

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

ДОСЛІДЖЕННЯ ОПЕРАЦІЙ. РЕКОМЕНДАЦІЇ ДО ВИКОНАННЯ КУРСОВОЇ РОБОТИ

*Рекомендовано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
як навчальний посібник для студентів,
які навчаються за спеціальністю 113 Прикладна математика,
спеціалізацією «Наука про дані та математичне моделювання»*

Київ
КПІ ім. Ігоря Сікорського

Рецензенти: Яблонський П. М., к.т.н., доцент
Відповідальний редактор Мальчиков В.В., ст.викладач

Гриф надано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
(протокол № 6 від 21.02 2019 р.)
за поданням Вченої ради факультету прикладної математики
(протокол №6 від 28.01 2019 р.)
Електронне мережне навчальне видання

Ладогубець Тетяна Сергіївна, ст. викладач
Фіногенов Олексій Дмитрович, канд. техн. наук, доц.

ДОСЛІДЖЕННЯ ОПЕРАЦІЙ. РЕКОМЕНДАЦІЇ ДО ВИКОНАННЯ КУРСОВОЇ РОБОТИ

Дослідження операцій. Рекомендації до виконання курсової роботи [Електронний ресурс]: навч. посіб. для студ. спеціальності 113 «Прикладна математика», спеціалізації «Наука про дані та математичне моделювання» / Т. С. Ладогубець, О. Д. Фіногенов; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електронні текстові дані (1 файл: 180 Кбайт). – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019. – 34 с.

У навчальному посібнику представлені необхідні дані для виконання курсової роботи з дисципліни «Дослідження операцій»: теоретичні відомості, практичні рекомендації з виконання та оформлення курсової роботи, теми курсових робіт, варіанти завдань, рекомендована література. Виконання курсових робіт забезпечує студентам закріплення теоретичних знань та їх застосування для проведення наукового дослідження, отримання вміння планування експерименту, накопичення і обробки емпіричного матеріалу та його аналізу, формулювання відповідних висновків та рекомендацій.

Навчальний посібник призначений для студентів, які навчаються за спеціальністю 113 «Прикладна математика», спеціалізацією «Наука про дані та математичне моделювання» факультету прикладної математики НТУУ КПІ імені Ігоря Сікорського.

© Т. С. Ладогубець, О. Д. Фіногенов, 2019
© КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019

ЗМІСТ

ВСТУП.....	4
1. ЕТАПИ ВИКОНАННЯ КУРСОВОЇ РОБОТИ	5
2. ГРАФІК ВИКОНАННЯ КУРСОВОЇ РОБОТИ	6
3. СТРУКТУРА КУРСОВОЇ РОБОТИ.....	7
4. МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ДО ВИКОНАННЯ КУРСОВОЇ РОБОТИ	8
5. ТЕМИ КУРСОВИХ РОБІТ	20
6. ПРАВИЛА ОФОРМЛЕННЯ КУРСОВОЇ РОБОТИ	23
8. КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ КУРСОВОЇ РОБОТИ	30
9. РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА	32
ДОДАТКИ	33

ВСТУП

Метою виконання курсової роботи з кредитного модуля «Дослідження операцій» є поглиблення, узагальнення та закріплення знань, отриманих студентом під час навчання, їх застосування у комплексному вирішенні конкретної проблеми та формування у студентів здібностей:

- аналізувати сучасні чисельні методи оптимізації для розв'язування широкого спектру задач нелінійного програмування;
- аналізувати вимоги до чисельних методів оптимізації для розв'язування конкретної задачі нелінійного програмування;
- виконувати вибір чисельного метода оптимізації для розв'язування конкретної задачі нелінійного програмування;
- реалізовувати алгоритм обраного методу;
- виконувати дослідження отриманих результатів.

Основними завданнями курсової роботи є формування умінь і навичок при проведенні самостійного навчально-наукового дослідження. Згідно з вимогами програми навчальної дисципліни студенти в результаті виконання курсової роботи мають продемонструвати такі результати навчання:

знання:

- ролі методів оптимізації в прикладних науках і розв'язанні практичних задач;
- основних особливостей методів оптимізації для задач нелінійного програмування;
- умов використання методів залежно від особливостей задачі;
- можливостей адаптації методів при вирішенні конкретних практичних задач;

уміння:

- аналізувати поставлену задачу оптимізації;
 - обрати найбільш ефективний для її розв'язання метод;
- реалізувати обраний метод та одержати практичні результати.

1. ЕТАПИ ВИКОНАННЯ КУРСОВОЇ РОБОТИ

1. Визначення та затвердження теми курсової роботи. Формулювання мети і завдання, яке необхідно вирішити. В окремих випадках тема курсової роботи може затверджуватися за пропозицією студента, але лише за умов, якщо є база для її виконання і гарантується відповідність навчальній програмі курсу.

2. Складання особистого календарного плану роботи з визначенням термінів підготовки окремих розділів і всієї курсової роботи.

3. Пошук та вивчення літератури за обраною темою курсової роботи.

4. Визначення та оформлення теоретичного розділу курсової роботи:

- обґрунтування актуальності обраної теми;
- постановка мети і конкретних задач дослідження;
- визначення об'єкта і предмета дослідження;
- вибір та опис методів (методик) проведення дослідження.

5. Проведення необхідних для даного дослідження розрахунків, аналіз та оцінювання отриманих результатів, порівняння їх з теоретичним матеріалом.

6. Опис та оформлення практичної частини.

7. Формулювання висновків та методичних рекомендацій.

8. Редагування та технічне оформлення курсової роботи в цілому.

9. Подання роботи науковому керівникові.

10. Доопрацювання курсової роботи з урахуванням зауважень керівника і подання остаточного варіанту роботи.

11. Підготовка до захисту.

2. ГРАФІК ВИКОНАННЯ КУРСОВОЇ РОБОТИ

Студентам надається право вибору теми курсової роботи. Затвердження тем курсових робіт здійснюється у визначений графіком навчального процесу термін.

