



МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
КПІ ім. Ігоря Сікорського

Фізико-технічний інститут

Монастирський Г.Є.
Гільчук А.В.

Термодинаміка та молекулярна фізика

Збірник задач

КИЇВ 2020

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

Термодинаміка та молекулярна фізика

Збірник задач

Рекомендовано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського як навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра за освітньою програмою «Прикладна фізика» спеціальності 105 «Прикладна фізика та наноматеріали»

КИЇВ
КПІ ім. Ігоря Сікорського
2020

УДК 537
ББК 22.3
П 563

Термодинаміка та молекулярна фізика: Збірник задач [Електронний ресурс] : навч. посіб. для студ. спец. 105 «Прикладна фізика та наноматеріали» / КПІ ім. Ігоря Сікорського; уклад. Монастирський Г.Є. Гільчук А.В. – Електронні текстові дані (1 файл: 1,56 Мбайт). — К.: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2020. – 59 с.

Гриф надано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського (протокол № 4 від 10.12.2020 р.) за поданням Вченої ради Фізико-технічного інституту (протокол № 9/2020 від 26.10.2020 р.)

Електронне мережне навчальне видання

Термодинаміка та молекулярна фізика

Збірник задач

Укладачі: Монастирський Геннадій Євгенович, к.ф.-м.н., доцент кафедри Прикладної фізики ФТІ

Гільчук Андрій Володимирович, к.ф.-м.н., доцент кафедри Фізики енергетичних систем ФТІ

Рецензенти: Бачеріков Ю. Ю., д.ф.-м.н., провідний науковий співробітник відділу оптоелектронних приладів Інституту фізики напівпровідників ім. Лашкарьова

Борисов І. І., к.ф. - м.н., старший науковий співробітник відділу високотемпературної термогазодинаміки інституту технічної теплофізики

Відповідальний редактор: С. А. Смирнов, к.ф.-м.н., с.н.с., доцент кафедри Інформаційної безпеки ФТІ

Наведено 182 задачі з курсу «Термодинаміка та молекулярна фізика».

Для студентів фізико-технічного інституту КПІ ім. Ігоря Сікорського, які навчаються за спеціальністю 105 «Прикладна фізика та наноматеріали».

© Монастирський Г.Є. Гільчук А.В., 2020 р.

© КПІ ім. Ігоря Сікорського (ФТІ), 2020 р.

Зміст

Розділ 1. Виміри температури. Рівняння стану. ТД рівновага. Суміш газів.	4
Розділ 2. Перший закон ТД. Правило Гесса. Теплоємність. Швидкість звуку в газах	9
Розділ 3. Цикли. Теорема Карно. Другий закон ТД	15
Розділ 4. Нерівність Клаузіуса. Ентропія	20
Розділ 5. ТД потенціали. Співвідношення Максвелла. Ефект Джоуля-Томсона. Ентальпія	25
Розділ 6. Реальні гази	30
Розділ 7. Поверхневі явища	34
Розділ 8. Фазові перетворення	38
Розділ 9. Максвелловий розподіл	45
Розділ 10. Больцманів розподіл. Розподіл Гіббса	49
Розділ 11. Статистичний зміст ентропії. Флюктуації	52
Розділ 12. Явища переносу. Явища переносу в розріджених газах ...	55

Виміри температури. Рівняння стану. ТД рівновага. Суміш газів.

Теоретичні відомості

Рівняння стану ідеального газу(рівняння Менделєєва-Клайперона):

$$PV = \nu RT, \quad (1.1)$$

де P - тиск, V - об'єм, ν - кількість речовин, R - універсальна газова стала, T - температура.
Процеси ідеального газу:

- адіабата: $\delta Q = 0$
Рівняння процесу:

$$PV^\gamma = const \quad (1.2)$$

, де γ - показник адіабати

- ізохора: $\Delta V = 0$
Рівняння процесу:

$$PT^{-1} = const \quad (1.3)$$

- ізотерма: $\Delta T = 0$
Рівняння процесу:

$$PV = const \quad (1.4)$$

- ізобара: $\Delta P = 0$
Рівняння процесу:

$$TV^{-1} = const \quad (1.5)$$

- політропа: $C = const$
Рівняння процесу:

$$PV^n = const, \quad (1.6)$$

де $n = \frac{C - C_p}{C - C_v}$ - показник політропи

Теорема про три похідні:

$$f(x, y, z) = 0 \quad (1.7)$$

$$\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z \left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_x \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y = -1 \quad (1.8)$$

Якщо взяти до уваги рівняння стану

$$f(P, V, T) = 0 \quad (1.9)$$

, то

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V = -1 \quad (1.10)$$

Коефіцієнт об'ємного розширення α :

$$\alpha = \frac{1}{V_0} \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P \quad (1.11)$$

Температурний коефіцієнт тиску λ :

$$\lambda = \frac{1}{P_0} \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V \quad (1.12)$$

Ізотермічна стисливість γ :

$$\gamma = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T \quad (1.13)$$

Закон Дальтона: загальний тиск P суміші ідеальних газів дорівнює сумі парціальних тисків P_i компонентів у суміші:

$$P = \sum_i P_i \quad (1.14)$$

1.1. Розібрати, як буде поводитися при різних температурах від 0 до 10°C термометр, заповнений водою. Для яких температур показання цього термометра будуть однаковими? Для об'єму води в залежності від температури можна прийняти формулу

$$V = 1 - 0,00006105t + 0,000007733t^2.$$

Де V - об'єм при температурі t . Об'єм при 0°C прийнятий за одиницю.

1.2. Довести, що коефіцієнт об'ємного розширення α , температурний коефіцієнт тиску λ та ізотермічна стисливість γ фізично однорідного та ізотропного тіла зв'язані відношенням:

$$V_0 \alpha = P_0 V \lambda \gamma,$$

де V_0 та P_0 — об'єм і тиск тіла при 0°C.

1.3. Знайти густину ρ морської води на глибині 5 км, якщо на поверхні океану густина $\rho_0 = 1,03 \text{ г/см}^3$, а стисливість води у межах тисків від 1 до 500 атм дорівнює $\gamma = 47,5 \cdot 10^{-6} \text{ атм}^{-1}$.

1.4. Камеру об'ємом $V = 87 \text{ л}$ відкачують насосом, швидкість відкачування якого $C = 10 \text{ л/с}$. Скільки потрібно часу, щоб тиск у камері зменшиться у $\eta = 1000$ разів?

П р и м і т к а. Швидкістю відкачування називають об'єм газу, що відкачується за одиницю часу, причому цей об'єм вимірюється за тиском газу в даний момент.

1.5. У гладкій відкритій з обох кінців вертикальній трубці, яка має два різних перерізи (Рис. 1.1), знаходяться два поршні, які сполучені нерозтяжною ниткою, а між поршнями — один моль ідеального газу. Площа перерізу верхнього поршня на $\Delta S = 10 \text{ см}^2$ більше, ніж нижнього. Спільна маса поршнів $m = 5,0 \text{ кг}$. Тиск зовнішнього повітря $p_0 = 1,0 \text{ атм}$. На скільки кельвінів потрібно нагріти газ між поршнями, щоб вони перемістилися на $l = 5,0 \text{ см}$?

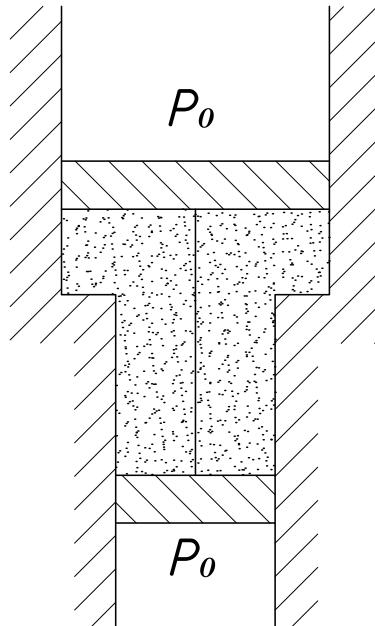


Рис. 1.1. Рисунок до задачі 1.5

1.6. Є суміш різних ідеальних газів з масами M_1, M_2, M_3, \dots і відносними молекулярними масами $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \dots$ відповідно. Показати, що рівняння стану такої суміші можна записати у такому вигляді $PV = \frac{M}{\mu}RT$, де M —

$M_1 + M_2 + M_3 + \dots$ — повна маса суміші, а стала μ виконує роль середньої відносної молекулярної маси суміші. Знайти μ .

1.7. У тонкостінний сферичний балон масою $M = 1$ кг нагнітається нітроген за температури $T = 300$ К. Знайти максимальну кількість нітрогену, яку можна помістити у посудину, якщо допустима напруга у стінках балону $\sigma = 50$ Н/мм². Густина сталі $\rho = 7,8$ г/см³.

1.8. Температура між двома віконними рамами змінюється по лінійному закону від T_1 до $T_2 > T_1$. Площа вікна дорівнює S , відстань між рамами l , молярна маса повітря μ . Визначити масу m повітря, що знаходиться між рамами при атмосферному тиску p_0 .

1.9. Коефіцієнт об'ємного розширення ртуті α при 0°C та атмосферному тиску дорівнює $0,00018^\circ\text{C}^{-1}$. Стисливість $\gamma = 0,0000039$ атм⁻¹. Знайти температурний коефіцієнт тиску λ для ртуті.

1.10. На скільки потрібно збільшити зовнішній тиск, щоб зберегти постійним об'єм ртуті при нагріванні її від 0 до 10°C (Див. попередню задачу)

1.11. Швидкість відкачки масляного насоса, що обертається, дорівнює 15 см³/с. Скільки потрібно часу, щоб колбу в 5 л відкачати від нормального атмосферного тиску до тиску в $1 \cdot 10^{-2}$ мм.рт.ст.?

1.12. Два сосуди A і B з повітрям з'єднані між собою капіляром з краном. Сосуд A занурений у водяну ванну з температурою $t_1 = 100^\circ\text{C}$, а посуд B — в охолоджуючу суміш з температурою $t_2 = -20^\circ\text{C}$. Спочатку сосуди були розлучені один від одного краном, і тиск повітря в сосудах A і B були рівні відповідно $P_1 = 200$ мм.рт.ст. і $P_2 = 400$ мм.рт.ст. Знайти тиск, який встановився після відкриття крану, якщо об'єм A дорівнює $V_1 = 250$ см³, а об'єм B дорівнює $V_2 = 400$ см³.

1.13. Моль ідеального газу ізотермічно розширюється (або стискається) від об'єму V_1 до об'єму V_2 . Визначити виконувану ним роботу A і кількість тепла Q , що він отримав.

1.14. Визначити кількість тепла Q' , яке виділяється при ізотермічному стисненні $m = 7$ г нітрогену, якщо при цьому тиск газу підвищується в $n = 50$ разів. Визначити також роботу A' , яку потрібно витратити на це

стиснення. Температура газу $t = 27^\circ\text{C}$.

1.15. Три сосуди з об'ємами V_0, V_1, V_2 , які містять ідеальний газ, з'єднані тонкими трубками. Спочатку всі три сосуди знаходяться при одній і тій же температурі T_0 , тиск у них дорівнює p_0 . Потім посуд об'ємом V_0 залишають за температури T_0 , а сосуди об'ємами V_1 і V_2 нагрівають до температур T_1 і T_2 . Знайти тиск p , який встановився у сосудах. Об'ємом трубок знехтувати.

1.16. Студент Недбайло, виконуючи лабораторну роботу №1 по вивченню закону Гей-Люссака (сталий тиск), забув вийняти корок з резервуара з ртуттю (див. опис лабораторної роботи). Знайти “закон Недбайла” $V(T)$.

Перший закон ТД. Правило Гесса. Теплоємність. Швидкість звуку в газах

Теоретичні відомості

Перший закон термодинаміки: При переході термодинамічної системи зі стану 1 в стан 2, отримана від навколишнього середовища сума робіт A та теплоти Q визначається тільки станами 1 та 2. Ця сума не залежить від шляху переходу і дорівнює зміні внутрішньої енергії системи. Перший закон термодинаміки також заперечує існування *perpetuum mobile* 1 роду.

$$\delta Q = dU + \delta A \quad (2.1)$$

Здатність речовини сприймати або віддавати тепло можна охарактеризувати **теплоємністю** - відношення одержаного тепла до викликаного зміни температури:

$$C = \frac{Q}{T} \quad (2.2)$$

Питома теплоємність:

$$c = \frac{C}{m} \quad (2.3)$$

Скориставшись результатами молекулярно-кінетичної теорії, вираз для молярної теплоємності C_v при сталому об'ємі становить:

$$C_v = \frac{i}{2} R \quad (2.4)$$

де i - кількість ступенів свободи, що має молекула газу: $i=3$ для одноатомного газу, $i=5$ -для двоатомного та $i=6$ -для багатоатомного.

Зв'язок питомої та молярної теплоємностей:

$$C_v = \mu c_v, \quad (2.5)$$

Зв'язок C_p і C_v описується **рівнянням Майєра**:

$$C_p - C_v = R, \quad (2.6)$$

C_p - теплоємність при постійному тиску, C_v - теплоємність при постійному об'ємі. У адіабатному процесі показник адіабати γ розраховується наступним співвідношенням:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v}, \quad (2.7)$$

Робота газу:

$$\delta A = PdV \quad (2.8)$$

Виконану газом роботу можна також обчислити як площу під графіком у координатах PV

Закон Джоуля (для ідеальних газів):

$$dU = \nu R dT \quad (2.9)$$

2.1. Для визначення питомої теплоємності цинку c_2 шматок його маси $m_2 = 235,6$ г нагрітий до температури $t_2 = 99,3^\circ\text{C}$ та опущений у латунний калориметр. Удільна теплоємність латуні $c_1 = 0,093$ кал/(г \cdot °C), маса калориметра та змішувача $m_1 = 100$ г, маса води $m = 209,3$ г; початкова температура калориметра та води $t_0 = 20,5^\circ\text{C}$. Температура води у калориметрі піднялася до $t = 27,6^\circ\text{C}$. Визначити удільну теплоємність цинку.

2.2. На діаграмі P, V (Рис. 2.1), показані різні оборотні процеси змінення стану деякої термодинамічної системи, відомо, що коли система переходить зі стану 1 у стан 2 по шляху 132, то вона отримує $Q_{132} = 80$ Дж тепла та при цьому здійснює роботу $A_{132} = 30$ Дж.

