

УДК 629.735.33:681.5

*Піщела П.О., асистент;**Соловйов Д.А., студент**КПІ ім. Ігоря Сікорського, Київ, Україна*

ЗАСТОСУВАННЯ ЛІНІЙНО-КВАДРАТИЧНОГО РЕГУЛЯТОРА В СИСТЕМІ КЕРУВАННЯ КВАДРОКОПТЕРОМ

Вступ. У сучасних умовах стрімкого розвитку безпілотних літальних апаратів (БПЛА) пріоритетним напрямом є створення високоточних, надійних та енергоефективних систем автоматичного керування, здатних забезпечити стабільність, маневреність і адаптивність апарата в умовах дії зовнішніх збурень. Особливої уваги заслуговують квадрокоптери - найпоширеніший тип БПЛА, що завдяки простоті конструкції, високій маневровості та можливості вертикального зльоту й посадки знаходить широке застосування в моніторингових, пошуково-рятувальних, логістичних, аграрних і військових цілях. Реалізація ефективного управління такими літальними апаратами вимагає побудови правильної математичної моделі, яка точно описує їхню кінематику й динаміку, а також впровадження оптимального закону керування, здатного компенсувати вплив як внутрішніх, так і зовнішніх збурень, мінімізуючи похибки стану. Успішне виконання зазначених завдань значною мірою залежить від якості розробленої програмно-апаратної архітектури системи керування.

Постановка проблеми. Динаміка квадрокоптера характеризується нелінійною багатовхідною багатовихідною структурою, у якій сили та моменти, що створюються роторами, взаємозалежні та сильно впливають на орієнтацію й переміщення апарата [2, с. 18–24]. У цій роботі побудовано математичну модель квадрокоптера за допомогою рівнянь Ньютона–Ейлера та Ейлера–Лагранжа з урахуванням руху за трьома поступальними та трьома обертальними ступенями свободи [4, с. 11–13]. Для опису орієнтації використано кути Ейлера, а саму модель подано в інерціальній та

неінерціальній системах координат (рис. 1).

Одержану нелінійну систему лінеаризовано навколо стану рівноваги із припущенням малих кутів, що дозволило перейти до простору станів.

Методологія досліджень. Для побудови регулятора використано підхід лінійно-квадратичного управління. Базова математична модель системи у просторі станів має вигляд:

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad (1)$$

де: $x \in \mathbb{R}^{12}$ - вектор змінних стану (координати, швидкості, кути, кутові швидкості), $u \in \mathbb{R}^4$ вектор керуючих дій, що включає сумарну тягу та моменти обертання навколо осей крену, тангажу і рискання відповідно, A та B - відповідні матриці динаміки системи.

З урахуванням структури квадрокоптера та припущення про малий кут відхилення, рівняння (1) у розгорнутому вигляді має наступну матричну форму:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & T/m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -T/m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & g & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ y \\ \dot{y} \\ z \\ \dot{z} \\ \varphi \\ \dot{\varphi} \\ \theta \\ \dot{\theta} \\ \psi \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} + \quad (2)$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/I_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/I_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/I_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T \\ \tau_\varphi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{bmatrix}$$

де:

x, y, z - координати положення центра мас квадрокоптера в інерціальній системі координат;

$\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$ - лінійні швидкості по відповідних осях;

φ, θ, ψ - кути орієнтації: крен, тангаж і рискання відповідно;

$\dot{\varphi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}$ - відповідні кутові швидкості;

T - сумарна вертикальна тяга квадрокоптера;

$\tau_\varphi, \tau_\theta, \tau_\psi$ - моменти обертання відповідним осям;

I_x, I_y, I_z - моменти інерції по відповідним осям;

m - маса квадрокоптера.

Як метод оптимального керування обрано лінійно-квадратичний регулятор (ЛКР), що дозволяє мінімізувати квадратичний функціонал якості:

$$J = \int_0^\infty (x^T Q x + u^T R u) dt, \quad (3)$$

де Q - матриця ваг для змінних стану, R - матриця ваг для керуючих дій.

Матриці Q та R допомагають визначити баланс між точністю регулювання станів та витратами на керуючі дії [5, с. 567–590; 6, с. 1–5]. Матриця Q визначає важливість відхилення кожної змінної стану системи. Це симетрична додатньо напіввизначена матриця розміром $n \times n$, де n - кількість змінних стану.

$$Q = \text{diag}(q_1, q_2, \dots, q_n), \quad (4)$$

де q_i – вагові коефіцієнти, що відповідають змінним стану x_i .

Матриця R також симетрична додатньо визначена матриця розміром $m \times m$,

де m – кількість керуючих елементів.

$$R = \text{diag}(r_1, r_2, \dots, r_n), \quad (5)$$

де r_j вагові коефіцієнти для відповідного керуючого сигналу u_j .

