

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

І.М. Репалов, Н.О. Якуніна

РОЗРАХУНКОВА РОБОТА
«МЕХАНІКА МАТЕРІАЛЬНОЇ ТОЧКИ»

Рекомендовано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського як навчальний посібник для студентів закладів вищої освіти, які навчаються:
за спеціальністю 123 «Комп'ютерна інженерія»,
освітня програма «Системне програмування та спеціалізовані комп'ютерні системи»;
за спеціальністю 126 «Інформаційні системи та технології»;
освітня програма «Інженерія програмного забезпечення комп'ютерних систем»;
за спеціальністю 153 «Мікро- та наносистемна техніка»,
освітня програма «Мікро- та нанoeлектроніка»;
за спеціальністю 172 «Телекомунікації та радіотехніка»,
освітні програми «Інтелектуальні технології радіoeлектронної техніки»,
«Інформаційна та комунікаційна радіоінженерія», «Радіотехнічні комп'ютеризовані системи».

Київ
КПІ ім. Ігоря Сікорського
2023

УДК 537.8

ББК 22.33

Ф 48

Рецензент: В.Й Котовський завідувач кафедри загальної фізики та моделювання фізичних процесів КПІ ім. Ігоря Сікорського, доктор т.н., професор

Відповідальний редактор: С.О Решетняк завідувач кафедри загальної фізики, доктор фіз.-мат. наук, професор

*Гриф надано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
(протокол № 8 від 02. 06. 2023 р.)
за поданням Вченої ради фізико-математичного факультету
(протокол № 5 від 12.04 2023 р.)*

Електронне мережне навчальне видання

Репалов Ігор Миколайович, доцент кафедри загальної фізики КПІ ім. Ігоря Сікорського, к.ф.-м. наук, доцент,

Якуніна Наталія Олександрівна, доцент кафедри загальної фізики КПІ ім. Ігоря Сікорського, к.ф.-м. наук, доцент.

Ф 48 Розрахункова робота. «Механіка матеріальної точки». Навч. посібник / І.М.Репалов, Н.О. Якуніна – К. : Вид-во «КПІ ім. Ігоря Сікорського», 2023 – 19 с

Наведено методичні вказівки і варіанти завдань до виконання розрахункової роботи на тему "Механіка матеріальної точки" курсу Загальна фізика. Містяться приклади виконання всіх завдань.

Посібник призначений для студентів, які навчаються у закладах вищої освіти і вивчають нормативну навчальну дисципліну «Загальна фізика» з циклу математичної та природничо-наукової підготовки за спеціальностями: 123 «Комп'ютерна інженерія», освітня програма «Системне програмування та спеціалізовані комп'ютерні системи»; за спеціальністю 126 «Інформаційні системи та технології»; освітня програма «Інженерія програмного забезпечення комп'ютерних систем»; за спеціальністю 153 «Мікро- та наносистемна техніка», освітня програма «Мікро- та нанoeлектроніка»; за спеціальністю 172 «Телекомунікації та радіотехніка», освітні програми «Інтелектуальні технології радіoeлектронної техніки», «Інформаційна та комунікаційна радіоінженерія», «Радіотехнічні комп'ютеризовані системи».

Посібник може бути корисним для науково-педагогічних працівників, які викладають курс загальної фізики, під час планування та підготовки завдань до розрахункових робіт, домашніх контрольних робіт або модульного контролю.

