

**НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ  
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ  
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»**

**Радіотехнічний факультет  
Кафедра радіотехнічних систем**

До захисту допущено:

В.о. завідувача кафедри

СМЧ Сергій ЖУК

«16» 06 2025 р.

**Дипломна робота**

**на здобуття ступеня бакалавра**

**за освітньою програмою «Радіотехнічні комп'ютеризовані системи»**

**спеціальності 172 «Телекомунікації та радіотехніка»**

**на тему: «Модель моноімпульсного радару для дослідження точнісних характеристик»**

Виконав:

студент ІV курсу, групи РС-11

Гузенко Артем Васильович

А. Жуз

Керівник:

Доцент, к.т.н.

Шпилька Олександр Олександрович

Шпилька

Рецензент:

Асистент кафедри РТС

Саратов Євген Михайлович

\_\_\_\_\_

Засвідчую, що у цій дипломній роботі  
немає запозичень з праць інших авторів  
без відповідних посилань.

Студент

А. Жуз

Київ – 2025 року

**Національний технічний університет України**  
**«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»**  
**Радіотехнічний факультет**  
**Кафедра радіотехнічних систем**

Рівень вищої освіти – перший (бакалаврський)

Спеціальність – 172 «Телекомунікації та радіотехніка»

Освітня програма «Радіотехнічні комп'ютеризовані системи»

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри

СМЧ Сергій ЖУК

« 14 » 04 \_\_\_\_\_ 2025 р.

**ЗАВДАННЯ**

на дипломну роботу студенту

Гузенку Артему Васильовичу

1. Тема роботи «Модель моноімпульсного радару для дослідження точнісних характеристик»,  
керівник роботи Шпилька Олександр Олександрович, доц., к.т.н.,  
затверджені наказом по університету від «29» травня 2025 р. № 1840-с
2. Термін подання студентом роботи 16.06.2025р.
3. Вихідні дані до роботи середовище моделювання – MATLAB, амплітудний метод визначення кута місця в моноімпульсному радарі
4. Зміст роботи огляд та аналіз методів кутової пеленгації, аналіз принципів роботи моноімпульсних радіолокаційних систем, програмна реалізація моделі в середовищі MATLAB, дослідження точнісних характеристик для різних конфігурацій антенних решіток, аналіз впливу відношення сигнал/шум на точність вимірювань, порівняльний аналіз результатів моделювання
5. Перелік ілюстративного матеріалу (із зазначенням плакатів, презентацій тощо): електронна презентація

## 6. Консультанти розділів роботи

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	завдання прийняв

## 7. Дата видачі завдання 14 квітня 2025р.

### Календарний план

№ з/п	Назва етапів виконання дипломної роботи	Термін виконання етапів роботи	Примітка
1	Огляд та аналіз методів кутової пеленгації	14.04.2025 - 24.04.2025	
2	Аналіз принципів роботи моноімпульсних РЛС	25.04.2025 - 06.05.2025	
3	Аналіз факторів, що впливають на точність куткових вимірювань	07.05.2025 - 15.05.2025	
4	Програмна реалізація моделі в MATLAB	16.05.2025 - 30.05.2025	
5	Аналіз впливу відношення сигнал/шум на точність	31.05.2025 - 05.06.2025	
6	Дослідження точнісних характеристик для різних антенних решіток	06.06.2025 - 10.06.2025	
7	Аналіз результатів моделювання	11.06.2025 - 13.06.2025	

Студент



Артем ГУЗЕНКО

Керівник



Олександр ШПИЛЬКА

## АНОТАЦІЯ

Обсяг пояснювальної записки дипломної роботи становить 73 сторінки і включає 8 розділів, 51 ілюстрацію, 1 таблицю та 12 бібліографічних джерел.

Зростання ролі безпілотних систем, гіперзвукової зброї та необхідність швидкого реагування на повітряні загрози висувають нові вимоги до точності та швидкодії радіолокаційних засобів. У цьому контексті моноімпульсні радары стають ключовими елементами для забезпечення високоточних вимірювань у реальному часі. Дослідження математичних моделей та факторів, що впливають на точність кутової пеленгації, дозволяє вдосконалювати ці системи і робить тему роботи актуальною як у теоретичному, так і прикладному аспектах — зокрема для оборонної галузі, авіації та систем технічного спостереження.

У дипломній роботі розглянуто принципи роботи моноімпульсних радіолокаційних систем і методи кутової пеленгації. Реалізовано програмну модель моноімпульсного радара в середовищі MATLAB з використанням амплітудного методу оцінки кутових координат. Проведено дослідження точнісних характеристик радара для різних конфігурацій антенних решіток, а також аналіз впливу відношення сигнал/шум на точність вимірювань.

**Мета роботи** — розробка та дослідження математичної моделі моноімпульсного радара з метою оцінки впливу параметрів системи на точність вимірювання кутових координат.

**Об'єкт дослідження:** моноімпульсна радіолокація для визначення кутових координат цілей.

**Предмет дослідження:** методи статистичного моделювання для отримання точнісних характеристик оцінки кутових координат цілі.

**Ключові слова:** моноімпульсний радар, кутова пеленгація, радіолокаційна система, амплітудний метод.

## ANNOTATION

The explanatory note of the diploma thesis consists of 73 pages and includes 8 chapters, 51 illustrations, 1 table, and 12 bibliographic references.

The growing role of unmanned systems, hypersonic weapons, and the need for rapid response to aerial threats are placing new demands on the accuracy and speed of radar systems. In this context, monopulse radars are becoming key elements in providing high-precision real-time measurements. Research into mathematical models and factors influencing the accuracy of angle tracking enables the improvement of these systems and makes the topic relevant both theoretically and practically—particularly for the defense industry, aviation, and technical surveillance systems.

This thesis explores the operating principles of monopulse radar systems and angular direction-finding methods. A software model of a monopulse radar was developed in MATLAB using the amplitude method for estimating angular coordinates. The radar's accuracy characteristics were studied for various antenna array configurations, and the influence of the signal-to-noise ratio on measurement accuracy was analyzed.

**The aim of the work** is to develop and investigate a mathematical model of a monopulse radar to evaluate the impact of system parameters on the accuracy of angular coordinate estimation.

**Object of research:** monopulse radar for determining the angular coordinates of targets.

**Subject of research:** statistical modeling methods for obtaining the accuracy characteristics of angular coordinate estimation.

**Keywords:** monopulse radar, angular direction finding, radar system, amplitude method.

# **ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА**

**до дипломної роботи**

на тему: «Модель моноімпульсного радару для дослідження точнісних характеристик»

Київ — 2025 року

## ЗМІСТ

<b>ПЕРЕЛІК СКОРОЧЕНЬ</b> .....	3
<b>ВСТУП</b> .....	4
<b>1 РАДІОПЕЛЕНГАЦІЯ: ОГЛЯД МЕТОДІВ ТА МОНОІМПУЛЬСНИЙ ПІДХІД</b> .....	6
<b>1.1 Методи кутової пеленгації</b> .....	6
<b>1.2 Моноімпульсний метод у радіолокації: історія, принципи та реалізація</b> .....	9
<b>2 СУМАРНО-РІЗНИЦЕВА ПЕЛЕНГАЦІЯ</b> .....	13
<b>2.1 Синтез оптимального алгоритму для сумарно-різницевої пеленгації</b> .....	13
<b>2.2 Сумарно-різницева пеленгація в регулярній прямокутній ФАР</b> ....	17
<b>3 АМПЛІТУДНА ПЕЛЕНГАЦІЯ</b> .....	23
<b>3.1 Класифікація пеленгаційних зв'язок</b> .....	23
<b>3.2 Пряма пеленгаційна зв'язка</b> .....	24
<b>3.3 Коса пеленгаційна зв'язка</b> .....	26
<b>4 ФАЗОВА ПЕЛЕНГАЦІЯ</b> .....	30
<b>5 ТОЧНІСТЬ ВИМІРЮВАННЯ КУТОВИХ КООРДИНАТ МОНОІМПУЛЬСНИМ МЕТОДОМ</b> .....	35
<b>5.1 Джерела помилок пеленгування</b> .....	35
<b>5.2 Вплив Землі на точність пеленгування</b> .....	36
<b>5.3 Вплив зовнішніх шумів на точність пеленгування моноімпульсних рлс</b> .....	38
<b>5.4 Вплив фазових і амплітудних флуктуацій відбитого сигналу на точність пеленгації</b> .....	39

5.5 Вплив кутових флуктуацій відбитих сигналів на точність пеленгації .....	41
5.6 Похибки пеленгації цілей складної форми .....	44
5.7 Вплив на точність пеленгування внутрішніх шумів приймача моноімпульсних РЛС .....	46
5.8 Вплив деполяризації відбитих сигналів на точність пеленгування .....	48
<b>6 РОЗРОБКА МОДЕЛІ МОНОІМПУЛЬСНОГО РАДАРУ .....</b>	<b>50</b>
6.1 Ініціалізація та налаштування системи .....	50
6.2 Створення антенної решітки .....	50
6.3 Побудова діаграм спрямованості антени .....	51
6.4 Параметри моделювання.....	53
6.5 Створення ключових об'єктів моноімпульсної радарної системи... ..	54
6.6 Ініціалізація змінних для аналізу результатів .....	55
6.7 Перевірка моноімпульсного алгоритму .....	55
6.8 Основний цикл статистичного моделювання точності .....	58
6.9 Візуалізація основних результатів моделювання.....	62
6.10 Оцінка впливу розміру решітки на точність .....	63
6.11 Завершення моделювання та відображення даних.....	64
<b>7 РЕЗУЛЬТАТИ МОДЕЛЮВАННЯ .....</b>	<b>66</b>
7.1 Залежність точності оцінки кута місця від співвідношення сигнал/шум.....	66
7.2 Порівняльний аналіз конфігурацій антенних решіток.....	69
<b>8 ВИСНОВКИ .....</b>	<b>71</b>
<b>СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ .....</b>	<b>72</b>
<b>ДОДАТОК А.....</b>	<b>74</b>

## ПЕРЕЛІК СКОРОЧЕНЬ

РЛС - Радіолокаційна станція

ППО - Протиповітряна оборона

ДН - Діаграма направленості (діаграма спрямованості антени)

ПЧ - Проміжна частота

РСН - Рівносигнальний напрямок

АРП – Автоматичне регулювання підсилення

MUSIC - Multiple Signal Classification (Класифікація множинних сигналів)

MVDR - Minimum Variance Distortionless Response (Метод Кейпона)

URA - Uniform Rectangular Array (Рівномірна прямокутна антенна решітка)

SNR - Signal-to-Noise Ratio (Відношення сигнал/шум)

NAN - Not A Number

RMSE - Root Mean Square Error (Середньоквадратичне відхилення)

## ВСТУП

**Радіолокація** - галузь радіоелектроніки, що забезпечує отримання інформації про об'єкти шляхом прийому та аналізу радіохвиль[1].

**Радар, або радіолокаційна система** - це система виявлення об'єктів, яка використовує електромагнітні хвилі для визначення дальності, висоти, напрямку або швидкості як рухомих, так і нерухомих об'єктів, таких як літаки, кораблі, автотранспортні засоби, погодні явища та рельєф місцевості.

Наземні РЛС застосовуються, головним чином, для виявлення, визначення місцезнаходження і відстеження повітряних або космічних цілей. Морські РЛС використовуються як навігаційні засоби і пристрої безпеки для визначення місцезнаходження буїв, берегових ліній та інших кораблів, а також для спостереження за літаками. Бортовий радар може використовуватися для виявлення інших літаків, кораблів або наземних транспортних засобів, а також для картографування місцевості, уникнення штормів, орієнтування на місцевості і навігації. У космосі радари допомагають у наведенні космічних апаратів і дистанційному зондуванні суші і моря.

Класифікація радіолокаторів за вимірюваними параметрами:

- 1. Радари для вимірювання відстані** (наприклад, імпульсний радар)
  - Відстань до цілі в РЛС вимірюють за часом затримки прийнятого сигналу відносно відомого часу його випромінювання.
- 2. Радари для вимірювання швидкості** (наприклад, доплерівський радар)
  - Швидкість об'єкта зазвичай визначають за доплерівським зсувом несучої частоти сигналу.
- 3. Радари для вимірювання кутових координат** (наприклад, моноімпульсний радар)
  - Кутові координати можна вимірювати, використовуючи спрямовані властивості антени.

Більшість класичних радарів надають лише **дальність до цілі**, однак цього недостатньо для **повноцінного виявлення, класифікації та ураження** об'єкта. Щоб ефективно керувати зброєю, необхідно знати **де саме знаходиться ціль у просторі** — не лише "як далеко", а й "**де саме на небі чи горизонті вона розташована**". Кутові координати — це ключ до цього.

У сучасних умовах ведення бойових дій точне визначення кутових координат повітряних цілей є критично важливим для ефективної роботи систем протиповітряної оборони. Воно дозволяє одночасно відстежувати і точно розподіляти засоби перехоплення під час масованих ракетних атак, виявляти малорозмірні безпілотники на тлі земної поверхні, а також оперативно реагувати на гіперзвукові ракети, для яких час на прийняття рішення надзвичайно обмежений. Крім того, точні кутові координати є основою для систем наведення ракет, що забезпечує високу точність ураження цілей. Без високоточних кутових даних ефективність ППО значно знижується, що робить такі радары незамінними у сучасній бойовій обстановці.

Отже, оскільки точне визначення кутових координат є життєво важливим не лише для ефективної роботи систем ППО, а й для точного наведення ракет та іншого озброєння, актуальною задачею стає розробка моделі моноімпульсного радара для дослідження його точнісних характеристик.

# 1 РАДІОПЕЛЕНГАЦІЯ: ОГЛЯД МЕТОДІВ ТА МОНОІМПУЛЬСНИЙ ПІДХІД

## 1.1 Методи кутової пеленгації

Існують три основні методи реалізації пристроїв вимірювання напрямку приходу радіохвиль (пеленгаційних пристроїв): фазовий, амплітудний і амплітудно-фазовий.

**Фазові (різничево-часові) пеленгатори** будуються за принципом вилучення інформації про кут приходу з фази коливачів, які випромінюються або повторно випромінюються ціллю.

**Амплітудні пеленгатори** вилучають інформацію про кут приходу з огинаючої прийнятого сигналу, яка залежить від діаграми спрямованості антени.

**Амплітудно-фазові пеленгатори** використовують інформацію про кут приходу радіохвиль, яка міститься як у фазі, так і в амплітуді прийнятого колювання[2].

Оцінювання напрямку на джерело радіосигналу є ключовим завданням у багатьох радіотехнічних системах — від військових радарів до сучасних систем зв'язку та радіомоніторингу. Висока точність пеленгації дозволяє не лише визначити місцезнаходження цілі, а й забезпечити надійну роботу всієї системи в складних умовах. Залежно від вимог до швидкодії, точності та апаратної реалізації, у практиці використовуються різні підходи до кутового оцінювання. Найбільш відомими серед них є **моноімпульсний метод** — як класичний і широко застосовуваний, а також більш сучасні математично складні методи — **Кейпона** та **MUSIC**.

**Моноімпульс** — це метод, за допомогою якого інформація про кутове положення джерела або цілі визначається шляхом порівняння сигналів, прийнятих одночасно в двох або більше антенних діаграмах спрямованості. Цей підхід принципово відрізняється від методів, таких як перемикування променів або конічне сканування, де кутова інформація отримується в результаті послідовного формування антенних променів. Завдяки одночасному прийому сигналів у моноімпульсному радарі можливе отримання двовимірної оцінки кутового

положення цілі вже за один зондуєчий імпульс (звідси й назва «моноімпульсний»).

Моноімпульсна система використовує комбінацію сигналів з кількох променів, щоб сформувати сумарний ( $\Sigma$ ) та різницевий ( $\Delta$ ) сигнали. Сумарний канал ( $\Sigma$ ) призначений для виявлення наявності цілі, визначення її дальності, а також забезпечує передачу зондуєчих імпульсів у разі використання загальної апаратури для передавання й приймання сигналів. Різницевий канал ( $\Delta$ ) забезпечує визначення кутового відхилення цілі від електричної осі антени. Його вихідний сигнал пропорційний величині та напрямку цього відхилення, що дозволяє точно оцінити положення цілі в одній або двох кутових координатах (азимут і кут місця). Таким чином, у поєднанні обидва канали забезпечують точне одночасне визначення положення цілі в просторі на основі одного зондуєчого імпульсу[3].

**Метод Кейпона** (або метод мінімального відхилення) застосовується для просторової фільтрації сигналів з метою підвищення роздільної здатності при оцінці кутів приходу радіосигналів.

У класичному формулюванні метод Кейпона (MVDR) розглядається як задача оптимізації, суть якої полягає в мінімізації вихідної потужності антенного масиву за умови, що сигнал із заданого напрямку не спотворюється. Інакше кажучи, метод забезпечує максимальне пригнічення усіх інших сигналів (включно з шумами та завадами), окрім того, що надходить з певного кута. Ця умова реалізується шляхом накладення обмеження на підсилення масиву: у напрямку сигналу, який потрібно виявити, воно має залишатися сталим.

Такий підхід дозволяє використати всі ступені свободи антенної решітки для зменшення впливу сигналів з небажаних напрямків. Результатом є вузький, добре сформований головний пелюсток спрямованої діаграми, орієнтований на джерело сигналу, а також значно зменшені бічні пелюстки. На практиці це дає змогу досягти високої кутової роздільної здатності навіть у складних умовах — наприклад, коли кілька джерел сигналів розміщені на невеликих кутових відстанях одне від одного або коли рівень шуму є високим[4].

Алгоритм **MUSIC** (Multiple Signal Classification) є одним із найвідоміших методів оцінки напрямку на джерело у багатьох прикладних сферах. Цей метод належить до класу підпросторових алгоритмів із високою кутовою роздільною здатністю і використовується для виявлення напрямків, з яких надходять сигнали до антенного масиву.

Його головна ідея полягає у тому, щоб відокремити простір усіх можливих сигналів на два підпростори: той, що містить корисні сигнали (сигнальний підпростір), і той, що містить лише шум (шумовий підпростір). Коли сигнали потрапляють на елементи антенного масиву, кожен з них приходить із затримкою, яка залежить від кута, під яким сигнал наближається. Якщо записати всі сигнали, прийняті антенами, у вигляді векторів і побудувати так звану коваріаційну матрицю (яка показує, як сигнали пов'язані між собою), можна математично "розкласти" цю матрицю і виявити, які напрямки відповідають реальним джерелам сигналів.

У методі MUSIC аналізується, наскільки "схожі" напрямні вектори — тобто гіпотетичні сигнали, що приходять з певного кута — до простору шуму. Якщо вектор сигналу з певного напрямку не схожий на шум, то з великою ймовірністю цей напрямок відповідає реальному джерелу. Алгоритм "сканує" всі можливі кути та будує спектр, у якому пік вказує на ймовірний кут приходу сигналу[5,6].

Моноімпульсний метод пеленгації, зокрема у реалізації сумарно-різницевої систем, залишається одним із найефективніших та практично значущих підходів для визначення напрямку на джерело радіосигналу. Його ключовими перевагами є висока точність, швидкодія та відносна простота апаратної реалізації.

Порівняно з більш складними методами, такими як MUSIC або Кейпона, які потребують значних обчислювальних ресурсів та складної математичної обробки, моноімпульсна пеленгація забезпечує надійне та оперативне визначення кутового положення цілі з використанням менш складної апаратури.

## 1.2 Моноімпульсний метод у радіолокації: історія, принципи та реалізація

Пеленгування цілей, що полягає у визначенні напрямку на ціль, є одним із основних завдань радіолокації. Раніше для точного автоматичного визначення напрямку на джерело сигналу застосовувалися методи кінчного (площинного) сканування та послідовного перемикавання діаграм направленості (ДН), які реалізовувалися в одноканальних пеленгаторах. Характерною особливістю цих методів є те, що напрямок на джерело визначається шляхом порівняння сигналів, які послідовно приймаються антенами з різними ДН, а кутова інформація про ціль формується у вигляді амплітудної модуляції прийнятих сигналів. При цьому глибина модуляції визначає величину сигналу похибки, а фаза — напрямок відхилення осі антени відносно напрямку на пеленговану ціль.

Модуляційний метод формування сигналу кутової похибки вимагає приймання послідовності відбитих імпульсів, тому він є чутливим до флуктуацій амплітуди прийнятих сигналів, що виникають внаслідок випадкових змін ефективної площі розсіювання цілі. Це є найбільш суттєвим недоліком одноканального методу пеленгування, який використовує кінчне та лінійне сканування променя або послідовне перемикавання ДН.

Нині широкого поширення набув моноімпульсний метод визначення напрямку на ціль, за якого відбитий імпульс містить повну інформацію про кутове положення цілі. Цим і пояснюється походження терміну «моноімпульсна» (одноімпульсна) пеленгація[7].

Моноімпульсний метод є методом точного визначення напрямку на імпульсне джерело випромінювання. Напрямок на імпульсне джерело випромінювання, таке як відбиваюча ціль або маяк-відповідач, визначається в цьому методі шляхом порівняння сигналів, прийнятих одночасно за двома або більше діаграмами направленості. Як принцип прийому, моноімпульсний метод уперше був використаний у радіолокації, де імпульсний характер сигналу застосовується для визначення дальності цілі. Наразі цей метод стає дуже корисним доповненням до радіолокаційної техніки, забезпечуючи розширення

можливостей звичайного радіолокатора — у ряді випадків за рахунок підвищення точності вимірювання кутових координат, а в інших — шляхом додавання до радіолокації вимірювання третьої координати[8].

Залежно від характеру вилучення кутової інформації про ціль із прийнятих сигналів розрізняють три основні способи визначення координат у моноімпульсних системах: амплітудний, фазовий і комплексний.

У моноімпульсних системах з амплітудною пеленгацією для визначення кутової координати в одній площині формують дві діаграми спрямованості антени, що перехрещуються, рознесені на кути  $\pm \theta_0$  від рівносигнального напрямку (рис. 1,а). У разі відхилення цілі на кут  $\theta$  від рівносигнального напрямку (РСН) (ціль перебуває в точці А) сигнал, прийнятий за нижньою діаграмою, більший за сигнал, прийнятий за верхньою діаграмою. Різниця амплітуд прийнятих сигналів визначає кут відхилення цілі від рівносигнального напрямку. Знак цієї різниці характеризує напрямок зсуву рівносигнального напрямку відносно цілі. Коли рівносигнальний напрямок поєднується з ціллю, амплітуди відбитих сигналів, прийнятих за обома діаграмами, дорівнюють, а їхня різниця обертається в нуль.

У моноімпульсних системах із фазовою пеленгацією напрямок на ціль в одній координатній площині визначається порівнянням фаз сигналів, прийнятих двома антенами. У даній схемі кожна антена опромінює один і той самий об'єм простору, унаслідок чого відбиті сигнали, що виходять від точкової цілі, практично однакові за амплітудою, але розрізняються за фазою. На рис. 1,б показано, як відбувається порівняння по фазі в моноімпульсній системі, що має дві антени, які відстоять одна від одної на відстані  $l$ .

В моноімпульсних системах, що використовують амплітудно-фазовий (комплексний) метод пеленгування, кутові координати визначають порівнянням амплітуд і фаз сигналів, що приймаються двома антенами (рис. 1,в).