Протягом місяця від дати отримання теми студент повинен подати науковому керівнику розгорнутий план курсової роботи, а також огляд опрацьованої літератури.

Студент повинен пройти проміжну атестацію з виконання курсової роботи не пізніше, ніж за місяць до кінцевого терміну подання роботи до захисту.

Завершена курсова робота представляється на кафедру не пізніше, ніж за три дні до захисту.

У випадку порушення термінів і порядку подання курсової роботи студент не допускається до захисту.

Терміни виконання окремих етапів курсової роботи приведені в табл. 2.1.

Таблиця 2.1. Графік виконання курсової роботи

Тиждень семестру	Назва етапу роботи	Навчальний час
1-2	Визначення та затвердження теми та завдання	1
3-5	Пошук та вивчення літератури	4
6-8	Оформлення теоретичного розділу	4
9-13	Виконання практичної частини	12
14-15	Оформлення курсової роботи	4
15	Подання курсової роботи на попередню перевірку	
16-17	Доопрацювання курсової роботи з урахуванням зауважень керівника і подання роботи до захисту.	4
18	Захист курсової роботи	1

3. СТРУКТУРА КУРСОВОЇ РОБОТИ

Курсова робота повинна містити такі структурні елементи:

- титульний лист,
- зміст,
- вступ,
- основна частина,
- висновки,
- список використаних джерел,
- додатки.

Матеріал курсової роботи має бути викладений як єдине ціле, в логічній послідовності.

Загальний обсяг курсової роботи – 20-25 друкованих сторінок.

Зміст містить пронумеровані назви розділів і параграфів курсової роботи із зазначенням номерів сторінок.

Вступ охоплює обґрунтування теми курсової роботи та її актуальність, мету і завдання дослідно-пошукової роботи, визначення її об'єкта і предмета та стислий аналіз одержаних результатів.

Основна частина роботи складається з розділів, що повністю розкривають тему.

Висновки відображають узагальнені результати курсової роботи відповідно до поставлених завдань.

Список використаних джерел оформляється відповідно до державних стандартів.

У додатках подаються матеріали, що мають ілюстративне та довідкове значення і є доцільними для повнішого висвітлення теми.

4. МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ДО ВИКОНАННЯ КУРСОВОЇ РОБОТИ

Темами курсових робіт є методи, засновані на використанні чисельних процедур, які використовуються для вирішення задач безумовної та умовної оптимізації. Типове завдання на курсову роботу:

1. Розробити програмне забезпечення для заданого методу оптимізації;
2. Модифікувати заданий метод для визначеного класу задач;
3. Провести дослідження заданого методу для визначеного класу задач.

Вхідними даними є метод оптимізації та клас задач для дослідження цього методу. Клас задач визначається виглядом цільової функції та обмежень задачі.

Основний розділ курсової роботи складається з наступних частин:

1. Постановка задачі.
2. Теоретична частина:
 - теоретичні відомості про метод оптимізації для вирішення задачі безумовної оптимізації;
 - теоретичні відомості про використання методу оптимізації вирішення задач умовної оптимізації.
3. Практична частина:
 - практичні результати вживання методу оптимізації для вирішення задач безумовної оптимізації;
 - практичні результати вживання методу оптимізації для вирішення задач умовної оптимізації.

Постановка задачі

Після затвердження теми курсової роботи необхідно чітко визначити завдання, які необхідно виконати в ході даної курсової роботи.

Основною метою роботи є дослідження методу при вирішенні конкретних завдань. Критерієм якості застосування даного методу є кількість оцінок значень цільової функції, необхідних для знаходження точки мінімуму функції із заданою точністю. Це пов'язано з тим, що отримання оцінки значення цільової функції, яка не виражена аналітично, і її градієнта є часом досить трудомісткою процедурою. Значення цільової функції для більшості практичних задач оцінюється шляхом розв'язку великих систем нелінійних диференціальних рівнянь, що описують математичну модель проектного пристрою, які вміщують часом до 10^3 - 10^4 рівнянь. При цьому типова ситуація, коли час оцінки цільової функції і її градієнтів у 10^4 - 10^6 разів перевищує час роботи власне процедури оптимізації. Тому необхідна розробка таких процедур розв'язку екстремальних задач, які б на кожному кроці пошуку оптимуму як можна більш повно використовували вже наявну інформацію про значення цільової функції, її похідних і вимагали б для одержання координат точки оптимуму якнайменше оцінок значення цільової функції. При використанні чисельних ітераційних методів накопичення похибки може також ускладнити процес пошуку, що призведе до неможливості знаходження точки екстремуму. Необхідно з'ясувати, з якою найбільшою точністю даний метод може знайти точку мінімуму за прийнятну (≤ 600 - 800) кількість оцінок значень цільової функції. Можна домогтися дуже хороших результатів, використовуючи різні евристичні підходи і прийоми. У загальному випадку постановку задачі можна сформулювати наступним чином:

Дослідити збіжність даного методу для заданого класу функцій в залежності від:

1. способу обчислення величини кроку (постійний, оптимальний),

2. виду методу одновимірного пошуку для обчислення величини кроку,
3. точності методу одновимірного пошуку для обчислення величини кроку,
4. параметрів методу одновимірного пошуку для обчислення величини кроку,
5. виду критерію закінчення пошуку,
6. параметрів методу,
7. виду початкових (вихідних) даних,
8. виду різницевої схеми обчислень похідної функції,
9. величини прирощення при чисельному обчисленні похідної функції і т.д..

Дослідити збіжність даного методу при вирішенні задачі умовної оптимізації у наступних випадках:

1. При знаходженні точки локального мінімуму цільової функції:
 - всередині допустимої області,
 - поза допустимої області.
2. При знаходженні початкової точки:
 - всередині допустимої області,
 - поза допустимої області.
3. Для наступних видів допустимих областей:
 - опукла область,
 - не опукла область,
 - область з лінійними обмеженнями.