1. Яку кількість тепла Q_{142} отримає система, переходячи зі стану 1 у стан 2 по шляху 142, якщо відомо, що при цьому вона здійснює роботу $A_{142} = 10$ Дж?
2. Система повертається зі стану 2 у стан 1 по шляху 21. Здійснена при цьому над системою зовнішня робота дорівнює $A_{21} = 20$ Дж. Яку кількість тепла Q'_{21} віддасть система під час цього процесу?
3. Знайти кількість тепла Q_{14} і Q_{42} , поглинутого системою у процесах 14 та 42, якщо різниця між внутрішніми енергіями $U_4 - U_1 = 40$ Дж

2.3. Показати, що закон Дальтона для суміші газів, які мають однакові значення $\gamma = C_P/C_V$ та хімічно не реагують один з одним, є наслідок закону збереження енергії.

⁰Роботу, яку виконує система, та кількість тепла, яку отримує система, ми позначаємо через A та Q відповідно; роботу, виконану над системою, та кількість тепла, яку вона віддає, - через A' та Q' . Якщо A та Q - величини від'ємні, то це означає, що у дійсності робота виконується над системою та остання віддає тепло. Якщо ж від'ємні A' та Q' , то система виконує додатню роботу та їй надається додатнє тепло.

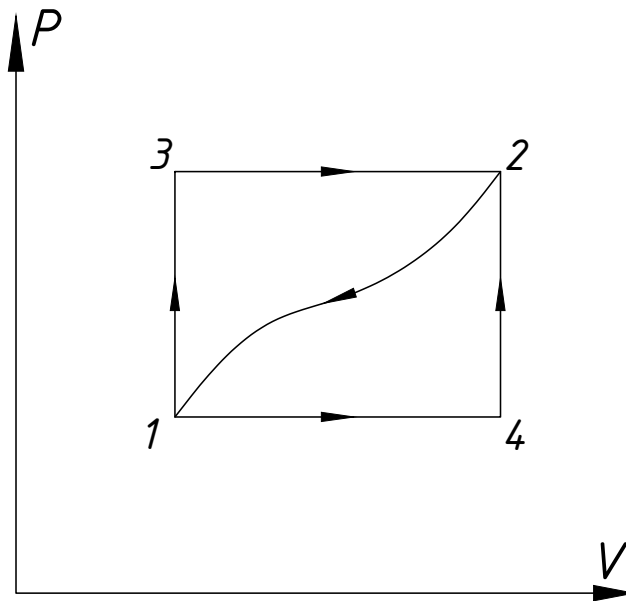


Рис. 2.1. Рис. до задачі 2.2

2.4. Довести, що адіабатична та ізотермічна стисливість фізично однорідної та ізотропної речовини зв'язані відношенням

$$\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_{ad} = \frac{1}{\gamma} \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T,$$

де $\gamma = C_P/C_V$. Показати, що це співвідношення є наслідком тільки першого закону термодинаміки та функціональної залежності між P , V та T (рівняння стану).

2.5. Визначити постійну адіабати для газової суміші, що містить ν_1 моль водню та ν_2 моль гелію. Розглянути особливий випадок, коли суміш містить однакову (по масі) кількість цих газів.

2.6. При повному згорянні моля метану у вуглекислоту та воду виділяється $Q_1 = 887$ кДж. При утворенні з елементів моля води виділяється $Q_2 = 287$ кДж, а при повному згорянні вуглецю з утворенням моля CO_2 виділяється тепло $Q_3 = 407$ кДж. Визначити теплоту Q утворення моля метану з твердого вуглецю та газоподібного водню.

2.7. Визначити кількість тепла Q' , яка виділяється при ізотермічній стисливості $m = 7$ г азоту, якщо при цьому тиск газу підвищується у $n = 50$ разів. Визначити також роботу A' , яку потрібно витратити на це стиснення. Температура газу $t = 27^\circ\text{C}$.

2.8. Визначити найменший ймовірний тиск ідеального газу у процесі, що відбувається за законом $T = T_0 + \alpha V^2$, де T_0 та α - додатні сталі, V - об'єм моля газу. Зобразити приблизний графік цього процесу у параметрах p, V .

2.9. Один моль деякого ідеального газу ізобарно нагріли на $\Delta T = 72 \text{ K}$, надавши йому кількість тепла $Q = 1,60 \text{ кДж}$. Знайти приріст його внутрішньої енергії та величину $\gamma = C_P/C_V$.

2.10. Політропним процесом називається процес, який відбувається з постійною теплоємністю C . Крива, яка відображає політропний процес, називається політропою. Знайти рівняння політропи для ідеального газу, теплоємність C_V якого не залежить від температури. Розібрати окремі випадки: 1) $C = C_V$, 2) $C = C_P$, 3) $C = 0$, 4) $C = \infty$.

2.11. Знайти механічний еквівалент тепла, знаючи, що для повітря $C_P = 0,237 \text{ кал}/(\text{г} \cdot ^\circ\text{C})$ і $\gamma = C_P/C_V = 1,41$. Відносна молекулярна маса повітря $\mu = 28,84$.

2.12. При деякому політропному процесі гелій був стиснений від початкового об'єму в 4 л до кінцевого об'єму в 1 л. Тиск при цьому підвищився від 1 до 8 атм. Знайти теплоємність C всієї маси гелію, якщо його початкова температура була 300 К.

2.13. На діаграмі P, V (Рис. 2.2) через довільну точку проведена ізотерма TT та адіабата SS для ідеального газу, теплоємність C_V якого не залежить від температури. Показати, що політропі, яка проходить через A та лежить у заштрихованій області, відповідає від'ємна теплоємність, а політропі у незаштрихованій області - додатня теплоємність.

2.14. Моль ідеального газу нагрівають у циліндрі під поршнем, який утримується у положенні рівноваги пружиною, яка задовольняє закону Гука (Рис. 2.3). Стінки циліндра і поршень адіабатичні, а дно проводить тепло. Початковий об'єм газу V_0 , при якому пружина не деформована, підібраний так, що $P_0 S^2 = kV_0$, де P_0 — зовнішній атмосферний тиск, S — площа поршня, k — коефіцієнт пружності пружини. Знайти теплоємність газу для цього процесу.

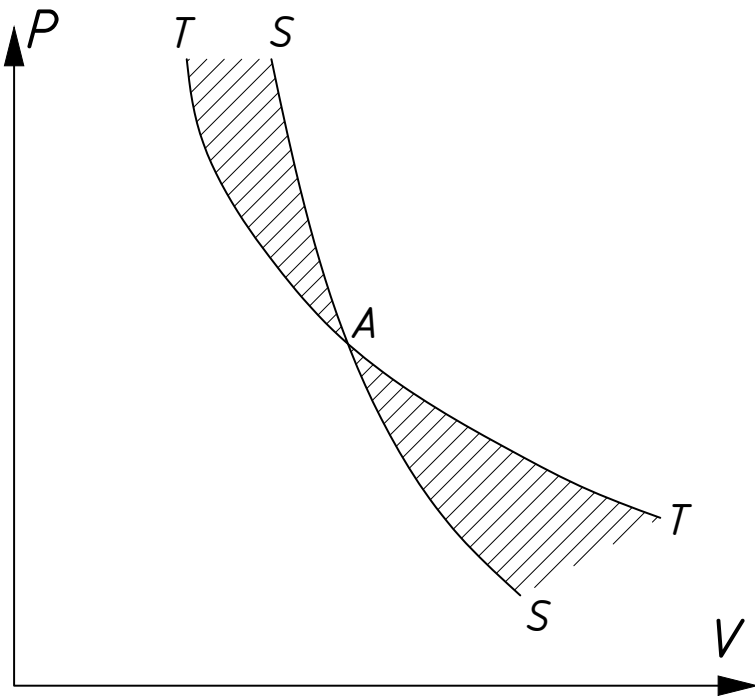


Рис. 2.2. Рис. до задачі 2.13

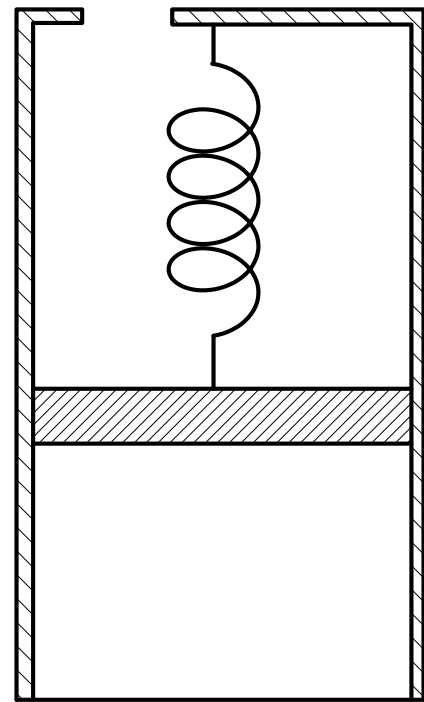


Рис. 2.3. Рис. до задачі 2.14

2.15. Два балони з об'ємами V_1 і V_2 , які наповнені різними газами, з'єднані циліндричною трубкою з площею поперечного перерізу рівною S . У трубці знаходиться поршень маси M . У положенні рівноваги тиск газів по обидва боки поршня однаково і дорівнює P_0 . Знайти період τ малих коливань, які виникнуть при відхиленні поршня з положення рівноваги в припущенні, що процес стиснення і розширення газів адиабатичний. Показники адиабат для газів рівні відповідно γ_1 і γ_2 . Об'ємом труби в порівнянні з об'ємами V_1 і V_2 знехтувати, тертя між поршнем і стінками труби не враховувати.

2.16. Для ідеального газу з довільним показником адиабати γ знайти рівняння процесу, при якому молярна теплоємність C залежить від температури T за законом $C = \xi T^2$, де $\xi = const$.

2.17. Знайти вираз для швидкості звуку в суміші $\nu_1, \nu_2, \nu_3, \dots$ молів різних ідеальних газів при температурі T .

2.18. Теплоізолюваний посуд розділений тонкою нерухомою теплопровідною перегородкою AB на дві частини (Рис. 2.4). В одній знаходиться моль газоподібного водню H_2 , в іншій моль газоподібного Гелію He . Початковий стан системи рівноважний, причому обидва газу мають однаковий тиск і однакову температуру $T_0 = 293\text{ K}$. Потім поршень CD адиабатично і квазістатично висувають, у результаті чого об'єм Гелію збільшується в 2 рази. Яка буде встановлена температура T обох газів після розширення?

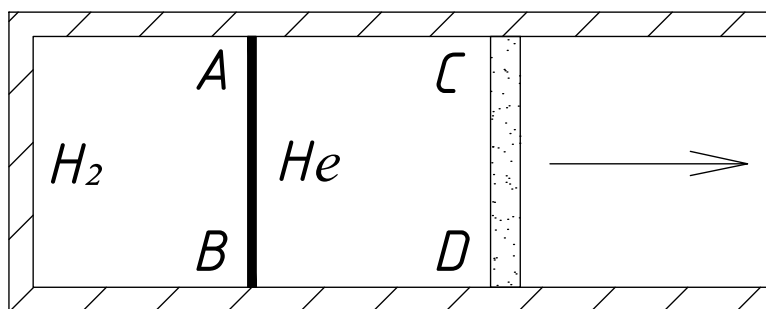


Рис. 2.4. Рисунок до задачі 2.18

2.19. Дві органні труби однакової довжини продувають: одну повітрям при кімнатній температурі T_0 , а іншу — гелієм. Визначити температуру T гелію при якій тони другої труби будуть на одну октаву вище (відношення частоти дорівнює двом) відповідних тонів першої труби. Показники адиабати повітря і Гелію, а також їх молярні маси відомі.

Цикли. Теорема Карно. Другий закон ТД

Теоретичні відомості

Другий закон термодинаміки: Процес, при якому не відбувається ніяких інших змін системи, окрім передачі теплоти від термічно однорідного тіла з більш високою температурою до тіла з нижчою температурою – необоротний, або ж «теплота не може спонтанно перейти від більш холодного тіла до більш гарячого без яких-небудь інших змін в системі».

Другий закон термодинаміки також заперечує існування *perpetuum mobile* 2 роду.

Математичний вираз, що описує другий закон термодинаміки:

$$dS = \frac{\delta Q}{T} \quad (3.1)$$

Перша теорема Карно: Всі оборотні теплові машини, маючи тепловий контакт з навколишнім середовищем лише при температурах θ_1 і θ_2 , мають однаковий К.К.Д. (коефіцієнт корисної дії), який визначається тільки температурами θ_1 і θ_2 і не залежить від природи робочої речовини і граничних адіабат.

Друга теорема Карно стверджує, що К.К.Д. всіх оборотних теплових машин, що мають тепловий контакт з навколишнім середовищем лише при температурах θ_1 і θ_2 , становить:

$$\eta = 1 - \frac{\theta_1}{\theta_2} \quad (3.2)$$

ККД теплової машини Карно не залежить від робочої речовини і конструкції машини (положення адіабат).

Одним із найважливішим практичним наслідком другого закону є вираз:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v T - P \quad (3.3)$$

3.1. Знайти ККД оборотного теплового циклу Отто, який складається з адіабат 12, 34 і ізохор 23, 41 (Рис. 3.1) якщо робочим тілом є ідеальний газ. Виразити ККД циклу через температури газу T_1 і T_2 у стані 1 і 2.

3.2. Оборотний термодинамічний цикл, виконаний на молі ідеального газу в якості робочої рідини, складається з двох ізотермічних процесів 12, 34 та двох політотропних процесів 23, 41 з теплоємністю газу C_0 (Рис. 3.2). Знайти всі роботи на всіх етапах циклу. Знайти ККД теплової машини, працюючої за цим циклом.