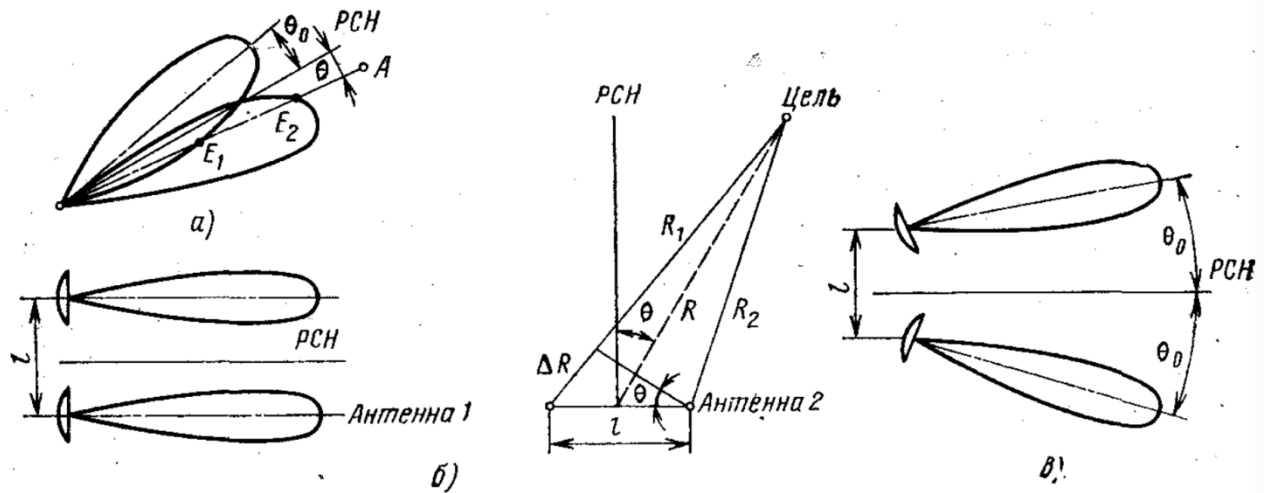


Рисунок 1 - Види парціальних діаграм спрямованості і порівняння сигналів в моноімпульсних системах з амплітудною (а), фазовою (б) і комплексною (в) пеленгацією

В якості джерела кутової інформації в розглянутих системах відповідно використовуються амплітудні, фазові і амплітудно-фазові співвідношення сигналів, що приймаються незалежними каналами. Відмінності в способах вилучення кутової інформації, в свою чергу, породжують певні відмінності в обробці прийнятих сигналів і, відповідно, різниці в структурі моноімпульсних РЛС в цілому[7].

Початковим поштовхом до розвитку моноімпульсної радіолокації стало завдання точного супроводу цілі. Виявилось, що методи, пов'язані зі зміною положення діаграми напрямленості в часі, такі як перемикання променя та конічне сканування, які раніше використовувалися для кутового супроводу цілі, знижують свою точність під впливом флуктуацій цілі. Щоб усунути це джерело похибок, можна було, ймовірно, розробити апаратуру, яка визначала б напрямок на ціль шляхом порівняння відбитих сигналів, прийнятих одночасно двома або більше пелюстками діаграми направленості. Більше того, такий метод мав би ще одну додаткову перевагу — швидше отримання даних про ціль, — оскільки повну тривимірну інформацію про положення цілі в цьому випадку можна було б отримувати з кожного прийнятого імпульсу, принаймні теоретично. Саме ця можливість повного пеленгування цілі за єдиним відбитим імпульсом і призвела

до появи терміна «моноімпульсна радіолокація», який уперше був запропонований у 1946 році Х. Т. Баденхопом у лабораторіях компанії Bell Telephone.

Апаратура для вимірювання кута приходу за допомогою декількох одночасно існуючих пелюсток діаграми спрямованості використовувалась ще в 1928 році під час експериментів із поширення радіохвиль в атмосфері. Протягом чотирьох років (з 1936 по 1940 рік), після перших випробувань діючого радіолокатора у Великій Британії під керівництвом сера Роберта Ватсона-Ватта, був розроблений прототип пошукового радіолокатора, що використовував для загострення діаграми спрямованості метод одночасного формування кількох діаграм спрямованості[8].

## 2 СУМАРНО-РІЗНИЦЕВА ПЕЛЕНГАЦІЯ

### 2.1 Синтез оптимального алгоритму для сумарно-різницевої пеленгації

Розглянемо вхідний сигнал  $Z$  антенної решітки як суму двох складових — детермінованого корисного сигналу  $AX$  та власного шуму  $N_0$ . Елементами  $N$ -вимірних комплексних векторів  $Z$ ,  $X$  і  $N_0$  є відповідні сигнали (комплексні огибаючі) в  $N$  елементах решітки.

Вектор  $X$ , який представляє фазовий розподіл поля в розкритті антенної решітки, нормований таким чином, що модулі його елементів дорівнюють 1. Амплітудний розподіл поля в отворі вважається рівномірним,  $A$  — амплітуда сигналу (скаляр, у загальному випадку — комплексний). Щоб підкреслити залежність вектора  $X$  від невідомих кутових координат  $u, v$  пеленгованої цілі, які можуть бути об'єднані в двокомпонентний вектор

$$w = (u, v)^T \quad (2.1)$$

де  $(\cdot)^T$  — знак транспонування, будемо використовувати позначення  $X(w)$ .

Власні шуми елементів решітки (квадратурні складові елементів вектора  $N_0$ ) вважатимемо незалежними між собою та з корисним сигналом, розподіленими за нормальним законом із нульовими середніми значеннями та однаковою потужністю  $\sigma_0^2$  (дисперсія квадратурних складових комплексної огибаючої).

Таким чином

$$Z = AX(w) + N_0; \quad E(Z) = AX(w); \quad R = \sigma_0^2 I; \quad R^{-1} = \frac{I}{\sigma_0^2} \quad (2.2)$$

де  $R = 0,5E(N_0 N_0^H)$  — кореляційна матриця шумів;  $E(\cdot)$  — знак математичного сподівання;  $(\cdot)^H$  — знак ермітового спряження (транспонування та комплексне спряження);  $I$  — одинична матриця (у цьому випадку розміром  $N \times N$ ).

Завдання полягає в отриманні оцінки вектора  $w$  за (2.1) (його елементів  $u, v$ ) за відомим (отриманим з вимірювань) вектором  $Z$  вхідних сигналів решітки. Оцінку вектора  $w$  шукатимемо як оцінку максимальної правдоподібності.

Функція правдоподібності вибірки вхідного сигналу в певний момент часу (багатовимірний комплексний нормальний розподіл елементів вектора  $Z$ ) з урахуванням (2.2) має вигляд

$$L_Z = \frac{1}{(2\pi\sigma_0^2)^N} \exp(-(Z - AX(w))^H (Z - AX(w)) / (2\sigma_0^2)) \quad (2.3)$$

Максимізація функції правдоподібності  $L_Z$  є, очевидно, еквівалентною мінімізації величини

$$L_1 = (Z - AX(w))^H (Z - AX(w)) = \|Z - AX(w)\|^2, \quad (2.4)$$

де  $\|\cdot\|$  — евклідова норма вектора, причому мінімізація повинна виконуватись за невідомими параметрами  $w$  та  $A$ .

Почнемо з другої з цих задач, тобто з мінімізації величини  $L_1$  за параметром  $A$ , яка є типовою задачею найменших квадратів. Дійсно, остання формулюється як задача знаходження  $n$ -вимірного вектора  $Y$ , що мінімізує евклідову довжину вектора  $BY - C$ , де  $C$  — вектор розміром  $n$ , а  $B$  — матриця розміром  $m \times n$  ( $m > n$ ), яка має повний ранг за стовпцями. Розв'язок цієї задачі має вигляд

$$\hat{Y} = B^+ C = (B^H B)^{-1} B^H C,$$

де  $B^+$  — матриця, псевдообернена до  $B$ . У нашому випадку в ролі матриці  $B$  виступає вектор  $X(w)$ , в ролі вектора  $Y$  — скаляр  $A$ , у ролі вектора  $C$  — вектор  $Z$ , тобто значення параметра  $A$ , що мінімізує величину  $L_1$ , з урахуванням вищезгаданої нормалізації вектора  $X(w)$ , дорівнює  $\hat{A} = X^H(w)Z/N$ .

Підставляючи цю оцінку замість  $A$  у рівність (2.4), перепишемо останнє у вигляді:

$$L_1 = \left\| Z - \frac{X^H(w)Z}{N} X(w) \right\|^2 = Z^H Z - \frac{|X^H(w)Z|^2}{N}. \quad (2.5)$$

Перейдемо до першої задачі — мінімізації величини  $L_1$  за параметром  $w$ . З рівності (2.5) випливає, що мінімізація за  $w$  величини  $L_1$  еквівалентна максимізації за  $w$  величини  $L_2$ , яка дорівнює

$$L_2 = |X^H(w)Z|^2. \quad (2.6)$$

З урахуванням монотонності функції логарифма, замість максимізації  $L_2$  за (2.6), можна шукати максимум по  $w$  функції.

$$L_3 = L_3(w) = \ln|X^H(w)Z|^2. \quad (2.7)$$

Припускаючи, що максимум  $L_3$  має місце при  $w = \hat{w}$  і що напрямок  $\hat{w} = (\hat{u}, \hat{v})^T$  близький до напрямку  $w_0 = (u_0, v_0)^T$  фазування решітки (тобто до напрямку максимуму діаграми спрямованості решітки), розкладемо похідну від функції  $L_3$  по (2.7) в околі  $\hat{w}$  в ряд Тейлора, обмежуючись двома членами (верхній індекс у дужках означає похідну за відповідним аргументом):

$$\begin{pmatrix} L_3^{(u)} \\ L_3^{(v)} \end{pmatrix}_{u_0, v_0} = \begin{pmatrix} L_3^{(u)} \\ L_3^{(v)} \end{pmatrix}_{\hat{u}, \hat{v}} + \begin{pmatrix} L_3^{(uu)} & L_3^{(uv)} \\ L_3^{(vu)} & L_3^{(vv)} \end{pmatrix}_{\hat{u}, \hat{v}} \begin{pmatrix} u_0 - \hat{u} \\ v_0 - \hat{v} \end{pmatrix}. \quad (2.8)$$

Оскільки в точці екстремуму (максимуму) перші похідні від  $L_3$  дорівнюють нулю, із (2.8) отримаємо:

$$\begin{pmatrix} \hat{u} \\ \hat{v} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_0 \\ v_0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} L_3^{(uu)} & L_3^{(uv)} \\ L_3^{(vu)} & L_3^{(vv)} \end{pmatrix}_{\hat{u}, \hat{v}}^{-1} \begin{pmatrix} L_3^{(u)} \\ L_3^{(v)} \end{pmatrix}_{u_0, v_0}. \quad (2.9)$$

Для першої похідної від  $L_3$  по змінній  $u$ , опускаючи аргумент  $w_0$  у вектора  $X$ , із (2.7) знаходимо

$$L_3^{(u)} = (\ln(X^H Z Z^H X))^{(u)} = \frac{X^{(u)H} Z Z^H X + X^H Z Z^H X^{(u)}}{X^H Z Z^H X}. \quad (2.10)$$

Вводячи позначення

$$X^{(u)H} Z = \rho_1 \exp(j\varphi_1), \quad Z^H X = \rho_2 \exp(j\varphi_2),$$

$$\rho = \frac{\rho_1}{\rho_2}, \quad \varphi = \varphi_1 + \varphi_2,$$

Перетворимо вираз (2.10) до вигляду

$$\begin{aligned} L_3^{(u)} &= \frac{\rho_1 \exp(j\varphi_1) \rho_2 \exp(j\varphi_2) + \rho_2 \exp(-j\varphi_2) \rho_1 \exp(-j\varphi_1)}{\rho_2 \exp(j\varphi_2) \rho_2 \exp(-j\varphi_2)} = \\ &= \rho (\exp(j\varphi) + \exp(-j\varphi)) = \rho 2 \operatorname{Re}(\exp(j\varphi)) = \\ &= 2 \operatorname{Re} \left( \frac{\rho_1 \exp(j\varphi_1)}{\rho_2 \exp(j\varphi_2)} \right) = 2 \operatorname{Re} \left( \frac{X^{(u)H} Z}{X^H Z} \right), \end{aligned}$$

де  $\operatorname{Re}(\cdot)$  – дійсна частина числа. Тому остаточно для першої похідної від  $L_3$  по  $u$  і аналогічно для першої похідної від  $L_3$  по  $v$  маємо:

$$L_3^{(u)} = 2 \operatorname{Re} \left( \frac{X^{(u)H} Z}{X^H Z} \right), \quad L_3^{(v)} = 2 \operatorname{Re} \left( \frac{X^{(v)H} Z}{X^H Z} \right), \quad (2.11)$$

причому похідні від  $L_3$ , відповідно до (2.8) та (2.9), беруться для напрямку  $w = w_0$ .

Другі похідні та змішані другі похідні від  $L_3$  мають обчислюватися для невідомого напрямку  $\hat{w}$ . Враховуючи, що для цього напрямку, як вже зазначалося, перші похідні від  $L_3$  дорівнюють нулю, виходячи з (2.10) та аналогічного виразу для  $\hat{w}$ , із заміною після диференціювання вектора  $Z$  його математичним сподіванням відповідно до другого з рівнянь (2.2), отримуємо:

$$L_3^{(vv)} = (X^H X^{(vv)} + X^{(vv)H} X + \frac{2|X^H X^{(v)}|}{X^H X}) / X^H X$$

$$L_3^{(vu)} = (X^H X^{(vu)} + X^{(vu)H} X + \frac{2|X^H X^{(v)}|}{X^H X}) / X^H X \quad (2.12)$$

$$L_3^{(uv)} = (X^H X^{(uv)} + X^{(uv)H} X + \frac{X^H X^{(v)} X^{(u)H} X + X^H X^{(u)} X^{(v)H} X}{X^H X}) / X^H X$$

$$L_3^{(vu)} = (X^H X^{(vu)} + X^{(vu)H} X + \frac{X^H X^{(u)} X^{(v)H} X + X^H X^{(v)} X^{(u)H} X}{X^H X}) / X^H X \quad (2.13)$$

Для регулярної решітки скаляри  $X^H X^{(u)}$ ,  $X^H X^{(v)}$ ,  $X^H X^{(uv)}$  і  $X^H X^{(vu)}$  дорівнюють нулю:

$$X^H X^{(u)} = 0, X^H X^{(v)} = 0, X^H X^{(uv)} = 0 \text{ і } X^H X^{(vu)} = 0 \quad (2.14)$$

відповідно дорівнюють нулю і змішані другі похідні  $L_3^{(uv)}$ ,  $L_3^{(vu)}$  за (2.13). Тому матриця других похідних в (2.9) виявляється діагональною, що робить її обернення тривіальним. Введемо позначення:

$$\gamma_u = \frac{X^H X}{\text{Re}(X^H X^{(uu)})}, \quad \gamma_v = \frac{X^H X}{\text{Re}(X^H X^{(vv)})}, \quad (2.15)$$

причому величини  $\gamma_u$  і  $\gamma_v$  визначаються геометрією ґратки, із (2.9), (2.11) і (2.12), відновлюючи аргумент  $w_0$  у вектора  $X$  і його похідних, і отримуємо **алгоритм сумарно-різницевої пеленгації**:

$$\hat{\Delta}_u = \hat{u} - u_0 = -\gamma_u \text{Re} \left( \frac{X^{(u)H}(w_0)Z}{X^H(w_0)Z} \right),$$

$$\hat{\Delta}_v = \hat{v} - v_0 = -\gamma_v \text{Re} \left( \frac{X^{(v)H}(w_0)Z}{X^H(w_0)Z} \right). \quad (2.16)$$

де права частина рівнянь називається моноімпульсним відношенням, а знаменник дробів у правій частині рівнянь є сигналом на виході сумарного променя, чисельник — сигнал на виході різницевого променя (відповідно азимутального або кута місця). Останнє твердження, що стосується сигналу різницевого променя, можливо, поки здається не зовсім очевидним, але воно

стане зрозумілішим після розгляду конкретної схеми — регулярної прямокутної решітки.

Вектори  $X^{(u)H}(w_0)$ ,  $X^{(v)H}(w_0)$  і  $X^H(w_0)$  що входять у чисельник і знаменник дроби в рівняннях (2.16), виконують роль векторів фазування, які визначають характер просторової обробки вхідного вектора сигналу  $Z$ . При обчисленні векторів других похідних  $X^{(uu)}$  і  $X^{(vv)}$ , що входять у рівняння (2.15), будемо вважати їх слабо залежними від напрямку в околі рівносигнального напрямку та обчислювати для останнього, тобто для напрямку  $w_0$  [9].

## 2.2 Сумарно-різницева пеленгація в регулярній прямокутній ФАР

Конкретизуємо отримані в попередньому розділі результати для регулярної прямокутної решітки за умови, що крок розміщення випромінювачів по рядку та по стовпцю дорівнює половині довжини хвилі. На додаток до введених позначень  $d_x$  і  $d_y$  для кроку встановлення випромінювачів по рядку та стовпцю, визначимо наступні:

$N_x$  — кількість випромінювачів у рядку (тобто кількість стовпців решітки);

$n_x = 1, \dots, N_x$  — порядковий номер випромінювача в рядку (нумерація зліва направо, якщо дивитись на решітку «зсередини»);

$N_y$  — кількість випромінювачів у стовпці (тобто кількість рядків решітки);

$n_y = 1, \dots, N_y$  — порядковий номер випромінювача в стовпці (нумерація згори донизу);

$N = N_x * N_y$  — загальна кількість випромінювачів у решітці;

$n = 1, \dots, N$  — загальний порядковий номер випромінювача у решітці (вважаючи, що загальна нумерація ведеться спочатку по випромінювачах у стовпці, а потім — по стовпцях; таким чином,  $n = n_y + (n_x - 1)N_y$ ).

Для спрощення розгляду значення  $N_x$  та  $N_y$  вважатимемо парними. Це обмеження не впливає на остаточні результати, але суттєво спрощує формули в проміжних викладах. Для кількісних розрахунків приймаємо  $N_x = 12$ ,  $N_y = 8$ .

Розглядувану решітку будемо вважати ідеалізованою — без амплітудно-фазових помилок трактів і без відмов; шуми — нульовими, а амплітуда  $A$  сигналу — рівною одиниці, так що, відповідно до (1.2),  $Z = X$ . Припущення  $A = 1$  не зменшує загальності результатів, оскільки множник  $A$  скорочується в остаточних виразах (2.16).

Вектори  $Z$  і  $X$  розглядатимемо на виході схеми фазування, причому остання також вважається ідеалізованою (без дискретності фазообертачів). У цьому випадку всі елементи  $N$ -елементного вектора  $X$  для напрямку  $w_0$  дорівнюють 1.

$$X_0 = X(w_0) = (1, 1, \dots, 1)^T = \{1\}, \quad (2.17)$$

де  $\{\cdot\}$  — загальний вираз для елемента вектора.

Для вектора  $Z$ , що відповідає загальному (поточному) напрямку  $w$ , при відліку фазових набігів від центра решітки, аналогічно можна записати:

$$\begin{aligned} Z(w) &= \{z_n\}, \quad n = 1, \dots, N; \quad z_n = \exp(j\varphi_n); \quad \varphi_n = \varphi_x + \varphi_y; \\ \varphi_x &= -\left(n_x - \frac{N_x+1}{2}\right) \Delta\varphi_x, \quad \varphi_y = -\left(n_y - \frac{N_y+1}{2}\right) \Delta\varphi_y; \end{aligned} \quad (2.18)$$

$$\Delta\varphi_x = 2\pi \frac{d_x}{\lambda} u, \quad \Delta\varphi_y = 2\pi \frac{d_y}{\lambda} v.$$

При  $d_x = \lambda/2$ ,  $d_y = \lambda/2$  отримаємо:

$$\begin{aligned} \Delta\varphi_x &= \pi u, \quad \Delta\varphi_y = \pi v; \\ \varphi_n &= \left(n_y - \frac{N_y+1}{2}\right) \pi v - \left(n_x - \frac{N_x+1}{2}\right) \pi u. \end{aligned} \quad (2.19)$$

В (2.18), (2.19) використано наступні позначення:  $\varphi_x$  — набіг фази по рядку;  $\varphi_y$  — набіг фази по стовпцю;  $\Delta\varphi_x$ ,  $\Delta\varphi_y$  — відповідні набіги фаз на крок встановлення випромінювачів;  $\lambda$  — довжина хвилі.

Кутові координати  $u$ ,  $v$  відраховуються від напрямку фазування, тобто від рівносигнального напрямку. Знаки набігів фаз враховують обумовлені напрямки нумерації випромінювачів  $n_x$ ,  $n_y$  і позитивні напрямки відліку кутових координат.

Послідовність елементів вектора  $Z$  відповідає послідовності наскрізної нумерації елементів двовимірної решітки.

При розрахунку похідних, що входять до (2.12)–(2.16), будемо виходити з виразу для вектора  $X$ , що відповідає загальному (поточному) напрямку  $w$ :

$$X = X(w) = \left\{ \exp j \left( \left( n_y - \frac{N_y+1}{2} \right) \pi v - \left( n_x - \frac{N_x+1}{2} \right) \pi u \right) \right\}. \quad (2.20)$$

Тоді для шуканих похідних у загальному випадку отримуємо наступні вирази

$$\begin{aligned} X^{(u)} &= \left\{ -j \left( n_x - \frac{N_x+1}{2} \right) \pi \exp j \left( \left( n_y - \frac{N_y+1}{2} \right) \pi v - \left( n_x - \frac{N_x+1}{2} \right) \pi u \right) \right\}, \\ X^{(v)} &= \left\{ -j \left( n_y - \frac{N_y+1}{2} \right) \pi \exp j \left( \left( n_y - \frac{N_y+1}{2} \right) \pi v - \left( n_x - \frac{N_x+1}{2} \right) \pi u \right) \right\}, \\ X^{(uu)} &= \left\{ - \left( n_x - \frac{N_x+1}{2} \right)^2 \pi^2 \exp j \left( \left( n_y - \frac{N_y+1}{2} \right) \pi v - \left( n_x - \frac{N_x+1}{2} \right) \pi u \right) \right\}, \\ X^{(vv)} &= \left\{ - \left( n_y - \frac{N_y+1}{2} \right)^2 \pi^2 \exp j \left( \left( n_y - \frac{N_y+1}{2} \right) \pi v - \left( n_x - \frac{N_x+1}{2} \right) \pi u \right) \right\}, \\ X^{(uv)} &= X^{(vu)} = \left\{ \left( n_x - \frac{N_x+1}{2} \right) \left( n_y - \frac{N_y+1}{2} \right) \pi^2 \times \exp j \left( \left( n_y - \frac{N_y+1}{2} \right) \pi v - \right. \right. \\ &\left. \left. - \left( n_x - \frac{N_x+1}{2} \right) \pi u \right) \right\}. \end{aligned} \quad (2.21)$$

Для напрямку  $w = w_0$ , де  $u_0 = 0$ ,  $v_0 = 0$ , із (2.21) безпосередньо випливає:

$$\begin{aligned} X^{(u)}(w_0) &= \left\{ -j \left( n_x - \frac{N_x+1}{2} \right) \pi \right\}, \\ X^{(v)}(w_0) &= \left\{ j \left( n_y - \frac{N_y+1}{2} \right) \pi \right\}, \\ X^{(uu)}(w_0) &= \left\{ - \left( n_x - \frac{N_x+1}{2} \right)^2 \pi^2 \right\}, \\ X^{(vv)}(w_0) &= \left\{ - \left( n_y - \frac{N_y+1}{2} \right)^2 \pi^2 \right\}, \\ X^{(uv)} &= X^{(vu)} = \left\{ \left( n_x - \frac{N_x+1}{2} \right) \left( n_y - \frac{N_y+1}{2} \right) \pi^2 \right\}, \end{aligned} \quad (2.22)$$

Запишемо у скалярному вигляді вирази для скалярних добутоків (2.14), враховуючи (2.17):

$$\begin{aligned} X^H(w_0)X^{(u)}(w_0) &= -j \sum_{n_y=1}^{N_y} \sum_{n_x=1}^{N_x} \left( n_x - \frac{N_x+1}{2} \right) \pi, \\ X^H(w_0)X^{(v)}(w_0) &= -j \sum_{n_x=1}^{N_x} \sum_{n_y=1}^{N_y} \left( n_y - \frac{N_y+1}{2} \right) \pi, \\ X^H(w_0)X^{(uv)}(w_0) &= X^H(w_0)X^{(vu)}(w_0) = \end{aligned} \quad (2.23)$$

$$= \pi^2 \sum_{n_y=1}^{N_y} \left( n_y - \frac{N_y+1}{2} \right) \sum_{n_x=1}^{N_x} \left( n_x - \frac{N_x+1}{2} \right).$$

Усі ці величини справді дорівнюють нулю, оскільки кожна сума містить однакову кількість відповідно рівних за модулем додатних і від'ємних доданків.

