МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

І.Ф.СКІЦЬКО, Є.Г. КОРНІЄНКО

ФІЗИКА

ВИВЧЕННЯ ДИСПЕРСІЇ СВІТЛА ТА ВИЗНАЧЕННЯ ГРУПОВОЇ ШВИДКОСТІ СВІТЛА В СКЛІ

Інструкція
до лабораторної роботи

Рекомендовано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
як навчальний посібник для студентів,
які навчаються за спеціальністю 125 «Кібербезпека»,
та спеціальністю 172 «Телекомунікації та радіотехніка»

Київ

КПІ ім. Ігоря Сікорського

2021

Рецензент: Ужва В.І., доцент кафедри загальної фізики та фізики твердого тіла фізико-математичного факультету КПІ ім. Ігоря Сікорського, канд. фіз.-мат. наук, доц.
Відповідальний редактор: Лінчевський І.В., професор кафедри загальної фізики КПІ ім. Ігоря Сікорського, д-р фіз.-мат. наук, проф.

Рекомендовано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського як навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра за спеціальностями 125 Кібербезпека, 172 Телекомунікації та радіотехніка *(протокол № **2** від **09.12.2021** р.)* за поданням Вченої ради фізико-математичного факультету *(протокол **№ 2** від **29.10.2021** р.)*

Електронне мережне навчальне видання
Скіцько Іван Федорович, канд. фіз.-мат.наук, доц.
Корнієнко Євгенія Геннадіївна, канд. фіз.-мат.наук, старший викладач

ФІЗИКА

ВИВЧЕННЯ ДИСПЕРСІЇ СВІТЛА ТА ВИЗНАЧЕННЯ ГРУПОВОЇ ШВИДКОСТІ СВІТЛА В СКЛІ

Інструкція до лабораторної роботи

Фізика: Вивчення дисперсії світла та визначення групової швидкості світла в склі: Інструкція до лабораторної роботи [Електронний ресурс] : навч. посіб. для студ. спец. 125 «Кібербезпека», 172 «Телекомунікації та радіотехніка» / І. Ф. Скіцько, Є.Г.Корнієнко; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електронні текстові дані (1 файл: 1,34 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. – 29 с.

Посібник забезпечує проведення лабораторної роботи «Вивчення дисперсії світла та визначення групової швидкості світла в склі» за програмою навчальної дисципліни «Фізика». Детально розглядається теорія лабораторної роботи, методика проведення дослідження і обробки результатів вимірювань.

Призначений для студентів-здобувачів ступеня бакалавра за спеціальностями 125 «Кібербезпека» і 172 «Телекомунікації та радіотехніка», буде корисним і для студентів інших технічних спеціальностей вищих навчальних закладів.

© І.Ф.Скіцько, Є.Г.Корнієнко,2021

© КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА

ВИВЧЕННЯ ДИСПЕРСІЇ СВІТЛА ТА ВИЗНАЧЕННЯ ЙОГО ГРУПОВОЇ ШВИДКОСТІ В СКЛІ

Мета роботи

1.Вивчити явище дисперсії світла при проходженні його через середовища, для яких показник заломлення n залежить від частоти ν (довжини хвилі λ) хвиль.

2.Визначити показник заломлення скла для різних довжин хвиль світла видимого діапазону.

3. Визначити графічним способом групову швидкість розповсюдження видимого світла в склі і перевірити отримане значення швидкості за допомогою математичної обробки даних.

1.Теоретична частина

1.1. Загальні поняття

Для кращого розуміння суті лабораторної роботи доцільно ознайомитись з основними поняттями в теорії розповсюдження хвиль, такими як фазова і групова швидкості їх розповсюдження.

1.Розглянемо спочатку розповсюдження хвиль у вакуумі, де діелектрична проникність ε, магнітна проникність μ і показник заломлення $n = \sqrt{\varepsilon\mu}$ є сталі величини і незалежать від частоти (довжини хвилі) хвиль.

Запишемо рівняння біжучої електромагнітної плоскої хвилі, що поширюється вздовж осі OX):

$$E(x,t) = E_m \cos(\omega t - kx + \varphi_0), \quad (1.1)$$

де A – амплітуда коливань, яка називається амплітудою хвилі; $\omega = \frac{2\pi}{T}$ – циклічна частота хвилі; $k = 2\pi/\lambda$ –хвильове число хвилі, λ –довжина хвилі; φ_0 – початкова фаза коливань в площині x=0**.** Величина $\omega t - kx + \varphi_0$ визначає фазу коливань в довільній площині з

координатою x і називається фазою плоскої хвилі. Зафіксуємо певне значення фази:

$$\omega t - kx + \varphi_0 = \text{const}. \quad (1.2)$$

Цей вираз визначає зв'язок між часом t і тим місцем x, в якому фаза має зафіксоване значення. Величина $\frac{dx}{dt}$ дає швидкість, з якою переміщується дане значення фази. Продиференціюємо вираз (1.2):

$$\omega dt - kdx = 0.$$

Звідси

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{k} = \frac{\omega\lambda}{2\pi} = \frac{\lambda}{T} = v. \quad (1.3)$$

Отже, швидкість v поширення хвилі є ніщо інше, як швидкість переміщення зафіксованого значення фази хвилі і її називають ***фазовою швидкістю.***

Об'ємна густина енергії електромагнітної хвилі

$$w = \frac{dW}{dV} =$$

$$= \varepsilon\varepsilon_0 E_m^2 \cos^2(\omega t - kx + \varphi_0) =$$

$$= \varepsilon\varepsilon_0 E_m^2 (1 - \cos 2(\omega t - kx + \varphi_0)).$$

Швидкість u поширення *енергії хвилі дорівнює швидкості переміщення в просторі поверхні, яка відповідає максимальному значенню об'ємної густини енергії* w. *Рівняння поверхні* $w = w_{max}$ *має вигляд:*

$$2(\omega t - kx + \varphi_0) = \pi.$$

Продиференціюємо цей вираз і прирівняємо до нуля:

$$\omega dt - kdx = 0.$$

Звідси швидкість переміщення поверхні, що відповідає максимальному значенню об'ємної густини енергії w буде

$$u = \frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{k} = v. \quad (1.4)$$

Отже, швидкість поширення енергії хвилі збігається з фазовою швидкістю хвилі.

1.2.Поняття групи хвиль (хвильового пакета). Дисперсії хвиль

Швидкість поширення гармонійної хвилі, що описується рівняннями (1.1), ***дорівнює фазовій швидкості*** v (1.3).