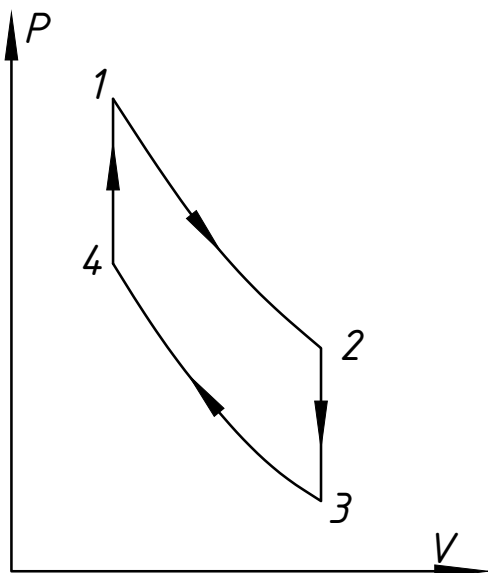


Рис. 3.1. Рис. до задачі 3.1

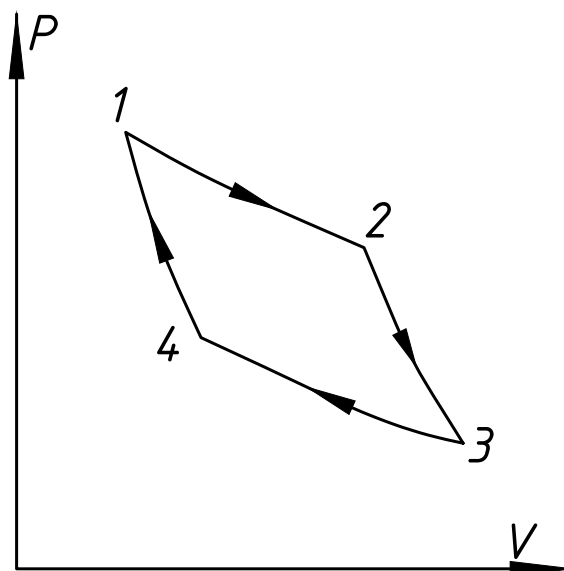


Рис. 3.2. Рис. до задачі 3.2

3.3. Знайти роботу, яку виконує рівноважне теплове випромінювання абсолютно чорного тіла в циклі Карно. Тиск випромінювання $P = \frac{u}{3}$, де $u = \sigma T^4$ – енергія випромінювання на одиницю об'єму, σ – стала Стефана-Больцмана.

3.4. Корисною величиною, що характеризує теплові двигуни, є середній індикаторний тиск $P_{min} = \frac{A}{(V_{max} + V_{min})}$. Порівняйте відношення $(P_{max} - P_{min})/P_{min}$, яке реалізується в циклах Карно та Отто. Що воно характеризує? Поясніть, чому цикл Карно не знайшов широкого застосування. Для обох циклів $T_{max} = 2000$ К, $T_{min} = 300$ К, $P_{min} = 1$ атм, $V_c/V_d = 2,73$. Робоча речовина – 1 моль повітря.

3.5. Розглянувши нескінченно малий цикл Карно і скориставшись теоремою Карно довести, що внутрішня енергія і теплоємність фізично однорідного ізотропного тіла задовольняють співвідношенням:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V - P$$

$$\left(\frac{\partial C_V}{\partial V}\right)_T = T \left(\frac{\partial^2 P}{\partial T^2}\right)_V$$

За допомогою цих співвідношень і рівняння стану для ідеальних газів довести, що внутрішня енергія і теплоємність ідеального газу залежить тільки від температури, але не від обсягу, займаного даною масою газу.

3.6. Показати, що для будь-якої речовини політропа може перетинати ізотерму не більше ніж в одній точці.

3.7. Цикл складається з двох ізохор і двох ізобар (Рис.3.3). Показати, що для будь-якої речовини з постійними теплоємності C_V і C_P температура в точках 1, 2, 3, 4 пов'язані співвідношенням $T_1 T_3 = T_2 T_4$.

3.8. Яким шляхом теоретично ефективніше підвищити ККД машини Карно: збільшуючи температуру нагрівача T_1 на ΔT при фіксованому значенні температури холодильника T_2 або знижувати температуру холодильника T_2 на таку ж величину ΔT при фіксованому значенні температури нагрівача T_1 ?

3.9. Знайти ККД циклу Клайперону, що складається з двох ізохор 23, 41 і двох ізотерм 12, 34 (Рис.3.4), з ідеальним газом в якості робочої речовини.

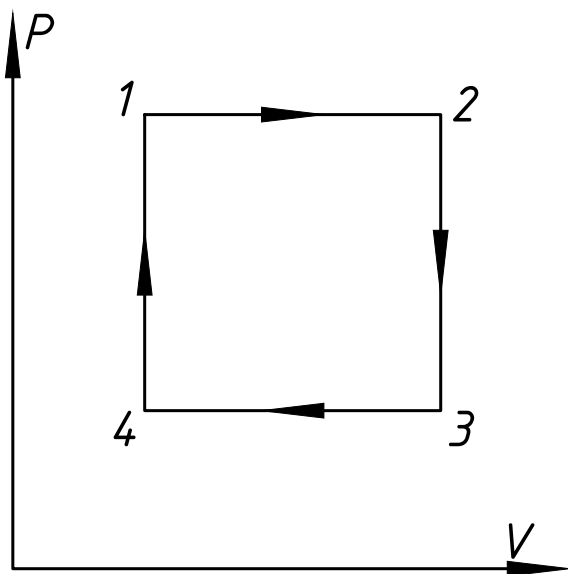


Рис. 3.3. Рис. до задачі 3.7

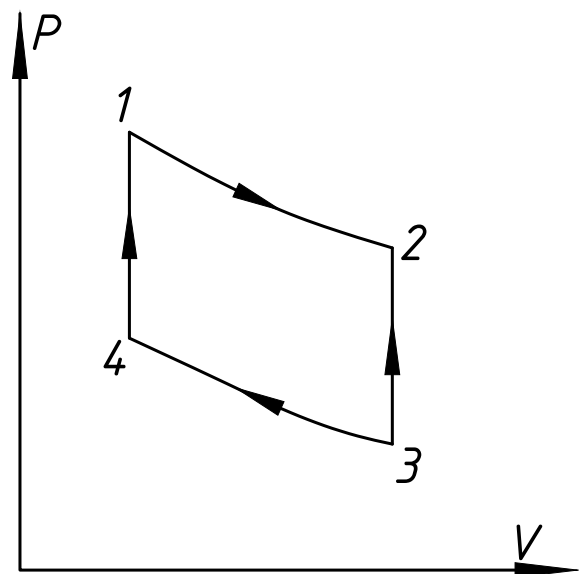


Рис. 3.4. Рис. до задачі 3.9

3.10. Ентальпією або теплової функцією фізично однорідного ізотропного речовини називається функція стану, яка визначається виразом $H = U + PV$. Розглянувши нескінченно малий цикл Карно і застосувавши до нього теорему Карно, показати що ентальпія H і теплоємність C_P задовольняють співвідношенням:

$$\left(\frac{\partial H}{\partial P}\right)_T = V - T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$$

$$\left(\frac{\partial C_P}{\partial P}\right)_T = -T\left(\frac{\partial^2 V}{\partial T^2}\right)_P$$

3.11. Показати, що для будь-якої речовини адіабата може перетинати ізотерму не більше ніж в 1 точці.

3.12. Визначити роботу циклу, що здійснюється будь-якою речовиною і складається з ізотерми 12, політропи 23 і адіабати 31 (Рис.3.5). Відомо, що теплоємність тіла на політропі 23 дорівнює C , а температури на ізотермі 12 і у стані 3 рівні відповідно T_1 і T_3 .

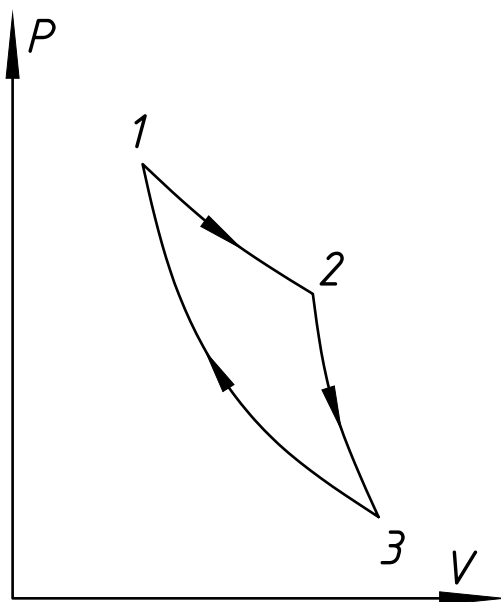


Рис. 3.5. Рис. до задачі 3.12

3.13. Яку максимальну роботу можна отримати від циклічно діючої машини, нагрівачем якої служить маса $m_1 = 1$ кг води при початковій температурі $T_1 = 373$ К, а холодильником - $m_2 = 1$ кг льоду при температурі $T_2 = 273$ К, до моменту, коли весь лід розтане? Чому буде дорівнювати тем-

пература води T в цей момент? Питома теплота плавлення льоду дорівнює $q = 335$ кДж/кг, залежністю питомої теплоємності води від температури знехтувати.

3.14. Знайти максимальну роботу, яку може виконати двигун, що працює за циклом Отто. Температури робочої речовини на ізотермах T_1 та T_2 відповідно. Відомо, що на ізотермі з температурою T_1 отримано тепло Q_1 . Теплоємність C_V робочої речовини залежить тільки від температури.

3.15. У скільки разів зміниться ККД двигуна внутрішнього згорання, якщо коефіцієнт стиснення n збільшити з $n_1 = 5$ до $n_2 = 10$?
Вказівка. Реальний цикл двигуна замінити ідеальним замкненим циклом, що складається з двох ізохор і двох адіабат, а робочу речовину вважати багатоатомним ідеальним газом.

3.16. Повітря, що знаходиться в замкненому теплоізолюваному об'ємі $V = 100$ м³, є нагрівачем ідеальної холодильної машини, що споживає потужність $P = 100$ Вт. Початкова температура повітря $T_0 = 300$ К, початковий тиск $P_0 = 1$ атм, температура холодильної камери $T = 273$ К. Оцінити, який час t повинна пропрацювати машина, щоб температура повітря в цьому обсязі підвищилася на $\Delta T = 1$ К.

3.17. Яку максимальну роботу можна отримати від системи із двох тіл, що нагріто до різних початкових температур T_{10} та T_{20} ($T_{10} > T_{20}$), якщо теплоємність тіла, що слугує нагрівачем є C_1 , а холодильника C_2 , відповідно. Вважати, що теплоємності не залежать від температури. Розглянути граничний випадок, коли тепломісткість холодильника C_2 нескінченна та загальний випадок кінцевих C_1 та C_2 . Визначити в цьому випадку температуру, яку будуть мати тіла діставши термодинамічної рівноваги.

Нерівність Клаузіуса. Ентропія

Теоретичні відомості

Рівність Клаузіуса для рівноважних процесів для **будь-якої речовини**:

$$\int \frac{\delta Q}{T} = 0 \quad (4.1)$$

Ентропія - термодинамічна функція:

$$dS = \frac{\delta Q}{T} \quad (4.2)$$

Якщо δQ задовольняє I закон, то об'єднавши із виразом для диференціалу ентропії:

$$TdS = dU + PdV \quad (4.3)$$

Для будь-якого циклу:

$$\oint \delta Q = \oint \delta A.$$

Для необоротних процесів рівняння Клаузіуса має вигляд:

$$\int \frac{\delta Q}{T} < 0 \quad (4.4)$$

$$dS \geq \frac{\delta Q}{T} \quad (4.5)$$

При чому, максимальна робота в циклічному процесі виконується, коли $\oint dS = 0$.

Для вирішення задач **необоротні процеси можна замінити оборотними**, взявши до уваги, що ентропія є функція стану і для її визначення достатньо знати початковий і кінцевий стан системи

4.1. Знайти зміну ентропії для 1 моля ідеального газу при ізохоричному, ізотермічному і адіабатичному процесі.

4.2. При деякому політропному процесі тиск і об'єм певної маси кисню змінюється від $P_1 = 4$ атм. і $V_1 = 1$ л. до $P_2 = 1$ атм. і $V_2 = 2$ л. Температура спочатку процесу була $T_1 = 500$ К. Яку кількість тепла отримав кисень від навколишнього середовища? На скільки змінилась ентропія і внутрішня енергія газу?

4.3. Два балони з об'ємами $V = 1$ л., які з'єднані трубкою з краном. В одному із них знаходиться водень при тиску 1 атм. і температурі $t_1 = 20^\circ\text{C}$, в другому - гелій при тиску 3 атм. і температурі $t_2 = 100^\circ\text{C}$. Знайти зміну ентропії системи ΔS після відчинення крана і досягнення рівноважного стану. Стінки балона і трубки забезпечують повну теплоізоляцію газів від навколишнього середовища.

4.4. У розташованому горизонтально теплоізолюваному твердому циліндрі може переміщатись поршень, по одну сторону від якого знаходяться $\nu = 2$ моля двохатомного ідеального газу, а по другу - вакуум. Між поршнем і дном циліндра знаходиться пружина. У початковий момент поршень закріплений, а пружина не деформована. Потім поршень звільняють. Після встановлення рівноваги об'єм газу збільшився в $n = 2$ рази. Визначити зміну ентропії газу. При розрахунку знехтувати тертям, а також теплоємністю циліндра, поршня і пружини. Вважати, що до деформації пружини застосовується закон Гука.

4.5. У замкнутій трубці об'ємом V знаходиться суміш двох ідеальних газів по N молів кожного. У країв труби знаходяться поршні (Рис. 4.1), кожен з них «прозорий» для одного з газів. При переміщенні поршнів в середню точку газу повністю розділяються. Знайти роботу A , що здійснюється зовнішніми силами при ізотермічному квазістатичному переміщенні поршнів, і порівняти відношення A/T (Де T - термодинамічна температура) з перетворенням повної ентропії газів.

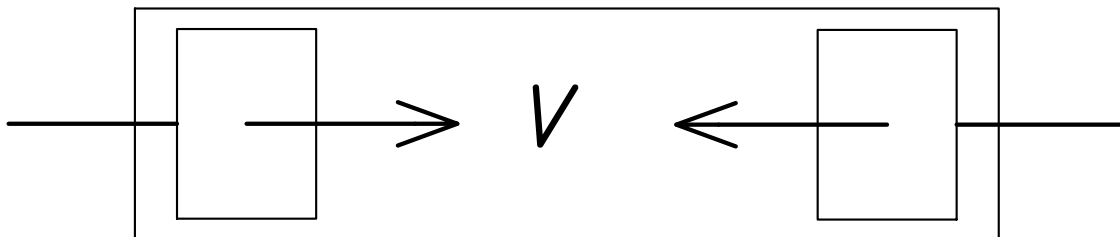


Рис. 4.1. Рис. до задачі 4.5

4.6. Знайти збільшення ентропії ΔS ідеального газу маси M , який займає об'єм V_1 , при розширенні його в порожнечу до обсягу V_2 (процес Гей-Люссака).

4.7. Знайти зміну ентропії ΔS для $m = 5$ г водню, який ізотермічно розширився від об'єму $V_1 = 10$ л. до об'єму $V_2 = 25$ л.

4.8. Теплоізолюваний циліндричний посуд розділений поршнем малої маси на дві рівні частини. По одну сторону поршня знаходиться ідеальний газ з масою M , відносною молекулярною масою μ і молярними теплоємностями C_v і C_p , не залежними від температури, а по іншу сторону поршня створений високий вакуум. Початкові температура і тиск газу T_0 і P_0 . Поршень відпускають, і він, вільно рухаючись, дає можливість газу заповнити весь об'єм циліндра. Після цього, поступово збільшуючи тиск на поршень, повільно доводять об'єм газу до первісної величини. Знайти зміни внутрішньої енергії і ентропії газу при такому процесі.

