить сімнадцять людей, маса кожної людини - 70 кг. Знайти натягнення троса ліфта при його підйомі і спуску з прискоренням  $5$  м/с<sup>2</sup>.
2. Матеріальна точка масою  $m = 1$  кг рухається згідно із законом
 
$$x = ct, \quad y = b - at^2 \quad (a = 17 \text{ м/с}^2, \quad b = 2 \text{ м}, \quad c = 3 \text{ м/с}).$$
 Визначити траєкторію точки і силу, під дією якої відбувається рух.
3. З маневрової гори (кут нахилу  $\alpha = 30^\circ$ ) спускається залізничний вагон з початковою швидкістю  $1$  м/с. Коефіцієнт тертя  $f = 0,1$ . Яку швидкість набере вагон, пройшовши  $s = 17$  м від початку руху?
4. Тіло маси  $m = 0,5$  кг знаходиться на похилій площині, яка складає кут  $\alpha = 60^\circ$  з вертикаллю. До тіла прикріплена пружина, жорсткість якої  $c = 493$  Н/м. Пружина паралельна похилій площині. Знайти амплітуду і фазу коливань тіла, якщо в початковий момент воно було прикріплене до кінця не розтягнутої пружини і йому була повідомлена початкова швидкість  $v_0 = 17$  м/с, направлена вниз по похилій площині. Початок координат узяти в положенні статичної рівноваги.

## Приклади розв'язування задач

### Контрольне завдання № 1

#### Задача 1.

Данні:  $m_1 = 300$  кг

$m_2 = 70$  кг

$w = 5$  м/с<sup>2</sup>

Знайти:  $T_{\downarrow}$  та  $T_{\uparrow}$ .

Скористаємося основним рівнянням динаміки для матеріальної точки

$$m\vec{w} = m\vec{g} + \vec{T},$$

де  $m = m_1 + m_2$ .

У випадку підйому ліфта схема сил та вектор прискорення показані на рис.1:

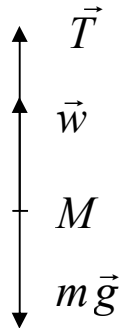


Рис.1

Проекції основного рівняння динаміки на вертикальну вісь мають вигляд

$$mw = -mg + T_{\uparrow}.$$

Звідси знайдемо силу натягнення

$$T_{\uparrow} = m(w + g) = (m_1 + m_2) \cdot (w + g) = 370 \cdot (5 + 9,8) = 5476 \text{ Н}.$$

У випадку спуску ліфта схема сил та вектор прискорення показані на рис.2:

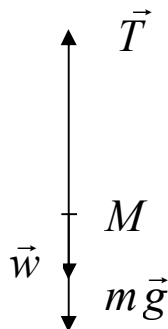


Рис.2

Зараз проекції основного рівняння динаміки на вертикальну вісь мають вигляд

$$mw = mg - T_{\downarrow}.$$

Звідси знайдемо силу натягнення

$$T_{\downarrow} = m(g - w) = (m_1 + m_2) \cdot (g - w) = 370 \cdot (9,8 - 5) = 1776 \text{ Н}.$$

**Задача 2.**Данні:  $m = 1 \text{ кг}$ 

$$x = ct, \quad y = b - at^2 \quad (a = 1 \text{ м/с}^2, \quad b = 2 \text{ м}, \quad c = 3 \text{ м/с}).$$

Знайти: траєкторію та силу  $\vec{F}$ .Щоб знайти траєкторію точки виключимо параметр  $t$  з закону руху:

$$t = \frac{x}{c}, \quad \text{тоді} \quad y = b - a \left( \frac{x}{c} \right)^2.$$

Останнє рівняння – рівняння параболи. Таким чином, траєкторія точки – парабола.

Знайдемо силу, під дією якої відбувається рух точки.

Рівняння руху точки в проекціях на вісі  $Ox$  та  $Oy$  мають вигляд

$$m\ddot{x} = F_x, \quad m\ddot{y} = F_y.$$

Знайдемо першу та другу похідні від координат точки:

$$\dot{x} = c, \quad \dot{y} = -2at;$$

$$\ddot{x} = 0, \quad \ddot{y} = -2a.$$

Таким чином,  $F_x = 0$ ,  $F_y = -2am$ .Звідси маємо, що вектор сили  $\vec{F}$  направлений донизу, а модуль сили має значення

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = 2am = 2H.$$

**Задача 3.**Данні:  $\alpha = 30^\circ$ 

$$v_0 = 1 \text{ м/с},$$

$$f = 0,1;$$

$$s = 1 \text{ м}$$

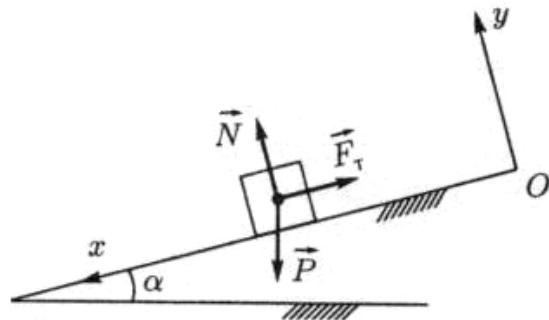
Знайти:  $v$ .

