

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ ІМЕНІ ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

ТЕОРІЯ ЕЛЕКТРОННИХ КІЛ ЛАБОРАТОРНИЙ ПРАКТИКУМ

Частина II

Рекомендовано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
як навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра за освітніми програмами
«Електронні мікро- і наносистеми та технології»,
«Мікро- та наноелектроніка»
за спеціальністю G5 Електроніка, електронні комунікації,
приладобудування та радіотехніка

Електронне мережеве навчальне видання

Київ
КПІ ім. Ігоря Сікорського
2026

УДК 621.3(075)
B54

Автори: *Витязь Олег Олексійович, канд. техн. наук, доц.*
Саурова Тетяна Асадівна, канд. техн. наук, доц.
Тимофєєв Володимир Іванович, д-р техн. наук, професор,
Московко Артем Олегович, д-р філософії, асистент,

Рецензент *Татарчук, Д.Д., д-р техн. наук, проф.,*
НТУУ «КПІ ім. Ігоря Сікорського»

Відповідальний редактор *Казміренко В.А., канд. техн. наук, доц.*

*Гриф надано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського (протокол
№ 8 від 04.06.2026)
за поданням вченої ради Факультету електроніки
(протокол № 05/2026 від 27.05.2026)*

B54

Теорія електронних кіл. Лабораторний практикум. Частина II. [Електронний ресурс]: навч. посібник для здобувачів ступеня бакалавра за освітньою програмою «Електронні мікро- і наносистеми та технології», «Мікро- та наноелектроніка» спец. G5 Електроніка, електронні комунікації, приладобудування та радіотехніка / О.О. Витязь та ін.; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електрон. текст. дані (1 файл). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2026. – 159 с.

У посібнику викладені теоретичні основи та програми лабораторних робіт з навчального модуля «Теорія електронних кіл-2», які виконуються у реальній навчальній лабораторії або за допомогою комп'ютерного симулятора. Вивчивши теоретичні основи, студенти здатні усвідомити мету та зрозуміти теоретичне підґрунтя програми відповідної лабораторної роботи, провести аналіз отриманих результатів та зробити висновки щодо досягнення поставленої мети, порівнявши теоретичні дані та результати їх експериментальної перевірки.

Посібник також буде корисним студентам суміжних освітніх програм та спеціальностей, викладачам, аспірантам і всім, хто цікавиться теорією електронних кіл та способами експериментальної перевірки її основних положень.

УДК 621.3(075)

Реєстр. № НП 25/26-436. Обсяг 7,2 авт. арк.

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
проспект Берестейський, 37, м. Київ, 03056
<https://kpi.ua>

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру видавців, виготовлювачів і розповсюджувачів видавничої продукції ДК № 5354 від 25.05.2017 р.

© О. О. Витязь, Т. А. Саурова, В. І. Тимофєєв, А. О. Московко, 2026
© КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2026

Частина II

ЗМІСТ

ЗАХОДИ БЕЗПЕКИ ПІД ЧАС ПРОВЕДЕННЯ ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ.....	6
ВСТУП.....	8
7. Лабораторна робота № 7	9
ЧАСОВІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЛІНІЙНИХ РЕАКТИВНИХ КІЛ.....	9
7.1. Мета роботи:	9
7.2. Теоретичні відомості	9
7.3. Завдання для самопідготовки	15
7.4. Контрольні запитання	18
7.5. Програма роботи	19
7.6. Результати експериментів	22
7.7. Аналіз результатів та висновки	23
8. Лабораторна робота № 8	24
ПАРАМЕТРИЧНА ІДЕНТИФІКАЦІЯ СХЕМНИХ МОДЕЛЕЙ РЕАКТИВНИХ ДВОПОЛЮСНИКІВ	24
8.1. Мета роботи:	24
8.2. Теоретичні відомості.....	24
8.3. Завдання для самопідготовки	34
8.4. Контрольні запитання	34
8.5. Програма роботи	36
8.6. Результати експериментів	38
8.7. Аналіз результатів та висновки	39
9. Лабораторна робота № 9	40
ОДИНОЧНИЙ КОЛИВАЛЬНИЙ КОНТУР	40
9.1. Мета роботи:	40

9.2. Теоретичі відомості	40
9.3. Завдання для самопідготовки	51
9.4. Контрольні запитання	51
9.5. Програма роботи	53
9.6. Результати експериментів	58
9.7. Аналіз результатів та висновки	59
10. Лабораторна робота № 10.....	60
ЧАСТОТНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПАСИВНИХ РС-ФІЛЬТРІВ	60
10.1. Мета роботи:	60
10.2. Теоретичі відомості.....	60
10.3. Завдання для самопідготовки	70
10.4. Контрольні запитання	72
10.5. Програма роботи	76
10.6. Результати експериментів	78
10.7. Аналіз результатів та висновки	81
11. Лабораторна робота № 11.....	82
АКТИВНІ РС-ФІЛЬТРИ ПЕРШОГО ПОРЯДКУ	82
11.1. Мета роботи:	82
11.2. Теоретичі відомості.....	82
11.3. Завдання для самопідготовки	89
11.4. Контрольні запитання	89
11.5. Програма роботи	90
11.6. Результати експериментів	93
11.7. Аналіз результатів та висновки	94
12. Лабораторна робота № 12.....	95
ГЕНЕРУВАННЯ ЕЛЕКТРИЧНИХ КОЛИВАНЬ	95
12.1. Мета роботи:	95
12.2. Теоретичні відомості.....	95
12.3. Завдання для самопідготовки	113

12.4. Контрольні запитання	114
12.5. Програма роботи	115
12.6. Результати експериментів	119
12.7. Аналіз результатів та висновки	120
13. Лабораторна робота № 13.....	121
АНАЛОГОВІ ОБЧИСЛЕННЯ.....	121
13.1. Мета роботи:	121
13.2. Теоретичні відомості.....	121
13.3. Завдання для самопідготовки	143
13.4. Контрольні запитання	145
13.5. Програма роботи	146
13.6. Результати експериментів	151
13.7. Аналіз результатів та висновки	152
ІНФОРМАЦІЙНО-ДОВІДКОВИЙ ДОДАТОК	153
ЛІТЕРАТУРА:.....	159

ЗАХОДИ БЕЗПЕКИ ПІД ЧАС ПРОВЕДЕННЯ ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ

1. Загальні положення

1.1. До виконання лабораторних робіт допускаються студенти, які пройшли інструктаж з техніки безпеки і засвідчили це підписом у відповідному журналі.

1.2. Основними небезпечними факторами при роботі з електронними колами є електричний струм, перегрів елементів кола, короткі замикання та пошкодження обладнання.

1.3. Студенти зобов'язані суворо дотримуватись правил техніки безпеки та методичних рекомендацій, зазначених у програмі відповідної лабораторної роботи.

2. Вимоги безпеки

2.1 Перед початком лабораторної роботи

2.1.1. Перед складанням вимірювальної схеми переконайтеся, що джерела живлення відключені.

2.1.2. Місце проведення лабораторної роботи забороняється захащувати сторонніми предметами/речами.

2.2 Під час проведення лабораторної роботи

2.2.1. Складання та зміна схеми проводити тільки за **вимкнених** джерел живлення.

2.2.2. Перед вимірюванням електрофізичних величин амперметром, вольтметром, омметром встановити найбільші значення меж вимірювань.

2.2.3. На мультиметрах встановити рід робіт, режим вимірювання (сталі/змінні величини), використовувати для під'єднання лише ті гнізда, які призначені для вимірювання відповідної електрофізичної величини.

2.2.4. Не торкатися струмопровідних частин під час проведення вимірювань.

2.2.5. Використовувати вимірювальні прилади за призначенням, не перевищувати допустимі значення напруги/струму джерел, зазначені у програмі лабораторної роботи.

2.2.6. Вимірювання проводити відповідно до пояснень у програмі лабораторної роботи.

2.2.7. Забороняється торкатися оголених дротів і контактів під напругою.

2.2.8. Не залишати увімкнені прилади без нагляду. За необхідності піти на перерву всі прилади мають бути вимкнені.

2.2.9. Забороняється самостійно усувати несправності приладів.

2.3 В аварійних ситуаціях

2.3.1. За прояви будь-яких несправностей (запах гару, дим, іскріння тощо) потрібно негайно знеструмити лабораторію шляхом переведення тумблера включення напруги у нижнє положення на розподільному щиті, який знаходиться у лабораторії, та відразу повідомити викладача.

2.3.2. У разі нещасного випадка негайно знеструмити лабораторію, надати постраждалим першу медичну допомогу.

2.4. Після закінчення вимірювань

2.4.1. Вимкнути живлення всіх приладів, що використовуються.

2.4.2 Після вимкнення джерел живлення забороняється торкатися електричних виводів конденсаторів.

2.4.2. Повідомити викладача про завершення виконання роботи, розібрати вимірювальне коло, навести порядок на робочому місці.

ВСТУП

У навчальному посібнику викладений теоретичний матеріал основних розділів навчальної дисципліни “Теорія електронних кіл”, для експериментальної перевірки яких розроблені відповідні програми лабораторних робіт. Лабораторні роботи можна виконати як у навчальних лабораторіях з використанням реальних вимірювальних приладів та інших електронних засобів, так і за допомогою комп’ютерного симулятора EveryCircuit.

Навчальний посібник охоплює сім тем від резистивно-реактивних схем першого порядку до структурно-параметричного синтезу генераторів та аналогових обчислювальних пристроїв. Послідовність виконання лабораторних робіт синхронізується з викладанням лекційного матеріалу і дотримується принципу “від простого – до складного.” Особлива увага приділяється питанням параметричної ідентифікації на основі експериментальних даних моделей електронних компонентів та схем, що є важливим для набуття студентом компетенцій у застосуванні інформаційних технологій автоматизованого проектування мікро- та наносистемної техніки.

Для кожної лабораторної роботи відповідної теми сформульовано мету, наведені теоретичні основи, завдання для самопідготовки, питання для самоперевірки та програма виконання роботи. Готуючись до лабораторної роботи необхідно повторити відповідний теоретичний матеріал, перевірити готовність до виконання роботи, давши відповіді на всі сформульовані запитання. Після виконання програми роботи необхідно побудувати графіки, заповнити таблиці, зробити висновки щодо досягнення поставленої мети, пояснити можливі відмінності між теоретичних результатами та експериментальними даними.

В кінці посібника у додатку наведено довідкову інформацію, необхідну для підготовки до виконання лабораторних робіт та для обробки експериментальних даних.

7. ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 7

ЧАСОВІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЛІНІЙНИХ РЕАКТИВНИХ КІЛ

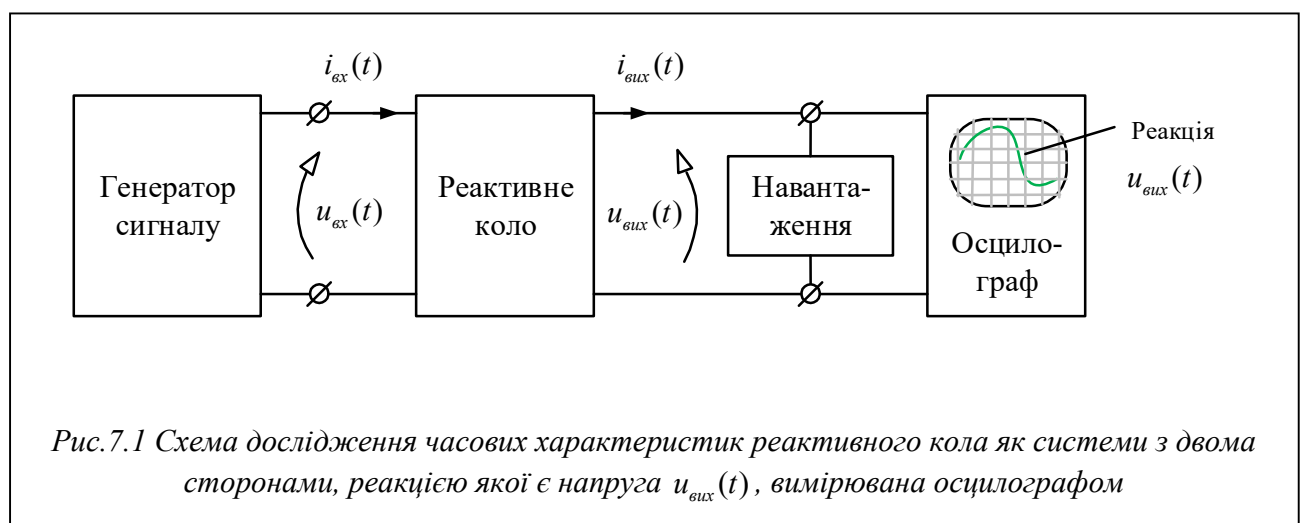
7.1. Мета роботи:

виміряти перехідні характеристики реактивних кіл першого порядку, знайти їх характерні значення та порівняти з теоретичними результатами.

7.2. Теоретичні відомості

Для розв'язання низки інженерних задач, пов'язаних з дослідженням властивостей лінійних реактивних кіл, відповідне коло зручно розглядати як пристрій, що перетворює струм або напругу незалежного джерела (вплив) у струм або напругу на навантаженні (реакцію). Такий пристрій можна представити як “чорну скриньку”, тобто як систему з двома сторонами.

Вплив (сигнал $u_{\text{вх}}(t)$ або $i_{\text{вх}}(t)$) може надходити від генератора сигналу, а шуканою реакцією може бути або струм у навантаження $i_{\text{вих}}(t)$, або напруга на навантаженні $u_{\text{вих}}(t)$ (див. рис. 7.1). Навантаженням може бути будь-який лінійний двополюсник (резистивний, реактивний або резистивно-реактивний).



Реакція реактивного кола зазвичай є функцією часу, яку можна спостерігати на екрані осцилографа. Форма та параметри реакції визначаються такими факторами:

- *формою та параметрами сигналу джерела (впливу);*
- *властивостями реактивного кола (“чорної скриньки”);*
- *навантаженням;*
- *початковими умовами.*

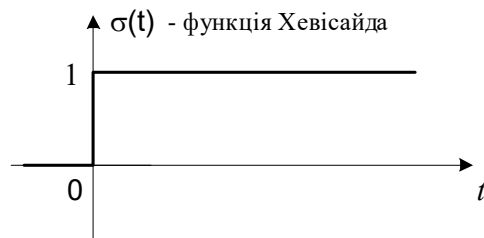
На відміну від резистивної системи з двома сторонами, електричні властивості якої характеризуються чотирма числовими параметрами, властивості реактивної системи визначаються за її часовими характеристиками. Якщо впливати на вхід різних кіл деяким тестовим сигналом за нульових початкових умов¹, то відмінність їх реакцій можна пояснити лише відмінністю властивостей цих кіл за умови, що до їх виходу під’єднане однакове навантаження. Якщо ж реакції *різних* кіл виявляються однаковими за одних і тих самих умов, це означає, що їх електричні властивості також однакові. Реакції кола на тестові впливи спеціальної форми за нульових початкових умов називаються часовими характеристиками.

До тестових впливів відносяться сигнали у вигляді одиничної ступінчастої функції $\sigma(t)$ (функції Хевісайда, її амплітуда дорівнює одиниці (див. рис. 7.2 а) та одиничної імпульсної функції $\delta(t)$ (функції Дірака, її площа S дорівнює одиниці,

¹ Нульові початкові умови мають місце за відсутності запасу енергії у всіх реактивних компонентах кола у початковий момент часу, коли на вхід кола подається сигнал від генератора. Якщо хоча б один з конденсаторів кола заряджений або хоча б через одну котушку індуктивності протікає електричний струм, то такі умови називаються ненульовими, адже за цих умов у електричному полі конденсатора або у магнітному полі котушки індуктивності є запас електричної енергії, яка впливає на перехідні процеси.

тривалість $\Delta \rightarrow 0$, а амплітуда прямує до нескінченності (див. рис. 7.2 б). Початком відліку часу ($t=0$) є момент появи тестового сигналу на вході кола.

До часових характеристик належать перехідна характеристика $h(t)$ та імпульсна характеристика $g(t)$:

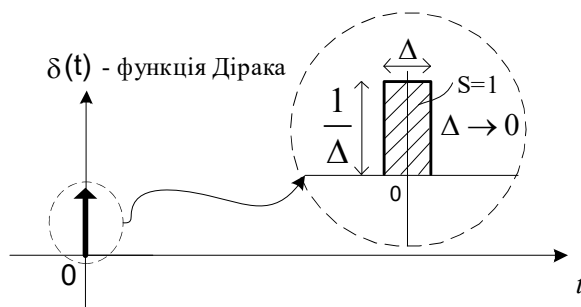


а

$$\sigma(t) = \begin{cases} 0, & t < 0; \\ 1, & t \geq 0; \end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^t \sigma(\theta) d\theta = t\sigma(t); \quad (7.1)$$

$$\frac{d}{dt}[\sigma(t)] = \delta(t).$$



б

$$\delta(t) = \begin{cases} 0, & t < 0; \\ \infty, & t = 0; \\ 0, & t > 0; \end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^t \delta(\theta) d\theta = \sigma(t); \quad (7.2)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt = 1.$$

Рис. 7.2. Тестові сигнали для визначення часових характеристик: а – одиничний ступінчатий сигнал $\sigma(t)$ (функція Хевісайда) та його властивості (7.1) – використовується як вплив для визначення перехідної характеристики $h(t)$; б – одиничний імпульсний сигнал $\delta(t)$ (функція Дірака) та його властивості (7.2) – використовується як вплив для визначення імпульсної характеристики $g(t)$

- *перехідна характеристика $h(t)$ – це реакція кола за нульових початкових умов на вплив одиничного ступінчастого сигналу $\sigma(t)$;*
- *імпульсна характеристика $g(t)$ – це реакція кола за нульових початкових умов на вплив одиничного імпульсного сигналу $\delta(t)$.*

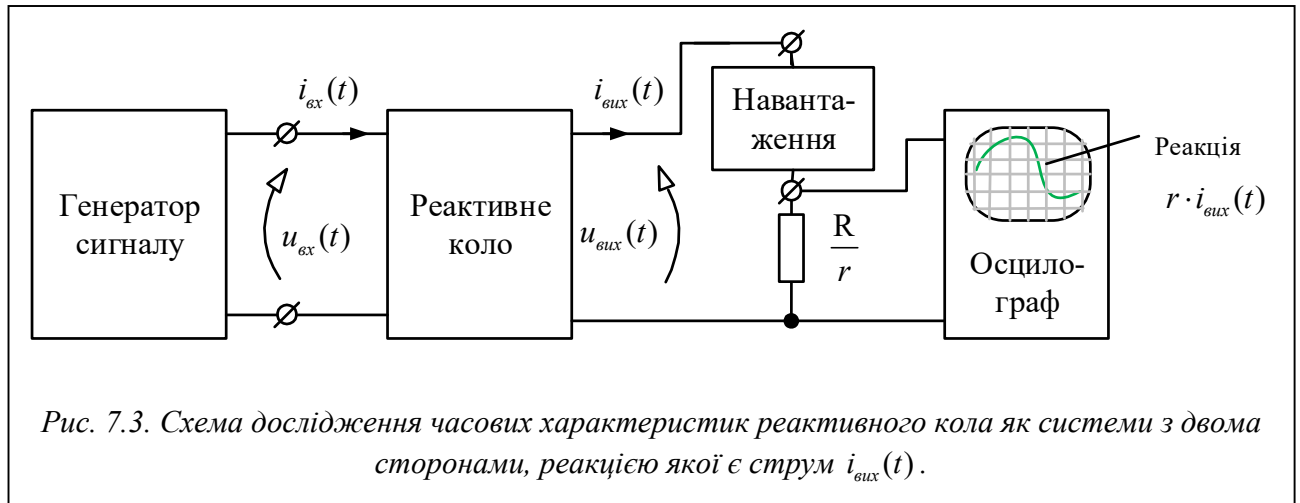
Під час визначення часових характеристик можливі наступні чотири поєднання впливу та реакції: *напруга-напруга, струм-струм, напруга-струм та струм-напруга*. Тому постановка задачі повинна вказувати тип впливу та тип реакції у сенсі їх фізичного змісту. На рисунку 7.1 показано, як знайти експериментальним шляхом часові характеристики та відобразити їх на екрані осцилографа, коли реакцією вважається напруга на навантаженні $u_{\text{вих}}(t)$.

Якщо ж шуканою реакцією є струм навантаження $i_{\text{вих}}(t)$, то в такому випадку необхідно послідовно до навантаження під'єднати резистор R з достатньо малим опором r . Опір r має бути настільки малим, щоб послідовне під'єднання резистора суттєво не змінило струм $i_{\text{вих}}(t)$, що протікає через навантаження. Тоді за законом Ома полюсна напруга $i_{\text{вих}}(t)$ на підключеному резисторі R буде пропорційною струму $i_{\text{вих}}(t)$, що протікає через резистор:

$$u_R(t) = r \cdot i_{\text{вих}}(t). \quad (7.3)$$

Напругу $u_R(t)$ можна спостерігати на екрані осцилографа, підключивши його вхід паралельно до резистора R , як показано на рисунку 7.3. Як випливає з формули (7.3), форма напруги $u_R(t)$ співпадає з формою часової характеристики $h(t) = i_{\text{вих}}(t)$ (миттєві значення $i_{\text{вих}}(t)$ можна визначити через виміряну напругу $u_R(t)$ та опір r за тією ж формулою).

Аналітичний вираз для перехідної характеристики $h(t)$ кола першого порядку можна знайти класичним або операторним методом за схемою кола, яке збуджується сигналом генератора $\sigma(t)$ за нульових початкових умов. В результаті отримаємо вираз, який має один і той самий вигляд для будь-якого лінійного кола першого порядку:



$$h(t) = A + B \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (7.4)$$

де τ – це стала часу, яка визначає тривалість перехідних процесів у колі.

Коефіцієнти A та B можна знайти, визначивши початкове значення перехідної характеристики $h(0)$ та асимптотичне значення перехідної характеристики $h(\infty)$ ², таким чином:

$$\begin{aligned} A &= h(\infty); \\ B &= h(0) - h(\infty). \end{aligned} \quad (7.5)$$

² Перехідна характеристики $h(t)$ прямує до асимптотичного значення $h(\infty)$, яке встановлюється після закінчення перехідного процесу, викликаного впливом одиничного ступінчастого сигналу $\sigma(t)$.

Для визначення $h(0)$ можна скористатися схемою, в якій кожна ємність замінена короткозамкненою дугою (індуктивність – розімкненою дугою). Для визначення $h(\infty)$ можна скористатися схемою, в якій кожна ємність замінена розімкненою дугою (кожна індуктивність – короткозамкненою дугою). В обох випадках утворюється схема без реактивних двополюсників, в якій шукані значення перехідної характеристики $h(0)$ та $h(\infty)$ можна обчислити, застосувавши будь-який метод аналізу лінійних резистивних схем.

За цими значеннями можна знайти сталу часу τ системи першого порядку, використавши координати деякої точки, взятої на ділянці швидкої зміни вимірюваної перехідної характеристики, як показано на рисунку 7.4. Для цього необхідно використати аналітичний вираз для перехідної характеристики (7.4), записавши його з урахуванням (7.5) у такому вигляді:

$$h(t_1) = h(\infty) + [h(0) - h(\infty)]e^{-\frac{t_1}{\tau}}, \quad (7.6)$$

де t_1 та $h(t_1)$ – координати вибраної точки. Розв'язавши рівняння (7.6) відносно τ отримуємо:

$$\tau = \frac{t_1}{\ln \frac{h(0) - h(\infty)}{h(t_1) - h(\infty)}}. \quad (7.7)$$

Номінал реактивного двополюсника C або L у колі першого порядку можна визначити через сталу часу τ , адже $\tau = r_e C$ для кіл першого порядку, що містять ємнісний двополюсник, і $\tau = L/r_e$ для кіл першого порядку, що містять індуктивний двополюсник. Еквівалентний опір r_e можна знайти як опір лінійного резистивного двополюсника, до якого під'єднаний реактивний двополюсник C або L у вихідній

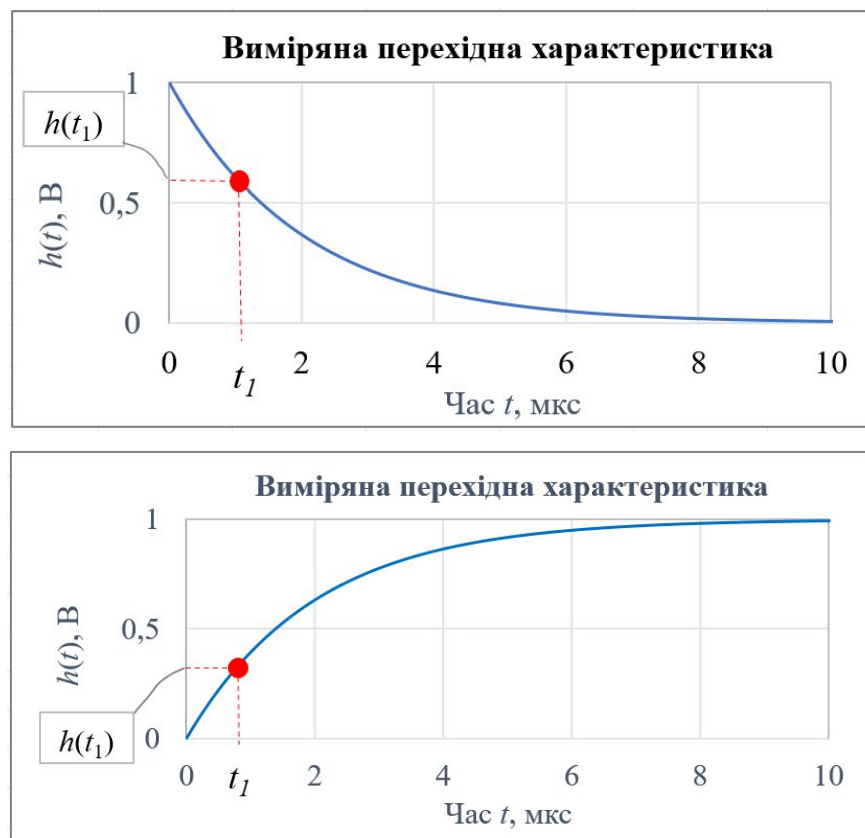
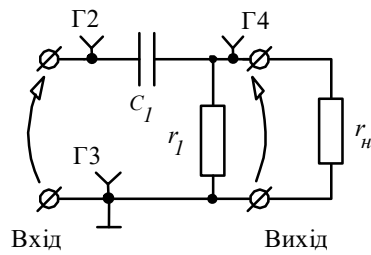


Рис. 7.4. Вибір точки на крутій ділянці вимірної перехідної характеристики системи першого порядку для обчислення сталої часу схеми τ (див. (7.6)).

схеми, за умови, що в ньому подавлені усі ідеальні незалежні джерела (див. схеми на рис. 7.5).

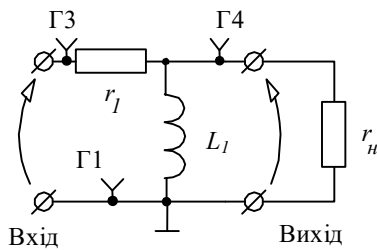
7.3. Завдання для самопідготовки

На рисунках 7.5-7.6 наведені електричні схеми досліджуваних реактивних кіл. Вони відносяться до реактивних схем першого порядку, тому що кожна з них містить по одному реактивному двополюснику. Впливом служить напруга $u_{\text{вх}}(t) = \sigma(t)$, а реакцією – напруга $u_{\text{вих}}(t)$. Числові значення номіналів компонентів, які утворюють коло, визначаються за маркуванням, нанесеним на відповідний компонент.



а

$h(t) = u_{\text{вих}} =$		
Формули	$r_H = \infty$	$r_H = r_I$
$h(0)$		
$h(\infty)$		
τ		



б

$h(t) = u_{\text{вих}} =$		
Формули	$r_H = \infty$	$r_H = r_I$
$h(0)$		
$h(\infty)$		
τ		

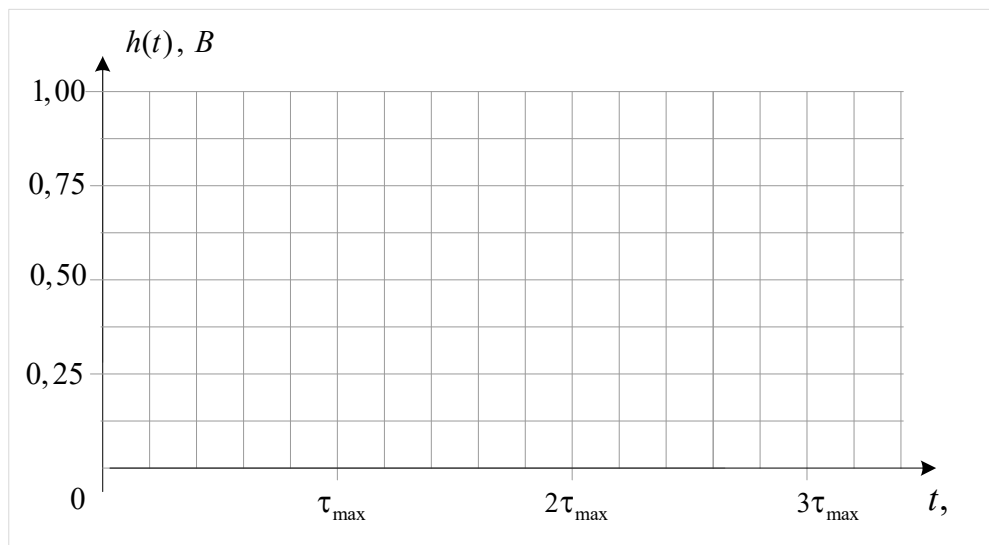
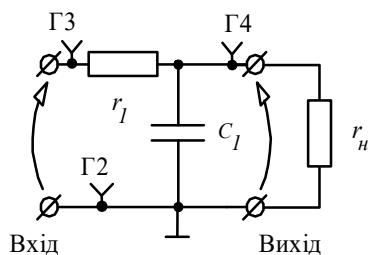
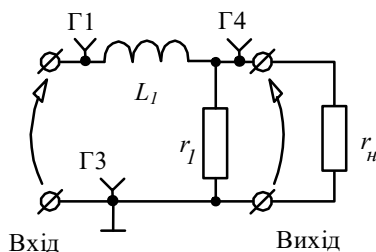


Рис. 7.5. Електричні схеми реактивних кіл першого порядку: а – диференціююча RC-ланка; б – диференціююча RL-ланка; таблиці з формулами, що пов'язують перехідні характеристики та їх характерні значення, з одного боку, та номінали компонентів схеми – з іншого; в – графічні зображення перехідних характеристик $h(t)$, де $\tau_{\max}$ найбільша з чотирьох сталих часу, а саме – схем без навантаження та з навантаженням графічні зображення перехідних характеристик $h(t)$, де $\tau_{\max}$ найбільша з чотирьох сталих часу, а саме – схем без навантаження та з навантаженням.



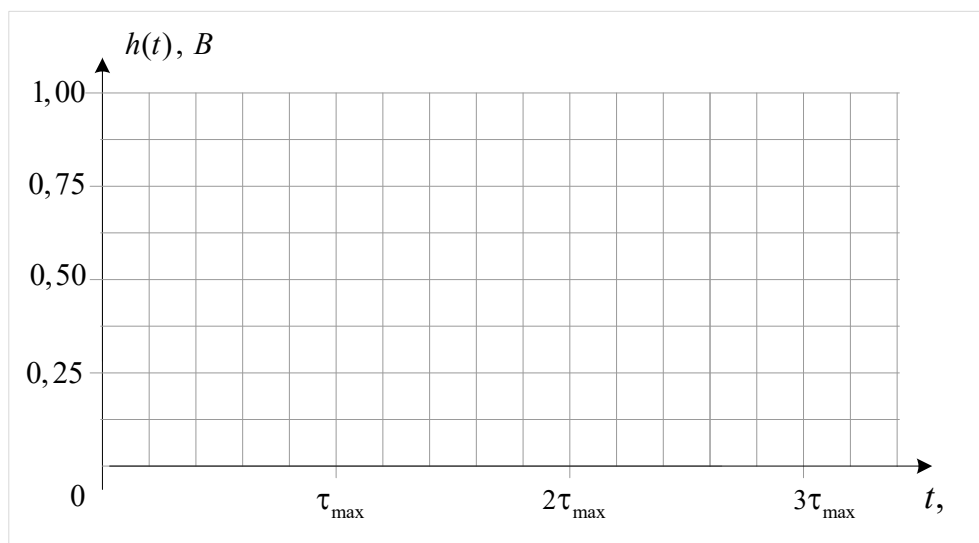
а

$h(t) = u_{\text{вих}} =$		
Формули	$r_H = \infty$	$r_H = r_l$
$h(0)$		
$h(\infty)$		
τ		



б

$h(t) = u_{\text{вих}} =$		
Формули	$r_H = \infty$	$r_H = r_l$
$h(0)$		
$h(\infty)$		
τ		



в

Рис. 7.6. Електричні схеми реактивних кіл першого порядку: а – інтегруюча RC-ланка; б – інтегруюча RL-ланка; таблиці з формулами, що пов'язують перехідні характеристики та їх характерні значення, з одного боку, та номінали компонентів схеми – з іншого; в – графічні зображення перехідних характеристик $h(t)$, де τ_{max} найбільша з чотирьох сталих часу, а саме – схем без навантаження та з навантаженням

Зобразити схеми досліджуваних кіл у протоколі лабораторної роботи. Знайти у загальному вигляді для кожної із схем та занести до відповідної таблиці на рисунках 7.5-7.6 аналітичний вираз для перехідної характеристики $h(t)$ схеми з навантаженням r_n та її характерні значення у режимі холостого ходу ($r_n = \infty$) та у режимі з навантаженням ($r_n = r_1$), а саме:

- сталу часу τ ;
- початкове значення $h(0)$;
- усталене значення $h(\infty)$.

Побудувати на рисунках 7.5-7.6 для кожної схеми графіки перехідних характеристик $h(t)$ на координатній площині у режимі холостого ходу та у режимі з навантаженням.

Ознайомитись з програмою виконання лабораторної роботи та вивчити відповідний теоретичний матеріал розділу “Реактивні системи першого порядку”. Накреслити в протоколі таблиці та координатні осі, необхідні для занесення експериментальних даних та побудови графіків. Переконайтесь у готовності до виконання лабораторної роботи, давши відповіді на всі запитання, наведені нижче у розділі “Контрольні запитання”

7.4. Контрольні запитання

1. Дати визначення перехідної характеристики $h(t)$ та імпульсної характеристики $g(t)$ реактивного кола.
2. Як взаємопов'язані одинична ступінчаста функція $\sigma(t)$ (функція Хевісайда) та одинична імпульсна функція $\delta(t)$ (функція Дірака)?
3. Як пов'язані перехідна $h(t)$ та імпульсна $g(t)$ характеристики реактивного кола?

4. Назвіть послідовність станів, що виникають у реактивному колі під впливом одиничного ступінчастого сигналу.
5. Що таке нульові початкові умови у реактивному колі?
6. Чим кінцевий стан відрізняється від усталеного стану?
7. Як визначається інтервал спостереження перехідної характеристики?
8. Які значення мають опори таких схемних компонентів як ідеальна ємність та ідеальна індуктивність у момент подачі на вхід системи одиничного ступінчастого сигналу?
9. Які значення мають опори таких схемних компонентів як ідеальна ємність та ідеальна індуктивність у схемі, що перебуває в усталеному стані за постійних сигналів незалежних джерел?
10. Чи залежать значення перехідної характеристики у момент подачі сигналу ($t=0$) та після завершення перехідного процесу ($t \rightarrow \infty$) від номіналів реактивних компонентів?
11. Як за перехідною характеристикою визначити сталу часу кола, якщо схемна модель кола має перший порядок?
12. Яким способом можна змінити сталу часу схеми першого порядку?
13. Якщо необхідно диференціювати прямокутний імпульс RC- або RL-ланкою, як повинні співвідноситися тривалість імпульсу та стала часу ланки?
14. Якщо необхідно інтегрувати прямокутний імпульс RC- або RL-ланкою, як повинні співвідноситися тривалість імпульсу та стала часу ланки?

7.5. Програма роботи

5.1. Увімкнути генератор прямокутних періодичних імпульсів. Задати, користуючись відповідними ручками генератора, амплітуду імпульсу $U_m = 1\text{ В}$, тривалість імпульсу $\tau_i = 1\text{ мс}$ ($\tau_i \geq 5\tau_{\max}$), період імпульсу $T = (2 \div 3)\text{ мс}$. Подати на вхід Y осцилографа періодичні прямокутні імпульси із виходу генератора,

з'єднавши вхід та вихід відповідним кабелем. На вхід X блоку синхронізації осцилографа подати через кабель синхроімпульс з виходу синхроімпульсів генератора, встановити затримку подачі прямокутного імпульсу у кілька мікросекунд і переключити осцилограф у режим зовнішньої синхронізації. Підібрати чутливість осцилографа по осі Y та тривалість розгортки по осі X таким чином, щоб прямокутний імпульс повністю відображався на екрані осцилографа, та синхронізувати осцилограф (добитися нерухомого зображення прямокутного імпульсу на екрані ручками “рівень” та “стабільність”). Визначити за положенням ручок керування осцилографом ціну поділок по осях Y та X екрану, виміряти амплітуду та тривалість імпульсу за його осцилограмою. Якщо виміряна осцилографом амплітуда U_m та тривалість імпульсу τ_i не дорівнює їх заданим значенням, то за допомогою відповідних ручок керування налаштувати генератор так, щоб виміряні значення дорівнювали заданим. У подальшому амплітуду U_m не змінювати.

5.2. Зібрати диференціюючу RC-ланку (систему з двома сторонами) за схемою, наведеною на рисунку 7.5 а, не підключаючи навантаження на вихід системи. По маркуванню компонентів C1 та R1 визначити їх номінали та вказати на схемі рисунок 7.5. Використовуючи перехідні характеристики, знайдені теоретично, і отримані значення номіналів компонентів, розрахувати початкове значення перехідної характеристики $h(0)$, усталене значення $h(\infty)$ та значення сталої часу схеми τ у режимі холостого ходу ($r_n = \infty$) і в режимі з навантаженням ($r_n = r_1$), та занести до таблиці 7.1.

5.3. Підключити вихід генератора прямокутних імпульсів до входу зібраного кола, а вхід осцилографа – до виходу в режимі холостого ходу (тобто навантаження до виходу системи не під'єднувати (див. рис. 7.1). Підтримуючи синхронізацію осцилографа і змінюючи тривалість розгортки (ціну поділки по осі X), домогтися

того, щоб перехідна характеристика $h(t)$ відображалася на екрані осцилографа на всьому інтервалі спостереження перехідного процесу.

Для цього необхідно налаштувати на генераторі тривалість прямокутного імпульсу достатньо великою, щоб кінцевий стан у колі настав до закінчення прямокутного імпульсу (тобто тривалість прямокутного імпульсу має бути трохи більшою від інтервалу спостереження перехідної характеристики $h(t)$, який зазвичай вважається рівним $(3 \div 5)\tau$). Побудувати перехідну характеристику $h(t)$ досліджуваної схеми на рисунку 7.7 або 7.8 в залежності від досліджуваного кола, визначивши за положенням ручок управління осцилографом ціну поділок по осях X та Y екрану.

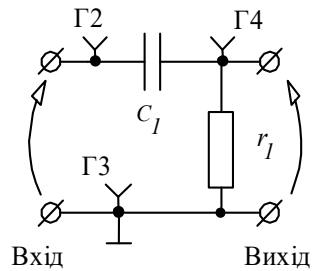
5.4. Встановити опір магазину опорів рівним опору r_1 схеми та підключити його до виходу кола як навантаження (див рисунок 7.1). Виконати п. 3 програми для кола з навантаженням та зобразити виміряну перехідну характеристику спільно з перехідною характеристикою кола, виміряною у режимі холостого ходу, на рисунку 7.7 або 7.8 в залежності від досліджуваного кола.