Теоретична частина

Теоретична частина курсової має бути теоретичною базою досліджуваних питань, що створює передумови для проведення власних наукових досліджень конкретних прикладних питань з обраної теми. Приводяться теоретичні відомості про метод, його алгоритм, приклади використання. Обов'язковим є посилання на використану літературу. Необхідно проаналізувати особливості методу, відмітити

його переваги і недоліки, що дозволить найкращим чином модифікувати метод для вирішення заданого класу задач безумовної оптимізації. Наступним кроком є вивчення і викладення можливості і способу застосування даного методу при вирішенні задачі умовної оптимізації. На основі отриманої інформації створюється методика проведення необхідного дослідження заданого методу.

Практична частина

У практичній частині описуються проведені емпіричні дослідження та їх результати. Основна увага у практичній частині приділяється аналізу результатів, отриманих в процесі дослідження, та їх інтерпретації. Текст доречно ілюструвати графічними матеріалами і схемами, графіками, діаграмами тощо. Весь цифровий матеріал, поданий у статистичних таблицях, має бути обов'язково прокоментований. Усі аналітичні розрахунки, таблиці, графіки, діаграми мають супроводжуватися тлумаченням та висновками.

Дослідження методу полягає в проведенні ряду експериментів, які відрізняються набором факторів в різній комбінації. Оскільки існує безліч варіантів, які повинні бути випробувані, необхідно спланувати ці експерименти, тобто визначити послідовність зміни і комбінації цих факторів.

Задача безумовної оптимізації має наступний вигляд:

$$\min f(x)$$

де $x = [x_1, \dots, x_n]$ - вектор варіюємих параметрів,

$f(x)$ – цільова функція, яка не має явно заданого аналітичного вигляду.

Оскільки процедура оцінки значення цільової функції може бути досить складно, необхідно виділити її в автономний блок, тобто в програмній реалізації заданого методу необхідно створити для неї спеціальну підпрограму. Вихідними

даними для цієї підпрограми буде вектор варіюємих параметрів. Всередині підпрограми повинен знаходитися лічильник, який підсумовує кожне звернення до неї, результатом роботи підпрограми буде оцінка значення цільової функції та загальна кількість оцінок значення цільової функції на даний момент часу.

Більшість алгоритмів мінімізації базуються на використанні ітераційної формули:

$$x^{k+1} = x^k + \lambda^k \widehat{S}^k \quad k = 0, 1, \dots, \quad (1)$$

де S^k - напрямок пошуку, λ^k - довжина кроку у вибраному напрямку пошуку.

Цей ітераційний процес закінчується при виконанні певного заданого критерію закінчення. Види критерію закінчення:

1.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\|x^{(k-1)} - x^{(k)}\|}{\|x^{(k)}\|} \leq \varepsilon_1; \\ \frac{|f(x^{(k-1)}) - f(x^{(k)})|}{|f(x^{(k)})|} \leq \varepsilon_2; \end{array} \right.$$

2. $\|\nabla f(x^{(k)})\| \leq \varepsilon_3.$

3. $\frac{1}{n+1} \sum_{i=1}^n (f(x_i^{(k)}) - f(x_{n+2}^{(k)}))^2)^{1/2} \leq \varepsilon$

4. $\|\Delta x\| < \xi.$

5. $\|S^{(k+1)}\| < \varepsilon.$

Довжина кроку λ^k може бути визначена як λ_{const} або $\lambda_{on}^{(k)}$.

Значення довжини кроку λ_{const} задається перед початком пошуку і використовується поки пошук здійснюється в потрібному напрямку. Якщо значення цільової функції починає зростати, відбувається коригування λ_{const} і пошук триває далі. Для визначення довжини кроку $\lambda_{on}^{(k)}$ вирішується задача одновимірної мінімізації виду:

$$\min f(x^k + \lambda^k S^k) \quad (2)$$

суть якої зводиться до пошуку такого значення $\lambda_{on}^{(k)}$, при якому цільова функція $f(x^{(k)} + \lambda^{(k)} S^{(k)})$ досягає свого мінімуму. В процесі вирішення задачі оптимізації співвідношення (1) може бути використано багаторазово, що потребує такої ж кількості вирішення задачі (2), тому ефективність рішення задачі (2) значною мірою визначає ефективність процесу оптимізації в цілому.

Процес розв'язку задачі (2) складається з двох етапів:

- знаходження інтервалу невизначеності, тобто інтервалу $[\lambda_{min}^k, \lambda_{max}^k]$, в якому знаходиться $\lambda_{on}^{(k)}$.
- пошук $\lambda_{on}^{(k)}$.

Для знаходження інтервалу невизначеності використовується рекурентна формула Свенна:

$$\lambda_{k+1} = \lambda_k \pm \Delta\lambda \cdot 2^k, \quad k = 0, 1, \dots$$

Довжина кроку $\Delta\lambda$ в алгоритмі Свенна визначається наступним чином:

$$\Delta\lambda = \alpha \left(\frac{\|x^{(k)}\|}{\|S^{(k)}\|} \right),$$

де параметр $\alpha = 0,1$, значення якого можна змінювати від 0,001 до 1.

Ефективність пошуку залежить від довжини кроку $\Delta\lambda$. При великому кроці одержуються грубі оцінки координат граничних точок інтервалу невизначеності. При малому кроці $\Delta\lambda$ для обчислення граничних точок інтервалу невизначеності буде потрібен великий об'єм обчислень. Тому скорегувати значення $\Delta\lambda$ можна шляхом зміни значення параметра α .

Для пошуку $\lambda_{on}^{(k)}$ повинні бути застосовані наступні методи одновимірного пошуку:

- метод «золотого перетину», який відноситься до методів виключення інтервалів,
- метод ДСК-Пауелла, який використовує квадратичну апроксимацію.

Точність пошуку довжини кроку $\lambda_{on}^{(k)}$ за допомогою методів одновимірного пошуку не залежить від заданої точності пошуку екстремуму задачі. Необхідно підібрати таку точність одновимірного пошуку, щоб загальна кількість оцінок значень цільової функції при досягненні точки екстремума була найменшою.