© І.М.Репалов, Н.О. Якуніна, 2023

© КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2023

Збірник завдань до розрахункової роботи

з дисципліни «Загальна фізика», розділ «Механіка матеріальної точки»

1. Завдання:

За заданими рівняннями руху $x=x(t)$, $y=y(t)$ матеріальної точки масою m і моментів часу t_1 і $t_2 = t_1 + 0,5$ с, встановити:

1. Рівняння та вид траєкторії точки; побудувати графік.
2. Вектори переміщення, середньої швидкості та їх модулі в інтервалі часу $\Delta t = t_2 - t_1$.
3. Для моментів часу $t=t_1$ і $t=t_2$ знайти:
 - 3.1. координати точки;
 - 3.2. вектори її швидкості;
 - 3.3. повне, нормальне та тангенціальне прискорення;
 - 3.4. радіуси кривизни траєкторії;
4. Шлях, який проходить точка за інтервал часу Δt .
5. Силу, яка діє на точку та її потужність для моменту часу $t=t_1$.
6. Роботу знайденої сили за час Δt ; середню потужність за цей час.
7. Зміну кінетичної енергії точки, та зробити висновок, щодо виконання закону збереження енергії.
8. Зміну імпульсу точки за інтервал Δt та показати, що він дорівнює імпульсу сили за цей час.
9. Зміну моменту імпульсу точки відносно початку системи координат за інтервал часу Δt та показати, що він обумовлений дією моменту сили.
10. Зробити висновки щодо виконаної роботи і отриманих результатів.

Дані для виконання роботи взяти в табл. 1 у відповідності до свого варіанту. Всі величини в табл. 1 задані у системі [СІ].

Вказівки до виконання і оформлення роботи:

- Перед початком виконання роботи і розрахунків необхідно обов'язково вивчити теоретичний матеріал і розібрати приклади за підручниками, перелік яких наведений в розділі «Література».
- Робота виконується українською мовою на папері формату А4 з одного боку. Аркуші не зшиваються, а вкладаються у файл або папку.
- На титульному аркуші вказується назва університету, факультету, номеру групи, прізвище та ім'я студента, назва роботи, номер варіанту, рік. (див. Додаток 1)
 - Нумерація сторінок – обов'язкова. На титулі номер не ставиться.
 - Робота виконується від руки, або набирається на комп'ютері і подається на перевірку викладачу в надрукованому вигляді.
 - Параметри сторінки в разі виконання у текстовому редакторі: шрифт основного тексту: Times New Roman, кегль — 14, поля зверху, знизу та зліва — 2 см, справа — 1,5 см; інтервал — 1,5; колонтитули (за необхідністю) зверху та знизу 0,8 см. Абзац: 1 см.
 - Для побудови графіків та перевірки аналітичних обчислень допускається використовувати аналітичні пакети (MathCAD, Maple, Mathematica та інші).
 - Графіки друкуються на принтері, або будуються на міліметровому папері формату А4.
 - Всі аналітичні перетворення і обчислення наводяться повністю в розрахунковій частині роботи. У разі використання комп'ютерних математичних програм у «Додатках» наводяться лістинги або скріншоти програм, та таблиці значень для побудови графіків, якщо вони будуються на міліметровому папері.
 - Виконана та належним чином у відповідності до наведеного прикладу оформлена робота здається в термін, вказаний викладачем.

Розрахунково-графічна робота має складатися з таких частин:

а) **титульний аркуш** (форма наведена у додатку 1);

б) **завдання на розрахунково-графічну роботу** – друга сторінка. Виконується на окремому стандартному аркуші (див. додаток 2);

в) **завдання і розрахункова частина**. У тексті цього розділу необхідно навести умову завдання, всі розрахунки, усі необхідні формули з розшифровкою позначень, розрахункові таблиці і відповідні графіки та пояснення щодо отриманих результатів.

г) **висновки** (окрема одна сторінка), навести отримані конкретні результати і показники, що одержані у відповідних розділах роботи у вигляді таблиці;

д) **література** навести всі використані у контрольній роботі літературні джерела (кожну позицію літератури зазначати з усіма характеристиками, необхідними для її пошуку);

е) **додатки** (у цьому розділі розміщуються однотипні розрахунки, використані данні з довідників, комп'ютерні програми, скріншоти та ін.).

2. ВИХІДНІ ДАНІ ТА ВИБІР ВАРІАНТУ.

Тіло рухається згідно з параметрами, які необхідно вибрати з табл. 1.

табл. 1.