Постає запитання, чи для всіх видів хвиль справедлива ***така*** залежність? Усі реальні хвилі не є гармонійними. Проте

можна довести, що будь-яку несинусоїдальну хвилю можна розкласти на еквівалентну їй систему синусоїдальних хвиль. Таке розкладання називають ***гармонійним,*** або ***спектральним аналізом*** несинусоїдальної хвилі. Сукупність значень амплітуд, початкових фаз і частот еквівалентної системи синусоїдальних хвиль називають ***спектром*** відповідно ***амплітуди, початкових фаз*** і ***частот*** несинусоїдальної хвилі, що розглядається. Спектр може бути як ***дискретним, або лінійчастим, тобто*** множиною окремих різних значень, ***так*** і ***неперервним (суцільним).***

Встановлено, що ***всі*** синусоїдальні (гармонічні) хвилі поширюються в середовищі незалежно одна від ***одної,*** а результуюче зміщення будь-якої ***частинки*** середовища дорівнює векторній сумі її ***зміщень,*** зумовлених кожною з хвиль. Цей результат справедливий для хвиль будь-якої ***природи, його називають принципом суперпозиції хвиль.***

Суперпозицію гармонійних хвиль, які мало відрізняються одна від одної за частотою (чи довжиною хвилі), називають групою хвиль, або хвильовим пакетом.

Якщо швидкість поширення синусоїдальних хвиль у середовищі не залежить від їх частоти (довжини хвилі), то швидкість поширення пакета хвиль дорівнюватиме їхній фазовій швидкості. Проте існують і такі гармонійні хвилі, фазова швидкість яких залежить від їх частоти (довжини хвилі). Залежність фазової швидкості від частоти (довжини хвилі) називають ***дисперсією хвиль,*** а середовище, де спостерігається це явище, – ***дисперсійним.***

Якщо хвильовий пакет поширюється в дисперсійному середовищі, то швидкість окремих його синусоїдальних хвиль різна. Внаслідок цього безпере-

рвно змінюватимуться різниці фаз між хвилями, імпульс складного коливання дещо змінюватиме свою форму, а амплітудне значення хвилі зміщуватиметься відносно складових хвиль. При цьому швидкість поширення хвильового пакета не збігається зі швидкістю жодної із його складових.

1.3.Дисперсія світла. Області нормальної і аномальної дисперсії

Дисперсією світла називається залежність показника заломлення n речовини від частоти ν (довжина хвилі λ) світла або залежність фазової швидкості v світла в середовищі від його частоти ν.

Дисперсію світла представляють у вигляді залежності $n = f(\lambda)$.

Наслідком дисперсії є розклад у спектр пучка білого світла при проходженні його через скляну призму.

Розклад білого світла в призмі відбувається за значеннями показника заломлення, тому для визначення довжини хвилі світла треба знати залежність

$$n = f(\lambda).$$

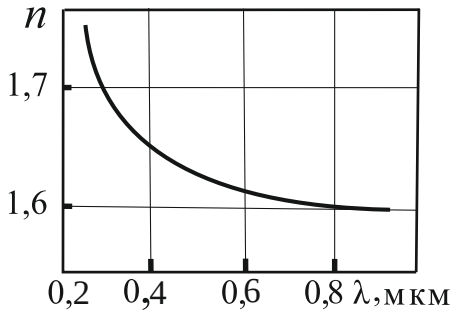

Рис.1.

У дифракційному спектрі кольори розміщуються за порядком зростання довжини хвилі, а в дисперсійному – навпаки. Дифракційною решіткою червоні промені, що мають більшу довжину хвилі, ніж фіолетові, відхиляються сильніше.

На рис.1 наведені залежності показника заломлення *n* від довжини хвилі λ для скла.

Як видно з рис.1, показник заломлення *n* монотонно

зростає із зменшенням довжини хвилі λ. Отже, червоні промені, що мають менший показник заломлення порівняно з фіолетовими променями, відхиляються призмою на менший кут.

Дисперсія світла в середовищі називається **нормальною**, якщо із зростанням частоти ν світла абсолютний показник заломлення n середовища також зростає:

$$\frac{dn}{d\nu} > 0, \qquad \left(\frac{dn}{d\lambda} < 0\right).$$

Така залежність показника заломлення n від ν буде в тих областях частот, для яких середовище прозоре. Наприклад, звичайне скло прозоре для видимого світла і в цьому інтервалі частот має нормальну дисперсію.

Дисперсію світла в середовищі називають **аномальною,** якщо із зростанням частоти світла абсолютний показник заломлення середовища n зменшується:

$$\frac{dn}{d\nu} < 0, \qquad \left(\frac{dn}{d\lambda} > 0\right).$$

Якщо речовина поглинає частину променів, то в області поглинання і біля неї хід дисперсії проявляє аномалію (рис.2). На

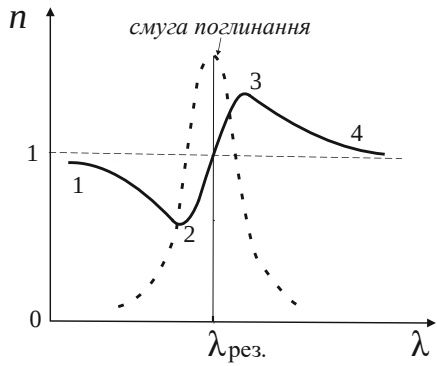

Рис.2.

деяких ділянках дисперсія речовини $dn/d\lambda$ є позитивною. Такий хід залежності n від λ називається *аномальною дисперсією.* Пунктирна крива на рис.2 зображує хід коефіцієнта поглинання світла речовиною. Ділянка 1-2 і 3-4 відповідають нормальній дисперсії $dn/d\lambda < 0$. На ділянці 2-3 дисперсія є аномальною $dn/d\lambda > 0$. В області 1-2 показник заломлення менший одиниці.

В різних ділянках спектра дисперсія характеризується тією зміною показника заломлення, яка припадає на одиничний інтервал довжин хвиль. Ця величина $\frac{\Delta n}{\Delta\lambda}$ називається ***середньою дисперсією*** для ділянки спектра $\lambda,\ \lambda + \Delta\lambda$..

У довідникових таблицях показники заломлення речовини даються для жовтої лінії натрію $\lambda_D = 0{,}5893$ мкм і позначаються n_D. Середня дисперсія визначається за синьою $\lambda_F = 0{,}4861$ мкм і червоною $\lambda_C = 0{,}6563$ мкм лініями водню і позначається $n_F - n_C$. Величина $(n_F - n_C)/(n_D - 1)$ називається ***відносною дисперсією,*** обернена їй величина – ***коефіцієнтом дисперсії.***

Оскільки показник заломлення, згідно теорії Максвелла, визначається відношенням швидкостей світла у вакуумі і даному середовищі

$$n = c/v, \qquad (1.5)$$

то, очевидно, в середовищі (згідно рис.1) швидкість червоного світла, яке заломлюється, буде найбільшою, а фіолетового – найменшою. У вакуумі швидкість світла будь-якого кольору однакова.

Зауважимо, що відсутність дисперсії світла у міжзоряному просторі засвідчує, що цей простір можна вважати вакуумом. Із кількісного боку, дисперсія світла задовільно описується класичною теорією. Суть її зводиться до врахуванні впливу на середовище вимушених коливань електронів, що збуджуються електричним полем світлової хвилі. Йдеться про зовнішні, так звані оптичні електрони атомів; електрони внутрішніх оболонок через великі власні частоти практично не збуджуються світлом.