Евристичні методи нульового порядку можна модифікувати, використовуючи різні підходи, зокрема шляхом зміни різних параметрів, що містяться в них.

Для вдосконалення методу Хука-Дживса та методу Розенброка використовуються такі підходи, як:

- знаходження оптимальних вихідних значень приростів змінних,
- введення допоміжних правил збільшення (або зменшення) приростів змінних про досліджувачому пошуку,
- введення допоміжних правил збільшення (або зменшення) розміру кроку при русі по зразку,
- визначення довжини кроку методами одновимірного пошуку при русі по зразку.

Для вдосконалення методу пошуку по симплексу та методу Нелдера-Міда використовуються наступні підходи :

- знаходження оптимальної довжини ребра початкового симплекса,
- введення додаткових перевірок значення цільової функції для завершення пошуку після пробного відображення та після проведення відображення,
- коригування значень коефіцієнта зміни симплексу θ для розтягування та стискання симплексу.

Для вдосконалення методів випадкового пошуку використовуються наступні підходи :

- використання інших функцій розподілу випадкових величин,
- знаходження оптимальної кількості серій вибірок та точок в даних серіях,
- введення допоміжних правил збільшення (або зменшення) розміру кроку,
- коригування параметрів, що визначають вектор «передісторії» пошуку,
- коригування параметрів, що визначають розміри області пошуку.

Гradientні методи використовують для визначення напрямку зменшення цільової функції не тільки інформацію про поведінку самої функції, а також інформацію про значення градієнтів цільової функції.

При обчисленні градієнту на ЕОМ для визначення похідних використовують методи правих, лівих та центральних кінцевих різниць.

Розглянемо на прикладі функції однієї змінної $f(x)$ її розкладання у ряд Тейлора «праворуч» від точки x :

$$f(x+h) \approx f(x) + hf'(x) + \frac{h^2}{2!} f''(x) + \frac{h^3}{3!} f'''(x) + \dots + \frac{h^n}{n!} f^{(n)}(x) \quad (3)$$

Якщо обмежитись лінійною апроксимацією, тобто першими двома членами розкладу (3), а саме:

$$f(x+h) \approx f(x) + hf'(x) \quad (4)$$

то з (4) отримаємо формулу правої кінцевої різниці для обчислення першої похідної:

$$f'(x) \approx \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \quad (5)$$

Методична похибка цієї формули має порядок $h[O(h)]$.

Скорочене розкладання у ряд Тейлора функції $f(x)$ «ліворуч» від точки x має вигляд:

$$f(x-h) \approx f(x) - hf'(x) + \frac{h^2}{2!} f''(x) - \frac{h^3}{3!} f'''(x) + \dots + (-1)^n \frac{h^n}{n!} f^{(n)}(x)$$

Аналогічно до (4), обмежившись лінійною апроксимацією функції $f(x)$:

$$f(x-h) \approx f(x) - hf'(x) \quad (6)$$

отримаємо з (6) формулу к лівої кінцевої різниці для обчислення першої похідної:

$$f'(x) \approx \frac{f(x) - f(x-h)}{h} \quad (7)$$

Методична похибка цієї формули також має порядок $h[O(h)]$.

Значення градієнту за методом центральної кінцевої різниці обчислюється, як середнє арифметичне значень градієнту за методами лівої та правої кінцевих різниць:

$$f'(x) \approx \frac{f'_l(x) + f'_r(x)}{2},$$

де $f'_n(x)$ - значення градієнту за методом лівої кінцевої різниці (7), $f'_n(x)$ - значення градієнту за методом правої кінцевої різниці (5).

Залишаючи для розрахунку лише обчислення значень функції, отримаємо формулу для обчислення градієнту за методом центральних різниць:

$$f'_H(x) \approx \frac{f(x-h) - f(x+h)}{2h}$$

Методична похибка цієї формули має порядок $h^2[O(h^2)]$.

Варто відмітити, що алгоритми обчислення похідних на ЕОМ належать до класу нестійких. Взявши до уваги, що значення функцій $f(x+h)$ і $f(x-h)$ обчислюються з інструментальними похибками ε_1 і ε_2 відповідно, одержимо:

$$\tilde{f}'(x) \approx \frac{f(x+h) + \varepsilon_1 - f(x-h) - \varepsilon_2}{2h} = f'(x) + \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2h},$$

тобто похибка $\frac{|\varepsilon_1 - \varepsilon_2|}{2h} \leq \frac{2\varepsilon}{2h} = \frac{\varepsilon}{h}$ прямує до нескінченності, якщо $h \rightarrow 0$.

Це входить у протиріччя з методичною похибкою. Тому при реалізації на ЕОМ алгоритмів обчислення похідних функцій (і перших і других) при виборі значення прирощення h треба знаходити компроміс.

Все вищезазначене узагальнюється і на випадок функції багатьох змінних $f(x)$. Так, i -та складова градієнту $\nabla f_i(x)$ обчислюється за виразом:

$$\nabla f_i(x) = \frac{1}{2h} [f(x + h_i \vec{e}_i) - f(x - h_i \vec{e}_i)], i = 1(1)n,$$

де

$$\nabla f(x) = \left[\frac{\partial f(x)}{\partial x_1}, \frac{\partial f(x)}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial f(x)}{\partial x_n} \right]^T \quad - \text{ градієнт цільової функції } f(x);$$

$$h = [h_1, h_2, \dots, h_n]^T \quad - \text{ вектор приращення змінних};$$

\bar{e}_i - одиничний вектор (i -та складова дорівнює 1, решта – 0).

Перед проведенням дослідження методу потрібно провести тестування програмної реалізації алгоритму методу. Для даного тестування в якості цільової функції використовується наступна функція:

$$f(x) = (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2, \quad x^{(0)} = (-1, 2; 0).$$

Для даної квадратичної функції досить просто порахувати приблизну кількість оцінок значень цільової функції, враховуючи, що:

- швидкість збіжності методів відома, що дозволяє визначити необхідну кількість ітерацій для досягнення точки екстремуму,
- рішення задачі одновимірного пошуку на кожній ітерації вимагає 10-30 оцінок значень цільової функції.