Літери варіанту	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	m	$x(t)$ $y(t)$	знак a	a	знак b	b	знак c	c	α	знак β	β	t_1
А	1	A	+	1	-	1	+	1	1/2	-	1	0
Б	9	B	-	2	+	0	-	2	1/3	+	0	1/3
В	2	C	+	4	-	1	+	3	1/4	-	1	1/2
Г	8	D	-	6	+	0	-	4	2/3	+	0	2/3
Д	3	F	+	8	-	1	+	5	3/4	-	1	3/4
Е	7	E	-	10	+	0	-	6	1	+	0	1
Є	4	G	+	12	-	1	+	1	1/2	-	1	3/2
Ж	6	A	-	14	+	0	-	2	1/3	+	0	2
З	5	B	+	16	-	1	+	3	1/4	-	1	0
И	4	C	-	18	+	0	-	4	2/3	+	0	1/3
Й	6	D	+	20	-	1	+	5	3/4	-	1	1/2
І	3	E	-	1	+	0	-	6	1	+	0	2/3
Ї	7	F	+	2	-	1	+	1	1/2	-	1	3/4
К	2	G	-	4	+	0	-	2	1/3	+	0	1
Л	8	A	+	6	-	1	+	3	1/4	-	1	1/2
М	1	B	-	8	+	0	-	4	2/3	+	0	0
Н	9	C	+	10	-	1	+	5	3/4	-	1	1/3
О	3	D	-	12	+	0	-	6	1	+	0	1/2
П	1	E	+	14	-	1	+	1	1/2	-	1	2/3
Р	9	F	-	16	+	0	-	2	1/3	+	0	3/4
С	2	G	+	18	-	1	+	3	4	-	1	1
Т	8	A	+	20	+	0	-	4	1/2	+	0	3/2
У	3	B	+	1	-	1	+	5	1/3	-	1	2
Ф	7	C	-	2	+	0	-	6	1/4	+	0	0
Х	4	D	+	4	-	1	+	1	2/3	-	1	1/3
Ц	6	E	-	6	+	0	-	2	3/4	+	0	1/2
Ч	5	F	+	8	-	1	+	3	1	-	1	2/3
Ш	4	G	-	10	+	0	-	4	1/2	+	0	3/4
Щ	6	A	+	12	-	1	+	5	1/3	-	1	1
Ю	3	D	-	14	+	0	-	6	1/4	+	0	3/2
Я	7	C	+	16	-	1	+	1	2/3	-	1	2
Ь	2	D	-	18	+	0	-	2	3/4	+	0	0
'	8	E	+	20	-	1	+	3	1	-	1	1/3

Вигляд параметричної залежності координат $x(t)$ і $y(t)$ від часу

(третя колонка таблиці 1):

- A.
$$\begin{cases} x(t) = \frac{\alpha}{ct + \beta}; \\ y(t) = at + b \end{cases}$$
- B.
$$\begin{cases} x(t) = a \cos(\alpha\pi t) + b; \\ y(t) = c \sin(\alpha\pi t) + \beta; \end{cases}$$
- C.
$$\begin{cases} x(t) = at^2 + bt + c; \\ y(t) = \alpha t + \beta \end{cases};$$
- D.
$$\begin{cases} x(t) = a \sin^2(\alpha\pi t) + b; \\ y(t) = c \cos^2(\alpha\pi t) + \beta; \end{cases}$$
- E.
$$\begin{cases} x(t) = \alpha t + \beta \\ y(t) = at^2 + bt + c; \end{cases}$$
- F.
$$\begin{cases} x(t) = a \sin(\alpha\pi t) + b; \\ y(t) = c \cos(\alpha\pi t) + \beta; \end{cases}$$
- G.
$$\begin{cases} x(t) = at + b \\ y(t) = \frac{\alpha}{ct + \beta}. \end{cases}$$

З табл. 1 студент повинен обрати 12 позицій даних (колонка “Літери варіанту ”) згідно з першими дванадцятьма різними літерами прізвища, ім’я та по-батькові студента.

