

УДК 681.3.07 : 681.784

АПРОКСИМАЦІЯ КРАЮ ЗІНИЦІ ЗА ДОПОМОГОЮ ЕЛІПТИЧНОЇ ЗАМКНЕНОЇ КРИВОЇ

Можарська К. В., Сокуренко В. М.

*Національний технічний університет України „Київський політехнічний інститут”,
м. Київ, Україна*

Запропоновано алгоритм апроксимації краю зіниці на іридодіагностичному зображенні ока людини за допомогою еліптичної замкненої кривої, який базується на використанні чисельного методу. Зокрема показано, що характерні параметри такої еліптичної кривої (величини напівосей еліпсу та кут його нахилу) можуть бути знайдені після розв'язання перевизначеної системи лінійних рівнянь методом найменших квадратів. Переваги та ефективність реалізованого алгоритму підтверджені результатами чисельного моделювання на 20 фотозображеннях очей людей.

Ключові слова: іридодіагностичне зображення, алгоритм.

Вступ

Райдужна оболонка ока людини містить інформацію про всі її органи та системи. Це дозволяє відразу визначити основні проблеми пацієнта та порекомендувати йому звернутися тільки до тих фахівців, послуг яких він дійсно потребує. Обстеження пацієнта на основі аналізу особливостей його райдужної оболонки називається іридодіагностикою [1, 2].

Автоматизація процесу іридодіагностики полягає в комп'ютерному аналізі зображення ока, при якому одним з важливих завдань є виділення зіниці ока [2]. Цей процес потребує вирішення низки проблем. Зокрема, на іридодіагностичному зображенні зазвичай є велика кількість крайових точок, що не належить краю зіниці (відблиски, вії та тіні від них, крайові точки райдужки та окремих її ділянок тощо) та ускладнюють процес аналізу. Існує велика кількість універсальних алгоритмів знаходження крайових точок на зображеннях [3, 4], проте через зазначені особливості вони є недостатньо ефективними при виділенні краю зіниці.

Для вирішення цієї проблеми авторами [5] було розроблено спеціалізований алгоритм виділення крайових точок зіниці. Цей алгоритм враховує, що зображення зіниці містить точки, колір яких близький до чорного, та що воно оточене зображенням райдужної оболонки з точками інших кольорів. Останнє дозволяє знайти прямокутник, який відокремлює зіницю від іншої частини зображення. Наявність відблисків, які практично завжди присутні на іридодіагностичному зображенні, спотворює зображення знімку, внаслідок чого відбуваються суттєві втрати інформації. Мінімізувати недоліки, пов'язані з наявністю відблисків, можна за допомогою апаратної частини, але повністю позбутися їх не вдається. Тому виникає необхідність вирішувати цю проблему програмним шляхом. У праці [6] було запропоновано алгоритм, який зменшує вплив відблисків під час аналізу іридодіагностичного зображення зіниці ока. Він дозволяє підвищити надійність та точність виділення краю зіниці ока. Ал-

горитм базується на можливості виділення прямокутника, який охоплює всі крайові точки зіниці. З'єднуючи точки цього прямокутника з центром зображення, за точку краю зіниці приймається лише перша крайова точка на отриманому промені, а всі інші крайові точки на цьому промені нехтуються.

Постановка задачі

Заключним етапом виділення краю зіниці є побудова кривої, яка як найближче описує край зіниці, що складається з крайових точок зіниці, отриманих з іридодіагностичного зображення. Оскільки здебільшого форма краю зіниці є близькою до кола або дещо витягнута в одному напрямі та сплюснена – в іншому, то раціонально апроксимувати край зіниці за допомогою еліпса. Пошуку алгоритму такої апроксимації й присвячується ця робота.