1.4.Групова швидкість світла

Оскільки показник заломлення n середовища залежить від частоти коливання ν світла, то швидкість поширення світла теж залежить від частоти коливань електромагнітної хвилі. А

яку швидкість поширення світлового сигналу в середовищах вимірюють дослідним шляхом?

Усі приймачі світла реагують на енергію, тому в дослідах вимірюють *швидкість перенесення енергії світловим сигналом і цю швидкість називають* ***груповою швидкістю.*** Вона відрізняється від швидкості v поширення фази, яка називається ***фазовою швидкістю*** (формула (1.3)).

У реальних умовах дістати строго монохроматичну світлову хвилю неможливо. Виділяючи пучок світла одного кольору або модулюючи хвилю для передачі сигналу, фактично дістаємо пучок хвиль близьких, але все-таки різних частот. Тому у різних методах вимірювання швидкості світла дослідники змушені були оцінювати швидкість поширення групи хвиль різних частот (довжин хвилі). *Винятком можуть бути лише непрямі вимірювання швидкості світла. Це трапляється, наприклад, коли визначають показник заломлення середовища, а потім за формулою*

$$v = c/n \qquad (1.6)$$

знаходять фазову швидкість світла. Цей спосіб визначення фазової швидкості світла в середовищі для різних довжин хвиль ми використаємо в нашій лабораторній роботі.

Як відомо, у разі накладання хвиль близьких частот виникають биття, тобто пульсації максимумів результуючої амплітуди, й отже, значень енергії. Це наочно можна бачити, якщо зобразити накладання двох хвиль з близькими частотами (довжинами хвиль) (рис.3). У точках *A* і *C* хвилі перебувають

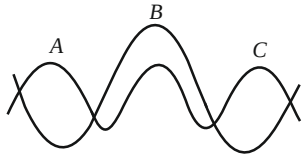

Рис.3.

у протифазах, тому результуюча амплітуда й енергія мінімальні; у точці *B* хвилі за фазою

збігаються, тому виникає максимум амплітуди й енергії хвильового процесу.

Зауважимо, що у вакуумі внаслідок однакових швидкостей світла різних частот взаємне розміщення хвиль залишається незмінним, тому швидкості поширення фаз і максимуму амплітуди хвильового процесу однакові; фазова й групова швидкості світла теж однакові. У разі переходу світлового пучка у дисперсійне середовище монохроматичні хвилі різних частот поширюватимуться з різними фазовими швидкостями, тому максимум амплітуди хвильового процесу весь час змінюватиме своє положення у смузі складових хвиль. Його швидкість у просторі не збігатиметься зі швидкістю жодної зі складових хвиль. У цьому випадку питання про групову швидкість світла ускладнюється.

Щоб оцінити групову швидкість світла в дисперсійному середовищі, розглянемо накладання двох світлових хвиль із близькими частотами й однаковими амплітудами.

$$E_1 = E_m \cos(\omega_1 t - k_1 x),$$
$$E_2 = E_m \cos(\omega_2 t - k_2 x).$$

Їх результуюче зміщення E в деякий момент часу t у точці з координатою x виразиться сумою

$$E(x,t) = E_1(x,t) + E_2(x,t) = \\ = 2E_m \cos(\frac{\Delta\omega}{2} t - \frac{\Delta k}{2} x) \cdot \\ \cdot \cos(\omega_{\text{сер}}\, t - k_{сер} x), \qquad (1.7)$$

де $\Delta\omega = \omega_1 - \omega_2$, $\omega_{\text{сер}} = (\omega_1 + \\ +\omega_2)/2$, $\Delta k = k_1 - k_2$, $k_{сер} = \\ = (k_1 + k_2)/2$. (1.8)

З виразу (1.7) випливає, що результуюча хвиля є плоскою, її циклічна частота і хвильове число дорівнюють півсумі циклічних частот і хвильових чисел синусоїдальних хвиль, що утворюють хвильовий пакет. Однак амплітуда цієї хвилі не стала, а залежить від координати x і часу t:

$$A(x,t)=2E_m \cos(\frac{\Delta\omega}{2}t - \frac{\Delta k}{2}x). \qquad (1.9)$$

Цей вираз для амплітуди хвильового пакета сам по собі є

виразом рівняння плоскої синусоїдальної хвилі – хвилі амплітуди коливань, фаза якої

$$\varphi_A = \frac{\Delta\omega}{2}t - \frac{\Delta k}{2}x. \qquad (1.10)$$

Знайдемо, чому дорівнює швидкість результуючої хвилі у дисперсійному середовищі. Хвиля, поширюючись у середовищі, переносить енергію.

Швидкість v поширення енергії хвилі дорівнює швидкості переміщення в просторі поверхні, через яку переноситься максимальна кількість енергії за одиницю часу. Оскільки енергія в разі коливального процесу пропорційна квадрату амплітуди, то швидкість поширення енергії хвильового пакета збігається з фазовою швидкістю хвилі амплітуди. Вочевидь, що для того щоб амплітуда $\mathrm{A}(x, \mathrm{t})$ (див.формулу (1.9)) мала стале значення, наприклад максимальне, її фаза φ_{A} мусить залишатися сталою, тобто

$$\frac{\Delta\omega}{2}t - \frac{\Delta k}{2}x = \mathrm{const}. \qquad (1.11)$$

Взявши повний диференціал від цього виразу, одержимо

$$\frac{\Delta\omega}{2}dt - \frac{\Delta k}{2}dx = 0.$$

Звідки

$$v_{гр} = \frac{dx}{dt} = \frac{\Delta\omega}{\Delta k} = \frac{\omega_1 - \omega_2}{k_1 - k_2}\cdot \qquad (1.12)$$

За умови, що $\Delta\omega$, а отже, і Δk, прямують до нуля,

$$v_{гр} = \frac{d\omega}{dk}\cdot \qquad (1.13)$$

Цю швидкість називають ***груповою швидкістю пакета хвиль.***

Зауваження: Формула (1.13) справедлива для лінійної залежності ω від k, яка має місце для квазімонохроматичної хвилі (хвильового пакета або групи хвиль, див.додаток 3).

Швидкість гармонійних хвиль (формула(1.3) дорівнює $v = \omega/k$. Отже, згідно зі співвідношеннями (1.3) і (1.13), групова швидкість пакета хвиль не дорівнює жодній із швидкостей синусоїдальних складових цього пакета.

Вираз для групової швидкості (1.13) можна подати ще й у такій формі. Згідно з (1.3)

$\omega = vk$.