Перш ніж записати аналогічні вирази для скалярних добутків, що входять у формули (2.15), розглянемо допоміжну суму з відповідними її перетвореннями ( $K$  — парне):

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^K \left( k - \frac{K+1}{2} \right)^2 &= 2 \sum_{k=K/2+1}^K \left( k - \frac{K+1}{2} \right)^2 = \\ &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{K/2} (2k-1)^2 = \frac{K(K^2-1)}{12}. \end{aligned} \quad (2.24)$$

На останньому етапі перетворень використана відома формула для суми квадратів непарних членів натурального ряду чисел:

$$1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2m-1)^2 = m(4m-1)^2/3.$$

Тепер запишемо вирази для решти скалярних добутків, враховуючи (2.17) і (2.24):

$$\begin{aligned} X^H(w_0)X(w_0) &= N = N_x N_y, \\ X^H(w_0)X^{(uu)}(w_0) &= -\pi^2 \sum_{n_y=1}^{N_y} \sum_{n_x=1}^{N_x} \left( n_x - \frac{N_x+1}{2} \right)^2 = \frac{\pi^2 N_y N_x (N_x^2-1)}{12}, \\ X^H(w_0)X^{(vv)}(w_0) &= -\pi^2 \sum_{n_y=1}^{N_y} \sum_{n_x=1}^{N_x} \left( n_y - \frac{N_y+1}{2} \right)^2 = \frac{\pi^2 N_y N_x (N_y^2-1)}{12}. \end{aligned} \quad (2.25)$$

Нарешті, відповідно до (2.15)–(2.19), (2.22) та (2.25), отримаємо **остаточні робочі формули алгоритму сумарно-різницевої пеленгації**:

$$\begin{aligned} \hat{\Delta}_u &= \frac{12}{\pi(N_x^2-1)} \operatorname{Re} \left( \frac{j \sum_{n_y=1}^{N_y} \sum_{n_x=1}^{N_x} z_{n_y+(n_x-1)N_y} \left( n_x - \frac{N_x+1}{2} \right)}{\sum_{n_y=1}^{N_y} \sum_{n_x=1}^{N_x} z_{n_y+(n_x-1)N_y}} \right), \\ \hat{\Delta}_v &= \frac{12}{\pi(N_y^2-1)} \operatorname{Re} \left( \frac{j \sum_{n_x=1}^{N_x} \sum_{n_y=1}^{N_y} z_{n_y+(n_x-1)N_y} \left( n_y - \frac{N_y+1}{2} \right)}{\sum_{n_y=1}^{N_y} \sum_{n_x=1}^{N_x} z_{n_y+(n_x-1)N_y}} \right). \end{aligned} \quad (2.26)$$

На рис. 2–4 наведені графіки, що ілюструють форму діаграм спрямованості сумарного (рис. 2) і різницевих (рис. 3) променів, а також моноімпульсного відношення (рис. 4), у функції кутових координат  $u$ ,  $v$ , що відраховуються від рівносигнального напрямку, для ідеалізованої решітки, коли вектор  $Z$  визначається рівностями (2.18), (2.19).

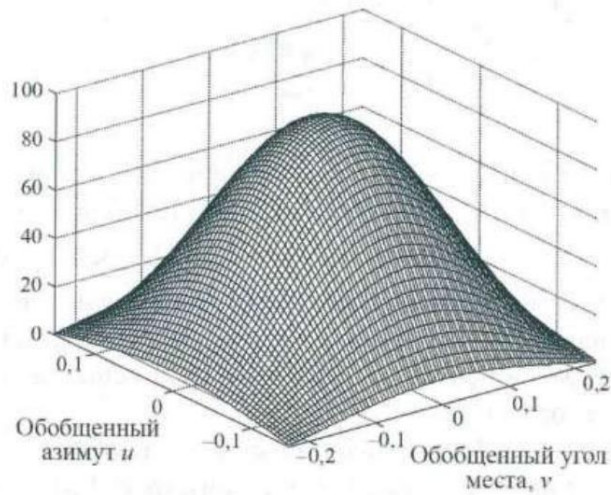


Рисунок 2 - Ненормована діаграма спрямованості сумарного променя

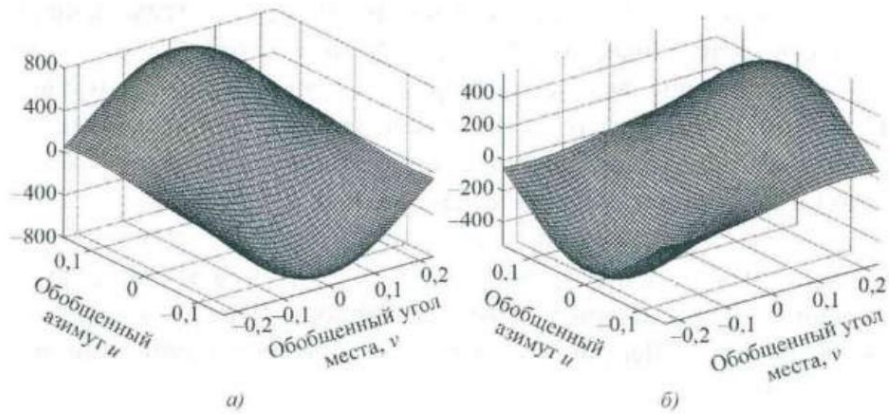


Рисунок 3 - Ненормовані діаграми спрямованості різницевих променів: а – за координатою  $u$ ; б – за координатою  $v$

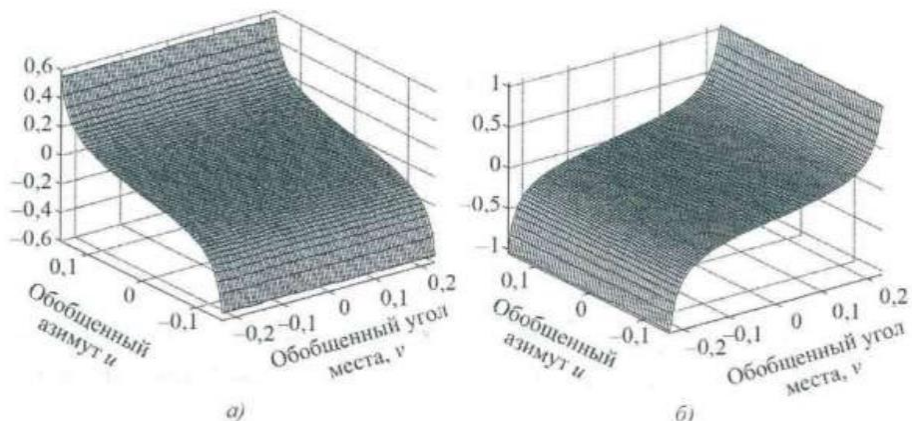


Рисунок 4 - Нормовані моноімпульсні відношення за (2.26): а – за координатою  $u$ ; б – за координатою  $v$

Ми бачимо, що діаграми спрямованості різницевих променів являють собою поверхні подвійної кривизни, випуклі вгору в позитивній частині і увігнуті вниз у негативній, а поверхні моноімпульсного відношення (пеленгаційного рельєфу) мають кривизну тільки по одній з координат — відповідно  $u$  або  $v$ [9].

Першою реалізацією системи моноімпульсної пеленгації, що базувалася на порівнянні сумарного ( $\Sigma$ ) та різницевого ( $\Delta$ ) сигналів, стала схема, запропонована Пейджем у Дослідницькій лабораторії Військово-морського флоту.

Система Пейджа реалізує метод моноімпульсної радіолокації шляхом порівняння сумарного ( $\Sigma$ ) та різницевого ( $\Delta$ ) сигналів, що формуються з прийнятих антенами сигналів. Незалежно від того, чи використовуються амплітудно- або фазочутливі антени, різницевий сигнал є непарною функцією кута відхилення від осі, тоді як сумарний — парною. Це дозволяє точно визначати напрямок на ціль за допомогою співвідношення  $\Delta/\Sigma$ .

Функціональна блок-схема цієї системи зображена на рисунку 5.

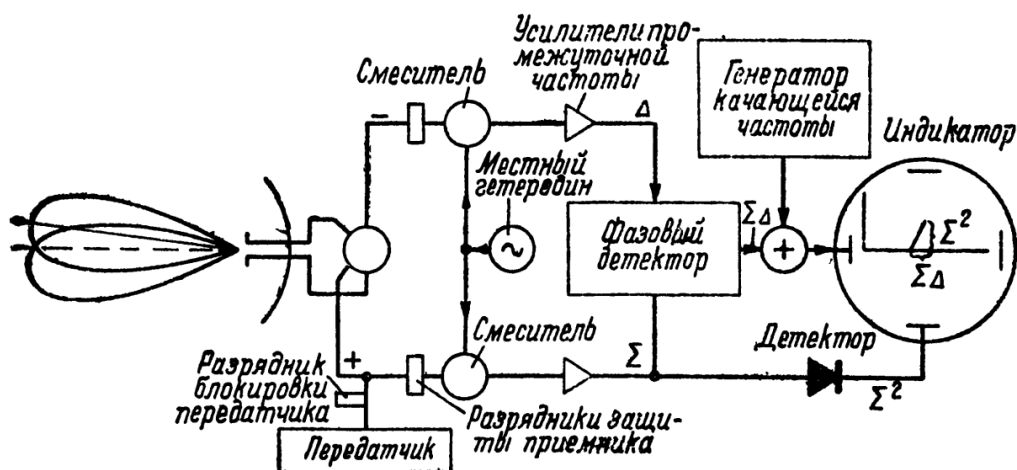


Рисунок 5 - Схема Пейджа моноімпульсної радіолокаційної системи з порівнянням сумарного і різницевого сигналів та з перемиканням антени між прийомом і передачею

Система успішно пройшла випробування у 1947–48 роках і стала однією з перших ефективних реалізацій методу сумарно-різницевої пеленгації[8].

### 3 АМПЛІТУДНА ПЕЛЕНГАЦІЯ

#### 3.1 Класифікація пеленгаційних зв'язок

Сукупність п'яти променів, що використовуються для пеленгації, називатимемо пеленгаційною зв'язкою (трояндою); центральний промінь, розташований посередині зв'язки, — центральним, а зміщені відносно центрального промені — парціальними променями пеленгаційної зв'язки.

Якщо парціальні промені в одній парі зміщені відносно центрального на однакову величину вліво і вправо (за азимутом — горизонтальна пара), а в іншій — також на однакову величину вгору і вниз (за кутом місця — вертикальна пара), то така пеленгаційна зв'язка називається прямою (рис. 6,а). Якщо всі парціальні промені зміщені як за азимутом, так і за кутом місця, причому одна пара зміщена на однакову величину вгору, а інша — на таку ж величину вниз, і одна пара — на однакову величину вліво, а інша — настільки ж вправо, то така зв'язка називається косою (рис. 6,б).

Якщо для пеленгації використовується одна зі зв'язок, показаних на рис. 6, коли для визначення кутових координат використовуються амплітуди сигналів з виходів променів зв'язки, то йдеться про амплітудний метод моноімпульсної пеленгації. Характерною ознакою амплітудного методу є використання п'ятипроменевої (або щонайменше чотирипроменевої) пеленгаційної зв'язки[9].

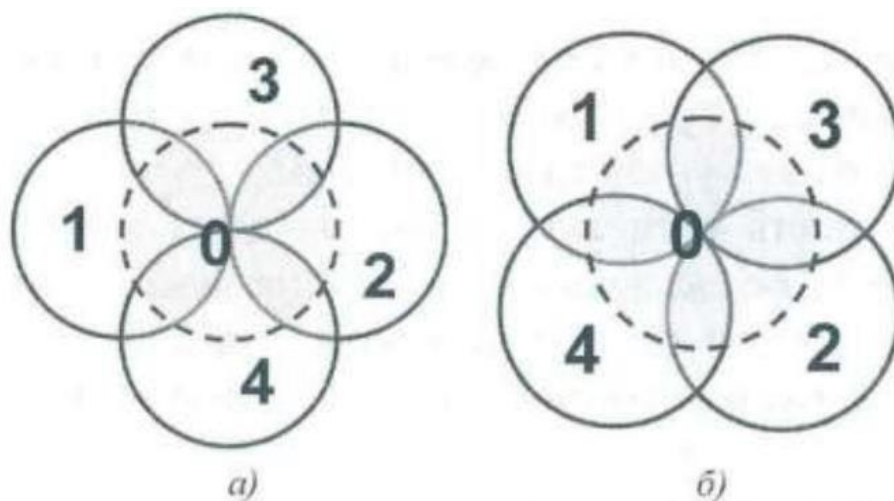


Рисунок 6 - Варіанти п'ятипроменевої пеленгаційної зв'язки:

а – пряма зв'язка; б – коса зв'язка

### 3.2 Пряма пеленгаційна зв'язка

У випадку амплітудної пеленгації з прямою зв'язкою замість рівностей (2.16) слід, очевидно, записати:

$$\begin{aligned}\hat{\Delta}_u &= \gamma'_u \operatorname{Re} \left( \frac{X_u^H(w_0)Z}{X^H(w_0)Z} \right), \\ \hat{\Delta}_v &= \gamma'_v \operatorname{Re} \left( \frac{X_v^H(w_0)Z}{X^H(w_0)Z} \right),\end{aligned}\quad (3.1)$$

Де  $X_u(w_0)$  і  $X_v(w_0)$  — вектори амплітудно-фазового розподілу поля в розкритті решітки для псевдорізницевих променів за координатами  $u$  та  $v$ , що формуються як різниці відповідних парціальних променів.

Відповідно до цього вектори  $X_u$  і  $X_v$ , у свою чергу, згідно з рис. 6,а, дорівнюють:

$$\begin{aligned}X_u &= X_u(w_0) = X_2 - X_1 = X(w_2) - X(w_1), \\ X_v &= X_v(w_0) = X_3 - X_4 = X(w_3) - X(w_4),\end{aligned}\quad (3.2)$$

де напрямки  $w_1$  і  $w_2$  зміщені відносно  $w_0$  відповідно вліво і вправо на величину  $\delta_{u1}$ , а  $w_3$  і  $w_4$  — вгору і вниз на величину  $\delta_{v1}$ .

Значення нормувальних множників  $\gamma'_u, \gamma'_v$  повинні визначатися, виходячи зі зручності використання отримуваних уточнень координат  $\Delta_u, \Delta_v$ .

Для векторів, що входять у (3.2), за аналогією з (2.18), можемо записати:

$$\begin{aligned}X_1 &= \left\{ \exp j \left( - \left( n_x - \frac{N_x+1}{2} \right) \pi \delta_{u1} \right) \right\}, \\ X_2 &= \left\{ \exp j \left( \left( n_x - \frac{N_x+1}{2} \right) \pi \delta_{u1} \right) \right\}, \\ X_3 &= \left\{ \exp j \left( \left( n_y - \frac{N_y+1}{2} \right) \pi \delta_{v1} \right) \right\}, \\ X_4 &= \left\{ \exp j \left( - \left( n_y - \frac{N_y+1}{2} \right) \pi \delta_{v1} \right) \right\}, \\ X_u &= X_2 - X_1 = \left\{ 2j \sin \left( \left( n_x - \frac{N_x+1}{2} \right) \pi \delta_{u1} \right) \right\}, \\ X_v &= X_3 - X_4 = \left\{ 2j \sin \left( \left( n_y - \frac{N_y+1}{2} \right) \pi \delta_{v1} \right) \right\},\end{aligned}\quad (3.3)$$

Тоді, відповідно до (3.1), (3.3) та за аналогією з (2.26), остаточно отримаємо:

$$\hat{\Delta}_u = \gamma'_u \operatorname{Re} \left( \frac{-2j \sum_{n_y=1}^{N_y} \sum_{n_x=1}^{N_x} z_{n_y+(n_x-1)N_y} \sin \left( \left( n_x - \frac{N_x+1}{2} \right) \pi \delta_{u1} \right)}{\sum_{n_x=1}^{N_x} \sum_{n_y=1}^{N_y} z_{n_y+(n_x-1)N_y}} \right),$$

$$\hat{\Delta}_v = \gamma'_v Re \left( \frac{-2j \sum_{n_x=1}^{N_x} \sum_{n_y=1}^{N_y} z_{n_y+(n_x-1)N_y} \sin \left( \left( n_y - \frac{N_y+1}{2} \right) \pi \delta_{v1} \right)}{\sum_{n_x=1}^{N_x} \sum_{n_y=1}^{N_y} z_{n_y+(n_x-1)N_y}} \right). \quad (3.4)$$

На рис. 7 і 8 наведено графіки діаграм направленості псевдорізницевих променів і моноімпульсних відношень, аналогічні рис. 7 і 8. Графік діаграми направленості сумарного променя не подається, оскільки він не відрізняється від відповідного для сумарно-різницевого пеленгування.

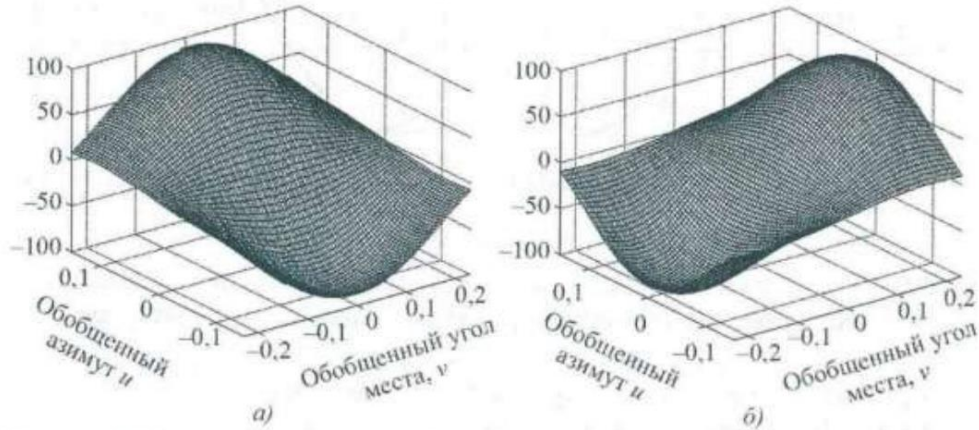


Рисунок 7 - Ненормовані діаграми спрямованості псевдорізницевих променів:

а – за координатою  $u$ ; б – за координатою  $v$

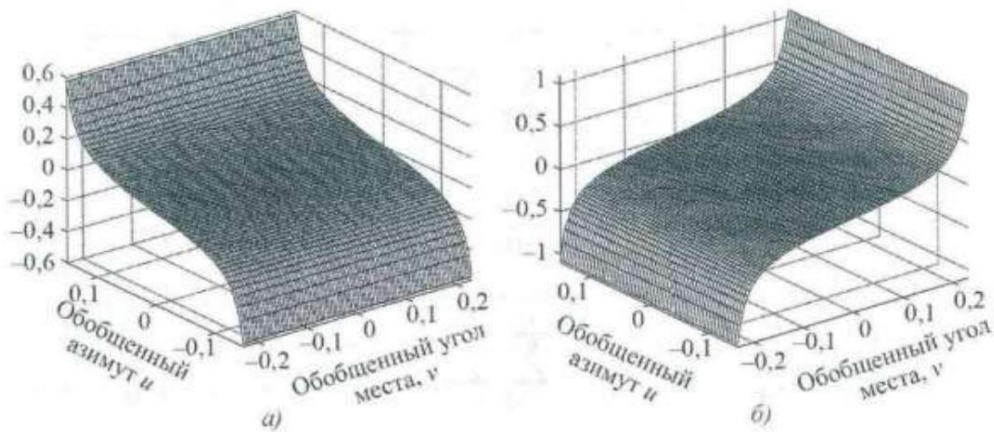


Рисунок 8 - Нормовані моноімпульсні відношення за (3.4): а – за координатою

$u$ ; б – за координатою  $v$

Графіки побудовані для наступних значень констант:

$$\delta_{u1} = 0.07417; \quad \delta_{v1} = 0.11125; \quad \gamma'_u = 0,070; \quad \gamma'_v = 0.105.$$

З наведених результатів видно, що, незважаючи на суттєву відмінність формул (2.26) і (3.4) та відповідних їм ненормованих діаграм спрямованості

різницевих і псевдо-різницевих променів, нормовані моноімпульсні відношення для сумарно-різницевої пеленгації та амплітудної пеленгації в прямій зв'язці дуже близькі[9].

### 3.3 Коса пеленгаційна зв'язка

У випадку амплітудної пеленгації з косою зв'язкою аналогічно до (3.1) запишемо:

$$\begin{aligned}\hat{\Delta}_u &= \gamma_u'' Re \left( \frac{X_u'^H(w_0)Z}{X^H(w_0)Z} \right), \\ \hat{\Delta}_v &= \gamma_v'' Re \left( \frac{X_v'^H(w_0)Z}{X^H(w_0)Z} \right),\end{aligned}\quad (3.5)$$

де  $X_u'^H$  та  $X_v'^H$  — вектори амплітудно-фазового розподілу поля у розкритті решітки для псевдорізницевих променів за координатами  $u$  та  $v$ , які формуються в даному випадку, відповідно до рис. 6,б, більш складним чином:

$$\begin{aligned}X'_u &= X'_u(w_0) = X'_2 - X'_1, \\ X'_v &= X'_v(w_0) = X'_2 - X'_1, \\ X'_1 &= (X_1 + X_4)/2 = (X(w_1) + X(w_4))/2, \\ X'_2 &= (X_2 + X_3)/2 = (X(w_2) + X(w_3))/2, \\ X'_3 &= (X_1 + X_3)/2 = (X(w_1) + X(w_3))/2, \\ X'_4 &= (X_2 + X_4)/2 = (X(w_2) + X(w_4))/2.\end{aligned}\quad (3.6)$$

Напрямки  $w_1, w_2, w_3$  і  $w_4$  зміщені відносно  $w_0$  вліво чи вправо та вгору чи вниз відповідно на величини  $\delta_{u2}$  та  $\delta_{v2}$ ; значення нормуючих множників  $\gamma_u'', \gamma_v''$  визначаються аналогічно тому, як і у випадку прямої зв'язки.

Уточнимо отримані результати для регулярної прямокутної решітки. Ввівши тимчасові позначення

$$\begin{aligned}\alpha &= \left( n_x - \frac{N_x+1}{2} \right) \pi \delta_{u2}, \\ \beta &= \left( n_y - \frac{N_y+1}{2} \right) \pi \delta_{v2},\end{aligned}\quad (3.7)$$

перетворимо вираз для загального члена вектора  $X_1$  наступним чином:

$$\begin{aligned}X_1 &= \{ \exp j(-\alpha + \beta) \} = \{ \cos(-\alpha + \beta) + j \sin(-\alpha + \beta) \} = \\ &= \{ \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta + j(-\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta) \}.\end{aligned}$$

Виконуючи аналогічні перетворення для всіх векторів, що входять у (3.6), приходимо до таких результатів:

$$X'_u = \{2j \sin \alpha \cos \beta\}, \quad X'_v = \{2j \cos \alpha \sin \beta\}.$$

Підставляючи ці результати у (3.5) з урахуванням позначень (3.7), отримаємо остаточні вирази, аналогічні (3.4):

$$\hat{\Delta}_u = \gamma'_u \operatorname{Re} \left( \frac{-2j \sum_{n_y=1}^{N_y} \sum_{n_x=1}^{N_x} z_{n_y+(n_x-1)N_y} \sin\left(\left(n_x - \frac{N_x+1}{2}\right)\pi\delta_{u2}\right) \cos\left(\left(n_y - \frac{N_y+1}{2}\right)\pi\delta_{v2}\right)}{\sum_{n_x=1}^{N_x} \sum_{n_y=1}^{N_y} z_{n_y+(n_x-1)N_y}} \right),$$

$$\hat{\Delta}_v = \gamma'_v \operatorname{Re} \left( \frac{-2j \sum_{n_x=1}^{N_x} \sum_{n_y=1}^{N_y} z_{n_y+(n_x-1)N_y} \cos\left(\left(n_x - \frac{N_x+1}{2}\right)\pi\delta_{u2}\right) \sin\left(\left(n_y - \frac{N_y+1}{2}\right)\pi\delta_{v2}\right)}{\sum_{n_x=1}^{N_x} \sum_{n_y=1}^{N_y} z_{n_y+(n_x-1)N_y}} \right),$$

(3.8)

На рис. 9 та 10 наведено графіки діаграм спрямованості псевдорізницевих променів та моноімпульсних відношень, аналогічні графікам на рис. 7 та 8. Графік діаграми спрямованості сумарного променя, як і раніше, не відрізняється від такого для сумарно-різницевої пеленгації.