Обґрунтування алгоритму

Нехай знайдено множину крайових точок зіниці на іридодіагностичному знімку:

$$\{(x_i, y_i)\}, \quad i = 1, \dots, p. \quad (1)$$

Задача полягає у знаходженні еліптичної кривої, яка є найкращою апроксимацією множини (1). Загальне рівняння кривої другого порядку має вигляд:

$$a_{11}x_i^2 + a_{12}2x_i y_i + a_{22}y_i^2 + a_{13}2x_i + a_{23}2y_i + a_{33} = 0. \quad (2)$$

Виходячи з методу, викладеного у праці [7], для знаходження найкращої апроксимації множини (1) кривою (2) необхідно підставити координати точок (1) у рівняння (2) та знайти коефіцієнти a_{ij} з отриманої системи рівнянь за методом найменших квадратів. Ця система містить p рівнянь на шість невідомих. Оскільки $p \gg 6$, то у результаті отримуємо перевизначену систему рівнянь. З лінійної алгебри відомо, що в загальному випадку точного розв'язку такої системи не існує. Однак можна знайти такий набір коефіцієнтів a_{ij} , який мінімізує міру похибки відхилення точок множини (1) від кривої (2). Таку криву й будемо вважати найкращою апроксимацією множини крайових точок (1).

Кількість незалежних коефіцієнтів в рівнянні (2) дорівнює 5, оскільки помноживши коефіцієнти a_{ij} на довільну константу, відмінну від нуля, ми отримаємо ту ж саму криву. Для уникнення цієї неоднозначності на 6 коефіцієнтів з рівняння (2) необхідно накласти додаткову умову. Скористаємося тим, що шуканий еліпс не проходить через початок координат (через верхній лівий кут знімку), тому $a_{33} \neq 0$. Зафіксуємо значення a_{33} , встановивши його рівним -1. У результаті залишаться тільки незалежні коефіцієнти у рівнянні (2). Підставляючи у (2) координати точок (1), отримаємо p лінійних рівнянь

$$a_{11}x_i^2 + a_{12}2x_i y_i + a_{22}y_i^2 + a_{13}2x_i + a_{23}2y_i = 1, \quad (3)$$

що містить п'ять невідомих коефіцієнтів a_{ij} .

Позначимо через $\mathbf{U}$ матрицю системи (3):

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} x_1^2 & 2x_1 y_1 & y_1^2 & 2x_1 & 2y_1 \\ x_2^2 & 2x_2 y_2 & y_2^2 & 2x_2 & 2y_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_p^2 & 2x_p y_p & y_p^2 & 2x_p & 2y_p \end{pmatrix}, \quad (4)$$

через $\mathbf{X}$ – вектор невідомих:

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{12} \\ a_{13} \\ a_{14} \\ a_{15} \end{pmatrix}, \quad (5)$$

а через $\mathbf{Y}$ – стовпець вільних членів:

$$\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \dots \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (6)$$

Використовуючи позначення (4) – (6), систему рівнянь (3) можна записати у вигляді:

$$\mathbf{UX} = \mathbf{Y}. \quad (7)$$

Система (7) має $p \gg 5$ рівнянь при п'яти невідомих, тому вона, в загальному випадку, не має точного розв'язку. Оскільки нашою задачею є пошук найкращого наближення множини крайових точок (1) до кривої (2), визначимо такий вектор $\mathbf{X}$, який мінімізує міру похибок

$$E = \sum_{i=1}^p (a_{i1}x_1 + \dots + a_{ia}x_a - y_i)^2 = |\mathbf{UX} - \mathbf{Y}|^2.$$

Міра E є пропорційною середній квадратичній похибці, яка пов'язана з рівняннями. Методи її мінімізації називаються схемами найменших квадратів, а їх опис можна знайти у працях [3], [8].

Як доведено у [8], вектор $\mathbf{X}$, який мінімізує міру E з (7), є розв'язком системи нормальних рівнянь $\mathbf{U}^T \mathbf{UX} = \mathbf{U}^T \mathbf{Y}$, де матриця $\mathbf{U}^T$ отримана з матриці $\mathbf{U}$ за допомогою транспонування. Неважко переконатися, що матриця $\mathbf{U}^T \mathbf{U}$ є квадратною і система нормальних рівнянь не є перевизначеною, а містить стільки ж рівнянь, скільки і невідомих. Розв'язуючи її, знаходимо коефіцієнти a_{ij} шуканої кривої другого порядку. З розташування крайових точок (1) можна очікувати, що ця крива буде еліпсом. Знайдемо основні числові параметри цього елі-

псу [9], які можна використовувати для аналізу іридодіагностичного знімку. Для цього введемо такі позначення:

$$I_1 = a_{11} + a_{22}, \quad I_2 = a_{11}a_{22} + a_{12}^2, \quad I_3 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{vmatrix}.$$