Підставивши це значення у (1.13), отримаємо

$$v_{гр} = \frac{d(vk)}{dk} = v + k\frac{dv}{dk}\cdot \quad (1.14)$$

Якщо врахувати, що $k = 2\pi/\lambda$ і $dk = -\frac{2\pi}{\lambda^2}d\lambda$, то отримаємо такий вираз для групової швидкості:

$$v_{гр} = v - \lambda\frac{dv}{d\lambda}\cdot \quad (1.15)$$

Якщо врахувати, що

$$\frac{dv}{d\lambda} = \frac{d}{d\lambda}\left(\frac{c}{n}\right) = -\frac{c}{n^2}\frac{dn}{d\lambda},$$

то формулу (1.15) можна переписати так:

$$v_{гр} = v\left(1 + \frac{\lambda}{n}\frac{dn}{d\lambda}\right)\cdot \quad (1.16)$$

Якщо

$$dn/d\lambda = 0$$

(відсутня дисперсія), то $v_{гр} = v$, тобто фазова і групова швидкості збігаються. Цей випадок має місце для вакууму.

При нормальній дисперсії

$$\frac{dn}{d\lambda} < 0 \quad \left(\frac{dn}{d\nu} > 0\right),$$

тому $v_{гр} < v$.

При аномальній дисперсії

$$\frac{dn}{d\lambda} > 0 \quad \left(\frac{dn}{d\nu} < 0\right) \text{ і } v_{гр} > v.$$

Поняття групової швидкості застосовне лише за умови, що поглинання енергії хвилі в даному середовищі невелике. При значному згасанні хвилі поняття групової швидкості втрачає сенс. Саме в області аномальної дисперсії поглинання дуже велике, і поняття групової швидкості не можна використовувати.

Наочно картину поширення групи хвиль при нормальній дисперсії можна описати так. Врахуємо, що $\frac{dn}{d\lambda} < 0$. Це означає, що для $\lambda_2 > \lambda_1$, $n_2 < n_1$ і $v_2 > v_1$. Тоді, якби у початковий момент часу максимум амплітуди знаходився посередині смуги хвиль, то у подальшому їхньому русі спостерігалося б поступове ослаблення, а потім і зникнення передніх хвиль; у голову смуги хвиль пік амплітуди хвильового процесу повільно переміщува-

вся б, слабшав і згодом зникав би, одночасно позаду смуги хвиль формувався, повільно переміщувався і виростав би новий пік амплітуди і т.д. Оскільки передні хвилі весь час зникають, а наступний пік амплітуди формується позаду смуги хвиль, то це є свідченням того, що групова швидкість менша за фазові швидкості складових хвиль.

Групова швидкість світла в усіх випадках не може перевищувати швидкості світла у вакуумі.

1.5.Метод визначення групової швидкості світла

Формулу (1.15) перепишемо в такому вигляді:

$$v = v_{гр} + \lambda \frac{dv}{d\lambda}, \qquad (1.17)$$

де фазова швидкість

$$v = c/n(\lambda) \qquad (1.18)$$

в дисперсійному середовищі залежить від λ. В (1.18) c - швидкість світла у вакуумі однакова для всіх його кольорів. Постараємось отримати експериментально залежність фазової швидкості v від довжини хвилі в середовищі

$$\lambda = \lambda_0/n(\lambda), \qquad (1.19)$$

де λ_0 - довжина хвилі у вакуумі. Із (1.18) і (1.19) видно, що якщо ми визначимо показник заломлення n середовища (наприклад, скла) для різних довжин хвиль світла, то фазова швидкість v для кожного кольору світла буде визначатись за формулою (1.18), а довжина хвилі λ кожного кольору світла за формулою (1.19).

Примітка. *Довжини хвиль* λ_0 *кожного кольору світла у вакуумі (повітрі) відомі з довідникових даних.*

Вважаємо, що ми експериментально визначили фазову швидкість для кожного кольору видимого світла. Згідно формули (1.17) вона повинна бути лінійною (в принятому для хвильового пакету наближенні, що $v_{гр}$ є стала величина для даного

пакету хвиль). За експериментальними значеннями v і λ побудуємо графік $v(\lambda)$, який схематично показаний на рис.4.

(**Примітка.** Початок координат по осі довжин хвиль λ обов'язково повинен починатись з 0.)

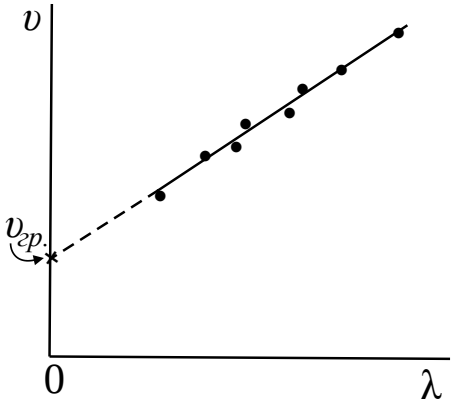

Рис.4.

Чорні точки - це експериментальні дані. Згідно формули (1.17) ця залежність повинна бути лінійною. Тому поміж точками проводимо пряму лінію, щоб з однієї сторони прямої лінії і з другої, по можливості, була однакова кількість експериментальних точок. Екстраполюємо цю пряму лінію до перетину з віссю фазової швидкості v (пунктирна лінія на рис.4). Пунктирна лінія перетинає вісь фазової швидкості v в точці з координатами ($\lambda = 0$; $v = v_{гр}$). Так графічно визначаємо групову швидкість хвильового пакета видимого світла.

Для перевірки отриманого графічно значення групової швидкості використовується метод найменших квадратів (див. додаток 4) за допомогою програмного обчислення, яке додається окремо.

1.6.Визначення показника заломлення скла для різних довжин хвиль видимого світла

Як видно із формул (1.18) і (1.19) без знання значень показника заломлення n середовища (в нашому випадку скла) для довжин хвиль різних кольорів видимого світла, визначити групову швидкість такого хвильового пакета не вдасться.

Тому в даній роботі визначається залежність $n(\lambda)$ для скляної призми за допомогою визначення мінімального кута відхилення променя певного кольору при проходженні його через скляну призму. Вибирається така конфігурація падаючого на призму променя і самої призми, щоб кут відхилення був мінімальним. Для такого випадку отримується найбільш зручна формула для визначення показника заломлення певного кольору світла. Цей випадок заломлення променя світла в призмі детально розглянутий в підручнику [3]. Приведемо рисунок цього випадку для призми, в основі якої є правильний трикутник із заломним кутом $\varphi = 60°$. Кут відхилення δ буде мінімальним, коли кут падіння на грань 1 призми - α буде дорівнювати куту заломлення на грані 2 призми - ψ. В цьому випадку промінь всередині призми буде паралельний

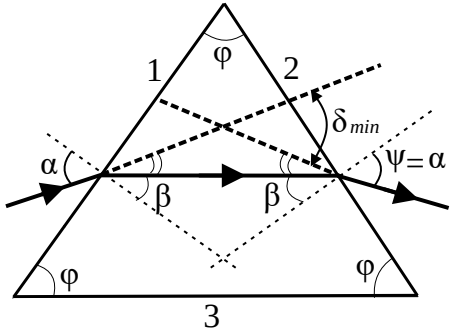

Рис.5.