4.9. Знайти зміну ентропії ΔS для $m = 30$ г льоду при перетворенні його в пар, якщо початкова температура льоду $T_{\text{лід}} = -40^\circ\text{C}$, а температура пара $T_{\text{пар}} = 100^\circ\text{C}$. Теплоємності води і льоду вважати постійними, а всі процеси - відбуваються при атмосферному тиску. Питома теплоємність льоду $c = 0,5$ кал/(г \cdot $^\circ\text{C}$).

4.10. Ідеальний одноатомний газ в кількості $\nu = 10$ молів, що знаходиться при температурі $T_1 = 300$ К, розширюється без підведення і віддачі тепла в порожню посудину через турбіну, незворотнім чином здійснюючи роботу (Рис. 4.2). Після встановлення рівноваги температура газу знижується до $T = 200$ К. Після цього газ квазістатично стискається: спочатку ізотермічно, а потім адіабатично, повертається в первісний стан. При цьому стисненні витрачається робота $A = 15$ кДж. Знайти зміну ентропії газу при розширенні.

4.11. У двох посудинах знаходиться по одному молу ідеального газу. Температура газу в обох посудинах однакова, тиск в першій посудині p_1 , а в другій p_2 . Знайти приріст ентропії ΔS системи після з'єднання посудин для випадків, коли гази однакові і коли різні.

4.12. Гелій, спочатку знаходився в посудині об'ємом $V = 20$ л при тиску $p = 1$ атм., продіфундовані назовні. Знайти приріст ентропії ΔS гелію і

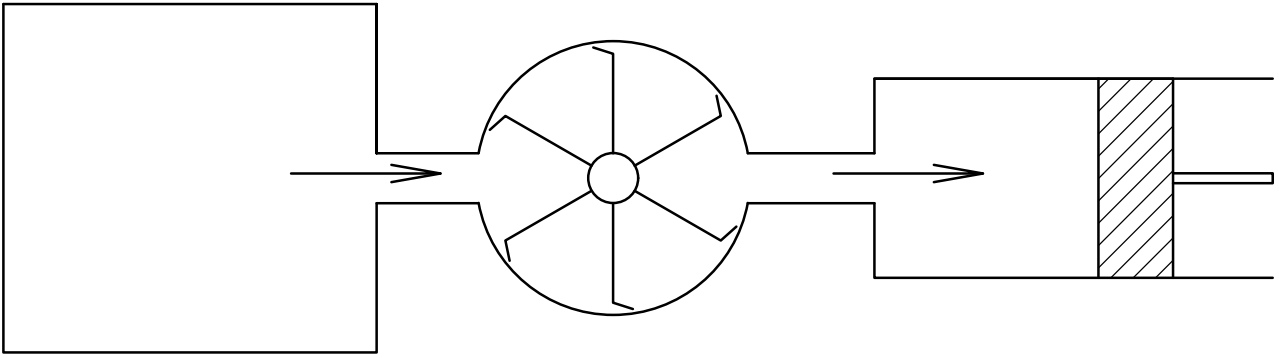


Рис. 4.2. Рис. до задачі 4.10

обчислити мінімальну роботу A_{min} , яку потрібно затратити, щоб зібрати з атмосфери в посудину таку ж кількість гелію.

Вказівка. У звичайному повітрі на 1 атом гелію доводиться 10^7 молекул інших газів.

4.13. Два циліндра, заповнених однаковим ідеальним двох-атомним газом, сполучаються за допомогою вузької трубки; обидва вони закриті поршнями, які підтримують в газі постійний тиск $= 3$ атм. (Рис. 4.3). Спочатку циліндри розділені, причому значення об'ємів і температур рівні $V_1 = 1$ л, $V_2 = 2$ л, $T_1 = 300$ К, $T_2 = 600$ К. Після з'єднання циліндрів відбувається вирівнювання температур. Знайти кінцеву температуру T_k , виконану роботу A і приріст ентропії ΔS . Вважати процес адіабатичним.

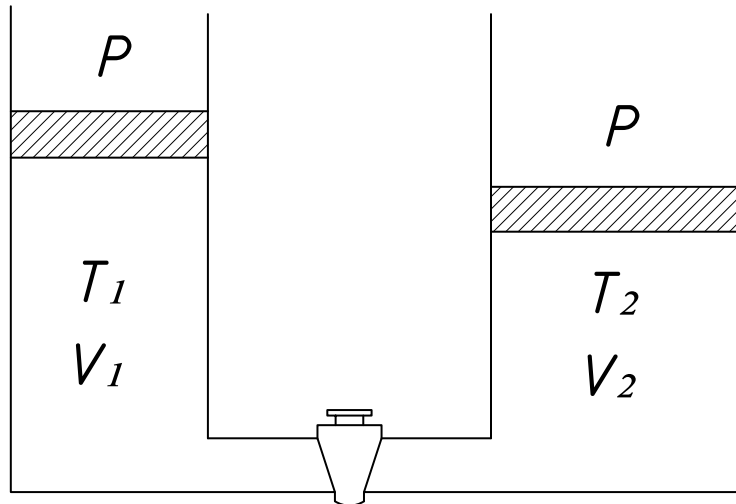


Рис. 4.3. Рис. до задачі 4.13

4.14. У вертикальну циліндричну посудину, що містить $\nu = 0,1$ моля аргону за нормальних умов, обережно опускають легенький поршень масою $m = 2$ г з площиною перерізу $S = 1$ см² і відпускають його. Після кількох коливань поршень приходить у стан рівноваги, що відповідає меншому

об'єму газу V та температурі T . Вважаючи процес адіабатичним, знайти різницю ентропій між початковим та кінцевим станом.

4.15. 50 г молока з температурою T_1 повільно вливають в 250 г рідкої кави з температурою T_2 . Їх питомі теплоємності можна вважати такими ж, як у води: $c = 4,2 \cdot 10^3$ Дж/(К·моль). Якою буде температура суміші? Чому дорівнює зміна ентропії?

ТД потенціали. Співвідношення Максвелла. Ефект Джоуля-Томсона. Ентальпія

Теоретичні відомості

Адіабатичний потенціал(U)

Внутрішню енергію називають адіабатним потенціалом, оскільки робота зовнішніх сил дорівнює із зворотним знаком зміні внутрішньої енергії в адіабатичних процесах.

Ентальпія(H)

Це характеристична функція, яка дорівнює енергії розширеної системи.

Існують також такі термодинамічні потенціали як **вільна енергія Гіббса(G)** та **вільна енергія Гельмгольца(F)**

Для знаходження диференціалів термодинамічних потенціалів та параметрів системи використовувати діаграму Бора.

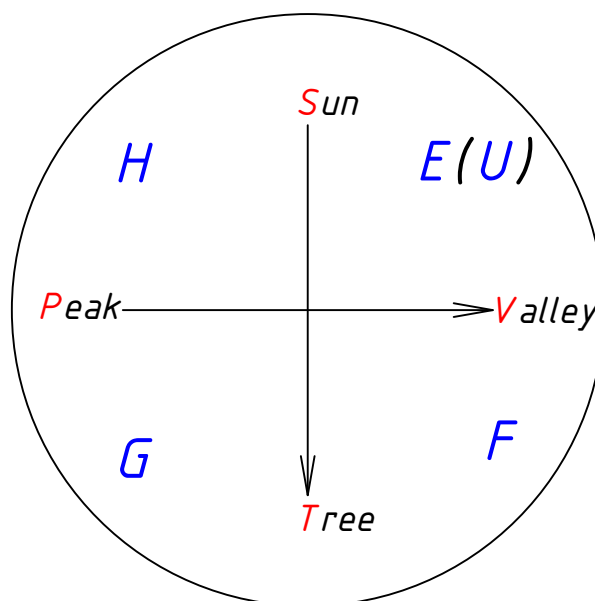


Рис. 5.1. Діаграма Бора

$$dU = TdS - PdV \quad (5.1)$$

$$dG = VdP - SdT \quad (5.2)$$

$$dH = TdS + VdP \quad (5.3)$$

$$dF = -SdT - PdV \quad (5.4)$$

$$(5.5)$$

Рівняння Гібса-Гельмгольца:

$$H = G - T \left(\frac{\partial G}{\partial T} \right)_P \quad (5.6)$$

Співвідношення Максвела

Якщо $f(x, y)$ - функція стану, то:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} \quad (5.7)$$

Застосовуючи цей вираз для термодинамічних потенціалів, отримаємо співвідношення Максвела:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial P}{\partial S} \right)_V &= - \left(\frac{\partial T}{\partial V} \right)_S \\ \left(\frac{\partial S}{\partial V} \right)_T &= \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V \\ \left(\frac{\partial S}{\partial P} \right)_T &= - \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P \\ \left(\frac{\partial T}{\partial P} \right)_S &= \left(\frac{\partial V}{\partial S} \right)_P \end{aligned} \quad (5.8)$$

Експеримент Джоуля по адіабатичному стисканню рідин:

$$dT = \frac{T}{c_P} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P = \frac{\alpha VT_0}{c_P} dP \quad (5.9)$$

Ефект Джоуля - Томсона : зміна температури газу під час його адіабатичного розширення (дреселювання) - для неідеальних гаїв

$$\left(\frac{\partial H}{\partial P} \right)_T = V - T \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P \quad (5.10)$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial P} \right)_H = \frac{1}{c_P} \left(V - T \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P \right) \quad (5.11)$$

5.1. Довести співвідношення

$$U = F - T \left(\frac{\partial F}{\partial T} \right)_V, \quad H = G - T \left(\frac{\partial G}{\partial T} \right)_P.$$

5.2. Довести співвідношення Максвелла

$$\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_S = -\left(\frac{\partial P}{\partial S}\right)_V, \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_S = \left(\frac{\partial V}{\partial S}\right)_P,$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V, \left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T = -\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P.$$

5.3. Використовуючи поняття ентропії та співвідношення Максвелла, отримати рівняння для різниці теплоємностей $C_P - C_V$.

5.4. У процесі Джоуля-Томсона ентальпія газу не змінюється. Використовуючи це, знайти спільний термодинамічний вираз для зміни температури у такому процесі (ефект Джоуля-Томсона).

5.5. При адіабатичному стисненні рідини відносна зміна об'єму становить $\Delta V/V = 0,1\%$, а температура підвищується на $\Delta T = 1$ К. Знайти за цими даними співвідношення C_P/C_V , якщо температурний коефіцієнт об'ємного розширення рідини $\beta = 10^{-4} \text{ К}^{-1}$. Чому дорівнює приріст тиску Δp у рідині, якщо її температурний коефіцієнт тиску $\gamma = 10^5 \text{ Па/К}$?

5.6. Срібний дріт діаметром $d = 1$ мм адіабатично навантажують силою $F = 10$ Н при кімнатній температурі $T = 300$ К. Вважаючи, що питома теплоємність срібла дорівнює $c = 234 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$, густина $\rho = 10^4 \text{ кг/м}^3$, а температурний коефіцієнт лінійного розширення $\alpha = 1,9 \cdot 10^{-5} \text{ К}^{-1}$, визначити зміну температури ΔT дроту.

5.7. Поряд із внутрішньою енергією U та ентальпією $H = U + PV$ у термодинаміці широко користуються функціями $F = U - TS$ і $G = F + PV$. Перша з них називається вільною енергією, а друга - термодинамічним потенціалом системи. Довести, що ці функції задовольняють співвідношенням

$$dU = TdS - PdV, dF = -SdT - PdV,$$

$$dG = -SdT + VdP, dH = TdS + VdP,$$

$$T = \left(\frac{\partial U}{\partial S}\right)_V, T = \left(\frac{\partial H}{\partial S}\right)_P, S = -\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_V,$$

$$S = -\left(\frac{\partial G}{\partial T}\right)_P, P = -\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_S, V = \left(\frac{\partial H}{\partial P}\right)_S,$$

$$P = - \left(\frac{\partial F}{\partial V} \right)_T, \quad V = \left(\frac{\partial G}{\partial P} \right)_T.$$

5.8. Довести співвідношення

$$\left(\frac{\partial S}{\partial P} \right)_V = \frac{C_V}{T} \left(\frac{\partial T}{\partial P} \right)_V, \quad \left(\frac{\partial S}{\partial V} \right)_P = \frac{C_P}{T} \left(\frac{\partial T}{\partial V} \right)_P.$$

5.9. Ртуть, яка знаходиться при $T = 0^\circ \text{C}$ та тиску $P = 100$ атм, розширюють адіабатично і квазістатично до атмосферного тиску. Знайти зміну температури ртуті у цьому процесі, якщо коефіцієнт об'ємного розширення ртуті у цих умовах додатній і дорівнює $\alpha = 1,81 \cdot 10^{-4} \text{C}^{-1}$, питома теплоємність ртуті $c_P = 0,033$ кал/(г · °C), густина $\rho = 13,6$ г/см³.

5.10. Показати, що для ідеальних газів ефект Джоуля—Томсона не має місця ($\Delta T = 0$).

5.11. Із дослідів видно, що при охолодженні на $\Delta T = 20$ К гумового жгута, навантаженого тягарцем масою m , його довжина збільшується на 5 см. Яку кількість теплоти потрібно витратити, щоб ізотермічно при температурі $T = 300$ К збільшити натягіння жгута σ на 1 Н?

5.12. Знайти ККД циклу K (Рис.5.2). Всі процеси політропні, S - адіабата, T - ізотерма, $T_2 = 2T_1$. Рівняння стану є довільним.

5.13. Ртуть стискають ізотермічно при температурі $T = 300$ К, підвищуючи тиск від $P_0 = 0$ до $P = 10$ атм. Маса ртуті $m = 1$ кг. Знайти роботу A , виконану над ртуттю, і кількість теплоти Q , яку вона отримала. Ізотермічний коефіцієнт всебічного стиснення ртуті дорівнює $\kappa_T = 4 \cdot 10^{-6}$ атм⁻¹. Температурний коефіцієнт об'ємного розширення $\beta = 2 \cdot 10^{-4}$ К⁻¹, густина ртуті $\rho = 13,6$ г/см³.