Позначимо також через λ_1 і λ_2 корені квадратного рівняння $\lambda^2 - I_1\lambda + I_2 = 0$. Рівняння (2) описує еліпс тоді і тільки тоді, коли $I_2 > 0$, $I_3 < 0$. Координати центру еліпса z_1 і z_2 задовольняють системі лінійних рівнянь

$$\begin{cases} a_{11}z_1 + a_{12}z_2 + a_{13} = 0, \\ a_{12}z_1 + a_{22}z_2 + a_{23} = 0. \end{cases} \quad (8)$$

Величини напівосей еліпса a і b визначають за формулами:

$$a = \sqrt{\left| \frac{I_3}{I_2\lambda_1} \right|}, \quad b = \sqrt{\left| \frac{I_3}{I_2\lambda_2} \right|}. \quad (9)$$

Кут φ нахилу осі еліпса знаходиться за формулою

$$\varphi = \arctg k, \quad (10)$$

де кутовий коефіцієнт k еліпса визначається з квадратного рівняння:

$$a_{12}k^2 + (a_{11} - a_{22})k - a_{12} = 0. \quad (11)$$

Форма еліпса характеризується його ексцентриситетом, який обчислюється за формулою:

$$e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} = \sqrt{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2}. \quad (12)$$

Очевидно, $0 \leq e \leq 1$. При $e = 0$ маємо коло ($b = a$). При збільшенні e , тобто при наближенні його до 1, відношення напівосей еліпса $\frac{b}{a}$ зменшується, отже еліпс набуває форми дедалі більш розтягнутого овалу.

Виходячи з викладеного вище, можна побудувати алгоритм апроксимації краю зіниці еліптичною кривою, блок-схема якого представлена на рис. 1.

Відображення знайденого еліпса на іридодіагностичному знімку здійснюється так. Послідовно задаємо значення координати x так, щоб вона змінювалася від лівої межі знімку до правої. Використовуючи рівняння (2), отримуємо квадратне рівняння відносно y . Якщо останнє рівняння має розв'язки, то отримуємо одну або дві точки (x, y) , які й відображаються на знімку.

Для оцінки точності апроксимації введемо міру відхилення знайденого еліпсу від множини крайових точок (1)

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^p d_i^2},$$

де d_i – відстань від крайової точки (x_i, y_i) до еліпсу. Відстань d_i будемо визначати як відстань між точкою (x_i, y_i) та точкою перетину з еліпсом променя, початок якого знаходиться в центрі еліпса та який проходить через зазначену точку (x_i, y_i) .