Після перевірки правильності роботи програми, проводяться дослідження, відповідні завданням в постановці завдання. Одним з представлених результатів дослідження обов'язково повинна бути ілюстрація з траєкторією пошуку екстремуму заданої функції.

Задача умовної оптимізації має наступний вигляд:

$$\begin{aligned} \min f(x) \\ g_j(x) &\geq 0 \\ h_k(x) &= 0 \end{aligned}$$

Задачі умовної оптимізації містять в якості цільової функції задану тестову функцію. Обмеження задаються студентом таким чином, щоб сформулювати таку

допустиму область, яка потрібна для певного дослідження. За таким же принципом визначається місцезнаходження початкової точки.

Висновки

У висновках формулюють практичні результати дослідження, отримані у процесі роботи, аргументуючи їх кількісними та якісними показниками, зазначають, наскільки підтвердилися робочі гіпотези. Висновки повинні інформувати про досягнення мети дослідження і виконання конкретних поставлених завдань. Висновки повинні бути конкретними, аргументованими. Важливо кожен висновок підкріпити необхідними поясненнями і результатами з практичної частини курсової роботи.

Додатки

В додатках обов'язково повинен бути лістинг програмної реалізації, а також ті матеріали, які студент використовував під час написання курсової роботи і вважатиме за потрібне ввести в додаток.

5. ТЕМИ КУРСОВИХ РОБІТ

Керівник курсової роботи при затвердженні теми курсової роботи визначає:

- метод оптимізації для вирішення задачі безумовної оптимізації,
- тестову функцію та тестову задачу для дослідження,
- спосіб вживання данного методу оптимізації для вирішення задач умовної оптимізації.

Список методів оптимізації функція кількох змінних.

1. Метод Хука-Дживса.
2. Метод Розенброка.
3. Модифікований метод Розенброка.
4. Метод пошуку за симплексом.
5. Метод Нелдера-Міда.
6. Метод спряжених градієнтів Пауелла.
7. Метод випадкового пошуку зі зменшенням інтервалу пошуку.
8. Метод випадкового пошуку з постійним радіусом пошуку.
9. Адаптивний алгоритм випадкового пошуку зі змінним кроком.
10. Повторюваний випадковий пошук.
11. Комплексний метод.
12. Метод найшвидшого спуску.
13. Партан-метод найшвидшого спуску.
14. Модифікований партан-метод найшвидшого спуску.
15. Метод Ньютона.
16. Модифікований метод Ньютона.
17. Метод Марквардта.
18. Метод спряженого градієнта Флетчера-Рівса.
19. Метод Девідона-Флетчера-Пауелла.
20. Метод Бройдена-Флетчера-Шенно.

21. Метод Флетчера.
22. Метод Пірсона.
23. Метод найменших квадратів.
24. Метод Вейсмана.
25. Метод Фіакко-Маккормика.
26. Метод ковзного допуску.
27. Метод Зойтендейка.
28. Метод проекції градієнта Розена.

Список тестових функцій, які використовуються при дослідженні методів для вирішення задач безумовної оптимізації:

1. Функція Розенброка

$$f_1(x) = 100(x_1^2 - x_2)^2 + (x_1 - 1)^2, \quad x^{(0)} = (-1, 2; 0, 0);$$

2. Степенева функція

$$f_2(x) = (10(x_1 - x_2)^2 + (x_1 - 1)^2)^4, \quad x^{(0)} = (-1, 2; 0, 0);$$

3. Коренева функція

$$f_3(x) = (10(x_1 - x_2)^2 + (x_1 - 1)^2)^{1/4}, \quad x^{(0)} = (-1, 2; 0, 0);$$

4. Функція Вуда

$$f_4(x) = 100(x_2 - x_1^2)^2 + (1 - x_1)^2 + 90(x_4 - x_3^2)^2 + \\ + (1 - x_3)^2 + 10,1((x_2 - 1)^2 + (x_4 - 1)^2) + 19,8(x_2 - 1)(x_4 - 1), \\ x^{(0)} = (-3; -1; -3; -1);$$

5. Функція Пауелла

$$f_5(x) = (x_1 + 10x_2)^2 + 5(x_3 - x_4)^2 + 10(x_1 - x_4)^4 + \\ + (x_2 - 2x_3)^4, \quad x^{(0)} = (-3; -1; 0; 1);$$

6. Функція Миеле

$$f_6(x) = (\exp(x_1) - x_2)^4 + 100(x_2 - x_3)^6 + tg^4(x_3 - x_4) + \\ + x_1^8 + (x_4 - 1)^2, \quad x^{(0)} = (1; 2; 2; 2);$$

Список тестових задач, які використовуються при дослідженні методів для вирішення задач умовної оптимізації:

1. Тест Фіакко-Мак-Корміка.

$$\min 0,5(x_1 + 1)^3 + x_2$$

при обмеженнях :

$$1 - x_1 \leq 0,$$

$$-x_2 \leq 0,$$

$$x^{(0)} = [1,125;0,125]^T, \mu^{(0)} = [6,77;1,00]^T$$

$$x^{(0)} = [0,5;0,5]^T, \mu^{(0)} = [6,77;1,00]^T$$

2. Тест Розена-Судзуки.

$$\min x_1^2 + x_2^2 + 2x_3^2 + x_4^2 - 5(x_1 + x_2) + (x_4 - 3x_3)$$

при обмеженнях:

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_1 - x_2 + x_3 - x_4 - 8 \leq 0,$$

$$x_1^2 + 2x_2^2 + x_3^2 + 2x_4^2 - x_1 - x_4 - 10 \leq 0,$$

$$2x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 2x_1 - x_2 - x_4 - 5 \leq 0,$$

$$x^{(0)} = [0,1;1,1;2,1;-1,1]^T, \mu^{(0)} = [4,67;-1,24;-1,86]^T.$$

3. Тест Миеле.