5.5. Виконати п.п. 5.2-5.4 програми для кожного з кіл, що залишилися, схеми яких наведено на рисунку 7.5-7.6. Перехідні характеристики $h(t)$ цих кіл побудувати на рисунках 7.7 або 7.8 в залежності від досліджуваного кола.

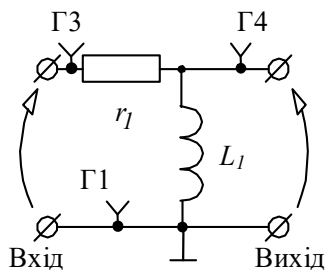
5.6. Використовуючи перехідні характеристики $h(t)$, отримані експериментально та побудовані на рисунках 7.6, 7.7, визначити та занести до таблиць 7.1 та 7.2 початкове значення перехідної характеристики $h(0)$, усталене значення $h(\infty)$, значення сталої часу τ схеми та номінал реактивного двополюсника C_I або L_I для кожного досліджуваного кола.

7.6. Результати експериментів

Таблиця 7.1. Результати дослідження RC- та RL- ланок, які диференціюють вхідну напругу



Значення	$r_n = \infty$	$r_n = r_l$
$h(0)$ []		
$h(\infty)$ []		
τ []		
c_1 []		



Значення	$r_n = \infty$	$r_n = r_l$
$h(0)$ []		
$h(\infty)$ []		
τ []		
L_1 []		

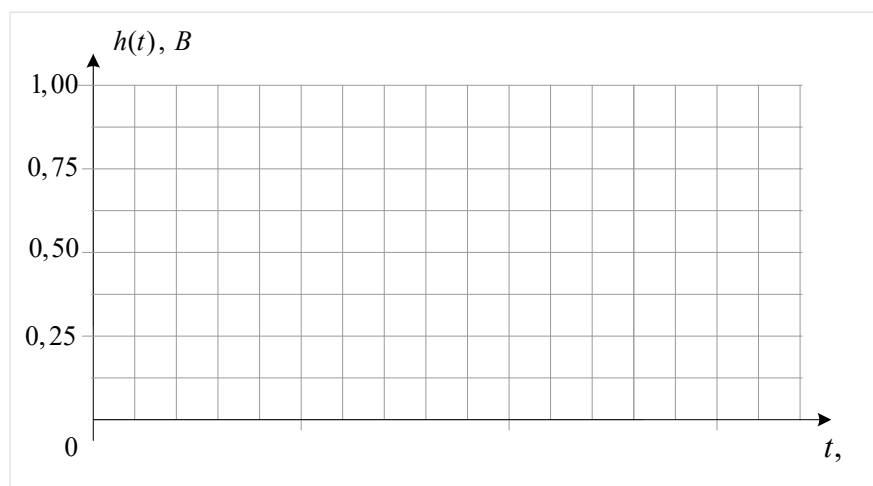
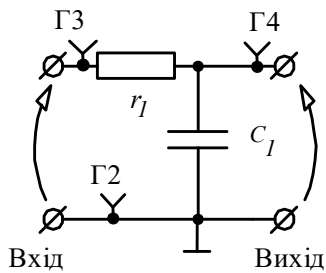
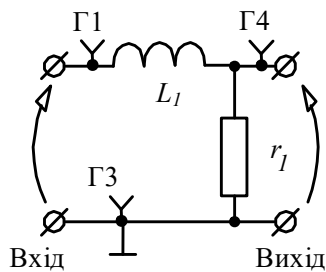


Рис. 7.7. Перехідні характеристики (диференціювання)–позначення графіків: а – RC-ланка без навантаження; б – RC-ланка з навантаженням; в – RL-ланка без навантаження; г – RL-ланка з навантаженням

Таблиця 7.2. Результати дослідження RC- та RL- ланок, які інтегрують вхідну напругу



Значення	$r_n = \infty$	$r_n = r_l$
$h(0)$ []		
$h(\infty)$ []		
τ []		
c_l []		



Значення	$r_n = \infty$	$r_n = r_l$
$h(0)$ []		
$h(\infty)$ []		
τ []		
L_l []		

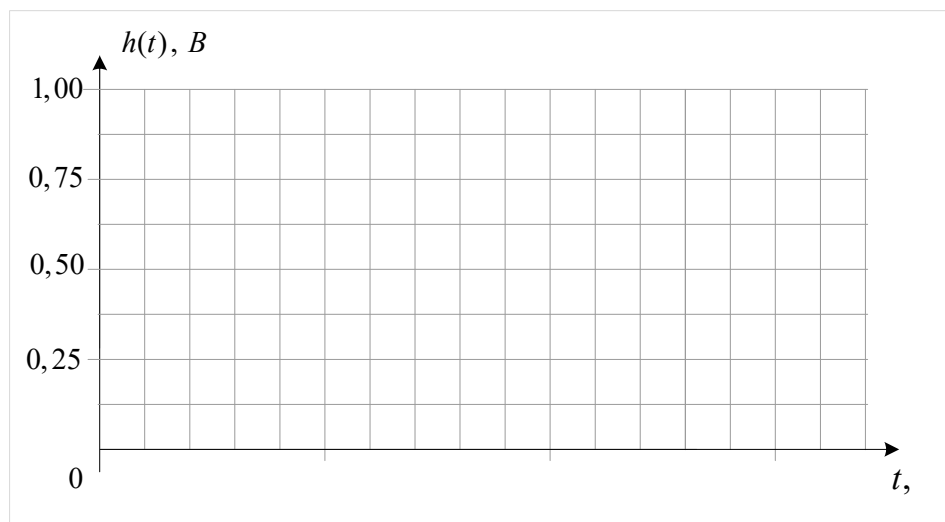


Рис. 7.8. Перехідні характеристики (інтегрування) – позначення графіків: а – RC-ланка без навантаження; б – RC-ланка з навантаженням; в – RL-ланка без навантаження; г – RL-ланка з навантаженням

7.7. Аналіз результатів та висновки

8. ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 8

ПАРАМЕТРИЧНА ІДЕНТИФІКАЦІЯ СХЕМНИХ МОДЕЛЕЙ РЕАКТИВНИХ ДВОПОЛЮСНИКІВ

8.1. Мета роботи:

визначити числові значення параметрів схемних моделей конденсатора та котушки індуктивності мостовим методом.

8.2. Теоретичні відомості

Електричні властивості реактивних двополіусників, наприклад, конденсатора і котушки індуктивності, характеризуються такими електро-фізичними параметрами як *ємність та індуктивність*, відповідно. У таблиці 8.1 наведені схемні позначення ідеалізованих реактивних двополіусників, які відображають лише їх здатність накопичувати енергію в електричному полі ємності C та магнітному полі індуктивності L . Такі ідеалізації не враховують теплових втрат електричної енергії в реактивних двополіусниках.

До компонентів, які перетворюють електричну енергію на тепло, відноситься резистор. Резистивні властивості реактивних двополіусників полягають у тому, що частина електричної енергії, що надходить до нього, безповоротно втрачається (розсіюється), перетворюючись на тепло. У таблиці 8.2 наведені схемні моделі ємнісного двополіусника (наприклад, конденсатора) та індуктивного двополіусника (наприклад, котушки індуктивності), які враховують не тільки реактивні властивості цих компонентів (здатність накопичувати та повертати накопичену енергію), але і резистивні, які представлені опором R схемної моделі, тому такі двополіусники є реактивно-резистивними.

Таблиця 8.1. Ідеалізовані ємнісний та індуктивний двополіусники		
	Ємнісний двополіусник (наприклад, конденсатор)	Індуктивний двополіусник (наприклад, котушка)
Схемне позначення ідеалізованого двополіусника		
Векторна діаграма комплексних амплітуд струму та напруги двополіусника	<i>Струм випереджає напругу</i>	<i>Напруга випереджає струм</i>
Зв'язок параметрів гармонічних струму $i(t)$ та напруги $u(t)$ двополіусника	$I_m = \omega C U_m = g_c U_m$, де $g_c = \omega C$ – ємнісна провідність; $\varphi = \varphi_u - \varphi_i = -\frac{\pi}{2}$ рад $= -90^\circ \rightarrow$ різниця фаз напруги та струму.	$U_m = \omega L I_m = x_L I_m$, де $x_L = \omega L$ – індуктивний опір; $\varphi = \varphi_u - \varphi_i = \frac{\pi}{2}$ рад $= 90^\circ \rightarrow$ різниця фаз напруги та струму.

Омічний опір моделі конденсатора r_c визначається в основному властивостями діелектрика між його обкладками. Втрати енергії у котушці індуктивності без магнітного осердя обумовлена головним чином опором проводу котушки r_L . Строго кажучи, значення опору втрат не є постійною величиною. Воно залежить від частоти сигналу ω , від амплітуди струму та напруги, але у багатьох випадках такою залежністю можна знехтувати.

В ідеалізованому конденсаторі опір втрат r_c вважається рівним нескінченності, такий конденсатор зберігає енергію, накопичену в електричному полі, необмежений час. Опір втрат ідеалізованої котушки індуктивності r_L приймається рівним нулю. Якщо полюси такої котушки з'єднати, то через неї протікатиме струм необмежений час і енергія, накопичена у магнітному полі котушки до з'єднання полюсів, залишатиметься незмінною.

Здатність двополюсника розсіювати електричну енергію характеризується величиною кута δ (див. табл. 8.2). Цей кут дорівнює нулю в ідеалізованих реактивних двополюсниках (див. табл. 8.1). Зазвичай для оцінки втрат застосовують $\operatorname{tg}(-\delta)$ для ємнісного двополюсника або $\operatorname{tg}(\delta)$ – для індуктивного¹.

Для ємнісного двополюсника, який знаходиться у стаціонарному періодичному стані і його полюсні струми та напруги є гармонічними з частотою ω [рад / с] , маємо такі співвідношення:

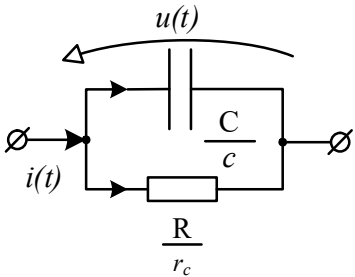
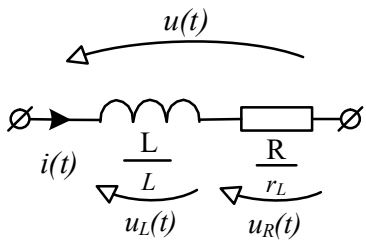
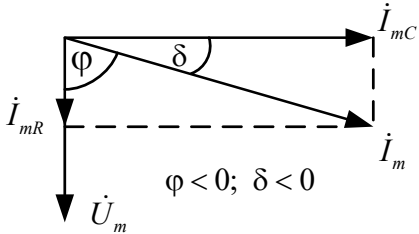
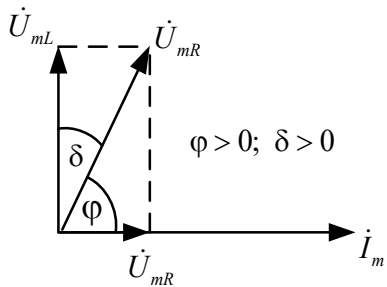
$$\operatorname{tg}(-\delta) = \frac{I_{mR}}{I_{mC}} = \frac{1}{r_c \omega c} = \frac{P}{-Q}, \quad (8.1)$$

де P – активна потужність в *ватах*, Q – реактивна потужність в *варах*. За аналогічних умов маємо для індуктивного двополюсника такі співвідношення:

$$\operatorname{tg}(\delta) = \frac{U_{mR}}{U_{mL}} = \frac{r_L}{\omega L} = \frac{P}{Q}. \quad (8.2)$$

В обох випадках (ємнісний чи індуктивний двополюсник) ці тангенси є додатними числами. Величина, обернена тангенсу кута втрат δ , називається

¹ В інженерній практиці прийнято використовувати додатні значення тангенса, який називається тангенсом кута втрат. Тому від'ємні значення кута δ беруться із знаком мінус.

Таблиця 8.2. Схемні моделі конденсатора та котушки індуктивності, які враховують теплові втрати електричної енергії; r_c - опір втрат конденсатора, r_L - опір втрат котушки		
	Ємнісний двополюсник (наприклад, конденсатор)	Індуктивний двополюсник (наприклад, котушка індуктивності)
Схемна модель реального двополюсника		
Векторна діаграма комплексних амплітуд струму та напруги двополюсника	 <i>Струм випереджає напругу</i>	 <i>Напруга випереджає струм</i>
Зв'язок параметрів гармонічних струму та напруги двополюсника	$-\frac{\pi}{2} < \varphi = \varphi_u - \varphi_i < 0;$ $I_{mR} = \frac{1}{r_c} U_m; \quad I_{mC} = \omega C U_m;$ $\operatorname{tg}(-\varphi) = \frac{I_{mC}}{I_{mR}} = r_c \omega C.$	$0 < \varphi = \varphi_u - \varphi_i < \frac{\pi}{2};$ $U_{mR} = r_L I_m; \quad U_{mL} = \omega L I_m;$ $\operatorname{tg}(\varphi) = \frac{U_{mL}}{U_{mR}} = \frac{\omega L}{r_L}.$
Кут втрат δ , який характеризує теплові втрати	$\operatorname{tg}(-\delta) = \frac{I_{mR}}{I_{mC}} = \frac{1}{r_c \omega C};$ $\operatorname{tg}(-\varphi) \operatorname{tg}(-\delta) = 1; \quad r_c < \infty.$	$\operatorname{tg}(\delta) = \frac{U_{mR}}{U_{mL}} = \frac{r_L}{\omega L};$ $\operatorname{tg}(\varphi) \operatorname{tg}(\delta) = 1; \quad r_L > 0.$

добротністю двополюсника, тобто добротність ємнісного двополюсника дорівнює $\operatorname{tg}(-\varphi)$, та $\operatorname{tg}(\varphi)$ – добротність індуктивного. Ідеалізовані конденсатор та котушка

індуктивності мають нескінченно велику добротність. Для реальних двополюсників чим більша добротність, тим менші втрати на тепло, тим менше двополюсник відрізняється від ідеального.

Стала часу моделі конденсатора $\tau_c = r_c C$ характеризує час саморозряду ізолюваного конденсатора через неідеальний діелектрик. Стала часу моделі котушки індуктивності $\tau_c = r_c C$ характеризує час розсіювання енергії магнітного поля котушки, якщо її виводи з'єднати між собою.

Якщо частота гармонічного полюсного струму або напруги дорівнює нулю ($\omega = 0$), тобто струм і напруга є сталими, то кут втрат приймає максимальне значення $|\delta| = \pi/2$, реактивна потужність дорівнює нулю ($Q = 0$), реактивними властивостями конденсатора та котушки індуктивності можна за таких умов знехтувати, залишивши в їх схемних моделях тільки опір втрат R . Індуктивність за таких умов замінюється на провід з нульовим опором, а ємність – на розрив з нескінченним опором. Добротність двополюсника у такому стані дорівнює нулю.

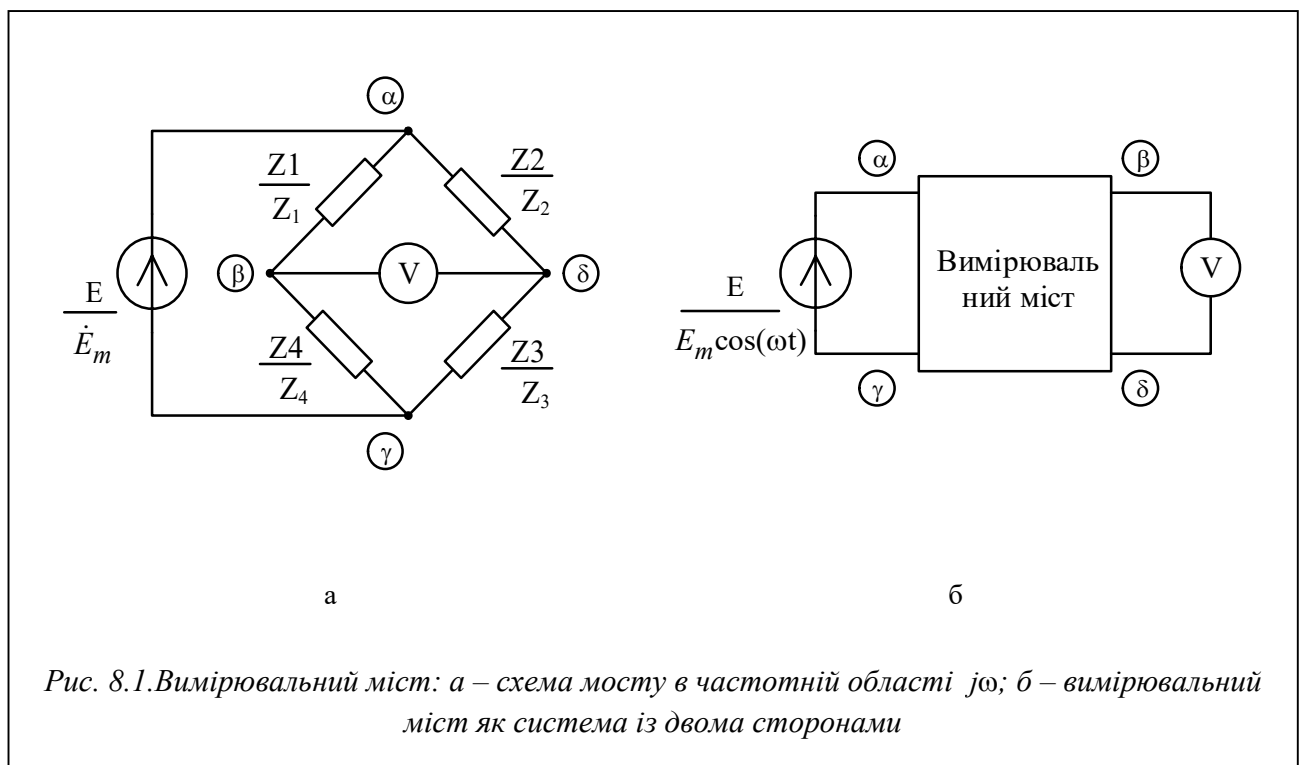
За нескінченно великої частоти ($\omega \rightarrow \infty$) схемна модель конденсатора перетворюється на короткозамкнену дугу, а котушки індуктивності – на розімкнену. Добротність двополюсника у такому випадку є нескінченно великою.

Для визначення параметрів схемних моделей конденсатора та котушки індуктивності можна застосувати *вимірвальний міст*, схема якого в частотній області $j\omega$ наведена на рисунку 8.1 а. Схема є контуром, що складається з чотирьох комплексних опорів Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 , званих плечима мосту, джерела гармонічної напруги та вольтметра. Плечі мосту утворюють пари: суміжні плечі (наприклад, Z_1, Z_2) та протилежні плечі (наприклад, Z_1, Z_3). Таким самим способом можна вузли схеми розбити на пари протилежних вузлів. До однієї пари протилежних

вузлів α, γ під'єднане джерело гармонічної напруги $E_m \cos(\omega t)$ (це одна “діагональ” контуру) , а до іншої пари β, δ – вольтметр з досить високою чутливістю (це інша “діагональ” контуру).

При деякому поєднанні значень номіналів компонентів, що утворюють плечі мосту, вольтметр може показати нульове значення вимірюваної величини. У цьому випадку вважають, що міст знаходиться в *урівноваженому стані*.

Ці поєднання значень номіналів можна знайти теоретично. Наприклад: представити вимірювальний міст як прохідну систему з двома сторонами² (див. рис. 8.1 б), укласти матрицю провідності системи та знайти функцію передачі напруги і визначити умову, за якої показ вольтметра є нульовим, тобто $K_u(j\omega) = 0$.



² У прохідній системі вхід та вихід не мають спільного вузла, який обирають як базисний вузол.

В результаті отримаємо співвідношення, яке називається умовою рівноваги вимірювального мосту:

$$Z_1 \cdot Z_3 = Z_2 \cdot Z_4, \quad (8.3)$$

Тобто:

- *добутки комплексних опорів протилежних плечей вимірювального мосту в урівноваженому стані є однаковими.*

Представивши комплексний опір кожного з плечей мосту $Z_i, i=1, \dots, 4$; в алгебраїчній формі³ $Z_i = r_i + jx_i$ та підставивши їх у рівняння (8.3), отримаємо таку систему двох рівнянь (одне для дійсної частини добутку, а інше – для уявної):

$$\begin{cases} r_1 r_3 - x_1 x_3 = r_2 r_4 - x_2 x_4; \\ r_1 x_3 + x_1 r_3 = r_2 x_4 + x_2 r_4. \end{cases} \quad (8.4)$$

До пари рівнянь (8.4) входить чотири активних (омічних) опори r_1, r_2, r_3, r_4 і чотири реактивних опори: $x_i, i=1, \dots, 4$: $x_i = \omega L_i$ – для плеча з послідовно з'єднаною індуктивністю; $x_i = -1/\omega C_i$ – для плеча з послідовно з'єднаною ємністю. Якщо шість із восьми величин, що входять до системи рівнянь (8.4), є відомими, то дві невідомі величини можна знайти, розв'язавши ці два рівняння⁴.

Підставивши у (8.3) замість комплексних опорів обернені до них комплексні провідності плечей вимірювального мосту $Y_i = 1/Z_i, i=1, \dots, 4$; отримаємо таке співвідношення для урівноваженого стану:

³ В алгебраїчній формі зручно записувати комплексний опір плеча мосту, яке утворене послідовно з'єднаним активним опором та реактивним двополюсником – ємністю або індуктивністю.

⁴ Рівняннями (8.4) можна користуватися лише за умови, що міст знаходиться в урівноваженому стані, індикатором якого є нульовий показ вольметра.

$$Y_1 \cdot Y_3 = Y_2 \cdot Y_4, \quad (8.5)$$

Тобто:

- *добутки комплексних провідностей протилежних плечей вимірювального мосту в урівноваженому стані є однаковими.*

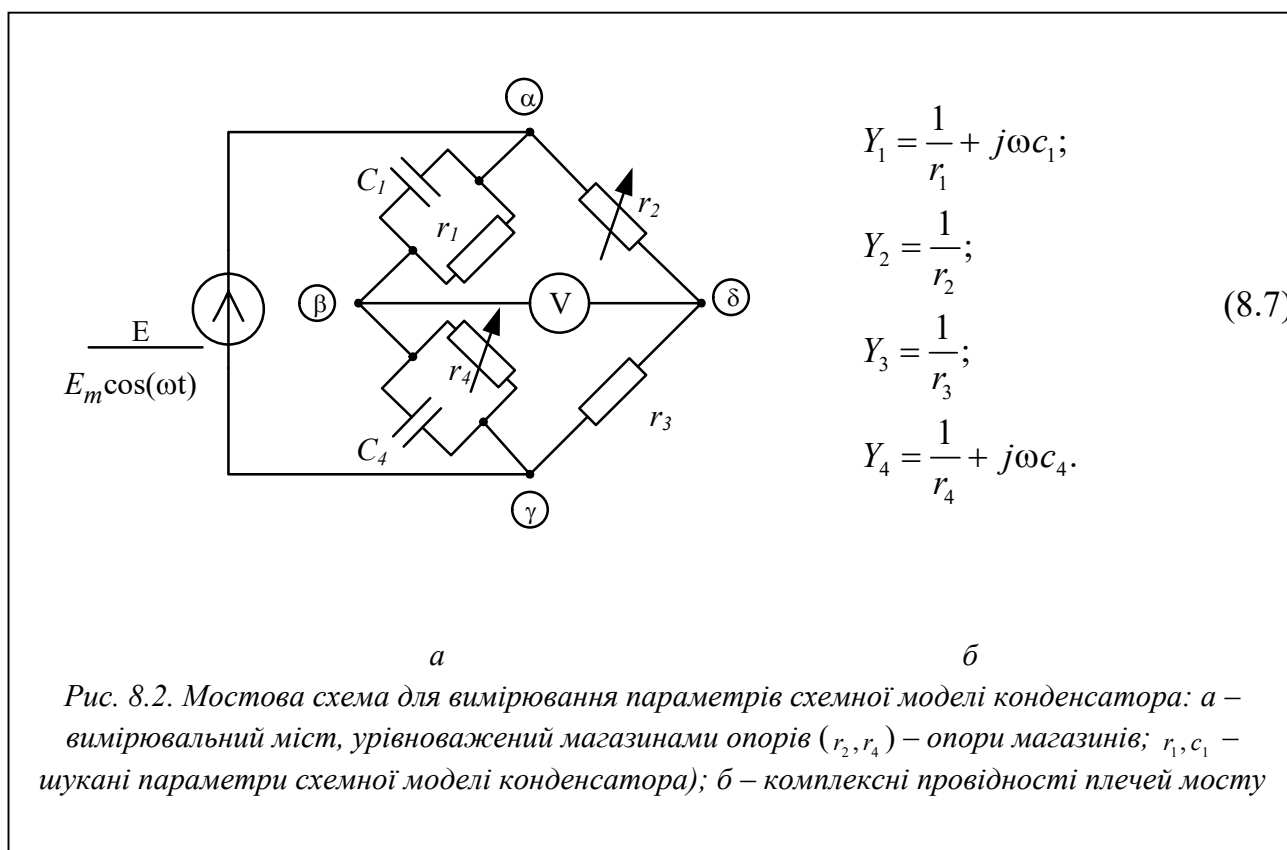
Комплексні провідності кожного з плечей мосту в алгебраїчній формі запишемо як⁵ $Y_i = g_i + jb_i, i=1,...,4$ та підставимо у (8.5). У результаті отримаємо таку систему двох рівнянь (одне для дійсної частини добутку, а інше – для уявної):

$$\begin{cases} g_1 g_3 - b_1 b_3 = g_2 g_4 - b_2 b_4; \\ b_1 g_3 + g_1 b_3 = b_2 g_4 + g_2 b_4. \end{cases} \quad (8.6)$$

До пари рівнянь (8.6) входить чотири активних провідності (g_1, g_2, g_3, g_4) і чотири реактивних провідності ($b_i, i=1,...,4$; $b_i = -1/\omega L_i$ – для плеча з паралельною індуктивністю; $b_i = \omega C_i$ – для плеча з паралельною ємністю). Якщо шість із восьми величин, що входять до рівнянь (8.6), є відомими, то дві невідомі величини можна знайти, розв'язавши ці рівняння.

На рисунку 8.2 показано схему вимірювального мосту, в якому конденсатор, параметри схемної моделі якого необхідно виміряти, під'єднаний як перше плече з провідністю Y_1 , рівною оберненому опору Z_1 (див. рис. 8.1 а). Міст урівноважується за допомогою двох магазинів опорів. Параметри схемної моделі конденсатора r_1, C_1 є шуканими, r_2, r_4 є опорами магазинів, r_3 – опір плеча 3.

⁵ В алгебраїчній формі зручно записувати комплексну провідність плеча мосту, яке утворене паралельно з'єднаним активним опором та реактивним двополюсником: ємністю або індуктивністю.



Комплексні провідності плечей урівноваженого мосту, виражені через номінали компонентів схеми на рисунку 8.2 а, наведені на рисунку 8.2 б. Підставивши (8.7) у (8.5), отримаємо співвідношення номіналів компонентів для урівноваженого мосту:

$$\left(\frac{1}{r_1} + j\omega c_1 \right) \frac{1}{r_3} = \frac{1}{r_2} \left(\frac{1}{r_4} + j\omega c_4 \right), \quad (8.8)$$

з якого отримуємо формули для обчислення параметрів схемної моделі ємнісного двополюсника:

$$r_1 = \frac{1}{r_3} r_2 r_4;$$

$$c_1 = c_4 \frac{r_3}{r_2}.$$

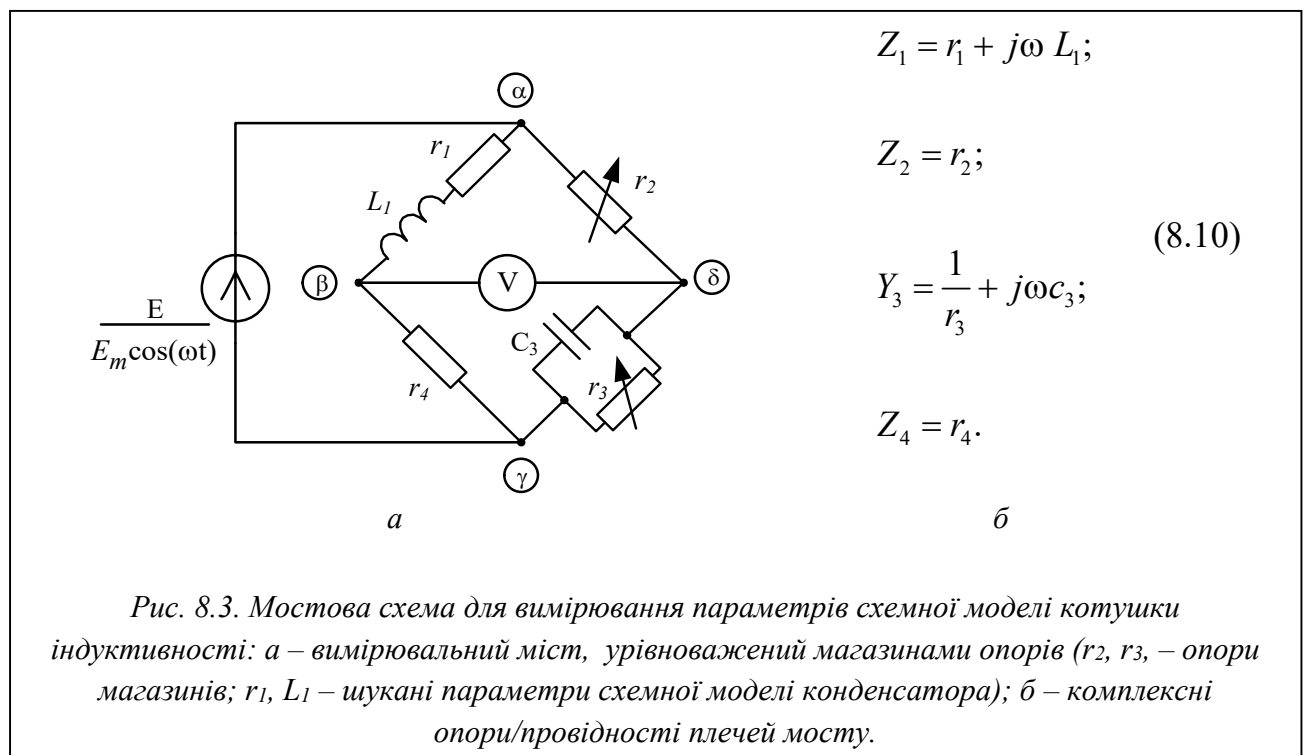
(8.9)

На рисунку 8.3 наведено схему вимірювального мосту, в якому котушка індуктивності, параметри схемної моделі якої необхідно виміряти, під'єднана як перше плече з опором, позначеним як Z_1 на рисунку 8.1 а. Міст урівноважується за допомогою двох магазинів опорів. Параметри схемної моделі котушки r_1, L_1 є шуканими, r_2, r_3 є опорами магазинів, r_4 – опір плеча 4.

Іммітанси⁶ плечей урівноваженого мосту, виражені через номінали компонентів схеми на рисунку 8.5 а, наведені на рисунку 8.3 б. Поділивши ліву і праву частини (8.3) на $Z_3=1/Y_3$ та підставивши (8.10), отримаємо співвідношення номіналів компонентів урівноваженого мосту:

$$r_1 + j\omega L_1 = r_2 r_4 \left(\frac{1}{r_3} + j\omega c_3 \right), \quad (8.11)$$

з якого отримуємо формули для обчислення параметрів схемної моделі котушки:



⁶Термін “іммітанс” є узагальнюючим для комплексних опорів та комплексних провідностей. В той же час комплексний опір можна називати одним словом “імпеданс”, а комплексну провідність – одним словом “адмітанс”. Таким чином, термін “іммітанс” є узагальненням термінів імпеданс та адмітанс.

$$\begin{aligned} r_1 &= r_4 \frac{r_2}{r_3}; \\ L_1 &= r_4 r_2 c_3. \end{aligned} \tag{8.12}$$

8.3. Завдання для самопідготовки

Зобразити у протоколі лабораторної роботи схеми мостів для вимірювання параметрів схемної моделі конденсатора та схемної моделі котушки індуктивності. Використовуючи рівняння рівноваги мосту або матрицю провідності відповідної вимірювальної схеми, вивести співвідношення (8.9), (8.12).

Ознайомитись з програмою виконання лабораторної роботи та вивчити відповідний теоретичний матеріал розділу "Аналіз періодичних режимів". Накреслити в протоколі таблиці, в які будуть заноситись експериментальні дані та результати їх обробки. Переконатися у готовності до виконання лабораторної роботи, давши відповіді на всі питання, наведені нижче у розділі "Контрольні питання"

8.4. Контрольні запитання

1. Перелічіть параметри, які характеризують гармонічний сигнал, та поясніть, як зміна значення кожного з параметрів впливає на графічне зображення сигналу?
2. У чому полягає відмінність ідеального реактивного та резистивного двополюсника? Наведіть приклади реальних реактивно-резистивних двополюсників.
3. Який конденсатор вважається ідеальним? Які властивості відрізняють його від реального конденсатора?
4. Яка котушка індуктивності вважається ідеальною? Які властивості відрізняють її від реальної котушки?

5. Запишіть формули, які пов'язують комплексний опір ємності та індуктивності з номіналом та частотою.
6. Що таке комплексна амплітуда гармонічного сигналу? Наведіть числовий приклад комплексної амплітуди та запишіть формулу для відповідного гармонічного сигналу
7. Запишіть співвідношення, які пов'язують комплексні опори (провідності) двополюсника та комплексні амплітуди полюсних струму та напруги двополюсника.
8. Якими є форми запису комплексного опору (комплексної провідності) та чи пов'язані вони між собою? Наведіть приклади.
9. Який фізичний зміст модуля та аргументу комплексного опору ємності та індуктивності?
10. Який характер має залежність ємнісного та індуктивного опору від частоти сигналу?
11. Які значення мають ємнісний та індуктивний опори за мінімального та максимального значень частоти сигналу?
12. Чим можна замінити на схемах ємності та індуктивності за мінімального та максимального значень частоти сигналу?
13. Яке значення має різниця фаз полюсної гармонічної напруги та полюсного гармонічного струму на ємності (індуктивності)? Чи залежить вона від частоти полюсного сигналу, номіналу ємності (індуктивності)?
14. Проаналізуйте полюсні гармонічні струм та напругу на ємності (індуктивності) на предмет відставання/випередження. Що лежить в основі такого аналізу?
15. Як за схемною моделлю реактивного двополюсника визначити, чи враховані в ній його резистивні властивості?

16. Чи є втрати електричної енергії в ідеальному реактивному двополюснику?
17. Чи залежать втрати електричної енергії в реальному реактивному двополюснику від частоти полюсних струму та напруги?
18. За яких умов кут втрат реактивного двополюсника має максимальне значення та яке це значення?
19. За яких умов кут втрат реактивного двополюсника має мінімальне значення та яке це значення?
20. Що таке добротність реактивного двополюсника та як її визначити через полюсні гармонічні струм та напругу?
21. Виразити комплексний опір (комплексну провідність) реактивного двополюсника через параметри його схемної моделі.
22. Як пов'язані між собою номінали компонентів урівноваженого вимірювального мосту
23. Яка фізична величина (струм, напруга,...) свідчить про те, що вимірювальний міст є урівноваженим?

8.5. Програма роботи

Визначити параметри схемної моделі ємнісного двополюсника

5.1. Зібрати вимірювальний міст за схемою на рисунку 8.4, де r_2 та r_4 – опори магазинів для урівноважування мосту. Опір r_3 вибрати рівним, наприклад, 10 Ом. Під'єднати джерело гармонічної напруги на вхід вимірювального мосту. Встановити амплітуду вхідної напруги U_m в межах 5-10 В, частоту $f = 10$ кГц. До виходу вимірювального мосту під'єднати вольтметр.

Змінюючи опори магазинів r_2 та r_4 , урівноважити міст. Занести до таблиці 8.3. частоту f сигналу генератора, опір кожного з магазинів в урівноваженому мості, решту номіналів компонентів та показ вольтметра.

5.2. Повторити експеримент п. 5.1, використовуючи гармонічні сигнали інших частот, наприклад вдесятеро більше та вдесятеро менше від частоти f , яка була використана у п.5.1 програми. Результати занести до таблиці 8.3.

5.3. Обчислити параметри схемної моделі ємнісного двополюсника (див. (8.9)), величину тангенсу кута втрат, добротність та сталу часу саморозряду ємнісного двополюсника, використовуючи дані з таблиці 8.3 та занести результати до таблиці 8.4.

Визначити параметри схемної моделі індуктивного двополюсника

5.4. Зібрати вимірювальний міст за схемою на рисунку 8.5, підключивши для урівноваження мосту магазини опорів r_2 та r_3 . Опір r_4 обрати рівним 10 кОм. Під'єднати джерело гармонічної напруги на вхід вимірювального мосту. Встановити амплітуду вхідної напруги U_m в межах 5-10 В, частоту $f = 10$ кГц. До виходу вимірювального мосту під'єднати вольтметр.

Змінюючи опори магазинів r_2 та r_3 , урівноважити міст. Занести до таблиці 8.5. частоту f сигналу генератора, опір кожного з магазинів в урівноваженому мості, опір r_3 , ємність C_4 та показ вольтметра.

5.5. Повторити експеримент п. 5.4, використовуючи гармонічні сигнали інших частот, наприклад вдесятеро більше та вдесятеро менше від частоти f , яка була використана у п.5.4 програми. Результати занести до таблиці 8.5.

5.6. Обчислити параметри схемної моделі котушки індуктивності (див. (8.12)), величину тангенсу кута втрат, добротність та сталу часу замкненої котушки, використовуючи дані з таблиці 8.5. Результати занести до таблиці 8.6.