5.14. У розташованому вертикально теплоізольованому циліндрі радіусом r є теплопровідний поршень масою m . Спочатку він закріплений так, що ділить циліндр на дві рівні частини. В кожній з цих частин міститься N молей одного і того ж ідеального газу при тиску P і температурі T . Кріплення поршня видаляється, і під дією сили тяжіння він опускається. Визначити приріст ентропії ΔS системи до моменту встановлення рівноваги. Вважати,

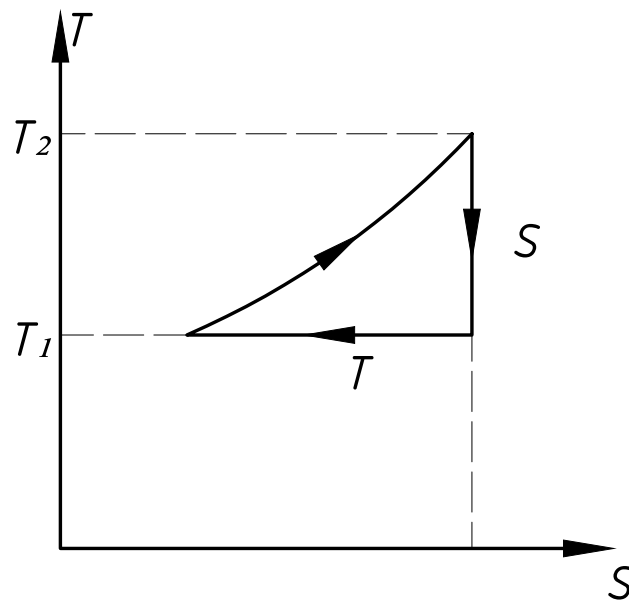


Рис. 5.2. Рисунок до задачі 5.12

що $\pi r^2 p \gg mg$.

5.15. В тепловій машині робочим тілом є вода. Машина працює за циклом, що складається з двох ізотерм при $t_1 = 6^\circ\text{C}$, $t_2 = 2^\circ\text{C}$ та двох ізохор при $V_1 = 10$ л, $V_2 = 100$ л. Коефіцієнт лінійного розширення води в цьому діапазоні температур $\alpha = 1,5 \cdot 10^{-5} (t^\circ\text{C} = -4^\circ\text{C}) \cdot (\text{град}^{-1})$. Коефіцієнт ізотермічної стисливості $K = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T = -4,9 \cdot 10^{-5} \text{ атм}^{-1}$. Знайти кількість теплоти на ізотермах (з урахуванням знаку) та ККД циклу.

5.16. Елементарна робота діелектрика в електричному полі E визначається як $\delta A = -E dD$, де D – вектор електричної індукції. Довести співвідношення для різниці теплоємностей

$$C_D - C_E = T \left(\frac{\partial E}{\partial T} \right)_D \left(\frac{\partial D}{\partial T} \right)_E$$

Реальні гази

Теоретичні відомості

Рівняння стану газу Ван-дер-Ваальса:

$$\left(P - \frac{a\nu^2}{V^2}\right)(V - \nu b) = \nu RT \quad (6.1)$$

Параметри критичної точки визначаються із умови $\left(\frac{dP}{dV}\right)_T = \left(\frac{d^2P}{dV^2}\right)_T$ і для газу Ван-дер-Ваальса становлять:

$$V_{\text{кр}} = 3b \quad (6.2)$$

$$P_{\text{кр}} = \frac{a}{27b^2} \quad (6.3)$$

$$T_{\text{кр}} = \sqrt{\frac{8a}{27Rb}} \quad (6.4)$$

Температура Бойля - температура, при якій будь-які гази поведуть себе як ідеальні (підчиняються рівнянню Бойля-Маріотта)

$$T_{\text{Б}} = \sqrt{\frac{a}{Rb}} = \sqrt{\frac{27T_{\text{кр}}}{8}} \quad (6.5)$$

Внутрішня енергія газу Ван-дер-Ваальса:

$$\Delta U = \nu c_V \Delta T - a\nu^2 \left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1}\right) \quad (6.6)$$

6.1. Було запропоновано багато емпіричних і напівемпіричних рівнянь стану реальних газів. Нижче приводяться найпростіші з них.

Рівняння Бертло:

$$\left(P + \frac{a}{TV^2}\right)(V - b) = RT$$

Рівняння Клаузіуса:

$$\left(P + \frac{a}{T(V+c)^2} \right) (V-b) = RT$$

Перше рівняння Дітерічі:

$$P(V-b) = RT e^{-a/(RTV)}$$

Друге рівняння Дітерічі:

$$\left(P + \frac{a}{V^{5/3}} \right) (V-b) = RT$$

де a, b, c - постійні. Знайти для цих рівнянь критичні параметри $P_{\text{кр}}, T_{\text{кр}}, V_{\text{кр}}$, значення критичного коефіцієнта $RT_{\text{кр}} / (P_{\text{кр}} V_{\text{кр}}) T_B$.

6.2. Довести, що теплоємність C_V газу, що підкорюється рівнянню Ван-дер-Ваальса, не залежить від об'єму, а є функцією лише температури. Знайти вираз для внутрішньої енергії газу Ван-дер-Ваальса, теплоємність якого не залежить від температури (див. задачу 3.5).

6.3. Знайти вираз для ентропії ν моль газу Ван-дер-Ваальса.

6.4. Отримати формулу для зміни температури газу в диференціальному ефекті Джоуля-Томсона, вважаючи, що газ підкорюється рівнянню стану Ван-дер-Ваальса (див. рішення задачі 5.4).

6.5. Показати, що в процесі Джоуля-Томсона ентропія газу збільшилася.

6.6. Моль гелію займає обсяг $V = 0,1$ л і знаходиться при температурі $T = 0^\circ\text{C}$. Вимірювання величини $C_p/C_V - 1$ в цих умовах показало, що вона перевищує на 3% свого значення для розрідженого газу. Знайти постійну a для гелію, використовуючи рівняння Ван-дер-Ваальса. Членами вищого порядку (пропорційними a^2, ab, b^2) знехтувати.

6.7. Знайти вираз для ізотермічного стискання γ газу Ван-дер-Ваальса.

6.8. Моль азоту розширюється в порожнечу від початкового об'єму 1 л до кінцевого 10 л. Знайти зниження температури ΔT при такому проце-

сі, якщо у рівнянні Ван-дер-Ваальса для азоту постійна $\alpha = 1,35 \cdot 10^6$ атм·см⁶/моль².

6.9. Азот при критичній температурі $T_{\text{кр}} = 147^\circ\text{C}$ має критичний об'єм $V_{\text{кр}} = 0,12$ л/моль. Вважаючи, що азот підкорюється рівнянню Ван-дер-Вальса, знайти зниження температури 7 г азоту при розширенні в порожнечу від об'єму $V_1 = 5$ л до об'єму $V_2 = 50$ л.

6.10. Знайти рівняння політропи для газу Ван-дер-Вальса, вважаючи, що його теплоємність C не залежить від температури.

6.11. Показати, що в критичній точці для будь-якої речовини різниця $C_P - C_V$, а також теплоємність C_P перетворюються на нескінченність.

6.12. Припускаючи, що газ підкорюється рівнянню Ван-дер-Вальса, знайти рівняння кривої в площині V, T , при переході через яку ефект Джоуля – Томсона змінює знак.

6.13. Об'єм моля ідеального газу з показником адіабати γ змінюють по закону $V = \alpha/T$, де α – постійна. Знайти кількість теплоти, яку отримує газ у цьому процесі, якщо його температура зазнала приріст ΔT .

6.14. Моль газу адіабатично та квазістатично розширюється від початкового об'єму V_0 до об'єму V . В якому випадку охолодження газу буде більшим – якщо газ ідеальний або якщо він підкоряється Ван-дер-Вальсовому рівнянню? Вважати, що теплоємності обох газів однакові та не залежать від температури.

6.15. Для ізотермічного стискання одного моля Ван-дер-Вальсового газу виконали роботу A . За цього процесу ентропія газу змінилася за абсолютною величиною на $R/8$, де R – універсальна газова стала. Знайти температуру ізотерми T , якщо початковий об'єм газу у тричі перебільшував критичний. Ван-дер-Вальсові сталі a та b вважати відомими.

6.16. Знайти розподіл густини в полі сили тяжіння фізично однорідної речовини, що підкорюється рівнянню Ван-дер-Вальса в околі критичної точки.

6.17. Обчислити, у скільки разів зміниться температура за процесу Джоуля-Томсона відрізняється від змінення температури за адіабатичного розширення Ван-дер-Ваальсового газу. Різниця тиску в обох випадках однакова й невелика, $T_{\text{кр}}/T=0,4$, $V_{\text{кр}}/V = 0,9$, де $T_{\text{кр}}$ та $V_{\text{кр}}$ - критична температура та об'єм, відповідно.

6.18. Ван-дер-Ваальсовий газ адіабатично розширюється в порожнину від об'єму V_0 до об'єму $2V_0$, а потім його ізотермічно стискають до об'єму $V_0/2$. Знайти змінення ентропії ΔS одного моля газу. Вважати, що сталі a , b та C_V відомі.

6.19. Знайти швидкість звуку в аргоні. Вважати аргон газом Ван-дер-Ваальса зі сталими $a = 0,132\text{Па} \cdot \text{м}^6/\text{моль}^2$, $b = 32 \cdot 10^{-6}\text{м}^3/\text{моль}$.

Поверхневі явища

Теоретичні відомості

Коефіцієнт поверхневого натягу:

$$d\sigma = \left(\frac{\partial F}{\partial \Sigma} \right)_T \quad (7.1)$$

де Σ - площа поверхні

$$\frac{d\sigma}{dT} = -\frac{q}{T} \quad (7.2)$$

q - питома кількість теплоти

Теплоємність при постійній площі:

$$c_\Sigma = -T \frac{d^2\sigma}{dT^2} \quad (7.3)$$

Формула Лапласа:

$$\Delta P = \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (7.4)$$

Закон Жюрена:

$$h = \frac{2\sigma \cos\theta}{\rho g r_0} \quad (7.5)$$

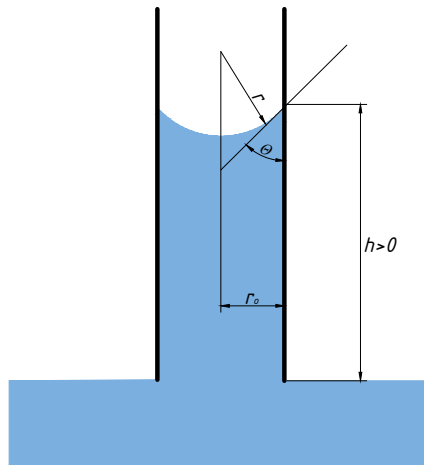


Рис. 7.1. Капіляр

7.1. Мильна плівка має товщину $h = 10^{-3}$ мм і температуру $T = 300$ К. Обчислити зниження температури цієї плівки, якщо її розтягнути адіабатично настільки, щоб площа плівки подвоїлася. Поверхневий натяг мильного розчину зменшується на 0,15 дин/см при підвищенні температури на 1 К.

7.2. Розглянувши цикл Карно для плівки рідини в припущенні, що температури нагрівача та холодильника безкінечно мало відрізняються одна від одної, і застосувавши до цього циклу теорему Карно, знайти похідну поверхневого натягу σ рідини по температурі T .

7.3. Чому дорівнює капілярний тиск P у каплі ртуті з діаметром $d = 1$ мкм за температури $t = 15^\circ\text{C}$, якщо поверхневий натяг ртуті при цій температурі $\sigma = 487$ дин/см?

7.4. Мильна бульбашка видута через циліндричну трубку з внутрішнім радіусом $r = 1$ мм і довжиною $l = 10$ см. У той момент, коли радіус бульбашки досягає значення $R_0 = 10$ см, перестають дути, і повітря з бульбашки починає виходити через трубку. Через який час, починаючи з цього моменту, бульбашка зникне? Поверхневий натяг мильного розчину $\sigma = 50$ дин/см, в'язкість повітря $\eta = 1,8 \cdot 10^{-4}$ дин·с/см². Зміною густини повітря за час процесу знехтувати.

7.5. Грам ртуті розміщений між двома плоскими скляними пластинками. Яку силу F потрібно прикласти до верхньої пластинки, щоб ртуть прийняла форму круглого коржика однорідної товщини та радіуса $R = 5$ см. Поверхневий натяг ртуті (при 15°C) $\sigma = 487$ дин/см, крайовий кут між ртуттю та склом $\theta = 40^\circ$.

7.6. Наскільки великий поверхневий натяг σ рідини, якщо петля з гумового шнура довжиною l з поперечним перерізом S , покладена на плівку цієї рідини, розтягнулась в коло радіуса R після того, як плівка була проколота всередині петлі? Вважати, що при малому розтягненні для гуми справедливий закон Гука, та модуль Юнга гуми дорівнює E .

7.7. Знайти вираз для внутрішньої енергії U плівки.

7.8. В посудині з адіабатичним стінками знаходиться мильна бульбашка радіусом $r = 5$ см. Загальна кількість повітря в посудині і в міхурі $n = 0.1$ моль, а його температура $T = 290$ К (передбачається, що вона однакова всередині і поза міхура). При такій температурі поверхневий натяг $\sigma = 70$ дин/см, $\sigma/dT = -0.15$ дин/(см·К) Як зміниться температура повітря в посудині, якщо бульбашка лусне? Теплоємністю утворення крапельок знехтувати.

7.9. З якою силою F притягуються дві вертикальні і паралельні скляні пластинки, частково занурений у воду так, що відстань між ними $d = 0.1$ мм? Ширина пластинок $l=15$ см, $d\sigma = 73$ дин/см, $\theta = 0$. Висота пластинок така, що вода, яка піднялась, не доходить до їх верхніх країв.

7.10. У воду з коефіцієнтом поверхневого натягу $\sigma = 0,73$ Н/м обережно опустили трубку діаметром $d = 20$ мкм таким чином, щоб вона торкалась поверхні. Визначити кількість теплоти, що виділилась після встановлення рівноваги. Кут змочування дорівнює $\alpha = 30^\circ$. Відповідь обґрунтувати.

