

## ДОСЛІДЖЕННЯ ХАОСУ ДЛЯ ВИПАДКУ ПРОЦЕСУ ГРАНУЛЮВАННЯ У ПСЕВДОЗРІДЖЕНОМУ ШАРІ

Корнієнко Б. Я., Борзенкова С. В., Семенцов В. К., Ладієва Л. Р.

## ИССЛЕДОВАНИЯ ХАОСА ДЛЯ СЛУЧАЯ ПРОЦЕССА ГРАНУЛИРОВАНИЯ В ПСЕВДООЖИЖЕННОМ СЛОЕ

Корниенко Б. Я., Борзенкова С. В., Семенцов В. К., Ладиева Л. Р.

## CHAOS STUDY FOR THE CASE OF THE GRANULATION PROCESS IN THE FLUIDIZED BED

Korniyenko B. Y., Borzenkova S. V., Sementsov V. K., Ladieva L. R.

КПІ ім. Ігоря Сікорського

Київ, Україна

[lrynus@yahoo.com](mailto:lrynus@yahoo.com)

*В статті виконано дослідження хаосу для випадку процесу гранулювання у псевдозрідженому шарі; розроблено показники Ляпунова; класифіковано та побудовано аттрактори; досліджено ентропію Колмогорова.*

**Ключові слова:** хаос, показник Ляпунова, псевдозріджений шар, процес зневоднення та гранулювання, математична модель, ентропія Колмогорова

*В статье выполнено исследование хаоса для случая процесса гранулирования в псевдоожигженном слое; разработаны показатели Ляпунова; классифицированы и построены аттракторы; исследована энтропия Колмогорова.*

**Ключевые слова:** хаос, показатель Ляпунова, псевдоожигженный слой, процесс обезвоживания и гранулирования, математическая модель, энтропия Колмогорова

*The article studies chaos for the case of the granulation process in the fluidized bed; Lyapunov indicators are developed; attractors are classified and built; Kolmogorov entropy is investigated.*

**Key words:** chaos, Lyapunov exponent, fluidized bed, dehydration and granulation process, mathematical model, Kolmogorov entropy

Гранулювання є одним з провідних процесів в технології виробництва мінеральних добрив.

Осучаснення технологій виробництва мінеральних добрив стає ще актуальнішим. У якості об'єкта дослідження обрано гранулятор псевдозрідженого шару, характерною особливістю якого є те, що в ньому поступово відбуваються зневоднення зернистого матеріалу, прогрівання та зневоднення крапель розчину, кристалізація його на частинках у вигляді тонких шарів кристалів і подальше сушіння грануляту. Об'єднання цих процесів в одному апараті підвищує інтенсивність видалення вологи з матеріалу завдяки збільшенню поверхні контакту між частинками

і сушильним агентом, а також збільшує енергоефективність та зменшує ресурсоемність виробництва.

Підтримання стабільної роботи апаратів із псевдозрідженим шаром та необхідного гідродинамічного режиму в всередині апаратів вимагає розроблення ефективної системи керування процесами зневоднення та гранулювання.

Розроблена нелінійна модель процесу зневоднення та гранулювання у псевдозрідженому шарі, що розглядається як гетерогенний трифазний процес, під час якого між собою взаємодіють три окремі фази: частинки – центри гранулювання, вихідна речовина – сульфат амонію у вигляді крапель та теплоносій – повітря [1].

При дослідженні нелінійної системи однією з важливих задач є визначення типу коливань – періодичного, випадкового, хаотичного. Існують різні критерії визначення хаосу. Особливістю хаотичних коливань є їх висока чутливість до зміни початкових умов. Одним з способів визначення хаосу є визначення швидкості розбігання траєкторій, яка оцінюється за допомогою показників Ляпунова. Знаки показників Ляпунова показують тип коливань розв'язку системи. Наявність додатного показника є критерієм хаотичності системи. Для визначення показників Ляпунова математична модель представлена у варіаціях [4].

Проведемо дослідження системи. Нехай температура частинок  $\Theta_{\text{ч}} = x_1$ , температура крапель  $\Theta_{\text{к}} = x_2$ , температура повітря  $\Theta_{\text{п}} = x_3$ , масові витрати повітря  $G_{\text{п}} = u_1$ , масові витрати крапель  $G_{\text{к}} = u_2$ . Стаціонарні значення змінних позначимо індексом  $s$ :  $x_1^s, x_2^s, x_3^s, u_1^s, u_2^s$ .