8.6. Результати експериментів

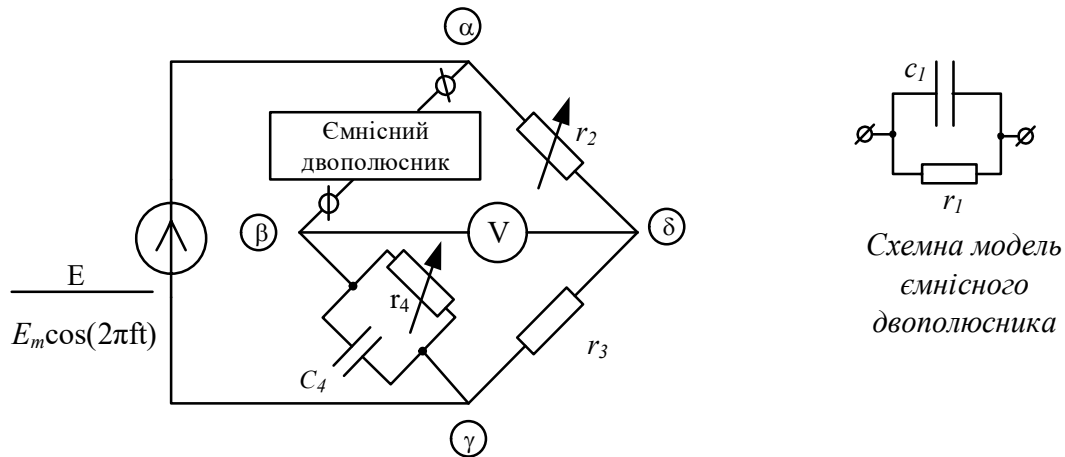


Рис. 8.4. Вимірювальний міст для визначення параметрів моделі ємнісного двополюсника

Таблиця 8.3. Номінали компонентів вимірювального мосту (див. рис. 8.4.) в урівноваженому стані, застосовані для визначення параметрів схемної моделі ємнісного двополюсника на різних частотах f

f []	r_2 []	r_3 []	r_4 []	C_4 []	U_V []

Таблиця 8.4. Параметри схемної моделі ємнісного двополюсника, визначені для різних частот f

f []	r_1 []	C_1 []	$\text{tg}(-\delta)$	Добротність	τ_c []

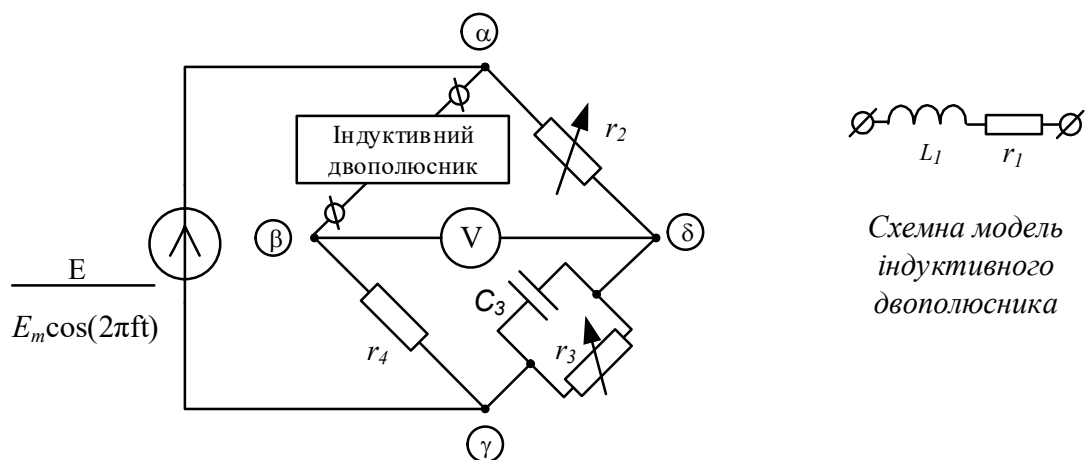


Рис. 8.5. Вимірювальний міст для визначення параметрів моделі індуктивного двополюсника

Таблиця 8.5. Номінали компонентів вимірювального мосту (див. рис. 8.5.) в урівноваженому стані, застосовані для визначення параметрів схемної моделі індуктивного двополюсника на різних частотах f

f []	r_2 []	r_3 []	r_4 []	c_3 []	U_V []

Таблиця 8.6. Параметри схемної моделі індуктивного двополюсника, визначені для різних частот f

f []	r_1 []	L_1 []	$\text{tg}(\delta)$	Добротність	τ_L []

8.7. Аналіз результатів та висновки

9. ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 9

ОДИНОЧНИЙ КОЛИВАЛЬНИЙ КОНТУР

9.1. Мета роботи:

дослідити амплітудно-частотну характеристику входної провідності послідовного коливального контуру та входного опору паралельного коливального контуру; визначити резонансну частоту, смугу пропускання, параметри схемних моделей коливальних контурів, характеристичний опір та добротність.

9.2. Теоретичні відомості

Існує два види електричного резонансу у колах із зосередженими параметрами¹: резонанс напруг та резонанс струмів. Найпростіші кола, в яких виникає явище електричного резонансу – одиночний послідовний коливальний контур і одиночний паралельний коливальний контур – складаються з конденсатора та котушки індуктивності. Їх схеми зображені на рисунку 9.1 у вигляді систем з двома сторонами (вважаємо, що згадані компоненти є ідеальними).

На вхід послідовного коливального контуру під'єднується джерело гармонічної напруги $e(t) = E_m \cos(\omega t)$, а на вхід паралельного коливального контуру – джерело гармонічного струму $j(t) = J_m \cos(\omega t)$. Шуканими реакціями у стаціонарному періодичному стані можуть бути сигнали на вході $u_{\text{вх}}(t)$, $i_{\text{вх}}(t)$ або на виході $u_{\text{вих}}(t)$, $i_{\text{вих}}(t)$. Навантаженням коливального контуру може бути будь-який лінійний двополюсник (резистивний, реактивний або резистивно-реактивний).

¹ Це кола, які складаються з компонентів, схемні моделі яких та їх параметри не залежать від геометричних розмірів компонентів

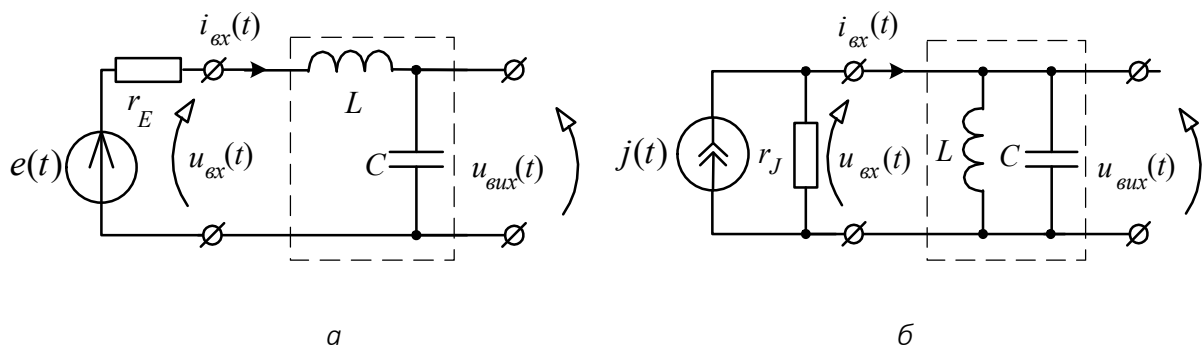
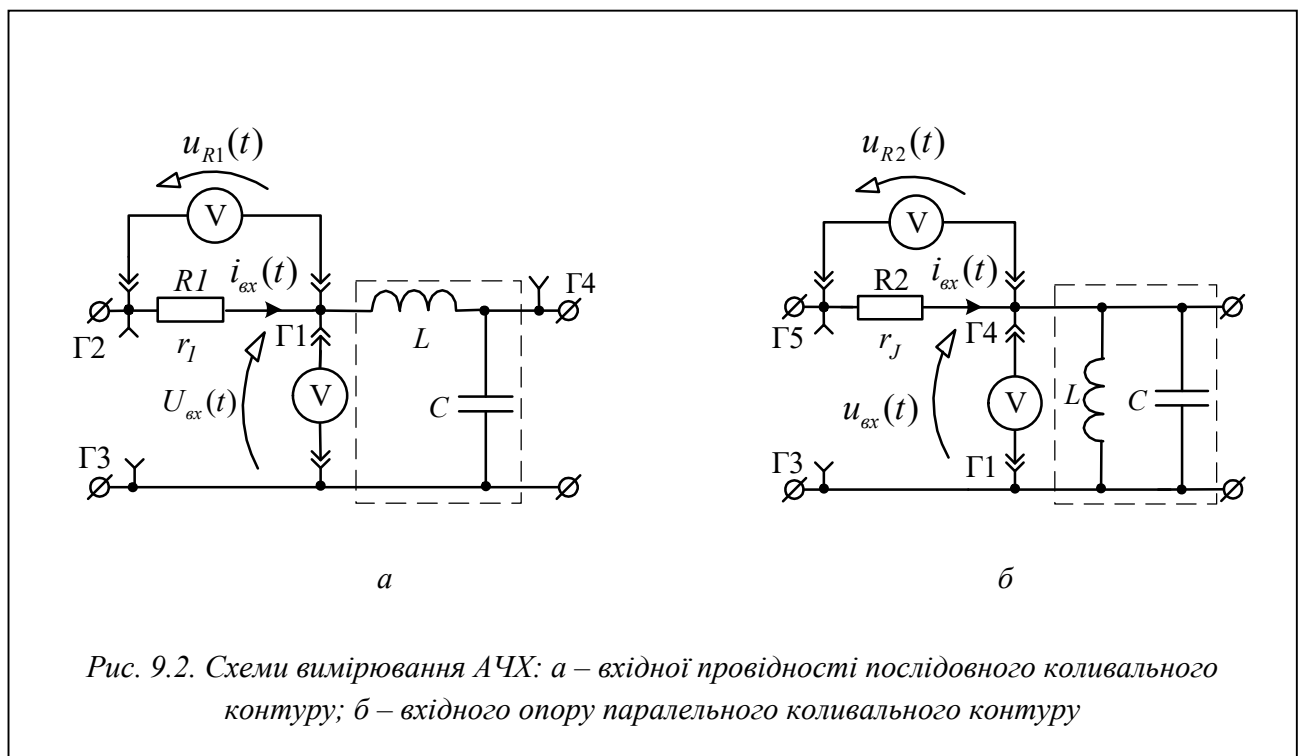


Рис. 9.1. Електрична схема одиночного коливального контуру: а – послідовного, у якому відбувається резонанс напруг; б – паралельного, у якому відбувається резонанс струмів.
Джерело напруги і джерело струму генерують гармонічний сигнал

Для експериментального визначення частотної характеристики коливального контуру до його входу під'єднується генератор гармонічних сигналів. На вхід послідовного коливального контуру під'єднується генератор з малим внутрішнім опором r_E , а на вхід паралельного коливального контуру – генератор з великим внутрішнім опором r_J . Кутову частоту сигналу генератора ω , амплітуди напруги E_m та струму J_m можна налаштовувати (змінювати) у необхідних межах в околі резонансної частоти.

Шкала індикатора частоти генератора гармонічних сигналів зазвичай відображає частоту сигналу у герцах. Тому для зручності проведення експериментів замість кутової частоти ω , яка вимірюється в рад/с, надалі використовуємо частоту $f = \omega / (2\pi) = 1 / T$, що вимірюється в герцах, де T – період гармонічного сигналу.

На рисунку 9.2 наведено вимірювальні схеми для визначення амплітудно-частотних характеристик коливальних контурів із зазначенням відповідності вузлам схеми гнізд Г1, Г2, призначених для під'єднання генератора гармонічних сигналів, вольтметра та навантаження.



У послідовному коливальному контурі (див. рис. 9.2 а, де генератор під'єднується до гнізд Г2, Г3), резонанс напруг виникає тоді, коли частота сигналу генератора f стає рівною резонансній частоті коливального контуру f_0 : амплітуда входного струму, що протікає через резистор R1, досягає максимального значення і, отже, за законом Ома, вольтметр, під'єднаний паралельно до цього резистора, показує найбільшу напругу $U_{R1}(f_0)$ за умови, що за зміни частоти генератора амплітуда його напруги не змінюється.

Зміна показів вольтметра, який вимірює діюче значення напруги U_{R1} , внаслідок зміни частоти сигналу генератора свідчить про залежність входної провідності послідовного коливального контуру від частоти. Частотні характеристики входної провідності можна виміряти у стаціонарному стані, зчитуючи покази вольтметрів та знаючи значення допоміжного опору r_1 і змінюючи частоту сигналу генератора f за незмінної амплітуди сигналу генератора, а отже і діючого значення сигналу:

$$Y_{\text{ex}}(f) = \frac{I_{\text{ex}}}{U_{\text{ex}}} = \frac{U_{R1}}{r_1 U_{\text{ex}}}, \quad (9.1)$$

де $U_{\text{ex}}, I_{\text{ex}}$ – діючі значення² вхідних гармонічних напруги та струму $u_{\text{ex}}(t), i_{\text{ex}}(t)$ коливального контуру, відповідно; U_{R1} – діюче значення гармонічної напруги $u_{R1}(t)$ на опорі $R1$, а $Y_{\text{ex}}(f)$ є вимірною амплітудно-частотною характеристикою вхідної провідності.

Якщо частота f гармонічного сигналу генератора (див. рис. 9.2 б, де генератор під'єднується до гнізд Г5, Г3), дорівнює резонансній частоті паралельного коливального контуру f_0 , виникає резонанс струмів. У стаціонарному стані за резонансної частоти гармонічна напруга $u_{\text{ex}}(t)$ має найбільшу амплітуду, отже, діюче значення цієї напруги U_{ex} , вимірюване вольтметром, є також найбільшим.

Зміна показів вольтметра, який вимірює діюче значення вхідної напруги, внаслідок зміни лише частоти сигналу генератора свідчить про залежність вхідного опору паралельного коливального контуру від частоти f :

$$Z_{\text{ex}}(f) = \frac{U_{\text{ex}}}{I_{\text{ex}}} = \frac{r_J \cdot U_{\text{ex}}}{U_{R2}}, \quad (9.2)$$

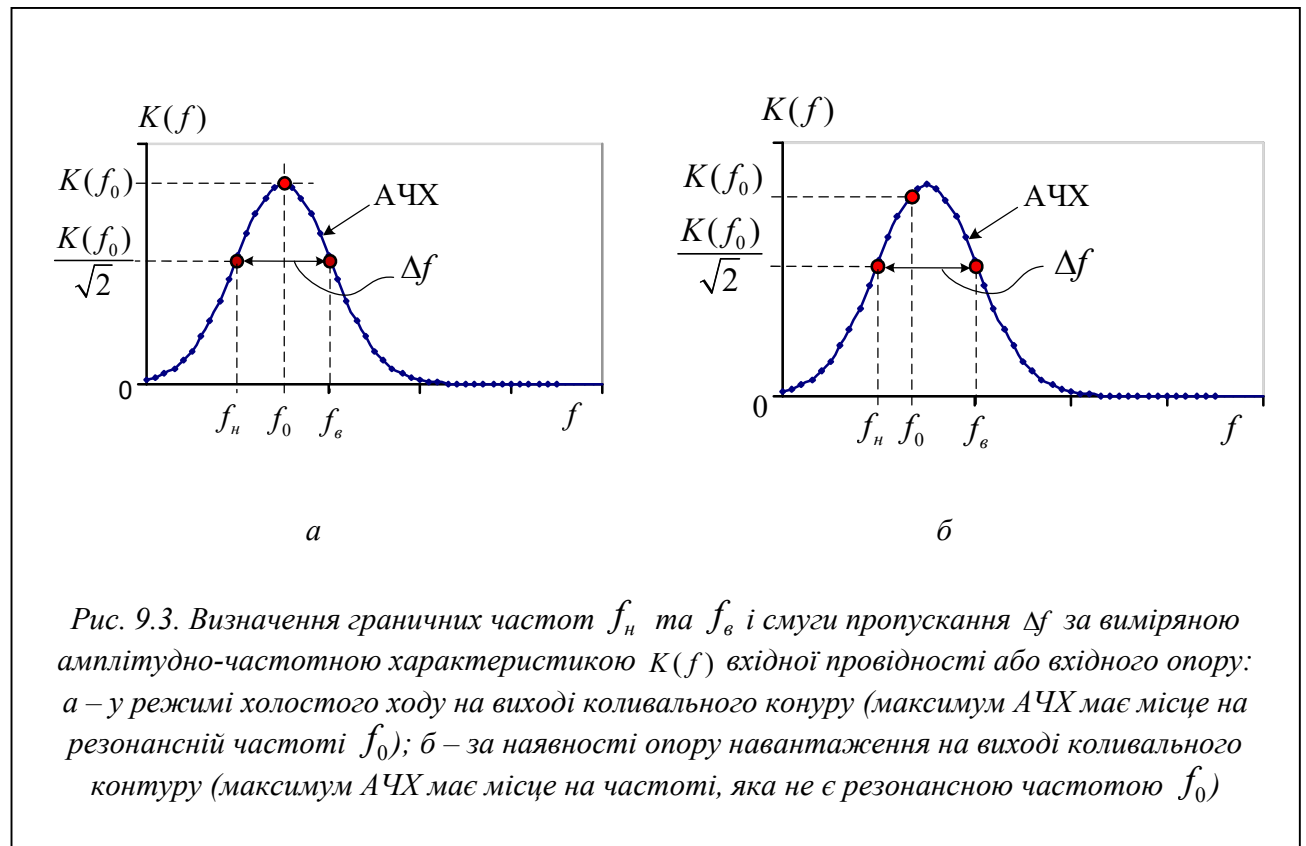
² Діюче значення гармонічної напруги U пов'язане з її амплітудою U_m співвідношенням $U = U_m / \sqrt{2} \approx 0,71 U_m$ за будь-якої частоти сигналу; вольтметр вимірює діюче значення напруги. Аналогічним чином діюче значення гармонічного струму пов'язане з його амплітудою, вимірюється амперметром.

де U_{R2} – діюче значення напруги на опорі $R2$, $U_{вх}$ – діюче значення вхідної напруги, виміряне вольтметром на частоті f , а $Z_{вх}(f)$ є вимірною амплітудно-частотною характеристикою вхідного опору.

Резонансна частота f_0 (відповідна кутова частота ω_0) як послідовного, так і паралельного коливального контуру, пов'язана з номіналами їх реактивних компонентів таким співвідношенням:

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}}, \quad (9.3)$$

де L – індуктивність котушки індуктивності, C – ємність конденсатора. За співвідношенням (9.3) можна обчислити невідому індуктивність котушки коливального контуру, якщо відома ємність конденсатора C та виміряна резонансна



частота f_0 . Аналогічно обчислюється невідоме значення ємності конденсатора, якщо відома індуктивність котушки L .

За амплітудно-частотними характеристиками (АЧХ) знаходять нижню f_n та верхню f_e граничні частоти і смугу пропускання Δf коливального контуру (див. рис. 9.3, де $K(f)$ – АЧХ вхідної провідності або вхідного опору).

Для візуального порівняння селективних³ властивостей (ширини смуг пропускання) різних коливальних контурів зручно користуватися нормованими амплітудно-частотними характеристиками, які розраховуються за формулами (9.4):

$$\tilde{f} = \frac{f}{f_0}; \quad \rightarrow \quad \tilde{f}\Big|_{f=f_0} = \tilde{f}_0 = 1; \quad (9.4)$$

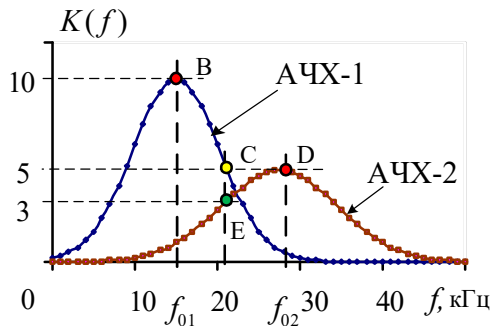
$$\tilde{K}(\tilde{f}) = \frac{K(f)}{K(f_0)}\Big|_{f=f_0 \cdot \tilde{f}}; \quad \rightarrow \quad \tilde{K}(\tilde{f})\Big|_{\tilde{f}=1} = \tilde{K}(\tilde{f}_0) = \frac{K(f_0)}{K(f_0)} = 1,$$

де $\tilde{f}$ – нормована частота, $\tilde{K}(\tilde{f})$ – нормована амплітудно-частотна характеристика. Таким способом можна отримати нормовану АЧХ вхідної провідності (9.1) послідовного коливального контуру, вхідного опору (9.2) паралельного коливального контуру або будь-якої іншої схемної функції. Як випливає з (9.4), значення нормованої резонансної частоти $\tilde{f}_0$ завжди дорівнює одиниці, як і значення нормованої АЧХ дорівнює одиниці на резонансній частоті.

На рисунку 9.4 наведено приклад нормування двох різних АЧХ, у яких максимум має місце на деякій резонансній частоті f_{01} та f_{02} .

³ Селективність – це здатність електронного кола виділяти з безлічі сигналів і пропускати на вихід тільки бажані сигнали.

1. Вимірюємо та будуємо АЧХ



2. Визначаємо координати точок АЧХ на резонансних частотах (точки В, D) та заносимо до таблиці

АЧХ	Точка	f_0 [кГц]	$K(f_0)$
АЧХ-1	В	15,0	10,0
АЧХ-2	D	28,0	5,0

3. Нормуємо виміряні АЧХ за (9.4)

Координати вибраних точок АЧХ						
	АЧХ-1			АЧХ-2		
	В	С		D	E	
f [кГц]	15,0	21,0	...	28,0	21,0	...
$K(f)$	10,0	5,0	...	5,0	3,0	...
Нормовані координати вибраних точок						
$\tilde{f}$ [б/р]	1,0	1,4	...	1,0	0,8	...
$\tilde{K}(\tilde{f})$ [б/р]	1,0	0,5	...	1,0	0,6	...

4. Будуємо нормовані АЧХ за нормованими вимірними координатами точок АЧХ

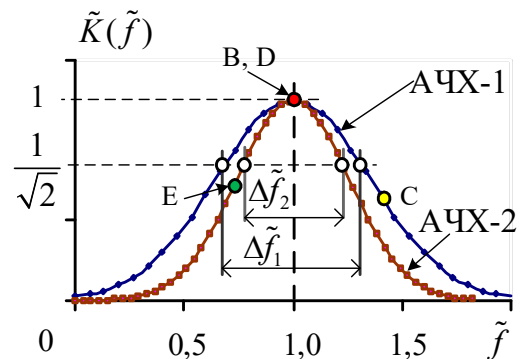


Рис. 9.4. Приклад нормування вимірних амплітудно-частотних характеристик АЧХ-1 та АЧХ-2 з метою візуального порівняння селективних властивостей відповідних коливальних контурів ($\Delta\tilde{f}_2 < \Delta\tilde{f}_1$ на нормованих АЧХ, тому селективні властивості контуру з АЧХ-2 кращі; частотні координати точок С та Е однакові на вимірних АЧХ, але різні на нормованих АЧХ; резонансна частота різна на вимірних АЧХ, але однакова на нормованих і завжди рівна одиниці; значення АЧХ на резонансній частоті (точки В та D) різні, а на нормованих АЧХ однакові і завжди рівні одиниці)

Для візуального порівняння селективних властивостей коливальних контурів

використовують нормовані частотні характеристики з відповідними смугами пропускання $\Delta\tilde{f}_1$ та $\Delta\tilde{f}_2$: контур, у якого значення нормованої смуги менше, має кращі селективні властивості.

У наведеному прикладі схема з АЧХ-2 має кращі селективні властивості, ніж схема з АЧХ-1, оскільки $\Delta\tilde{f}_2 < \Delta\tilde{f}_1$. Справжню (ненормовану) смугу пропускання Δf , виходячи з (9.4), знаходимо за такою формулою:

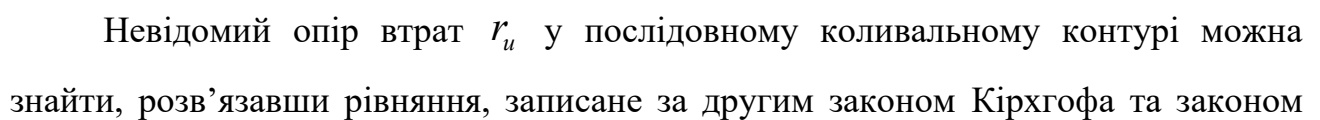
$$\Delta f = f_g - f_n = f_0 \Delta\tilde{f} . \quad (9.5)$$

Оскільки ідеальних котушок індуктивності та конденсаторів не існує, то схемна модель реального коливального контуру крім індуктивності та ємності має містити у своєму складі ще й опір втрат, адже в реальних котушці індуктивності та конденсаторі частина електричної енергії витрачається на нагрівання матеріалів, з яких вони виготовлені. Схемні моделі одиночних коливальних контурів, що враховують резистивні втрати, наведено на рисунку 9.5.

За резонансу напруг у послідовному коливальному контурі (див. рис. 9.5 а) гармонічні напруги на ємності та індуктивності перебувають у протифазі, мають однакову амплітуду, тому сума цих напруг дорівнює нулю у будь-який момент часу, незалежно від миттєвого значення сигналу генератора $e(t)$. Це дозволяє на резонансній частоті f_0 двополюсник, утворений послідовно з'єднаними ємністю та індуктивністю замінити короткозамкненою дугою (ідеальним проводом з нульовим опором).

Тоді вимірювальна схема на рисунку 9.2 а може бути представлена еквівалентною резистивною схемою, наведеною на рисунку 9.5 в, де E_z – діюче

Внутрішній опір генератора r_E на резонансній частоті можна виміряти одним з методів, досліджених у лабораторній роботі №2 “Лінійний резистивний двополюсник”.



Ома за схемою на рисунку 9.5 в, відносно r_u . У результаті отримуємо такі співвідношення:

$$r_u = \frac{U_{ex}(f_0)}{U_{R1}(f_0)} r_1 = \left(\frac{E_z}{U_{R1}(f_0)} - 1 \right) \cdot r_1 - r_E. \quad (9.6)$$

За резонансу струмів у паралельному коливальному контурі (див. рис. 9.5 б) полюсні струми ємності та індуктивності знаходяться у протифазі, їх амплітуди однакові, тому сума цих струмів дорівнює нулю у будь-який момент часу. На резонансній частоті f_0 полюсний струм через двополюсник, утворений *паралельно з'єднаними* ємністю та індуктивністю, не протікає, і цей двополюсник можна замінити розімкненою дугою (двополюсником з нескінченно великим опором).

Тоді вимірювальна схема на рисунку 9.2 б може бути представлена еквівалентною резистивною схемою, наведеною на рисунку 9.5 з, де E_z – діюче значення напруги генератора в режимі холостого ходу за резонансної частоти f_0 , $(r_E + r_J)$ – еквівалентний опір генератора, який збуджує паралельний коливальний контур за резонансної частоти сигналу f_0 .

Невідомий опір втрат r_i у паралельному коливальному контурі можна знайти, розв'язавши рівняння, записане за другим законом Кірхгофа та законом Ома за схемою на рисунку 9.5 г, відносно r_i . У результаті отримаємо такі співвідношення:

$$r_i = \frac{U_{ex}(f_0)}{U_{R2}(f_0)} r_j = \frac{U_{ex}(f_0)}{E_z - U_{ex}(f_0)} \cdot (r_E + r_J). \quad (9.6)$$

Визначивши всі параметри (номінали) схемних моделей коливальних контурів, можна розрахувати такі вторинні параметри коливального контуру як характеристичний опір ρ та добротність Q . Характеристичний опір дорівнює

реактивному опору котушки індуктивності (індуктивному опору) та конденсатора (ємнісному опору) на резонансній частоті f_0 :

$$\rho = 2\pi f_0 L = \frac{1}{2\pi f_0 C} = \sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (9.7)$$

Добротність Q можна обчислити через визначені параметри схемних моделей коливальних контурів або через резонансну частоту та смугу пропускання за

Таблиця 9.1. Два способи визначення добротності Q коливального контуру: через параметри схемної моделі контуру r_u або r_i , C , L та через параметри f_0 , Δf частотної характеристики вхідної провідності послідовного або вхідного опору паралельного коливального контуру

<i>Послідовний коливальний контур</i>	<i>Паралельний коливальний контур</i>
$Q = \frac{\rho}{r_u} = \frac{\sqrt{\frac{L}{C}}}{r_u};$	$Q = \frac{r_i}{\rho} = \frac{r_i}{\sqrt{\frac{L}{C}}}$
$Q = \frac{f_0}{\Delta f} = \frac{1}{\Delta \tilde{f}}$	

відповідними вимірними амплітудно-частотними характеристиками (див. табл. 9.1)

9.3. Завдання для самопідготовки

Вивести формули (9.5), (9.6). Проаналізувати залежність добротності послідовного (паралельного) коливального контуру від значень параметрів його схемної моделі. Ознайомитись з програмою виконання лабораторної роботи та вивчити відповідний лекційний матеріал розділів “Аналіз періодичних режимів” та “Частотні характеристики”.

Накреслити в протоколі таблиці, до яких будуть заноситись експериментальні дані та результати їх обробки. Переконайтесь у готовності до виконання лабораторної роботи, давши відповіді на запитання, наведені нижче у розділі “Контрольні запитання”.

9.4. Контрольні запитання

1. У чому полягає явище електричного резонансу у послідовному коливальному контурі
2. Який фізичний зміст явища електричного резонансу у паралельному коливальному контурі?
3. Як пов'язана частота резонансу з номіналами компонентів послідовного (паралельного) коливального контуру?
4. Що таке характеристичний опір послідовного (паралельного) коливального контуру?
5. Як обчислити характеристичний опір послідовного (паралельного) коливального контуру?
6. Що таке добротність коливального контуру?
7. Як обчислити добротність послідовного (паралельного) коливального контуру?

8. Як пов'язані добротність коливального контуру та смуга пропускання?
9. Як впливає опір генератора гармонічних сигналів на полюсну напругу навантаження послідовного коливального контуру?
10. Як впливає опір генератора гармонічних сигналів на полюсний струм навантаження паралельного коливального контуру?
11. Як отримати нормовану амплітудно-частотну характеристику коливального контуру?
12. Як порівняти добротність коливальних контурів за їх амплітудно-частотними характеристиками
13. Як порівняти добротність коливальних контурів за їх за фазо-частотними характеристиками?
14. Виведіть формулу для комплексного входного опору послідовного коливального контуру.
15. Запишіть вираз для комплексної провідності паралельного коливального контуру.
16. Як розрахувати резонансну частоту f_0 резистивно-реактивного лінійного двополюсника довільної структури за заданою схемою?
17. Як виміряти резонансну частоту резистивно-реактивного двополюсника довільної структури?
18. Як визначити опір втрат послідовного (паралельного) коливального контуру на частоті резонансу?
19. Знайти, як пов'язані між собою кутова частота Ω , яка дорівнює зміні фази гармонічного сигналу за одиницю часу, з циклічною частотою f , яка дорівнює кількості коливань в одиницю часу? В яких одиницях вони вимірюються?

9.5. Програма роботи

Послідовний коливальний контур без навантаження

5.1. Зібрати на монтажній платі послідовний коливальний контур за схемою на рисунку 9.2 а. Увімкнути генератор гармонічних сигналів, встановити діюче значення напруги на виході генератора у межах від 1 до 5 вольт. Занести до таблиці 9.2 опір r_1 резистора R1, ємність конденсатора C , а також опір котушки індуктивності постійному струму r_L , вимірявши його омметром.

5.2. Під'єднати вихід генератора до гнізд Г2, Г3, подавши таким чином деяку вхідну гармонічну напругу з діючим значенням $U_{\text{вх}}(f)$ (див. рис. 9.2 а). Під'єднати вольтметр у режимі вимірювання змінної напруги до резистора R1. Змінюючи частоту сигналу генератора f , визначити резонансну частоту f_0 коливального контуру⁴, розрахувати індуктивність L і характеристичний опір ρ та занести до таблиці 9.3. Виміряти значення напруг $U_{\text{вх}}(f_0)$ та $U_{R1}(f_0)$. Результати занести до таблиці 9.3.

Від'єднати генератор від гнізд Г2, Г3 та поміряти діюче значення напруги холостого ходу генератора E_g , підключивши до його виходу вольтметр. Виміряти опір генератора r_E ⁵. Результати занести до таблиці 9.2. Обчислити опір втрат r_u та добротність Q коливального контуру і занести до таблиці 9.3.

⁴ У послідовному коливальному контурі без навантаження за резонансної частоти сигналу генератора через опір R1 протікає найбільший струм, а отже і напруга на ньому, яку показує вольтметр, також буде найбільшою. У паралельному коливальному контурі за резонансної частоти сигналу генератора вхідна напруга має найбільше значення. В обох випадках, вимірюючи частотні характеристики та резонансну частоту, змінювати лише частоту сигналу генератора.

⁵ Якщо опір генератора r_E невідомий, його можна визначити, наприклад, так: підключити до виходу генератора магазин опорів, задавши великий опір магазину, Далі зменшувати опір

5.3. Знову під'єднати генератор до гнізд Г2, Г3 та, змінюючи частоту сигналу генератора, зняти амплітудно-частотну характеристику вхідної провідності (9.1), вимірявши кілька значень провідності для частот ліворуч та праворуч від точки $Y_{\text{вх}}(f_0)$. При цьому значення провідності у крайніх точках має бути меншим від $Y_{\text{вх}}(f_0)$ приблизно у два рази. Результати занести до таблиці 9.4.

5.4. Використовуючи результати вимірювань, побудувати на площині, зображеній на рисунку 9.6, нормовану АЧХ вхідної провідності. За нормованою характеристикою визначити граничні частоти та смугу пропускання, розрахувати добротність Q . Результати занести до таблиці 9.5 та порівняти з відповідними результатами, занесеними до таблиці 9.3.

Послідовний коливальний контур з навантаженням

5.5. Під'єднати до виходу коливального контуру магазин опорів (навантаження), встановивши його опір рівним 3ρ , де ρ – характеристичний опір контуру без навантаження, знайдений у п. 5.2 програми.

Для послідовного коливального контуру з навантаженням максимальне діюче значення напруги на резисторі R1 має місце на частоті, яка не дорівнює резонансній. Тому для визначення резонансної частоти f_0 необхідно підібрати таку частоту генератора, за якої різниця фаз вхідної напруги $u_{\text{вх}}(t)$ та вхідного струму $i_{\text{вх}}(t)$ дорівнює нулю. Нульова різниця фаз є ознакою того, що має місце резонанс напруг, за якого вхідна провідність послідовного коливального контуру є резистивною (реактивна складова провідності дорівнює нулю). Різницю фаз можна

магазину доти, доки напруга на ньому не стане рівною половині напруги холостого ходу E_z генератора. У такому разі опір магазину дорівнює опору генератора r_E .

спостерігати на екрані двопроменевого осцилографа, подавши на його входи напругу $u_{ex}(t)$ та напругу на резисторі $u_{R1}(t)$.

Змінюючи частоту сигналу генератора f , визначити резонансну частоту f_0 коливального контуру, розрахувати еквівалентну ємність C контуру з навантаженням, використавши значення індуктивності L , визначене у п. 5.2 програми, і характеристичний опір ρ . Виміряти значення напруг $U_{ex}(f_0)$ та $U_{R1}(f_0)$. Розрахувати опір втрат r_u , добротність Q . Отримані результати занести до таблиці 9.3.

5.6. Виконати п.п. 5.3, 5.4 програми для контуру з навантаженням.

Проаналізувати вплив опору навантаження на знайдені характеристики та параметри послідовного коливального контуру.

Паралельний коливальний контур без навантаження

5.7. Зібрати на монтажній платі паралельний коливальний контур за схемою на рисунку 9.2 б, замкнувши накоротко гнізда Г1, Г3. Увімкнути генератор гармонічних сигналів, встановити діюче значення напруги на виході генератора в межах від 1 до 2 вольт. Занести до таблиці 9.6 опір r_j резистора R2, ємність конденсатора C , а також опір котушки індуктивності постійному струму r_L , вимірявши його омметром.

5.8. Під'єднати вихід генератора до гнізд Г3, Г5, внаслідок чого виникає вхідний гармонічний струм $i_{ex}(t)$ з деякою амплітудою I_m (рис 9.2 б). Вольтметр у режимі вимірювання змінної напруги під'єднати до резистора R2. Змінюючи лише частоту сигналу генератора f , визначити резонансну частоту f_0 , виміряти

значення напруг $U_{\text{ex}}(f_0)$ та $U_{R2}(f_0)$, розрахувати індуктивність L і характеристичний опір ρ та занести до таблиці 9.7.

Від'єднати генератор та виміряти діюче значення напруги холостого ходу генератора E_2 , підключивши до його виходу вольтметр. Виміряти опір генератора r_E ⁶. Результати занести до таблиці 9.6. Обчислити опір втрат r_i та добротність Q коливального контуру. Результати занести до таблиці 9.7.

5.9. Під'єднати знову генератор до гнізд Г3, Г5 та, змінюючи частоту сигналу генератора, виміряти амплітудно-частотну характеристику вхідного опору (9.2), взявши кілька точок ліворуч та праворуч від точки $Z_{\text{ex}}(f_0)$. При цьому значення опору у крайніх точках має бути меншим від $Z_{\text{ex}}(f_0)$ приблизно у два рази. Результати занести до таблиці 9.8.

5.10. Використовуючи результати вимірювань, побудувати на площині, зображеній на рисунку 9.7, нормовану АЧХ вхідного опору. За нормованою характеристикою визначити граничні частоти та смугу пропускання, розрахувати добротність Q . Результати занести до таблиці 9.9 та порівняти з відповідними результатами, занесеними до таблиці 9.7.

Паралельний коливальний контур з навантаженням

5.11. Під'єднати до виходу коливального контуру як навантаження магазин опорів, встановивши його опір рівним 3ρ , де ρ – характеристичний опір контуру без навантаження, знайдений у п. 5.8 програми.

⁶ Якщо опір генератора r_E невідомий, його можна виміряти, наприклад, так: підключити до виходу генератора магазин опорів, задавши великий опір магазину; зменшувати опір магазину доти, поки напруга на ньому не стане рівною половині напруги холостого ходу E_2 генератора. У такому разі опір магазину дорівнюватиме опору генератора r_E .

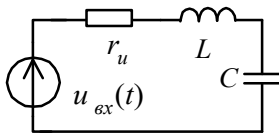
Для паралельного коливального контуру з навантаженням максимальне діюче значення вхідної напруги має місце на частоті, яка *не дорівнює* резонансній. Тому для визначення резонансної частоти f_0 необхідно підібрати таку частоту генератора, за якої різниця фаз вхідної напруги $u_{\text{вх}}(t)$ та вхідного струму $i_{\text{вх}}(t)$ дорівнює нулю. Нульова різниця фаз є ознакою того, що має місце резонанс струмів, за якого вхідний опір паралельного коливального контуру є резистивними (реактивна складова опору дорівнює нулю). Різницю фаз можна спостерігати на екрані двопроменевого осцилографа, подавши на його входи напругу на резисторі $u_{R2}(t)$ та вхідну напругу $u_{\text{вх}}(t)$.

Змінюючи частоту сигналу генератора f , визначити резонансну частоту f_0 коливального контуру, виміряти значення напруг $U_{\text{вх}}(f_0)$ та $U_{R2}(f_0)$. Розрахувати еквівалентну ємність C контуру з навантаженням, використавши значення індуктивності L , визначене у п. 5.8 програми, та обчислити характеристичний опір ρ . Обчислити опір втрат r_i та добротність Q коливального контуру. Усі отримані результати занести до таблиці 9.7.

5.12. Виміряти частотні характеристики паралельного коливального контуру з навантаженням, виконавши п.п. 5.9-5.10 програми.

Проаналізувати вплив опору навантаження на знайдені характеристики та параметри паралельного коливального контуру.