грані 3 призми, що показано на рис.5. Саме для такого випадку показник заломлення скла призми можна визначити за формулою:

$$n = \frac{\sin\left(\frac{\varphi+\delta_{min}}{2}\right)}{\sin\frac{\varphi}{2}}. \quad (1.20)$$

Так як має місце дисперсія $n(\lambda)$, то кут відхилення δ_{min} буде залежати від довжини хвилі світла. Тому в даній лабораторній роботі визначається δ_{min} для різного кольору ліній спектра випромінювання ртуті, а за формулою (1.20) визначається показник заломлення скла призми n для кожної лінії з заданою довжиною хвилі. Потім за формулами (1.18) і (1.19) розраховуються фазова швидкість v і

довжина хвилі для кожної лінії певного кольору в склі. Тепер можна будувати графік, як показано на рис.4.

2.Порядок виконання роботи

Ідея експерименту

У даній лабораторній роботі використовується ртутна лампа, яка має лінійчатий спектр випромінення. Вона служить джерелом певного набору монохроматичних хвиль, тобто хвиль строго визначених кольорів (довжин хвиль λ_{0i}) перелік яких вказаний в таблиці 1.

Світло з ртутної лампи падає на призму і заломлюється в ній. Внаслідок явища дисперсії показник заломлення $n(\lambda)$ виявиться різним для різних кольорів ліній спектру випромінення ртуті і вони заломлюються у склі під різними кутами. В результаті цього вони і відхилятимуться призмою від свого початкового напрямку (див. рис. 5) теж на різні кути δ_{min}, які ми можемо виміряти експериментально. За виміряними кутами відхилених призмою променів ми можемо визначити показник заломлення $n(\lambda_i)$ для i-тої лінії випромінювання за формулою (1.20) для кожної лінії з спектру ртуті. За знайденими $n(\lambda_i)$ і формулою (1.19) знайдемо довжини хвиль у склі λ_i, а за формулою (1.18) фазову швидкість в склі:

$$v(\lambda_i) = \frac{2{,}998 \cdot 10^8}{n(\lambda_i)} \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot \qquad (2.1)$$

Отриманні значення $v(\lambda_i)$ дозволяють провести графічне визначення групової швидкості видимого світла у склі за методом описаним у пункті 1.5.

Опис експериментальної установки

Експериментальна установка складається з джерела світла (ртутної лампи) і гоніометра який використовується для точного вимірювання кутів рис.6 та рис.7.

Робота з установкою полягає у правильному визначенні δ_0 - поділки лімба, що відповідає напрямку невідхиленого променя (промінь 6 на рис.7) і δ_i – поділок лімба, що відповіда-

ють кутам найменшого відхилення для кожної з вказаних в таблиці 1 ліній випромінювання ртуті (промінь 5 на рис.7).

Рис. 6. Робоча установка

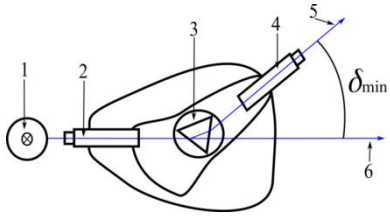

Рис. 7. Схема гоніометра (вид згори). Схематично показано хід променя і його відхилення призмою. Тут δ - кут відхилення променя від його початкового напрямку; 1 - ртутна лампа; 2 - коліматор; 3 - столик з призмою; 4 - зорова труба; 5 - відхилений призмою промінь; 6 - невідхилений промінь.

Будова гоніометра і детальна покрокова інструкція з вимірювання кутів наведені в додатку 2.

Порядок виконання роботи і обробки результатів

1. Увімкнути ртутну лампу.
2. За інструкцією в додатку 2 визначити кут δ_0.
3. Визначити кут δ_i для кожної з вказаних в таблиці 1 ліній випромінювання ртуті.
4. Визначити кути найменшого відхилення δ_{min} для кожної з ліній випромінювання за формулою

$$\delta_{min} = \delta_i - \delta_0, \qquad (2.2)$$

і результати занести до таблиці 2.

5. Знаючи, що заломлюючий кут призми φ=60°, розрахувати $n(\lambda)$ за формулою (1.20), λ за (1.19) і v за (2.1).
6. Нанести на графік експериментальні точки $v(\lambda_i)$ і провести на ньому пряму як показано на рис.4.

7. Визначити групову швидкість $v_{гр}$ за методом описаним в пункті 1.5.
8. Оцінити похибку $v_{гр}$ (використавши дані математичної обробки результатів експерименту).
9. Порівняти отримане значення $v_{гр}$ із середнім значенням фазової швидкості для розглянутих кольорів світла. Пояснити, чому вони різні за величиною.

Примітка. Метод найменших квадратів добре реалізований, зокрема, у таких програмних продуктах як Microsoft Excel та LibreOffice Calc. Ці програми також дозволяють визначити середню квадратичну похибку середнього арифметичного величини, яку визначаємо. Цю середню квадратичну похибку середнього арифметичного можемо прийняти за невизначеність типу А.

Для самоперевірки отриманого графічно значення групової швидкості у додатках надаємо файл Excel для визначення групової швидкості та середньої квадратичної похибки її значення.

Таблиця 1. Значення довжин хвиль спектральних ліній ртуті (жирним виділені найбільш яскраві лінії в спектрі).

Спектральна лінія	Довжина хвилі λ_{0i}, Å
Темно-червона	**6907**
Червоно-помаранчева I	**6234**
Червоно-помаранчева II	6123
Помаранчева	6073
Жовта I	**5791**
Жовта II	**5770**
Яскраво-зелена	**5461**
Зелено-синя	**9416**
Яскраво-синя	**4358**
Синя, середня	4348
Синя, слабка	4339
Фіолетова, слабка	4108
Фіолетова, середня	4078
Яскраво-фіолетова	**4046**
Фіолетова, темна	3984

Таблиця 2. Експериментальні дані і розраховані величини.

№ п/п	λ_0,Å	δ_{min}	$n(\lambda)$	λ_i,Å	υ_i,м/с
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					

Додаток 1

Вивід робочої формули (1.20)

Після проходження променя через призму він відхиляється від свого початкового напряму на кут δ. Якщо підібрати такий кут падіння, щоб заломлений промінь йшов у призмі паралельно її основі, тоді кут виходу променя з призми дорівнюватиме куту падіння, а кут відхилення променя виявиться мінімальним $\delta=\delta_{min}$. Це теоретично доведено в [3]. Таке розміщення призми відносно джерела світла називають ***установкою під кутом найменшого відхилення***.

При такому падінні променя на призму можна отримати просту формулу для визначення показника заломлення за виміряним кутом відхилення променя.