Наприклад, студент

ПЕТРЕНКО ТАРАС МИКОЛАЙОВИЧ повинен обрати позиції (1-12):

П Е Т Р Н К О А С М И Л. Якщо літер не вистачає до 12, то треба доповнити літерами з українського алфавіту, починаючи з літери А та виключаючи літери, які вже зустрічалися у прізвищі.

Обрану послідовність літер і даних вказати у відповідному рядку таблиці завдання на контрольну роботу – 2 сторінка роботи. (див. додаток 2).

3. Стислі теоретичні відомості

з розділу «Механіка матеріальної точки»

Положення матеріальної точки в просторі задається її радіус-вектором :

$$\vec{r}(t) = x(t) \cdot \vec{i} + y(t) \cdot \vec{j} + z(t) \cdot \vec{k}$$

де $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ — одиничні вектори (орти); x, y, z — координати точки.

Кінематичні рівняння руху в координатній формі:

$$x = x(t); y = y(t); z = z(t),$$

де t — час.

Вектор переміщення точки за проміжок часу $[t_1, t_2]$:

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = (x_2 - x_1) \vec{i} + (y_2 - y_1) \vec{j} + (z_2 - z_1) \vec{k}$$

Середня швидкість матеріальної точки за проміжок часу $\Delta t = t_2 - t_1$:

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t};$$

Миттєва швидкість матеріальної точки:

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt} = \frac{dx}{dt} \vec{i} + \frac{dy}{dt} \vec{j} + \frac{dz}{dt} \vec{k}$$

де $v_x = \frac{dx}{dt}, v_y = \frac{dy}{dt}, v_z = \frac{dz}{dt}$ - проекції вектора швидкості на осі системи координат;

Модуль вектора швидкості:

$$|\vec{v}| = v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

Миттєве прискорення матеріальної точки:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv_x}{dt} \vec{i} + \frac{dv_y}{dt} \vec{j} + \frac{dv_z}{dt} \vec{k}, \text{ де}$$

$a_x = \frac{dv_x}{dt}, a_y = \frac{dv_y}{dt}, a_z = \frac{dv_z}{dt}$ - проекції вектора прискорення на осі системи координат;

Нормальне, тангенціальне та повне прискорення:

$$\vec{a}_n = \frac{v^2}{R} \vec{n}; \quad \vec{a}_\tau = \frac{dv}{dt} \vec{\tau}; \quad \vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau$$

R – радіус кривизни траєкторії.

Модуль повного прискорення точки:

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2};$$

Миттєва швидкість і радіус-вектор точки при довільному русі:

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \int_0^t \vec{a}(t) dt; \quad \vec{r} = \vec{r}_0 + \int_0^t \vec{v}(t) dt.$$

Шлях, який був пройдений точкою за проміжок часу $[t_1, t_2]$:

$$s = \int_{t_1}^{t_2} |v(t)| dt;$$

Імпульс точки масою m , що рухається зі швидкістю $\vec{v}$:

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

Основне рівняння динаміки руху матеріальної точки:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}.$$

2 закон Ньютона (основне рівняння динаміки для тіла незмінної маси):

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \vec{F}.$$

Зміна імпульсу точки за проміжок часу $[t_1, t_2]$ під дією зовнішньої сили:

$$\Delta \vec{p} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt.$$

Робота сили, що діє на матеріальну точку:

$$A = \int_{r_1}^{r_2} \vec{F} d\vec{r} = \int_{t_1}^{t_2} P(t) dt;$$

Потужність сили, що діє на матеріальну точку:

$$P = \frac{dA}{dt} = \vec{F} \vec{v} = F_x \cdot v_x + F_y \cdot v_y + F_z \cdot v_z;$$