Фазові перетворення

Теоретичні відомості

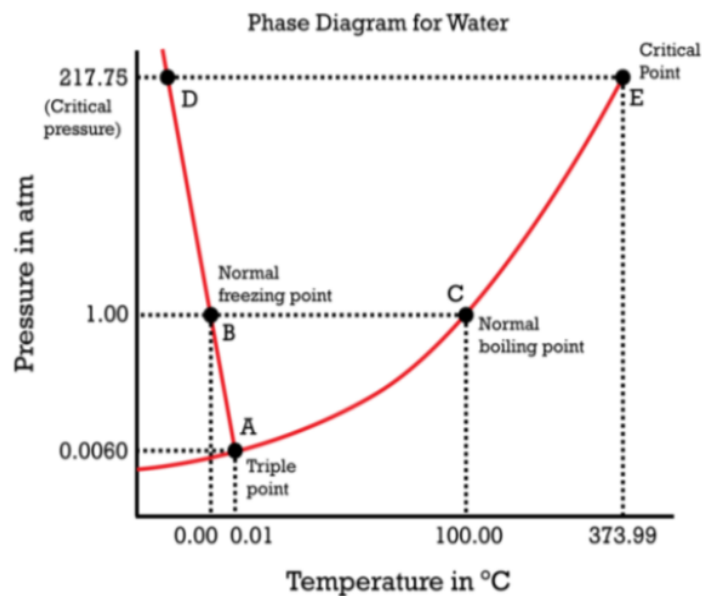


Рис. 8.1. Діаграма фазових переходів

Фазові перетворення I роду : плавлення, кристалізація, випаровування, конденсація

Фазові перетворення II роду : перехід від феромагнетика до парамагнетика, провідник - надпровідник

Класифікація Еренфеста:

– в фазових переходах I роду термодинамічний потенціал незмінний, а його перша похідна змінюється стрибком. Отже, зазнає змін ентропія та об'єм:

$$\left(\frac{\partial G}{\partial T}\right)_P = -S \quad (8.1)$$

$$\left(\frac{\partial G}{\partial P}\right)_T = V \quad (8.2)$$

– в фазових переходах II роду термодинамічний потенціал та перша похідна незмінні, а його друга похідна змінюється стрибком. Отже, зазнає змін ізотермічний коефіцієнт тиску,

коефіцієнт теплового розширення, теплоємність при незмінному тиску:

$$\left(\frac{\partial^2 G}{\partial T^2}\right)_P = -\frac{c_P}{T} \quad (8.3)$$

$$\left(\frac{\partial^2 G}{\partial P^2}\right)_T = -V\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T = V\gamma \quad (8.4)$$

$$\left(\frac{\partial^2 G}{\partial P\partial T}\right) = V\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = V\alpha \quad (8.5)$$

Хімічний потенціал:

$$\mu = \left(\frac{\partial G}{\partial N}\right)_{T,P} \quad (8.6)$$

Питомий термодинамічний потенціал:

$$\frac{\mu}{m_0} = \frac{G}{m_0 N} = \frac{G}{m} = g \quad (8.7)$$

Умова фазової рівноваги:

$$(g_1 - g_2)dm_1 = 0 \quad (8.8)$$

Рівняння Клапейрона-Клаузіуса:

$$\frac{dP}{dT} = \frac{q}{T(v_2 - v_1)} \quad (8.9)$$

де q - питома кількість теплоти, v_1, v_2 - питомий об'єм у фазі 2 та 1 відповідно

8.1. Розглянувши цикл Карно для системи, яка складається з рідини та її насиченої пари, і застосувавши до нього теорему Карно, виразити похідну тиску насиченої пари по температурі dP/dT через питомі об'єми пари і рідини v_p і v_j і питому теплоту пароутворення q .

8.2. Ромбічна сфера перетворюється в моноклінну при $t = 96.5^\circ\text{C}$. При атмосферному тиску питома теплота перетворення $q = 2.2\text{ кал/г}$. Стрибок питомого об'єму сірки при фазовому переході $\Delta v = 0.014\text{ см}^3/\text{г}$. Знайти зміщення ΔT точки фазового переходу сірки при зміні тиску на $\Delta P = 1\text{ атм}$.

8.3. Визначити питому теплоємність насиченої пари, що розширюється (або стискається) таким чином, що під час процесу він весь час залишається насиченим. Знехтувати питомим об'ємом рідини у порівнянні з питомим об'ємом її насиченої пари. Вважати, що пар підкорюється рівнянню стану Клапейрона. Розрахувати для води при температурі $T = 373\text{ К}$, вважаючи, що до водяного пару можна застосувати класичну теорію теплоємностей. Питома теплота пароутворення для води при 373 К дорівнює $q = 539\text{ кал/г}$.

8.4. Розв'язати попередню задачу, знаючи питому теплоту випаровування q і її похідну по температурі dq/dT , але не припускаючи, що пар підкорюється рівнянню стану Клапейрона. Для води при $t = 100^\circ\text{C}$ $dq/dT = -0.64$ кал/(г · К), $= 1.0$ кал/(г · К).

8.5. Три фази 1,2,3 знаходяться в рівновазі один з одним в одній точці (Рис. 8.2). Їх питомі об'єми в цій точці рівні відповідно ν_1, ν_2, ν_3 . Нехай $P_{12} = P_{12}(T), P_{23} = P_{23}(T), P_{31} = P_{31}(T)$ – рівняння кривих рівноваги між фазами 1 і 2, 2 і 3, 3 і 1 відповідно. Показати, що в одній точці мають місце такі співвідношення.

$$(\nu_1 - \nu_2) \frac{dP_{12}}{dT} + (\nu_2 - \nu_3) \frac{dP_{23}}{dT} + (\nu_3 - \nu_1) \frac{dP_{31}}{dT} = 0$$

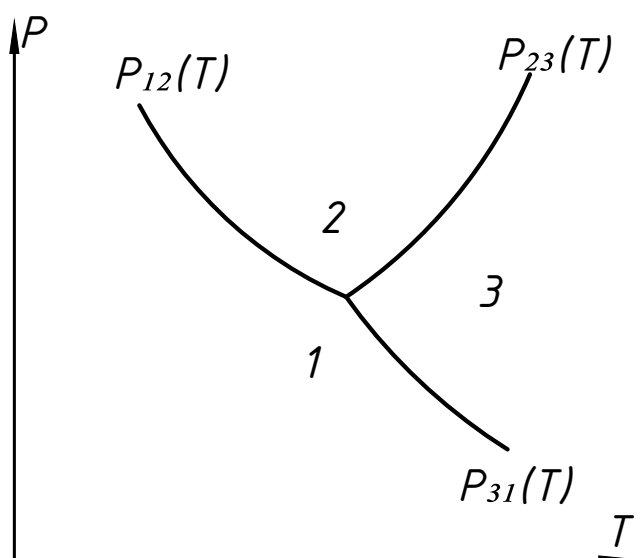


Рис. 8.2. Рисунок до задачі 8.5

8.6. Посудина з водою нагрівається при сталому тиску $p_0 = 1$ атм. Знайти на скільки температура кипіння води буде вище $= 100^\circ\text{C}$, якщо в ній є піщинки з максимальним радіусом $r = 10$ мкм. Коефіцієнт поверхневого натягу $\sigma = 60$ ерг/см², молярна теплота перетворення води дорівнює $\lambda = 41$ кДж/моль.

8.7. З закритій посудині при 0°C знаходиться 1 моль (18 г) води. Яку кількість тепла потрібно витратити, щоб підвищити температуру системи до 100°C і щоб при цьому вся вода перетворилася в насичену пару. Питома теплота випаровування води при 100°C і сталому тиску $q = 539$ кал/г. Пружність насиченої пари при 0°C та теплоємністю стінок посудини можна знехтувати. Також можна знехтувати об'ємом води в порівнянні з об'ємом

її насиченої пари.

8.8. Яку роботу виконує один цикл 1 2 3 4 5 6 1 машина Карно, робочим тілом якого є один моль води, яка перебуває в фазовому переході, перетворюючись у пар і назад (Рис. 8.3)? Ізотермам 1234 56 відповідають $T_1=500$ К і $T_2=373$ К. Нижня ізотерма 56 ($T_2=373$ К) повністю лежить в двохфазній області речовини, так що в 6 - тільки рідина, а в 5 - тільки пар. Криві 16 та 45 - адіабати. Питома теплота пароутворення води $q = 2,25$ кДж/г (при $T = 373$ К).

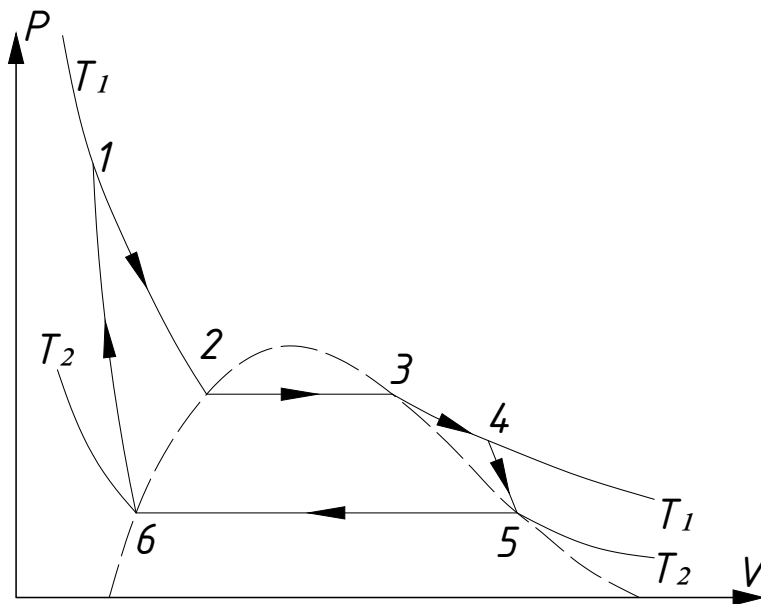


Рис. 8.3. Рисунок до задачі 8.8

8.9. Знайти зміну температури ΔT плавлення льоду при збільшенні тиску ΔP на 1 атм. Питомий об'єм води при 0°C , $V = 1$ см³/г, питома теплота плавлення льоду $q = 80$ кал/г. За знайденим значенням ΔT розрахувати приблизну T потрійної точки води.

8.10. Визначте приблизний тиск та температуру (по шкалі Цельсія) в потрійній точці води, використовуючи наступні данні. Тиск насиченої пари над рідкою водою: $P_1=4,579$ мм.рт.ст при $t = t_0 = 0^\circ\text{C}$, $P_2=4,926$ мм.рт.ст, при $t = t_0 = 1^\circ\text{C}$. Питомий об'єм льоду при 0°C і нормальному атмосферному тиску ($P_0=760$ мм.рт.ст) $v_1 = 1,091$ см³/г, Питомий об'єм води за тих самих умов $v_2 = 1$ см³/г. Питома теплота плавлення льоду $q = 80$ кал/г.

8.11. Кусок льоду поміщений в адіабатичну оболонку при $T = 0^\circ\text{C}$ і атмосферному тиску. Як зміниться T льоду, якщо його адіабатично стиснути

до $P = 100$ атм? Яка доля $\Delta m_2/m_1$ при цьому розтопиться? Питомий об'єм льоду при 0°C і нормальному атмосферному тиску ($P_0=760$ мм.рт.ст) $v_{\text{л}} = 1,091$ см³/г, питомий об'єм води за тих самих умов $v_{\text{в}} = 1$ см³/г. Теплоємності води і льоду зв'язані співвідношенням $C_{\text{л}} \approx 0,6C_{\text{в}}$.

8.12. Гейзери можуть розглядатися, як великі підземні резервуари, наповнені ґрунтовою водою та нагріті підземним теплом (Рис. 8.4). Вихід води з гейзера відбувається через вузький канал, який в "спокійний" період заповнений водою. Вважаючи, що "активний" період настає, коли закипає вода в підземному резервуарі, і що під час виверження гейзера канал заповнений тільки паром, який викидає її на зовні, оцінити, яку частину втрачає резервуару гейзеру під час одного виверження. Глибина каналу $h = 90$ м. Молярна теплота пароутворення води $\lambda = 41$ кДж/моль.

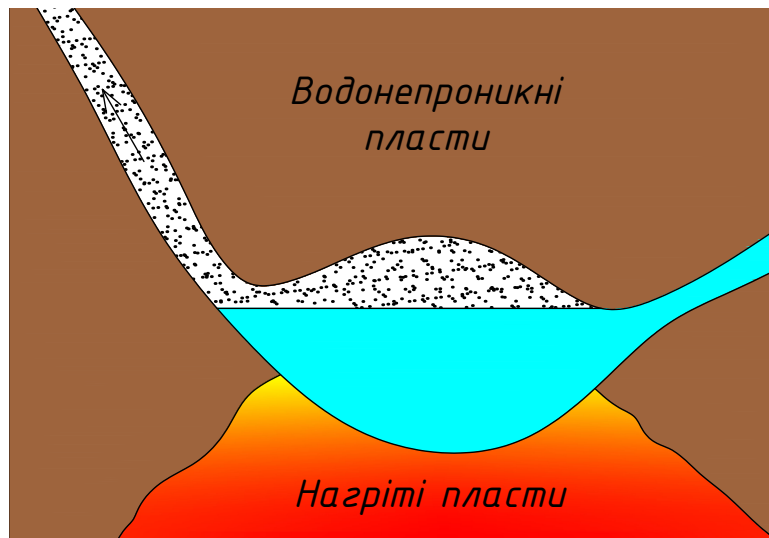


Рис. 8.4. Рисунок до задачі 8.12

8.13. Пари води, які знаходяться в приміщенні, починають конденсуватися на гладкій поверхні при охолодженні її від $T_1 = 10^\circ\text{C}$. Починаючи з якої температури вони починають конденсуватися на деякій пористій поверхні з радіусом $r = 10^{-5}$ см? Питома теплота пароутворення води $\lambda = 2480$ кДж/кг, коефіцієнт поверхневого натягу $\sigma = 70$ дин/см. Кут змочування $\alpha = 0^\circ$.

8.14. Крапля води масою $m = 0,1$ г, яку помістили між двома паралельними пластинами, утримує нижню пластину вагою $M = 1$ кг. Зовнішній тиск становить $P_0 = 1,013 \cdot 10^5$ Па. Теплота випаровування води $\lambda = 41$ кДж/моль. Яка встановилась відстань d між пластинами, якщо температура кипіння краплі $T_{\text{кип.к}}$ відрізняється від температури кипіння води на $0,1^\circ\text{C}$

8.15. Насичена водяна пара при $T = 300 \text{ К}$ піддається адіабатичному стисненню і адіабатичному розширенню. У якому з цих процесів пар перетворюється в ненасичений і в якому в перенасичений?

8.16. Знайти приріст $\Delta\lambda$ питомої теплоти пароутворення води при підвищенні температури від 323 К до 373 К . Вважати питому теплоємність води сталою, а пар класичним ідеальним газом.

8.17. В замкнутій посудині знаходиться вода в рівновазі з насиченою парою при температурі 100°C . Відношення маси пару і води $\alpha=0,1$. Питома теплоємність води дорівнює $C_v = 4,2 \text{ кДж}/(\text{г} \cdot \text{К})$. Знайти питому теплоємність такої системи. Пару вважати ідеальним газом. Питома теплота пароутворення $\lambda = 2260 \text{ Дж/г}$.