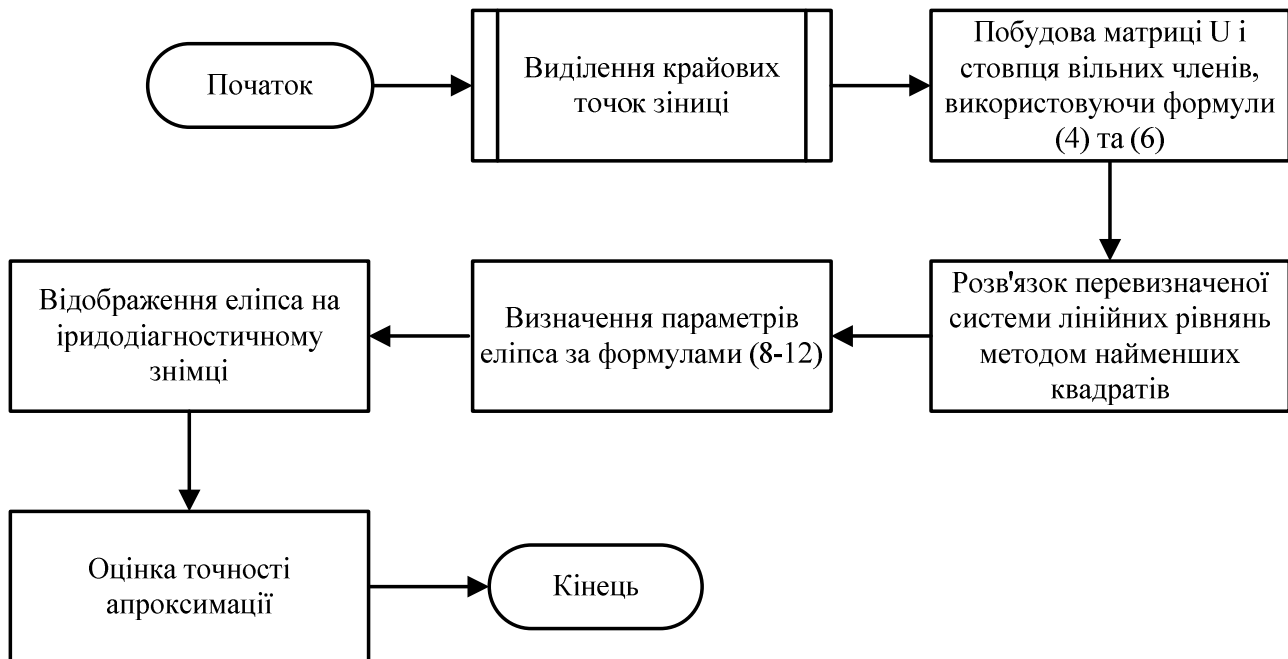


Рис. 1. Блок-схема запропонованого алгоритму апроксимації краю зіниці на іридодіагностичному зображенні ока за допомогою еліптичної замкненої кривої

Нехай (z_x, z_y) є центром еліпса (його координати знаходимо з системи (8)). Тоді рівняння прямої, що проходить через точки (z_x, z_y) та (x_i, y_i) , матиме вигляд

$$y = k_1 x + k_2, \quad (13)$$

де $k_1 = \frac{x_i - z_x}{y_i - z_y}$, $k_2 = z_y - k_1 z_x$.

Підставляючи (13) до (2), отримаємо рівняння

$$\begin{aligned} & (a_{11} + 2a_{12}k_1 + a_{22}k_1^2)x^2 + \\ & + (2a_{12}k_2 + 2a_{22}k_1k_2 + 2a_{13} + 2a_{23}k_1k_2)x + \\ & + (a_{22}k_2^2 + 2a_{23}k_2 - 1) = 0, \end{aligned} \quad (14)$$

яке визначає координату x точки перетину прямої (13) з еліпсом (2). Розв'язуючи (14), отримуємо два значення x . Підставимо ці значення до (13) та розв'яжемо отримані рівняння. У результаті знайдемо два відповідних значення

у. Визначивши відстані $d^{(1)}$ та $d^{(2)}$ від цих точок до точки (x_i, y_i) , за величину d_i приймемо меншу з цих відстаней.

Аналіз практичного застосування алгоритму

Для аналізу практичного застосування запропонованого алгоритму було проаналізовано 20 зображень очей людей. Якість фотографії оцінювалася суб'єктивно, за десятибальною шкалою (10...8 балів – високоякісний знімок, 7...5 балів – знімок середньої якості, 4...1 балів – знімок поганої якості). З обра-них фотографій: 60% – високоякісні, 25% – середньої якості та 15% – поганої якості. Результатам обробки також надавалася оцінка за десятибальною шкалою.

Програма, що розроблена на основі викладеного вище алгоритму, забезпечила якісну апроксимацію краю зіниці для 85% іридодіагностичних знімків. Для 15% знімків апроксимація була середньої якості. Залежність якості апроксимації від якості знімку має наступне: на 92% знімків високої якості апроксимація була високої якості, а на решті 8% – середньої якості. Для знімків середньої якості результати обробки були відповідно 80% і 20%. У випадку ж зображень низької якості для усіх знімків апроксимація була задовільною. Результат обробки іридодіагностичного знімку програмою наведено на рис. 2.