$$\min 100(x_2 - x_1^2)^2 + (1 - x_1)^2,$$

при обмеженнях:

$$x_2 - 1,5 \leq 0,$$

$$x^{(0)} = [1,1;0,1]^T, \mu^{(0)} = 0,10.$$

4. Тест Биля

$$\min -8x_1 - 6x_2 - 4x_3 + 2x_1^2 + 2x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_3 + 2x_1x_2 + 9,$$

при обмеженнях:

$$x_1 + x_2 + 2x_3 - 3 \leq 0,$$

$$-x_1 \leq 0,$$

$$-x_2 \leq 0,$$

$$-x_3 \leq 0,$$

$$x^{(0)} = [0,5;0,5;0,5]^T, \mu^{(0)} = [-0,333;-4,33;-3,33;-2,67]^T$$

6. ПРАВИЛА ОФОРМЛЕННЯ КУРСОВОЇ РОБОТИ

Загальні вимоги

Курсова робота має бути представлена в друкованому та електронному вигляді (формат файла – doc, docx, rtf).

Курсову роботу друкують з одного боку аркушу білого паперу формату А4 з використанням шрифтів Times New Roman текстового редактора Word.

Форматування роботи:

- поля: ліве – 30 мм, верхнє і нижнє – 20 мм, праве – 10 мм;
- шрифт: Times New Roman, 14 pt;
- міжрядковий інтервал – 1.5 pt;
- абзацний відступ— 125 мм;
- вирівнювання: назв розділів і підрозділів – по центру, назв пунктів і підпунктів – з лівого боку, основного тексту – по ширині.

Текст основної частини курсової роботи поділяють на розділи, підрозділи, пункти та підпункти. Заголовки структурних частин курсової роботи «ЗМІСТ», «ВСТУП», «ВИСНОВКИ», «СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ», «ДОДАТКИ» друкують великими літерами 14 жирним шрифтом. Заголовки підрозділів друкують маленькими літерами (крім першої великої) з абзацного відступу жирним шрифтом. Крапку в кінці заголовка не ставлять. Якщо заголовок складається з двох або більше речень, їх розділяють крапкою. Заголовки пунктів друкують маленькими літерами (крім першої великої) з абзацного відступу в розрядці в підбір до тексту. Відстань між заголовком (за винятком заголовка пункту) та текстом повинна дорівнювати 3—4 інтервалам. Кожну структурну частину курсової роботи треба починати з нової сторінки.

Нумерація

Нумерацію сторінок, розділів, підрозділів, пунктів, підпунктів, рисунків, таблиць, формул подають арабськими цифрами без знаку «№».

Першою сторінкою курсової роботи є титульний аркуш, який включають до загальної нумерації, але номер сторінки на ньому не ставлять. На всіх наступних сторінках номер проставляють у правому верхньому куті сторінки без крапки.

Такі структурні частини роботи, як «ЗМІСТ», «ВСТУП», «ВИСНОВКИ», «ДОДАТКИ», «СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ» не мають порядкового номеру. Номер розділу ставлять до назви відповідного розділу, після номера крапку не ставлять, потім друкують заголовок розділу. Крапку в кінці заголовка не ставлять.

Підрозділи нумерують у межах кожного розділу. Номер підрозділу складається з номера розділу і порядкового номера підрозділу, між якими ставлять крапку. В кінці номера підрозділу повинна стояти крапка. Потім у тому ж рядку наводять назву підрозділу.

Аналогічним чином нумерують пункти (порядкова нумерація в межах підрозділу) і підпункти (порядкова нумерація в межах пункту).

Ілюстрації позначають словом «Рис.» і нумерують послідовно в межах розділу, крім ілюстрацій, поданих у додатках. Номер ілюстрації повинен складатися з порядкового номера ілюстрації. Наприклад: «Рис. 1».

Таблиці нумерують послідовно в межах розділу, крім таблиць, поданих у додатках. Номер таблиці повинен складатися з порядкового номера таблиці. Наприклад: «Таблиця 2». Ілюстрації і таблиці, які розміщені на окремих сторінках курсової роботи, включають до загальної нумерації сторінок.

Формули в курсовій роботі (якщо їх більше однієї) нумерують у межах розділу. Номери формул пишуть біля правого поля аркуша на рівні відповідної формули в круглих дужках.

Оформлення ілюстрацій

Ілюстрації (рисунки, схеми, графіки, діаграми, гістограми) необхідно подавати в курсовій роботі безпосередньо після тексту, де є перше посилання, або на наступній сторінці. Кожна ілюстрація має відповідати тексту. Спочатку розміщують ілюстрацію, потім під нею симетрично тексту пишуть її номер та назву. Після назви рисунка крапка не ставиться, назва напівжирним не виділяється. Зверху та знизу рисунка залишається вільний рядок. Підпис під ілюстрацією наступні елементи:

- найменування елемента, що позначається скороченим словом «Рис. »;
- порядковий номер ілюстрації, який вказується без знака номера арабськими цифрами;
- заголовок ілюстрації, що містить текст з якомога стислою характеристикою зображеного.

Приклад:

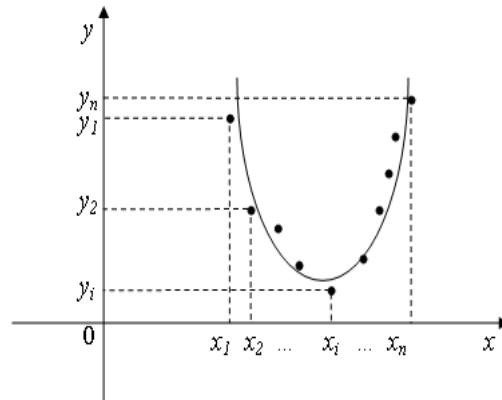


Рис. 1. Графічне представлення емпіричних даних (квадратична залежність)

Посилання в тексті на ілюстрації вказують порядковим номером ілюстрації в роботі. Наприклад: «рис. 1.».