9.6. Результати експериментів



Послідовний коливальний контур

Таблиця 9.2. Вихідні дані

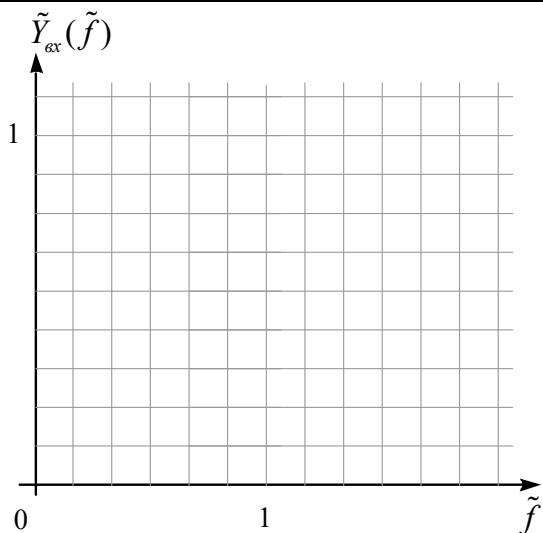
E_e []	r_E []	r_l []	r_L []	C []

Таблиця 9.3. Результати вимірювань на резонансній частоті f_0 та обчислені вторинні параметри

r_H	f_0 []	U_{RI} []	$U_{вх}$ []	r_u []	L []	C []	ρ []	Q
∞								
3ρ								

Таблиця 9.4. Виміряні значення частоти f та вхідної провідності $Y_{вх}(f)$

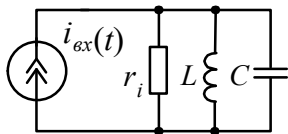
На виході коливального контуру режим холостого ходу ($r_H \rightarrow \infty$)									
f []									
$Y_{вх}(f)$ []									
На вихід коливального контуру під'єднане навантаження ($r_H=3\rho$)									
f []									
$Y_{вх}(f)$ []									



Таблиця 9.5. Характерні частоти, смуга пропускання та добротність, визначені за нормованими АЧХ

r_H	∞	3ρ
f_0 []		
f_H []		
f_{δ} []		
Δf []		
Q		

Рис. 9.6. Нормовані АЧХ вхідної провідності послідовного коливального контуру: 1 – без навантаження; 2 – з навантаженням, та таблиця характерних частот



Паралельний коливальний контур

Табл 9.6. Вихідні дані

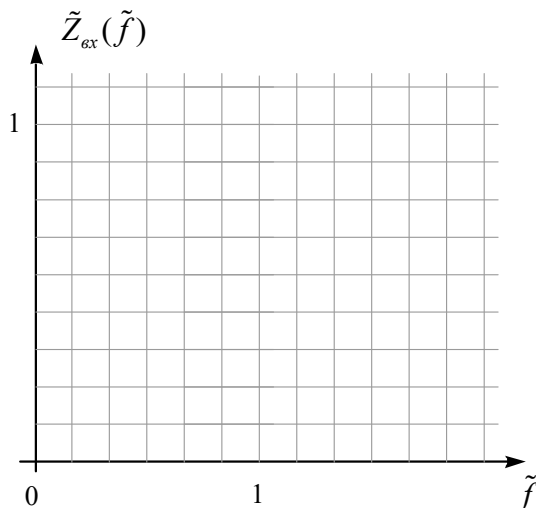
E_z []	r_E []	r_J []	r_L []	C []

Таблиця 9.7. Результати вимірювань на резонансній частоті f_0 та обчислені вторинні параметри

r_n	f_0 []	U_{R2} []	U_{ox} []	r_i []	L []	C []	ρ []	Q
∞								
3ρ								

Таблиця 9.8. Виміряні значення частоти f та вхідного опору $Z_{ox}(f)$

На виході коливального контуру режим холостого ходу ($r_n \rightarrow \infty$)									
f []									
$Z_{ox}(f)$ []									
На вихід коливального контуру під'єднане навантаження ($r_n=3\rho$)									
f []									
$Z_{ox}(f)$ []									



Таблиця 9.9. Характерні частоти, смуга пропускання та добротність, визначені за нормованими АЧХ

r_n	∞	3ρ
f_0 []		
f_n []		
f_{ϕ} []		
Δf []		
Q		

Рис. 9.7. Нормовані АЧХ вхідного опору паралельного коливального контуру: 1 – без навантаження; 2 – з навантаженням, та таблиця характерних частот

9.7. Аналіз результатів та висновки

10. ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 10

ЧАСТОТНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПАСИВНИХ RC-ФІЛЬТРІВ

10.1. Мета роботи:

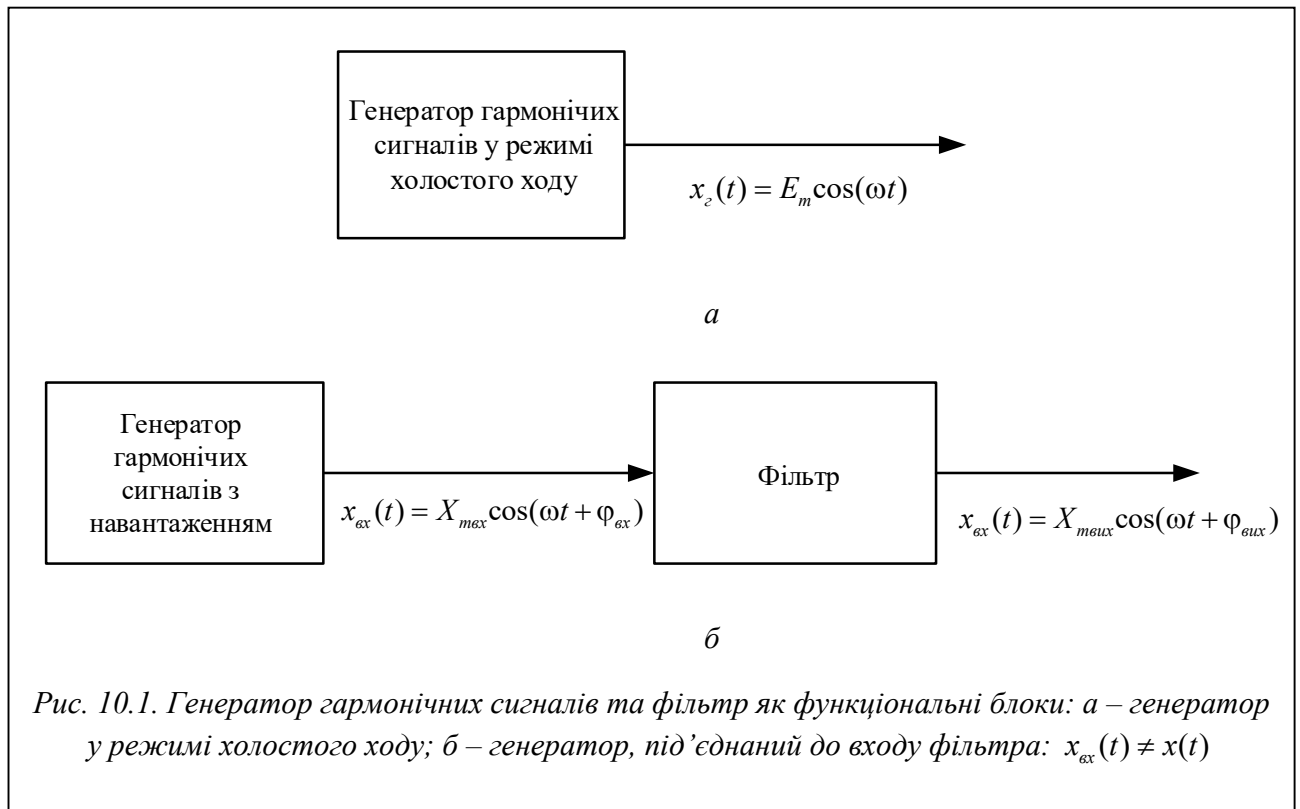
виміряти амплітудно-частотну та фазо-частотну характеристики пасивних RC-фільтрів, визначити особливі частоти та значення характеристик і порівняти з теоретичними результатами.

10.2. Теоретичні відомості

Електричним фільтром називається реактивна система з двома сторонами, яка пропускає сигнали з входу на вихід у деякій смузі частот та пригнічує їх за межами цієї смуги. Частотні властивості електричного фільтра, як і будь-якого іншого кола, досліджуються у стаціонарному стані, який настає після закінчення перехідних процесів, що виникають під впливом джерела гармонічного сигналу після його під'єднання до входу фільтра (див. рис. (10.1))¹.

Гармонічний сигнал джерела є функцією часу $x(t) = X_m \cos(\omega t + \varphi)$, де t – час [с]; X_m – амплітуда сигналу у вольтах або амперах; $j\omega$ – кутова частота, яка дорівнює зміні фази гармонічного сигналу $(\omega t + \varphi)$ за одиницю часу (вимірюється у рад/с або град/с); φ – початкова фаза, яка дорівнює фазі сигналу у початковий момент часу $t = 0$, вимірюється у радіанах або градусах (зазвичай початкова фаза сигналу джерела прирівнюється до нуля).

¹ Індикатор частоти генератора гармонічних сигналів градуюється у герцах. Відповідна частота f дорівнює кількості гармонічних коливань в одиницю часу і пов'язана з кутовою частотою ω та періодом T сигналу таким співвідношенням: $f = \omega/2\pi = 1/T$, отже, $x(t) = X_m \cos(2\pi f t + \varphi)$.



Частотні властивості фільтра описуються амплітудно-частотною характеристикою (АЧХ) $K(f)$:

$$K(f) = \frac{X_{mvix}(f)}{X_{mex}(f)}, \quad (10.1)$$

де $X_{mvix}(f)$, $X_{mex}(f)$ – амплітуди вихідного та вхідного сигналу на частоті f , та фазо-частотною характеристикою (ФЧХ): $\varphi(f)$

$$\varphi(f) = \varphi_{vix}(f) - \varphi_{ex}(f), \quad (10.2)$$

де $\varphi_{vix}(f)$, $\varphi_{ex}(f)$ – початкові фази вихідного та вхідного сигналу на частоті f

Для зручності подальшого аналізу виміряні частотні характеристики представляються у графічній формі, тобто у вигляді графіків. По осі абсцис відкладається частота f гармонічного сигналу джерела, а по осі ординат: для АЧХ

(10.1) – відношення амплітуд вихідного та вхідного сигналів; для ФЧХ (10.2) – різниця фаз (зсув фаз) вихідного та вхідного сигналів.

Фізичний зміст амплітуд вхідного та вихідного сигналів (струм чи напруга) визначається вибором функції передачі системи, частотні властивості якої досліджуються. При визначенні частотних характеристик передачі можливі такі чотири поєднання вплив-реакція на вході та виході системи: напруга-напруга, струм-струм, напруга-струм та струм-напруга, які відповідають таким функціям передачі: передача напруги, передача струму, провідність передачі та опір передачі.

Тому, коли укладається завдання вимірювання частотних характеристик системи, потрібно вказувати тип впливу та тип реакції у сенсі їх фізичного змісту. Для фільтрів зазвичай досліджується схемна функція передачі напруги, тоді АЧХ є залежністю відношення амплітуд вихідної та вхідної напруг від частоти сигналу f джерела, яке збуджує фільтр.

На рисунку 10.2 зображена схема вимірювання АЧХ функції передачі напруги². До входу під'єднуємо генератор гармонічних сигналів, задаємо деяку частота сигналу f та вольтметром вимірюємо діюче значення напруги на вході та виході фільтра, обчислюємо значення АЧХ (10.1) та заносимо до таблиці разом з частотою сигналу. Задавши інші частоти сигналу генератора, аналогічним чином вимірюємо достатню кількість точок АЧХ та будуємо графік, за яким визначаються частотні властивості фільтра³.

² Амплітуда X_m пов'язана з діючим значенням X будь-якого гармонічного сигналу: $X = X_m / \sqrt{2}$. Це дозволяє обчислювати АЧХ, вимірюючи не амплітуди X_m , а діючі значення X сигналів на вході та виході досліджуваного фільтра. Наприклад, АЧХ передачі напруги можна виміряти, використовуючи генератор гармонічних сигналів з індикатором частоти сигналу і один вольтметр, яким по черзі вимірювати напругу на вході та виході за певної частоти.

³ Для зручності визначення АЧХ за виміряними значеннями напруг можна підтримувати діюче значення напруги на вході фільтра рівним, наприклад, 1 В за будь-якої частоти сигналу генератора f . Тобто, змінюючи частоту f , необхідно відповідним чином підлаштовувати

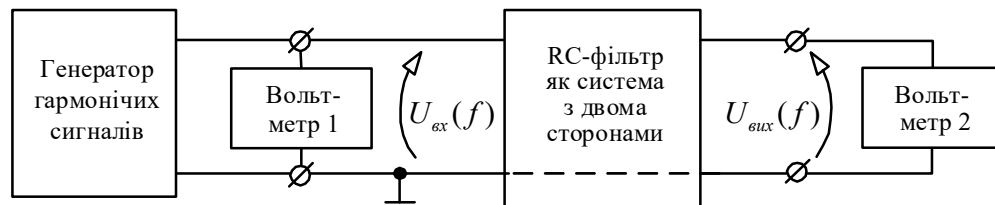


Рис. 10.2. Схема вимірювання амплітудно-частотної характеристики передачі напруги фільтра за показами вольтметрів (за наявності лише одного вольтметра, вимірювати пару діючих значень вхідної та вихідної напруги можна по черзі за однієї й тієї ж самої частоти генератора)

Оскільки амплітуда будь-якого сигналу є числом додатним, то АЧХ є додатною функцією за визначенням, яка будується у першому квадранті координатної площини. На відміну від АЧХ, ФЧХ може бути як додатною (вихідний сигнал випереджає вхідний), так і від'ємною (вихідний сигнал відстає від вхідного).

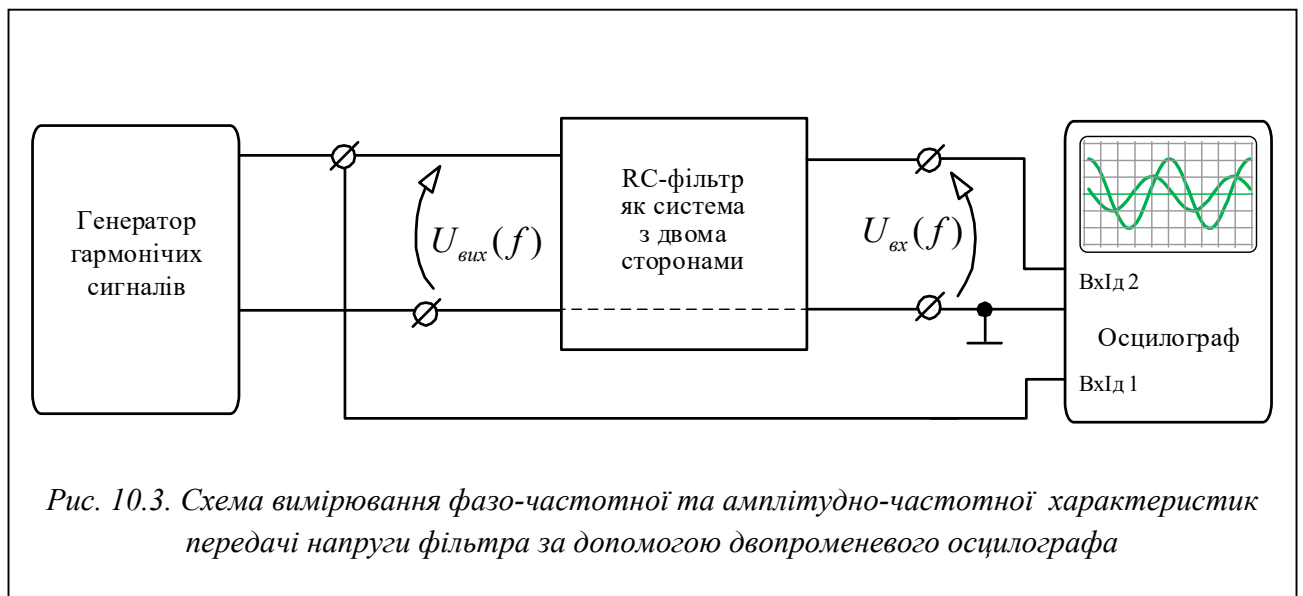
Фазо-частотна характеристика приймає додатні значення ($\varphi(f) > 0$), якщо вихідний сигнал випереджає сигнал на вході системи, та від'ємні – у протилежному випадку. Отже, ФЧХ будується у першому та четвертому квадрантах координатної площини.

Для вимірювання фазо-частотної характеристики використовується двопроменевий осцилограф, тобто такий, який надає можливість одночасно спостерігати на екрані як вхідний, так і вихідний сигнали. Схема вимірювання ФЧХ наведена на рисунку 10.3.

значення напруги генератора. Тоді покази вольтметра на виході фільтра співпадають із значенням вимірюваної АЧХ.

Вхідна та вихідна напруги подаються кожна на відповідний вхід двопроменевого осцилографа, розгортку якого необхідно синхронізувати з цими сигналами, щоб осцилограми сигналів були нерухомі. Необхідно також налаштувати тривалість розгортки та підсилення сигналів так, щоб на екрані осцилографа спостерігалось не менше одного періоду сигналів та мінімальне і максимальне значення кожного з них. Кожного разу після зміни частоти сигналу генератора необхідно контролювати описані вище вимоги та налаштовувати осцилограф за потреби.

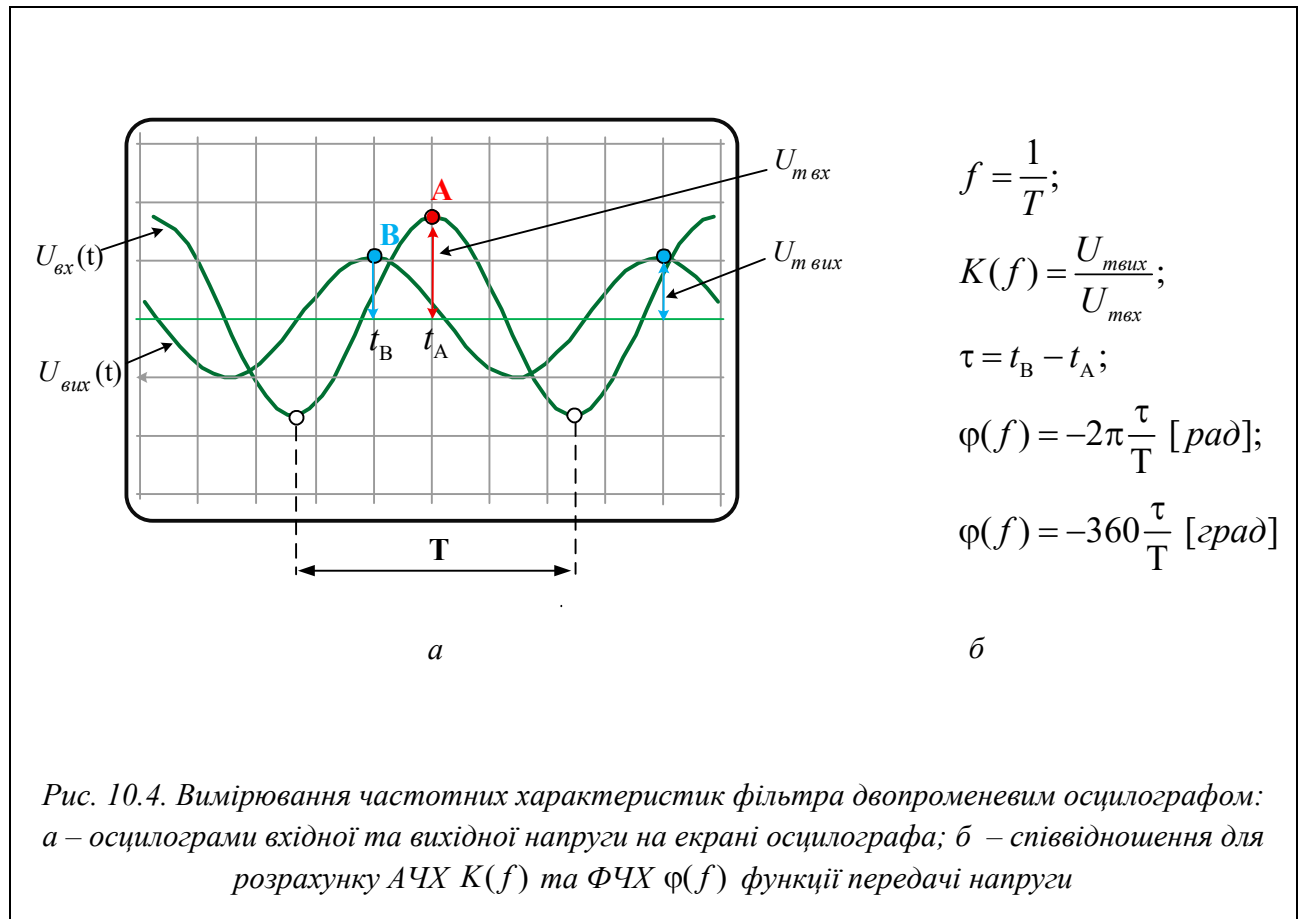
За осцилограмами можна виміряти зсув вихідного сигналу відносно вхідного



в одиницях часу, а далі обчислити різницю фаз у радіанах або градусах. Для цього необхідно виміряти період T по осцилограмі вхідного або вихідного сигналу і, отже, обчислити частоту f . Цей спосіб дозволяє також виміряти амплітуди гармонічних сигналів $U_{твих}(f)$, $U_{твх}(f)$ та обчислити через них АЧХ.

На рисунку 10.4 а наведений приклад осцилограм, знятих з екрану двопроменевого осцилографа. Позначені особливі точки: А, В – точки максимуму напруг; t_A, t_B – часові координати цих точок (початковий момент часу $t=0$

вибирається на осі часу довільно)⁴; $U_{m\text{вх}}$, $U_{m\text{вх}}$ – амплітуди напруг; T – період сигналів. На рисунку 10.4 б наведені співвідношення для обчислення частоти f сигналів та значень АЧХ та ФЧХ на цій частоті.



Для вимірювання числових значень координат характерних точок та амплітуд напруг за осцилограмами необхідно знати масштаб по осі часу (осі абсцис), який однаковий для обох сигналів, та масштаб по осях напруг (осях ординат), який встановлюється незалежно для кожного сигналу. Масштаб часу визначається за

⁴ Для зручності початковий момент часу $t=0$ можна вибрати як проекцію точки А на вісь часу.

положенням перемикача тривалості розготки осцилографа, а масштаб по осі напруг встановлюється перемикачем підсилення сигналу для кожного входу окремо.

Часовий інтервал між точкою максимуму А вхідного сигналу та точкою максимуму В вихідного сигналу визначає зсув одного сигналу відносно іншого у часі. Якщо точка В знаходиться ліворуч від точки А, то вихідний сигнал випереджає вхідний і зсув $\tau = t_B - t_A < 0$. Тоді значення ФЧХ, яка дорівнює різниці фаз вихідного та вхідного сигналів (див. рис. 10.4 б), є додатнім числом ($\varphi(f) > 0$). Якщо ж точка В знаходиться праворуч від точки А, то вихідний сигнал відстає і, за наведеними співвідношеннями ФЧХ має від'ємне значення на відповідній частоті f .

Зміна амплітуди та фази вихідного сигналу, яка відбувається внаслідок зміни частоти вхідного сигналу (при цьому амплітуда та початкова фаза вхідного сигналу повинні залишатися незмінними) виникає через те, що серед компонентів, які утворюють фільтр, присутні реактивні двополюсники, до яких відносяться котушки індуктивності та конденсатори. Їх опори залежать від частоти сигналу: індуктивний опір x_L збільшується із збільшенням частоти ($x_L = \omega L = 2\pi fL$), а ємнісний опір x_C , навпаки, зменшується ($x_C = 1 / \omega C = 1 / 2\pi fC$). Внаслідок цього будь-яка схемна функція має різні значення на різних частотах, і, отже, амплітуда та фаза вихідного сигналу також будуть різними на різних частотах.

Вигляд частотних характеристик будь-якого фільтра визначається його компонентним складом та структурою. За частотними характеристиками розрізняють такі типи фільтрів:

- фільтри нижніх частот (ФНЧ);
- фільтри верхніх частот (ФВЧ);

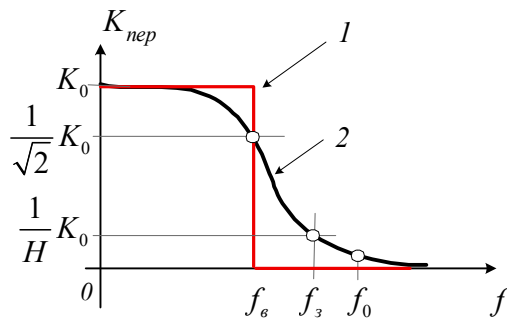
- смугові фільтри (СФ);
- загороджувальні (режекторні) фільтри (ЗФ).

Частотні властивості фільтра можна визначити за його схемною функцією або за вимірними АЧХ та ФЧХ. На рисунку 10.5 схематично зображені амплітудно-частотні характеристики передачі напруги фільтрів різних типів.

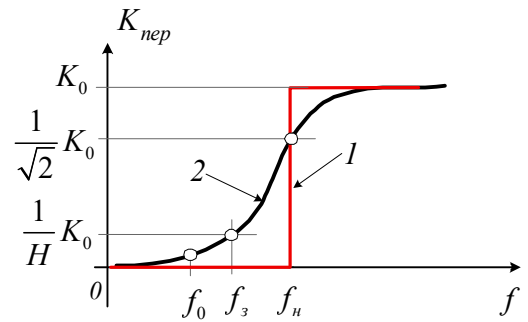
Електричний фільтр повинен пропускати гармонічні сигнали від джерела до навантаження без суттєвого послаблення у деякій смузі частот, яка називається смугою пропускання, і суттєво послаблювати сигнал у смузі частот, яка називається смугою непропускання (між цими смугами знаходиться перехідна область). У цьому полягають селективні властивості фільтра та сутність фільтрації сигналів. Зазвичай максимальне послаблення вибирається рівним $\sqrt{2}$, тоді сигнал на виході фільтра має не менше половини потужності від потужності сигналу на вході, якщо його частота f знаходиться у смузі пропускання.

Порівняння АЧХ реального фільтра з ідеальною характеристикою (див. рис. 10.5, червона лінія – АЧХ ідеального фільтра) дозволяє оцінити селективні властивості фільтра. Ідеальні характеристики мають прямокутну форму, за якої селективні властивості фільтра найкращі, тобто, такі фільтри здатні без послаблення передавати усі сигнали у смузі пропускання і зовсім не пропускати за її межами.

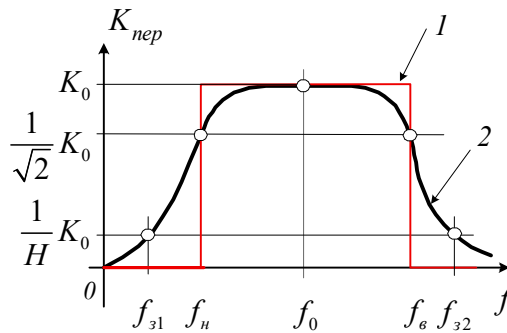
Ступінь відхилення реальної характеристики від ідеальної визначається коефіцієнтом прямокутності амплітудно-частотної характеристики k_n , який обчислюється за формулами, наведеними у табл. 10.1. Вони пов'язують значення k_n з особливими частотами $f_n, f_{\sigma}, f_{31}, f_{32}$ характеристик фільтрів різних типів. Для



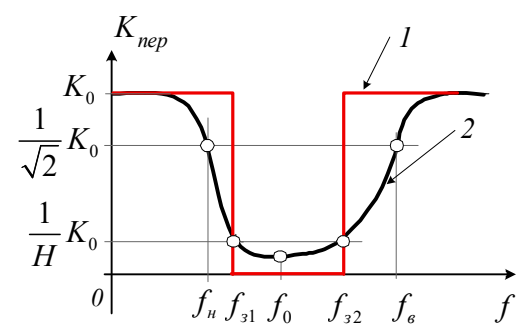
a



б



в



г

Рис. 10.5. Амплітудно-частотні характеристики (1 – ідеальна, 2 – реальна) електричних фільтрів: а – фільтра нижніх частот (ФНЧ); б – фільтра верхніх частот (ФВЧ); в – смугового фільтра (СФ); г – загороджувального (режекторного) фільтра (ЗФ); f_n , f_6 – нижня та верхня гранична частота смуги пропускання; $\sqrt{2}$ – максимальне ослаблення сигналу у смугі пропускання; H – коефіцієнт ослаблення сигналу, який визначає мінімальне ослаблення у межах смуги непропускання; f_{31} , f_{32} – граничні частоти смуги непропускання; f_0 – частота, за якої комплексна частотна характеристики $K(j\omega_0)$ є дійсним числом, тобто різниця фаз вихідного та вхідного сигналів дорівнює нулю

ідеальних фільтрів $k_n = 1$. Чим ближчий коефіцієнт прямокутності k_n до одиниці, тим кращі селективні властивості фільтра.

Діапазон значень частоти f та амплітудно-частотних характеристик $K_{пер}$ (10.1) може бути настільки великим, що побудувати графіки частотних

характеристик у лінійному масштабі неможливо. Тому значення АЧХ у такому випадку треба виражати у логарифмічних одиницях вимірювання, а саме: у децибелах (дБ) або неперах (Нп). Значення АЧХ у децибелах обчислюються як

$$K_{\text{пер}}^{(\text{дБ})} = 20 \lg(K_{\text{пер}}),$$

а значення АЧХ у неперах – як

$$K_{\text{пер}}^{(\text{Нп})} = \ln(K_{\text{пер}}).$$

Наприклад, для пасивних фільтрів нижніх частот (див. рис. 10.5 а) $K_0 = K_{\text{пер}}(f)|_{f=0} = 1$, тоді $K_0^{(\text{дБ})} = 20 \lg(1) = 0 \text{ дБ}$. Тобто, нульове значення АЧХ у децибелах означає, що амплітуди гармонічних сигналів на вході та виході фільтра однакові.

Таблиця 10.1. Обчислення коефіцієнта прямокутності АЧХ фільтрів різного типу.

Фільтр нижніх частот (ФНЧ)	Фільтр верхніх частот (ФВЧ)
$k_n = \frac{f_3}{f_6}$	$k_n = \frac{f_n}{f_3}$
Смуговий фільтр (СФ)	Загороджувальний фільтр (ЗФ)
$k_n = \frac{f_{32} - f_{31}}{f_6 - f_n}$	$k_n = \frac{f_6 - f_n}{f_{32} - f_{31}}$

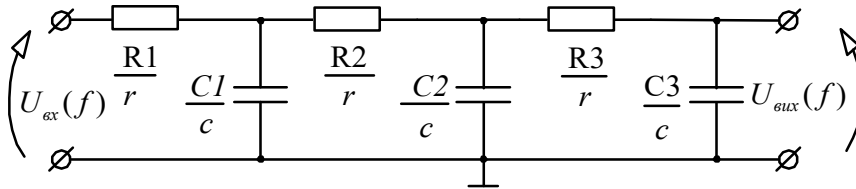
Якщо прийняти для ФНЧ коефіцієнт ослаблення $H=10$, то $K_{пер}^{(дБ)}(f)|_{f=f_3} = 20 \lg \frac{K_0}{H} = 20 \lg \frac{1}{10} = -20 \text{ дБ}$. Тобто, ослаблення сигналу на виході фільтра у десять разів означає, що АЧХ зменшилась на 20 дБ на частоті f_3 у порівнянні з її значенням на нульовій частоті (за умови незмінної амплітуди вхідного сигналу). Легко показати, що збільшення амплітуди вихідного сигналу у десять разів означає збільшення відповідної схемної функції на 20 дБ. Вісь частот зазвичай зображується у логарифмічному масштабі: замість частоти f на осі частот відображаються значення $\lg f$.

10.3. Завдання для самопідготовки

У таблицях 10.2-10.5 наведено схеми досліджуваних пасивних RC-фільтрів. Вони відносяться до реактивних схем другого та третього порядку, оскільки містять дві або три ємності, які не утворюють особливих контурів. Числові значення номіналів компонентів визначаються за маркуванням компонентів (конденсаторів та резисторів), які входять до лабораторного макету відповідного фільтра.

У протоколі лабораторної роботи необхідно зобразити схеми досліджуваних фільтрів. За заданою комплексною частотною характеристикою передачі напруги фільтра $K_u(j\omega)$ (табл. 10.2-10.5) знайти у загальному вигляді для кожного з них аналітичний вираз для амплітудно-частотної $K_u(\omega)$ та фазо-частотної $\varphi_u(\omega)$ характеристик у режимі холостого ходу та занести до згаданих таблиць. За записаними аналітичними виразами АЧХ та ФЧХ, знайти та занести до таблиць зазначені в них координати особливих точок частотних характеристик $K_u(\omega)$ та $\varphi_u(\omega)$ (ω_0 – частота, за якої $K_u(j\omega_0)$ є дійсним числом).

Таблиця 10.2. Схема фільтра нижніх частот третього порядку – потрійний RC-ланцюжок з відставанням фази вихідного сигналу, та його частотні характеристики



$$r = \quad [\quad];$$

$$c = \quad [\quad].$$

$$K_u(j\omega) = \frac{1}{1 - 5(\omega rc)^2 + j\omega rc[6 - (\omega rc)^2]};$$

$$\omega_0 = \frac{\sqrt{6}}{rc};$$

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \quad [\quad].$$

$$K_u(\omega) =$$

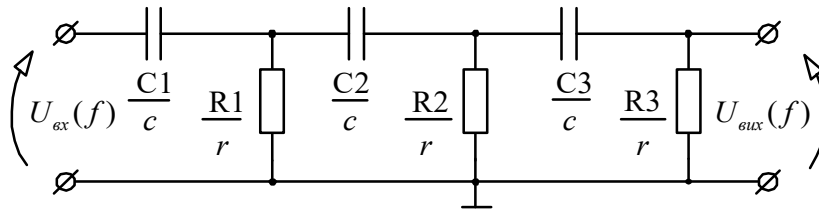
$$\varphi_u(\omega) =$$

Координати особливих точок амплітудно-частотної $K_u(\omega)$ та фазо-частотної $\varphi_u(\omega)$ характеристик ФНЧ

$K_u(0)$	$\varphi_u(0) [\quad]$	$K_u(\omega_0)$	$\varphi_u(\omega_0) [\quad]$	$K_u(\infty)$	$\varphi_u(\infty) [\quad]$

Ознайомитись із програмою виконання лабораторної роботи та вивчити відповідний теоретичний матеріал розділів “Аналіз періодичних режимів” та “Частотні характеристики”. Накреслити у протоколі таблиці та координатні осі, необхідні для занесення експериментальних даних та побудови графіків. Переконатися у готовності до виконання лабораторної роботи, надавши відповіді на всі запитання, наведені нижче у розділі “Контрольні запитання”.

Таблиця 10.3. Схема фільтра верхніх частот третього порядку – потрійний RC-ланцюжок з випередженням фази вихідного сигналу, та його частотні характеристики



$$r = [\quad];$$

$$c = [\quad].$$

$$K_u(j\omega) = \frac{j(\omega rc)^3}{6(\omega rc)^2 - 1 + j\omega rc[(\omega rc)^2 - 5]};$$

$$\omega_0 = \frac{1}{rc\sqrt{6}};$$

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = [\quad].$$

$$K_u(\omega) =$$

$$\varphi_u(\omega) =$$

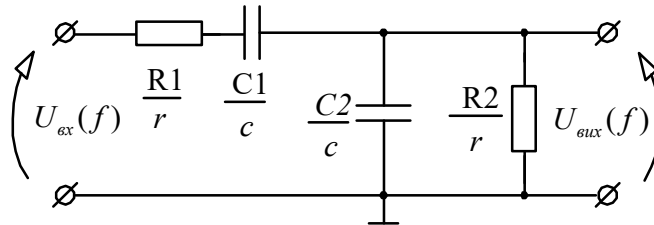
Координати особливих точок амплітудно-частотної $K_u(\omega)$ та фазо-частотної $\varphi_u(\omega)$ характеристик ФВЧ

$K_u(0)$	$\varphi_u(0) [\quad]$	$K_u(\omega_0)$	$\varphi_u(\omega_0) [\quad]$	$K_u(\infty)$	$\varphi_u(\infty) [\quad]$

10.4. Контрольні запитання

1. Назвіть параметри, якими характеризується гармонічний сигнал, запишіть формулу гармонічного сигналу, його комплексне зображення та комплексну амплітуду.

Таблиця 10.4. схема смугового фільтра другого порядку – міст Віна, та його частотні характеристики



$$r = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix};$$

$$c = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix}.$$

$$K_u(j\omega) = \frac{j\omega rc}{1 - (\omega rc)^2 + j3\omega rc};$$

$$\omega_0 = \frac{1}{rc};$$

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix}.$$

$$K_u(\omega) =$$

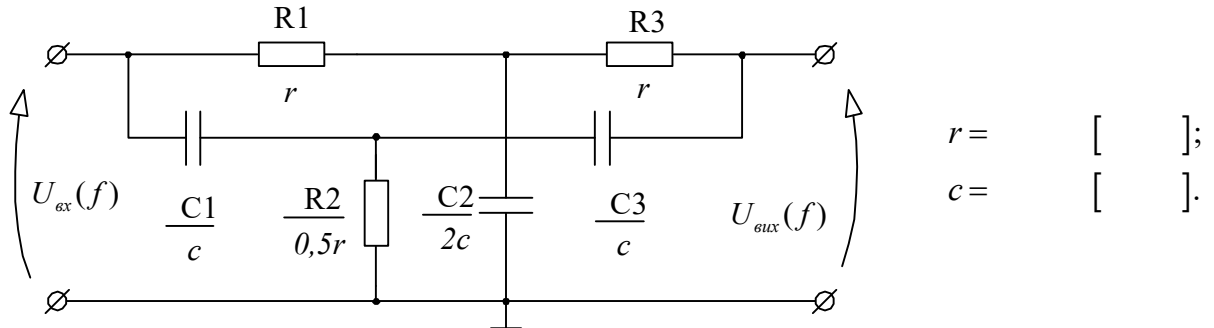
$$\varphi_u(\omega) =$$

Координати особливих точок амплітудно-частотної $K_u(\omega)$ та фазо-частотної $\varphi_u(\omega)$ характеристик СФ

$K_u(0)$	$\varphi_u(0) [\quad]$	$K_u(\omega_0)$	$\varphi_u(\omega_0) [\quad]$	$K_u(\infty)$	$\varphi_u(\infty) [\quad]$

2. Чим відрізняється фаза гармонічного сигналу від початкової фази?
3. Яким має бути реактивне коло, щоб його частотні властивості можна було описувати схемними функціями?
4. Надати визначення амплітудно-частотної (АЧХ) та фазо-частотної (ФЧХ) характеристик реактивного кола.

Таблиця 10.5. Схема загороджувального (режекторного) фільтра третього порядку – подвійний T-подібний міст, та його частотні характеристики



$$K_u(j\omega) = \frac{1 - (\omega rc)^2 + j\omega rc[1 - (\omega rc)^2]}{1 - 5(\omega rc)^2 + j\omega rc[5 - (\omega rc)^2]};$$

$$K_u(\omega) =$$

$$\omega_0 = \frac{1}{rc};$$

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = [\quad].$$

$$\varphi_u(\omega) =$$

Координати особливих точок амплітудно-частотної $K_u(\omega)$ та фазо-частотної $\varphi_u(\omega)$ характеристик ЗФ

$K_u(0)$	$\varphi_u(0) [\quad]$	$K_u(\omega_0)$	$\varphi_u(\omega_0) [\quad]$	$K_u(\infty)$	$\varphi_u(\infty) [\quad]$

5. У чому полягає фільтрація сигналів?

6. У якому стані повинно бути електронне коло, щоб можна було визначити його частотні характеристики експериментально?

7. Як визначити частотні характеристики фільтра експериментально?
8. Що таке АЧХ передачі напруги, АЧХ передачі струму? Дайте визначення АЧХ інших функцій передачі.
9. Що таке функція нерівномірності амплітудно-частотної характеристики? З яких міркувань задають допустиму величину функції нерівномірності $M_{\text{доп}}$?
Наприклад, що означає $M_{\text{доп}} = 1/\sqrt{2}$?
10. Як класифікуються електричні фільтри за формою амплітудно-частотної характеристики?
11. Які фільтри називають пасивними? Що таке RC-фільтр?
12. Що таке смуга пропускання фільтра? Як визначаються граничні частоти смуги пропускання?
13. Що таке коефіцієнт ослаблення (згасання) фільтра?
14. Що таке смуга непропускання фільтра та як визначаються її граничні частоти?
15. Який вигляд мають амплітудно-частотні характеристики ідеальних фільтрів різних типів?
16. Яким коефіцієнтом характеризується відмінність амплітудно-частотної характеристики реального фільтра від ідеального? Як знайти його значення?
17. Яке значення має коефіцієнт прямокутності АЧХ ідеального фільтра?
18. Якими методами знаходяться частотні характеристики фільтрів?
19. Які квадранти координатної площини можуть займати АЧХ (ФЧХ) фільтрів?