Рис.3

Схема сил показана на рис.3.

Будемо користуватися теоремою про зміну кінетичної енергії тіла:

$$\frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = \sum_{i=1}^n A_i.$$

Сумарна робота прикладених сил

$$\sum_{i=1}^n A_i = A(\vec{P}) + A(\vec{N}) + A(\vec{F}_{mp}),$$

де  $A(\vec{P}) = mgh = mgs \cdot \sin \alpha$ , $A(\vec{N}) = 0$ , тому що  $\vec{N} \perp d\vec{r}$ ; $A(\vec{F}_{mp}) = -F_{mp} \cdot s = -fNs = -fmg \cos \alpha \cdot s$ .

Теорема про зміну кінетичної енергії буде мати вигляд:

$$\frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = mgs \cdot (\sin \alpha - f \cdot \cos \alpha).$$

Тому вагон набере швидкість

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2gs \cdot (\sin \alpha - f \cdot \cos \alpha)} = \sqrt{1 + 2 \cdot 9,8 \cdot 1 \cdot (0,5 - 0,1 \cdot 0,86)} = 3,02 \text{ м/с.}$$

#### Задача 4.

Данні:  $m = 0,5 \text{ кг}$

$$\alpha = 60^\circ$$

$$c = 493 \text{ Н/м}$$

$$v_0 = 1 \text{ м/с,}$$

$$x_0 = -x_{cm}$$

Знайти:  $x_m$  та  $\varphi_m$

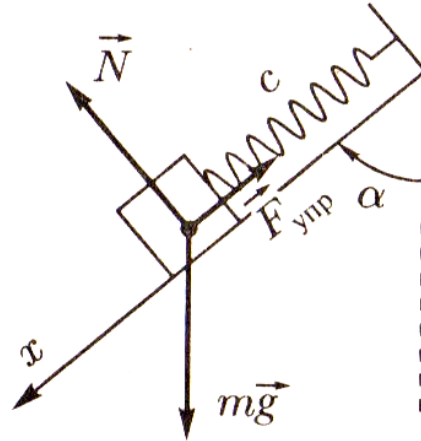


Рис.4

Схема сил показана на рис.4. Skorистаємося основним рівнянням динаміки для тіла

$$m\vec{w} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{упр}.$$

Рівняння руху в проекції на вісь  $Ox$  має вигляд

$$m\ddot{x} = mg \cos \alpha - F_{упр},$$

де  $F_{упр} = c(x + x_{cm})$ .

В положенні статичної рівноваги  $mg \cos \alpha = cx_{cm}$ . Звідси будемо мати

$$mg \cos \alpha = cx_{cm},$$

$$x_{cm} = \frac{mg \cos \alpha}{c}.$$

Тепер рівняння руху буде мати вигляд

$$m\ddot{x} + cx = 0 \text{ або } \ddot{x} + \omega_0^2 x = 0,$$

де  $\omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m}}$  - власна частота коливань системи.

Відомо, що рішення останнього диференціального рівняння має вигляд

$$x = A \cos \omega_0 t + B \sin \omega_0 t$$

або  $x = x_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$ , де  $x_m = \sqrt{A^2 + B^2}$ ,  $\text{tg} \varphi = \frac{A}{B}$ .

Знайдемо постійні інтегрування  $A, B$ .

Перша похідна від координати має вираз

$$\dot{x} = -A\omega_0 \sin \omega_0 t + B\omega_0 \cos \omega_0 t.$$

При  $t = 0$  маємо такі початкові умови:  $x_0 = -x_{cm}$  та  $\dot{x}_0 = v_0$ . Звідси будемо мати

$$A = x_0 = -x_{cm} = -\frac{mg \cos \alpha}{c}, \quad B = \frac{v_0}{\omega_0}.$$

Знайдемо амплітуду і фазу коливань тіла

$$x_m = \sqrt{\left(\frac{mg \cos \alpha}{c}\right)^2 + \left(\frac{v_0}{\omega_0}\right)^2} = 0,032 \text{ м},$$

$$\varphi = \operatorname{arctg}\left(-\frac{mg \cos \alpha \cdot \omega_0}{cv_0}\right) = -8,87^\circ.$$

## Відповіді на контрольні завдання.

Задача 1.