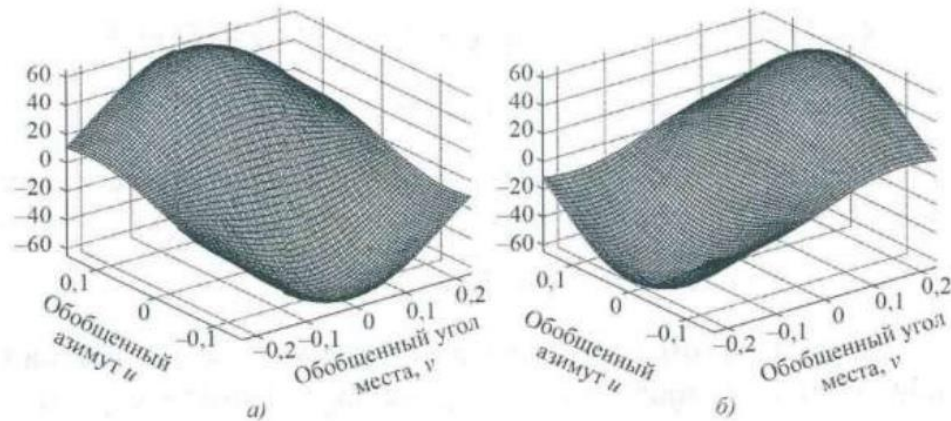


Рисунок 9 - Ненормовані діаграми спрямованості псевдорізницевих променів:

а – за координатою  $u$ ; б – за координатою  $v$

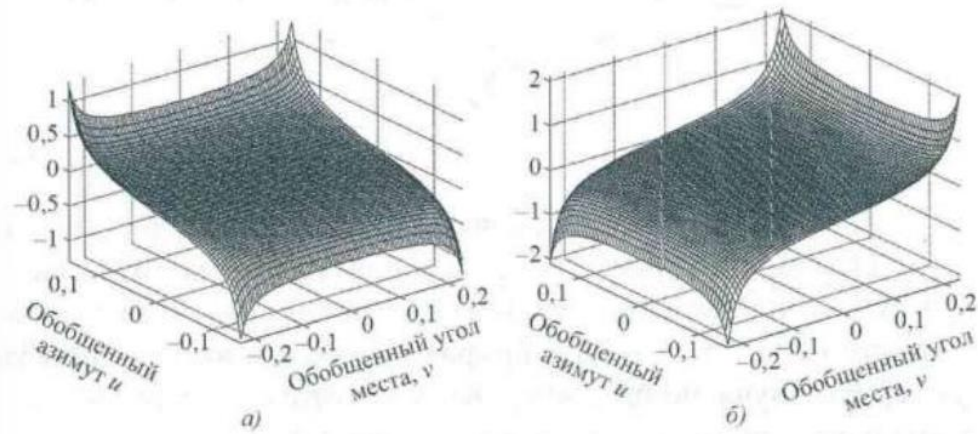


Рисунок 10 - Нормовані моноімпульсні відношення за (1.35):

а – за координатою  $u$ ; б – за координатою  $v$

Отримані результати показують, що, незважаючи на суттєву різницю між формулами (3.5) та (2.26) і відповідними їм нормованими моноімпульсними відношеннями для прямого і косого каналів (рис. 8 і 10), останні (моноімпульсні відношення) у центральній частині (поблизу рівносигнального напрямку) для прямого і косого каналів досить близькі між собою[9].

Першою реалізованою моноімпульсною системою з амплітудним порівнянням сигналів вважається радіолокатор, запропонований Соммерсом, який виконував супровід цілі в одній площині.

Кут приходу визначався за допомогою двох антен із головними пелюстками, спрямованими в протилежні боки відносно рівносигнального напрямку. Це досягалось боковим зміщенням дипольних опромінювачів у параболічному рефлекторі (рис. 11). Для уникнення перемикання між передачею і прийомом використовувалися окремі передавальна і приймальна антени, жорстко з'єднані для кутового супроводу.

Особливістю системи було використання одного приймального каналу. Інформація про кут містилася в відносній амплітуді сигналів із двох антенних променів. Щоб подати обидва імпульси в один тракт, один із них затримувався на тривалість імпульсу за допомогою 30-метрового хвилеводу. Це спрощувало конструкцію та зменшувало спотворення.

Після детектування імпульси порівнювались за амплітудою, що дозволяло отримати сигнал похибки для керування антеною. При цьому використовувався логарифмічний приймач, у якому різниця логарифмів амплітуд відповідала відношенню сигналів, забезпечуючи нормалізацію.

Недоліком була неможливість розділення цілей, якщо їх радіальна відстань менша за дві тривалості зондуючого імпульсу, оскільки сигнали перекривалися в одному каналі[8].

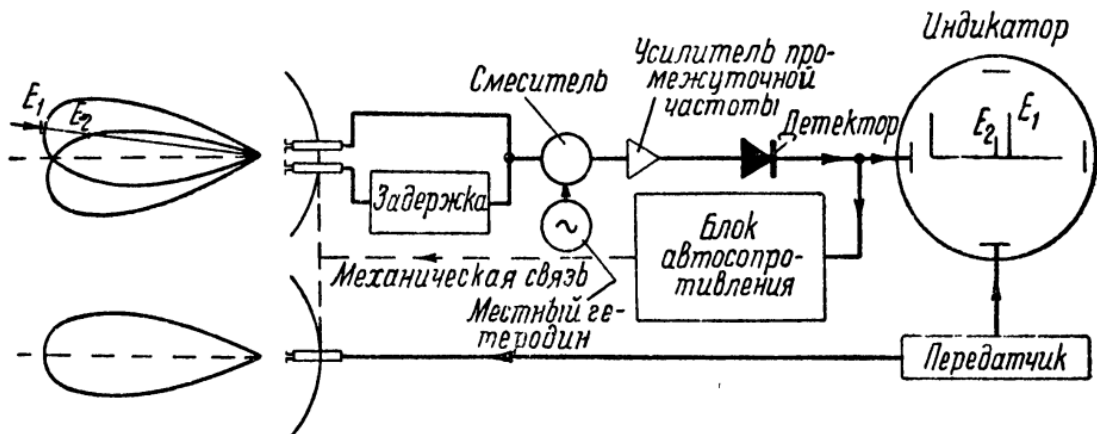


Рисунок 11 - Моноімпульсна радіолокаційна система супроводу з амплітудним порівнянням сигналів

## 4 ФАЗОВА ПЕЛЕНГАЦІЯ

Моноімпульсна система з фазовим порівнянням є одним із типів моноімпульсних систем, в якій для оцінки розташування цілі за азимутом та кутом місця використовуються сумарні та різницеві сигнали, отримані з антен.

За принципом оцінки кута розташування цілі ця система подібна до моноімпульсної системи з амплітудним порівнянням, однак має суттєві відмінності: у випадку амплітудного порівняння порівнюються сигнали з однаковою фазою, але різною амплітудою, тоді як у фазовому порівнянні — навпаки, сигнали з різних антен мають однакову амплітуду, але різну фазу. Саме цю різницю фаз використовують для визначення кута на ціль.

Рисунок 12 ілюструє застосування моноімпульсного алгоритму з використанням двох антен.

$$\begin{aligned} R_1^2 &= R^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2 - 2\frac{d}{2}R\cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = R^2 + \frac{d^2}{4} + dR\sin\theta \\ R_2^2 &= R^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2 - 2\frac{d}{2}R\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = R^2 + \frac{d^2}{4} - dR\sin\theta \end{aligned} \quad (4.1)$$

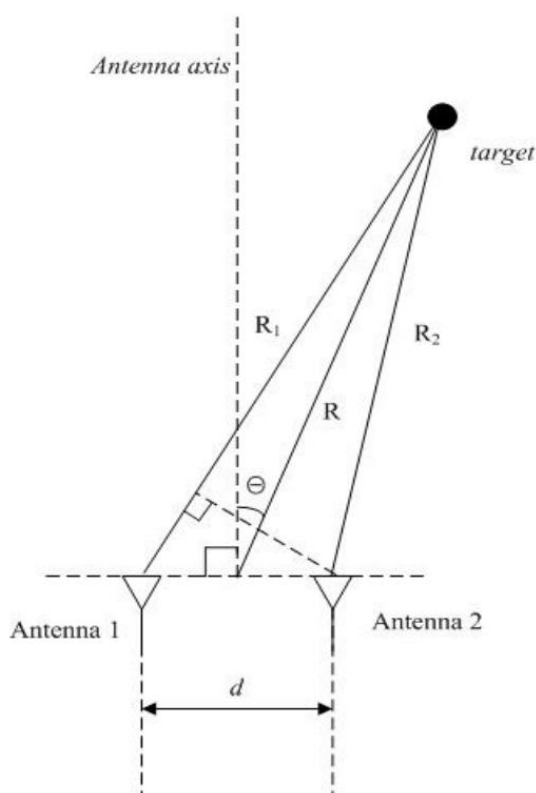


Рисунок 12 - Моноімпульсна антена з фазовим порівнянням

Використовуючи закон косинусів з рисунка 1, можна вивести рівняння, подібне до рівняння (4.1). Припустимо, що ціль розташована на відстані приблизно 100 м від антен. Оскільки міжантенна відстань вимірюється в сантиметрах, можна вважати, що  $d \ll R$ . Ігноруючи член  $\frac{d^2}{4}$  і застосовуючи попереднє припущення, можна наближено вивести рівняння (4.2) з рівняння (4.1), як показано нижче:

$$\begin{aligned} R_1 &\approx R \left( 1 + \frac{d}{2R} \sin \theta \right) \\ R_2 &\approx R \left( 1 - \frac{d}{2R} \sin \theta \right) \end{aligned} \quad (4.2)$$

Далі, різницю фаз сигналів, що надходять до двох приймальних антен від цілі, можна визначити за допомогою рівняння (4.3), використовуючи різницю між  $R_1$  і  $R_2$  (різниця шляхів):

$$\Phi = \frac{2\pi}{\lambda} (R_1 - R_2) = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta \quad (4.3)$$

тут  $\lambda$  — довжина хвилі, а  $\Phi$  означає різницю фаз сигналів, що надходять на кожну з антен.

Зазвичай кінцевий вихід моноімпульсної системи використовує відношення сумарного сигналу та різницевого сигналу, що називається моноімпульсним сигналом похибки. Отже, розрахунок виконується з використанням суми та різниці сигналів, що надходять до кожної антени, як показано у формулі (4.4):

$$\begin{aligned} \Sigma &= S_1 + S_2 + n_1 + n_2 \\ \Delta &= S_1 - S_2 + n_1 - n_2 \end{aligned} \quad (4.4)$$

У рівнянні (4.4)  $S_1$  та  $S_2$  означають амплітуди прийнятих сигналів, що надходять відповідно на антени 1 та 2. Також  $n_1$  і  $n_2$  - це шумові компоненти каналів, що додаються до сигналів  $S_1$  і  $S_2$ .

Якщо проаналізувати зв'язок між  $S_1$  і  $S_2$ , то оскільки амплітуди обох сигналів однакові, але їх фази відрізняються на значення, отримане у рівнянні (3), то їх можна представити у вигляді рівняння (4.5):

$$S_1 = S_2 e^{-j\Phi} \quad (4.5)$$

Підставивши рівняння (4.5) у рівняння (4.4) та вважаючи, що шум значно менший за сигнал, отримуємо наближене рівняння (4.6):

$$\frac{\Delta}{\Sigma} = -\frac{S_2(1-e^{-j\Phi})-n_1+n_2}{S_2(1+e^{-j\Phi})+n_1+n_2} = -j \tan\left(\frac{\Phi}{2}\right) \quad (4.6)$$

У наявній формулі (4.7) різниця фаз між двома сигналами визначається з використанням величини, отриманої шляхом взяття абсолютного значення від обох частин рівняння (4.6), як показано в рівнянні (4.7)

$$\left|\frac{\Delta}{\Sigma}\right| = \tan\left(\frac{\Phi}{2}\right) \quad (4.7)$$

$$\Phi = 2 \tan^{-1}\left(\left|\frac{\Delta}{\Sigma}\right|\right) \quad (4.8)$$

Якщо виразити рівняння (4.7) через фазову різницю  $\Phi$ , то отримаємо результат, як у рівнянні (4.8). Однак при цьому фазовий зсув  $\Phi$  матиме лише додатні значення, що призводить до обмеження: виявлення можливе лише тоді, коли кут приходу є додатним. Щоб усунути цей недолік, у даній роботі припускається, що  $\frac{\Delta}{\Sigma}$  є чисто уявним числом, і використовується відповідно до виразу (4.9).

$$\Phi = 2 \tan^{-1}\left(-\text{Im}\left(\frac{\Delta}{\Sigma}\right)\right) \quad (4.9)$$

"Нарешті, об'єднавши рівняння (4.3) і (4.9), можна оцінити кут приходу  $\theta$ , як показано в рівнянні (4.10):

$$\theta \approx \sin^{-1}\left(\frac{\lambda}{\pi d} \tan^{-1}\left(-\text{Im}\left(\frac{\Delta}{\Sigma}\right)\right)\right) \quad (4.10)$$

Однією з перших і найпростіших моноімпульсних систем фазового порівняння сигналів стала система, розроблена інженерами компанії General Electric — Блеветтом, Хансеном, Троеллом і Кіркпатріком. Це був інтерферометричний радар, який використовував фазочутливі приймальні антени, підсилювачі проміжної частоти (ПЧ) та звичайний фазовий детектор. Система забезпечувала супровід цілі у двох площинах — азимуті та куті місця. Функціональна схема цього радіолокатора подана на рисунку 13.

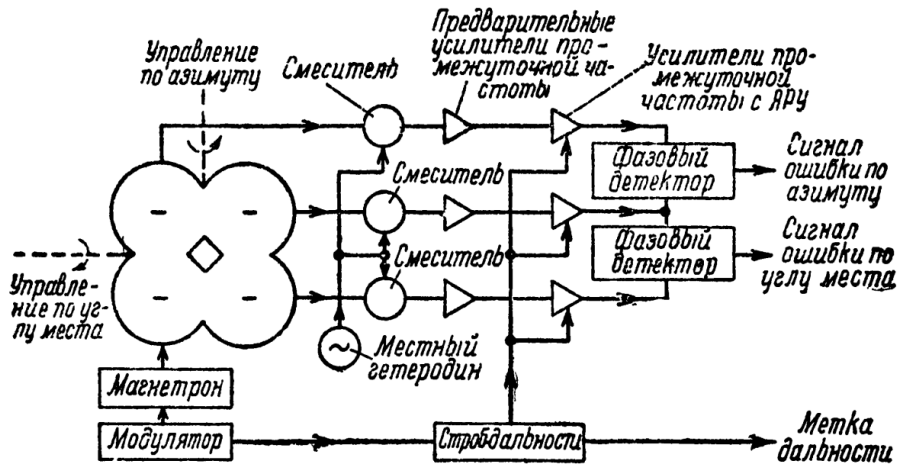


Рисунок 13 - Одна з перших моноімпульсних радіолокаційних систем супроводу в двох площинах з фазовим порівнянням сигналів.

Антенa складалася з чотирьох параболічних рефлекторів діаметром 40,6 см, з'єднаних між собою. Один рефлектор використовувався для передавання, а три інші — для прийому. Дві пари приймальних антен утворювали інтерферометри з відстанню між фазовими центрами близько 38 см ( $\approx 12\lambda$  при довжині хвилі 3,2 см). Конструкція антени з обертовою основою показана на рисунку 14. Інтерференційна діаграма мала ширину між нульовими значеннями  $\sim 4,8^\circ$ , а головний промінь — близько  $6^\circ$ . Через наявність бічних пелюстків можливі похибки, тому бажано, щоб діаграми направленості кожної антени були вузькими за інтерференційну.

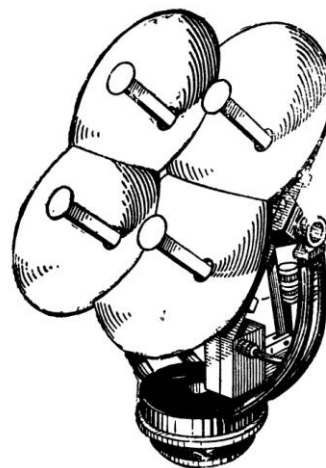


Рисунок 14 - Передавальна і приймальна антени моноімпульсної радіолокаційної системи фірми «General Electric» з фазовим порівнянням сигналів.

Сигнали з антен змішувались із сигналом загального гетеродина і переносились на ПЧ зі збереженням амплітудно-фазових співвідношень — це ключова умова для фазового порівняння. Блоки гетеродина, змішувачів і підсилювачів ПЧ розміщувались на обертовій платформі, що дозволяло уникнути складних багатоканальних з'єднань. Сигнали ПЧ передавались через гнучкі кабелі на стаціонарну частину. Обмеження на обертання антени становило  $180^\circ$ .

Використовувалися стандартні ПЧ-підсилювачі на 30 МГц із смугою 2 МГц. Для стабілізації амплітуди застосовувалась АРП(автоматичне регулювання підсилення), а для супроводу по дальності — строб-імпульси. Сигнали з фазових детекторів формували сигнали помилки по азимуту та куту місця: нульові при точному наведенні, позитивні або негативні — при відхиленні. Ці сигнали керували електродвигунами, що обертали антену, утворюючи замкнену сервосистему тривимірного супроводу.

Під час випробувань радар супроводжував літак на швидкості 186 км/год і відстані 914 м. Результати показали високу точність: похибка по азимуту —  $\sim 0,07^\circ$ , по куту місця —  $\sim 0,05^\circ$ , що відповідало фазовій похибці  $\sim 4\text{--}5^\circ$ [8].

## 5 ТОЧНІСТЬ ВИМІРЮВАННЯ КУТОВИХ КООРДИНАТ МОНОІМПУЛЬСНИМ МЕТОДОМ

### 5.1 Джерела помилок пеленгування

Джерела похибок пеленгування, що визначають точність вимірювання кутових координат, поділяються на зовнішні, що вносяться ціллю та середовищем розповсюдження радіохвиль, та інструментальні, зумовлені недосконалістю радіолокаційної апаратури, недоліками методу вимірювання, внутрішніми шумами приймача та слідкуючої системи. За своїм характером похибки пеленгування поділяються на систематичні та випадкові. У таблиці 1 наведено основні складові цих похибок[7].

Таблиця 1 – Джерела та причини похибок пеленгування

<b>Джерела похибок</b>	<b>Причини похибок</b>
Середовище, в якому поширюються радіохвилі	Відбиття радіохвиль від земної та водної поверхні, тропосферна й іоносферна рефракція, дифракція та деполяризація радіохвиль, зовнішні шуми.
Пеленгована ціль	Амплітудні флуктуації відбитих сигналів, блукання центру відбиття (кутовий шум), деполяризація радіохвиль при відбитті від складної цілі.
Радіолокатор	Неідентичність приймальних каналів за амплітудно-фазовими характеристиками, деформація антен, крос-поляризація приймальних антен, недосконалість і люфти в приводах антен, внутрішні шуми приймачів, конструктивні недоліки різних елементів радіолокаторів і їх зміни внаслідок старіння, механічних та кліматичних впливів тощо.

## 5.2 Вплив Землі на точність пеленгування

Як можна бачити з рис. 15, випромінювана антеною енергія потрапляє на ціль прямим шляхом від РЛС до цілі і після відбиття від земної поверхні. Відбиту хвилю можна розглядати як пряме випромінювання деякого фіктивного джерела, що є «дзеркальним» відображенням реального джерела. При цьому дальність до реального джерела буде дещо меншою, ніж до фіктивного. Напруженість результуючого сигналу в місці прийому буде визначатися амплітудними і фазовими співвідношеннями прямого і відбитого сигналів і досягати максимуму.

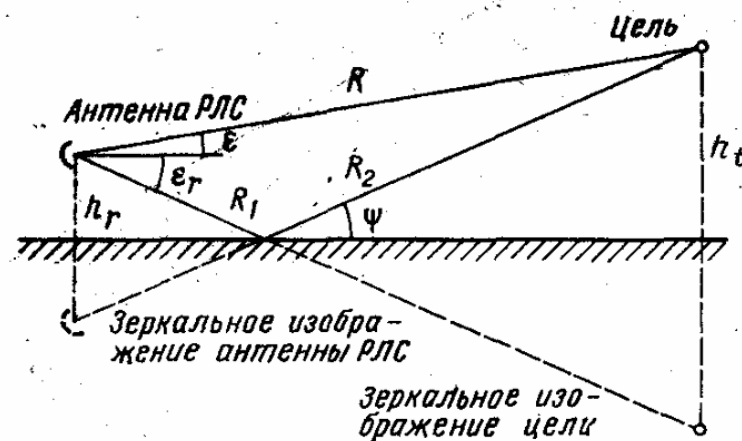


Рисунок 15 - Схема багатопроменевого поширення радіохвиль

Внаслідок впливу відбиваючої поверхні однопелюсткова діаграма спрямованості РЛС у вертикальній площині перетворюється на багатопелюсткову. За рахунок багатопелюстковості число рівносигнальних зон у пеленгаційній характеристиці системи відповідно збільшується, з'являються помилкові рівносигнальні напрямки, розташовані під різними кутами до основного рівносигнального напрямку. У ряді випадків помилкові РСН відповідатимуть умовам стійкості, і тоді стає можливим автосупровід цілі зі значними кутовими похибками. Основний рівносигнальний напрямок при цьому також може зміщуватися.

Збільшенню похибок пеленгування сприятиме також те, що в процесі руху цілі багатопелюсткова структура діаграми спрямованості змінюється внаслідок змін умов поширення і відбиття радіохвиль. Це призводить до змін положення РСН і досить безладних рухів антени в процесі стеження за ціллю. Межі, в яких

антена РЛС стеження буде переміщатися, залежать від коефіцієнта відбиття, ширини променя антени і кута місця цілі.

Розгляду впливу відбиття радіохвиль від підстилаючої поверхні (землі, моря) на точність пеленгації моноімпульсних систем присвячено багато робіт. В результаті досліджень встановлено, що найсильніший перешкодний вплив відбитих сигналів проявляється при радіолокаційному супроводі низьколітаючих цілей.

Структура відбитих від підстилаючої поверхні сигналів досить складна. Залежно від шорсткості відбиваючої поверхні та кута ковзання радіохвиль у ній можуть переважати дзеркальні або дифузні складові. Для низьколітаючих цілей основною є дзеркальна складова, аналіз якої можна здійснити методом геометричної оптики. Вплив цієї складової ілюструється рис. 16, де наведено залежність положення лінії візування цілі в кутовій площині від умовної дальності до неї.