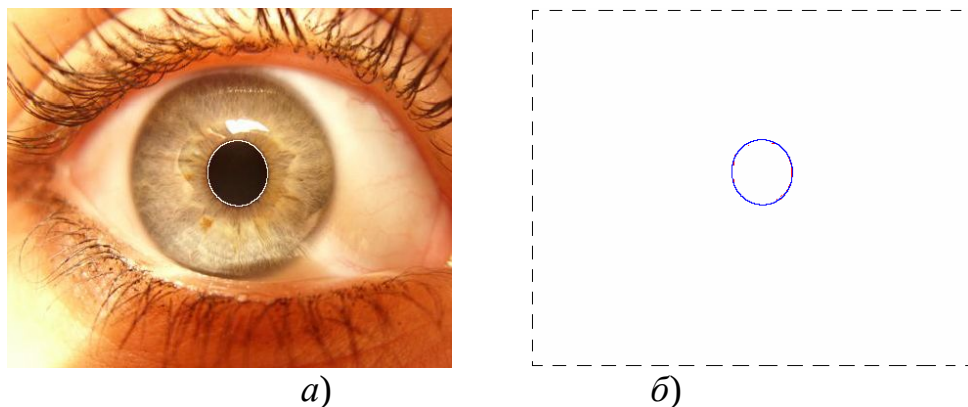


Рис. 2. Приклад обробки іридодіагностичного зображення із застосуванням запропонованого алгоритму: *а* – вихідне зображення з накладеною апроксимацією; *б* – точки краю зіниці, що апроксимовані еліптичною замкненою кривою

Щодо точності апроксимації було отримано такі результати: у 55% випадків середнє квадратичне відхилення апроксимуючого еліпса від вихідної множини крайових точок не перевищувала 2 пікселів, для 40% знімків змінювалася від 2 до 4 пікселів, і лише на 5% зображень перевищувала 4 піксели.

Цікавою є також статистика, яка характеризує форму отриманих еліптичних кривих. Безпосереднім обчисленням можна отримати, що ексцентриситет e еліпсу, у якого співвідношення малої b та великої a напівосей є $b=0,99a$, дорівнює 0,141, для $b=0,95a$ маємо $e=0,312$, для $b=0,9a$ $e=0,436$, а для $b=0,8a$

$e=0,6$. Встановлено, що для еліптичних кривих з більш-менш помітним відхиленням від кола $e>0,44$. Серед знайдених кривих, які апроксимують зіницю ока, на проаналізованих знімках маємо: з ексцентриситетом, меншим 0,14 знімків не знайдено, для 45% знімків $0,14<e<0,31$, у 25% випадків $0,31<e<0,44$, а для решти 30% зображень $0,44<e<0,6$.

Висновки

1. Обґрунтовано алгоритм визначення форми зіниці, який базується на використанні координат виділених крайових точок та загального рівняння кривої другого порядку. Характерні параметри еліптичної кривої знаходяться після розв'язання перевизначеної системи лінійних рівнянь методом найменших квадратів.
2. Аналіз результатів обробки іридодіагностичних зображень за допомогою розробленої програми, яка реалізує запропонований алгоритм, свідчить про достатньо високу надійність апроксимації зіниці ока.
3. Подальшою перспективою для даної роботи є обробка зображення райдужної оболонки ока людини, яка полягає у сегментації зображення та аналізі зон райдужної оболонки, відділеної від зіниці, та співставлення виділених зон з іридодіагностичними картами.

Література

1. Кривенко В. В. Иридодиагностика. Справочник / В. В. Кривенко и др.. – К.: Украинская Советская Энциклопедия, 1991. – 142 с.
2. Chou B. The role of pupil size in refractive surgery / B. Chou, B. Wachler. In A. Agarwal and S. Agarwal, editors. Textbook of Ophthalmology, Volume 1. Jaypee Brothers, India, 2001.
3. Forsyth D. Computer Vision. A modern approach / D. Forsyth, J. Ponce . – New York: Prentice Hall, 2002. – 928 p.
4. Canny J. A computation approach to edge detection / J. Canny. // IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence. - 8(6). - P. 679 – 698.
5. Можарська К. В. Виділення крайових точок зіниці на іридодіагностичному зображенні ока / К. В. Можарська, В. М. Сокурєнко // Вісник НТУУ «КПІ». Серія приладобудування. – 2010. – Вип. 39. – С. 53-61.
6. Можарська К. В. Зменшення впливу відблисків під час аналізу іридодіагностичного зображення ока / К. В. Можарська, В. М. Сокурєнко // Наукові вісті НТУУ «КПІ». – 2010. - № 2. – С.133-136.
7. Gander W. Least-Squares Fitting of Circles and Ellipses / W. Gander, G. H. Golub, R..Strebel. – ВІТ 34(1994). - P. 558-578.
8. Рябенський В. С. Введение в вычислительную математику / В. С. Рябенський. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2000. – 296 с.
9. Білоусова В. П. Аналітична геометрія / В. П. Білоусова, І. Г. Ільїн, О. П. Сергунова, В. М. Котлова. – К.: Вища школа, 1973. – 328 с.