Як видно з рисунку 1.1, кут δ_{min} разом з кутом θ складає 180 градусів, отже

$$\delta_{min} = 180 - \theta.$$

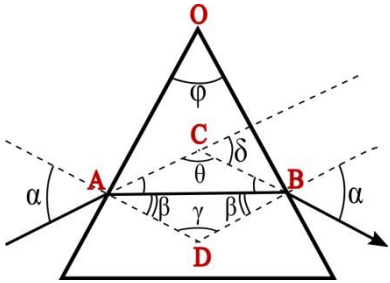

Рис. 1.1. Хід променя через призму при установці під кутом найменшого відхилення.

Оскільки кут α і кут β + ∠CAB утворені на перетині двох прямих то вони однакові. Враховуючи, що ∠CAB = ∠CBA = α - β і сума всіх кутів у трикутнику становить 180°, з трикутника ABC маємо θ = 180 - 2(α - β) і, відповідно, $\delta_{min} = 2(\alpha - \beta)$.

З чотирикутника AOBD, враховуючи, що сума всіх кутів у чотирикутнику дорівнює 360°, маємо

$$\varphi + 90 + 90 + \gamma = 360$$

або $\gamma = 180 - \varphi$.

З трикутника ABD маємо $\gamma + 2\beta = 180$ або, виражаючи β:

$$\beta = 90 - \gamma/2 = 90 - (180 - \varphi)/2 = 30°.$$

Підставляючи це значення в вираз для δ_{min} і виражаючи α отримаємо:

$$\alpha = \delta_{min}/2 - \beta = (\delta_{min} - \varphi)/2.$$

Із закону заломлення променя на грані призми $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n$ можемо виразити показник заломлення через заломлюючий кут призми і отримати формулу (1.20).

Додаток 2

Порядок роботи з гоніометром

Гоніометр ГС-5 є оптичним приладом призначеним, окрім іншого, для вимірювання показника заломлення прозорих твердих тіл за виміряним кутом, вимірювання дисперсії та кута найменшого відхилення призми.

Гоніометр складається з трьох основних вузлів: столика, коліматора і зорової труби, закріпленої на аліаді. Коліматор нерухомо закріплений на основі гоніометра. Столик і аліада можуть вільно обертатися навколо вертикальної осі. Повертати столик можна грубо рукою при вільному гвинті 4 і точно з допомогою мікрогвинта 5, при зафіксованому гвинті 4.

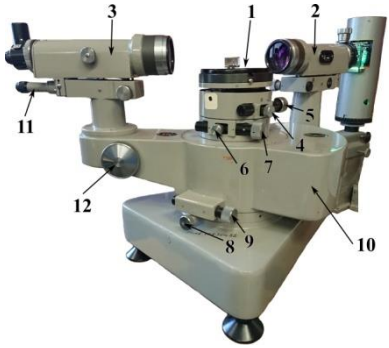

Рис. 2.1. Гоніометр: 1-столик; 2-коліматор; 3 — зорова труба; 4 і 5 — гвинт і мікрогвинт для задання положення столика; 6 і 7 — гвинт і мікрогвинт для встановлення кута початку відліку; 8 і 9 — гвинт і мікрогвинт для повороту аліади з зоровою трубою; 10 — аліада; 11 — окуляр мікроскопа; 12 — маховичок.

Поворот аліади з зоровою трубою теж може здійснюватися грубо рукою при вільному гвинті 8 і точно з допомогою мікрогвинта 9 при зафіксованому гвинті 8.

Для встановлення кута початку відліку передбачена можливість повороту лімба разом зі столиком. Його можна здійснювати грубо рукою при вільному гвинті 6 і точно з допомогою гвинта 7 при фіксованому гвинті 6.

Увага! Не можна повертати вузли гоніометру при зафіксованих гвинтах 4, 6, 8 бо це призводить до його поломки.

При здійсненні вимірювань потрібно закріпити столик і обертати тільки зорову трубу.

Для виміру кутів повороту використовується пристрій, що складається з лімба, оптичного мікрометра і мікроскопа.

Вид поля зору окуляра (мікроскопа) 11 показаний на рис. 2.2. У лівому горизонтальному вікні видно зображення діаметрально протилежних ділянок лімба з оцифровкою через 1° і вертикальний штрих, відносно якого відраховуються градуси. Ціна поділки лімба 20′. Лімб жорстко зв'язаний з нерухомою основою, тому при повороті зорової труби покази по лімбу змінюються.

Щоб зняти значення градусів по лімбу, необхідно повернути маховичок (12) оптичного мікрометра настільки, щоб верхні і нижні зображення штрихів лімба в лівому вікні точно співпали (як на рис.2.2.).

Рис. 2.2. Вид поля зору окуляра 11

Число градусів дорівнюватиме найближчій лівій від вертикального індексу (штриха) цифрі. На рисунку це 48.

Число десятків хвилин дорівнює числу інтервалів, укладених між верхнім штрихом, який відповідає вимірюваному числу градусів і нижнім оцифрованих штрихом, що відрізня-

ється від верхнього на 180°. На рисунку між 48 і 228 вкладається один інтервал, отже виходить 1 десяток хвилин.

Число одиниць хвилин відраховується за шкалою мікрометра в правому вікні по лівому ряду чисел. На рисунку це 8.

Число десятків секунд в тому ж вікні по правому ряду чисел. На рисунку це 10.

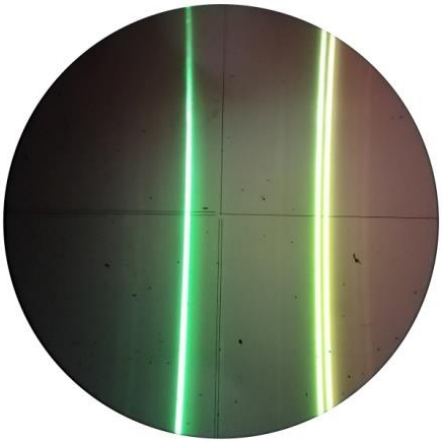

Рис. 2.3. Вигляд спектральних ліній ртуті в окулярі зорової труби 3. У поле зору окуляра потрапили жовта I, жовта II та яскраво-зелена лінії (див. таблицю 1).

Число одиниць секунд дорівнює числу поділок між штрихами, відповідними відліку десятків секунд і нерухомим горизонтальним штрихом (*лінією*). На рисунку 2.2 - це 5.

Положення, показане на рис. 2.2 відповідає куту в 48°18′15′′.

Підготовка установки

(Робиться за вказівкою викладача або інженера лабораторії)

Увімкнути ртутну лампу, встановити зорову трубу 3 навпроти щілини коліматора 2. У полі зору труби має бути зображення щілини коліматора, що світиться. Фокусувальним гвинтом на коліматорі добитися чіткого її зображення.

Встановити на столик гоніометра призму. Обертаючи рукою столик і зорову трубу, добитися зображення спектра в окулярі зорової труби.

Встановити призму в мінімумі відхилення. Для цього необхідно, зміщуючи зорову трубу, знайти таке її положення, щоб при русі столика з призмою

в одному напрямі зображення спектра змінювалось на протилежний напрям свого зміщення. У момент зміни напрямку руху спектра зафіксувати столик гоніометра стопорним гвинтом 4.