Вар. №	m1, кг	m2, кг	T up, Н	T down, Н
1	300	70	5476	1776
2	300	140	6512	2112
3	300	210	7548	2448
4	300	280	8584	2784
5	300	350	9620	3120
6	300	420	10656	3456
7	300	490	11692	3792
8	300	560	12728	4128
9	300	630	13764	4464
10	300	700	14800	4800
11	300	770	15836	5136
12	300	840	16872	5472
13	300	910	17908	5808
14	300	980	18944	6144
15	300	1050	19980	6480
16	300	1120	21016	6816
17	300	1190	22052	7152

Задача 2.

Вар. №	m, кг	a, м/с <sup>2</sup>	F, Н
1	1	1	2
2	1	2	4
3	1	3	6
4	1	4	8
5	1	5	10
6	1	6	12
7	1	7	14
8	1	8	16
9	1	9	18
10	1	10	20
11	1	11	22
12	1	12	24
13	1	13	26
14	1	14	28
15	1	15	30
16	1	16	32
17	1	17	34

## Задача 3.

Вар. №	s, м	f	Vo, м/с	alfa, град	alfa, рад	V, м/с
1	1	0,1	1	30	0,523599	3,01705
2	2	0,1	1	30	0,523599	4,147913
3	3	0,1	1	30	0,523599	5,030683
4	4	0,1	1	30	0,523599	5,78017
5	5	0,1	1	30	0,523599	6,443054
6	6	0,1	1	30	0,523599	7,04383
7	7	0,1	1	30	0,523599	7,597245
8	8	0,1	1	30	0,523599	8,112997
9	9	0,1	1	30	0,523599	8,597867
10	10	0,1	1	30	0,523599	9,056815
11	11	0,1	1	30	0,523599	9,493603
12	12	0,1	1	30	0,523599	9,911159
13	13	0,1	1	30	0,523599	10,31182
14	14	0,1	1	30	0,523599	10,69749
15	15	0,1	1	30	0,523599	11,06973
16	16	0,1	1	30	0,523599	11,42985
17	17	0,1	1	30	0,523599	11,77897

## Задача 4.

№ вар	m, kg	Alfa, rad	c, H/m	Vo, m/s	A	B	Xm, м	Fi, град
1	0,5	1,047198	493	1	-0,00497	0,031846	0,032233	-8,87826
2	0,5	1,047198	493	2	-0,00497	0,063693	0,063887	-4,46594
3	0,5	1,047198	493	3	-0,00497	0,095539	0,095669	-2,98064
4	0,5	1,047198	493	4	-0,00497	0,127386	0,127483	-2,23636
5	0,5	1,047198	493	5	-0,00497	0,159232	0,15931	-1,78942
6	0,5	1,047198	493	6	-0,00497	0,191079	0,191144	-1,49133
7	0,5	1,047198	493	7	-0,00497	0,222925	0,222981	-1,27836
8	0,5	1,047198	493	8	-0,00497	0,254772	0,25482	-1,11861
9	0,5	1,047198	493	9	-0,00497	0,286618	0,286662	-0,99434
10	0,5	1,047198	493	10	-0,00497	0,318465	0,318504	-0,89493
11	0,5	1,047198	493	11	-0,00497	0,350311	0,350347	-0,81358
12	0,5	1,047198	493	12	-0,00497	0,382158	0,38219	-0,74579
13	0,5	1,047198	493	13	-0,00497	0,414004	0,414034	-0,68843
14	0,5	1,047198	493	14	-0,00497	0,445851	0,445879	-0,63926
15	0,5	1,047198	493	15	-0,00497	0,477697	0,477723	-0,59665
16	0,5	1,047198	493	16	-0,00497	0,509544	0,509568	-0,55936
17	0,5	1,047198	493	17	-0,00497	0,54139	0,541413	-0,52646

## ЛІТЕРАТУРА

### *Основна література*

1. Павловський М.А. Теоретична механіка. - К.: Техніка, 2002. - 512 с.

### *Додаткова література*

1. Мещерский И.В. Сборник задач по теоретической механике. - М.: Наука, 1986. – 448 с.
2. Бутенин Н.В., Лунц Я.Л., Меркин Д.Р. Курс теоретической механики. Т.1. - М.: Наука, 1979. – 272 с.
3. Бутенин Н.В., Лунц Я.Л., Меркин Д.Р. Курс теоретической механики. Т.2. - М.: Наука, 1979. – 461 с.
4. Теоретична механіка: збірник задач/ За ред. М.А. Павловського. – К.: Техніка, 2007. – 400 с.