8.18. Розрахувати ККД парової машини, що працює за циклом 1-2-3-4-5-1 (Рис. 8.5) (заштриховано область двофазних станів). Переходи 1-2 та 3-4 відбуваються адіабатично. Відомо, що температура в точці 1 $T_1 = 383 \text{ К}$, а в точці 3 $T_3 = 1283 \text{ К}$; маса води $m = 15 \text{ кг}$. Воду вважати нестисливою рідиною. Теплота пароутворення води 2250 Дж/г .

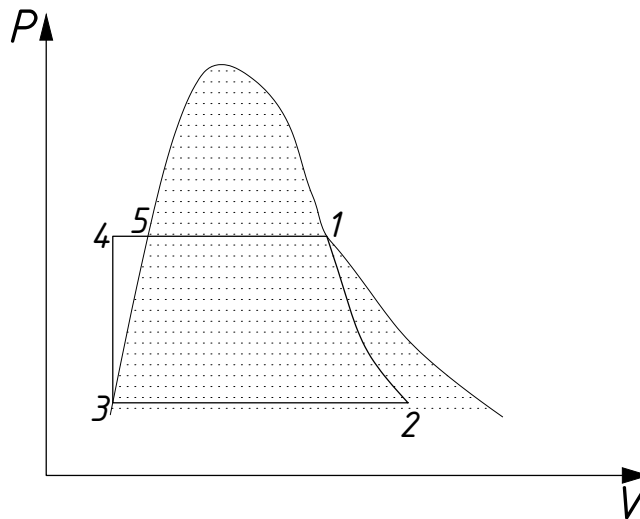


Рис. 8.5. Рисунок до задачі 8.18

8.19. В теплоізованому циліндрі з поршнем знаходиться невелика кількість рідкого гелію. Гелій знаходиться у рівновазі із своєю парою. Температура гелію $T = 4,2 \text{ К}$. Поршень повільно пересувають, доки весь гелій не випариться. Відносне збільшення об'єму гелію внаслідок такого процесу дорівнює $\Delta V/V = 0,02$. Визначити відносне зміння тиску $\Delta p/p$ пари гелію, вважаючи його ідеальним газом. Теплота випаровування гелію

$\lambda = 21,8$ Дж/г. Вважати, що на початку експерименту маса пари значно більша за масу рідкого гелію

8.20. Повітря при 40°C містить водяну пару з парціальним тиском (тиск насиченої пари) $P_0 = 0,075$ атм. При адіабатичному розширенні повітря охолоджується до 10°C . При цьому тиск водяної пари зменшується до $P_1 = 0,012$ атм. Визначити, яка частина водяної пари конденсується при цьому у вигляді туману. Теплоота випаровування води при 10°C $\lambda = 592$ ккал/кг.

Максвеловий розподіл

Теоретичні відомості

Ймовірність знайти молекулу

$$W \sim e^{-\frac{mv^2}{2kT}} \quad (9.1)$$

$$W = Ae^{-\frac{mv^2}{2kT}} \quad (9.2)$$

Із умови нормування:

$$\int_{v_{x1}}^{v_{x2}} \varphi(v_x) dv_x = 1 \quad (9.3)$$

Знаходиться коефіцієнт A :

$$A = \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} \quad (9.4)$$

Ймовірність знайти молекулу з x -вою компонентою швидкості, що укладена в інтервал $[v_x; v_x + dv_x]$:

$$\varphi(v_x) = \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} \cdot e^{-\frac{mv_x^2}{2kT}} \quad (9.5)$$

Функція розподілу вектора швидкості:

$$f(\vec{v}) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot e^{-\frac{mv^2}{2kT}} \quad (9.6)$$

Функції розподілу модуля швидкості:

$$F(v) = f(\vec{v})4\pi v^2 \quad (9.7)$$

Найбільш вигоідна швидкість:

$$\frac{dF}{dv} = 0 \quad (9.8)$$

Середня швидкість:

$$\langle v \rangle = \int_0^{\infty} v F(v) dv \quad (9.9)$$

$$\langle \frac{1}{v} \rangle = \int_0^{\infty} \frac{1}{v} F(v) dv \quad (9.10)$$

$$\left\langle \frac{1}{v} \right\rangle \neq \frac{1}{\langle v \rangle} \quad (9.11)$$

Загальний вираз для знаходження $\langle v^n \rangle$:

$$\langle v^n \rangle = \int_0^{\infty} v^n F(v) dv \quad (9.12)$$

9.1. Вивести рівняння адиабати, показавши на підставі кінетичної теорії, що при квазістатичному пересуванні поршня в адиабатично ізольованому циліндрі, наповненому ідеальним одноатомним газом, тиск і об'єм газу пов'язані співвідношенням

$$PV^{5/3} = \text{const}$$

Вказівка: розглянути удар молекули об рухомий поршень і врахувати, що швидкість поршня набагато менша швидкостей молекул, що віддаляються.

9.2. Вивести рівняння адиабати, показавши на підставі кінетичної теорії, що при квазістатичному пересуванні поршня в адиабатично ізольованому циліндрі, наповненому ідеальним двоатомним газом, тиск і об'єм газу пов'язані співвідношенням

$$PV^{7/5} = \text{const}$$

Вказівка: при вирішенні скористатися теоремою про рівномірний розподіл кінетичної енергії за ступенями свободи.

9.3. Знайти найбільш ймовірну, середню і середню квадратичну швидкість молекул хлору при температурі $T = 500 \text{ K}$.

9.4. Знайти повну кінетичну енергію E молекул одноатомного газу, що вдаряються об площу $S = 1 \text{ cm}^2$ стінки в одиницю часу. Завдання вирішити спочатку в загальному вигляді для ізотропної функції розподілу, а потім застосувати результат до окремого випадку Максвелового розподілу.

9.5. Знайти число молекул Z , що вдаряються об квадратний сантиметр стінки посудини в одну секунду, через середню швидкість руху газових молекул, якщо функція розподілу молекул за швидкостями ізотропна, тобто залежить тільки від абсолютного значення швидкості молекули, але не від її напрямку. Розглянути окремий випадок Максвелового розподілу.

9.6. У тонкостінній посудині, що містить ідеальний газ при температурі T , є дуже маленький отвір, через який молекули вилітають у вакуум. Визначити середнє значення кінетичної енергії вилітаючої молекули в припущенні, що за час експерименту зміна числа молекул і температури газу в посудині нехтовно малі.

9.7. Вольфрамова нитка, випаровуючись в високий вакуум при температурі $T = 2000 \text{ K}$, зменшується в масі, як показали вимірювання, зі швидкістю $q = 1,14 \cdot 10^{-13} \text{ г}/(\text{с} \cdot \text{см}^2)$. Обчислити тиск насиченої пари вольфраму при цій температурі.

9.8. Написати вираз для тиску dp , що тисне на стінку посудини молекулами ідеального газу, швидкості яких укладені в інтервалі від v до $v + dv$. Розподіл молекул за швидкостями вважати Максвеловим. Знайти значення v_0 , для якого dp максимальне при заданому dv . Концентрація молекул n , температура газу T , маса молекул m .

9.9. Обчислити повне число молекул N , яка припадає на одиницю площі стінки в одиницю часу, а також їх середню теплову швидкість \vec{v} . Концентрація молекул n , температура газу T , маса молекул m .

9.10. Як залежить від тиску середня швидкість молекул ідеального одноатомного газу при адіабатичному стисненні або розширенні?

9.11. Написати вираз для середнього числа dN молекул газу, кінетичні енергії яких лежать між e і $e + de$.

9.12. Через отвір тонкостінної посудини, що містить газ при температурі T , вилітають у вакуум молекули. При якій швидкості v_0 повна кінетична енергія молекул, що вилітають через отвір в одиницю часу в інтервалі швидкостей від v_0 до $v_0 + dv$, буде максимальною при заданому dv ? Знайти середню кінетичну енергію вилітаючої молекули.

9.13. Посудина розділена перегородкою на дві рівні частини об'ємом V кожна. В одній частині знаходиться нітроген, в іншій кисень при однакових тисках і температурах. Газу в посудині сильно розріджені, середня довжина вільного пробігу велика в порівнянні з розмірами посудини. У момент часу $t = 0$ в перегородці відкривається невеликий отвір площі S . Знайти тиск в обох частинах посудини в залежності від часу. Температуру газу за весь час

процесу вважати незмінною. Результат виразити через середні швидкості молекул азоту і кисню.

9.14. Яка була б швидкість випаровування води з кожного квадратного сантиметра її поверхні, якби над цією поверхнею був вакуум, а температура води в цей момент дорівнювала $T = 300\text{ K}$? Табличне значення пружності насиченої водяної пари при цій температурі $P = 27\text{ мм.рт.ст.}$ Порівняти отриману величину з величиною швидкості випаровування води при звичайних умовах, тобто коли над її поверхнею знаходиться повітря за нормального тиску, і пояснити розбіжність.

9.15. У центрі сфери радіусом r в момент часу $t = 0$ створюється N_0 молекул газу, швидкості яких мають Максвеловий розподіл з температурою T . Потім молекули розлітаються без зіткнень і осідають на стінках сфери. Знайти $I(t)$ - щільність потоку молекул на сферу як функцію часу. Визначити момент часу t_0 , коли потік максимальний, знайти швидкість v_0 молекул, що підлітають до стінки в цей момент. Маса молекул газу дорівнює m .

Больцманів розподіл. Розподіл Гіббса

Теоретичні відомості

Розподіл Больцмана:

$$W = A \cdot e^{-\frac{U(h)}{kT}} \quad (10.1)$$

Теорема про рівнорозподіл енергії за степенями волі:

$$\varepsilon = \frac{i}{2} kT \quad (10.2)$$

Барометрична формула:

$$n(h) = n_0 \cdot e^{-\frac{mgh}{kT}} \quad (10.3)$$

$$P(h) = P_0 \cdot e^{-\frac{mgh}{kT}} \quad (10.4)$$

де P, n - тиск та концентрація відповідно

Ентропія з точки зору статистики:

$$S = k \cdot \ln W \quad (10.5)$$

де, W - статистична вага мікростану

10.1. У дуже високій вертикальній циліндричній посудині знаходиться вуглекислий газ при деякій температурі T . Вважаючи поле тяжіння однорідним, знайти, як зміниться тиск газу на дно посудини, якщо температуру газу збільшити в η разів.

10.2. Герметичний закритий циліндр висотою $H = 1$ м. знаходиться у вертикальному положенні на певній висоті над поверхнею Землі. Циліндр кидають таким чином, щоб його вісь зберігала вертикальне положення. В циліндрі знаходиться 1 моль кисню при температурі $T = 293$ К та атмосферному тиску. Вважаючи, що в польоті встигає встановитись термодинамічна рівновага, знайти зміну ентропії газу на цей момент. Тертям повітря та

зміною температури з висотою знехтувати. Стінки циліндра теплопроникні.

10.3. У циліндрі попередньої задачі поміщений моль ідеального газу з відносною молекулярною масою μ . Знайти теплоємність цього газу, з огляду на вплив з боку поля тяжіння і припускаючи, що $\mu gH \ll RT$.

10.4. Користуючись формулою Больцмана, знайти середню потенційну енергію $\varepsilon_{\text{пот}}$ молекули газу в земній атмосфері, вважаючи останню ізотермічною (з температурою T), а поле тяжіння однорідним. Обчислити теплоємність газу C при цих умовах.

10.5. Циліндр радіуса R та довжини H , наповнений хімічно однорідним газом, рівномірно обертається в однорідному полі тяжіння навколо своєї геометричної осі з кутовою швидкістю ω . Знайти розподіл концентрації молекул газу всередині циліндра, якщо його вісь спрямована вертикально.

10.6. Обчислити з квантової теорії молярні теплоємності C_V і C_P вуглекислого газу CO_2 при $0^\circ C$. Молекула CO_2 є лінійною (O-C O), тобто три атома, з яких вона складається (точніше, їх положення рівноваги), розташовані на одній прямій. Момент інерції молекули $I = 7,2 \cdot 10^{-39} \text{ г} \cdot \text{см}^2$. Частоти нормальних коливань молекули по спектроскопічним даним: $\tilde{\nu}_1 = \tilde{\nu}_2 = 667,3 \text{ см}^{-1}$, $\tilde{\nu}_3 = 1388,3 \text{ см}^{-1}$, $\tilde{\nu}_4 = 2349,3 \text{ см}^{-1}$. Частотам $\tilde{\nu}_1$ і $\tilde{\nu}_2$ відповідають поперечні коливання, які відбуваються у взаємно перпендикулярних площинах; частоті $\tilde{\nu}_3$ — поздовжні коливання, в яких атоми кисню коливаються синфазно; частоті $\tilde{\nu}_4$ — також поздовжні коливання, але в них атоми кисню коливаються в протилежних фазах (Рис. 10.1).

Примітка: Під $\tilde{\nu}$ тут мається на увазі так звана спектроскопічна частота, тобто $\tilde{\nu} = 1/\lambda$, де λ - довжина хвилі. Величина $\tilde{\nu}$ зв'язана зі звичайною частотою ν співвідношенням $\nu = c\tilde{\nu}$, де c - швидкість світла.

10.7. Обчислити середню енергію E моля одноатомного газу, що складається з молекул, що мають два дискретних рівня енергії: ε_1 і $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$. Показати, що при дуже низьких температурах теплоємність такого газу дорівнює $(3/2)R$. Обертанням молекул знехтувати. Для спрощення запису формул прийняти $\varepsilon_1 = 0$ і $\varepsilon_2 = \varepsilon$.

10.8. Знайти, на скільки збільшується теплоємність газу, що обертається, в порівнянні з нерухомим газом. Аргон з молекулярною масою $\mu = 40$ заповнює циліндр радіуса $a = 2,5 \text{ см}$ та обертається навколо осі циліндра з

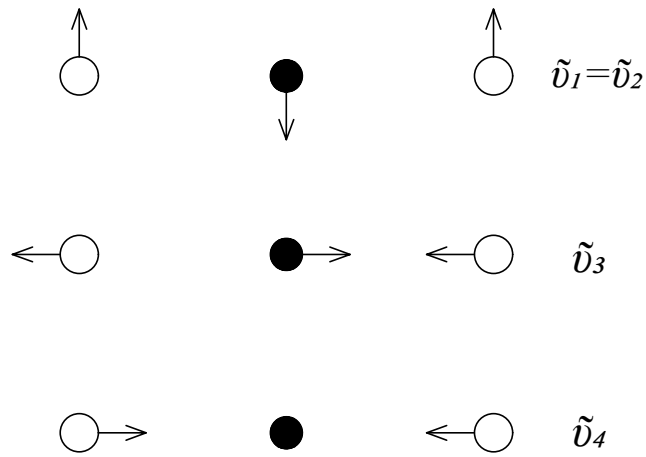


Рис. 10.1. Рис. до задачі 10.6

кутовою швидкістю $\omega = 2 \cdot 10 \text{ c}^{-1}$, температура $T = 300 \text{ K}$.