10.5. Програма роботи

5.1. Увімкнути генератор гармонічних сигналів. Задати частоту f сигналу генератора 1кГц, діюче значення напруги генератора $U_{\text{вх}} = U_{\text{мвх}} / \sqrt{2}$ встановити рівним 1 В, вимірявши останнє зовнішнім вольтметром змінної напруги. Підключити генератор гармонічних сигналів на вхід осцилографа та в режимі внутрішньої синхронізації осцилографа домогтися нерухомого зображення гармонічного сигналу на екрані. Підібрати масштаб зображення сигналу на екрані осцилографа по осі Y та тривалість розгортки по осі X так, щоб гармонічний сигнал повністю відображався на екрані на інтервалі 1-2 періодів⁵. Визначивши по положеннях ручок управління осцилографом ціну поділок екрану по осях X та Y, виміряти амплітуду та частоту гармонічного сигналу і порівняти з показами зовнішнього вольтметра та індикатора частоти генератора. Якщо амплітуда сигналу не дорівнює 1,41 В, то ручкою генератора, що регулює рівень його сигналу, встановити амплітуду сигналу, рівною 1,41 В.

5.2. Зібрати RC-фільтр нижніх частот за схемою таблиці 10.2. По маркуванню конденсаторів і резисторів фільтра визначити їх номінали, розрахувати частоту f_0 та занести до таблиці 10.2.

5.3. Зібрати вимірювальне коло за схемою (див. рис. 10.2). Змінюючи частоту сигналу генератора f та вимірюючи вхідну та вихідну напругу фільтра вольтметром, визначити амплітудно-частотну характеристику передачі напруги⁶ та

⁵ Ручки плавного регулювання масштабу напруги по осі Y та масштабу часу по осі X екрану осцилографа повинні перебувати у крайньому положенні, якщо їх обертати за годинниковою стрілкою.

⁶ Якщо показ вольтметра на вході фільтра за будь-якої частоти сигналу генератора підтримувати рівним 1 В, то відповідно до (10.1) показ вольтметра на виході фільтра співпадатиме з вимірюваним значенням АЧХ.

побудувати на рисунку 10.6 а. Вісь частот розмітити у десятковому логарифмічному масштабі (наприклад, точці АЧХ на частоті $f = 1 \text{ кГц} = 10^3 \text{ Гц}$ відповідає проекція на логарифмічній осі частот із значенням $\lg f = \lg 10^3 = 3$).

5.4. Визначити K_0 за побудованою АЧХ та, прийнявши максимальне ослаблення сигналу у смузі *пропускання* рівним $\sqrt{2}$, а коефіцієнт ослаблення сигналу H у смузі *непропускання* рівним 10, визначити особливі частоти і занести до таблиці 9.6. Розрахувати значення коефіцієнта прямокутності k_n і занести до цієї ж таблиці.

5.5. Зібрати вимірювальне коло за схемою на рисунку 10.3. Змінюючи частоту сигналу генератора і знаходячи різницю фаз вихідного та вхідного сигналів за їх зображеннями на екрані осцилографа, знайти фазо-частотну характеристику передачі напруги та побудувати на відповідній площині (див. рис. 10.6 б). За фазо-частотною характеристикою визначити частоту f_0 , занести до таблиці та порівняти з обчисленим значенням.

5.6. Дослідити частотні властивості фільтра верхніх частот, смугового та загороджувального фільтрів, схеми яких наведені у таблицях. 10.3-10.5, виконавши п.п. 5.2-5.5 програми для кожного з них.

10.6. Результати експериментів

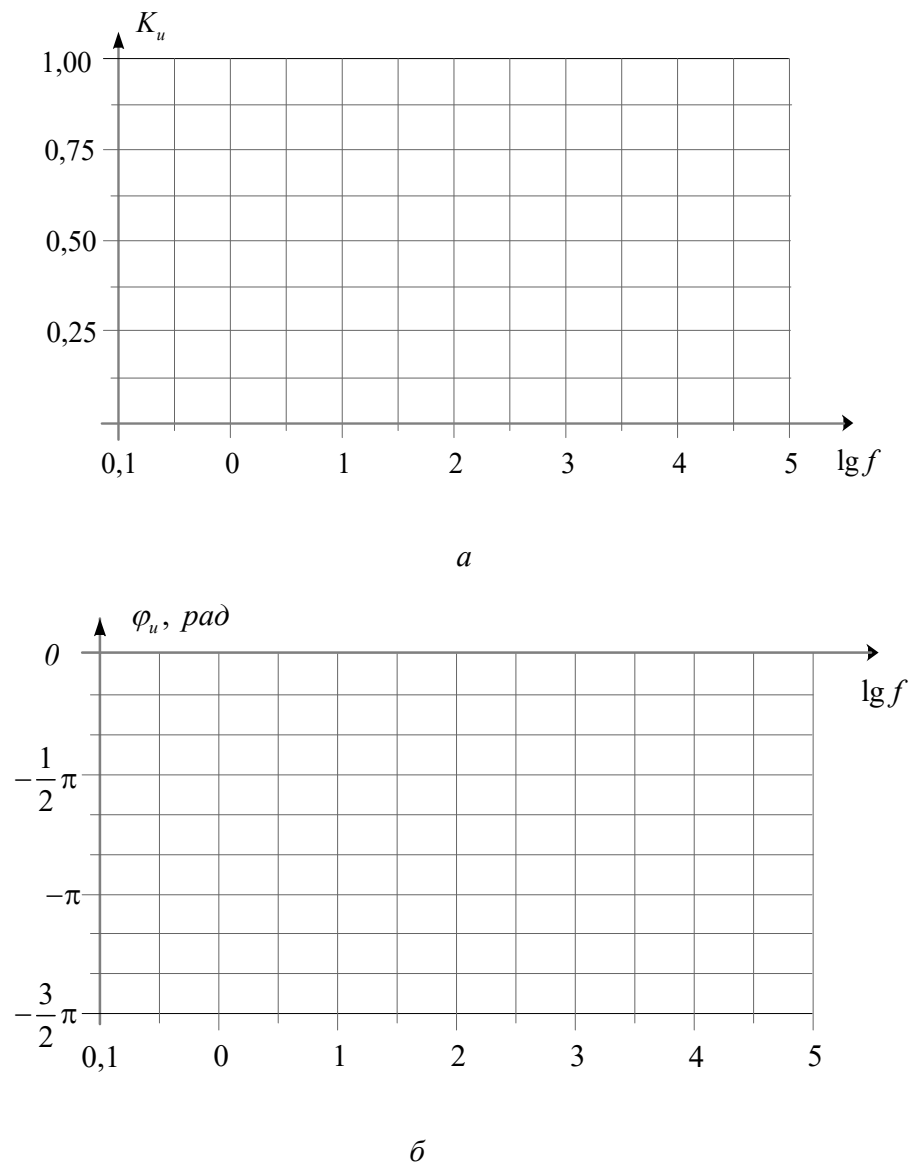
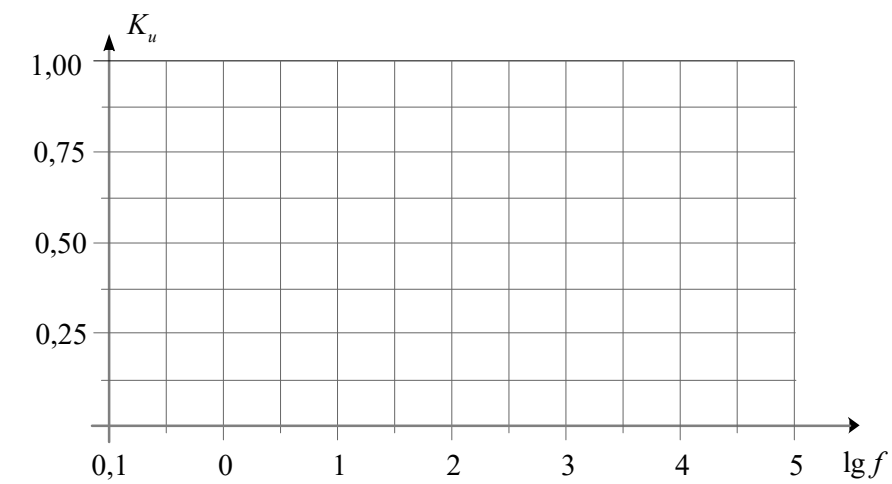


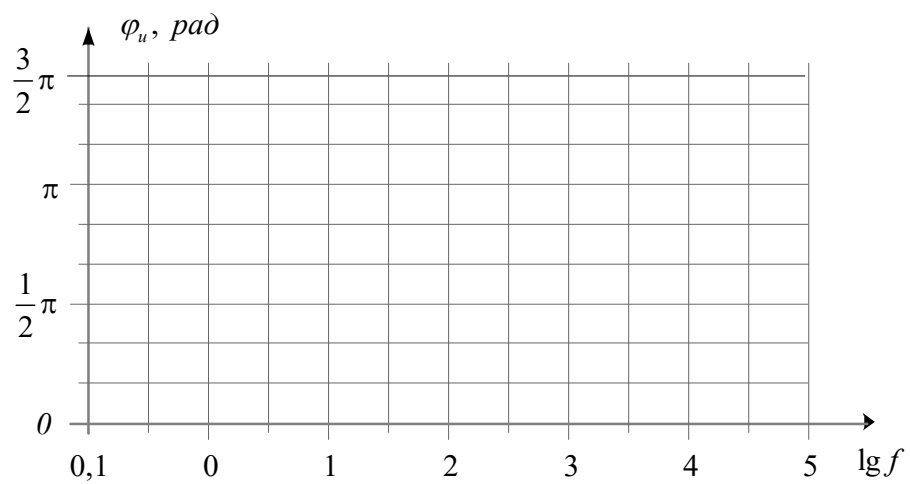
Рис. 10.6. Виміряні амплітудно-частотна та фазо-частотна характеристики фільтра нижніх частот (ФНЧ): а – АЧХ; б – ФЧХ

Таблиця 10.6. Особливі частоти та значення виміряних частотних характеристик ФНЧ (див. табл. 10.2)

K_0	f_n []	$f_с$ []	$f_з$ []	f_0 []	Н	k_n



a

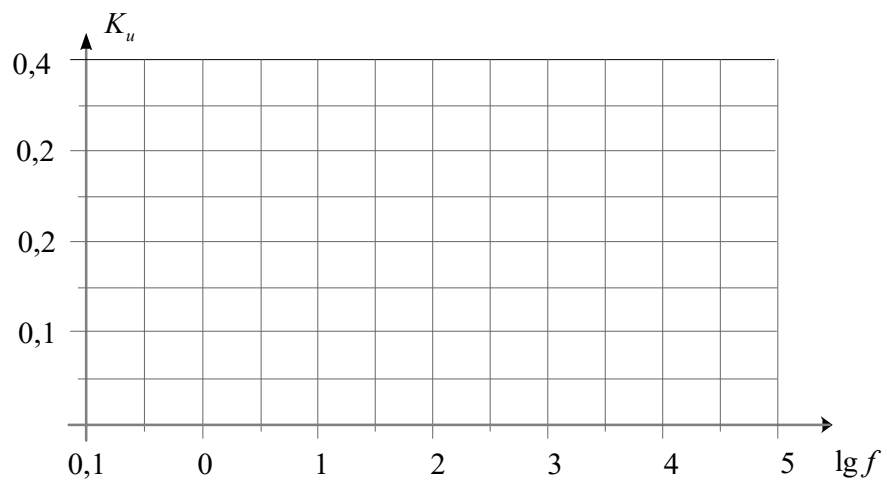


б

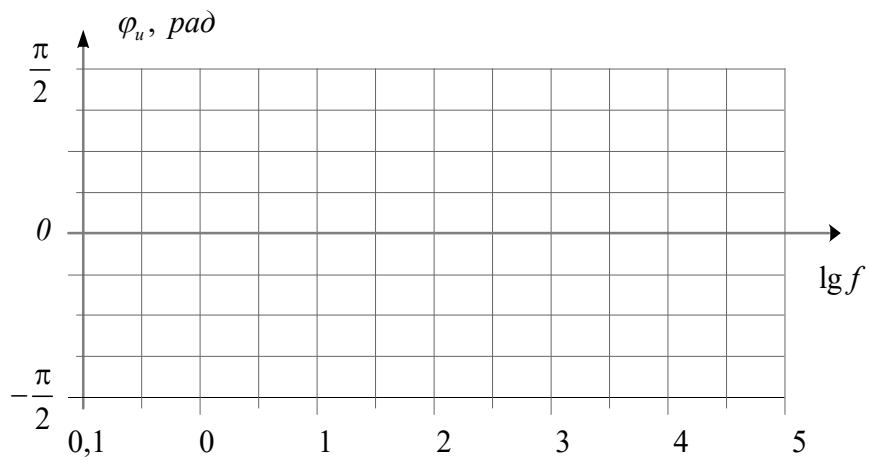
Рис. 10.7. Виміряні амплітудно-частотна та фазо-частотна характеристики фільтра верхніх частот (ФВЧ): а – АЧХ; б – ФЧХ

Таблиця 10.7. Особливі частоти та значення виміряних частотних характеристик ФВЧ (див. табл. 10.3)

K_0	f_H []	f_{ε} []	f_z []	f_0 []	Н	k_n



a

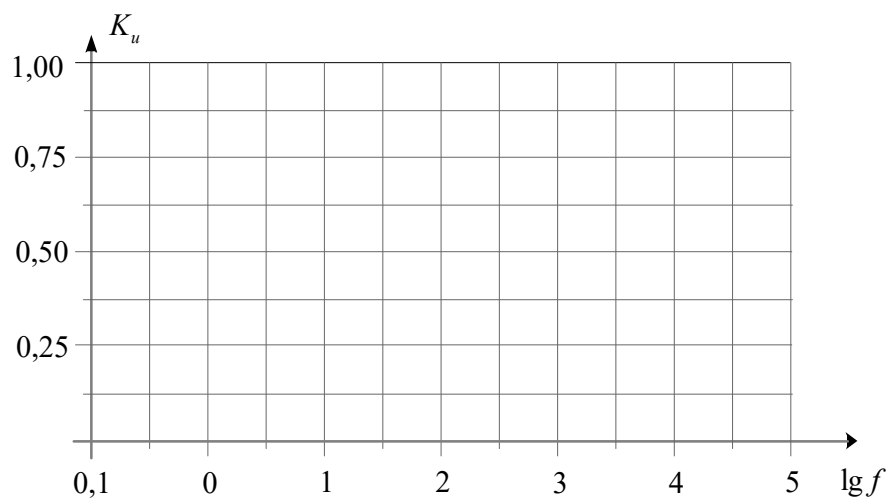


б

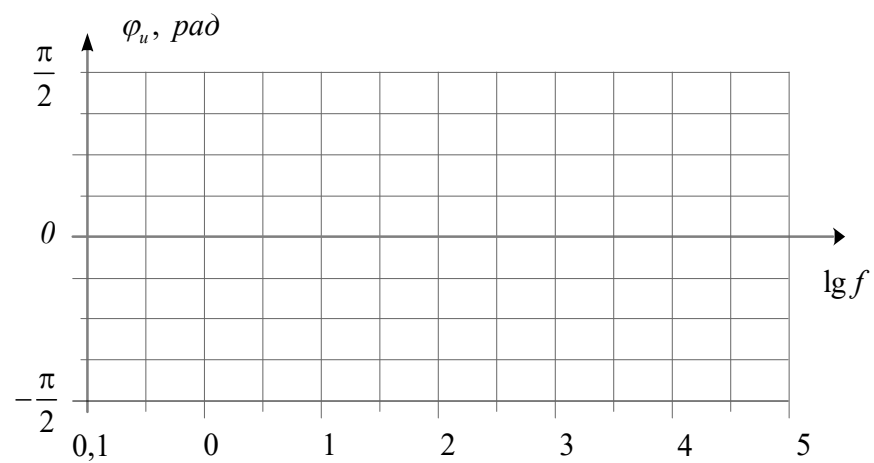
Рис. 10.8. Виміряні амплітудно-частотна та фазо-частотна характеристики смугового фільтра (СФ): а – АЧХ; б – ФЧХ

Таблиця 10.8. Особливі частоти та значення виміряних характеристик СФ (див. табл. 10.4)

K_0	f_n []	$f_с$ []	f_{3l} []	f_{32} []	f_0 []	H	k_n



a



б

Рис. 10.9. Виміряні амплітудно-частотна та фазо-частотна характеристики загороджувального фільтра (ЗФ): а – АЧХ; б – ФЧХ

Таблиця 10.9. Особливі частоти та значення частотних характеристик ЗФ (див табл. 10.5)

K_0	f_n []	f_s []	f_{31} []	f_{32} []	f_0 []	H	k_n

10.7. Аналіз результатів та висновки

11. ЛАБОРТОРНА РОБОТА № 11

АКТИВНІ RC-ФІЛЬТРИ ПЕРШОГО ПОРЯДКУ

11.1. Мета роботи:

дослідити частотні властивості активних RC-фільтрів першого порядку, визначити вплив навантаження на їх частотні характеристики, порівняти з властивостями аналогічних пасивних фільтрів.

11.2. Теоретичі відомості

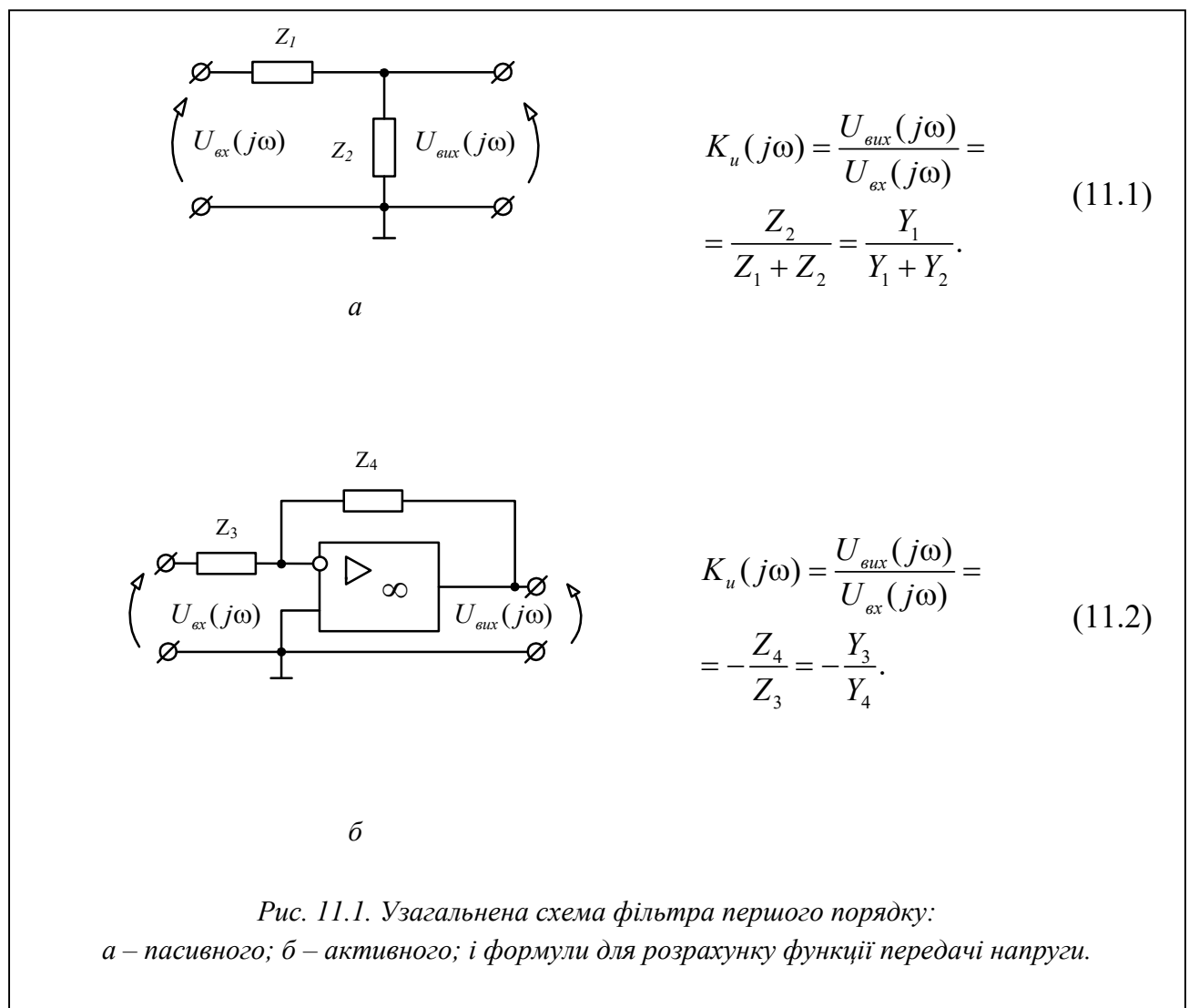
Активними називаються фільтри, що містять у своєму складі один або декілька підсилювальних каскадів, зокрема, виконаних на операційних підсилювачах. Селективні властивості активного фільтра визначаються пасивними компонентами, що входять до його складу. Якщо пасивними компонентами є тільки конденсатори та резистори, то такі фільтри називаються активними RC-фільтрами.

Активні фільтри мають ряд переваг, наприклад: сигнал не тільки фільтрується, а й підсилюється, на їх частотні властивості менше впливає опір навантаження. Порядок фільтра дорівнює порядку матриці системи в його рівняннях змінних стану або, відповідно, кількості полюсів його операторної схемної функції передачі.

Фільтри, що містять один реактивний двополюсник, відносяться до фільтрів першого порядку. В RC-фільтрі цим двополюсником є конденсатор. Фільтр першого порядку може бути або фільтром нижніх частот (ФНЧ), що характеризується верхньою граничною частотою смуги пропускання f_c , або фільтром верхніх частот (ФВЧ), що характеризується нижньою граничною частотою f_n його смуги пропускання. Ці частоти також називаються частотою зрізу f_z відповідного фільтра.

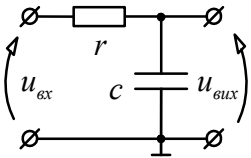
Коефіцієнт прямокутності k_n амплітудно-частотної характеристики (АЧХ) фільтра першого порядку набагато більше одиниці, що свідчить про невисокі селективні властивості такого фільтра. Кращі селективні властивості мають фільтри вищих порядків, які містять більшу кількість реактивних двополюсників.

На рисунку 11.1 наведено узагальнені схеми пасивного та активного фільтрів першого порядку в області комплексної частоти $j\omega$, де $Z_i, i=1,4$ – комплексні опори деяких пасивних двополюсників, а $Y_i=1/Z_i$ – їх комплексні провідності.



За співвідношеннями (11.1) та (11.2) визначаються частотні характеристики передачі напруги $K_u(j\omega)$ фільтрів через спектральні густини вхідної $U_{вх}(j\omega)$ та вихідної $U_{вих}(j\omega)$ напруг. Частотні характеристики можна виміряти або виразити теоретично через комплексні опори Z_i або провідності Y_i . Співвідношення (11.2) отримане з урахуванням того, що властивості операційного підсилювача вважаються близькими до ідеальних.

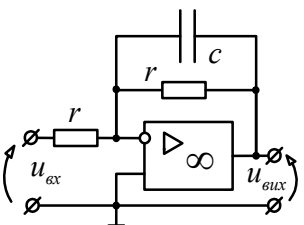
У таблиці 11.1 наведена схема пасивного фільтра нижніх частот першого порядку, відповідні комплексні провідності Y_1 , Y_2 та частотна характеристика передачі напруги фільтра. Співвідношення (11.3) є окремим випадком співвідношення (11.1), яке застосовується для пасивного ФНЧ.

Таблиця 11.1. Пасивний ФНЧ першого порядку			
Тип фільтра	Схема фільтра	Комплексні провідності	Частотна характеристика передачі $K_u(j\omega)$
Пасивний ФНЧ першого порядку		$Y_1 = \frac{1}{r};$ $Y_2 = j\omega c.$	$\frac{Y_1}{Y_1 + Y_2} = \frac{1}{1 + j\omega cr}. \quad (11.3)$

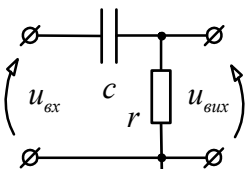
Порівнюючи співвідношення (11.1) та (11.2), приходимо до висновку, що частотні характеристики узагальненого *активного* фільтра (див. рис. 11.1 б) будуть такими ж, як і частотні характеристики пасивного фільтра нижніх частот, якщо комплексні провідності фільтрів пов'язані такими співвідношеннями:

$$\begin{aligned}
 Y_3 &= Y_1; \\
 Y_4 &= Y_1 + Y_2.
 \end{aligned}
 \quad (11.4)$$

У таблиці 11.2 наведена схема активного фільтра нижніх частот, отримана із загальної схеми на рисунку 11.1 б на основі співвідношень (11.4) з урахуванням того, що за паралельного з'єднання двополюсників еквівалентна провідність дорівнює сумі їх провідностей.

Таблиця 11.2. Активний ФНЧ першого порядку			
Тип фільтра	Схема фільтра	Комплексні провідності	Частотна характеристика передачі $K_u(j\omega)$
Активний ФНЧ першого порядку		$Y_3 = \frac{1}{r};$ $Y_4 = \frac{1}{r} + j\omega c.$	$-\frac{Y_3}{Y_4} = -\frac{1}{1 + j\omega cr}. \quad (11.5)$

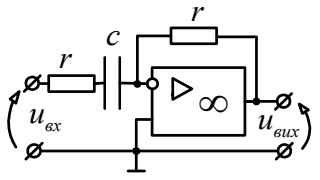
У таблиці 11.3 наведена схема пасивного фільтра верхніх частот першого порядку, відповідні комплексні опори Z_1 , Z_2 та частотна характеристика передачі напруги фільтра. Співвідношення (11.6) є окремим випадком співвідношення (11.1), застосованим для пасивного ФВЧ.

Таблиця 11.3. Пасивний ФВЧ першого порядку			
Тип фільтра	Схема фільтра	Комплексні провідності	Частотна характеристика передачі $K_u(j\omega)$
Пасивний ФВЧ першого порядку		$Z_1 = \frac{1}{j\omega c};$ $Z_2 = r.$	$\frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{j\omega cr}{1 + j\omega cr}. \quad (11.6)$

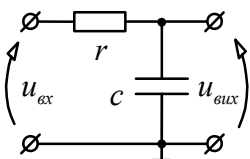
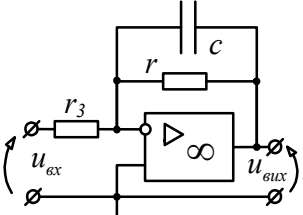
Аналогічним способом, як було синтезовано активний ФНЧ, можна синтезувати і активний RC-фільтр верхніх частот на основі його пасивного прототипу, тобто, схеми на рисунку 11.1 б та співвідношень, які визначають умови, за яких частотні характеристики пасивного та активного фільтрів верхніх частот є однаковими:

$$\begin{aligned} Z_4 &= Z_2; \\ Z_3 &= Z_1 + Z_2. \end{aligned} \quad (11.7)$$

У таблиці 11.4 наведена схема активного фільтра верхніх частот, отримана із загальної схеми на рисунку 11.1 б на основі співвідношень (11.7) з урахуванням того, що еквівалентний комплексний опір послідовно з'єднаних двополюсників дорівнює сумі їх комплексних опорів.

Таблиця 11.4. Активний ФВЧ першого порядку			
Тип фільтра	Схема фільтра	Комплексні провідності	Частотна характеристика передачі $K_u(j\omega)$
Активний ФВЧ першого порядку		$\begin{aligned} Z_3 &= r + \frac{1}{j\omega c}; \\ Z_4 &= r. \end{aligned}$	$-\frac{Z_4}{Z_3} = -\frac{j\omega cr}{1 + j\omega cr}. \quad (11.8)$

Позначимо в активному ФНЧ провідність $Y_3 = 1/r_3$. Під'єднаємо на вихід пасивного та активного ФНЧ навантаження з опором r_n . У таблиці 11.5 наведені співвідношення, які відображають вплив навантаження на АЧХ та характерні частоти.

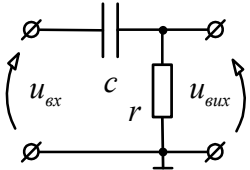
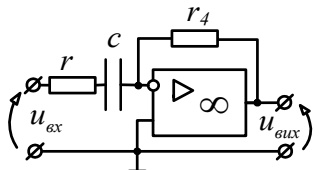
Таблиця 11.5. Пасивний та активний ФНЧ першого порядку з навантаженням $r_n=1/g_n$: f_c – частота зрізу за максимального ослаблення сигналу у $\sqrt{2}$ разів у смузі пропускання; f_3 – гранична частота смуги непропускання за мінімального ослаблення H сигналу; $k_n = f_3/f_c = \sqrt{H^2 - 1}$ – коефіцієнт прямокутності АЧХ			
Тип фільтра	АЧХ $K_u(\omega)$	Частота зрізу f_c	Гранична частота смуги непропускання f_3
Пасивний ФНЧ 	$\frac{1}{\sqrt{(1+rg_n)^2 + (\omega cr)^2}}$	$\frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1+rg_n}{cr}$	$\frac{k_n}{2\pi} \cdot \frac{1+rg_n}{cr}$
Активний ФНЧ 	$\frac{r}{r_3} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+(\omega cr)^2}}$	$\frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{cr}$	$\frac{k_n}{2\pi} \cdot \frac{1}{cr}$

Аналізуючи співвідношення в таблиці 11.5, приходимо до висновку, що опір навантаження r_n (його провідність g_n) впливає на частоту зрізу f_c пасивного ФНЧ (збільшує частоту зрізу). В той же час, опір навантаження не впливає на частоту зрізу активного ФНЧ. Селективні властивості як активного, так і пасивного ФНЧ, які характеризуються коефіцієнтом прямокутності k_n , не залежать від опору навантаження.

В активному ФНЧ опір r_3 впливає на значення АЧХ обернено пропорційно. Регулюючи співвідношення між опорам r_3 та r , можна підсилювати сигнали, які

фільтруються, на відміну від пасивного ФНЧ, де амплітуда напруги на виході завжди менша від амплітуди сигналу на вході.

Позначимо в активному ФВЧ комплексний опір $Z_4=r_4$. Під'єднаємо на вихід пасивного та активного ФВЧ навантаження з опором r_n . У таблиці 11.6 наведені співвідношення, які відображають вплив навантаження на АЧХ та характерні частоти.

Таблиця 11.6. Пасивний та активний ФВЧ першого порядку з навантаженням $r_n=1/g_n$: f_n-частота зрізу за максимального ослаблення сигналу $\sqrt{2}$ у смузі пропускання; f_z-гранична частота смуги непропускання за мінімального ослаблення H сигналу; $k_n = f_n/f_z = \sqrt{H^2 - 1}$ -коефіцієнт прямокутності АЧХ;			
Тип фільтра	АЧХ $K_u(\omega)$	Частота зрізу f_n	f_z
Пасивний ФВЧ 	$\frac{\omega cr}{\sqrt{(1+rg_n)^2 + (\omega cr)^2}}$	$\frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1+rg_n}{cr}$	$\frac{1}{2\pi k_n} \cdot \frac{1+rg_n}{cr}$
Активний ФВЧ 	$\frac{r_4}{r} \cdot \frac{\omega cr}{\sqrt{1 + (\omega cr)^2}}$	$\frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{cr}$	$\frac{1}{2\pi k_n} \cdot \frac{1}{cr}$

Аналізуючи співвідношення в таблиці 11.6, приходимо до висновку, що опір навантаження r_n (його провідність g_n) впливає на частоту зрізу f_z пасивних ФВЧ (збільшує частоту зрізу). В той же час опір навантаження не впливає на частоту зрізу активного ФВЧ. Селективні властивості як активного, так і пасивного ФВЧ,

які характеризуються коефіцієнтом прямокутності k_n , не залежать від опору навантаження.

В активному ФВЧ опір r_4 впливає на значення АЧХ прямо пропорційно. Регулюючи співвідношення між опорами r_4 та r , можна підсилювати сигнали, які фільтруються, на відміну від пасивного ФВЧ, де амплітуда напруги на виході завжди менша від амплітуди сигналу на вході.

11.3. Завдання для самопідготовки

Вивести формули (11.1), (11.2) та формули, наведені у таблицях 11.5, 11.6. Проаналізувати залежність частоти зрізу фільтрів першого порядку від номіналів його компонентів.

Ознайомитись з програмою виконання лабораторної роботи та вивчити відповідний теоретичний матеріал розділу "Частотні характеристики".

Накреслити у протоколі таблиці, до яких заноситимуться теоретичні, експериментальні дані та результати їх обробки. Переконайтесь у готовності до виконання лабораторної роботи, надавши відповіді на всі питання, наведені нижче в розділі "Контрольні питання"

11.4. Контрольні запитання

1. Дайте визначення амплітудно-частотної (фазо-частотної) характеристики фільтра.
2. Наведіть амплітудно-частотну характеристику ідеального ФНЧ (ФВЧ).
3. У чому полягає відмінність пасивних фільтрів від активних?
4. Які переваги мають активні фільтри перед пасивними?

5. Що таке максимальне ослаблення сигналу у смузі пропускання фільтра?
6. Що таке частота зрізу фільтра нижніх (верхніх) частот?
7. Як визначити частоту зрізу фільтра експериментальним шляхом?
8. Що таке мінімальне ослаблення сигналу у смузі непропускання фільтра?
9. Що таке гранична частота смуги непропускання ФНЧ (ФВЧ)?
10. Як визначити граничну частоту смуги непропускання експериментальним шляхом?
11. За якими частотами визначаються селективні властивості фільтра?
12. Як впливає опір навантаження на частоту зрізу пасивного ФНЧ (ФВЧ) першого порядку?
13. За яких значень параметрів моделі операційного підсилювача його можна вважати ідеальним?
14. Чи впливає опір навантаження на частотні властивості фільтра першого порядку на ідеальному операційному підсилювачі?
15. Як визначити порядок фільтра?
16. Яким чином можна підвищити селективні властивості фільтра?
17. Чому, вимірюючи АЧХ передачі напруги, зручно використовувати діюче значення вхідної напруги рівним 1 В?

11.5. Програма роботи

Фільтр нижніх частот

5.1. Зібрати на монтажній платі пасивний RC-фільтр нижніх частот першого порядку (див. табл. 11.1). Номінали компонентів фільтра занести до таблиці 11.7.

Під'єднати генератор гармонічної напруги на вхід фільтра та виміряти максимальне значення АЧХ¹ $K_{u,\max}$, частоту зрізу f_g за максимального ослаблення сигналу у смузі пропускання, рівного $\sqrt{2}$, граничну частоту смуги непропускання f_3 за мінімального ослаблення сигналу $H=5$ у смузі непропускання та розрахувати коефіцієнт прямокутності k_n АЧХ. Результати занести до таблиці 11.8.

Виміряти амплітудно-частотну характеристику передачі напруги у смузі частот $(0; 2f_3)$ та зобразити на рисунку 11.2.

Під'єднати навантаження з опором $r_n = 0,5 \cdot r$, повторити описані вище у п. 5.1 експерименти з фільтром та занести результати до таблиці 11.8.

5.2. Зібрати на монтажній платі активний RC-фільтр нижніх частот першого порядку на операційному підсилювачі (див. табл. 11.5), під'єднавши паралельно з'єднані компоненти пасивного ФНЧ замість провідності Y_4 та магазин опорів $r_3 = 0,5 \cdot r$ замість провідності Y_3 . Під'єднати генератор гармонічних сигналів на вхід фільтра та виконати всі експерименти, описані в п.5.1 (без навантаження та з навантаженням), для активного ФНЧ. АЧХ активного ФНЧ зобразити на рисунку 11.3.

Фільтр верхніх частот

5.3. Зібрати на монтажній платі пасивний RC-фільтр верхніх частот першого порядку (див. табл. 11.3). Номінали компонентів фільтра занести до таблиці 11.9.

¹ Максимальне значення АЧХ передачі напруги $K_{u,\max}$ для ФНЧ вимірюється за найменшого значення частоти сигналу генератора

Під'єднати генератор гармонічної напруги на вхід фільтра та виміряти максимальне значення АЧХ² $K_{u,\max}$, частоту зрізу f_n за максимального ослаблення сигналу у смузі пропускання, рівного $\sqrt{2}$, граничну частоту смуги непропускання f_3 за мінімального ослаблення сигналу $H=5$ у смузі непропускання та розрахувати коефіцієнт прямокутності АЧХ. Результати занести до таблиці 11.10.

Виміряти амплітудно-частотну характеристику передачі напруги у смузі частот $(0,5f_3, 5f_n)$ та зобразити на рисунку 11.4.

Під'єднати навантаження з опором $r_n = 0,5 \cdot r$, повторити описані вище у п. 5.3 експерименти з фільтром та занести результати до таблиці 11.10.

5.4. Зібрати на монтажній платі *активний* RC-фільтр верхніх частот першого порядку на операційному підсилювачі (див. табл. 11.6), під'єднавши послідовно з'єднані компоненти пасивного ФВЧ замість провідності Y_3 та магазин опорів $r_4 = 2 \cdot r$ замість провідності Y_4 . Під'єднати генератор гармонічних сигналів на вхід фільтра та виконати всі дослідження (без навантаження та з навантаженням), описані в п.5.3, для активного ФВЧ. АЧХ активного ФВЧ побудувати на рисунку 11.5.