Оформлення таблиць

Таблицю розмішують після першого посилання на неї в тексті так, щоб її можна було читати без повороту або з поворотом за годинниковою стрілкою. Кожна таблиця повинна мати заголовок, який міститься рядом зі словом «Таблиця» безпосередньо над самою таблицею. Заголовок пишуть з великої літери в підбір до тексту. Після назви таблиці крапку не ставлять. Назву і слово «Таблиця» починають з великої літери. Назву подають жирним шрифтом і не підкреслюють. Підпис під ілюстрацією має наступні елементи:

- найменування елемента, що позначається словом «Таблиця»;
- порядковий номер таблиці, який вказується без знака номера арабськими цифрами;
- тематичний заголовок таблиці, що містить текст з стислою характеристикою.

Заголовки граф повинні починатися з великих літер, підзаголовки - з малих, якщо вони складають одне речення із заголовком, і з великих, якщо вони є самостійними. Висота рядків повинна бути не менше ніж 8 мм. Графу з порядковими номерами рядків до таблиці включати не треба. Таблицю з великою кількістю рядків можна переносити на інший аркуш. У разі перенесення частини таблиці на інший аркуш слово «Таблиця», її номер і назву не повторюють (їх вказують один раз — над першою частиною таблиці), далі над іншими частинами справа пишуть слова «Продовж. табл.» і вказують тільки номер таблиці, наприклад: «Продовж. табл. 2».

Приклад:

Таблиця 2. Результати експериментів

№ експерименту	Вхідні дані				Відгук
	x_1	x_2	...	x_m	
1	$x_1^{(1)}$	$x_2^{(1)}$...	$x_m^{(1)}$	y_1
2	$x_1^{(2)}$	$x_2^{(2)}$...	$x_m^{(2)}$	y_2
...
n	$x_1^{(n)}$	$x_2^{(n)}$...	$x_m^{(n)}$	y_n

На всі таблиці курсової роботи повинні бути посилання в тексті, при цьому слово «таблиця» в тексті пишуть скорочено. Наприклад: «... у табл. 2.».

Оформлення формул

Невеликі і нескладні формули, що не мають самостійного значення, вписують всередині рядків тексту. Громіздкі формули розміщують на окремих рядках. Це стосується і всіх нумерованих формул. Пояснення значень символів і числових коефіцієнтів слід подавати безпосередньо під формулою в тій послідовності в якій вони наведені у формулі. Значення кожного символу і числового коефіцієнту треба подавати з нового рядка. Перший рядок пояснення починають зі слова «де» без двокрапки. У кінці формул і в тексті перед ними розділові знаки ставлять відповідно до правил пунктуації.

Рівняння та формули треба виділяти з тексту вільними рядками. Вище і нижче кожної формули треба залишити не менше одного вільного рядка. Якщо рівняння

не вміщується в один рядок, його слід перенести на наступний рядок після знаку рівності (=) або після знаків плюс (+), мінус (—), множення (x) і ділення (:).

Нумеруються лише ті формули, на які є посилання в наступному тексті. Номер, який не поміщається на рядку з формулою, переноситься на наступний рядок. Номер формули при її перенесенні записують на рівні останнього рядка. Між формулами, які не відокремлені текстом, ставлять кому або крапку з комою безпосередньо за формулою. Після таких громіздких математичних виразів, як визначники і матриці, можна розділові знаки не ставити.

Приклад:

$$S = \sum_{i=1}^N \left(\sum_{k=0}^p b_k f_k(x_1^{(i)}, x_2^{(i)}, \dots, x_m^{(i)}) - y_i \right)^2 \rightarrow \min, \quad (2)$$

Посилання в тексті на формули вказують порядковим номером формули в роботі. Наприклад: «у формулі (2)».

Оформлення цитат і списку літератури

Бібліографічний опис літературних джерел розміщується у порядку появи посилань у тексті. Посилання в тексті роботи на використані джерела вказують порядковим номером в квадратних дужках, наприклад, «... в роботі [5] показано ...». Якщо в курсовій роботі наводиться цитата, то обов'язковим є зазначення сторінок першоджерела, що містять цитовану інформацію, наприклад, «...[5, с. 56-58]». Цитати беруться в лапки і виділяються курсивом. Приклади бібліографічного опису окремих видів літературних джерел наведений **в додатку В**.

Оформлення додатків

Додатки оформляють як продовження курсової роботи у порядку появи посилань у тексті роботи. Додатки слід позначати великими літерами української абетки за винятком літер: Г, Є, І, Ї, Й, О, Ч, Ь. При цьому посередині рядка малими літерами з першої великої друкується слово «Додаток ___» і велика літера, що позначає додаток. Якщо додаток містить більше одного аркуша, то перша сторінка підписується: Додаток А, а на решті сторінок додатку пишеться – Продовження додатку А. Якщо в роботі тільки один додаток, то він позначається як додаток А.

Додаток повинен мати заголовок, надрукований на початку сторінки із вирівнюванням по центру сторінки. Текст кожного додатку за необхідності може бути поділений на розділи й підрозділи, які нумерують в межах кожного додатка. В цьому разі перед кожним номером ставлять позначення додатка (літеру) і крапку, наприклад А.2.1 – перший підрозділ другого розділу додатка А. Ілюстрації, таблиці та формули, розміщені в додатках, нумерують у межах кожного додатка, наприклад: Рисунок Д.2.1 —перший рисунок другого розділу додатка Д; таблиця А.1 - перша таблиця додатка А.

8. КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ КУРСОВОЇ РОБОТИ

Рейтингова оцінка за курсову роботу (КР) включає:

- 1) бали за розроблений програмний продукт (ПП) та проведене дослідження — критерії оцінювання наведено в табл. 8.1.

Таблиця 8.1. Дослідження та реалізація ПП

№	Критерій оцінювання	Бали
1.	Сучасність та обґрунтованість застосованих методів для розв'язання задач безумовної та умовної оптимізації	0–5
2.	Наявність та якість самостійно створених програмних компонентів	0–10
3.	Наявність та якість проведеного дослідження обраного методу оптимізації	0–25
	Всього (максимальна кількість балів):	40 балів

- 2) бали за розроблення технічної документації КР — критерії оцінювання наведено в табл. 8.2.