10.9. Молекулу O_2 можна розглядати як гармонічний осцилятор з коефіцієнтом жорсткості k . Знайти середню амплітуду коливань молекули при температурі $T = 1000 \text{ K}$, якщо частота коливань дорівнює $\omega = 10^{14} \text{ c}^{-1}$, маса атома кисню $2,7 \cdot 10^{-26} \text{ кг}$.

Статистичний зміст ентропії. Флюктуації

Теоретичні відомості

Мірою флюктуації прийнято називати корінь із середньоквадратичного відхилення:

$$\langle \delta f \rangle = \sqrt{\langle \Delta f^2 \rangle} = \sqrt{\langle f^2 \rangle - \langle f \rangle^2} \quad (11.1)$$

Середня енергія молекули газу:

$$\langle \varepsilon \rangle = \sum_i \frac{n_i}{N} = \frac{\sum_i \varepsilon_i e^{-\alpha} e^{-\beta \varepsilon_i}}{\sum_i e^{-\alpha} e^{-\beta \varepsilon_i}} = -\frac{\partial \ln Z_0}{\partial \beta} \quad (11.2)$$

Вираз для середнього квадрату:

$$\langle \varepsilon^2 \rangle = \frac{\sum_i \varepsilon_i^2 e^{-\alpha} e^{-\beta \varepsilon_i}}{\sum_i e^{-\alpha} e^{-\beta \varepsilon_i}} = \frac{1}{Z_0} \frac{\partial^2 Z_0}{\partial \beta^2} \quad (11.3)$$

Середньоквадратична флюктуація:

$$\langle \Delta \varepsilon^2 \rangle = \frac{1}{Z_0} \frac{\partial^2 Z_0}{\partial \beta^2} - \frac{1}{Z_0^2} \left(\frac{\partial Z_0}{\partial \beta} \right)^2 = \frac{\partial^2 \ln Z_0}{\partial \beta^2} = -\frac{\partial \langle \varepsilon \rangle}{\partial \beta} \quad (11.4)$$

11.1. У кубічному посуді ємністю $V = 1$ л знаходиться N молекул кисню. Знайти вірогідність P того, що ці молекули зберуться в одній половині сосуда. Оцінити величину N , при якій така подія можлива тільки один раз протягом епохи порядку віку спостергаємої частини Всесвіту. (T наближено дорівнює 10^{10} років).

11.2. Посудина з N молекулами ідеального газу поділена перегородкою на дві частини з об'ємами V_1 і V_2 . Знайти ймовірність того, що в першій частині будуть перебувати N_1 частинок, а в другій N_2 .

11.3. Теплові флюктуації малого об'єму, заповненого рідиною або газом і оточеного середовищем, температура T якої залишається постійною, можна розрахувати наступним чином. Припустимо, що розглядувана частина рідини або газу заключена в циліндр, стінки якого ідеально проводять тепло. Одна зі стінок — поршень — може вільно без тертя переміщуватись у циліндрі. До руху поршня можна застосувати теорему про рівномірний розподіл кінетичної енергії по ступеням волі, і таким чином знайти шукану флюктуацію. Провести ці розрахунки.

11.4. Визначити флюктуацію кінетичної енергії поступального руху молекули ідеального газу.

11.5. Межа чутливості пружинних вагів обмежується тепловим рухом механізму. Знайти ту саму малу масу m , яка може бути визначена при одноразовому взважуванні на пружинних вагах, якщо жорсткість пружини дорівнює κ , а температура — T .

11.6. Визначити величину об'єму V в ідеальному газі, в якому середня квадратична флюктуація числа частинок складає $\alpha = 10^{-6}$ від середнього числа в тому ж об'ємі V . Визнати середнє число частинок в об'ємі $\langle n \rangle$. Газ знаходиться рf стандартних умов.

11.7. Знайти середню квадратичну відносну флюктуацію об'єму краплі ртуті радіусом $r = 0,01$ мм у повітрі при температурі $T = 300\text{K}$. Ізотермічна стисливість ртуті $\gamma_T = 3,9 \cdot 10^{-6} \text{ атм}^{-1}$.

11.8. Мала макроскопічна частина системи (підсистема) є частиною великої системи. Флюктуації енергії та ентальпії такої підсистеми в принципі можна розрахувати так само, як це було зроблено для молекули ідеального газу. Тільки замість Максвелових розподілів потрібно користуватися його узагальненням на макроскопічні підсистеми (так звані розподіли Гіббса). Таким шляхом можна показати, що флюктуації внутрішньої енергії і ентальпії підсистеми визначаються даними виразами:

$$\overline{(\Delta U^2)}_V = kT^2 C_v,$$

$$\overline{(\Delta I^2)}_P = kT^2 C_p,$$

де C_P і C_V — теплоємності підсистеми, а індекси P і V , означають: $P, V = \text{const}$. Використовуючи данні вирази знайти для підсистеми: $\overline{(\Delta T^2)}_V$, $\overline{(\Delta S^2)}_V$, $\overline{(\Delta S^2)}_P$, $\overline{(\Delta P^2)}_T$, $\overline{(\Delta P^2)}_S$.

11.9. Дві однакові сполучені посудини наповнені газом за нормальних умов. Знайти об'єм V кожної посудини, необхідний для того, щоб ймовірність стану, за якого тиск в посудинах ізотермічно змінюється на 0,1%, була у e^{100} разів менша за ймовірність початкового стану.

11.10. Термодинамічна система являє собою газ із $N = 10^{23}$ невзаємодіючих двохатомних молекул, кожна з яких може знаходитись в одному зі станів з енергіями ε_1 та ε_2 . Температура системи $T = \varepsilon_2 - \varepsilon_1$. Знайти флуктуацію кількості часток на кожному енергетичному рівні. Обчислити теплоємність системи при сталому об'ємі.

Явища переносну. Явища переносну в розріджених газах

Теоретичні відомості

Перший закон Фур'є:

$$\mathfrak{J}_E = -\frac{1}{3}C_V l \langle v \rangle \cdot \frac{\delta T}{\delta x} \quad (12.1)$$

де C_V - теплоємність одиниці об'єму при постійному V . Використовуючи перший закон Фур'є знайдемо далі:

$$c_V \rho \frac{\delta T}{\delta t} = -\frac{d}{dx} \left(\lambda \frac{\delta T}{\delta x} \right) \quad (12.2)$$

Отримане рівняння називають другим законом Фур'є або рівнянням теплопровідності. Якщо в середовищі діють внутрішні джерела тепла, що виділяють q одиниць тепла в одиницю часу в одиниці об'єму, то це рівняння переписується як:

$$c_V \rho \frac{\delta T}{\delta t} = -\frac{d\mathfrak{J}}{dx} + q \quad (12.3)$$

В циліндричній системі координат, якщо тепло поширюється тільки в радіальному напрямку:

$$\nabla \vec{\mathfrak{J}} = \frac{1}{r} \frac{\delta}{\delta r} (r \mathfrak{J}) \quad (12.4)$$

І в сферичній системі, якщо тепловий потік має сферичну симетрію:

$$\nabla \vec{\mathfrak{J}} = \frac{1}{r^2} \frac{\delta}{\delta r} (r^2 \mathfrak{J}) \quad (12.5)$$

Коефіцієнт теплопровідності λ :

$$\lambda = \frac{1}{3} C_V l \langle v \rangle \quad (12.6)$$

Коефіцієнт дифузії:

$$\mathfrak{D} = \frac{1}{3} l \langle v \rangle \quad (12.7)$$

Коефіцієнт в'язкості:

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \langle v \rangle l \quad (12.8)$$

12.1. Простір між двома коаксіальними циліндрами з радіусами R_1 і R_2 , заповнено однорідною речовиною, яка проводить тепло. Знайти розподілення температури в цьому просторі, якщо температура внутрішнього циліндру t_1 , а зовнішнього t_2 .

12.2. Урановий шар з радіусом $R = 10$ см, поміщений в посудину з водою, опромінюється рівномірним потоком нейтронів. В результаті реакції тиску ядер урану, в шарі виділяється енергія $q = 100$ Вт/см \cdot А 3 . Температура води = 373К, теплепровідність урану $\lambda=400$ Вт(м \cdot °С). Знайти стаціонарний розподіл в шарі, а також в його центрі.

12.3. Скляна посудина з товщиною стінок $l = 5$ мм і об'ємом $V = 1$ л наповнена азотом і обмежена вакуумом. В стінки посудини утворився вузький циліндричний канал з радіусом $a = 0.1$ мм. Початковий тиск газу в посудині настільки малий, що радіус каналу дуже малий у порівнянні з довжиною вільного пробігу молекул газу в посудині. Як змінюється концентрація молекул, відносно часу, в посудині? Визначити час t , після закінчення якого тиск азу в посудині зменшиться в e разів, якщо температура підтримується сталою, і рівна $T = 300$ К.

12.4. Знайти приріст ентропії ΔS для $m = 132$ г вуглекислого газу в процесі якого його динамічна в'язкість зменшилась у два рази, а число ударів молекул і розрахунку на 1 см 2 стінки посудини зменшилось у 4 рази.

12.5. При спостереженні за каплею рідин, що несе на собі елементарний заряд, було встановлено, що сила тяжіння, яка діє на каплю, урівноважена електричним полем з напруженістю $= 10^{-4}$ В/см. Спостереження за каплею при ввімкненому полі, показало, що її середньо квадратичне броунівське зміщення за час $t = 100$ с складає $r = 10^2$ см. Оцінити швидкість v , яка встановлена падінням каплі при включеному полі. Капля знаходиться в камері, що наповнена воднем, з тиском $p = 1$ атм і густиною $\rho=0.09$ г/л.

12.6. Вузька циліндрична посудина, яка має малий діаметр у порівнянні з його висотою $h = 20$ см, повністю заповнена водою при кімнатній температурі. Посудина обдувається зверху поперечним потоком сухого повітря, так що тиск пару на верхньому кінці можна рахувати рівним 0. Враховуючи дифузію пару в цій посудині, знати проміжок часу t , через який випарується вся вода. Густина насиченої пари $= \rho=3 \cdot 10$ г/см 3 , а коефіцієнт дифузій молекул води в повітрі $D=0.3$ см 2 /с. Рахувати, що тиск тиск пару над поверхнею рідини рівний $\rho_{\text{нас}}$.

12.7. Знайти розподіл температури в просторі між двома концентричними сферами з радіусами R_1 і R_2 . Простір заповнено однорідною речовиною, яка проводить тепло, якщо температури обох сфер стали і рівні t_1 і t_2 .

12.8. Сферичний кусок льоду (з початковим радіусом $R_0=1$ см занурений в велику масу води з температурою 10°C . Якщо припустити, що теплопередача і рідині зв'язана тільки з її теплоємністю, визначити час t , за який лід повністю розтопиться. Теплопровідність води $\lambda = 6 \cdot 10^{-2}$ Дж/(с·см·°C), питома теплота плавлення льоду $q = 300$ Дж/г.

12.9. Знайти середню довжину вільного пробігу λ молекули кислоти при нормальному атмосферному тиску, якщо коефіцієнт дифузії кисню при тому самому тиску і тій самій температурі 0°C рівний $D = 0.19$ см²/с

12.10. Визначте на який кут α повернеться диск, підвішений на пружній нитці, якщо під ним на відстані $h = 1$ см обертається другий такий диск з кутовою швидкістю $\omega = 50$ рад/с. Радіуси дисків $R = 10$ см, модуль обертання нитки $f = 100$ дин·см/рад, в'язкість повітря можна рахувати $n = 1/8 \cdot 10^{-4}$ дин·с/см². Краєвими ефектами можна знехтувати. Рух повітря між дисками рахувати ламінарним.

12.11. Знайти приріст ΔS для $m = 64$ г газоподібного кисню в процесі, в результаті якого теплопровідність підвищилася у два рази, а коефіцієнт дифузії залишився незмінним.

12.12. Дві частини посудини розділені пористою перегородкою. В початковий момент перша посудина наповнюється гелієм ($\dot{A}_1=4$), а друга посудина – ксеноном ($\dot{A}_2=131$) при нормальних умовах. Перегородка не впливає на швидкість дифузії, вона лиш перешкоджає розмішуванню газів при заповненні системи. Через деякий час концентрація Хе і Не на відстані $L = 1$ см перегородки стала рівною 0.01 ат. %? Також порівняти частоту співударів Z_1 атомів гелію в ксеноні з частотою співударів Z_2 атомів ксенона в гелії.

12.13. Знайти різницю молярних ентропій для молекулярного кисню за умов ефекту Кнудсена всередині стакану з пористими стінками та зовні стакану. Температура всередині стакану дорівнює $T_1 = 350$ К, зовні стакану $T_2 = 300$ К.

12.14. Вакуумний діод складається із тонкої нитки-катода та коаксіального циліндра-анода радіусом $R = 1 \text{ см}$. Катод емітує електрони при температурі $T = 1450 \text{ К}$. Між анодом та катодом прикладена запираюча напруга $U = 0,3 \text{ В}$. Знайти густину електронів поблизу анода, якщо густина електронів біля катода 10^{10} ел/см^3 . Стала Больцмана $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$, заряд електрона $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$.

12.15. При вирощуванні плівок Ga, As використовують метод атомарної епітаксії, при якому Ga випаровується при температурі 1250 К та осідає на пласку підкладку. Визначити швидкість росту плівки (г/см^2), якщо концентрація молекул Ga $2,6 \cdot 10^{-16} \text{ м}^{-3}$. Молярна маса галію 70 г/моль .

12.16. Один моль аргону знаходиться в горизонтальній теплоізольованій трубі довжиною L та перерізом S . Один кінець труби постійно підігривають і таким чином утримують при температурі T_1 , а інший кінець знаходиться при кімнатній температурі T_2 . Знайти потужність нагрівача, необхідну для підтримання постійного градієнта температур. Вважати, що молярна теплоємність газу C_v та довжина вільного пробігу λ не залежать від температури, теплоємністю стінок труби знехтувати.

Список літератури:

- „Сборник задач по общему курсу физики. Ч.1, Термодинамика и молекулярная физика под. ред Д.В. Сивухина, 2008г “
- „Козел С.М., Рашба Е.И., Славатинський С.А. Сборник задач по физике, М.: Наука. 1987. –304 с.“
- „Іродов І.Є. Задачи по общей физике, М.: Наука. 1988.— 416 с.“