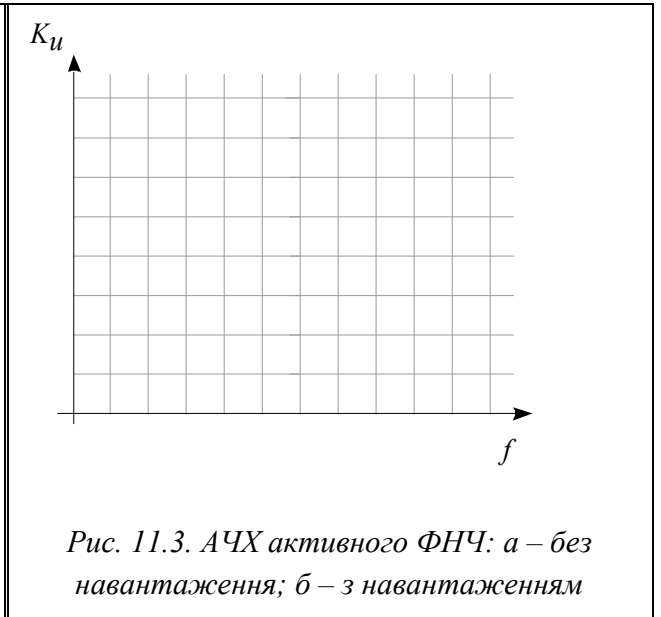
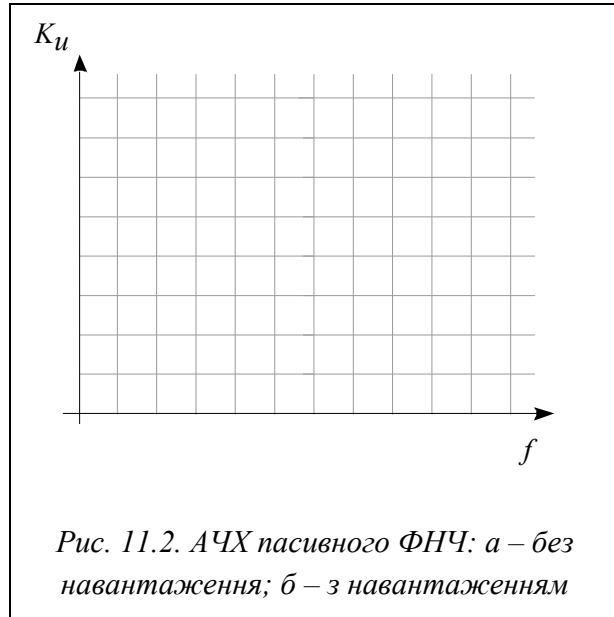
² Максимальне значення АЧХ передачі напруги $K_{u,\max}$ для ФВЧ вимірюється за найбільшого значення частоти сигналу генератора

11.6. Результати експериментів

Фільтр нижніх частот (ФНЧ)

Таблиця 11.7 Номінали компонентів ФНЧ		
r []	c []	r_3 []

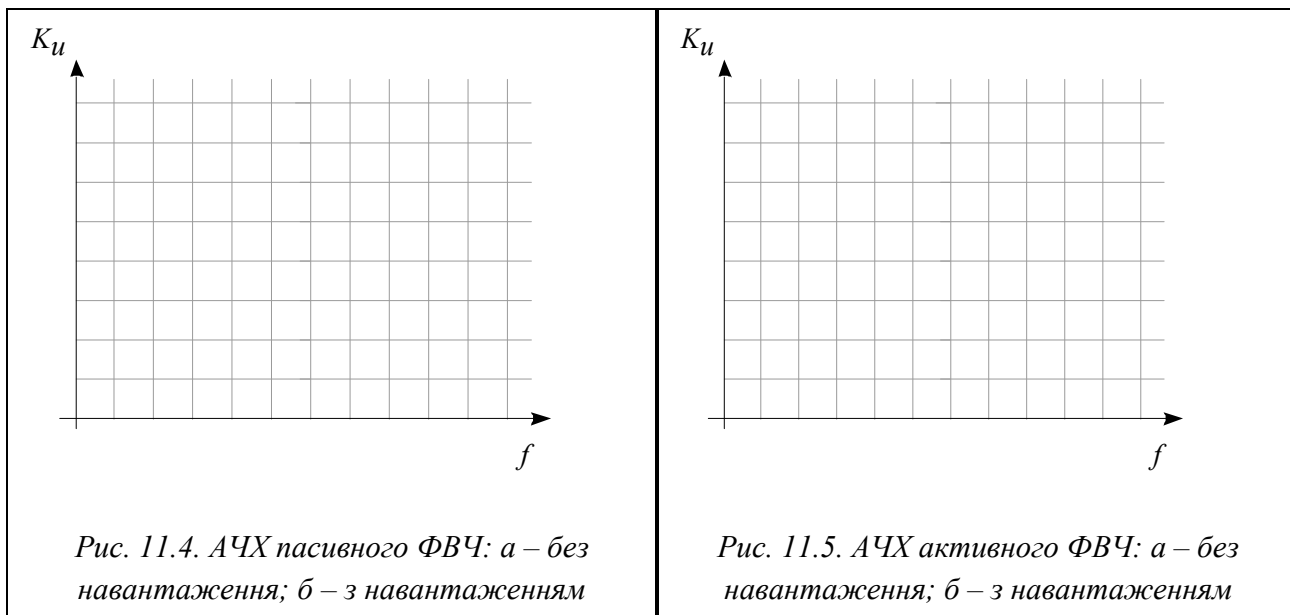
Таблиця 11.8. Результати дослідження ФНЧ					
Пасивний ФНЧ					
Походження результатів	Навантаження	$f_{\text{с}}$ []	f_3 []	k_n	$K_{u,\text{max}}$
Теоретичні	$r_H \rightarrow \infty$ (х.х.)				
	$r_H =$ []				
Експериментальні	$r_H \rightarrow \infty$ (х.х.)				
	$r_H =$ []				
Активний ФНЧ					
Походження результатів	Навантаження				
Теоретичні	$r_H \rightarrow \infty$ (х.х.)				
	$r_H =$ []				
Експериментальні	$r_H \rightarrow \infty$ (х.х.)				
	$r_H =$ []				



Фільтр верхніх частот (ФВЧ)

Таблиця 11.9 Номінали компонентів ФВЧ		
r []	c []	r_4 []

Таблиця 11.10. Результати дослідження ФВЧ					
Пасивний ФВЧ					
Походження результатів	Навантаження	f_v []	f_z []	k_n	$K_{u, \max}$
Теоретичні	$r_H \rightarrow \infty$ (х.х.)				
	$r_H =$ []				
Експериментальні	$r_H \rightarrow \infty$ (х.х.)				
	$r_H =$ []				
Активний ФВЧ					
Походження результатів	Навантаження				
Теоретичні	$r_H \rightarrow \infty$ (х.х.)				
	$r_H =$ []				
Експериментальні	$r_H \rightarrow \infty$ (х.х.)				
	$r_H =$ []				



11.7. Аналіз результатів та висновки

12. ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 12

ГЕНЕРУВАННЯ ЕЛЕКТРИЧНИХ КОЛИВАНЬ

12.1. Мета роботи:

дослідити умови виникнення електричних коливань у системі із зворотним зв'язком, провести експериментальну перевірку теоретичних результатів, синтезувавши генератори гармонічних коливань заданої частоти.

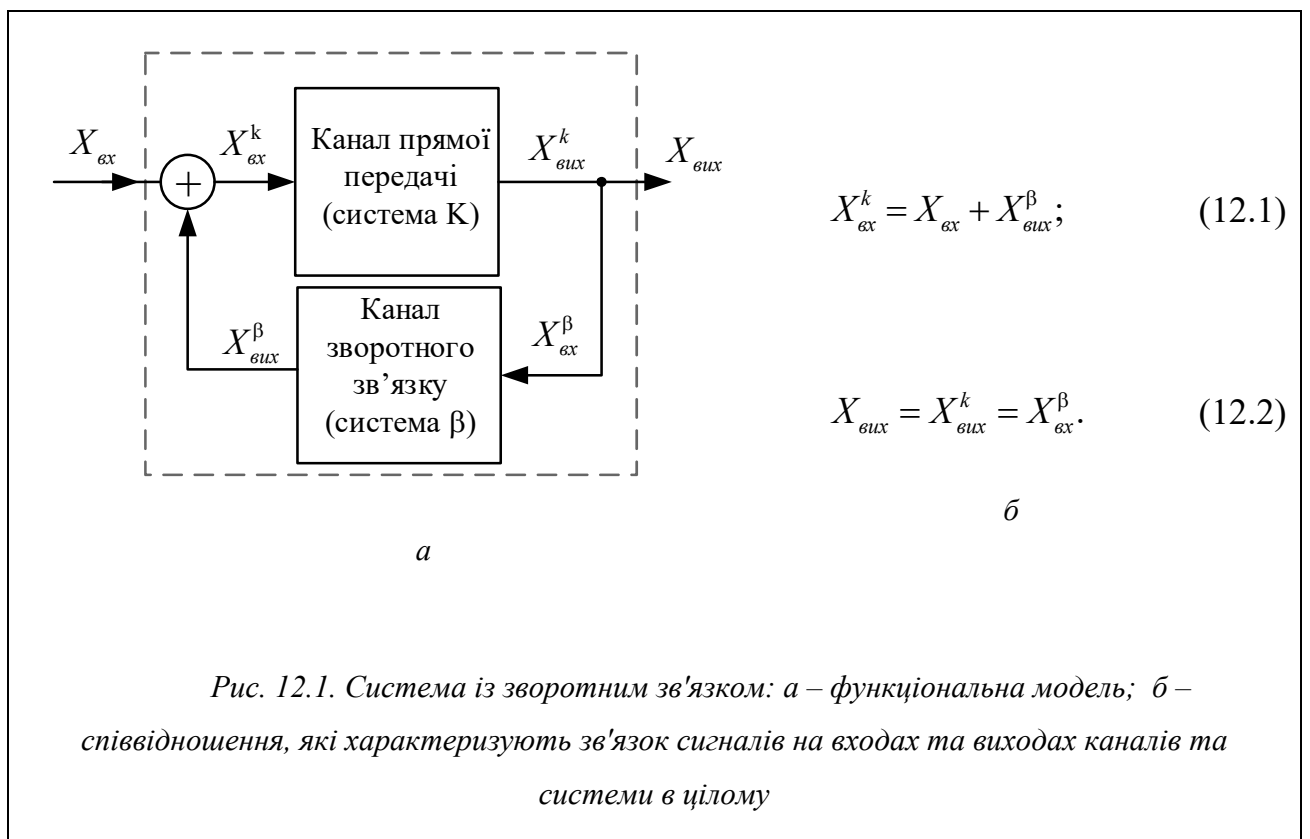
12.2. Теоретичні відомості

Генератор електричних коливань – це електронний пристрій, який живиться джерелом постійної напруги¹ і генерує періодичні електричні сигнали. Для вивчення явища генерування періодичних сигналів у колах із зосередженими параметрами зручно користуватися функціональною моделлю системи із зворотним зв'язком, яка наведена на рисунку 12.1. Співвідношення (12.1), (12.2) між сигналами X на сторонах каналів мають місце у часовій, частотній та операторній областях.

Якщо канали прямої передачі сигналу та зворотного зв'язку складаються з лінійних компонентів (опорів, ємностей, індуктивностей, лінійних моделей транзисторів і т.п.), то це дає можливість укласти системи лінійних диференціальних рівнянь першого порядку і застосувати їх для аналізу властивостей системи у часовій області.

Альтернативою системі диференціальних рівнянь є системи алгебраїчних рівнянь, які описують властивості каналів прямої передачі та зворотного зв'язку у

¹ Джерело живлення може бути автономним (наприклад, акумулятор) або отримувати електричну енергію з мережі електропостачання.



частотній та операторній областях. Для укладання таких рівнянь необхідно замінити реактивні двополюсники, які входять до складу каналів, відповідними комплексними або операторними опорами. В результаті вихідні резистивно-реактивні схеми каналів набувають *резистивного вигляду*, що дає можливість застосувати для їх аналізу будь-які методи, розроблені для лінійних резистивних схем.

На відміну від часової області, де сигналами є струми та напруги, у зведених до резистивного вигляду схемах “сигналами” є спектральні густини відповідних сигналів $X(j\omega)$ або символічні зображення відповідних гармонічних сигналів $\dot{X}_m(t)$, або операторні зображення сигналів $X(s)$, в залежності від вибраного методу аналізу, де ω – кутова частота [рад/с], s – комплексна змінна, $j = \sqrt{-1}$ – уявна

одиниця. Це дає можливість виразити зв'язок між впливом та реакцією каналів в алгебраїчній формі, а саме – через схемні функції.

Зв'язок між сигналами у часовій області $x(t)$ та відповідними “ сигналами ”

в інших областях встановлюється таким чином:

- $X(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot e^{-j\omega t} dt$ – спектральна густина сигналу $x(t)$;
- $\dot{X}_m(t) = X_m e^{j\varphi} \cdot e^{j\omega t}$ – символічне зображення гармонічного сигналу

$$x(t) = X_m \cos(\omega t + \varphi);$$
- $X(s) = \int_0^{\infty} x(t) \cdot e^{-st} dt$ – операторне зображення сигналу $x(t)$.

Якщо схеми каналів функціональної моделі (див. рис. 12.1) замінити на *резистивні*, наприклад, у частотній області, то спектральні густини впливів та реакцій пов'язані з частотними характеристиками каналів $K(j\omega)$, $\beta(j\omega)$ такими співвідношеннями:

$$K(j\omega) = \frac{X_{\text{вх}}^k(j\omega)}{X_{\text{вх}}^k(j\omega)}; \quad (12.3)$$

$$\beta(j\omega) = \frac{X_{\text{вх}}^{\beta}(j\omega)}{X_{\text{вх}}^{\beta}(j\omega)}. \quad (12.4)$$

З (12.1)-(12.4) знаходимо частотну характеристику $W(j\omega)$ системи із зворотним зв'язком, виражену через частотні характеристики каналів:

$$W(j\omega) = \frac{X_{\text{вх}}(j\omega)}{X_{\text{вх}}(j\omega)} = \frac{K(j\omega)}{1 - \beta(j\omega)K(j\omega)}. \quad (12.5)$$

Співвідношення (12.5) називається рівнянням зворотного зв'язку. Аналогічне рівняння можна записати і в операторній області, де замість частотних характеристик та спектральних густин сигналів фігурують операторні схемні функції та операторні зображення сигналів, відповідно.

Оскільки генератор створює періодичні сигнали за рахунок енергії джерела живлення, немає необхідності подавати на його вхід періодичні сигнали від інших джерел, отже $X_{ex}(j\omega) = 0$. Електричні періодичні сигнали на виході генератора $X_{ex}(j\omega)$ можуть виникати внаслідок специфічних властивостей каналів прямої передачі та зворотного зв'язку, які утворюють генератор. Це означає, що відповідно до рівняння зворотного зв'язку (12.5), частотна характеристика генератора $W(j\omega)|_{X_{ex}(j\omega)=0} \rightarrow \infty$, тобто, умова генерування періодичних сигналів, виражена через схемні функції каналів прямої передачі та зворотного зв'язку, має такий вигляд:

$$\beta(j\omega)K(j\omega)=1. \quad (12.6)$$

Підставивши в (12.6) співвідношення (12.3) та (12.4) з урахуванням (12.2), отримаємо умову генерування періодичних електричних сигналів, виражену через спектральні густини сигналів:

$$\frac{X_{ex}^k(j\omega)}{X_{ex}^\beta(j\omega)} = \frac{X_{ex}^k(\omega)e^{j\varphi_{ex}^k(\omega)}}{X_{ex}^\beta(\omega)e^{j\varphi_{ex}^\beta(\omega)}} = \frac{X_{ex}^k(\omega)}{X_{ex}^\beta(\omega)} e^{j[\varphi_{ex}^k(\omega) - \varphi_{ex}^\beta(\omega)]} = 1, \quad (12.7)$$

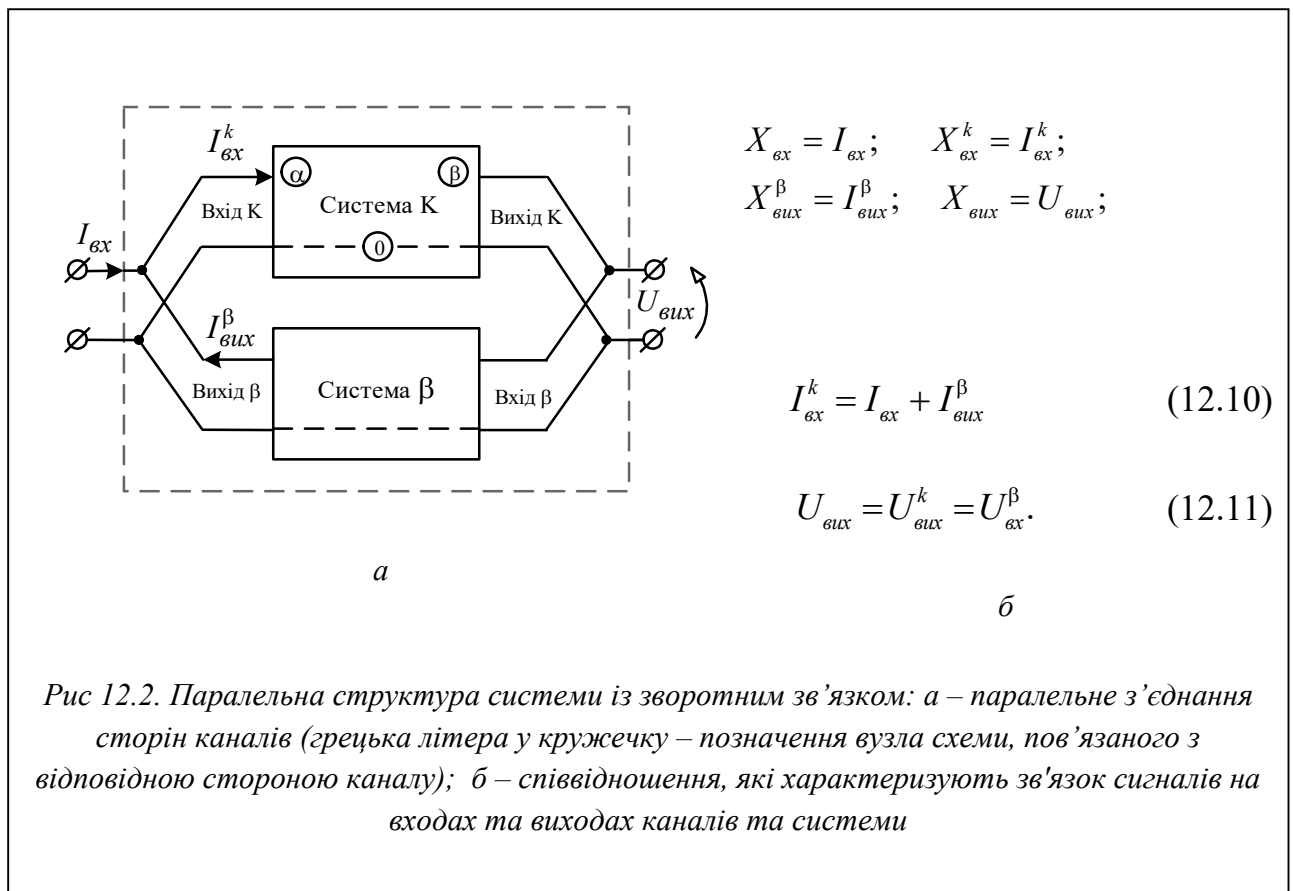
де спектральні густини сигналів – функції комплексної частоти $j\omega$, записані у показниковій формі через спектральні густини амплітуд $X_{ex}^k(\omega)$, $X_{ex}^\beta(\omega)$ та спектральні густини фаз $\varphi_{ex}^k(\omega)$, $\varphi_{ex}^\beta(\omega)$ сигналів. З співвідношення (12.7) випливає, що

$$X_{ex}^k(\omega) = X_{ex}^\beta(\omega); \quad (12.8)$$

$$\varphi_{ex}^k(\omega) = \varphi_{вих}^\beta(\omega) . \quad (12.9)$$

Співвідношення (12.8) називається балансом амплітуд, а співвідношення (12.9) – балансом фаз. З цих співвідношень випливає, що сигнали генератора на *виході* каналу зворотного зв'язку та на *вході* каналу прямої передачі є однаковими.

Існують чотири структурні схеми системи із зворотним зв'язком. Їх кількість визначається можливими способами з'єднання сторін каналів. На рисунку 12.2 наведено одну з них – структурну схему *паралельного* з'єднання каналів. Щоб вважати кожен з каналів цієї та інших структур системою з двома сторонами (система K та система β), струми кожної із сторін повинні бути попарно рівними, тобто, струм, який втікає в один з полюсів деякої сторони системи, повинен дорівнювати струмові, який витікає з іншого полюсу тієї ж сторони. *Лише у*



такому разі структура задовольняє умовам регулярності, а впливи та реакції систем можна пов'язати схемними функціями.

Для паралельної *регулярної* структури такими функціями відповідно до (12.3), (12.4), (12.10) та (12.11) є опір передачі ²:

$$K = Z_{nep}^k = \frac{U_{вих}^k}{I_{вх}^k} \quad (12.12)$$

та провідність передачі

$$\beta = Y_{nep}^\beta = \frac{I_{вих}^\beta}{U_{вх}^\beta}. \quad (12.13)$$

Підставивши (12.12), (12.13) в (12.5), отримаємо схемну функцію W для паралельної структури (назвемо її основною з поміж інших схемних функцій, які теж можна знайти):

$$W = Z_{nep} = \frac{U_{вих}}{I_{вх}} = \frac{Z_{nep}^k}{1 - Y_{nep}^\beta Z_{nep}^k}. \quad (12.14)$$

Тоді для паралельної структури умова генерування електричних коливань (12.6) приймає такий вигляд:

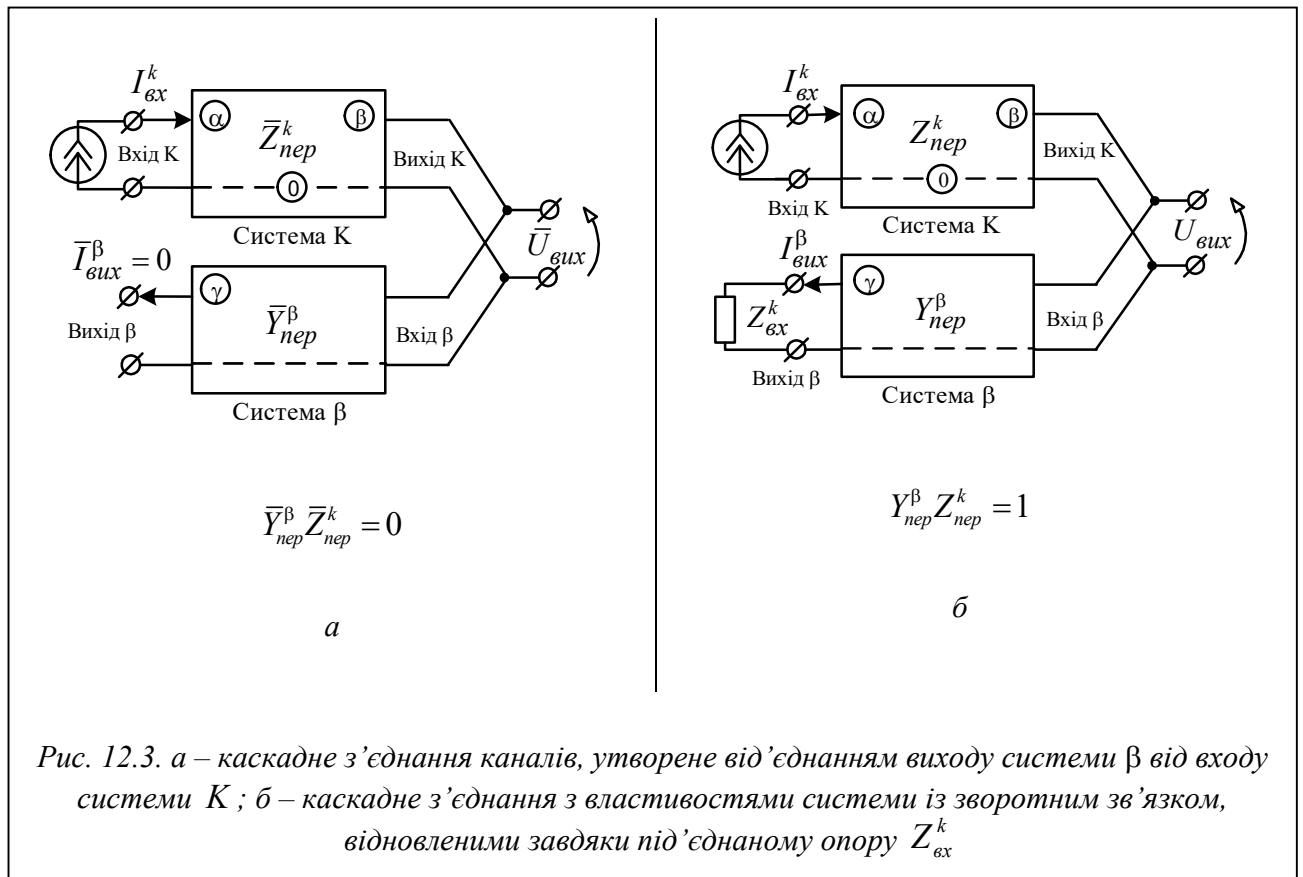
$$Y_{nep}^\beta Z_{nep}^k = 1. \quad (12.15)$$

Кожен з каналів паралельної структури (див. рис. 12.2) є урівноваженою системою (вхід та вихід мають спільний вузол). У такому разі умови регулярності

² Далі записуємо наведені раніше функції у спрощеному вигляді – не будемо вказувати їх аргументи, які зазвичай можуть бути $j\omega$ або s в залежності від задачі, яку необхідно розв'язати

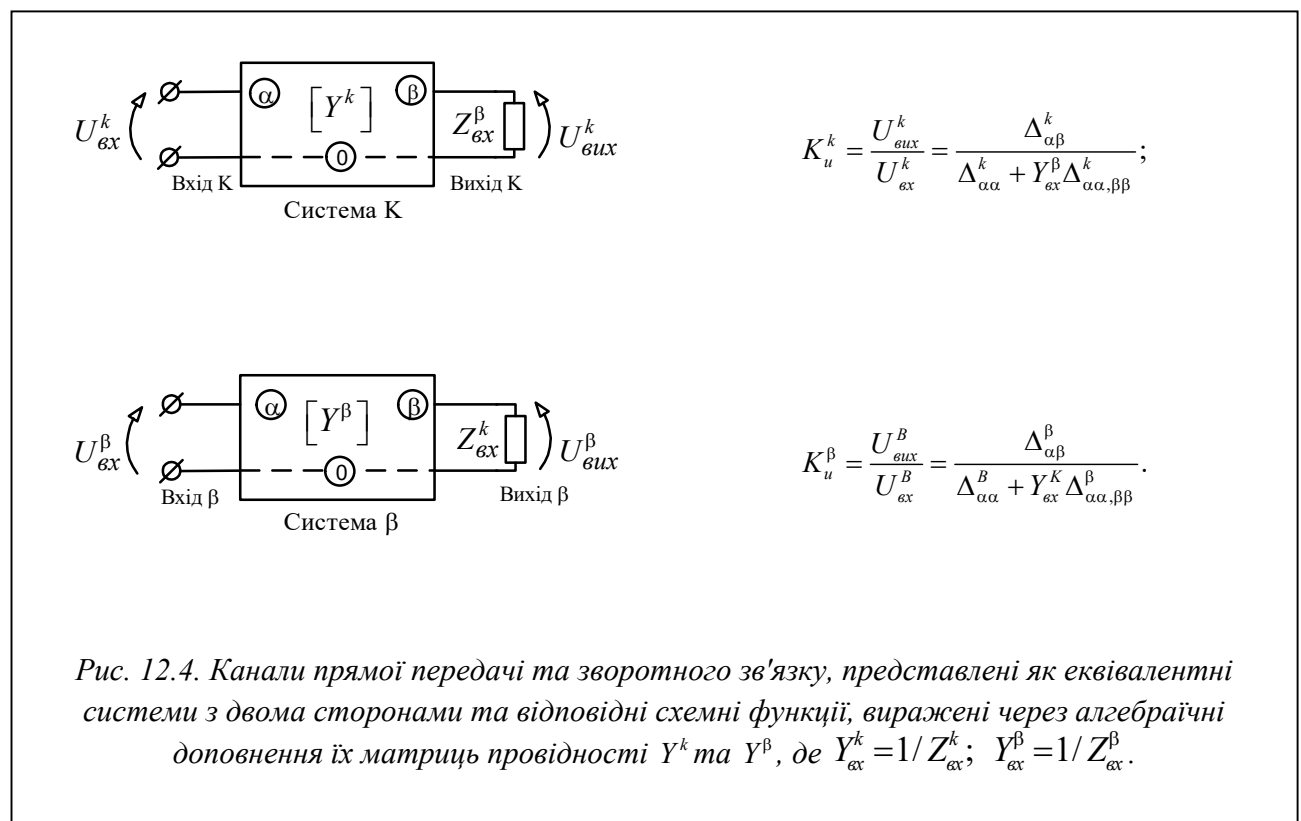
задовольняються. Взаємний вплив каналів на схемні функції Z_{nep}^k та Y_{nep}^β можна врахувати через вхідні імпеданси систем.

Наприклад, якщо від'єднати *вихід* системи β від входу системи K , тобто створити режим холостого ходу на виході системи β (див. рис. 12.3 а), то з'єднання каналів зміниться з паралельного на каскадне. Наслідком цього буде не лише припинення генерування коливань через порушення структури системи, а й зміна схемних функцій каналів K та β (змінені схемні функції позначені як $\bar{Z}_{nep}^k$ та $\bar{Y}_{nep}^\beta$). Щоб відновити схемні функції Z_{nep}^k та Y_{nep}^β , не змінюючи каскадного з'єднання, необхідно на *вихід* системи β під'єднати навантаження, імпеданс якого дорівнює вхідному імпедансу Z_{ex}^k системи K , який мав місце до роз'єднання каналів (див. рис. 12.3 б).



Аналогічно можна від'єднати вихід системи K від входу системи β та під'єднати до виходу системи K навантаження з вхідним імпедансом $Z_{\text{вх}}^{\beta}$ системи β . Схемна функція $Z_{\text{пер}}^k$ при цьому не зміниться. Таким способом можна з каналів системи із зворотним зв'язком, зображеної на рисунку 12.2, утворити дві еквівалентні системи з двома сторонами (див. рис. 12.4) з такими ж схемними функціями, як і у вихідній системі із зворотним зв'язком. Використовуючи співвідношення (12.15), умову генерування електричних коливань можна виразити ще й через схемні функції передачі напруги K_u^k та K_u^{β} каналів прямої передачі та зворотного зв'язку, відповідно:

$$Y_{\text{пер}}^{\beta} Z_{\text{пер}}^k = \frac{I_{\text{вих}}^{\beta}}{U_{\text{вих}}} \cdot \frac{U_{\text{вих}}}{I_{\text{вх}}^k} = \frac{U_{\text{вих}}^{\beta} / Z_{\text{вх}}^k}{U_{\text{вих}}} \cdot \frac{U_{\text{вих}}}{U_{\text{вх}}^k / Z_{\text{вх}}^k} = K_u^{\beta} K_u^k = 1. \quad (12.16)$$



Кожну із схемних функцій передачі напруги K_u^k та K_u^β можна визначити через матрицю провідності Y^k та Y^β системи K та системи β , відповідно, за відомим формулам, наведеним на рисунку 12.4. Тоді умову генерування коливань (12.16) можна виразити через відповідні алгебраїчні доповнення цих матриць провідності для системи паралельної структури із зворотним зв'язком³:

$$K_u^\beta K_u^k = 1 \rightarrow \Delta_{\alpha\beta}^k \Delta_{\alpha\beta}^\beta = (\Delta_{\alpha\alpha}^k + Y_{ex}^\beta \Delta_{\alpha\alpha,\beta\beta}^k) (\Delta_{\alpha\alpha}^\beta + Y_{ex}^k \Delta_{\alpha\alpha,\beta\beta}^\beta), \quad (12.17)$$

де вхідні адмітанси⁴ каналів Y_{ex}^β та Y_{ex}^k визначаються за такими формулами:

$$Y_{ex}^k = \frac{\Delta_{\alpha\alpha}^k + Y_{ex}^\beta \Delta_{\beta\beta}^k}{\Delta_{\alpha\alpha}^k + Y_{ex}^\beta \Delta_{\alpha\alpha,\beta\beta}^k};$$

$$Y_{ex}^\beta = \frac{\Delta_{\alpha\alpha}^\beta + Y_{ex}^k \Delta_{\beta\beta}^\beta}{\Delta_{\alpha\alpha}^\beta + Y_{ex}^k \Delta_{\alpha\alpha,\beta\beta}^\beta}. \quad (12.18)$$

Співвідношення (12.18) розглядаємо як систему рівнянь відносно вхідних адмітансів каналів Y_{ex}^k , Y_{ex}^β . Розв'язавши (12.18) знаходимо вхідні адмітанси, а далі імпеданси Z_{ex}^k та Z_{ex}^β каналу прямої передачі та зворотного зв'язку, відповідно.

Для генерування гармонічного сигналу необхідно забезпечити баланс амплітуд (12.8) та баланс фаз (12.9) на деякій частоті ω_z [рад/с] ($\omega_z = 2\pi f_z$, f_z [Гц] –

³ У формулі (12.17) і подібних до неї інших формулах нижній індекс β - це позначення вузла схеми (див. рис. 12.3, 12.4), а верхній індекс вказує на матрицю провідності, за якою знаходиться відповідне алгебраїчне доповнення або визначник: β – на матрицю провідності каналу зворотного зв'язку, k – на матрицю провідності каналу прямої передачі.

⁴ Адмітанс – це комплексна величина або функція, обернена до імпедансу. Узагальненою назвою імпедансу та адмітансу є термін “іммітанс”.

циклічна частота генератора). Баланс амплітуд означає, що зменшення амплітуди коливань на частоті ω_c внаслідок розсіювання енергії (перетворення на тепло) на опорах генератора компенсується за рахунок електричної енергії джерела живлення.

Компенсація втрат електричної енергії виконується системою K , яка є підсилювачем. Баланс фаз забезпечується за рахунок фазочастотної характеристики системи β . Гармонічний сигнал, проходячи з входу на вихід системи β , повинен отримати такий зсув фази, за якого його фаза на виході системи β буде такою ж, як і фаза сигналу на вході системи K . Система β зазвичай складається з резисторів та реактивних двополіусників. Якщо всі реактивні двополіусники є конденсаторами, то такий генератор називається RC-генератором.

Синтез RC-генератора з мостом Віна

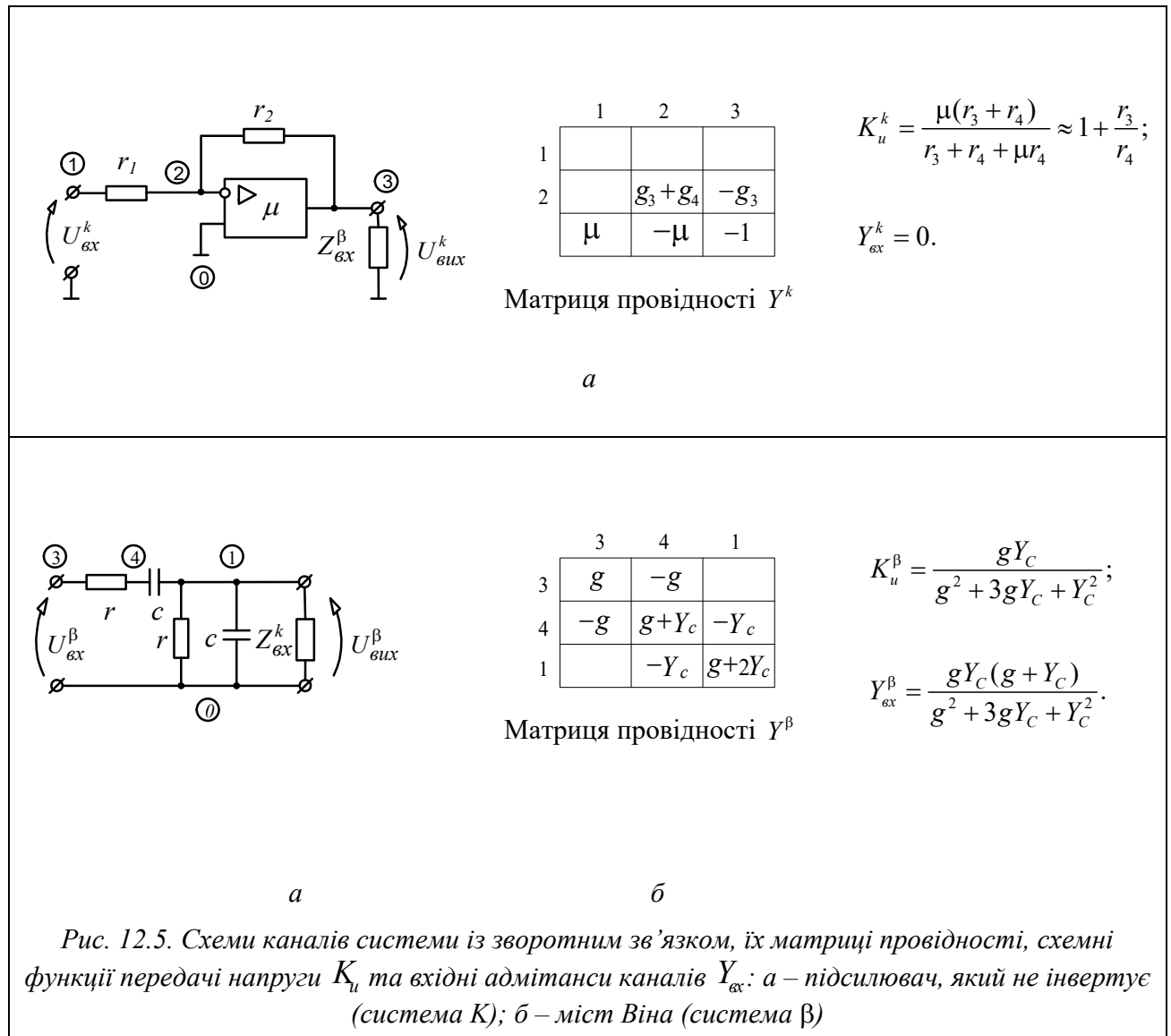
Синтез генератора гармонічних коливань полягає у виборі схем каналів прямої передачі сигналу та каналу зворотного зв'язку, структурної схеми з'єднання каналів та числових значень номіналів та параметрів компонентів схем. Синтезуємо генератор, використавши підсилювач на операційному підсилювачі в якості системи K , та смуговий фільтр (міст Віна) в якості системи β . На рисунку 12.5 наведені схеми підсилювача⁵ (система K) та мосту Віна (система β), за якими укладені матриці провідності систем, та знайдені схемні функції передачі напруги

⁵ Провідності, які входять до клітинок матриць провідності, пов'язані з номіналами компонентів схем такими співвідношеннями:

$$g = 1/r; g_3 = 1/r_3; g_4 = 1/r_4; Y_C = j\omega c; j = \sqrt{-1} \text{ — уявна одиниця.}$$

Операційний підсилювач вважається досконалим, тобто, його модель складається з джерела напруги, керованого напругою. Коефіцієнт передачі напруги операційного підсилювача μ є керуючим параметром джерела, вхідний опір операційного підсилювача прямує до нескінченності, а вихідний — до нуля.

та вхідні адмітанси у частотній області, визначені за матрицями провідності. Порядок їх визначення наводимо нижче.



На першому кроці визначаємо вхідну комплексну провідність (вхідний адмітанс) $Y_{\text{вх}}^k$ підсилювача за першою формулою (12.18), попередньо замінивши в ній індекси: $\alpha \rightarrow 1; \beta \rightarrow 3$ відповідно до позначення вузлів входу та виходу схеми підсилювача (див. рис. 12.5 а):

$$Y_{\text{ex}}^k = \frac{I_{\text{ex}}^k}{U_{\text{ex}}^k} = \frac{\Delta_{11}^k + Y_{\text{ex}}^\beta \Delta_{33}^k}{\Delta_{11}^k + Y_{\text{ex}}^\beta \Delta_{11,33}^k} = \frac{0 + Y_{\text{ex}}^\beta \cdot 0}{-g_3(1 + \mu) - g_4 + Y_{\text{ex}}^\beta \cdot 0} = 0.$$

Значення цього адмітансу виходить рівним нулю, тобто, вхідний комплексний опір підсилювача Z_{ex}^k (імпеданс) нескінченно великий.