Порядок вимірювань

1. Переміщуючи зорову трубу, сумістити центр перехрестя сітки зорової труби із серединою вимірюваної лінії спектра.
2. За відліковим мікроскопом дістати відлік кута δ_i.
3. Повторити вимірювання для інших ліній в спектрі.
4. Переміщуючи зорову трубу, спіймати промінь, що йде напряму від щілини. Сумістити центр перехрестя сітки зорової труби із серединою зображення щілини коліматора. За відліковим мікроскопом дістати відлік кута δ_0.
5. Визначити $\delta_{мін}$ за формулою (2.2). Результати занести в табл. 2.

Додаток 3

Хвильовий пакет (група хвиль)

У пункті 4.1 даної інструкції вже розглядалось поняття групової швидкості на прикладі групи із двох монохроматичних хвиль. Розглянемо поняття групової швидкості для більш загального випадку.

Нагадаємо, що згідно теорії Максвелла для електромагнітних хвиль (ЕМХ) фазова швидкість їх розповсюдження

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu\varepsilon_0\mu_0}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = \frac{c}{n}, \quad (3.1)$$

де $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} = 3\cdot 10^8$ м/с – швидкість розповсюдження ЕМХ у вакуумі, для якого відносні електрична і магнітна проникності ε і μ дорівнюють одиниці; $n = \sqrt{\varepsilon\mu}$ – показник заломлення середовища (для немагнітних середовищ $\mu = 1$, тому $n = \sqrt{\varepsilon}$). Діелектрична проникність ε залежить від поляризації діелектрика електромагнітною хвилею. Ця поляризація залежить від частоти ω (довжини хвилі λ) ЕМХ. Тому згідно (3.1) n і v теж залежать від частоти ω (довжини хвилі λ) ЕМХ. Згідно

формули (3.1) в загальному випадку швидкість v залежить від частоти ω, а значить вона залежить і від хвильового числа k.

Тому згідно (1.3)

$$\omega(k) = kv(k) \qquad (3.2)$$

є складна функція, яку називають ***дисперсійним співвідношенням*** для даного середовища.

У пункті 1.4 розглядався пакет із двох монохроматичних хвиль, а для загального випадку запишемо його як суму монохроматичних хвиль для хвильових чисел від $k_0 - \Delta k$ до $k_0 + \Delta k$, або частот від $\omega_0 - \Delta\omega$ до $\omega_0 + \Delta\omega$:

$$E(x,t) = \int_{k_0-\Delta k}^{k_0+\Delta k} E_{01}(k)\cos(\omega t - kx)dk, \qquad (3.3)$$

$$E(x,t) = \int_{\omega_0-\Delta\omega}^{\omega_0+\Delta\omega} E_{02}(\omega)\cos(\omega t - kx)d\omega, \qquad (3.4)$$

де $E_{01}(k)$ і $E_{02}(\omega)$ - амплітуди складових монохроматичних хвиль; ω_0 і k_0 - центральні (основні) частота і хвильове число групи хвиль.

Тобто реальна ЕМХ не є монохроматичною, а містить хвилі певного інтервалу $2\Delta\omega$ частот, або хвильових чисел $2\Delta k$. В загальному випадку інтервали $2\Delta\omega$ ($2\Delta k$) є нескінченно великими, але для нас особливий інтерес має так звані квазімонохроматичні (майже монохроматичні) хвилі, для яких

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} \ll 1 \quad \left(\frac{\Delta k}{k_0} \ll 1\right). \qquad (3.5)$$

Для цього випадку основний вклад в суми (3.3) і (3.4) вносять хвилі біля центральної частоти ω_0 (хвильового числа k_0). Таку суму хвиль називають групою хвиль або хвильовим пакетом.

Для такого хвильового пакету, коли $\frac{\Delta k}{k_0} \ll 1$, можна залежність (3.2) $\omega(k)$ розкласти в ряд по Δk і використати перше наближення розкладу, тобто

$$\omega(k) \approx \omega_0 + \left(\frac{d\omega}{dk}\right)_{k=k_0} = \omega_0 + b \cdot \Delta k, \qquad (3.6)$$

де

$$b = \left(\frac{d\omega}{dk}\right)\Big|_{k=k_0}. \qquad (3.7)$$

В розкладі (3.6) знехтували членами з Δk другого і т.д. порядків. Для спрощення розгляду будемо вважати, що в сумі (3.3) $E_{01}(k) = E_0 = \text{const}$. Тоді (3.3) запишеться так з урахуванням (3.6):

$$E(x,t) = \\ = E_0 \int_{k_0-\Delta k}^{k_0+\Delta k} \cos(\omega_0 t + bt(k-k_0) \\ -kx)dk = \\ = A(x,t)\cos(\omega_0 t - k_0 x), \quad (3.8)$$

де

$$A(x,t) = \\ = 2E_0 \Delta k \frac{\sin((bt-x)\Delta k)}{(bt-x)\Delta k} \cdot (3.9)$$

Вираз (3.8) є рівнянням хвилі з частотою ω_0 і хвильовим числом k_0, але амплітуда такої хвилі (вираз (3.9)) залежить від координати x і часу t значно слабіше ніж $\cos(\omega_0 t - k_0 x)$, тому що $\frac{\Delta k}{k_0} \ll 1$.

Рівняння (3.9) можна розглядати як таку собі хвилю амплітуди пакета хвиль (3.8). Ця хвиля амплітуди розповсюджується в середовищі із швидкістю

$$b = \left(\frac{d\omega}{dk}\right)\Big|_{k=k_0} = \text{const},$$

яку ми будемо називати груповою швидкістю і позначати як

$$v_{\text{гр}} = \frac{d\omega}{dk} \cdot \quad (3.10)$$

Для нашого квазімонохроматичного наближення $v_{\text{гр}} = \text{const}$. Це означає, що в такому наближенні пакет хвиль не буде розпливатись при розповсюдженні в середовищі з часом, а $v_{\text{гр}}$ характеризує рух центра групи хвиль, де амплітуда максимальна. Так як енергія хвилі пропорційна квадрату амплітуди, то $v_{\text{гр}}$ визначає швидкість розповсюдження енергії і імпульсу пакета хвиль.

Додаток 4

Метод найменших квадратів

(див. файл Excel окремо в додатку)

За цим методом вирази для параметрів прямої лінії (Рис.4.1.) a і b отримуються такі, що пряма лінія з цими параметрами найкращим чином

апроксимує експериментальні точки x_1, y_1; x_2, y_2; ... x_n, y_n, а також вирази для середніх квадратичних похибок σ_a і σ_b.