Кінетична енергія матеріальної точки:

$$K = \frac{mv^2}{2}$$

Зміна повної механічної енергії системи:

$$\Delta K + \Delta U = A_{\text{дис}} + A_{\text{зовн}}$$

Момент імпульсу точки:

$$\vec{L} = [\vec{r}; \vec{p}] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x & y & z \\ p_x & p_y & p_z \end{vmatrix}$$

Момент сили, що діє на точку:

$$\vec{M} = [\vec{r}; \vec{F}] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x & y & z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$

Рівняння моментів відносно осі обертання OZ:

$$\frac{dL_z}{dt} = M_z$$

Зміна моменту імпульсу точки за проміжок часу $[t_1, t_2]$ під дією моменту сили:

$$\Delta \vec{L} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{M}(t) dt.$$

4. Приклад виконання розрахункової роботи.

12 літер для обрання даних з табл. 1:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
П	Е	Т	Р	Н	К	О	А	С	М	И	Л

Вихідні дані з табл. 1:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
П	Е	Т	Р	Н	К	О	А	С	М	И	Л
m	$x(t)$ $y(t)$	знак a	a	знак b	b	знак c	c	a	знак β	β	t_1
1	Е	+	16	-	0	-	1	4	+	0	1/2

$$\begin{aligned} \text{Тобто:} \quad m &= 1 \text{ кг}; \quad t_1 = 0,5 \text{ с}; \quad t_2 = 0,5 + 0,5 = 1 \text{ с}; \\ &\begin{cases} x = 4t; \\ y = 16t^2 - 1; \end{cases} \end{aligned} \quad (1)$$

Розв'язання:

1. Рівняння руху (1) можна розглядати як параметричні рівняння траєкторії точки. Щоб отримати рівняння траєкторії у координатній формі, виключимо час t із рівнянь (1).

Отримаємо

$$y = x^2 - 1, \quad (2)$$

тобто траєкторія точки є парабола, яка зображена на рис. 1.

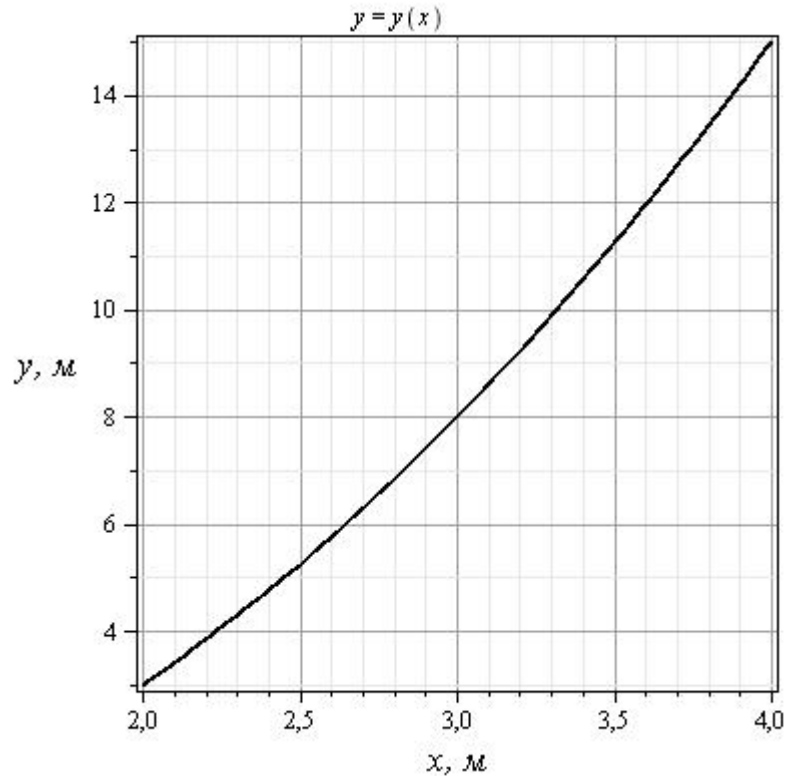


Рис.1. Траєкторія руху точки.