References

1. Krivenko V. V. et al. Iridodiagnostics. Reference Manual. – K.: Ukrainian Soviet Encyclopedia, 1991. – 142 p. [rus]
2. Chou B. The role of pupil size in refractive surgery / B. Chou, B. Wachler. In A. Agarwal and S. Agarwal, editors. Textbook of Ophthalmology, Volume 1. Jaypee Brothers, India, 2001.

3. Forsyth D. Computer Vision. A modern approach / D. Forsyth, J. Ponce . – New York: Prentice Hall, 2002. – 928 p.
4. Canny J. A computation approach to edge detection / J. Canny. – IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence, 8(6), pp. 679 – 698.
5. Mozharska K. V. Selection of marginal pupil points at iridodiagnostical image of an eye / K. V. Mozharska, V. M. Sokurenko // BULLETIN of National Technical University of Ukraine “Kyiv Polytechnic Institute”. Series INSTRUMENT MAKING. – 2010. – No. 39. - P. 53-61. [ukr]
6. Mozharska K. V. Decreasing the influence of reflexes during analysis of iridodiagnostical image of an eye / K. V. Mozharska, V. M. Sokurenko // Naukovi Visti NTUU «KPI». – 2010. – No. 2, pp. 133-136. [ukr]
7. Gander W. Least-Squares Fitting of Circles and Ellipses / W. Gander, G. H. Golub, R. Strebel. – BIT 34(1994). -P. 558 - 578.
8. Ryabenky V. S. Introduction into computational mathematics. – M.: PHYSMATLIT, 2000. – 296 p. [rus]
9. Bilousova V. P. Analytical geometry / V. P. Bilousova, I. G. Ilyin, O. P. Sergunova, V. M. Kotlova.. – K.: Vyscha shkola, 1973. – 328 p. [ukr]

Е. В. Можарская, В. М. Сокуренко

Национальный технический университет Украины „Киевский политехнический институт”, г. Киев, Украина

АПРОКСИМАЦИЯ КРАЯ ЗРАЧКА НА ИРИДОДИАГНОСТИЧЕСКОМ ИЗОБРАЖЕНИИ ГЛАЗА ПРИ ПОМОЩИ ЭЛЛИПТИЧЕСКИ ЗАМКНУТОЙ КРИВОЙ

Предложен алгоритм аппроксимации края зрачка на иридодиагностическом изображении глаза человека при помощи эллиптически замкнутой кривой, который базируется на использовании численного метода. В частности показано, что характерные параметры такой эллиптической кривой (величины полуосей эллипса и угол его наклона) могут быть найдены после решения переопределенной системы линейных уравнений методом наименьших квадратов. Преимущества и эффективность реализованного алгоритма подтверждена результатами численного моделирования на 20 фотоизображениях глаз людей.

Ключевые слова: иридодиагностическое изображение, алгоритм.

K. V. Mozharska, V. M. Sokurenko

National Technical University of Ukraine „Kyiv Polytechnic Institute”, Kyiv, Ukraine

APPROXIMATION PUPIL'S EDGE ON THE IRIDOLOGYCAL IMAGE OF EYE WITH THE HELP OF ELLIPTICALLY CLOSED SPACE CURVE

The algorithm was proposed for approximation of the pupil's edge at the iridology image of a human eye with the help of the elliptically closed curve. The algorithm incorporates one of the numerical techniques. In particular, it is shown that the parameters of such an elliptical curve (values of the ellipse's semi-axes and the angle of its orientation) can be obtained after solving the over-determined set of linear equations with the help of the least-squares method. The advantages and efficiency of the implemented algorithm were confirmed by results of numerical simulations on 20 photo-images of human eyes.

Keywords: iridologycal image, algorithm.

*Надійшла до редакції
21 березня 2010 року*