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = a_1 u_2 (x_2 - x_1) + a_2 u_2 - a_3 \frac{x_2}{x_1} + a_4 (x_3 - x_1); \\ \frac{dx_2}{dt} = b_1 u_2 - b_2 u_2 (x_2 - x_1) + b_3 \frac{x_2}{x_1} + b_4 (x_3 - x_2); \\ \frac{dx_3}{dt} = c_1 u_1 + c_2 u_1 x_3 - c_3 (x_3 - x_1) - c_4 (x_3 - x_2). \end{cases}$$

Припускаємо, що  $x_i = x_i^s + \delta x_i$ , де  $\delta x_i$  – відхилення від стаціонарного значення. Використовуючи розкладання в ряд Тейлора, отримаємо узагальнюючу формулу:

$$\frac{d\delta x_i}{dt} = f'_{x_1}(x_1, x_2, x_3) \delta x_1 + f'_{x_2}(x_1, x_2, x_3) \delta x_2 + f'_{x_3}(x_1, x_2, x_3) \delta x_3.$$

Використавши вищенаведену формулу, перетворимо початкову систему рівнянь до наступного вигляду:

$$\begin{cases} \frac{d\delta x_1}{dt} = (-a_1 u_2 + a_3 \frac{x_2}{x_1} - a_4) \delta x_1 + (a_1 u_2 - \frac{a_3}{x_1}) \delta x_2 + (a_4) \delta x_3; \\ \frac{d\delta x_2}{dt} = (b_2 u_2 - b_3 \frac{x_2}{x_1}) \delta x_1 + (-b_2 u_2 - \frac{a_3}{x_1} - b_4) \delta x_2 + (b_4) \delta x_3; \\ \frac{d\delta x_3}{dt} = (c_3) \delta x_1 + (c_4) \delta x_2 + (c_2 u_1 - c_3 - c_4) \delta x_3. \end{cases}$$

Значення коефіцієнтів системи рівнянь:

$$\begin{aligned} a_1 = b_2 = \frac{C_\kappa}{C_\kappa M_\kappa^0}; a_2 = \frac{x_\kappa Q_{\text{крист}}}{M_\kappa C_\kappa}; a_3 = b_3 = \frac{\beta_\kappa \xi_1}{M_\kappa C_\kappa}; a_4 = c_3 = \frac{\alpha_\kappa S_\kappa}{M_\kappa C_\kappa}; \\ b_1 = \frac{\Theta_\kappa^0}{M_\kappa}; b_4 = c_4 = \frac{\alpha_\kappa S_\kappa}{M_\kappa C_\kappa}; \\ c_1 = \frac{\Theta_\pi^0}{M_\pi}; c_2 = \frac{1}{M_\pi}; \end{aligned}$$

де  $Q_{\text{крист}}$  – питома теплота сушіння крапель, Дж/кг;  $C$  – питома теплоємність, Дж/(кг·К);  $M$  – маса, кг;  $S$  – площа поверхні, м<sup>2</sup>;  $\alpha$  – коефіцієнт теплопередачі, Вт/(м<sup>2</sup>·К);  $\Theta$  – температура, К, а індекси «к» та «п» позначають, що параметр відноситься до частинок або повітря відповідно, індекс «0», що це початковий параметр величини.

Отримані дослідження можуть бути використанні для визначення характеру перехідного процесу залежно від зміни керуючого впливу та дослідження ступеню хаотичності системи. Тобто, ступеню відхилення траєкторій руху системи при різних значеннях вхідних параметрів.

В нашому випадку тривимірну систему для опису процесів у псевдозрідженому шарі обрано, по-перше, через те, що псевдозріджений шар складається саме з трьох фаз (частинки, краплі, повітря), а по-друге тому, що саме таку систему можна об'ємно проілюструвати у тривимірному фазовому просторі, на відміну від двовимірної (на площині) та багатовимірної, для якої недостатньо координат, які людина може сприйняти візуально.

Формально показники Ляпунова динамічної системи  $\frac{d\bar{x}}{dt} = f(x)$  визначаються виразом:

$$\lambda_i = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \ln |\tilde{x}_i(t)|;$$

де  $\tilde{x}_i(t)$  –  $i$ -ті власні значення матриці, складеної з перших частинних похідних від вектор-функції компонентами вектора  $x$  (матриці Якобі – Якобіана).

Додатній показник Ляпунова характеризує розтягнення фазового простору, або швидкість розбігання близьких точок. Від'ємний показник Ляпунова відображає стискання, тобто швидкість, з якою система відновлюється після збурення [2].

## КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТА ПРОГНОЗУВАННЯ РОЗВИТКУ СКЛАДНИХ СИСТЕМ РІЗНОЇ ПРИРОДИ

Впорядкований за спаданням такий набір показників утворює спектр показників Ляпунова  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_n$  і дозволяє класифікувати атрактори.

Для визначення показників Ляпунова в досліджуваній системі було використано один з алгоритмів їх чисельного розрахунку – алгоритм Вольфа. Цей метод базується на чисельному розв'язанні системи диференціальних рівнянь спільно з рівняннями в варіаціях, які описують нескінченно малу зміну траєкторії. Тобто розглядаються дві траєкторії, віддалені одна від одної на малу відстань  $R_0 = \varepsilon$ , яка через певний проміжок часу  $\delta t$  досягає значення  $R_1$ . Максимальний показник Ляпунова на кожному кроці знаходиться за формулою:

$$\lambda = \log|R_1/R_0|/\delta t$$

Зі збільшенням часу обчислення розрахункове значення показника Ляпунова наближається до реального [3].

Для реалізації цього алгоритму було використано програмне середовище математичного пакета *MATLAB*. Досліджувана система задається окремою функцією, в яку передаються параметри системи, початкові значення змінних та час розрахунку. В тілі функції задаються праві частини та Якоб'ян системи, на основі яких формуються рівняння в варіаціях.

Під час досліджень було отримано наступну динаміку показників Ляпунова (рис. 1).

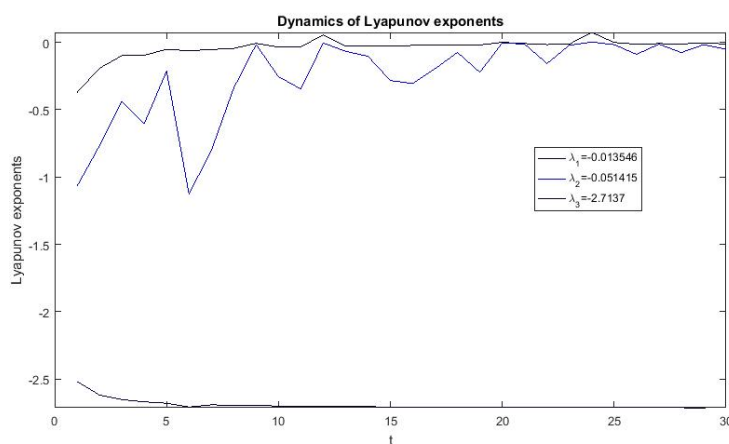


Рис. 1. Динаміка показників Ляпунова

Також було побудовано атрактор системи (рис. 2).

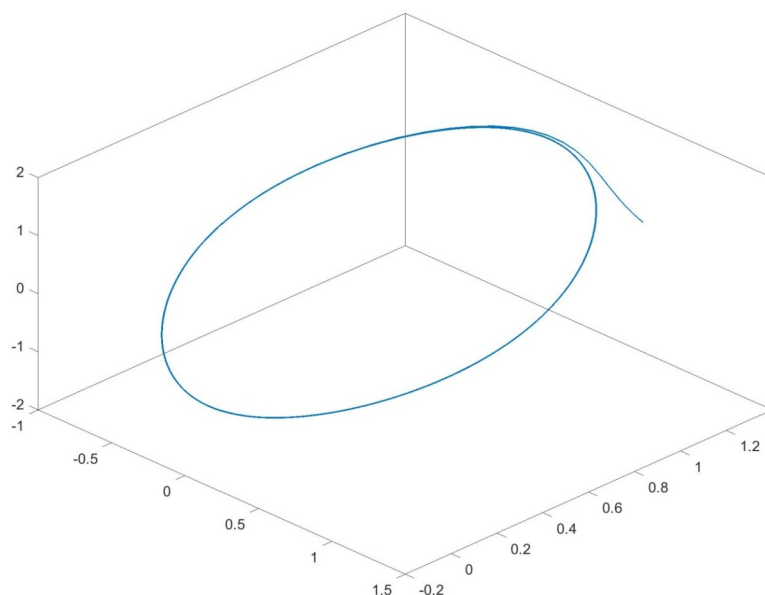


Рис. 2. Атрактор системи

Отримані результати свідчать про те, що досліджувана система при певних значеннях вхідних параметрів має стійкий граничний цикл – замкнену криву, що відповідає періодичним процесам, в околі яких відбуваються коливальні перехідні процеси. Фізичний сенс стійкого граничного циклу – незгасаючі коливання керованої величини при відсутності зовнішніх гармонійних впливів. Параметри коливань (амплітуда і частота) не залежать від початкових умов, а визначаються лише внутрішніми властивостями системи. Це означає, що для підтримки активного режиму перемішування, можна відповідним чином керувати малою зміною вхідних параметрів системи витратами повітря та розчину, щоб забезпечувати періодичну втрату стійкості граничного циклу (це ще називають сценарієм Рюеля-Такенса) і перехід до хаосу. В результаті чого вигляд атрактора системи поступово наближається до інваріантного двомірного тора.