2. Запишемо залежність радіус-вектора точки в залежності від часу у координатному вигляді, використовуючи дані варіанту (1):

$$\vec{r} = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} = 4t\vec{i} + (16t^2 - 1)\vec{j}. \quad (3)$$

Тоді:

$$\vec{r}_1 = \vec{r}(t_1) = 2\vec{i} + 3\vec{j}; \quad \vec{r}_2 = \vec{r}(t_2) = 4\vec{i} + 15\vec{j}.$$

$$\text{Вектор переміщення точки} \quad \Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = 2\vec{i} + 12\vec{j}. \quad (4)$$

Модуль переміщення $\Delta r = \sqrt{x^2 + y^2} = 12,17 \text{ м.}$

$$\text{Вектор середньої швидкості:} \quad \langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = 4\vec{i} + 24\vec{j}.$$

Модуль вектора середньої швидкості: $|\langle \vec{v} \rangle| = \sqrt{592} = 24,33 \text{ м/с.}$

3. 3.1. За даними варіанту (1) знаходимо координати точки:

$$x_1 = 2 \text{ м, } y_1 = 3 \text{ м; } x_2 = 4 \text{ м, } y_2 = 15 \text{ м.}$$

3.2. Вектор швидкості точки

$$\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j}. \quad (5)$$

Вектор прискорення

$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j}. \quad (6)$$

Знайдемо їх, взяв першу і другу похідну по часу рівнянь (1):

$$\begin{cases} v_x = \dot{x} = 4 \text{ м/с} \\ v_y = \dot{y} = 32t \text{ м/с} \end{cases} \quad \begin{cases} a_x = \ddot{x} = 0; \\ a_y = \ddot{y} = 32 \text{ м/с}^2 \end{cases} \quad (7)$$

Обчислимо:

$$\begin{cases} v_{x1} = 4 \text{ м/с} \\ v_{y1} = 32 \cdot 0,5 = 16 \text{ м/с} \end{cases} \quad \begin{cases} v_{x2} = 4 \text{ м/с} \\ v_{y2} = 32 \cdot 1 = 32 \text{ м/с} \end{cases}$$

За знайденими проекціями визначаються модуль вектора швидкості:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}, \quad (8)$$
$$v_1 = \sqrt{16 + 256} \approx 16,49 \text{ м/с}; \quad v_2 = \sqrt{16 + 1024} \approx 32,25 \text{ м/с}.$$

3.3. Модуль прискорення точки:

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = 32 \text{ м/с}^2. \quad (9)$$

Модуль тангенціального (дотичного) прискорення точки

$$a_\tau = \left| \frac{dv}{dt} \right| = \left| \frac{\vec{v} \cdot \vec{a}}{v} \right| = \left| \frac{v_x a_x + v_y a_y}{v} \right|, \quad (10)$$

Додатне значення похідної dv/dt означає, що рух точки прискорений, і напрямки векторів $\vec{v}$ і $\vec{a}_\tau$ співпадають; від'ємне – що рух сповільнений.

$$a_{\tau 1} = \left| \frac{4 \cdot 0 + 16 \cdot 32}{16,49} \right| \approx 31,05 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}; \quad a_{\tau 2} = \left| \frac{4 \cdot 0 + 32 \cdot 32}{32,25} \right| \approx 31,75 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Модуль нормального (доцентрового) прискорення точки

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \left| \frac{[\vec{v}; \vec{a}]}{v} \right|. \quad (11)$$

При плоскому русі формула (11) набуває вигляду

$$a_n = \left| \frac{v_x a_y - v_y a_x}{v} \right|, \quad (12)$$

$$a_{n1} = \left| \frac{4 \cdot 32 - 16 \cdot 0}{16,49} \right| \approx 7,75 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}; \quad a_{n2} = \left| \frac{4 \cdot 32 - 32 \cdot 0}{32,25} \right| \approx 3,98 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

Модуль нормального прискорення можна визначити і через тангенціальне прискорення:

$$a_n = \sqrt{a^2 - a_\tau^2}. \quad (13)$$

$$a_{n1} = \sqrt{32^2 - 31,05^2} \approx 7,75 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}; \quad a_{n2} = \sqrt{32^2 - 31,75^2} \approx 3,98 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Значення, які були знайдені різними способами, співпадають.