Матрицю зворотного зв'язку K обчислено на основі алгебраїчного рівняння Ріккати:

$$A^T P + P A - P B R^{-1} B^T P + Q = 0, \quad (6)$$

$$K = R^{-1} B^T P \quad (7)$$

4x12 double

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	-4.1608e-16	-4.3610e-16	0.5668	1.4387	0.8239	1.7450	0.4918	0.0087	-8.9739e-16	-3.6022e-16	-2.0694e-16	-9.0204e-17
2	-1.2390e-15	-8.4865e-16	-0.8239	-1.2953	0.5668	0.6530	6.5744	1.1238	-3.3619e-15	-4.1050e-17	1.7622e-16	8.4277e-17
3	1.0000	1.4710	4.4682e-16	7.6337e-16	5.9600e-16	1.0180e-15	8.4221e-15	4.7773e-16	5.7093	1.1083	-1.5332e-15	-2.4325e-16
4	2.2538e-17	-2.0920e-17	4.8708e-16	1.4123e-15	9.6507e-16	1.2714e-15	-2.0630e-15	-6.3465e-16	-1.3262e-15	-4.5430e-16	1.0000	1.0392

Рисунок 1. Значення матриці зворотного зв'язку у середовищі MATLAB

Для забезпечення якості перехідного було використано декілька варіантів матриць Q та R .

Результати. Початкове моделювання з (рис. 1) не забезпечило прийняттого рівня перерегулювання. Подальше ручне налаштування дозволить підібрати коефіцієнти таким чином, щоб досягти оптимального балансу між швидкістю перехідного процесу та точністю стабілізації.

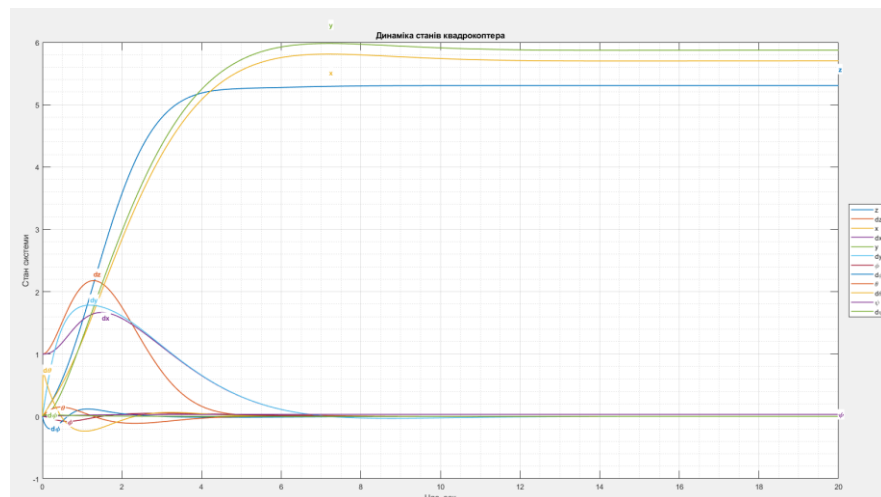


Рисунок 2. Результат моделювання з одиничними матрицями Q та R

Висновки. Використання ЛКР у системі керування квадрокоптером забезпечує стійкість, точність і плавність перехідних процесів, що підтверджено моделюванням у MATLAB. Розроблений підхід до побудови динамічної моделі, переходу до простору станів та налаштування матриць Q та R може бути адаптований до різних типів БПЛА. Практична реалізація алгоритму можлива з використанням типових мікроконтролерів і відкритого програмного забезпечення ArduPilot або PX4, що підтверджує застосовність дослідження для побудови реальних систем навігації та стабілізації.

Джерела

1. Luukkonen T., Modelling and control of quadcopter, 2011, 26 с.
2. Design and Control of quadrotors with application to autonomous flying Article. Samir Bouabdallah. January 2007. – 157 с.
3. Конспект лекцій з курсу “Сучасні методи автоматичного керування” / Ю.І. Мороз / Дніпро, РВВ ДДУ, 2000. – 51 с
4. Hernán Abaunza Gonzalez. Robust tracking of dynamic targets with aerial vehicles using quaternionbased techniques. Automatic. Université de Technologie de Compiègne, 2019. – 156 с.
5. Ogata, K. Modern Control Engineering. 5th ed. Upper Saddle River, New Jersey: Pearson Prentice Hall, 2010. — 912 с.
6. LQR Controller with Kalman Estimator Applied to UAV Longitudinal Dynamics / Chingiz Hajiyeu. – 2013. – С. 5.