Таблиця 8.2. Технічна документація

№	Критерій оцінювання	Бали
1.	Повнота технічної документації	0–10
2.	Якість оформлення технічної документації	0–5
	Всього (максимальна кількість балів):	15 балів

- 3) бали за попередній захист КР — критерії оцінювання наведено в табл. 8.3.

Таблиця 8.3. Попередній захист

№	Критерій оцінювання	Бали
1.	Наявність та якість ПП, представленого до попереднього захисту	0–20
	Всього (максимальна кількість балів):	20 балів

4) бали за основний захист КР — критерії оцінювання наведено в табл. 8.4.

Таблиця 8.4. Захист курсової роботи

№	Критерій оцінювання	Бали
1.	Повнота та якість доповіді, презентації та демонстрації ПП	0–10
2.	Повнота та якість відповідей на запитання	0–15
	Всього (максимальна кількість балів):	25 балів

5) штрафні (від’ємні) бали.

Штрафні бали нараховуються, якщо:

- тему КР не погоджено з викладачем до 1 березня: –10 балів,
- КР не представлено вчасно до захисту (відповідно до графіку захистів): –30 балів,
- КР не відповідає назві: –30 балів.

Максимальна кількість балів за курсову роботу (рейтингова шкала) складає:

40 балів + 15 балів + 20 балів + 25 балів = 100 балів.

Оцінка (ECTS та традиційна) за курсову роботу виставляється відповідно до набраних балів $R_{\text{КР}}$ згідно з табл. 8.5.

Таблиця 8.5. Залік

Сумарний рейтинг RD	Оцінка
95-100	відмінно
85-94	дуже добре
75-84	добре
65-74	задовільно
60-64	достатньо
RD ≤ 59	незадовільно
Курсову роботу не представлено до захисту або не виконані умови допуску	не допущений

9. РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование / Химмельблау Д. — М. : Мир, 1975. — 535 с.
2. Реклейтис Г. Оптимизация в технике: В 2-х книгах. / Реклейтис Г., Рейвиндран А., Рэгсдел К.; [пер. с англ.]. — М. : Мир, 1986. — 747 с.
3. Гилл Ф. Практическая оптимизация / Ф. Гилл, У. Мюррей, М. Райт; [пер. с англ.]. — М. : Мир, 1985. — 509 с.
4. Аоки М. Введение в методы оптимизации / Аоки М. — М. : Мир, 1977. — 334 с.
5. Карманов В. Г. Математическое программирование: Учебное пособие / Карманов В. Г. — 6-е изд., испр. — М. : Физматлит, 2008. — 264 с.
6. Банди Б. Вводной курс.: Пер с англ. — М.: Радио и связь, 1988 — 128 с.
7. Таха Х. Введение в исследование операций / Х. Таха; [пер. с англ.]. — Вильямс, 2007. — 912 с.
8. Васильев Ф. П. Численные методы решения экстремальных задач / Васильев Ф. П. — М. : Наука, 1980. — 520 с.
9. Матрашин Н. П. Математическое программирование / Н. П. Матрашин, В. К. Макеева. — Харьков : Вища школа, 1978. — 160 с.
10. Евтушенко Ю. Г. Методы решения экстремальных задач и их применение в системах оптимизации / Евтушенко Ю. Г. — М. : Наука, 1982. — 432 с.
11. Зангвилл У. И. Нелинейное программирование / Зангвилл У. И. — М. : Сов. радио, 1983. — 311 с.
12. Дегтярев Ю. И. Методы оптимизации: учеб. пособие для вузов / Ю. И. Дегтярев. — М. : Сов. радио, 1980. — 272 с.

ДОДАТКИ

Додаток А

Зразок титульної сторінки курсової роботи

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ

«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ

ІМЕНІ ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

Факультет прикладної математики

Кафедра прикладної математики

Курсова робота

із дисципліни «Дослідження операцій»

на тему: _____

Студента (ки) групи _____

(прізвище та ініціали)

Керівник:

(посада, прізвище та ініціали)

Кількість балів: _____

Оцінка: _____

Київ — 20__

Додаток В

Приклади бібліографічного опису окремих видів літературних джерел

Книга одного автора:

Таха Х. Введение в исследование операций / Х. Таха; [пер. с англ.]. — Вильямс, 2007. — 912 с.

Книга двух авторов:

Пшеничный Б. Н. Численные методы в экстремальных задачах / Пшеничный Б. Н., Данилин Ю. С. — М. : Наука, 1975. — 319 с.

Книга трёх авторов:

Гилл Ф. Практическая оптимизация / Ф. Гилл, У. Мюррей, М. Райт; [пер. с англ.]. — М. : Мир, 1985. — 509 с.

Книга четырёх авторов:

Исследование операций в экономике . Учебное пособие для вузов [Кремер Н.Ш., Путько Б.А., Тришин И.М., Фридман Н.М.]. — М.:ЮНИТИ, 2002. — 407с.

Багатотомний документ:

Реклейтис Г. Оптимизация в технике: В 2-х книгах. / Реклейтис Г., Рейвиндран А., Рэгсдел К.; [пер. с англ.]. — М. : Мир, 1986. — 747 с.

Опис статей із журналів:

Spedicato E. On a Newton-like Method for Constrained Nonlinear Minimization via Slack Variables / Spedicato E. // Journal of Optimization Theory and Applications. — 1997. — Vol. 2. — P. 175–183.

Електронні ресурси:

A linear programming method for designing the pole profile of high-field quality magnets [Електронний ресурс] / P R Sarma and R K Bhandari. – *Journal of Physics D: Applied Physics*. – 1999. – Vol. 32. – Num. 16. – P. 1984-1989. – Режим доступу до журналу: <http://iopscience.iop.org/0022-3727/32/16/305>