3.4. Після того, як за формулами (12) і (13) знайдено нормальне прискорення, радіус кривизни траєкторії визначається з формули (11):

$$R = \frac{v^2}{a_n}, \quad (14)$$

$$R_1 = \frac{16,49^2}{7,75} \approx 35,09 \text{ м}; \quad R_2 = \frac{32,25^2}{3,98} \approx 261,32 \text{ м}.$$

3.5. Результати обчислень за формулами (1), (7) - (10) та (12) – (14) для моменту часу $t_1=0,5\text{с}$ наведені у табл. 1, а для моменту часу $t_2=1,0\text{с}$ - у табл. 2.

табл. 1.

Координати, м		Швидкість, м/с			Прискорення, м/с ²					Радіус кривизни, м
x_l	y_l	v_{x1}	v_{y1}	v_l	a_{x1}	a_{y1}	a_l	$a_{\tau l}$	a_{n1}	R_l
2,0	3,0	4,0	16,0	16,49	0	32,0	32,0	31,05	7,75	35,09

табл. 2.

Координати, м		Швидкість, м/с			Прискорення, м/с ²					Радіус кривизни, м
x_2	y_2	v_{x2}	v_{y2}	v_2	a_{x2}	a_{y2}	a_2	$a_{\tau 2}$	a_{n2}	R_2
4,0	15,0	4,0	32,0	32,25	0	32,0	32,0	31,75	3,98	261,32

4. Знайдемо шлях, яких пройшла точка за проміжок часу від t_1 до t_2 :

$$s = \int_{t_1}^{t_2} v dt = \int_{t_1}^{t_2} \sqrt{v_x^2 + v_y^2} dt \quad (15)$$

Тоді:

$$s = \int_{0,5}^1 \sqrt{4^2 + (32t)^2} dt$$

$$s = \frac{1}{32} \cdot \frac{1}{2} \left[32t \sqrt{4^2 + (32t)^2} + 16 \ln \left(32t + \sqrt{4^2 + (32t)^2} \right) \right] \Big|_{0,5}^1 = 12,17 \text{ м} \quad (16)$$

Відмітимо, що значення (16) пройденого шляху співпадає зі значенням, яке можна знайти через середню швидкість:

$$s = \langle v \rangle \Delta t = 24,33 \cdot 0,5 \approx 12,17 \text{ м.}$$

5. За другим законом Ньютона сила, яка діє на частинку масою m :

$$\vec{F} = m\vec{a} = 32\vec{j} \text{ [Н]} \quad (17)$$

Потужність сили

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v} = 32\vec{j}(4\vec{i} + 32t\vec{j}) = 1024t \text{ Вт}$$

Для моменту часу $t=t_1$

$$P_1 = 512 \text{ Вт.}$$

6. Робота

$$A = \int \vec{F} d\vec{r} = \int (F_x dx + F_y dy) = \int_3^{15} 32 dy = 384 \text{ Дж.} \quad (18)$$

Середня потужність

$$\langle P \rangle = \frac{A}{\Delta t} = \frac{384}{0,5} = 768 \text{ Вт.}$$

7. Кінетична енергія матеріальної точки

$$K = \frac{mv^2}{2} = \frac{m}{2} (v_x^2 + v_y^2).$$

Обчислимо:

$$K_1 = 136 \text{ Дж,} \quad K_2 = 520 \text{ Дж.}$$

Зміна кінетичної енергії точки

$$\Delta K = K_2 - K_1 = 384 \text{ Дж,}$$

що дорівнює роботі зовнішньої сили (18), як і повинно бути у відповідності до закону збереження енергії.