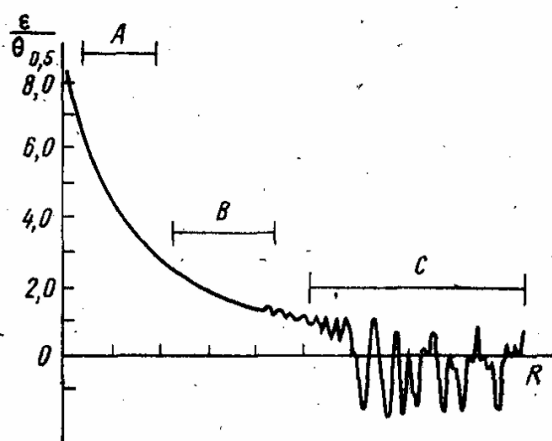


Рисунок 16 - Залежність положення лінії візування в кутомірній площині від дальності

Перешкодні сигнали (сигнали від уявного зображення цілі), прийняті бічними пелюстками ДН антени РЛС, починають позначатися в області В (область А — вільна від перешкод). В області С ціль і її уявне зображення не розрізняються за напрямком. Антенна система зазнає коливань в кутовій площині відносно горизонту, що досягають  $3/4 \theta_{0,5}$ . Можливі зриви супроводу цілі[7].

### **5.3 Вплив зовнішніх шумів на точність пеленгування моноімпульсних рлс**

До зовнішніх шумів відносяться космічні та теплові шуми. Космічні шуми зароджуються в Галактиці, спектр їх дуже широкий, але інтенсивність не постійна і з підвищенням частоти зменшується. На частотах вище 200–300 МГц впливом цих шумів на прийом сигналів можна знехтувати порівняно з іншими видами перешкод. Теплові шуми виникають за рахунок теплового випромінювання об'єктів, що оточують антену РЛС, та атмосфери. Спектр таких шумів є практично рівномірним аж до частот порядку  $10^4$  ГГц і далеко виходить за межі діапазону частот, що використовується в радіолокації. Внаслідок цього на вході приймача РЛС завжди присутні шуми. Взаємодіючи з корисним сигналом, вони спотворюють його і тим сильніше, чим більший їх відносний рівень. В результаті корисний сигнал у місці прийому стає випадковим за простором та часом, і завдання радіолокаційного виявлення цілі, вимірювання її координат та параметрів руху стає статистичним. Тому оцінка впливу зовнішніх шумів на точність пеленгування моноімпульсних РЛС в загальному випадку потребує статистичних методів.

Загалом, шумовий фон може бути неоднорідним. Тоді, окрім випадкових похибок, виникатимуть і систематичні похибки пеленгування. Аналіз впливу неоднорідних зовнішніх шумів на кутові похибки фазової моноімпульсної системи, виконаний при знехтуванні впливом внутрішніх шумів приймача, показав, що середньоквадратична похибка вимірювання фази може бути зменшена шляхом збільшення періоду інтегрування продетектованих сигналів, тобто за рахунок зменшення ширини смуги пропускання фільтра нижніх частот, а систематична похибка вимірювання фази може бути зменшена шляхом звуження смуги пропускання приймального каналу до детектора[7].

#### **5.4 Вплив фазових і амплітудних флуктуацій відбитого сигналу на точність пеленгації**

Під флуктуаціями сигналів, відбитих від цілі, розуміється велика група інтерференційних явищ, що виникають при опроміненні об'єкта складної форми, розміри якого значно перевищують довжину робочої хвилі. Сучасні моноімпульсні станції працюють переважно в дециметровому, сантиметровому та міліметровому діапазонах хвиль, і розміри цілі можуть становити сотні й тисячі довжин хвиль, тому інтерференційна діаграма вторинного випромінювання цілі виявляється досить складною і помітно змінюється при незначних змінах положення цілі в просторі, породжуючи флуктуації сигналів, відбитих від пеленгової цілі.

Детальні дослідження показали, що флуктуації відбитих сигналів можна поділити на два типи: флуктуації відбитих сигналів за амплітудою і фазою та флуктуації кута приходу відбитих сигналів від цілі. Ці флуктуації відрізняються як за своєю природою, так і за механізмом впливу на радіолокаційні пристрої.

Амплітудні флуктуації проявляються в змінах амплітуди відбитих сигналів від імпульсу до імпульсу та зумовлюються флуктуаціями ефективною відбивної поверхні внаслідок переміщення цілі в просторі й зміни положення відносно опромінюючої її РЛС, а також флуктуаціями неоднорідностей атмосфери, зокрема викликаними коливаннями метеорологічних умов на трасі поширення радіохвиль. Залежно від типу цілі спектральний склад амплітудних флуктуацій може суттєво змінюватися.

Оскільки моноімпульсний метод в принципі дозволяє визначати кутові координати за допомогою одного імпульсу, а в межах одного імпульсу флуктуації амплітуди відсутні, можна очікувати, що амплітудні флуктуації сигналів не повинні впливати на точність пеленгації моноімпульсних РЛС. Але це не зовсім так. Насправді амплітудні флуктуації відбитих сигналів створюють заважаючу дію на моноімпульсні РЛС, хоча й значно меншу, ніж на одноканальні РЛС із кінцевим скануванням або послідовним перемикуванням променя.

Це пояснюється насамперед тим, що сучасні моноімпульсні РЛС не використовують повністю свої потенційні можливості в швидкодії та отримують кутову інформацію про ціль із серії послідовних імпульсів. При цьому для усунення залежності від рівня вхідних сигналів застосовують нормування сигналів, зазвичай за допомогою системи АРП, що працює за сумарним сигналом. Оскільки система АРП має скінченну смугу пропускання і, відповідно, обмежену швидкодію, процес нормування сигналів відбувається із запізненням. Це призводить до того, що сигнал похибки в певній мірі виявляється залежним від амплітуди прийнятих сигналів і модулюється флуктуаціями амплітуди цих сигналів.

Складові амплітудної модуляції сигналу похибки з частотами, які лежать у межах смуги пропускання системи стеження РЛС, неминуче спричиняють зростання динамічних похибок пеленгації цілі. Для усунення впливу флуктуацій амплітуди відбитого сигналу на точність пеленгації система АРП повинна бути швидкодіючою і здатною щонайменше пригнічувати флуктуації амплітуди, спектр яких знаходиться в межах смуги пропускання системи стеження. Однак, як буде показано далі, розширення смуги пропускання системи АРП призводить до зростання кутових похибок, зумовлених іншими джерелами, зокрема кутовим шумом. Тому вибір смуги пропускання системи АРП здійснюється компромісно.

Фазові флуктуації прийнятих сигналів також мають місце. Але в реальних умовах, коли складні цілі переміщуються відносно РЛС у просторі, ці флуктуації породжують більш високочастотні порівняно з амплітудними флуктуаціями спектральні складові сигналу похибки. Система АРП відносно них є ще більш інерційною, унаслідок чого більша частина складових сигналу похибки, зумовлених фазовими флуктуаціями, відфільтровується і не впливає на точність пеленгації. Що стосується низькочастотних складових фазових флуктуацій, то їхній вплив на точність пеленгації є таким самим, як і амплітудних флуктуацій[7].

## 5.5 Вплив кутових флуктуацій відбитих сигналів на точність пеленгації

Під кутовими флуктуаціями розуміються флуктуації кута приходу відбитих сигналів від цілі. Те, що такі флуктуації присутні у відбитому сигналі, було встановлено під час розробки та випробувань перших моноімпульсних РЛС.

У процесі подальших теоретичних і експериментальних досліджень було з'ясовано, що кутові флуктуації сигналу (кутовий шум) спричиняють флуктуації нахилу фазового фронту хвилі. Оскільки робота будь-якої системи пеленгації малорозмірних цілей ґрунтується на визначенні положення нормалі до фазового фронту радіохвиль, то зміни положення фазового фронту в процесі пеленгації становлять одне з обмежень точності різних кутомірних координаторів, у тому числі й тих, що працюють за моноімпульсним методом. Це певною мірою стосується і пеленгації протяжних цілей, хоча в цьому випадку немає повної відповідності між ДН антени РЛС і напрямком нормалі до фазового фронту. Оскільки викривлення фазового фронту ідентичне кутовій похибці, то впливу кутового шуму піддаються також і оглядові РЛС.

Поява кутового шуму пов'язана зі зміною видимого положення цілі відносно її фізичного центру. Причина цього полягає у багатоточковій структурі відбивальної поверхні протяжної цілі, що зумовлює блукання (мерехтіння) центру відбиття як у межах геометричних розмірів цілі, так і за їх межами.

При пеленгуванні двох точкових джерел когерентних сигналів, розташованих на відстані  $L$  один від одного (рис. 17), виникають кутові помилки, які можна розрахувати за формулою

$$\frac{\Delta\varphi}{\varphi_{дж}} = \frac{1-a^2}{2[1+a^2+2a \cos 2\pi L \sin \varphi/\lambda + \alpha]} \quad (5.1)$$

де  $a$  — відношення амплітуд сигналів;  $L$  — відстань між джерелами сигналів;  $\Delta\varphi$  — кутова помилка пеленгування, що відлічується від напрямку на геометричний центр джерел (середину між ними);  $\varphi_{дж}$  — кутова різниця джерел у просторі;  $\alpha$  — фазовий зсув сигналів.

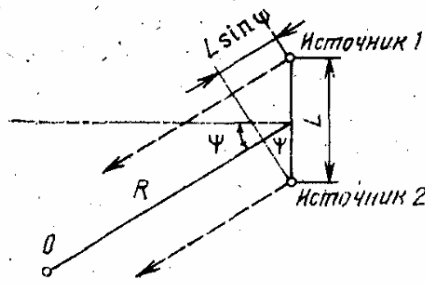


Рисунок 17- геометричні співвідношення двоточкового джерела сигналів

При  $\varphi = 0$ , коли база джерел розташована перпендикулярно напрямку на точку прийому, формула (5.1) спрощується:

$$\frac{\Delta\varphi}{\varphi_{дж}} = \frac{1-a^2}{2(1+a^2+2a \cos \alpha)} \quad (5.2)$$

З виразу (6.4) випливає, що спотворення фазового фронту хвилі, обумовлене двоточковою структурою цілі, залежить від співвідношення амплітуд сигналів і зсуву фази між ними, і максимально при протифазності ( $\alpha = \pi$ ) і рівності амплітуд ( $a = 1$ ) сигналів.

У загальному випадку, коли розглядається випадок відбитих сигналів від двоточної цілі, амплітудні співвідношення сигналів і зсув фази між ними флюктуують, що викликає флюктуації нахилу фазового фронту, відбитого від цілі хвилі. Зміни нахилу фазового фронту хвилі в цьому випадку доцільно оцінювати ймовірнісним методом, коли визначаються ймовірності помилок, що перевищують певний рівень. Для простоти припустимо, що амплітудні флюктуації відсутні, а фазові зсуви відбитих сигналів рівноймовірно розподілені в інтервалі від  $-\pi$  до  $+\pi$ .

З теорії випадкових процесів відомо, що ймовірність помилок, які перевищують певний рівень  $M$ , визначається виразом

$$p(M) = \int_M^{M_{max}} W(M) dM, \quad (5.3)$$

де  $W(M)$  — щільність ймовірності випадкової величини  $M$ ,  $M = |\Delta\varphi/\varphi_{дж}|$ ;  $M_{max}$  — максимально можлива помилка.

У розглянутому випадку

$$W(M) = W(\alpha)(d\alpha/dM).$$

Обчислюючи інтеграл (5.3), отримуємо таку розрахункову формулу:

$$p\left(\frac{\Delta\varphi}{\varphi_{дж}}\right) = \frac{1}{2} - \frac{1}{\pi} \arcsin\left(\frac{1+a^2}{2a} - \frac{1-a^2}{4Ma}\right). \quad (5.4)$$

На рис. 18 представлено розрахований за формулою (5.4) розподіл ймовірності заданого відхилення фазового фронту хвилі двоточкового джерела сигналів відносно положення сферичного фронту хвилі, що відповідає точковому джерелу.

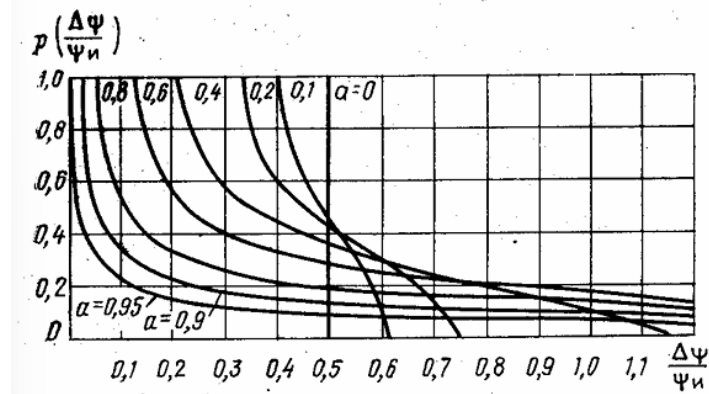


Рисунок 18 - Розподіл ймовірності помилки фазового фронту при різних співвідношеннях інтенсивності відбитих сигналів

Оскільки антена будь-якої РЛС реагує на фазовий розподіл електромагнітної хвилі, що надходить на її вхід, викривлення фазового фронту хвилі неминуче вплине на точність пеленгування цілі. При цьому характер впливу викривлень фазового фронту прийнятої хвилі на точність пеленгування визначатиметься структурою цілі, параметрами антени та системи стеження РЛС.

При великих кутових розмірах пеленгованих цілей необхідно враховувати реальні діаграми спрямованості антен. Для цього розглянемо в загальному вигляді пеленгування складної протяжної цілі[7].

## 5.6 Похибки пеленгації цілей складної форми

У більшості практичних випадків складну ціль не можна представити у вигляді простих геометричних форм, що піддаються математичному опису. Тому під час аналізу похибок пеленгації складної цілі вдаються до заміни реальних цілей певними моделями. Як таку модель зазвичай використовують багатоточкову ціль, коли відбитий сигнал від складної цілі подається як сукупність відбиттів від множини точкових цілей, що характеризують основні відбивальні елементи реальної складної цілі. При цьому передбачається, що амплітуди та фази сигналів, відбитих від кожної з точкових цілей, є взаємно незалежними.

Розгляд пеленгації складної цілі в одній площині в статичних умовах дозволяє отримати пеленгаційну характеристику амплітудної сумарно-різницевої РЛС у вигляді

$$S(\theta) = \frac{\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N E_m E_n [F(\theta_0 - \theta_m) F(\theta_0 - \theta_n) - F(\theta_0 + \theta_m) F(\theta_0 - \theta_n)] \cos(\varphi_m - \varphi_n)}{\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N E_m E_n [F(\theta_0 - \theta_m) F(\theta_0 - \theta_n) + F(\theta_0 + \theta_m) F(\theta_0 - \theta_n)] \cos(\varphi_m - \varphi_n)} \quad (5.5)$$

де  $E_m$  та  $E_n$  — амплітуди сигналів  $m$ -го та  $n$ -го відбивачів цілі;  $\theta_m$  та  $\theta_n$  — кутові положення  $m$ -го та  $n$ -го джерел відносно РЛС.

Задавшись відповідною апроксимацією діаграм направленості антени РЛС і прирівнявши чисельник виразу (5.5) до нуля, можна знайти умову рівноваги слідкувальної системи РЛС при прийомі сигналів від заданої сукупності точкових випромінювачів складної цілі і, відповідно, положення точки, яку відстежує радіолокаційна система. Порівнюючи положення точки рівноваги з положенням геометричного центра складної цілі, можна визначити помилку пеленгування в кожному конкретному випадку.

При малих кутових відхиленнях  $\theta_k$  справедлива лінеаризація діаграм направленості:

$$F(\theta_0 \pm \theta_k) = F(\theta_0)(1 \mp \mu\theta_k)$$

Тоді вираз (6.7), що визначає еквівалентну пеленгаційну характеристику системи, спрощується:

$$S(\theta) = \frac{\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N E_m E_n (\theta_0 + \theta_m) \cos(\varphi_m - \varphi_n)}{\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N E_m E_n \cos(\varphi_m - \varphi_n)}. \quad (5.6)$$

Вираз (6.8) збігається з виразом для фазового фронту результуючої хвилі багатоточкового об'єкта. Рівняння, яке описує пеленгування сукупності точкових джерел, при малих кутових відхиленнях є тотожним рівнянню результуючого вектора Пойнтінга.

У загальному випадку, коли кутові відхилення джерел значні і лінеаризація діаграми направленості є несправедливою, пеленг не буде збігатися з напрямком вектора Пойнтінга та нормаллю до фазового фронту. Причину зазначеної невідповідності можна встановити, порівнюючи вирази (5.5) та (5.6), які визначають умови пеленгування в обох розглянутих випадках.

З урахуванням нелінійності діаграм направленості, як видно з виразу (5.5), рівносигнальний напрям визначається в основному трьома чинниками: напруженістю поля кожного з джерел, розташуванням джерел у просторі та характеристикою (діаграмою) направленості антени. Залежно від параметрів діаграми направленості антени положення рівносигнального напрямку під час пеленгування складної цілі може змінюватися. Це призводить до відповідних змін помилок пеленгування. Щодо положення вектора Пойнтінга, яке визначається виразом (5.6), то воно не залежить від діаграми направленості антени РЛС і визначається лише напруженостями та просторовим розташуванням джерел. Тому при пеленгуванні протяжних цілей, коли їхні кутові розміри перевищують лінійну частину пеленгаційної характеристики, неминуче виникає невідповідність між пеленгом і напрямком вектора Пойнтінга (нормалі до фазового фронту). Ця невідповідність тим більша, чим більші розміри цілі та чим вужчі діаграми направленості антени РЛС.

У реальних умовах амплітудні та фазові співвідношення сигналів сукупності джерел змінюються в процесі пеленгування за випадковим законом, породжуючи кутовий шум і флуктуації помилок пеленгування. Розрахунок помилок пеленгування в цьому випадку слід здійснювати з урахуванням

спектрального складу кутового шуму, параметрів системи АРП та смуги пропускання слідкувальної системи РЛС.

Основні висновки щодо пеленгування складної цілі в амплітудно-моноімпульсній сумарно-різницевій системі справедливі також для моноімпульсних систем інших типів, а також для систем з кіничним скануванням променя[7].

### **5.7 Вплив на точність пеленгування внутрішніх шумів приймача моноімпульсних РЛС**

Природа внутрішніх шумів різноманітна. До основних причин їх виникнення належать теплові шуми, пов'язані з хаотичним рухом електронів у провідниках при температурах, відмінних від температури абсолютного нуля; дробовий ефект, зумовлений випадковим характером надходження електронів на анод (сітку) електронних ламп і проходженням бар'єрного шару в напівпровідниках; ефект мерехтіння, спричинений нерівномірністю емісії електронів в електронних і напівпровідникових приладах.

Шуми в приймачі завжди присутні і потенційно являють собою природну межу чутливості та досяжної точності вимірювань. Підсилюючись разом із корисним сигналом, шуми в тій чи іншій мірі порушують структуру сигналу кутовою похибкою, породжують його флуктуації й визначають зону нечутливості системи до вимірюваного параметра.

Слід зазначити, що вплив внутрішніх шумів приймача на точність пеленгації в моноімпульсних РЛС і РЛС з кіничним скануванням дещо відрізняється. Це пояснюється як кількістю шумів приймача, що проникають у смугу пропускання системи стеження, так і конструктивними відмінностями антенних систем.

У моноімпульсній системі, де прийняті сигнали штучно не модулюються, на систему стеження РЛС впливають лише ті частотні складові спектра шумів приймача, які знаходяться в межах її подвоєної смуги пропускання,

розташованої симетрично відносно кожної частотної складової спектра прийнятого сигналу.

У системах пеленгації з конічним скануванням прийняті сигнали модулюються за амплітудою з частотою сканування, і подвоєні смуги пропускання системи стеження, які визначають ділянки шумового спектра, що впливають на систему, розміщені по обидва боки від кожної частотної складової прийнятого сигналу на відстані, що дорівнює частоті сканування.

У результаті, в системі з конічним скануванням порівняно з моноімпульсною системою еквівалентна смуга пропускання системи стеження по відношенню до внутрішніх шумів приймача подвоюється, і при однакових значеннях відношення сигнал/шум в УПЧ та однакових смугах пропускання системи стеження потужність шуму на виході системи стеження РЛС з конічним скануванням буде вдвічі більшою, ніж у моноімпульсній РЛС.

Тому гранична точність моноімпульсних РЛС є вищою, ніж у РЛС з конічним скануванням.

Перевага моноімпульсних РЛС з точки зору впливу внутрішніх шумів приймача на точність пеленгування також обумовлюється тим, що в процесі супроводу ціль опромінюється максимумом діаграми спрямованості, і втрати сигналу за рахунок неспіввісності діаграми спрямованості з електричною віссю антени, що має місце у РЛС з конічним скануванням, практично відсутні. Ця обставина забезпечує в приймальному каналі моноімпульсної системи вище відношення сигнал-шум, ніж у системах з конічним скануванням[7].

## **5.8 Вплив деполаризації відбитих сигналів на точність пеленгування**

Деполаризація відбитих радіолокаційних сигналів виникає з кількох основних причин. Перша причина — це середовище поширення радіохвиль. Коли радіохвилі проходять через атмосферу з неоднорідностями та областями іонізованого газу в магнітному полі Землі, змінюється нахил площини поляризації. Оскільки хвиля проходить цей шлях двічі (туди і назад), кут повороту подвоюється і стає непередбачуваним. Це може призвести до неможливості прийому сигналу або великих похибок у пеленгації. Тому РЛС для виявлення далеких космічних об'єктів використовують кругову поляризацію, яка краще зберігає свої властивості.

Друга і найважливіша причина — сама ціль, що відбиває сигнал. Реальні цілі мають складну поверхню, на якій при опроміненні наводяться струми зі складною просторовою структурою. Через інтерференцію відбитий сигнал набуває складної поляризаційної структури, утворюючи частково поляризовані хвилі з регулярними та флуктуаційними складовими. Ступінь деполаризації залежить від структури цілі та параметрів її руху, що використовується для класифікації та розпізнавання цілей.

Третя причина — відбиття від земної або водної поверхні при роботі з низьколетючими цілями. Коефіцієнти відбиття залежать від поляризації, тому відбита від поверхні хвиля має спотворену поляризацію. Сумуючись з прямою хвилею від цілі, вона додатково спотворює поляризаційну структуру прийнятого сигналу.

У результаті відбита радіохвиля зазвичай деполаризована і містить як регулярні складові з поляризацією, відмінною від робочої поляризації РЛС, так і нерегулярні хаотичні складові поляризації.

Вплив деполаризації відбитих сигналів на точність пеленгування проявляється головним чином двома шляхами: за рахунок зменшення потужності сигналу на вході пеленгаційного приймача і за рахунок крос-поляризації приймальних антен РЛС. Зменшення потужності сигналу зумовлене розсогласуванням прийнятого сигналу за поляризацією. Внаслідок цього

еквівалентна чутливість приймача знижується, зменшується дальність виявлення і знижується точність пеленгування цілі, оскільки зменшується відношення сигнал-шум. При ортогональній поляризації прийнятого сигналу виявлення цілі та її пеленгування взагалі стає неможливим.

Механізм впливу деполаризації сигналу на точність пеленгування за рахунок крос-поляризації приймальної антени є більш складним. Він пов'язаний із виникненням амплітудно-фазового дисбалансу приймальних каналів при пеленгуванні цілі за сигналами з неузгодженою поляризацією[7].

## 6 РОЗРОБКА МОДЕЛІ МОНОІМПУЛЬСНОГО РАДАРУ

### 6.1 Ініціалізація та налаштування системи

У цьому розділі коду визначаються основні фізичні параметри радіолокаційної системи:

```
%% Параметри системи
c = physconst('LightSpeed');           % Швидкість світла
freq = 10e9;                            % Робоча частота 10 ГГц (X-діапазон)
lambda = c/freq;                        % Довжина хвилі
d = lambda/2;                           % Відстань між елементами ( $\lambda/2$ )
```

Рисунок 19 – параметри системи

Швидкість світла ( $c$ ) отримується з вбудованої константи MATLAB, що забезпечує точність розрахунків електромагнітних хвиль у вакуумі.

Робоча частота встановлюється на рівні 10 ГГц, що відповідає X-діапазону радіочастот, широко використовуваному в радіолокації завдяки оптимальному співвідношенню між роздільною здатністю та атмосферним поглинанням.