На другому кроці знаходимо вхідний адмітанс Y_{ex}^β мосту Віна за другою формулою (12.18), попередньо замінивши в ній індекси: $\alpha \rightarrow 3; \beta \rightarrow 1$ відповідно до позначення вузлів входу та виходу мосту Віна (див. рис. 12.5 б):

$$Y_{\text{ex}}^\beta = \frac{I_{\text{ex}}^\beta}{U_{\text{ex}}^\beta} = \frac{\Delta_{33}^\beta + Y_{\text{ex}}^k \Delta_{11}^\beta}{\Delta_{33}^\beta + Y_{\text{ex}}^k \Delta_{33,11}^\beta} = \frac{gY_C(g + Y_C)}{g^2 + 3gY_C + Y_C^2};$$

Таку саму заміну індексів необхідно виконати і у формулі для обчислення схемної функції передачі напруги K_u^β (див. рис. 12.4):

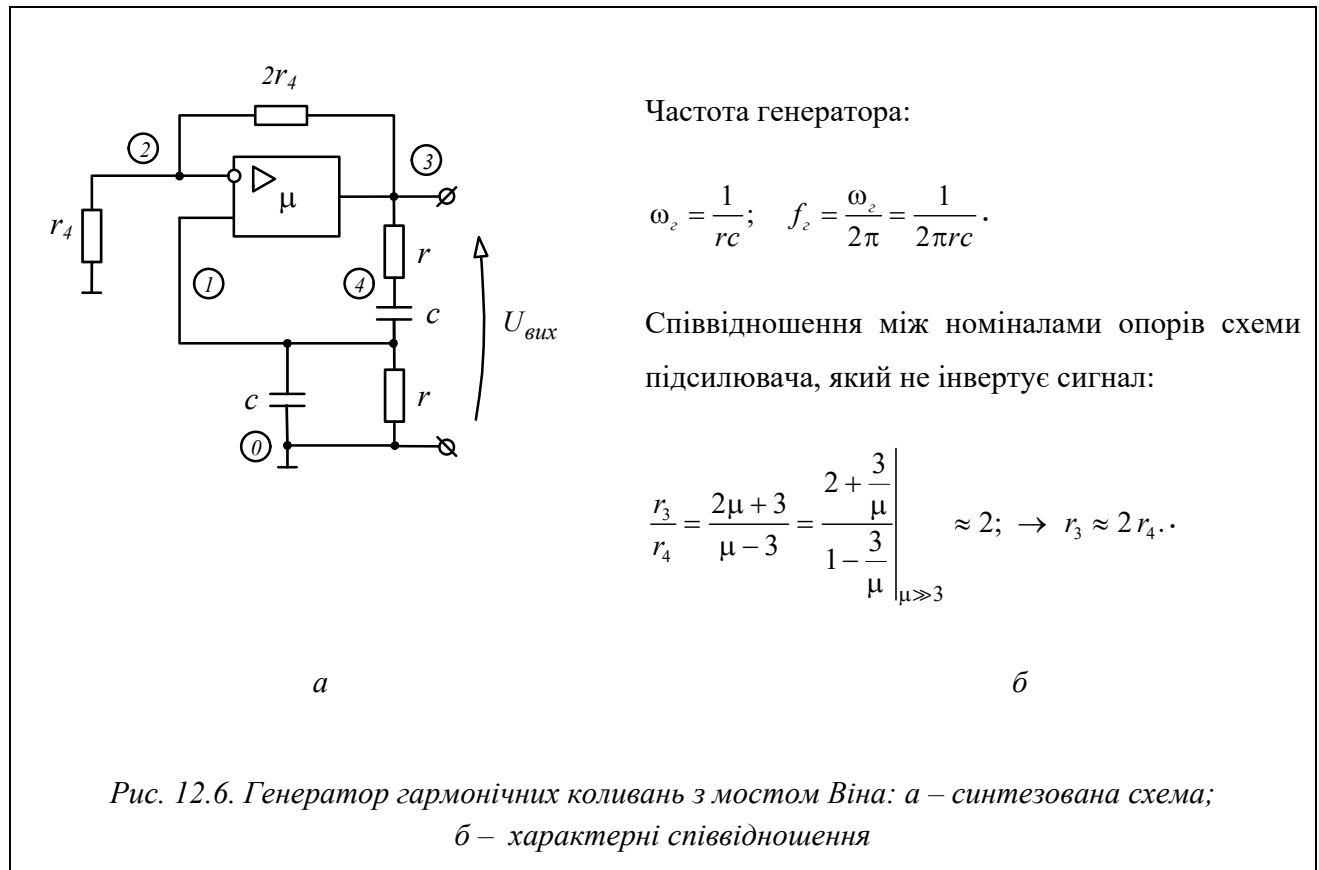
$$K_u^\beta = \frac{U_{\text{вих}}^\beta}{U_{\text{ex}}^\beta} = \frac{\Delta_{31}^\beta}{\Delta_{33}^\beta + Y_{\text{ex}}^k \Delta_{33,11}^\beta} = \frac{gY_C}{g^2 + 3gY_C + Y_C^2}.$$

На останньому кроці знаходимо схемну функцію передачі напруги K_u^k , виконавши таку саму заміну індексів, як і на першому кроці:

$$K_u^k = \frac{U_{\text{вих}}^k}{U_{\text{ex}}^k} = \frac{\Delta_{13}^k}{\Delta_{11}^k + Y_{\text{ex}}^\beta \Delta_{11,33}^k} \bigg|_{\Delta_{11,33}^K=0} = \frac{\mu(g_3 + g_4)}{g_3(1 + \mu) + g_4}.$$

Утворимо паралельну структуру з підсилювача та мосту Віна (див. рис. 12.5), з'єднавши паралельно *вхід* системи K та *вихід* системи β , а також *вихід* системи K

та *вхід* системи β , як показано на рисунку 12.2. В результаті отримаємо схему RC-генератора з мостом Віна, зображену на рисунку 12.6 а.



Підставляємо знайдені функції передачі напруги каналів K_u^β та K_u^k в (12.16), щоб отримати умову генерування гармонічних коливань, виражену через номінали компонентів генератора:

$$K_u^\beta K_u^k = \frac{gY_C}{g^2 + 3gY_C + Y_C^2} \cdot \frac{\mu(r_3 + r_4)}{r_3 + r_4 + \mu r_4} = 1 \rightarrow$$

$$\rightarrow \mu(r_3 + r_4)gY_C = (g^2 + 3gY_C + Y_C^2)(r_3 + r_4 + \mu r_4). \quad (12.18)$$

Співвідношення (12.18) є комплексним, оскільки $Y_C = j\omega c$. Тому, після підстановки в нього $j\omega c$ і представлення отриманого комплексного виразу в

алгебраїчній формі, (12.18) зводиться до двох рівнянь: першого – для дійсної частини, другого – для уявної частини цього співвідношення:

$$(r_3 + r_4 + \mu r_4)(g^2 - \omega^2 c^2) = 0 ; \quad (12.19)$$

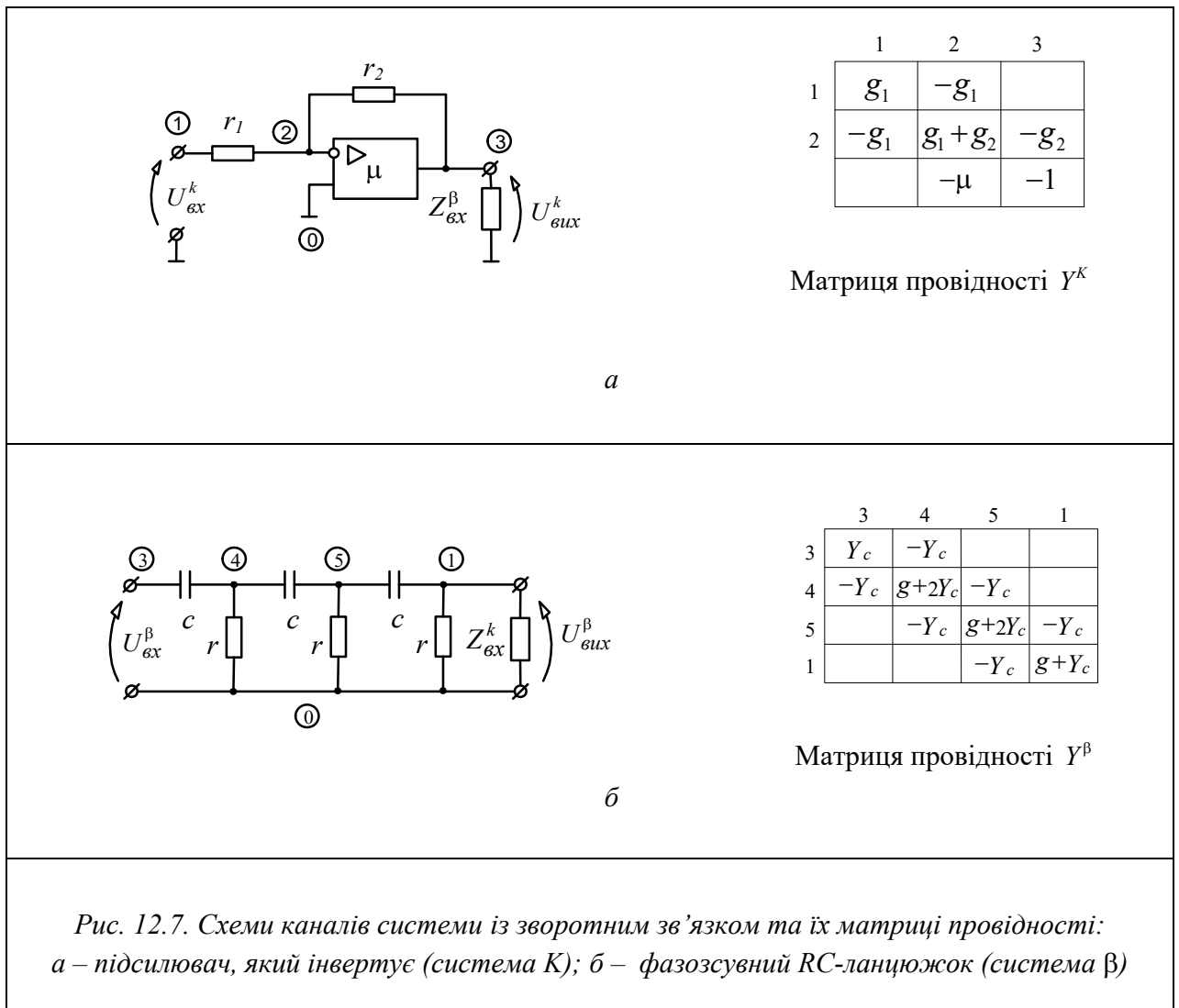
$$\mu(r_3 + r_4) - 3(r_3 + r_4 + \mu r_4) = 0 . \quad (12.20)$$

Розв'язавши рівняння (12.19) відносно ω , знаходимо частоту генератора ω_2 , а з рівняння (12.20) знаходимо зв'язок між опорами r_3, r_4 підсилювача та коефіцієнтом передачі напруги операційного підсилювача μ . Результати представлені на рисунку 12.6 б. Якщо два опори моста Віна r реалізувати у вигляді здвоєного потенціометра, то змінюючи опір останнього, можна міняти частоту генерованого сигналу ω_2 .

Синтез генератора з фазозсувним RC-ланцюжком

Синтезуємо генератор гармонічних коливань, використавши підсилювач, який інвертує, на операційному підсилювачі в якості системи K , та фазозсувний RC-ланцюжок з трьох ланок (ФВЧ третього порядку) в якості системи β . На рисунку 12.7 наведено схеми каналів та їх матриці провідності, укладені за схемами на основі відповідних правил.

За матрицями провідності знаходимо схемні функції передачі напруги та вхідні адмітанси каналів у частотній області за формулами, які пов'язують шукані схемні функції з матрицями провідності. Порядок їх визначення наводимо нижче.



На першому кроці визначаємо вхідну комплексну провідність (вхідний адмітанс) $Y_{\text{вх}}^k$ підсилювача, який інвертує, за першою формулою (12.18), попередньо замінивши в ній індекси $\alpha \rightarrow 1; \beta \rightarrow 3$ відповідно до позначення вузлів входу та виходу схеми підсилювача (див. рис. 12.7 а).

$$Y_{\text{вх}}^k = \frac{I_{\text{вх}}^k}{U_{\text{вх}}^k} = \frac{\Delta^k + Y_{\text{вх}}^\beta \Delta_{33}^k}{\Delta_{11}^k + Y_{\text{вх}}^\beta \Delta_{11,33}^k} \bigg|_{\Delta_{33}^K=0; \Delta_{11,33}^K=0} = \frac{g_1 g_2 (1 + \mu)}{g_1 + g_2 + g_2 \mu}. \quad (12.21)$$

На другому кроці знаходимо вхідний адмітанс Y_{ex}^{β} фазозсувного RC-ланцюжка за другою формулою (12.18), попередньо замінивши в ній індекси $\alpha \rightarrow 3; \beta \rightarrow 1$ відповідно до позначення вузлів входу та виходу фазозсувного RC-ланцюжка (див. рис. 12.7 б).

$$Y_{\text{ex}}^{\beta} = \frac{I_{\text{ex}}^{\beta}}{U_{\text{ex}}^{\beta}} = \frac{\Delta^{\beta} + Y_{\text{ex}}^k \Delta_{11}^{\beta}}{\Delta_{33}^{\beta} + Y_{\text{ex}}^k \Delta_{11,33}^{\beta}} =$$

$$= \frac{Y_C g (3Y_C^2 + 4gY_C + g^2) + Y_{\text{ex}}^K Y_C (Y_C^2 + 3gY_C + g^2)}{Y_C^3 + 6gY_C^2 + 5g^2Y_C + g^3 + Y_{\text{ex}}^K (3Y_C^2 + 4gY_C + g^2)}.$$
(12.22)

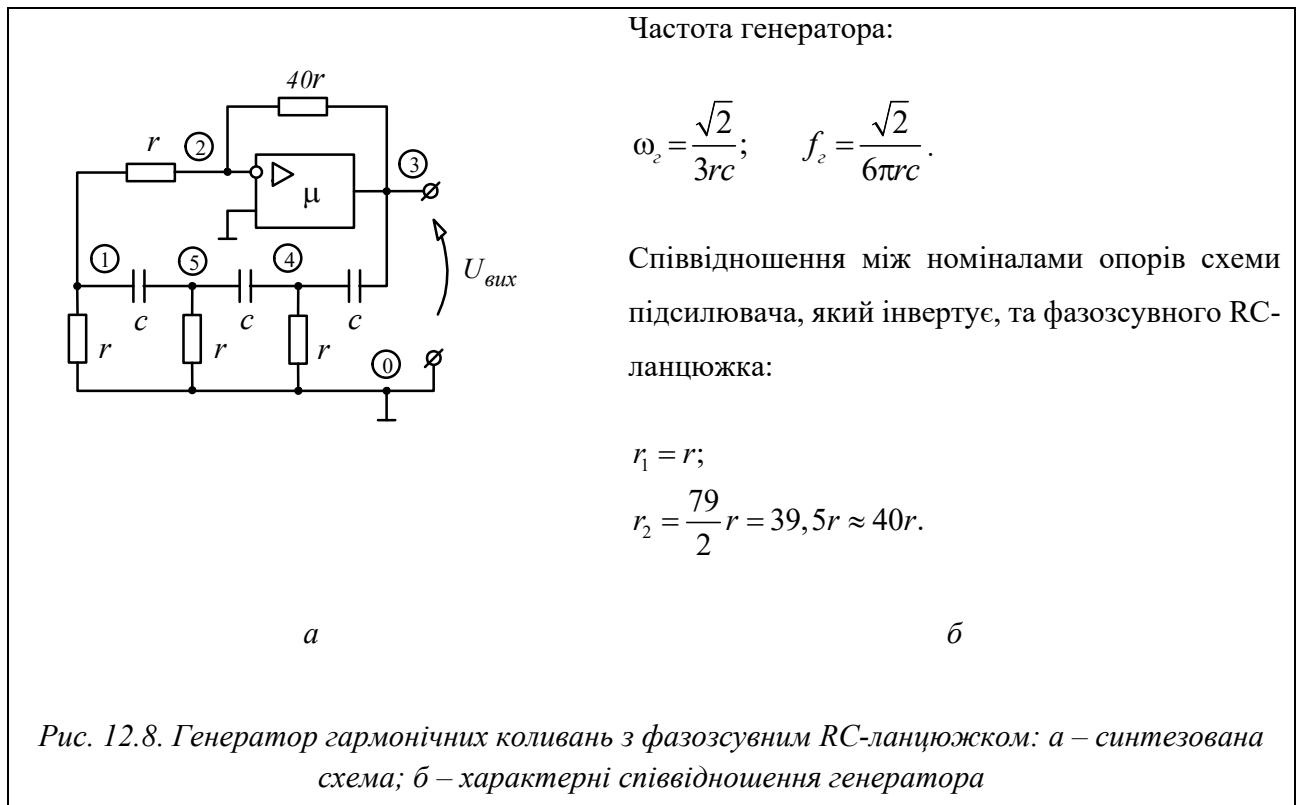
На останньому кроці знаходимо схемні функції передачі напруги K_u^k та K_u^{β} за формулами, наведеними на рисунку 12.4, з урахуванням заміни індексів на першому та другому кроках:

$$K_u^k = \frac{U_{\text{vix}}^k}{U_{\text{ex}}^k} = \frac{\Delta_{13}^k}{\Delta_{11}^k + Y_{\text{ex}}^{\beta} \Delta_{11,33}^k} \bigg|_{\Delta_{11,33}^K=0} = \frac{-g_1 \mu}{g_1 + g_2 + g_2 \mu};$$
(12.23)

$$K_u^{\beta} = \frac{U_{\text{vix}}^{\beta}}{U_{\text{ex}}^{\beta}} = \frac{\Delta_{31}^{\beta}}{\Delta_{33}^{\beta} + Y_{\text{ex}}^k \Delta_{33,11}^{\beta}} =$$

$$= \frac{Y_C^3}{Y_C^3 + 6gY_C^2 + 5g^2Y_C + g^3 + Y_{\text{ex}}^K (3Y_C^2 + 4gY_C + g^2)}.$$
(12.24)

З'єднавши паралельно вхід підсилювача, який інвертує, з виходом фазозсувного RC-ланцюжка та вхід підсилювача з входом ланцюжка так, як показано на рисунку 12.2, отримаємо паралельну структуру системи із зворотним зв'язком, зображену на рисунку 12.8 а.



Визначимо умови, за яких отримана схема генеруватиме гармонічний сигнал, застосувавши (12.16) та схемні функції каналів (12.21) – (12.24):

$$K_u^\beta K_u^k = \frac{Y_C^3}{Y_C^3 + 6gY_C^2 + 5g^2Y_C + g^3 + Y_{ex}^K(3Y_C^2 + 4gY_C + g^2)} \times \frac{-g_1\mu}{g_1 + g_2 + g_2\mu} = 1.$$

Приведемо останнє рівняння до такого вигляду, підставивши замість Y_{ex}^k співвідношення (12.21):

$$\frac{-g_1\mu Y_C^3}{(Y_C^3 + 6gY_C^2 + 5g^2Y_C + g^3)(g_1 + g_2 + g_2\mu) + g_1g_2(1 + \mu)(3Y_C^2 + 4gY_C + g^2)} = 1.$$

Розкривши дужки, підставивши $Y_C = j\omega c$ та прирівнявши уявну частину знаменника до чисельника, а дійсну частину знаменника до нуля, отримаємо такі два рівняння:

- для уявних частин:

$$(\omega c)^2 ((g_1 + g_2) \cdot (1 + \mu)) = g [5 g g_1 + g_2 (1 + \mu) (5 g + 4 g_1)];$$

- для дійсних частин:

$$3(\omega c)^2 [2 g g_1 + g_2 (1 + \mu) \cdot (2 g + g_1)] = g^2 [g g_1 + g_2 (1 + \mu) \cdot (g + g_1)]$$

Спростимо отримані рівняння, виходячи з того, що $\mu \gg 1$:

$$(\omega c)^2 (g_1 + g_2) \mu = g [5 g g_1 + g_2 \mu (5 g + 4 g_1)]; \quad (12.24)$$

$$3(\omega c)^2 [2 g g_1 + g_2 \mu (2 g + g_1)] = g^2 [g g_1 + g_2 \mu (g + g_1)].$$

Кількість невідомих в отриманих рівняннях дорівнює п'яти: g_1, g_2, g, ω, c . Коефіцієнт передачі напруги μ операційного підсилювача можна визначити за його паспортними даними (зазвичай μ є числом в межах $10^4 - 10^5$). Оскільки кількість невідомих більша за кількість рівнянь, то задача параметричної ідентифікації генератора має безліч розв'язків. То ж числові значення трьох з п'яти невідомих можна обрати або довільно, або залучивши додаткові умови. Наприклад, нехай $g_1 = g$, тоді рівняння (12.24) матимуть такий вигляд:

$$(\omega c)^2 (g + g_2) \mu = g^2 (5 g + 9 g_2 \mu); \quad (12.25)$$

$$3(\omega c)^2 (2 g + 3 g_2 \mu) = g^2 (g + 2 g_2 \mu).$$

Поділивши друге рівняння (12.25) на μ та розв'язавши відносно частоти ω , виразимо частоту генератора ω_g через номінали компонентів:

$$3(\omega c)^2 \left(\frac{2g}{\mu} + 3g_2 \right) = g^2 \left(\frac{g}{\mu} + 2g_2 \right) \Big|_{\mu \gg 2g} ; \rightarrow 9(\omega c)^2 = 2g^2; \rightarrow$$

$$(\omega c)^2 = \frac{2}{9} g^2; \rightarrow \omega_c = \frac{\sqrt{2}}{3rc}; r = \frac{1}{g}.$$

Підставивши знайдену формулу для частоти генератора ω_c в перше рівняння (12.25) і поділивши на μ , виразимо g_2 через g :

$$\frac{2}{9}(g + g_2) = \left(\frac{5g}{\mu} + 9g_2 \right) \Big|_{\mu \gg 5g} = 9g_2; \rightarrow g_2 = \frac{2}{79}g; \rightarrow$$

$$r_2 = \frac{79}{2}r = 39,5r; \quad r_2 = \frac{1}{g_2}, \quad r = \frac{1}{g}.$$

Отримані співвідношення та схема синтезованого генератора представлені на рисунку 12.8. Значення номіналів r та c вибираються такими, щоб отримати бажану частотою генератора ω_c . І навпаки, якщо номіналів r та c відомі, то за ними обчислюється частота генератора.

12.3. Завдання для самопідготовки

Вивчити методику синтезу генераторів гармонічних сигналів на основі функціональної моделі системи із зворотним зв'язком. Вивести співвідношення, які визначають частоту генератора у схемі з мостом Віна та взаємозв'язок між номіналами опорів підсилувача, використавши умови генерування (12.7)-(12.9), та порівняти з результатами, наведеними на рисунку 12.6 б (замість спектральної густини $X(j\omega)$ відповідних сигналів можна застосувати символічні зображення

гармонічних сигналів $\dot{X}_m(t)$ на деякій частоті Ω або їх комплексні амплітуди $\dot{X}_m$). Проаналізувати вплив компонентів генератора на частоту генерованого сигналу Ω_z .

Ознайомитись з програмою виконання лабораторної роботи та накреслити у протоколі таблиці та координатні площини, до яких заноситимуться експериментальні дані. Переконатись у готовності до виконання лабораторної роботи, надавши відповіді на всі запитання, наведені нижче у розділі “Контрольні запитання”. Якщо виникнуть складнощі з відповідями на контрольні запитання, необхідно повторити відповідний теоретичний матеріал розділів “Системи з двома сторонами“, „Схеми з багатополюсними компонентами“, „Частотні характеристики“, “Зворотний зв'язок“, на яких базується дана лабораторна робота.

12.4. Контрольні запитання

1. У чому полягає принцип зворотного зв'язку?
2. Зобразити функціональну модель системи із зворотним зв'язком, позначивши усі її сигнали.
3. За яких умов у системі із зворотним зв'язком генеруються електричні коливання (сигнали)?
4. У чому полягає баланс амплітуд та баланс фаз?
5. Чому кількість структурних схем системи із зворотним зв'язком дорівнює чотирьом?
6. За яких умов частотні характеристики каналу прямої передачі та каналу зворотного зв'язку не змінюються, якщо їх з'єднати так, щоб утворилась паралельна структура?
7. Які способи визначення частотних характеристик каналів системи із зворотним зв'язком ви знаєте?

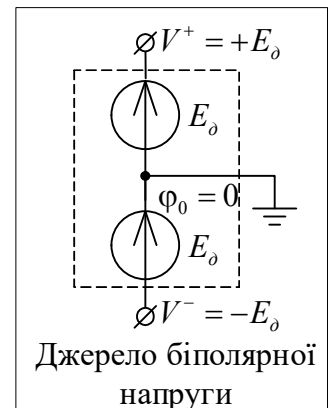
8. Яким чином компенсується розсіювання енергії коливань на опорах генератора?
9. Яким є коефіцієнт передачі напруги підсилювача, який не інвертує сигнал, в генераторі з мостом Віна, якщо його вихід від'єднаний від решти схеми?
10. Яким є коефіцієнт передачі напруги підсилювача, який інвертує сигнал, в генераторі з фазозсувним ланцюжком, якщо його вихід від'єднаний від решти схеми?
11. Від чого залежить частота електричних коливань у схемах з мостом Віна (з фазозсувним ланцюжком)?
12. Як визначити частоту
13. Як визначити опір навантаження кожного з каналів генератора гармонічних коливань?

12.5. Програма роботи

Синтез RC-генератора з мостом Віна

5.1. Зібрати на монтажній платі смуговий RC-фільтр другого порядку за схемою на рисунку 12.5 б (міст Віна). Значення опорів r та ємностей c визначити за маркуванням резисторів та конденсаторів і занести до таблиці 12.1. Встановити на виході лабораторного генератора гармонічних сигналів у режимі холостого ходу напругу з діючим значенням 100 мВ, вимірюючи останнє зовнішнім вольтметром. Під'єднавши лабораторний генератор гармонічних коливань на вхід мосту Віна та, змінюючи частоту генератора, визначити за допомогою двопроменевого осцилографа частоту f_0 , за якої значення фазо-частотної характеристики передачі напруги мосту Віна дорівнює нулю, занести значення частоти до таблиці 12.1. Вимкнути генератор гармонічних сигналів.

5.2. Зібрати на монтажній платі підсилювач, який не інвертує, на операційному підсилювачі (див. рис. 12.5 а), під'єднавши магазин опорів в якості опору r_3 . Встановити опір магазину таким, щоб його відношення до опору r_4 мало необхідне для балансу амплітуд значення.



Встановити на джерелі біполярної постійної напруги таке значення E_0 , яке згідно з технічними характеристиками операційного підсилювача можна використовувати як напругу живлення. Виміряти встановлену напругу зовнішнім вольтметром, не підключаючи джерело до операційного підсилювача.

5.3. Утворити каскадне з'єднання підсилювача та мосту Віна, під'єднавши вихід підсилювача до входу мосту. Під'єднати лабораторний генератор гармонічних коливань до входу підсилювача, а джерело живлення – до відповідних контактів операційного підсилювача, дотримуючись необхідної полярності. Увімкнути лабораторний генератор та джерело живлення операційного підсилювача, не змінюючи проведених у п.п. 5.1, 5.2 налаштувань.

Виміряти коефіцієнт передачі напруги каскадного з'єднання каналів та, змінюючи опір магазину r_3 , домогтися такого значення коефіцієнта передачі напруги, за якого має виконуватися умова балансу амплітуд. Занести опір магазину r_3 до таблиці 12.1.

5.4. Вимкнути джерело живлення, залишивши його під'єднаним до операційного підсилювача. Лабораторний генератор гармонічних коливань вимкнути та від'єднати від входу підсилювача. Утворити паралельне з'єднання каналів, з'єднавши вихід мосту Віна із входом підсилювача, як показано на рисунку 12.2. В результаті отримаємо коло генератора за схемою на рисунку 12.6.

Увімкнути джерело живлення операційного підсилювача та зняти осцилограму напруги на виході генератора U разі відсутності коливань, налаштувати опір магазину r_3 . Визначити частоту та амплітуду коливань та занести до таблиці 12.2. Осцилограму напруги зобразити на рисунку 12.9.

Синтез RC-генератора з фазозсувним ланцюжком третього порядку

5.5. Зібрати на монтажній платі RC-фільтр верхніх частот третього порядку за схемою на рисунку 12.7 б (фазозсувний RC-ланцюжок з трьох ланок). Значення опорів r та ємностей c визначити за маркуванням резисторів та конденсаторів і занести до таблиці 12.2. Встановити на виході лабораторного генератора гармонічних сигналів у режимі холостого ходу напругу з діючим значенням 100 мВ, вимірюючи останнє зовнішнім вольтметром.

Під'єднати лабораторний генератор гармонічних коливань на вхід RC-фільтра та інший магазин опорів – до виходу фільтра (опір магазину встановити рівним $Z_{\text{ex}}^k = 1/Y_{\text{ex}}^k$ (Y_{ex}^k обчислити за формулою (12.21)). За допомогою двопроменевого осцилографа, змінюючи частоту генератора гармонічних коливань, визначити частоту f_{π} , за якої значення фазо-частотної характеристики передачі напруги фільтра дорівнює 180 градусів (π рад) та занести до таблиці 12.2. Вимкнути генератор гармонічних коливань.

5.6. Зібрати на монтажній платі підсилювач, який не інвертує, на операційному підсилювачі (див. рис. 12.5 а), під'єднавши магазин опорів в якості опору r_2 . Встановити опір магазину таким, щоб його відношення до опору r_1 мало необхідне для балансу амплітуд значення.

Встановити на джерелі біполярної постійної напруги таке значення напруги E_0 , яке згідно з технічними характеристиками операційного підсилювача можна

використовувати як напругу живлення. Виміряти встановлену напругу зовнішнім вольтметром, не підключаючи джерело до операційного підсилювача.

5.7. Утворити каскадне з'єднання підсилювача та RC-фільтра верхніх частот, під'єднавши вихід підсилювача до входу фільтра (опір магазину на виході фільтра не змінювати). Під'єднати лабораторний генератор гармонічних коливань до входу підсилювача, а джерело живлення – до відповідних контактів операційного підсилювача, дотримуючись необхідної полярності. Увімкнути лабораторний генератор та джерело живлення операційного підсилювача, не змінюючи проведених у п.п. 5.5, 5.6 налаштувань.

Виміряти коефіцієнт передачі напруги каскадного з'єднання каналів та, змінюючи опір магазину r_2 , домогтися такого значення коефіцієнта передачі напруги, за якого має виконуватися умова балансу амплітуд. Занести опір магазину r_2 до таблиці 12.2.

5.8. Вимкнути джерело живлення, залишивши його під'єднаним до операційного підсилювача. Лабораторний генератор гармонічних коливань вимкнути та від'єднати від входу підсилювача. Від'єднати магазин опорів від виходу RC-фільтра. Утворити паралельне з'єднання каналів, з'єднавши вихід RC-фільтра із входом підсилювача, як показано на рисунку 12.2. В результаті отримаємо коло генератора, схема якого наведена на рисунку 12.8.

Увімкнути джерело живлення операційного підсилювача та зняти осцилограму напруги на виході генератора U разі відсутності коливань, налаштувати опір магазину r_2 . Визначити частоту та амплітуду коливань та занести до таблиці 12.2. Осцилограму напруги зобразити на рисунку 12.10.

12.6. Результати експериментів

Таблиця 12.1. Номінали компонентів генератора із смуговим фільтром другого порядку (мостом Віна) та параметри згенерованого сигналу

$r [\quad]$	$c [\quad]$	$\pm E_{\delta}$	$r_3 [\quad]$	$r_4 [\quad]$	$f_0 [\quad]$	$\frac{r_3}{r_4}$		$f_{\varepsilon} [\quad]$		$U_m [\quad]$
						теор.	прак.	теор.	прак.	

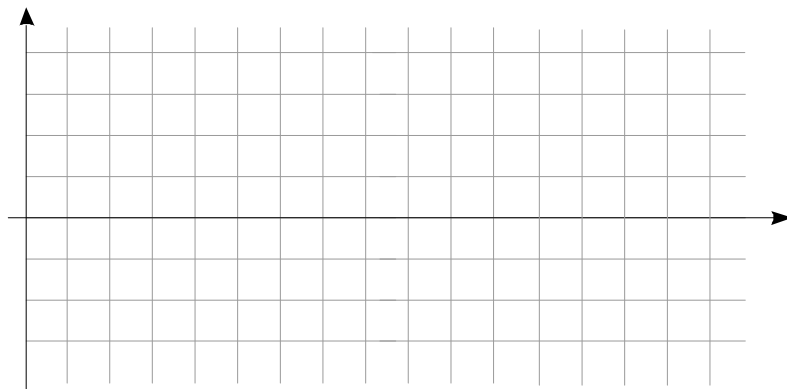


Рис. 12.9. Осцилограма сигналу генератора з каналом зворотного зв'язку – мостом Віна (смуговим фільтром другого порядку)

Таблиця 12.2. Номінали компонентів генератора з фазозсувним RC-ланцюжком (ФВЧ третього порядку) та параметри згенерованого сигналу

$r [\quad]$	$c [\quad]$	$\pm E_0$	$r_2 [\quad]$	$r_1 [\quad]$	$f_0 [\quad]$	$\frac{r_2}{r_1}$		$f_z [\quad]$		$U_m [\quad]$
						теор.	прак.	теор.	прак.	

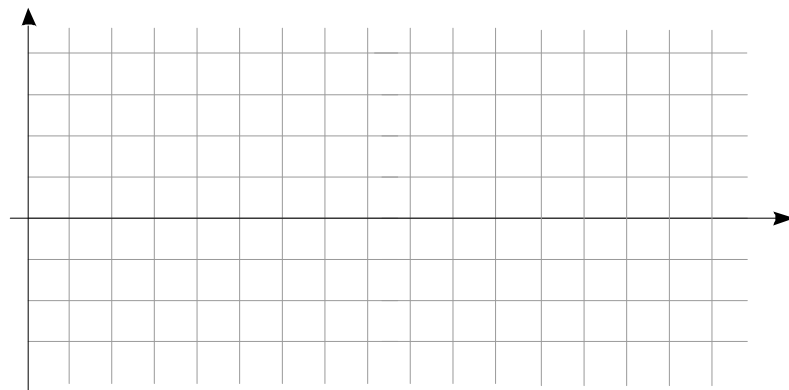


Рис. 12.10. Осцилограма сигналу генератора з каналом зворотного зв'язку – фазозсувним ланцюжком (RC-фільтром верхніх частот третього порядку)

12.7. Аналіз результатів та висновки

13. ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 13

АНАЛОГОВІ ОБЧИСЛЕННЯ

13.1. Мета роботи:

дослідити методи структурного та параметричного синтезу аналогових схем на операційних підсилювачах, призначених для виконання елементарних математичних операцій і розв'язування диференціальних рівнянь, та експериментально визначити межі їх застосування.

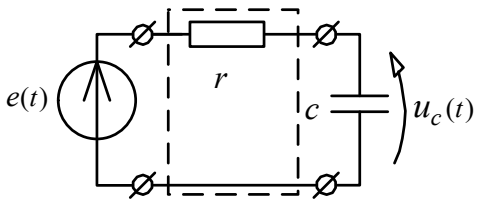
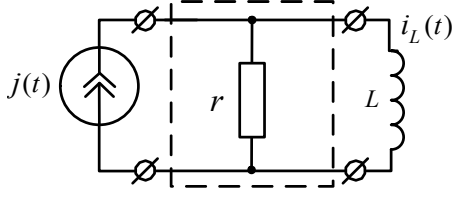
13.2. Теоретичні відомості

Аналоговими обчисленнями називаються такі перетворення неперервних електричних сигналів електронними пристроями, які відповідають математичним операціям: додавання, множення, інтегрування, диференціювання, тощо. Такі обчислення використовуються для імітаційного моделювання властивостей природних та технічних систем, математичні моделі яких є рівняннями різного типу: алгебраїчними та диференціальними, лінійними та нелінійними. До таких технічних систем відносяться і електронні кола.

Зазвичай електронні кола описуються нелінійними диференціальними рівняннями, які розв'язуються на цифрових комп'ютерах числовими методами. Але є досить багато завдань моделювання, які зводяться до укладання систем лінійних диференціальних рівнянь, розв'язати які можна за допомогою аналогових обчислювальних пристроїв. Точність такого розв'язку може бути достатньо високою та характеризуватись похибкою в межах одного відсотка.

Прикладом лінійних математичних моделей є рівняння (13.1), (13.2), які укладені відносно змінної стану системи з двома сторонами (напруги на ємності або струму через індуктивність, див. рис. 13.1). Такі ж рівняння описують будь-яку

лінійну реактивну систему першого порядку. Їх можна записати в узагальненому вигляді (13.3).

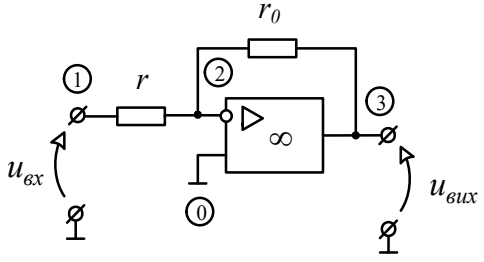
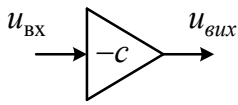
 а	$\frac{du_c}{dt} = -\frac{1}{rc}u_c(t) + \frac{1}{rc}e(t); u_c(0) = U_{c0}. \quad (13.1)$
 б	$\frac{di_L}{dt} = -\frac{r}{L}i_L(t) + \frac{r}{L}j(t); i_L(0) = I_{L0}. \quad (13.2)$
Рис. 13.1. Електричні схеми та їх математичні моделі – рівняння змінних стану: а – RC-ланцюжок, який інтегрує вхідну напругу $e(t)$; б – RL-ланцюжок, який інтегрує вхідний струм $j(t)$	

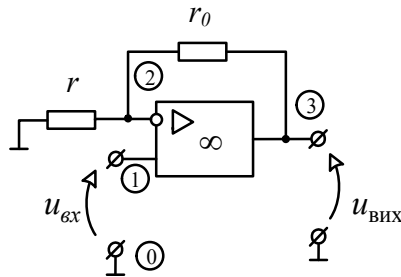
$$\frac{dx}{dt} = -ax(t) + bv_\delta(t); \quad a > 0, b > 0; \quad x(0) = X_0, \quad (13.3)$$

де $V_\delta(t)$ – сигнал джерела (струм або напруга в залежності від типу джерела).

У рівнянні (13.3) фігурують такі математичні операції: диференціювання невідомої змінної $x(t)$ за часом, множення на константи a та b , алгебраїчне підсумовування. Аналогічні операції можна виконати над неперервними сигналами $x(t)$ (струмами та напругами) в електронних колах, схеми яких наведені на рисунках 13.2-13.11. Кожна із схем містить операційний підсилювач, що пояснює використання терміну "операційний" у назві підсилювача у контексті аналогових обчислень.

Представлені нижче схеми можуть слугувати елементарними блоками, з яких можна створювати аналогові електронні пристрої, здатні виконувати більш складні математичні операції, наприклад, розв'язувати диференціальні рівняння виду (13.3).