8. Зміна імпульсу

$$\Delta \vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 = m(\vec{v}_2 - \vec{v}_1) = 32m(t_2 - t_1)\vec{j} = 16\vec{j} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}} \quad (19)$$

Покажемо, що зміна імпульсу обумовлена силою, яка діяла на точку на протязі часу Δt :

$$\Delta \vec{p} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt = \int_{t_1}^{t_2} 32\vec{j} dt = 16\vec{j},$$

що дорівнює (19).

9. Момент імпульсу точки відносно початку координат

$$\vec{L} = [\vec{r}; \vec{p}] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x & y & z \\ p_x & p_y & p_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x & y & z \\ 4m & 32mt & 0 \end{vmatrix} = 4m(16t^2 + 1)\vec{k}, \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}}.$$

Для моментів часу t_1 і t_2 : $L_1 = 20 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}}$, $L_2 = 68 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}}$.

$$\text{Тоді: } \Delta L = 48 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}}. \quad (20)$$

Момент сили, яка діє на точку

$$\vec{M} = [\vec{r}; \vec{F}] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x & y & z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x & y & z \\ 0 & 32 & 0 \end{vmatrix} = 128t\vec{k}.$$

Покажемо, що приріст моменту імпульсу $\Delta \vec{L}$ обумовлений дією моменту сили:

$$\Delta \vec{L} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{M} dt = \int_{0,5}^1 128t\vec{k} dt = 64(t_2^2 - t_1^2)\vec{k} = 48\vec{k},$$

що співпадає з (20).

Результати обчислень пп. 4-9 заносимо у табл. 3.

Шлях, м	Сила, Н	Потужність, Вт	Робота, Дж	Зміна імпульсу	Зміна моменту імпульсу
S	F	P	A	$\Delta \vec{p}$	$\Delta \vec{L}$
12,17	$32\vec{j}$	$1024t$	384	$16\vec{j}$	$48\vec{k}$

10. Оригінальні висновки щодо виконаної роботи зробити самостійно.

Література.

Перед початком виконання роботи і розрахунків обов'язково необхідно вивчити теоретичний матеріал і розібрати приклади за підручниками:

1. Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики, т. 1, Механіка, К, 2001, Гл. 1-4.
2. В.Г. Бар'яхтар, І.В. Бар'яхтар, Л.П.Гармаш. Механіка. Київ. Наукова думка, 2011. -350 с.
3. Лопатинський І.Є., Зачек І.Р., Ільчук Г.А., Романишин Б.М. Фізика. Підручник. — Львів: Львівська політехніка, 2009. -385 с.
4. Чолпан П.П. Фізика: підручник. – К.: Вища школа, 2003. – 567 с.
5. Бушок Г.Ф., Венгер Є.Ф. Курс фізики: У 3 кн. Кн. 1. Фізичні основи механіки. Молекулярна фізика і термодинаміка: навч. посіб. – К.: Вища шк., 2002. – 375 с.

ДОДАТКИ

Додаток 1 (перша сторінка)

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

РОЗРАХУНКОВА РОБОТА

з дисципліни «*Загальна фізика*»

на тему

«Механіка матеріальної точки»

студента _____
(прізвище, ім'я та по батькові повністю)

факультет _____, курс _____, група _____

Київ – 2023

ЗАВДАННЯ НА РОЗРАХУНКОВУ РОБОТУз дисципліни “*Загальна фізика*”

студента _____ курсу, групи _____

(прізвище, ім'я та по батькові повністю)

Тема роботи: Механіка матеріальної точки

12 літер для обрання позицій матеріалів з табл. 1:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Вихідні дані з табл. 1:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
<i>m</i>	<i>x(t)</i> <i>y(t)</i>	<i>знак</i> <i>a</i>	<i>a</i>	<i>знак</i> <i>b</i>	<i>b</i>	<i>знак</i> <i>c</i>	<i>c</i>	<i>a</i>	<i>знак</i> <i>β</i>	<i>β</i>	<i>t₁</i>