Довжина хвилі ( $\lambda$ ) розраховується за класичною формулою  $\lambda = c/f$ , що дає значення приблизно 3 см для обраної частоти.

Відстань між елементами антенної решітки ( $d$ ) встановлюється рівною  $\lambda/2$  (1.5 см), що є стандартним вибором для уникнення просторових неоднозначностей і забезпечення оптимальних характеристик діаграми спрямованості решітки.

### 6.2 Створення антенної решітки

У цьому фрагменті коду здійснюється конфігурація та створення уніформної прямокутної антенної решітки (URA)[11]:

```
% Параметри антенної решітки URA (Uniform Rectangular Array)
N_az = 2;                               % Кількість елементів по азимуту
N_el = 2;                               % Кількість елементів по куту місця
array_size = [N_el, N_az];             % Розмір решітки

% Створення URA
ura = phased.URA('Size', array_size, 'ElementSpacing', [d d]);
```

Рисунок 20 - Створення антенної решітки URA

Спочатку задаються розміри решітки де  $N_{az}$  визначає кількість елементів по горизонталі а  $N_{el}$  по вертикалі, що дає загальну конфігурацію  $2 \times 2$  з чотирма антенними елементами.

Масив `array_size` формує вектор розмірів решітки у форматі [рядки стовпці], який передається функції створення решітки.

Функція `phased.URA` створює об'єкт уніформної прямокутної решітки з параметрами `Size`, що задає розміри  $2 \times 2$ , та `ElementSpacing`, що встановлює відстань між елементами  $\lambda/2$  в обох напрямках.

Результатом є квадратна антенна решітка з чотирма ідентичними елементами розташованими на відстані 1.5 см один від одного що забезпечує оптимальні характеристики для моноімпульсного радіолокатора.

### 6.3 Побудова діаграм спрямованості антени

Наступний фрагмент коду будує вагові вектори для формування діаграм спрямованості в моноімпульсному радарі:

```
% Побудова діаграм спрямованості URA (Sum, Delta_az, Delta_el)
az = -90:1:90;
el = -90:1:90;

% Отримуємо steer vectors
el_pos = getElementPosition(ura)/lambda; % нормалізовані координати елементів

% Сумарний вектор ваг (борсайт)
w_sum = steervec(el_pos, [0; 0]);

% Різницеві ваги – апроксимація похідної steer-вектора:
eps = 0.5; % мале зміщення (у градусах)
% Для азимутальної похибки:
w_plus_az = steervec(el_pos, [eps; 0]);
w_minus_az = steervec(el_pos, [-eps; 0]);
w_delta_az = (w_plus_az - w_minus_az)/2;

% Для похибки по куту місця (elevation):
w_plus_el = steervec(el_pos, [0; eps]);
w_minus_el = steervec(el_pos, [0; -eps]);
w_delta_el = (w_plus_el - w_minus_el)/2;
```

Рисунок 21 - Формування векторів для URA

Спочатку задається діапазон азимутальних і кутомісних кутів (від  $-90^\circ$  до  $90^\circ$ ), по яких згодом будуть будуватися діаграми. Потім обчислюються нормалізовані координати елементів антенного масиву у довжинах хвиль.

Далі формується сумарний ваговий вектор ( $w\_sum$ ), який відповідає напрямку на борсайт (нульовий азимут і кут місця). Він використовується для побудови сумарного каналу, що визначає наявність цілі в полі зору.

Після цього апроксимується похідна steer-вектора для побудови різницевих вагових векторів. Це робиться через невелике зміщення  $\epsilon = 0.5^\circ$  у відповідному напрямку.

Для азимуту обчислюються steer-вектори при зміщенні на  $+\epsilon$  і  $-\epsilon$  градусів, після чого формується різницевий вектор  $w\_delta\_az$ . Він використовується для побудови  $\Delta$ -каналу по азимуту — тобто для оцінки відхилення цілі в горизонтальній площині.

Аналогічно, для кута місця (elevation) обчислюється  $w\_delta\_el$ , який дозволяє оцінити відхилення в вертикальній площині.

```
% Побудова діаграм
figure('Name','Діаграми спрямованості URA','Position',[100, 100, 1500, 500]);

subplot(1,3,1);
pattern(ura, freq, az, el, 'PropagationSpeed', c, ...
        'Type', 'powerdb', 'Weight', w_sum);
title('Сумарний канал (Sum)');
colorbar;

subplot(1,3,2);
pattern(ura, freq, az, el, 'PropagationSpeed', c, ...
        'Type', 'powerdb', 'Weight', w_delta_az);
title('Δ канал по азимуту');
colorbar;

subplot(1,3,3);
pattern(ura, freq, az, el, 'PropagationSpeed', c, ...
        'Type', 'powerdb', 'Weight', w_delta_el);
title('Δ канал по куту місця');
colorbar;
```

Рисунок 22 – фрагмент коду для відображення діаграм направленості

Далі виконується візуалізація діаграм спрямованості для сумарного та різницевих каналів антенної решітки(Рис. 23):

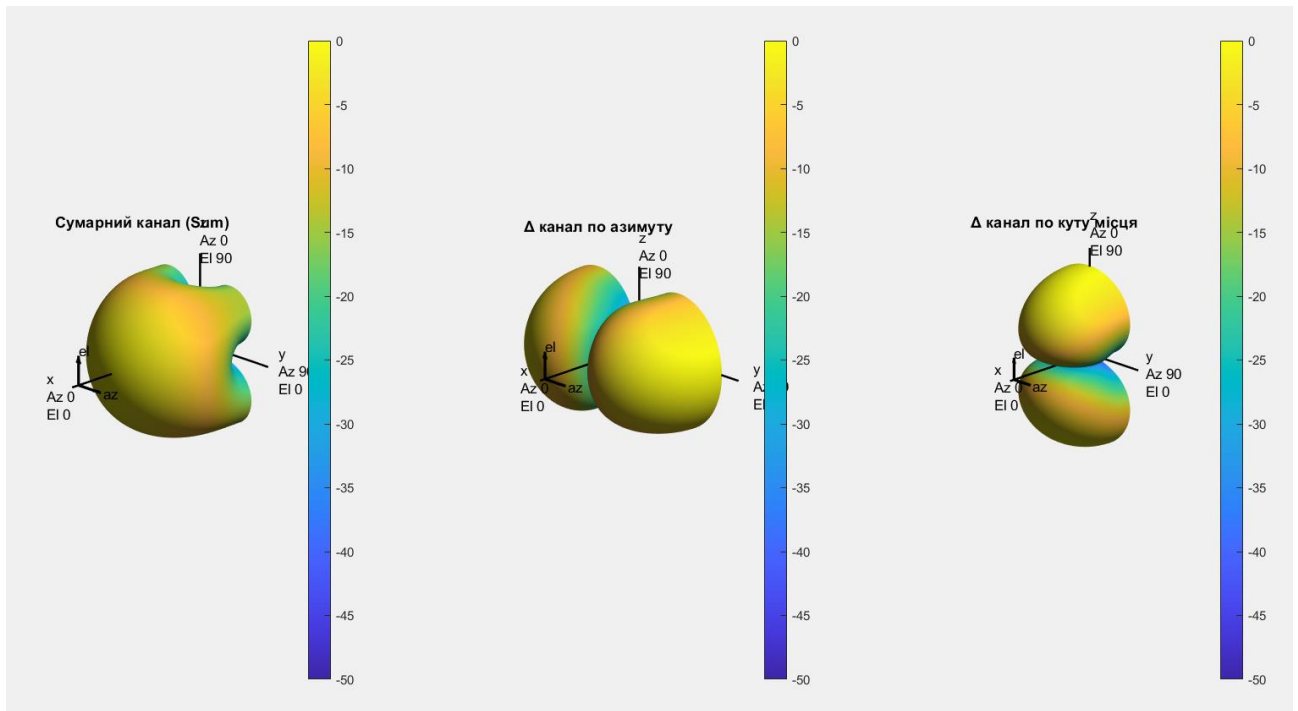


Рисунок 23 - 3D-діаграми спрямованості URA для сумарного та різницевих каналів моноімпульсного радару

#### 6.4 Параметри моделювання

Цей фрагмент коду визначає ключові параметри для проведення симуляції:

```

%% Параметри моделювання
% Істинні кули цілі
true_azimuth = 0;           % Азимут цілі (градуси)
true_elevation_range = 0:10:30; % Обмежений діапазон кутів місця для дослідження
num_elevations = length(true_elevation_range);

% Діапазон SNR для дослідження
SNR_dB_range = -5:3:25;    % від -5 до 25 дБ
num_SNR = length(SNR_dB_range);

% Параметри статистичного моделювання
num_monte_carlo = 1000;    % Кількість Monte Carlo реалізацій

```

Рисунок 24 – Параметри моделювання

Ця частина програми задає параметри для моделювання точності визначення кутів цілі в радарі: фіксований азимут, набір кутів місця для дослідження, діапазон значень SNR у децибелах і кількість випадкових ітерацій для статистичного аналізу методом Монте-Карло.

## 6.5 Створення ключових об'єктів моноімпульсної радарної системи

Ця частина коду створює два ключові об'єкти для функціонування моноімпульсної радарної системи:

```
% Створення об'єктів системи
% Вектор керування
stv = phased.SteeringVector('SensorArray', ura, ...
    'PropagationSpeed', c);

% Моноімпульсний трекер 2D
tracker = phased.SumDifferenceMonopulseTracker2D('SensorArray', ura, ...
    'PropagationSpeed', c, ...
    'OperatingFrequency', freq);
```

Рисунок 25 - Ініціалізація об'єктів моноімпульсної радарної системи

Наступний фрагмент створює ключові об'єкти моноімпульсної радарної системи за допомогою готових функцій MATLAB[12]:

### 1. Вектор керування (Steering Vector)

stv - функція MATLAB з Phased Array System Toolbox, яка автоматично розраховує комплексні ваги (фазові зсуви) для кожного елемента антенної решітки, враховуючи геометрію решітки та швидкість поширення сигналу, і використовується для моделювання сигналів, що приходять з заданих кутових напрямків.

### 2. Моноімпульсний трекер 2D

tracker - функція MATLAB, яка автоматично реалізує алгоритм оцінки напрямку приходу сигналу (DOA) для прямокутної антенної решітки, використовуючи сумарно-різницевий моноімпульсний алгоритм для одночасної оцінки азимуту та кута місця через формування сумарного ( $\Sigma$ ) та різницевих ( $\Delta$ ) каналів і оцінку кутів через відношення  $\Delta/\Sigma$  та інверсію характеристики моноімпульсного відгуку.

Принцип роботи:

stv генерує теоретичні вектори керування для симуляції сигналів з різних напрямків, tracker обробляє прийняті сигнали та обчислює сумарні й різницеві відгуки для визначення кутових координат цілі, разом утворюючи систему: моделювання → прийом → моноімпульсна обробка → оцінка напрямку приходу сигналу.

## 6.6 Ініціалізація змінних для аналізу результатів

Наступні рядки(рис.26) створюють порожні масиви для збереження результатів моделювання:

- `elevation_errors` - зберігає всі окремі похибки оцінки кута місця з кожної Monte Carlo реалізації
- `elevation_std` - зберігає стандартні відхилення похибок для кожної комбінації кута місця та SNR
- `elevation_bias` - зберігає систематичні похибки (середні зміщення) для кожної комбінації параметрів
- `elevation_rmse` - зберігає середньоквадратичні відхилення для кожної комбінації кута місця та SNR

---

```
%% Ініціалізація масивів для збереження результатів
elevation_errors = zeros(num_elevations, num_SNR, num_monte_carlo);
elevation_std = zeros(num_elevations, num_SNR);
elevation_bias = zeros(num_elevations, num_SNR);
elevation_rmse = zeros(num_elevations, num_SNR);
```

Рисунок 26 - Фрагмент коду, що демонструє ініціалізацію масивів для збереження результатів моделювання.

## 6.7 Перевірка моноімпульсного алгоритму

Перед початком основного моделювання система проводить автоматичну перевірку коректності роботи всіх компонентів. Викликається функція `validateSystem()`, яка тестує антенну решітку, вектори керування та моноімпульсний трекер, щоб переконатися, що математична модель працює правильно і готова до статистичного аналізу.

---

```
%% Валідація математичної коректності системи
fprintf('Валідація математичної коректності...\n');
validateSystem(ura, stv, tracker, freq, N_el, N_az);
```

Рисунок 27 – Перевірка коректності роботи системи

Принцип роботи функції validateSystem():

### 1. Перевірка конфігурації антенної решітки:

```
% Перевірка розмірів URA
fprintf('Розміри URA: %d x %d = %d елементів\n', N_el, N_az, N_el*N_az);

% Перевірка геометрії решітки
pos = getElementPosition(ura);
fprintf('Позиції елементів: %d точок в 3D просторі\n', size(pos, 2));
```

Рисунок 28 – Перевірка налаштувань антенної решітки

Виводяться розміри антенної решітки (наприклад,  $2 \times 2 = 4$  елементи), а також перевіряється, що координати всіх елементів коректно визначені в 3D-просторі.

### 2. Тестування вектору керування:

```
% Тестування вектору керування
test_angles = [0; 0]; % Борсайт
test_stv = stv(freq, test_angles);
fprintf('Вектор керування для борсайту: norm = %.4f\n', norm(test_stv));
```

Рисунок 29 - Код тестування вектору керування

Обчислюється вектор керування для напрямку борсайт ( $0^\circ, 0^\circ$ ), і виводиться його норма. Для решітки  $2 \times 2$  значення норми повинно дорівнювати 2, що підтверджує правильність розрахунку.

### 3. Перевірка математичного нормування

```
% Перевірка нормування
if abs(norm(test_stv) - sqrt(N_el*N_az)) < 1e-10
    fprintf('✓ Вектор керування коректно нормований\n');
else
    fprintf('△ Потенційна проблема з нормуванням вектору керування\n');
end
```

Рисунок 30 - Реалізація перевірки математичного нормування

Перевіряється, чи норма вектора керування дорівнює  $\sqrt{\text{кількості елементів решітки}}$ . Це підтверджує математичну правильність нормування, що є важливою умовою для подальших обчислень.

#### 4. Тестування перетворення SNR

```
% Перевірка SNR
test_snr_db = 10;
test_snr_linear = 10^(test_snr_db/10);
fprintf('Тестовий SNR: %d дБ = %.2f лінійний\n', test_snr_db, test_snr_linear);
```

Рисунок 31 - Код для перевірки перетворення SNR з дБ у лінійний масштаб.

Перевіряється правильність перетворення значення SNR з децибел у лінійний масштаб. Наприклад, 10 дБ має відповідати коефіцієнту 10 у лінійному масштабі.

#### 5. Головний тест моноімпульсного алгоритму

```
% Тестування моноімпульсного алгоритму
fprintf('Тестування моноімпульсного алгоритму:\n');
test_angle = [0; 5]; % 5° кут місця
test_stv_signal = stv(freq, test_angle);
ideal_signal = test_stv_signal.';

try
    estimated_test = step(tracker, ideal_signal, [0; 0]);
    error_test = estimated_test - test_angle;
```

Рисунок 32 - Приклад тестування моноімпульсного алгоритму з ідеальним сигналом.

Генерується ідеальний сигнал від цілі з кутом місця 5° без шуму. Сигнал подається на моноімпульсний трекер, після чого оцінений кут порівнюється з істинним для перевірки точності алгоритму.

#### 6. Аналіз результатів тестування

```
if norm(error_test) < 0.1
    fprintf('✓ Моноімпульсний алгоритм працює коректно\n');
else
    fprintf('△ Можлива проблема з точністю алгоритму\n');
end
```

Рисунок 33 - Код для перевірки точності моноімпульсного алгоритму

Якщо похибка менше 0.1°, алгоритм вважається справним. Інакше виводиться попередження.

## 6.8 Основний цикл статистичного моделювання точності

Цей подвійний цикл(рис. 34) виконує статистичне моделювання методом Monte Carlo для дослідження точності оцінки кута місця моноімпульсного радару.

```
%% Головний цикл моделювання
fprintf('\nПочаток Monte Carlo моделювання...\n');
tic;

for i_el = 1:num_elevations
    true_elevation = true_elevation_range(i_el);
    fprintf('Обробка кута місця: %d° (%d/%d)\n', true_elevation, i_el, num_elevati

    for i_snr = 1:num_SNR
        SNR_dB = SNR_dB_range(i_snr);
        SNR_linear = 10^(SNR_dB/10);

        % Оптимізована Monte Carlo симуляція
        mc_errors = performMonteCarloSimulation(tracker, stv, true_azimuth, ...
            true_elevation, SNR_linear, ...
            num_monte_carlo);

        % Збереження результатів
        elevation_errors(i_el, i_snr, 1:length(mc_errors)) = mc_errors;

        % Розрахунок статистичних характеристик
        [std_val, bias_val, rmse_val] = calculateStatistics(mc_errors);
        elevation_std(i_el, i_snr) = std_val;
        elevation_bias(i_el, i_snr) = bias_val;
        elevation_rmse(i_el, i_snr) = rmse_val;

        % Перевірка валідності результатів
        if isnan(std_val) && mod(i_snr, 3) == 1
            fprintf(' Недостатньо валідних вимірювань для SNR %d дБ\n', SNR_dB);
        end
    end
end
end
```

Рисунок 34 - Реалізація ітераційного процесу симуляції за кутом місця та співвідношенням сигнал/шум.

Зовнішній цикл перебирає задані кути місця цілі ( $0^\circ - 30^\circ$ ), внутрішній цикл - значення співвідношення сигнал/шум (-5 до 25 дБ).

Для кожної комбінації параметрів викликається функція `performMonteCarloSimulation()`, яка проводить 1000 реалізацій з випадковим шумом, після чого функція `calculateStatistics()` обчислює статистичні характеристики похибок оцінювання (стандартне відхилення, систематичну похибку та середньоквадратичне відхилення).

Принцип роботи функції performMonteCarloSimulation():

### 1. Ініціалізація та розрахунок параметрів сигналу:

```
mc_errors = zeros(num_monte_carlo, 1);

% Попередній розрахунок постійних значень
noise_power_per_element = 1;
signal_power = SNR_linear * noise_power_per_element;
signal_amplitude = sqrt(signal_power);

% Вектор керування для істинного напрямку цілі
steering_vec = stv(physconst('LightSpeed')*10e9/physconst('LightSpeed'), ...
    [true_azimuth; true_elevation]);
num_elements = length(steering_vec);
```

Рисунок 35 - Фрагмент коду ініціалізації та розрахунку параметрів сигналу для симуляції.

Підготовка до симуляції - створення масиву для зберігання результатів, розрахунок потужності сигналу на основі SNR, та обчислення вектора керування антенної решітки для істинного напрямку на ціль.

### 2. Адаптивне початкове наближення:

```
% Визначення стандартного відхилення для початкового наближення
if 10*log10(SNR_linear) >= 15
    detection_error_std = 1.0;
elseif 10*log10(SNR_linear) >= 5
    detection_error_std = 2.5;
else
    detection_error_std = 4.0;
end
```

Рисунок 36 - Визначення початкової похибки для грубого наведення на основі рівня SNR

«Грубе» наведення: спочатку система використовує попередні дані виявлення (з системи огляду або попередніх вимірювань) і додає стохастичну похибку наведення, яка залежить від рівня сигналу - при сильному сигналі похибка  $\pm 1^\circ$ , при слабкому  $\pm 4^\circ$ .

### 3. Генерація сигналу та шуму:

```
% Генерація сигналу цілі
signal_phase = 2*pi*rand;
target_signal = signal_amplitude * exp(1j * signal_phase);
received_signal = target_signal * steering_vec.';

% Додавання шуму
noise = sqrt(noise_power_per_element/2) * ...
    (randn(1, num_elements) + 1j*randn(1, num_elements));
total_signal = received_signal + noise;
```

Рисунок 37 - Формування сигналу з шумом

Генерація сигналу цілі з випадковою фазою, формування сигналу на елементах решітки та додавання комплексного білого гаусівського шуму.

### 4. Моноімпульсна обробка:

```
% Початкове наближення
initial_direction = [detection_error_std * randn;
                    detection_error_std * randn];

initial_direction(1) = max(-15, min(15, initial_direction(1)));
initial_direction(2) = max(-15, min(15, initial_direction(2)));

% Моноімпульсна обробка
estimated_direction = step(tracker, total_signal, initial_direction);
```

Рисунок 38 - Ключові кроки моноімпульсної обробки

Точне наведення: Алгоритм порівнює сигнали від різних частин антени (sum/difference канали) і вираховує точний кут цілі. Створений трекер бере `total_signal` (сигнал цілі + шум, прийнятий всіма елементами антени), використовує початкове наближення `initial_direction` як стартову точку, формує  $\Sigma$  та  $\Delta$  діаграми спрямованості, обчислює відношення  $\Delta/\Sigma$  для кожної осі та ітеративно уточнює кутові координати до досягнення оптимального результату. Функція `step()` реалізує алгоритм порівняння сум і різниць.

## 5. Обробка результатів та контроль якості:

```
% Перевірка валідності оцінки
if abs(estimated_direction(2)) <= 45 && abs(estimated_direction(1)) <= 45
    mc_errors(mc) = estimated_direction(2) - true_elevation;
else
    mc_errors(mc) = NaN;
end

catch ME
    mc_errors(mc) = NaN;
    if ~contains(ME.message, 'monopulse processing range')
        warning('Помилка в Monte Carlo реалізації %d: %s', mc, ME.message);
    end
end
end
end
```

Рисунок 39 - Механізм контролю якості оцінок

Перевірка реалістичності оцінки, розрахунок похибки як різниці між оціненим та істинним кутом, та обробка помилок алгоритму з записом недійсних результатів як NaN.

Принцип роботи функції calculateStatistics():

Ця функція обчислює статистичні характеристики похибок з автоматичним фільтруванням невалідних даних:

```
function [std_val, bias_val, rmse_val] = calculateStatistics(errors)
% Розрахунок статистичних характеристик з видаленням викидів

valid_errors = errors(~isnan(errors) & isfinite(errors));

if length(valid_errors) >= 10
    % Видалення викидів (outliers) - значень більше 3σ
    mean_error = mean(valid_errors);
    std_error = std(valid_errors);
    outlier_threshold = 3 * std_error;
    clean_errors = valid_errors(abs(valid_errors - mean_error) <= outlier_threshold);

    if length(clean_errors) >= 5
        std_val = std(clean_errors);
        bias_val = mean(clean_errors);
        rmse_val = sqrt(mean(clean_errors.^2));
    else
        std_val = NaN;
        bias_val = NaN;
        rmse_val = NaN;
    end
else
    std_val = NaN;
    bias_val = NaN;
    rmse_val = NaN;
end
end
```

Рисунок 40- Функція розрахунку статистичних характеристик

Алгоритм роботи включає чотири основні етапи. Спочатку виконується фільтрація валідних даних, під час якої видаляються значення NaN та нескінченні значення. Далі проводиться перевірка достатності даних - для надійного статистичного аналізу потрібно мінімум 10 валідних вимірювань.

Третім етапом є видалення викидів за допомогою правила "3 сигма", яке відкидає значення, що відхиляються більше ніж на три стандартних відхилення від середнього арифметичного. Нарешті виконується розрахунок статистик, де обчислюється стандартне відхилення як міра розкиду даних, систематична похибка як зміщення від нуля, та середньоквадратичне відхилення як показник загальної точності.

Функція має вбудований захист від помилок - якщо після фільтрації залишається менше п'яти значень, вона повертає NaN для всіх статистичних характеристик, що сигналізує про недостатність даних для надійної оцінки. Призначення цієї функції полягає у забезпеченні надійної статистичної обробки результатів Monte Carlo симуляції з автоматичним контролем якості вхідних даних.

## 6.9 Візуалізація основних результатів моделювання

В даному фрагменті програми викликається функція `plotMainResults()` для візуалізації результатів статистичного моделювання:

```
%% Побудова графіків основних результатів
plotMainResults(SNR_dB_range, true_elevation_range, elevation_std, ...
                elevation_rmse, elevation_bias, array_size, lambda);
```

Рисунок 41 - Фрагмент, що ініціює візуалізацію даних

Функція будує графіки залежності точнісних характеристик моноімпульсного радару (стандартне відхилення, середньоквадратичне відхилення, систематична похибка) від співвідношення сигнал/шум та кута місця цілі на основі результатів Monte Carlo симуляції.