Експериментальні дослідження процесу показали наявність хаотичних коливань. Для підтвердження припущення про наявність детермінованого хаосу досліджувалася ентропія Колмогорова. Ентропія Колмогорова – найважливіша характеристика хаотичного руху у фазовому просторі довільної розмірності.  $K$  – ентропія визначається як середня швидкість втрати інформації:

$$K = \lim_{\tau \rightarrow 0} \lim_{l \rightarrow 0} \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N\tau} \sum_{n=0}^{N-1} (K_{n+1} - K_n) = - \lim_{\tau \rightarrow 0} \lim_{l \rightarrow 0} \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N\tau} \sum_{i_0 \dots i_n} P_{i_0 \dots i_n} \ln P_{i_0 \dots i_n}.$$

Значення ентропії Колмогорова для різних часових інтервалів процесу зневоднення та гранулювання у псевдозрідженому шарі при різних числах псевдозрідження і діаметрах гранул змінюються від 3.4 до 4.036, що свідчить про наявність детермінованого хаосу. Встановлено, що досліджувана система досить швидко забуває початкові умови і передбачення розвитку системи з подальшим

перебігом часу можливо лише на короткі інтервали. Отже для процесу зневоднення та гранулювання у псевдозрідженому шарі необхідно розробити математичну модель з використанням теорії фрактальних множин з урахуванням нелінійностей системи.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Korniyenko V. Y., Borzenkova S. V., Ladieva L. R. Research of three-phase mathematical model of dehydration and granulation process in the fluidized bed. *ARP Journal of Engineering and Applied Sciences*. 2019. Vol. 14, No. 12. P. 2329–2332.
2. Верисокин А. Ю. Определение показателей Ляпунова на примере модели Селькова в присутствии внешней периодической силы. *Спектральный анализ и его приложения*. Москва: Мир, 1990. 584 с.
3. Корнієнко Б. Я., Ладієва Л. Р., Снігур О. В. Гранулювання у псевдозрідженому шарі. Дослідження детермінованого хаосу процесу. *Хімічна промисловість України*. 2013. № 2. С. 20–23.
4. Новиков В. В., Корниенко Б. Я., Сомлев А. А. Математическая модель процесса гранулирования в псевдооживленном слое с использованием теории фрактальных множеств. *Вісник Національного авіаційного університету*. 2008. № 3. С. 196-200.

#### ОДИН З ПІДХОДІВ ДО ОЦІНЮВАННЯ І ПРОГНОЗУВАННЯ ВИТОКІВ І МІГРАЦІЇ ЗАБРУДНЮВАЧІВ З ПУНКТІВ ЗАХОРОНЕННЯ ТОКСИЧНИХ ВІДХОДІВ

Котовенко О. А., Мірошніченко О. Ю.

#### ОДИН ИЗ ПОДХОДОВ К ОЦЕНИВАНИЮ И ПРОГНОЗИРОВАНИЮ УТЕЧЕК И МИГРАЦИИ ЗАГРЯЗНИТЕЛЕЙ ИЗ ПУНКТОВ ЗАХОРОНЕНИЯ ТОКСИЧЕСКИХ ОТХОДОВ

Котовенко Е. А., Мірошніченко Е. Ю.

#### ONE APPROACH TO ASSESSMENT AND PREDICTION OF POLLUTANTS LEAKAGE AND MIGRATION FROM TOXIC WASTE STORAGE

Kotovenko O., Miroshnychenko O.

Київський національний університет будівництва і архітектури

Київ, Україна

[kotovenko\\_ea@ukr.net](mailto:kotovenko_ea@ukr.net)

Сховища токсичних відходів почали розглядатися в останні десятиріччя як джерела токсико-радіаційного техногенезу у зв'язку з аварійними інцидентами на цих об'єктах. В роботі пропонується застосування системного підходу до оцінки і прогнозу горизонтальної міграції токсикантів з сховища токсичних відходів за даними моніторингу, побудові відповідних часових рядів (по кожній моніторинговій свердловині) та динамічному моделюванні процесів міграції за допомогою метода динамічного факторного аналізу

**Ключові слова:** сховища токсичних відходів, моніторинг, системний підхід