Формули для коефіцієнтів лінійної регресії a і b наступні:

$$a = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - (\sum_{i=1}^{n} x_i)(\sum_{i=1}^{n} y_i)}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - (\sum_{i=1}^{n} x_i)^2}, \quad (4.1)$$

$$b = \frac{(\sum_{i=1}^{n} x_i^2)(\sum_{i=1}^{n} y_i) - (\sum_{i=1}^{n} x_i)(\sum_{i=1}^{n} x_i y_i)}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - (\sum_{i=1}^{n} x_i)^2}. \quad (4.2)$$

Формули (4.1) і (4.2) дають найкращі оцінки постійних a і b для прямої лінії $y = ax + b$, які грунтуються на вимірюваннях величин x_1, y_1; x_2, y_2; ...; x_n, y_n. Лінія, яка при цьому отримується, називається лінією апроксимації методу найменших квадратів даної залежності y від x (рис.4.1).

Вирази для середніх квадратичних похибок визначення параметрів a і b мають наступний вид:

$$\sigma_a = \sigma_y \sqrt{\frac{n}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - (\sum_{i=1}^{n} x_i)^2}} \quad (4.3),$$

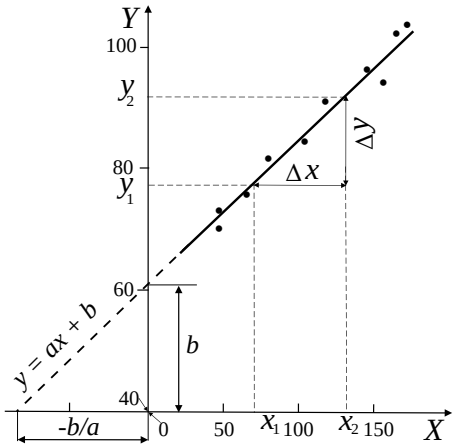

Рис.4.1.

$$\sigma_b = \sigma_y \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - (\sum_{i=1}^{n} x_i)^2}}, \quad (4.3')$$

де σ_y – середня квадратична похибка вимірювання величини y. Вважається, що вимірювання кожного y_i підпорядковується нормальному розподілу Гаусса з однаковою величиною σ_y (це розумне припущення для багатократних вимірювань).

Деколи більш зручними для розрахунків є наступні формули:

$$a = \frac{\overline{xy} - \bar{x}\bar{y}}{\overline{x^2} - (\bar{x})^2}, \quad (4.4)$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x} = \frac{\overline{x^2}\bar{y} - \bar{x}(\overline{xy})}{\overline{x^2} - (\bar{x})^2}, \quad (4.5)$$

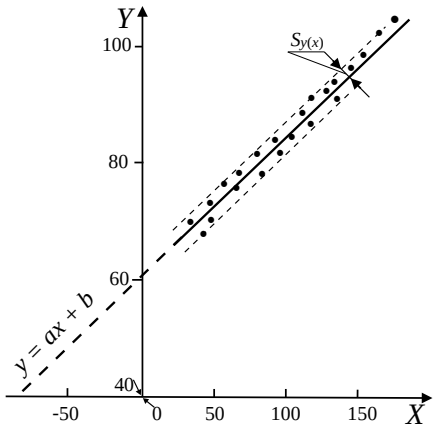

Рис.4.2.

де

$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$, $\overline{xy} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i}{n}$,

$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n}$,

$$\overline{x^2} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{n}.$$

$$\sigma_a = \frac{1}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\overline{y^2} - (\bar{y})^2}{\overline{x^2} - (\bar{x})^2} - a^2}, \quad (4.6)$$

$$\sigma_b = \sigma_a \sqrt{\overline{x^2} - (\bar{x})^2}, \quad (4.7)$$

де $\overline{y^2} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i^2}{n}$.

Для прямої $y = ax$ $(b = 0)$

$$a = \frac{\overline{xy}}{\overline{x^2}}, \quad \sigma_a = \frac{1}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\overline{y^2}}{\overline{x^2}} - a^2}.$$

Часто краще розраховувати середнє квадратичне відхилення s точок $(x_i; y_i)$ від рівняння регресії – прямої $y = ax + b$:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (ax_i + b - y_i)^2}{(n-1)(a^2+1)}}. \quad (4.8)$$

Для визначення ширини смуги, яка характеризує похибку лінійної регресії, по обидві сторони від прямої $y = ax + b$ необхідно відкласти значення $\pm S_{y(x)}$ (рис.4.2), де

$$S_{y(x)} = \frac{s}{\sqrt{n}}, \quad (4.9)$$

а n – повне число точок на графіку.

Контрольні запитання

1.Дайте визначення фазової швидкості хвиль.

2.Коли має місце дисперсія хвиль?

3.Що називається дисперсією світла? Як вона наочно проявляється?

4.Які види дисперсії світла бувають в середовищі?

5.Що таке кут найменшого відхилення променя призмою δ_{min}?

6.Як визначається показник заломлення скла $n(\lambda)$ в даній роботі?

7.Як визначається фазова швидкість монохроматичного світла в середовищі?

8.Чому виникає поняття групової швидкості при розповсюдженні хвиль в дисперсійному середовищі?

9.Як визначається теоретично групова швидкість хвиль (світла) в дисперсійному середовищі?

10.Чи завжди групова швидкість світла в дисперсійному середовищі менша фазової швидкості окремих монохроматичних хвиль?

11.Як визначається довжина хвилі монохроматичного світла в середовищі?

12.При якій умові фазова швидкість монохроматичного світла лінійно залежить від її довжини хвилі?

13.Перенесення якої фізичної величини світла в просторі характеризує групова швидкість? Відповідь пояснити.

14.Який метод визначення групової швидкості використовується в даній лабораторній роботі?

15.Як визначається показник заломлення скла для різних довжин хвиль монохроматичного світла в даній лабораторній роботі?

16.В якій області дисперсійної кривої для показника заломлення не можна використовувати поняття групової швидкості? Поясніть чому.

17. Як виводиться робоча формула (1.20) даної лабораторної роботи?.
18. Як проводяться виміри кутів (градусів, хвилин і секунд) на гоніометрі?
19. Для чого в лабораторній роботі використовується ртутна лампа?
20. Для чого в даній лабораторній роботі використовується скляна призма?

ЛІТЕРАТУРА

1. Лопатинський Е.С., Зачек І.Р., Ільчук Г.А., Романишин Б.М. Фізика. **Підручник.** – Львів: Афіша, 2009.-386с.

2. Скіцько І.Ф., Скіцько О.І. Фізика (Фізика для інженерів): **Підручник /**: — Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2017.—513с. http://ela.kpi.ua/handle/123456789/19035.

3. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Оптика. "Наука"-М., 1980г., 752 с.

4.Кучерук І.М., Горбачук І.І. Загальний курс фізики. Оптика. Квантова фізика. - К: Техніка, 1999.

5. Лінчевський І.В. Лабораторний практикум. Навч. посібник для здобувачів третього рівня освіти (доктор філософії) -К.: Вид-во "КПІ ім. Ігоря Сікорського", 2021. - 29 с. https://ela.kpi.ua/bitstream/123456789/42008/1/Mahnitooptyka_LabPrakt.pdf