## 6.10 Оцінка впливу розміру решітки на точність

Цей блок коду проводить дослідження впливу розміру антенної решітки на точність радару:

```
%% Дослідження впливу розміру решітки
fprintf('\n=== ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ РОЗМІРУ РЕШІТКИ ===\n');
[array_std_results, array_rmse_results] = ...
    studyArraySizeEffect(SNR_dB_range, d, c, freq, true_azimuth);

% Побудова графіків для дослідження решіток
plotArraySizeResults(array_std_results, array_rmse_results);
```

Рисунок 42 - Виклик функцій для аналізу та візуалізації впливу розміру решітки

Функція `studyArraySizeEffect()` - виконує моделювання методом Монте-Карло для решіток різного розміру ( $2 \times 2$ ,  $4 \times 4$ ,  $8 \times 8$  елементів) при фіксованому куті місця. Функція `plotArraySizeResults()` - будує графіки порівняння точності (стандартне та середньоквадратичне відхилення) для різних розмірів решіток.

Принцип роботи функції `studyArraySizeEffect()`:

1. Налаштування параметрів дослідження:

```
array_sizes = [2, 4, 8];
num_array_sizes = length(array_sizes);
fixed_elevation = 10;
SNR_range_simple = -5:5:25;
num_SNR_simple = length(SNR_range_simple);
num_mc_simple = 500;
```

Рисунок 43 - Визначення вхідних параметрів для симуляції

Функція тестує три типи решіток -  $2 \times 2$ ,  $4 \times 4$  та  $8 \times 8$  елементів. Для кожної решітки перевіряється точність при фіксованому куті місця  $10^\circ$  та різних рівнях сигнал/шум від -5 до +25 дБ. Для статистики використовується 500 Monte Carlo експериментів.

2. Створення та тестування кожної решітки:

А. Спочатку створюється антенна система для поточного розміру:

current\_array - створює нову прямокутну решітку URA розміром  $N \times N$  елементів. current\_stv - створює об'єкт для розрахунку векторів керування (показує, як антена "дивиться" в певному напрямку). current\_tracker - створює моноімпульсний трекер, який буде вимірювати кути цілей.

```

for i_array = 1:num_array_sizes
    N_current = array_sizes(i_array);
    fprintf('Тестування решітки %dx%d...\n', N_current, N_current);

    % Створення поточної решітки
    current_array = phased.URA('Size', [N_current, N_current], 'ElementSpacing', [d d]);
    current_stv = phased.SteeringVector('SensorArray', current_array, 'PropagationSpeed', c);
    current_tracker = phased.SumDifferenceMonopulseTracker2D('SensorArray', current_array, ...
        'PropagationSpeed', c, ...
        'OperatingFrequency', freq);

```

Рисунок 44 - Ініціалізація решітки для тестування

В. Далі відбувається тестування при різних рівнях шуму:

```

for i_snr = 1:num_SNR_simple
    SNR_dB = SNR_range_simple(i_snr);
    SNR_linear = 10^(SNR_dB/10);

    % Monte Carlo симуляція
    mc_errors = performArrayMonteCarlo(current_tracker, current_stv, ...
        true_azimuth, fixed_elevation, ...
        SNR_linear, num_mc_simple);

    % Статистика
    [std_val, ~, rmse_val] = calculateStatistics(mc_errors);
    array_std_results(i_array, i_snr) = std_val;
    array_rmse_results(i_array, i_snr) = rmse_val;
end
end

```

Рисунок 45 - Проведення тестування з додаванням шуму.

Цикл проходить по всіх значеннях SNR від -5 до +25 дБ.  $SNR\_linear = 10^{(SNR\_dB/10)}$  - переводить SNR з децибелів у лінійну шкалу. performArrayMonteCarlo() - запускає 500 експериментів з випадковим шумом для поточної комбінації решітки та SNR. calculateStatistics() - обчислює стандартне та середньоквадратичне відхилення з результатів експериментів. І в кінці результати зберігаються в матриці, де рядки відповідають розмірам решіток ( $2 \times 2, 4 \times 4, 8 \times 8$ ), а стовпці - різним рівням SNR.

## 6.11 Завершення моделювання та відображення даних

Наступний фрагмент коду виконує виведення підсумкових результатів моделювання моноімпульсного радару:

```
%% Виведення підсумкових результатів
printFinalResults(elevation_std, elevation_rmse, elevation_bias, ...
                  true_elevation_range, SNR_dB_range, num_monte_carlo, ...
                  N_el, N_az, freq, array_std_results, array_rmse_results);

fprintf('Моделювання завершено успішно!\n');
```

Рисунок 46 - Завершення моделювання та відображення даних

Функція `printFinalResults()` виводить детальний звіт про всі результати експериментів. Функція отримує всі основні статистичні дані: стандартні відхилення, середньоквадратичні відхилення, систематичні похибки для різних кутів місця та рівнів SNR, а також результати дослідження впливу розміру антенних решіток.

Ця частина завершує весь цикл досліджень і представляє користувачу зведену інформацію про точність роботи моноімпульсного радару при різних умовах.

## 7 РЕЗУЛЬТАТИ МОДЕЛЮВАННЯ

В результаті проведеного моделювання було отримано ряд графічних залежностей, що характеризують роботу радіолокаційної системи. Розглянемо детально кожен з отриманих графіків та проаналізуємо закономірності, які вони демонструють.

### 7.1 Залежність точності оцінки кута місця від співвідношення сигнал/шум

На рисунку 47 зображено залежність стандартного відхилення оцінки кута місця від співвідношення сигнал/шум для різних значень кута  $\theta$  ( $0^\circ$ ,  $10^\circ$ ,  $20^\circ$ ,  $30^\circ$ ), а також теоретичну межу Крамера-Рао.

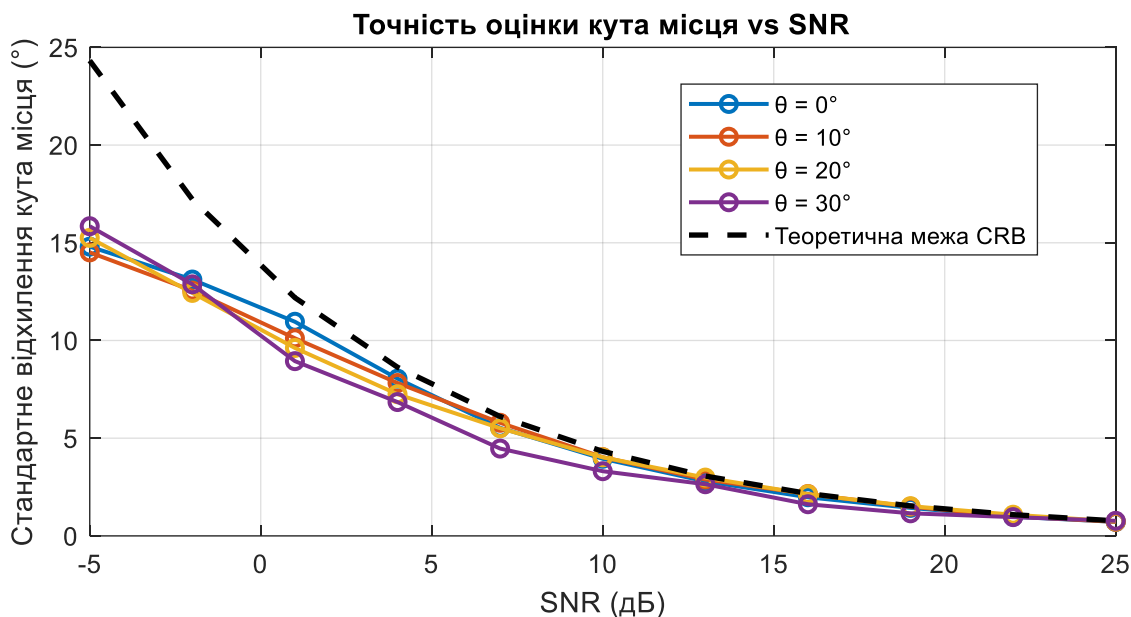


Рисунок 47 - Залежність стандартного відхилення оцінки кута місця від співвідношення сигнал/шум

Аналіз графіка показує, що зі збільшенням SNR точність оцінки кута місця суттєво підвищується для всіх досліджуваних кутів. При низьких значеннях SNR (менше 0 дБ) стандартне відхилення досягає 15 – 16°, що свідчить про низьку точність вимірювань. Зі збільшенням SNR до 10-15 дБ відхилення зменшується до 2 – 4°, а при високих значеннях SNR (понад 20 дБ) досягає близько 1°.

Аналіз графіка виявляє незначну залежність точності оцінки від значення кута місця. При низьких рівнях SNR (менше 0 дБ) спостерігається дещо вища похибка для кута  $\theta = 0^\circ$  порівняно з іншими кутами місця, що може бути пов'язано з особливостями обробки сигналів у напрямку борсайту антенної системи. Різниця становить приблизно  $0.5 - 1^\circ$  і найбільш помітна в діапазоні SNR від -5 до 5 дБ.

Зі збільшенням SNR понад 10 дБ вплив кута місця на точність оцінки стає практично незначущим, і всі криві збігаються до єдиної залежності. Це свідчить про стабільну роботу моноімпульсного алгоритму в широкому діапазоні кутів при достатньому рівні сигналу.

Теоретична межа Крамера-Рао демонструє граничну точність, яку можна досягти, і результати моделювання наближаються до неї при високих SNR.

Другий графік(рис. 48) показує залежність RMSE (середньоквадратичного відхилення) від SNR. Порівняно з першим графіком (стандартне відхилення), RMSE демонструє дещо вищі значення. Різниця в значеннях RMSE та стандартного відхилення пояснюється тим, що RMSE враховує як розкид похибок, так і систематичне зміщення, тоді як стандартне відхилення характеризує лише розкид відносно середнього значення. Обидві метрики використовують квадрати похибок і мають однакову чутливість до викидів.

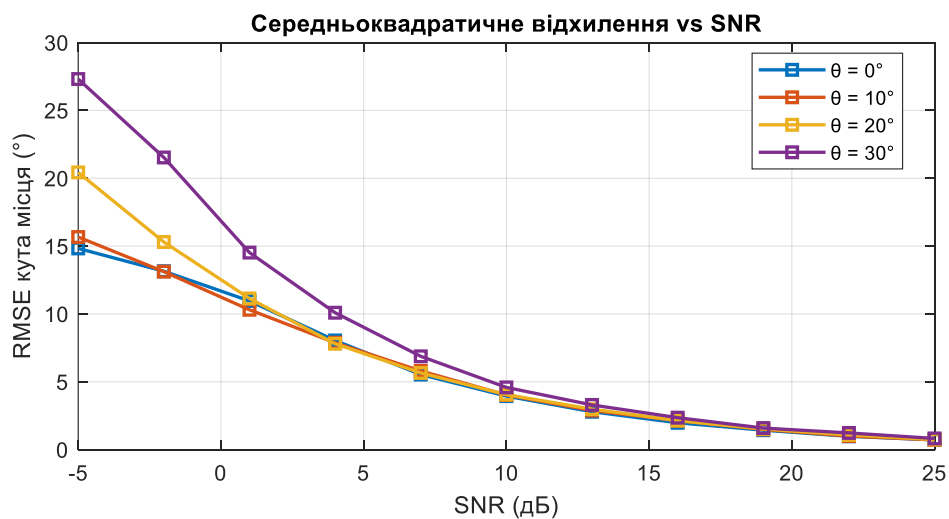


Рисунок 48 -Залежність середньоквадратичного відхилення (RMSE) оцінки кута місця від співвідношення сигнал/шум

Аналіз графіка показує аналогічні закономірності - RMSE зменшується зі збільшенням SNR для всіх кутів. При низьких SNR (менше 0 дБ) значення досягають 15 – 27°, при 10-15 дБ зменшуються до 2 – 4°, а при високих SNR (понад 20 дБ) становлять близько 1°.

Ключова відмінність - дещо вищі значення RMSE через врахування систематичної складової похибки, що робить RMSE більш комплексним показником точності оцінювання, який одночасно характеризує і точність, і правильність системи.

На рисунку 49 представлено 3D мапу точності оцінки, яка демонструє залежність стандартного відхилення від обох параметрів одночасно - SNR та кута місця.

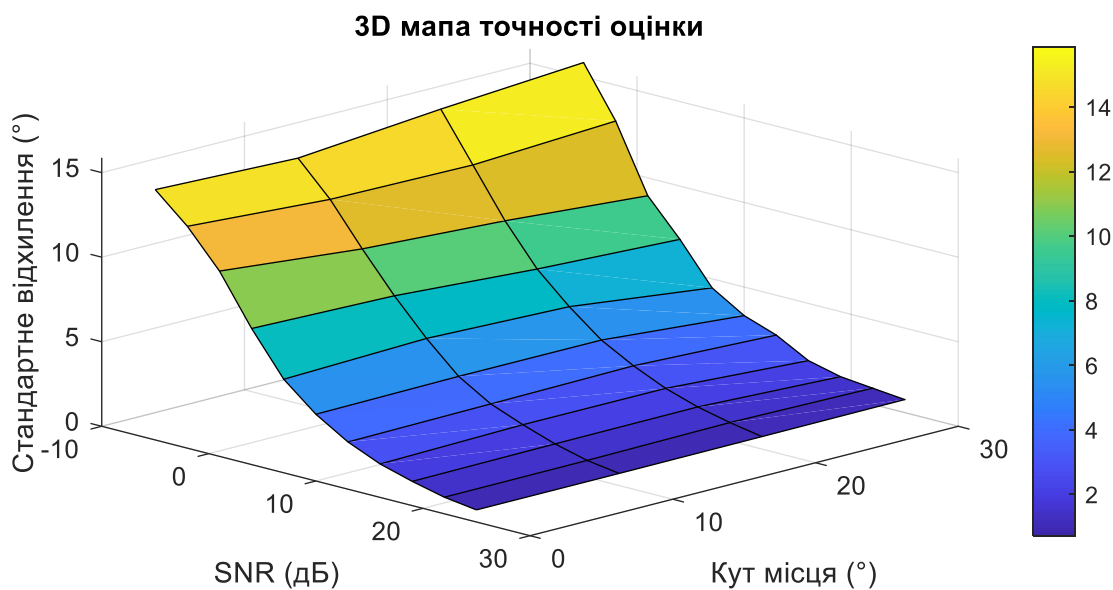


Рисунок 49 - 3D-поверхня точності моноімпульсного радару

## 7.2 Порівняльний аналіз конфігурацій антенних решіток

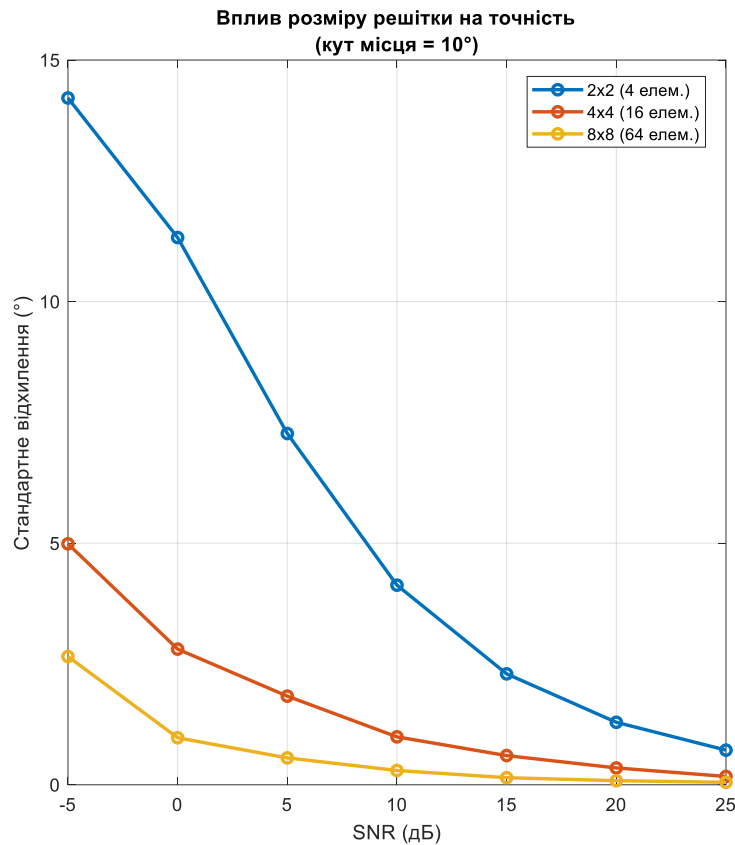


Рисунок 50 - Вплив розміру антенної решітки на стандартне відхилення оцінки кута місця

Графік(рис.50) показує, як розмір антенної решітки впливає на точність вимірювання кута місця в моноімпульсному радарі.

У всіх конфігураціях видно, що при зростанні SNR стандартне відхилення зменшується. Це означає, що вища якість сигналу дозволяє більш точно визначати кут місця. При будь-якому значенні SNR більші решітки забезпечують менше стандартне відхилення, тобто вищу точність.

Найбільш виражений ефект покращення точності спостерігається при переході від решітки  $2 \times 2$  до  $4 \times 4$ , особливо в діапазоні низьких SNR (-5...5 дБ). Подальше збільшення до  $8 \times 8$  дає менший відносний приріст точності через закон спадної віддачі - чим більше антенних елементів у решітці, тим менший вклад у загальне покращення точності дає кожен наступний елемент. Різниця між  $4 \times 4$  та  $8 \times 8$  решітками менш виражена, ніж між  $2 \times 2$  та  $4 \times 4$ .

Наступний графік(рис.51) показує середньоквадратичне відхилення (RMSE) оцінки кута місця залежно від SNR для різних розмірів антенних решіток.

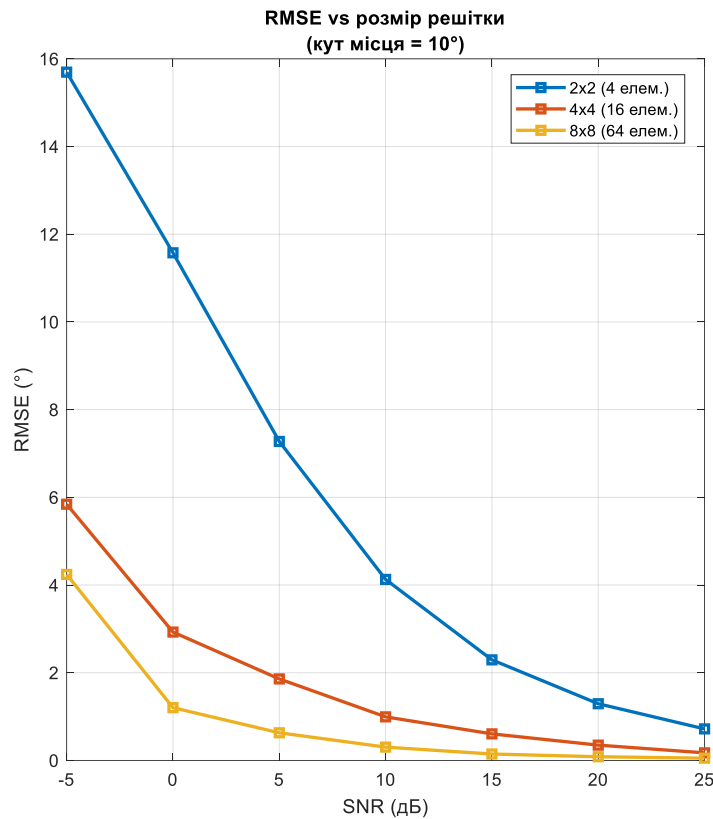


Рисунок 51 - Вплив розміру антенної решітки на середньоквадратичне відхилення (RMSE) оцінки кута місця

Графік RMSE демонструє ідентичні тенденції з попереднім графіком стандартного відхилення. RMSE зменшується зі зростанням SNR для всіх конфігурацій решіток, що підтверджує загальну закономірність покращення точності при вищій якості сигналу. Більші решітки забезпечують кращі показники при всіх рівнях SNR, зберігаючи ту саму ієрархію продуктивності:  $8 \times 8 > 4 \times 4 > 2 \times 2$ . Найбільша різниця між різними конфігураціями решіток спостерігається при низькому SNR, що особливо підкреслює важливість розміру антени в умовах слабого сигналу.

RMSE (Root Mean Square Error) відрізняється від стандартного відхилення тим, що враховує як випадкові, так і систематичні похибки. Через це RMSE зазвичай більше за стандартне відхилення, особливо при наявності зміщення. Це робить RMSE більш інформативною метрикою загальної точності системи, оскільки вона відображає фактичну похибку в реальних умовах експлуатації.

## 8 ВИСНОВКИ

У даній дипломній роботі було успішно розроблено та досліджено модель моноімпульсного радару, призначену для аналізу його точнісних характеристик.

Основними результатами роботи є:

1. Розробка функціональної моделі: Створена модель дозволила симулювати роботу моноімпульсного радару, генерувати сигнали та обробляти їх для визначення кутових координат цілі. Це забезпечило платформу для проведення експериментів.
2. Дослідження впливу співвідношення сигнал/шум (SNR): Моделювання в MATLAB продемонструвало, що зростання SNR суттєво покращує точність оцінки кута, що проявляється у зменшенні стандартного відхилення та середньоквадратичної похибки (RMSE). Це є очікуваним результатом, що підкреслює критичну роль якості сигналу в радарі.
3. Аналіз впливу розміру антенної решітки: Дослідження продемонстрували пряму залежність точності вимірювання кутових координат цілі від розміру антенної решітки. Показано, що збільшення розміру решітки (наприклад, від  $2 \times 2$  до  $4 \times 4$  і  $8 \times 8$ ) призводить до значного підвищення точності оцінки кута, особливо в умовах низького SNR. Було виявлено, що найбільш помітний приріст точності спостерігається при переході від менших до середніх розмірів решіток (наприклад,  $2 \times 2$  до  $4 \times 4$ ), тоді як подальше збільшення (до  $8 \times 8$ ) дає менший відносний приріст.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Ширман Я. Д. Теоретические основы радиолокации : учеб. пособие. Москва : Советское радио, 1970. 560 с.
2. Масалов Е. В. Радиотехнические системы: курс лекций для студентов специальности 210201 – Проектирование и технология РЭС. Ч. 2. – Томск: Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, 2012. – 117 с.
3. IEEE Standard 100, The Authoritative Dictionary of IEEE Standards Terms. 7th ed. New York : IEEE Press, 2000.
4. Наритник, Т., Авдеенко, Г., & Якорнов, С. А. (2022). МОДЕЛЮВАННЯ МЕТОДІВ ПЕЛЕНГАЦІЇ ДЖЕРЕЛ РАДІОВИПРОМІНЮВАННЯ З ВИКОРИСТАННЯМ АНТЕННИХ РЕШТОК. Інфокомунікаційні та комп'ютерні технології, 1(03), с. 115-152.
5. Foutz, Jeffrey, Spanias, Andreas, Banavar, Mahesh K. Direction of arrival and associated algorithms for antenna arrays. San Rafael, California : Morgan & Claypool Publ., 2008. vi, 75 p.
6. Zhang Z. Direction of Radio Finding via MUSIC (Multiple Signal Classification) Algorithm for Hardware Design System. IOP Conference Series: Journal of Physics: Conference Series. 2017. Vol. 910, No. 1. P. 012017. DOI:<https://doi.org/10.1088/1742-6596/910/1/012017>.
7. Леонов, А. И. Моноимпульсная радиолокация : 2-е изд., перераб. и доп. / А. И. Леонов, К. И. Фомичев. – М. : Радио и связь, 1984. – 312 с.
8. Родс Д. Р. Введение в моноимпульсную радиолокацию. Перевод с английского Герасимова Б.М., под редакцией Бахрах Л.Д. М. «Советское радио» 1960, 156 с.
9. Ратынский, М. В. Моноимпульсная пеленгация в РЛС с цифровыми ФАР. Монография / М. В. Ратынский, В. И. Порсев ; под ред. В. И. Порсева. – М. : Радиотехника, 2019. – 160 с.

10. Sim, H.-K., Jung, M.-A., Kim, S.-C. Performance Analysis of Phase Comparison Monopulse Algorithm for Antenna Spacing and Antenna Array. The Journal of Korean Institute of Communications and Information Sciences. 2015. T. 40, № 7. p. 1413–1419.
11. phased.ura System object : довідкова сторінка / MathWorks. URL: <https://www.mathworks.com/help/phased/ref/phased.ura-system-object.html>
12. phased.sumDifferenceMonopulseTracker2D System object : довідкова сторінка / MathWorks. URL: <https://www.mathworks.com/help/phased/ref/phased.sumdifferencemonopulsetracker2d-system-object.html>

## ДОДАТОК А

### ЛІСТИНГ ПРОГРАМИ

```
%% Модель моноімпульсного радару для дослідження точнісних характеристик
% Статистична залежність кута місця від співвідношення сигнал/шум
% для амплітудного методу моноімпульсного радару

clear; clc; close all;

%% Параметри системи
c = physconst('LightSpeed');           % Швидкість світла
freq = 10e9;                            % Робоча частота 10 ГГц (X-діапазон)
lambda = c/freq;                         % Довжина хвилі
d = lambda/2;                            % Відстань між елементами ( $\lambda/2$ )

% Параметри антенної решітки URA (Uniform Rectangular Array)
N_az = 2;                                % Кількість елементів по азимуту
N_el = 2;                                % Кількість елементів по куту місця
array_size = [N_el, N_az];              % Розмір решітки

% Створення URA
ura = phased.URA('Size', array_size, 'ElementSpacing', [d d]);

%% Побудова діаграм спрямованості URA (Sum, Delta_az, Delta_el)
az = -90:1:90;
el = -90:1:90;

% Отримуємо steer vectors
el_pos = getElementPosition(ura)/lambda; % нормалізовані координати елементів

% Сумарний вектор ваг (борсайт)
w_sum = steervec(el_pos, [0; 0]);

% Різницеві ваги – апроксимація похідної steer-вектора:
eps = 0.5; % мале зміщення (у градусах)
% Для азимутальної похибки:
w_plus_az = steervec(el_pos, [eps; 0]);
w_minus_az = steervec(el_pos, [-eps; 0]);
w_delta_az = (w_plus_az - w_minus_az)/2;

% Для похибки по куту місця (elevation):
w_plus_el = steervec(el_pos, [0; eps]);
w_minus_el = steervec(el_pos, [0; -eps]);
w_delta_el = (w_plus_el - w_minus_el)/2;

% Побудова діаграм
figure('Name','Діаграми спрямованості URA','Position',[100, 100, 1500, 500]);

subplot(1,3,1);
pattern(ura, freq, az, el, 'PropagationSpeed', c, ...
        'Type', 'powerdb', 'Weight', w_sum);
title('Сумарний канал (Sum)');
colorbar;

subplot(1,3,2);
pattern(ura, freq, az, el, 'PropagationSpeed', c, ...
        'Type', 'powerdb', 'Weight', w_delta_az);
title('Δ канал по азимуту');
colorbar;

subplot(1,3,3);
```

```

pattern(ura, freq, az, el, 'PropagationSpeed', c, ...
        'Type', 'powerdb', 'Weight', w_delta_el);
title('Δ канал по куту місця');
colorbar;

%% Параметри моделювання
% Істинні кули цілі
true_azimuth = 0; % Азимут цілі (градуси)
true_elevation_range = 0:10:30; % Обмежений діапазон кутів місця для дослідження
num_elevations = length(true_elevation_range);

% Діапазон SNR для дослідження
SNR_dB_range = -5:3:25; % від -5 до 25 дБ
num_SNR = length(SNR_dB_range);

% Параметри статистичного моделювання
num_monte_carlo = 1000; % Кількість Monte Carlo реалізацій

%% Створення об'єктів системи
% Вектор керування
stv = phased.SteeringVector('SensorArray', ura, ...
                            'PropagationSpeed', c);

% Моноімпульсний трекер 2D
tracker = phased.SumDifferenceMonopulseTracker2D('SensorArray', ura, ...
                                                'PropagationSpeed', c, ...
                                                'OperatingFrequency', freq);

%% Ініціалізація масивів для збереження результатів
elevation_errors = zeros(num_elevations, num_SNR, num_monte_carlo);
elevation_std = zeros(num_elevations, num_SNR);
elevation_bias = zeros(num_elevations, num_SNR);
elevation_rmse = zeros(num_elevations, num_SNR);

%% Валідація математичної коректності системи
fprintf('Валідація математичної коректності...\n');
validateSystem(ura, stv, tracker, freq, N_el, N_az);

%% Головний цикл моделювання
fprintf('\nПочаток Monte Carlo моделювання...\n');
tic;

for i_el = 1:num_elevations
    true_elevation = true_elevation_range(i_el);
    fprintf('Обробка кута місця: %d° (%d/%d)\n', true_elevation, i_el, num_elevations);

    for i_snr = 1:num_SNR
        SNR_dB = SNR_dB_range(i_snr);
        SNR_linear = 10^(SNR_dB/10);

        % Оптимізована Monte Carlo симуляція
        mc_errors = performMonteCarloSimulation(tracker, stv, true_azimuth, ...
                                                true_elevation, SNR_linear, ...
                                                num_monte_carlo);

        % Збереження результатів
        elevation_errors(i_el, i_snr, 1:length(mc_errors)) = mc_errors;

        % Розрахунок статистичних характеристик
        [std_val, bias_val, rmse_val] = calculateStatistics(mc_errors);
        elevation_std(i_el, i_snr) = std_val;
    end
end

```

```

    elevation_bias(i_el, i_snr) = bias_val;
    elevation_rmse(i_el, i_snr) = rmse_val;

    % Перевірка валідності результатів
    if isnan(std_val) && mod(i_snr, 3) == 1
        fprintf(' Недостатньо валідних вимірювань для SNR %d дБ\n', SNR_dB);
    end
end
end

simulation_time = toc;
fprintf('Моделювання завершено за %.1f хвилин\n', simulation_time/60);

%% Побудова графіків основних результатів
plotMainResults(SNR_dB_range, true_elevation_range, elevation_std, ...
    elevation_rmse, elevation_bias, array_size, lambda);

%% Дослідження впливу розміру решітки
fprintf('\n=== ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ РОЗМІРУ РЕШІТКИ ===\n');
[array_std_results, array_rmse_results] = ...
    studyArraySizeEffect(SNR_dB_range, d, c, freq, true_azimuth);

% Побудова графіків для дослідження решіток
plotArraySizeResults(array_std_results, array_rmse_results);

%% Виведення підсумкових результатів
printFinalResults(elevation_std, elevation_rmse, elevation_bias, ...
    true_elevation_range, SNR_dB_range, num_monte_carlo, ...
    N_el, N_az, freq, array_std_results, array_rmse_results);

fprintf('Моделювання завершено успішно!\n');

%% ===== ФУНКЦІЇ =====

function validateSystem(ura, stv, tracker, freq, N_el, N_az)
    % Валідація математичної коректності системи

    % Перевірка розмірів URA
    fprintf('Розміри URA: %d x %d = %d елементів\n', N_el, N_az, N_el*N_az);

    % Перевірка геометрії решітки
    pos = getElementPosition(ura);
    fprintf('Позиції елементів: %d точок в 3D просторі\n', size(pos, 2));

    % Тестування вектору керування
    test_angles = [0; 0]; % Борсайт
    test_stv = stv(freq, test_angles);
    fprintf('Вектор керування для борсайту: norm = %.4f\n', norm(test_stv));

    % Перевірка нормування
    if abs(norm(test_stv) - sqrt(N_el*N_az)) < 1e-10
        fprintf('✓ Вектор керування коректно нормований\n');
    else
        fprintf('⚠ Потенційна проблема з нормуванням вектору керування\n');
    end

    % Перевірка SNR
    test_snr_db = 10;
    test_snr_linear = 10^(test_snr_db/10);
    fprintf('Тестовий SNR: %d дБ = %.2f лінійний\n', test_snr_db, test_snr_linear);

    % Тестування моноімпульсного алгоритму

```

```

fprintf('Тестування моноімпульсного алгоритму:\n');
test_angle = [0; 5]; % 5° кут місця
test_stv_signal = stv(freq, test_angle);
ideal_signal = test_stv_signal.';

try
    estimated_test = step(tracker, ideal_signal, [0; 0]);
    error_test = estimated_test - test_angle;
    fprintf('Тест без шуму: Істинний кут [%.1f°, %.1f°], Оцінений [%.3f°,
%.3f°]\n', ...
            test_angle(1), test_angle(2), estimated_test(1), estimated_test(2));
    fprintf('Помилка: [%.4f°, %.4f°]\n', error_test(1), error_test(2));

    if norm(error_test) < 0.1
        fprintf('✓ Моноімпульсний алгоритм працює коректно\n');
    else
        fprintf('⚠ Можлива проблема з точністю алгоритму\n');
    end
catch ME
    fprintf('⚠ Помилка в тестуванні моноімпульсного алгоритму: %s\n', ME.message);
end
end

function mc_errors = performMonteCarloSimulation(tracker, stv, true_azimuth, ...
                                                true_elevation, SNR_linear,
num_monte_carlo)
    % Оптимізована Monte Carlo симуляція

    mc_errors = zeros(num_monte_carlo, 1);

    % Попередній розрахунок постійних значень
    noise_power_per_element = 1;
    signal_power = SNR_linear * noise_power_per_element;
    signal_amplitude = sqrt(signal_power);

    % Вектор керування для істинного напрямку цілі
    steering_vec = stv(physconst('LightSpeed')*10e9/physconst('LightSpeed'), ...
                      [true_azimuth; true_elevation]);
    num_elements = length(steering_vec);

    % Визначення стандартного відхилення для початкового наближення
    if 10*log10(SNR_linear) >= 15
        detection_error_std = 1.0;
    elseif 10*log10(SNR_linear) >= 5
        detection_error_std = 2.5;
    else
        detection_error_std = 4.0;
    end

    for mc = 1:num_monte_carlo
        try
            % Генерація сигналу цілі
            signal_phase = 2*pi*rand;
            target_signal = signal_amplitude * exp(1j * signal_phase);
            received_signal = target_signal * steering_vec.';

            % Додавання шуму
            noise = sqrt(noise_power_per_element/2) * ...
                (randn(1, num_elements) + 1j*randn(1, num_elements));
            total_signal = received_signal + noise;

            % Початкове наближення

```

```

initial_direction = [detection_error_std * randn;
                    detection_error_std * randn];

initial_direction(1) = max(-15, min(15, initial_direction(1)));
initial_direction(2) = max(-15, min(15, initial_direction(2)));

% Моноімпульсна обробка
estimated_direction = step(tracker, total_signal, initial_direction);

% Перевірка валідності оцінки
if abs(estimated_direction(2)) <= 45 && abs(estimated_direction(1)) <= 45
    mc_errors(mc) = estimated_direction(2) - true_elevation;
else
    mc_errors(mc) = NaN;
end

catch ME
    mc_errors(mc) = NaN;
    if ~contains(ME.message, 'monopulse processing range')
        warning('Помилка в Monte Carlo реалізації %d: %s', mc, ME.message);
    end
end
end
end

function [std_val, bias_val, rmse_val] = calculateStatistics(errors)
% Розрахунок статистичних характеристик з видаленням викидів

valid_errors = errors(~isnan(errors) & isfinite(errors));

if length(valid_errors) >= 10
    % Видалення викидів (outliers) - значень більше 3σ
    mean_error = mean(valid_errors);
    std_error = std(valid_errors);
    outlier_threshold = 3 * std_error;
    clean_errors = valid_errors(abs(valid_errors - mean_error) <=
outlier_threshold);

    if length(clean_errors) >= 5
        std_val = std(clean_errors);
        bias_val = mean(clean_errors);
        rmse_val = sqrt(mean(clean_errors.^2));
    else
        std_val = NaN;
        bias_val = NaN;
        rmse_val = NaN;
    end
else
    std_val = NaN;
    bias_val = NaN;
    rmse_val = NaN;
end
end

function plotMainResults(SNR_dB_range, true_elevation_range, elevation_std, ...
                        elevation_rmse, elevation_bias, array_size, lambda)
% Побудова основних графіків результатів

num_elevations = length(true_elevation_range);

figure('Position', [100, 100, 1200, 800]);

```

```

% Графік 1: Стандартне відхилення vs SNR
subplot(2, 2, 1);
colors = lines(num_elevations);
for i_el = 1:num_elevations
    plot(SNR_dB_range, elevation_std(i_el, :), 'o-', ...
         'Color', colors(i_el, :), 'LineWidth', 1.5, ...
         'DisplayName', sprintf('θ = %d°', true_elevation_range(i_el)));
    hold on;
end

% Додавання теоретичної межі Крамера-Рао
snr_linear_range = 10.^(SNR_dB_range/10);
crb_bound = arrayfun(@(snr) calculateCramerRaoBound(snr, array_size, lambda),
snr_linear_range);
plot(SNR_dB_range, crb_bound, 'k--', 'LineWidth', 2, 'DisplayName', 'Теоретична
межа CRB');

xlabel('SNR (дБ)');
ylabel('Стандартне відхилення кута місця (°)');
title('Точність оцінки кута місця vs SNR');
grid on;
legend('Location', 'best');
set(gca, 'FontSize', 10);

% Графік 2: RMSE vs SNR
subplot(2, 2, 2);
for i_el = 1:num_elevations
    plot(SNR_dB_range, elevation_rmse(i_el, :), 's-', ...
         'Color', colors(i_el, :), 'LineWidth', 1.5, ...
         'DisplayName', sprintf('θ = %d°', true_elevation_range(i_el)));
    hold on;
end
xlabel('SNR (дБ)');
ylabel('RMSE кута місця (°)');
title('Середньоквадратичне відхилення vs SNR');
grid on;
legend('Location', 'best');
set(gca, 'FontSize', 10);

% Графік 3: Систематична похибка vs SNR
subplot(2, 2, 3);
for i_el = 1:num_elevations
    plot(SNR_dB_range, elevation_bias(i_el, :), 'd-', ...
         'Color', colors(i_el, :), 'LineWidth', 1.5, ...
         'DisplayName', sprintf('θ = %d°', true_elevation_range(i_el)));
    hold on;
end
xlabel('SNR (дБ)');
ylabel('Систематична похибка (°)');
title('Систематична похибка vs SNR');
grid on;
legend('Location', 'best');
set(gca, 'FontSize', 10);

% Графік 4: 3D мапа точності
subplot(2, 2, 4);
[SNR_mesh, Elev_mesh] = meshgrid(SNR_dB_range, true_elevation_range);
surf(SNR_mesh, Elev_mesh, elevation_std);
xlabel('SNR (дБ)');
ylabel('Кут місця (°)');
zlabel('Стандартне відхилення (°)');

```

```

title('3D мапа точності оцінки');
colorbar;
view(45, 30);
set(gca, 'FontSize', 10);

sgtitle('Статистичний аналіз амплітудного моноімпульсного радару', 'FontSize', 14);
end

function [array_std_results, array_rmse_results] = studyArraySizeEffect(SNR_dB_range,
d, c, freq, true_azimuth)
    % Дослідження впливу розміру решітки на точність

    array_sizes = [2, 4, 8];
    num_array_sizes = length(array_sizes);
    fixed_elevation = 10;
    SNR_range_simple = -5:5:25;
    num_SNR_simple = length(SNR_range_simple);
    num_mc_simple = 500;

    % Ініціалізація результатів
    array_std_results = zeros(num_array_sizes, num_SNR_simple);
    array_rmse_results = zeros(num_array_sizes, num_SNR_simple);

    tic;
    for i_array = 1:num_array_sizes
        N_current = array_sizes(i_array);
        fprintf('Тестування решітки %dx%d...\n', N_current, N_current);

        % Створення поточної решітки
        current_array = phased.URA('Size', [N_current, N_current], 'ElementSpacing', [d
d]);
        current_stv = phased.SteeringVector('SensorArray', current_array,
'PropagationSpeed', c);
        current_tracker = phased.SumDifferenceMonopulseTracker2D('SensorArray',
current_array, ...
'PropagationSpeed', c,
...
'OperatingFrequency',
freq);

        for i_snr = 1:num_SNR_simple
            SNR_dB = SNR_range_simple(i_snr);
            SNR_linear = 10^(SNR_dB/10);

            % Monte Carlo симуляція
            mc_errors = performArrayMonteCarlo(current_tracker, current_stv, ...
true_azimuth, fixed_elevation, ...
SNR_linear, num_mc_simple);

            % Статистика
            [std_val, ~, rmse_val] = calculateStatistics(mc_errors);
            array_std_results(i_array, i_snr) = std_val;
            array_rmse_results(i_array, i_snr) = rmse_val;
        end
    end

    array_time = toc;
    fprintf('Дослідження решіток завершено за %.1f хвилин\n', array_time/60);
end

function mc_errors = performArrayMonteCarlo(tracker, stv, true_azimuth, ...
fixed_elevation, SNR_linear, num_mc)

```

```

% Monte Carlo симуляція для дослідження решіток

mc_errors = zeros(num_mc, 1);

% Постійні значення
signal_power = SNR_linear;
signal_amplitude = sqrt(signal_power);
steering_vec = stv(physconst('LightSpeed')*10e9/physconst('LightSpeed'), ...
    [true_azimuth; fixed_elevation]);
num_elements = length(steering_vec);

for mc = 1:num_mc
    try
        % Генерація сигналу
        signal_phase = 2*pi*rand;
        target_signal = signal_amplitude * exp(1j * signal_phase);
        received_signal = target_signal * steering_vec.';

        % Шум
        noise = sqrt(0.5) * (randn(1, num_elements) + 1j*randn(1, num_elements));
        total_signal = received_signal + noise;

        % Початкове наближення
        initial_guess = [2*randn; 2*randn];
        initial_guess(1) = max(-10, min(10, initial_guess(1)));
        initial_guess(2) = max(-10, min(10, initial_guess(2)));

        estimated = step(tracker, total_signal, initial_guess);
        if abs(estimated(2)) <= 30
            mc_errors(mc) = estimated(2) - fixed_elevation;
        else
            mc_errors(mc) = NaN;
        end
    catch
        mc_errors(mc) = NaN;
    end
end
end

function plotArraySizeResults(array_std_results, array_rmse_results)
    % Побудова графіків впливу розміру решітки

    array_sizes = [2, 4, 8];
    SNR_range_simple = -5:5:25;
    fixed_elevation = 10;
    num_array_sizes = length(array_sizes);

    figure('Position', [200, 200, 1000, 600]);

    % Графік 1: Стандартне відхилення
    subplot(1, 2, 1);
    colors_array = lines(num_array_sizes);
    for i_array = 1:num_array_sizes
        N_size = array_sizes(i_array);
        plot(SNR_range_simple, array_std_results(i_array, :), 'o-', ...
            'Color', colors_array(i_array, :), 'LineWidth', 2, ...
            'MarkerSize', 6, 'DisplayName', sprintf('%dx%d (%d елем.)', N_size,
N_size, N_size^2));
        hold on;
    end

    xlabel('SNR (дБ)', 'FontSize', 12);

```

```

ylabel('Стандартне відхилення (°)', 'FontSize', 12);
title(sprintf('Вплив розміру решітки на точність\n(кут місця = %d°)',
fixed_elevation), 'FontSize', 13);
grid on;
legend('Location', 'best', 'FontSize', 10);
set(gca, 'FontSize', 11);

% Графік 2: RMSE
subplot(1, 2, 2);
for i_array = 1:num_array_sizes
    N_size = array_sizes(i_array);
    plot(SNR_range_simple, array_rmse_results(i_array, :), 's-', ...
        'Color', colors_array(i_array, :), 'LineWidth', 2, ...
        'MarkerSize', 6, 'DisplayName', sprintf('%dx%d (%d елем.)', N_size,
N_size, N_size^2));
    hold on;
end

xlabel('SNR (дБ)', 'FontSize', 12);
ylabel('RMSE (°)', 'FontSize', 12);
title(sprintf('RMSE vs розмір решітки\n(кут місця = %d°)', fixed_elevation),
'FontSize', 13);
grid on;
legend('Location', 'best', 'FontSize', 10);
set(gca, 'FontSize', 11);

sgtitle('Дослідження впливу розміру антенної решітки', 'FontSize', 15);
end

function printFinalResults(elevation_std, elevation_rmse, elevation_bias, ...
    true_elevation_range, SNR_dB_range, num_monte_carlo, ...
    N_el, N_az, freq, array_std_results, array_rmse_results)
% Виведення підсумкових результатів

fprintf('\n=== РЕЗУЛЬТАТИ МОДЕЛЮВАННЯ ===\n');
fprintf('Параметри системи:\n');
fprintf('- Антенна решітка: %dx%d URA\n', N_el, N_az);
fprintf('- Робоча частота: %.1f ГГц\n', freq/1e9);
fprintf('- Відстань між елементами:  $\lambda/2$ \n');
fprintf('- Кількість Monte Carlo реалізацій: %d\n', num_monte_carlo);

% Результати для  $\theta=0^\circ$ , SNR=19дБ
mid_elev_idx = find(true_elevation_range == 0);
high_snr_idx = find(SNR_dB_range == 19);
if ~isempty(mid_elev_idx) && ~isempty(high_snr_idx)
    fprintf('\nСтатистичні характеристики (для  $\theta=0^\circ$ , SNR=19дБ):\n');
    fprintf('- Стандартне відхилення: %.3f°\n', elevation_std(mid_elev_idx,
high_snr_idx));
    fprintf('- RMSE: %.3f°\n', elevation_rmse(mid_elev_idx, high_snr_idx));
    fprintf('- Систематична похибка: %.3f°\n', elevation_bias(mid_elev_idx,
high_snr_idx));
end

% Результати дослідження решіток
fprintf('\n=== РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ РЕШІТОК ===\n');
fprintf('Фіксований кут місця:  $10^\circ$ \n');

SNR_range_simple = -5:5:25;
array_sizes = [2, 4, 8];
snr_20_idx = find(SNR_range_simple == 20);
if ~isempty(snr_20_idx)
    fprintf('SNR = 20 дБ:\n');

```

```

    for i_array = 1:length(array_sizes)
        N_size = array_sizes(i_array);
        std_val = array_std_results(i_array, snr_20_idx);
        rmse_val = array_rmse_results(i_array, snr_20_idx);
        fprintf(' %dx%d решітка:  $\sigma$ =%.3f°, RMSE=%.3f°\n', N_size, N_size, std_val,
rmse_val);
    end

    fprintf('\nПоліпшення точності при збільшенні решітки:\n');
    base_std = array_std_results(1, snr_20_idx);
    for i_array = 2:length(array_sizes)
        N_size = array_sizes(i_array);
        current_std = array_std_results(i_array, snr_20_idx);
        if ~isnan(current_std) && current_std > 0
            improvement = base_std / current_std;
            fprintf(' %dx%d vs 2x2: покращення в %.1f разів\n', N_size, N_size,
improvement);
        end
    end
end
end

function crb = calculateCramerRaoBound(snr_linear, array_geometry, wavelength)
    % Розрахунок теоретичної межі Крамера-Рао для кутової оцінки в УЛР

    N_el = array_geometry(1);
    N_az = array_geometry(2);
    N = N_el * N_az;

    % Відстань між елементами ( $\lambda/2$ )
    d = wavelength / 2;

    % Ефективна апертура по куту місця
    L_el = (N_el - 1) * d;

    % Межа Крамера-Рао для кутової оцінки (в радіанах)
    crb_rad = wavelength / (2 * pi * L_el * sqrt(2 * snr_linear * N_el));

    % Переведення в градуси з емпіричним коефіцієнтом
    crb = crb_rad * (180 / pi) * 1.5;
end

```