 <i>a</i>	<i>Укладаємо матрицю провідності підсилювача як системи з двома сторонами:</i> $g = \frac{1}{r}; \quad g_0 = \frac{1}{r_0}.$ $Y_c = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} & \begin{vmatrix} g & \\ -g & -g_0 \end{vmatrix} \end{matrix}$ <i>б</i>	 $c = \frac{r_0}{r}$ <i>в</i>
$u_{\text{вих}} = K_u u_{\text{вх}} = -\frac{r_0}{r} u_{\text{вх}} = -c u_{\text{вх}}. \quad (13.4)$ де $K_u = -c$ коефіцієнт передачі напруги, знайдений за матрицею провідності підсилювача як системи з двома сторонами.		
<i>Рис. 13.2. Схемна реалізація операції множення вхідного сигналу $u_{\text{вх}}$ на константу $c > 0$ з інверсією вихідного сигналу $u_{\text{вих}}$ відносно вхідного та аналітичний опис математичної операції (13.4), де K_u – коефіцієнт передачі напруги: а – схема підсилювача на ідеальному операційному підсилювачі; б – матриця провідності підсилювача як системи з двома сторонами (вхідною та вихідною сторонами); в – функціональна модель підсилювача з інверсією вихідного сигналу $u_{\text{вих}}$</i>		



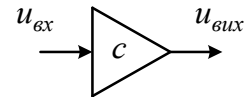
а

Укладаємо матрицю провідності підсилювача як системи з двома сторонами:

$$g = \frac{1}{r}; \quad g_0 = \frac{1}{r_0}.$$

$$Y_c = \begin{array}{c} 1,2 \\ 2 \end{array} \begin{array}{cc} & 3 \\ & \\ g + g_0 & -g_0 \end{array}$$

б



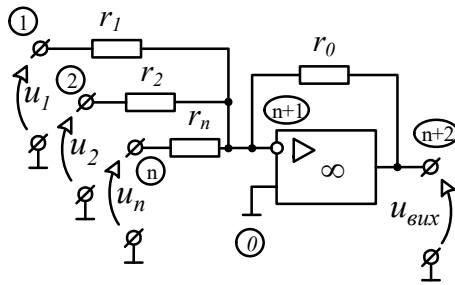
$$c = 1 + \frac{r_0}{r}$$

в

$$u_{\text{вих}} = K_u u_{\text{вх}} = \left(1 + \frac{r_0}{r}\right) u_{\text{вх}} = c u_{\text{вх}}. \quad (13.5)$$

де $K_u = c$ коефіцієнт передачі напруги, знайдений за матрицею провідності підсилювача як системи з двома сторонами

Рис. 13.3. Схемна реалізація операції множення вхідного сигналу $u_{\text{вх}}$ на константу $c > 0$ без інверсії вихідного сигналу $u_{\text{вих}}$ відносно вхідного та аналітичний опис математичної операції (13.5): а – схема підсилювача на ідеальному операційному підсилювачі; б – матриця провідності підсилювача як системи з двома сторонами; в – функціональна модель підсилювача, який не інвертує вихідний сигнал



a

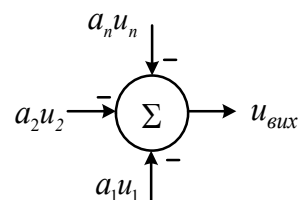
Укладаємо вузлову модель схеми суматора зважених сигналів з інверсією вихідного сигналу:

$$r_i = \frac{r_0}{a_i}, i = 1, 2, \dots, n;$$

$$g_0 = \frac{1}{r_0}; \quad g_i = \frac{1}{r_i}, i = 1, 2, \dots, n.$$

$$\begin{aligned} & \text{n+1} \quad \boxed{-g_0} \cdot \boxed{V_{\text{n+2}}} = \\ & = \boxed{g_1 u_1 + g_2 u_2 + \dots + g_n u_n} \end{aligned}$$

б

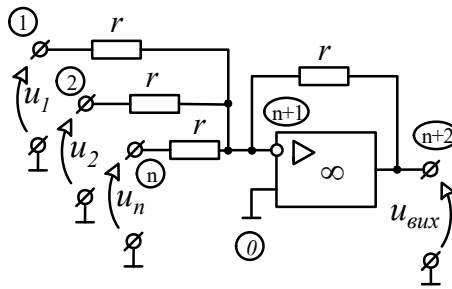


в

$$u_{\text{вых}} = V_{\text{n+2}} = -r_0 (g_1 u_1 + g_2 u_2 + \dots + g_n u_n) = -(a_1 u_1 + a_2 u_2 + \dots + a_n u_n), \quad (13.6)$$

де $V_{\text{n+2}}$ – вузлова напруга на виході суматора зважених сигналів з інверсією вихідного сигналу, знайдена з вузлової моделі

Рис. 13.4. Схемна реалізація операції підсумовування зважених сигналів $a_1 u_1, a_2 u_2, \dots, a_n u_n$ з інверсією сумарного вихідного сигналу $u_{\text{вых}}$ та аналітичний опис математичної операції (13.6):
 а – схема суматора на ідеальному операційному підсилювачі; б – вузлова модель схеми;
 в – функціональна модель суматора, який інвертує вихідний сигнал



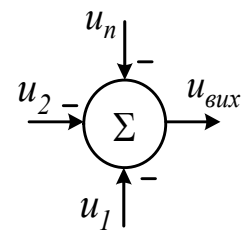
a

Укладаємо вузлову модель схеми суматора сигналів з інверсією вихідного сигналу:

$$g = \frac{1}{r},$$

$$\begin{aligned} & \overset{n+1}{\boxed{-g}} \cdot \overset{n+2}{\boxed{V_{n+2}}} = \\ & = \boxed{g(u_1 + u_2 + \dots + u_n)} \end{aligned}$$

б

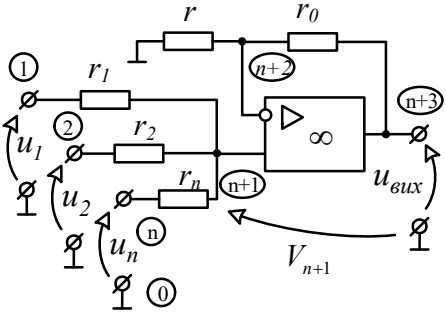
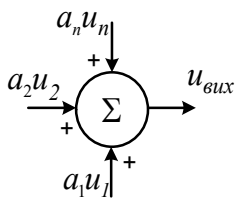


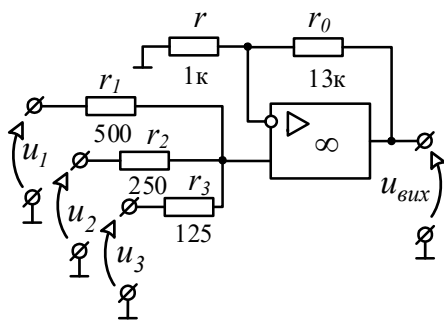
в

$$u_{\text{вих}} = V_{n+2} = -(u_1 + u_2 + \dots + u_n), \quad (13.7)$$

де V_{n+2} – вузлова напруга на виході суматора сигналів з інверсією вихідного сигналу, знайдена з вузлової моделі.

Рис. 13.5. Схемна реалізація операції підсумовування сигналів $u_1, u_2, \dots, u_n$ (зважувальні коефіцієнти дорівнюють одиниці) з інверсією сумарного вихідного сигналу $u_{\text{вих}}$ та аналітичний опис математичної операції (13.7): а – схема суматора на ідеальному операційному підсилювачі; б – вузлова модель схеми; в – функціональна модель суматора, який інвертує вихідний сигнал

	Укладаємо вузлову модель схеми суматора зважених сигналів: $g_0 = \frac{1}{r_0}; \quad g = \frac{1}{r};$ $g_i = \frac{1}{r_i}, \quad i = 1, 2, \dots, n.$ $\begin{matrix} n+1, n+2 & n+3 \\ n+1 & \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n g_i & \\ g + g_0 & -g_0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{n+1} \\ V_{n+3} \end{bmatrix} = \\ n+2 & \\ = & \begin{bmatrix} g_1 u_1 + g_2 u_2 + \dots + g_n u_n \\ \end{bmatrix} \end{matrix}$	 Функціональна модель суматора без інверсії сигналу $u_{\text{вих}}$
$u_{\text{вих}} = V_{n+3} = \frac{r + r_0}{r \left(\sum_{i=1}^n g_i \right)} \cdot (g_1 u_1 + g_2 u_2 + \dots + g_n u_n) = a_1 u_1 + a_2 u_2 + \dots + a_n u_n. \quad (13.8)$ де V_{n+3} – вузлова напруга на виході суматора зважених сигналів, знайдена з вузлової моделі.		
Числові значення g_i та a_i співпадатимуть, якщо прийняти, що $\frac{r + r_0}{r} \cdot \frac{1}{\sum_{i=1}^n g_i} = 1, \quad \text{тоді} \quad \frac{r + r_0}{r} \cdot \frac{1}{\sum_{i=1}^n a_i} = 1; \quad \rightarrow \quad r_0 = r \left(\sum_{i=1}^n a_i - 1 \right).$		
Оскільки опір r_0 не може бути від'ємним, то умовою реалізації операції є: $\sum_{i=1}^n a_i - 1 \geq 0, \quad \rightarrow \quad \sum_{i=1}^n a_i \geq 1.$		
Значення r обираємо довільно і приймаємо: $g_i = a_i [\text{мСм}] \rightarrow r_i = \frac{1}{a_i} \text{ кОм}, \quad i = 1, 2, \dots, n.$		
Рис. 13.6 а. Схемна реалізація операції підсумовування зважених сигналів без інверсії сумарного вихідного сигналу $u_{\text{вих}} = a_1 u_1 + a_2 u_2 + a_3 u_3$ та аналітичний опис математичної операції (13.8)		



Приклад – синтезуємо схему, яка реалізує операцію $u_{\text{вих}} = 2u_1 + 4u_2 + 8u_3$.

$$\sum_{i=1}^3 a_i = 14 > 1 - \text{умова виконується};$$

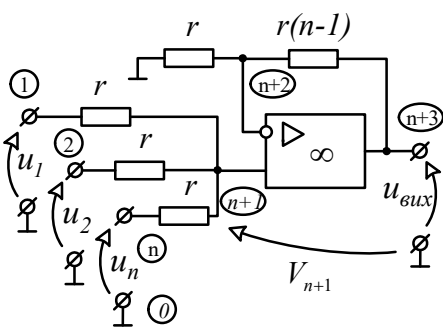
Обчислимо провідності:

$$g_1 = 2 \text{ мСм}; g_2 = 4 \text{ мСм}; g_3 = 8 \text{ мСм};$$

$$r = 1 \text{ кОм (вибираємо)};$$

$$r_0 = 1 \times (2 + 4 + 8 - 1) = 13 \text{ кОм}.$$

Рис. 13.6 б. Приклад схемної реалізації операції підсумовування зважених сигналів $u_{\text{вих}} = 2u_1 + 4u_2 + 8u_3$ за правилом, описаним на рисунку 13.6 а



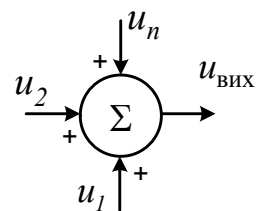
а

Укладаємо вузлову модель схеми суматора сигналів

$$g = \frac{1}{r}.$$

$$\begin{array}{cc|c} n+1, n+2 & n+3 & \\ \hline n+1 & ng & V_{n+1} \\ n+2 & \frac{gn}{n-1} & V_{n+3} \end{array} = \frac{g(u_1 + u_2 + \dots + u_n)}{\dots}$$

б

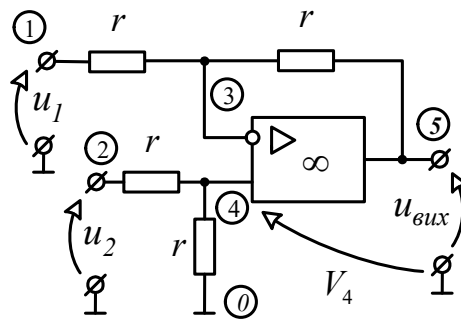


в

$$u_{\text{вих}} = V_{n+3} = u_1 + u_2 + \dots + u_n; \quad (13.9)$$

де V_{n+3} – вузлова напруга на виході суматора сигналів, знайдена з вузлової моделі.

Рис. 13.7. Схемна реалізація операції підсумовування сигналів $u_{\text{вих}} = u_1 + u_2 + \dots + u_n$ (зважувальні коефіцієнти дорівнюють одиниці) без інверсії сумарного вихідного сигналу $u_{\text{вих}}$ та аналітичний опис математичної операції (13.9): а – схема суматора; б – вузлова модель схеми; в – функціональна модель суматора без інверсії сигналу $u_{\text{вих}}$



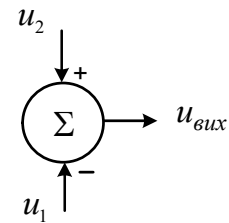
a

Укладаємо вузлову модель схеми віднімача сигналів:

$$g = \frac{1}{r}$$

	3,4	5	
3	$2g$	g	$\cdot \frac{V_4}{V_5} = \frac{gu_1}{gu_2}$
4	$2g$		

б

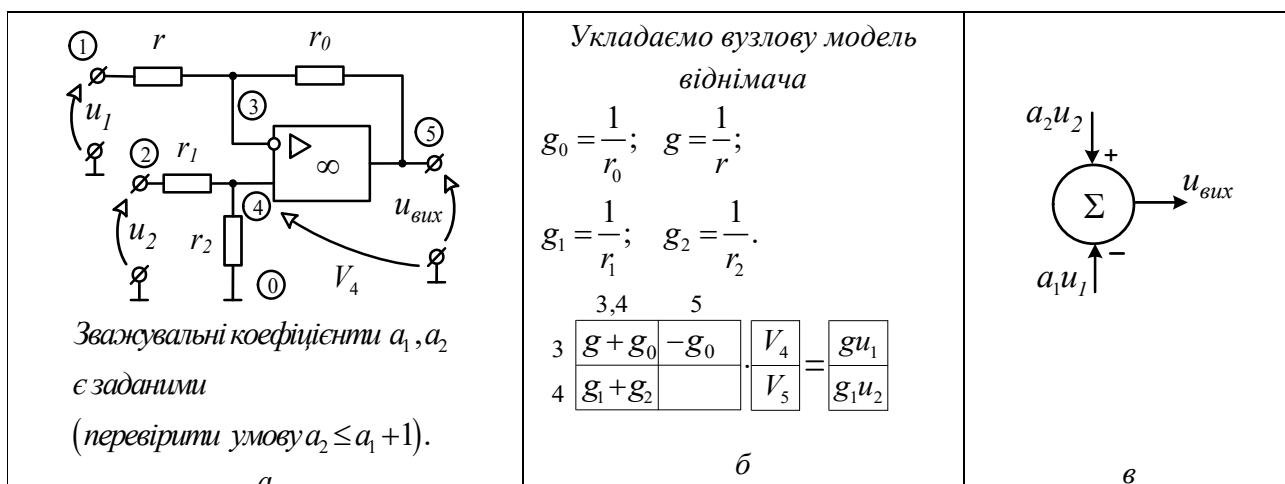


в

$$u_{\text{вих}} = V_5 = u_2 - u_1. \quad (13.10)$$

де V_5 – вузлова напруга на виході віднімача сигналів, знайдена з вузлової моделі.

Рис. 13.8. Схемна реалізація операції віднімання сигналів без інверсії різниці сигналів $u_{\text{вих}}$ та аналітичний опис математичної операції (13.10): а – схема віднімача на ідеальному операційному підсилювачі; б – вузлова модель схеми; в – функціональна модель віднімача



$$u_{\text{вых}} = V_5 = \frac{r_2(r + r_0)}{r(r_1 + r_2)} u_2 - \frac{r_0}{r} u_1 = a_2 u_2 - a_1 u_1. \quad (13.11)$$

де V_5 – вихідна напруга, визначена з вузлової моделі.

Обираємо опір r , обчислюємо опори r_0, r_1 та r_2 :

$$\frac{r_2(r + r_0)}{r(r_1 + r_2)} = a_2; \quad \frac{r_0}{r} = a_1; \quad \rightarrow \quad r_0 = r \cdot a_1;$$

$$\left. \frac{r_2(r + r_0)}{r(r_1 + r_2)} \right|_{r_0=r \cdot a_1} = \frac{r_2(a_1 + 1)}{r_1 + r_2} = a_2 \quad \rightarrow \quad \frac{r_2}{r_1 + r_2} = \frac{da_2}{d(a_1 + 1)},$$

де d – будь-яке додатнє число з розмірністю опору. $\rightarrow$

Обираємо $r_2 = da_2 \rightarrow r_1 = d(a_1 + 1) - da_2$ за умови, що $a_2 \leq a_1 + 1$.

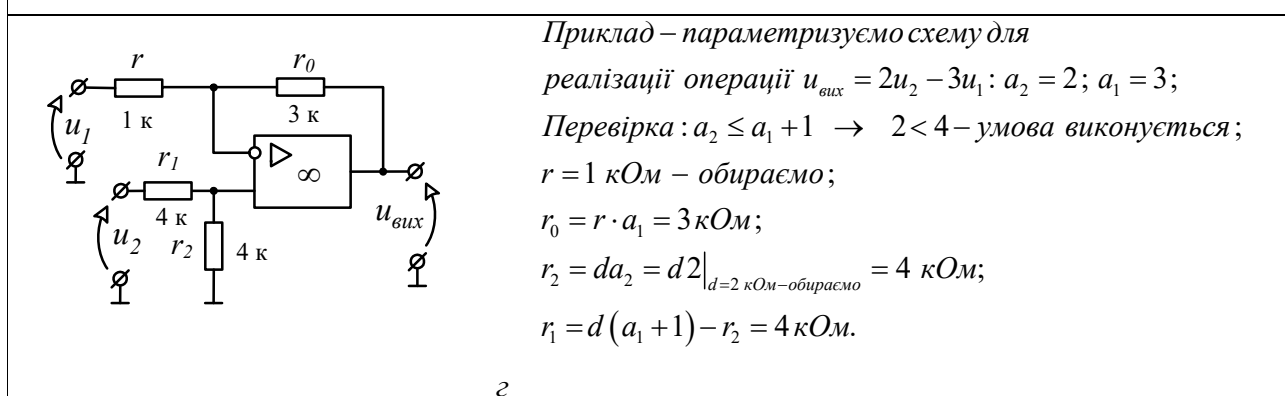
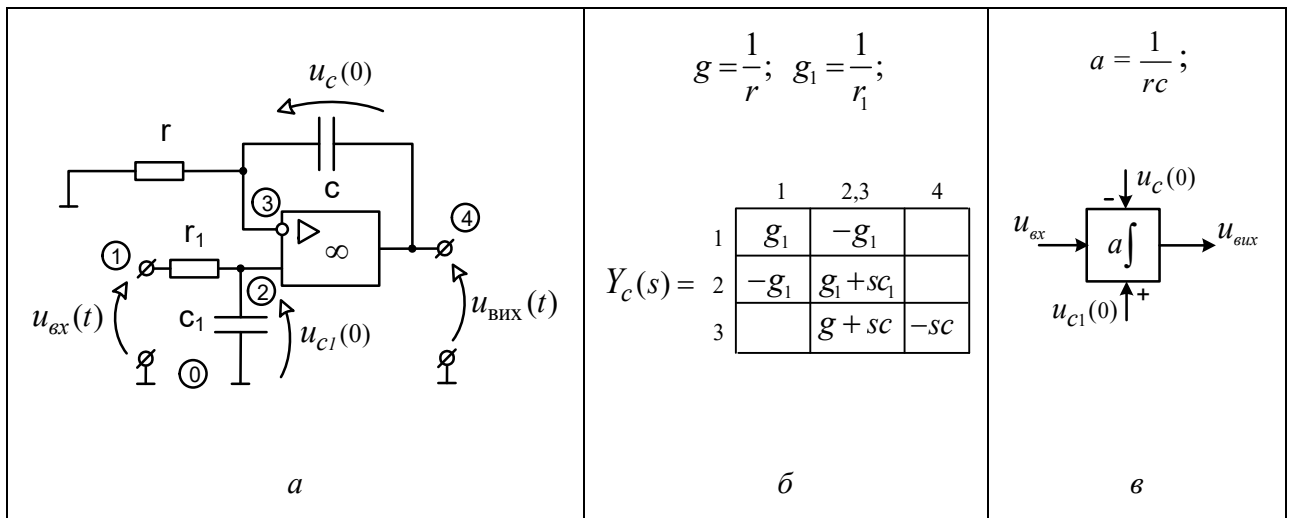


Рис. 13.9. Схемна реалізація операції віднімання зважених сигналів (див. (13.11)) без інверсії різниці сигналів в вих: а – схема віднімача на ідеальному операційному підсилювачі; б – вузлова модель схеми; в – функціональна модель віднімача; г – приклад реалізації операції

$$u_{\text{вых}} = 2u_2 - 3u_1$$



$$U_{vux}(s) = K_U^{xx}(s)U_{ox}(s) + Z_{nep}^{xx}(s)cu_c(0) + Z_{nep1}^{xx}(s)c_1u_{c1}(0) =$$

$$= \frac{1 + src}{rc(1 + sr_1c_1)} \cdot \frac{U_{ox}(s)}{s} - \frac{u_c(0)}{s} + \frac{r_1c_1(1 + src)}{rc(1 + sr_1c_1)} \cdot \frac{u_{c1}(0)}{s}. \quad (13.12)$$

Якщо $r_1c_1 = rc$, тоді:

$$U_{vux}(s) = \frac{1}{rc} \cdot \frac{U_{ox}(s)}{s} - \frac{u_c(0)}{s} + \frac{u_{c1}(0)}{s};$$

$$u_{vux}(t) = \frac{1}{rc} \int_0^t u_{ox}(\tau) d\tau + (u_{c1}(0) - u_c(0))\sigma(t) \Big|_{V_3 - V_2 = 0} = u_{c1}(t) - u_c(t); \quad t \geq 0; \quad (13.13)$$

$$u_{vux}(0) = u_{c1}(0) - u_c(0) = U_{c10} - U_{c0}.$$

г

Рис. 13.10. Схемна реалізація операції зваженого інтегрування сигналу $u_{ox}(t)$ без інверсії: *a* – схема інтегратора без інверсного виходу; *б* – операторна матриця провідності схеми як системи з трьома входами та одним виходом; *в* – функціональна модель інтегратора без інверсного виходу; *г* – аналітичний опис математичної операції в операторній та часовій областях (s – комплексна змінна; t – часова змінна, $\sigma(t)$ – одинична ступінчаста функція, або функція Хевісайда; $1/s$ – операторне зображення функції Хевісайда)

а	$g = \frac{1}{r};$ $Y_c(s) = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} & \begin{bmatrix} g & \\ -g & -sc \end{bmatrix} \end{matrix}$ б	$a = \frac{1}{rc};$ в
$U_{вих}(s) = K_U(s)U_{вх}(s) + Z_{пер}(s)cu_c(0) = -\frac{1}{rc} \cdot \frac{U_{вх}(s)}{s} - \frac{u_c(0)}{s};$ $u_{вих}(t) = -\frac{1}{rc} \int_0^t u_{вх}(\tau) d\tau - u_c(0)\sigma(t) \Big _{V_2=0} = -u_c(t); \quad (13.14)$ $u_{вих}(0) = -u_c(0) = -U_{c0}.$ г		
Рис. 13.11. Схемна реалізація операції зваженого інтегрування сигналу $u_{вх}(t)$ з інверсією: а – схема інтегратора на ідеальному операційному підсилювачі з інверсним виходом; б – операторна матриця провідності схеми як системи з двома входами¹ та одним виходом; в – функціональна модель інтегратора з інверсним виходом; г – аналітичний опис математичної операції в операторній та часовій областях (s-комплексна змінна; t-час; $\sigma(t)$ – одинична ступінчаста функція, або функція Хевісайда; $1/s$ – операторне зображення функції Хевісайда)		

Наведені вище схеми слугують елементарними блоками, з яких можна складати аналогові електронні кола, здатні виконувати більш складні математичні

¹ На перший вхід з двох подається сигнал $u_{вх}(t)$. Інший вхід обумовлений тим, що у початковий момент часу $t=0$ ємність інтегратора може бути зарядженою, тобто, початкова напруга $u_c(0) \neq 0$, і вихідний сигнал інтегратора $u_{вих}(t)$ складається з внесків інтегрованого вхідного сигналу $u_{вх}(t)$ та початкової напруги на ємності. За нульових початкових умов внесок напруги на ємності є нульовим.

операції, наприклад, розв'язувати диференціальні рівняння виду (13.3). Пояснимо логіку процесу структурного синтезу схеми такого кола.

Диференціальне рівняння, яке необхідно розв'язати, записується у нормальній формі, тобто похідна шуканої функції $x(t)$ виражається через алгебраїчну суму інших складових рівняння (не втрачаючи загальності міркувань, приймемо початкові умови нульовими):

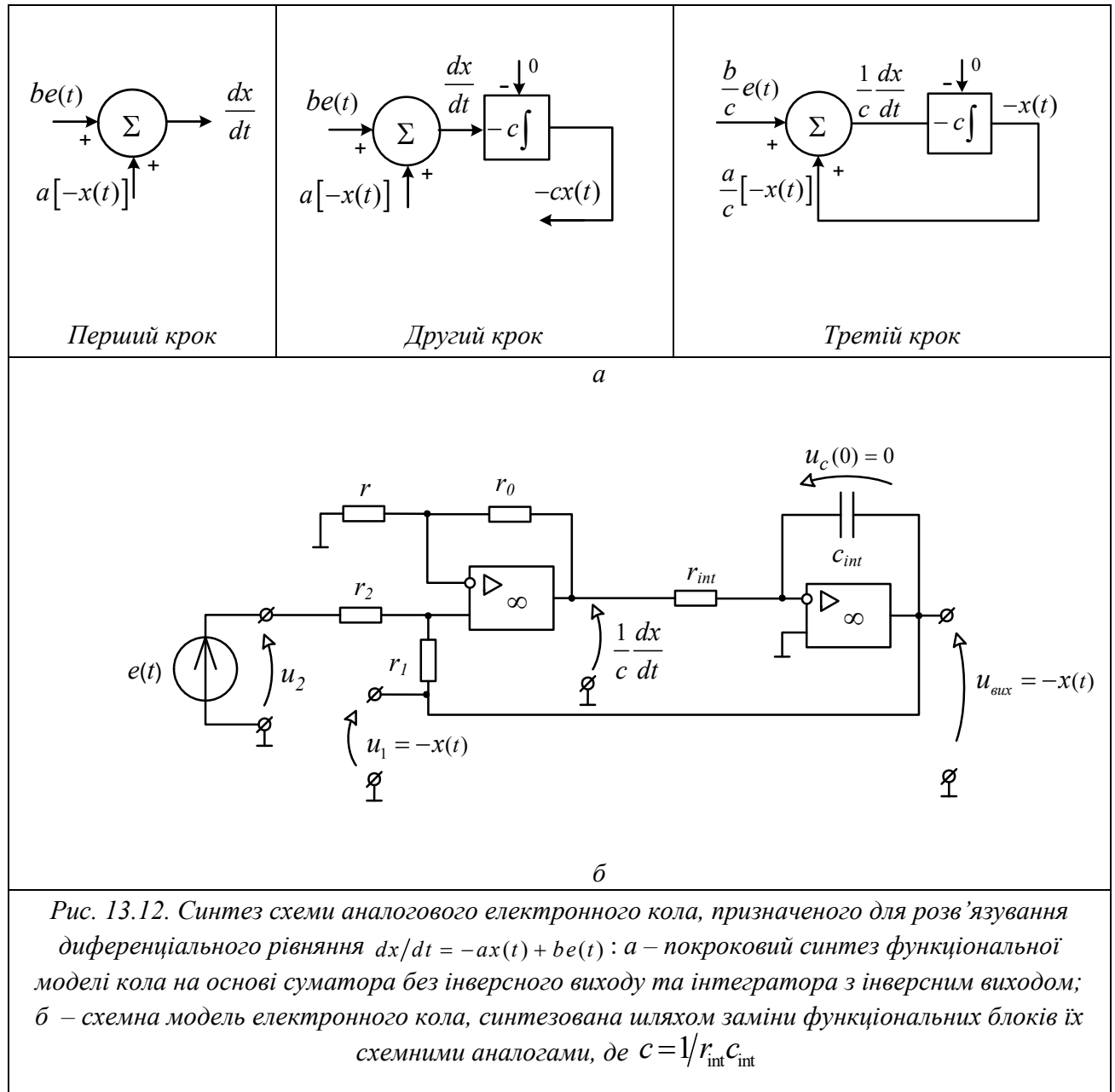
$$\frac{dx}{dt} = -ax(t) + be(t); \quad a > 0; \quad b > 0; \quad x(0) = 0, \quad (13.15)$$

де $e(t)$ – відома функція змінної t , яку будемо вважати часом. Похідну від $x(t)$ можна вважати вихідною напругою суматора, вхідні змінні сигнали якого є складовими правої частини рівняння (13.15), як показано на рисунку 13.12 а (перший крок процесу синтезу). У свою чергу, вхідний сигнал суматора $e(t)$ є відомою функцією часу, яка може бути задана відповідним сигналом незалежного джерела напруги.

Другу вхідну змінну суматора, тобто функцію $-x(t)$, можна отримати як вихідну напругу інтегратора з інверсним виходом, на вхід якого подається вихідна напруга суматора, тобто похідна від шуканої функції $x(t)$ за часом. Оскільки згідно з (13.14) інтегрований сигнал множиться інтегратором на константу c , то сигнал на виході інтегратора дорівнює насправді не $-x(t)$ а $c(-x(t))$, як показано на рисунку 13.12 а (другий крок).

Щоб отримати на виході інтегратора сигнал $-x(t)$, необхідно на його вхід подати замість $dx(t)/dt$ сигнал $(1/c)dx(t)/dt$ (див. рис. 13.12 а, третій крок). Для цього потрібно замінити зважувальні коефіцієнти вхідних напруг суматора, а саме: $a \rightarrow a/c, b \rightarrow b/c$. Таким чином, отримавши на виході інтегратора напругу $-x(t)$ і

подавши її на вхід суматора, отримаємо функціональну модель кола, в якому шукана функція $x(t)$ залежить від напруги джерела $e(t)$ і дорівнює вихідній напрузі інтегратора, взятій з протилежним знаком.



Отримавши функціональну модель кола, синтезуємо його схемну модель (див. рис. 13.12 б), замінивши функціональні блоки суматора та інтегратора відповідними схемними аналогами, наведеними на рисунках 13.6 та 13.11.

Номінали компонентів синтезованої схеми (див. рис. 13.12) виразимо через коефіцієнти a та b рівняння (13.15), тобто виконаємо останній етап – параметричний синтез схеми. Відповідно до опису суматора (див. рис. 13.6), співвідношень (13.8) та функціональної моделі синтезованого кола маємо:

$$u_{\text{вих}} = a_1 u_1 + a_2 u_2 = \frac{1}{c} \cdot \frac{dx(t)}{dt} = \frac{a}{c} [-x(t)] + \frac{b}{c} e(t) . \quad (13.16)$$

З (13.16) випливає, що

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{a}{c}; \\ a_2 &= \frac{b}{c}. \end{aligned} . \quad (13.17)$$

Тоді

$$r_0 = r \left(\sum_{i=1}^2 a_i - 1 \right) = r \left(\frac{a}{c} + \frac{b}{c} - 1 \right) \quad (13.18)$$

за умови, що $a + b > c$.

Далі знаходимо опори $r_i = \frac{1}{a_i}$ кОм, $i = 1, 2$:

$$r_1 = \frac{1}{a_1} = \frac{c}{a}; \quad (13.19)$$

$$r_2 = \frac{1}{a_2} = \frac{c}{b}.$$

Нехай коефіцієнти рівняння (13.15) дорівнюють: $a=4, b=5$. Тоді, щоб задовольнити умову (13.18), виберемо, наприклад, $c=1$. Вибравши також, наприклад, $r=1$ кОм, обчислимо r_0 за (13.18): $r_0 = r(4+5-1) = 8$ кОм.

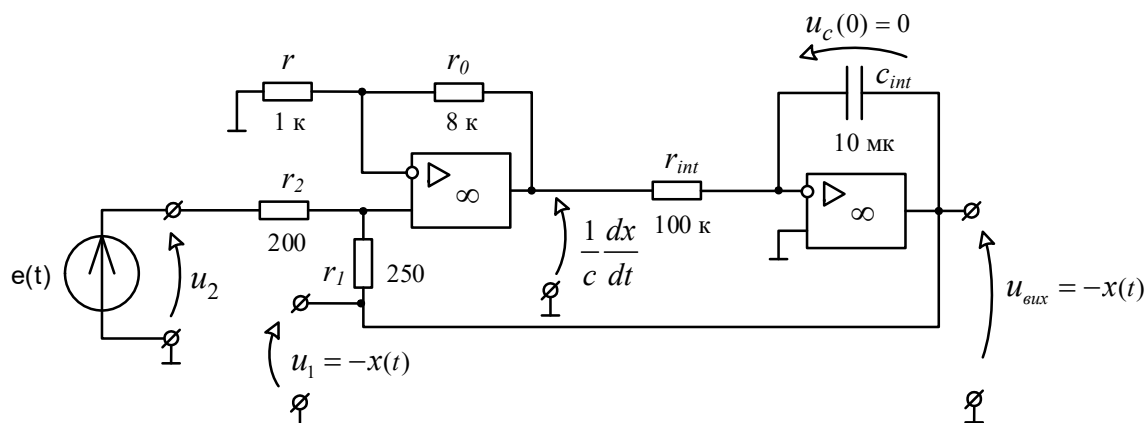
Обчислимо опори суматора r_1, r_2 за (13.19), вважаючи, що їх розмірність задана в кОм:

$$r_1 = \frac{c}{a} = \frac{1}{4} \text{ кОм} = 250 \text{ Ом};$$

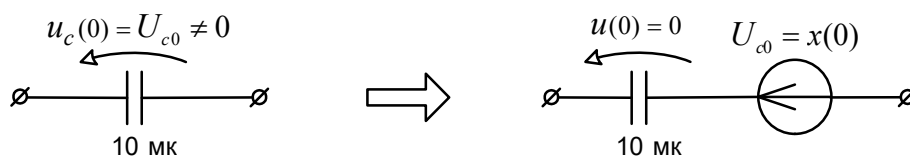
$$r_2 = \frac{c}{b} = \frac{1}{5} \text{ кОм} = 200 \text{ Ом}.$$

Далі обираємо опір інтегратора, наприклад, $r_{\text{int}} = 100$ кОм (див. рис. 13.11, 13.12 б) та обчислюємо ємність інтегратора $c_{\text{int}} = 1/cr_{\text{int}} = 10$ мкФ. Схема синтезованого кола з обчисленими номіналами компонентів наведена на рисунку 13.13 а.

Якщо початкові умови ненульові ($x(0) = U_{c0} \neq 0$), то у синтезованій схемі ємність інтегратора повинна бути зарядженою. У такому разі у синтезованій схемі необхідно ємність інтегратора замінити на послідовне з'єднання такої ж за номіналом незарядженої ємності та ідеального джерела напруги U_{c0} , як показано на рисунку 13.13 б.



a



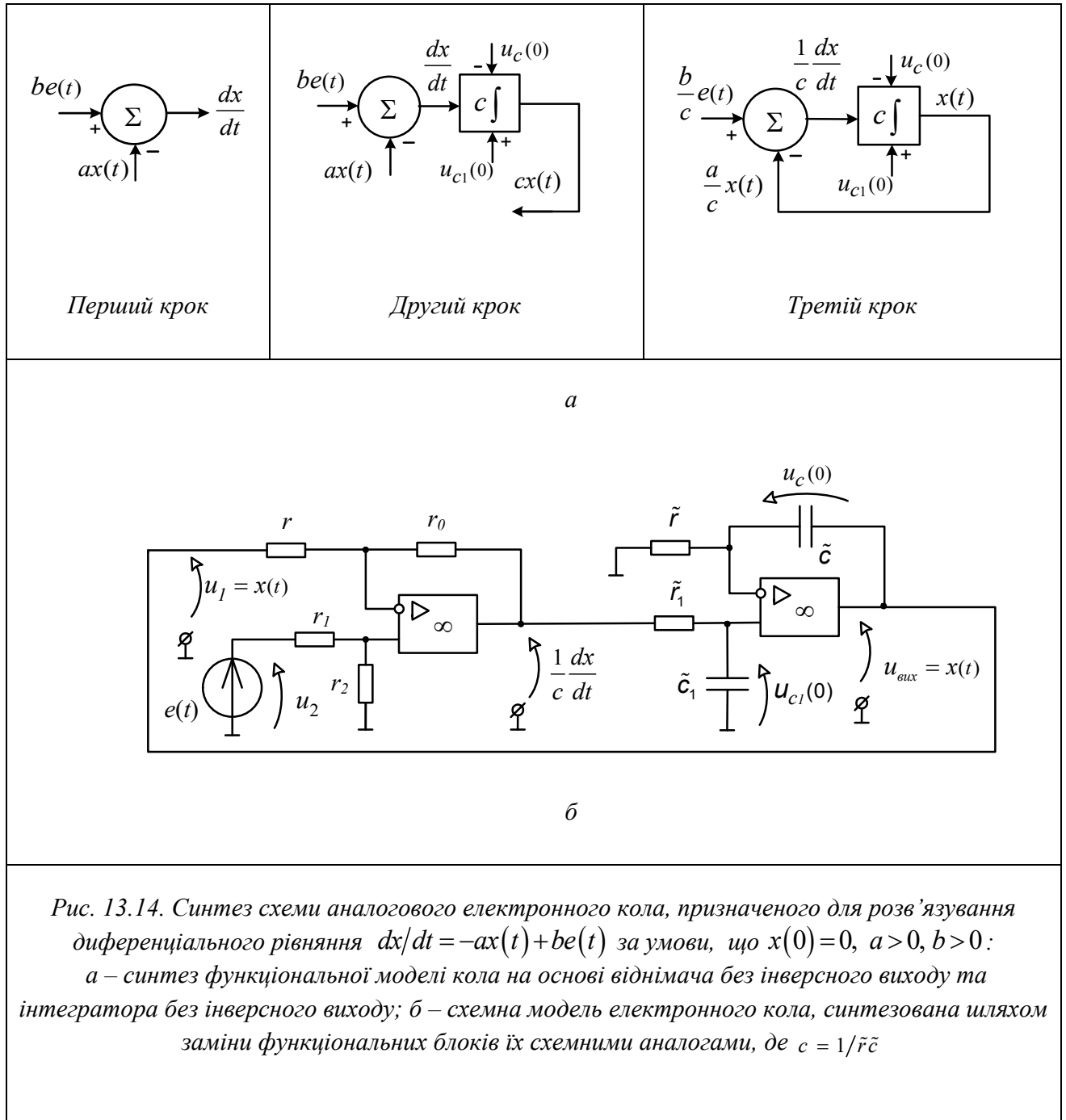
б

Рис. 13.13. а – синтезована схема аналогового електронного кола, призначеного для розв'язування диференціального рівняння $dx/dt = -4x(t) + 5e(t)$ за нульових початкових умов ($x(0) = 0$) та: $a = 4$, $b = 5$, $c = 1$ ($a + b > c$), – до складу якої входить суматор без інверсного виходу та інтегратор з інверсним виходом; б – врахування ненульових початкових умов ($x(0) = U_{c0} \neq 0$) у синтезованій схемі шляхом заміни у синтезованій схемі зарядженої ємності на послідовне з'єднання незарядженої ємності та ідеального джерела напруги U_{c0}

Для розв'язування диференціального рівняння (13.15) можна синтезувати іншу схему не на основі суматора та інтегратора з інверсією вихідного сигналу, а на основі віднімача, зображеного на рисунку 13.9, та інтегратора без інверсії вихідного сигналу (див. рис.13.10). Починаємо з синтезу функціональної моделі шуканої схеми.

На першому кроці різницю у правій частині рівняння (13.15) розглядаємо як зважені вхідні сигнали віднімача як показано на рисунку 13.14 а. Невідомий

вхідний сигнал віднімача $x(t)$ можна отримати як інтеграл від вихідного сигналу віднімача dx/dt , подавши останній на вхід інтегратора, як показано на рисунку 13.14 а (другий крок).



Оскільки крім інтегрування похідної сигналу $dx(t)/dt$ вихідний сигнал інтегратора ще й множиться на константу c , то для отримання на виході інтегратора сигналу $x(t)$ необхідно на третьому кроці замінити значення зважувальних коефіцієнтів сигналів $e(t)$ та $x(t)$ на вході віднімача таким чином: $a \rightarrow a/c, b \rightarrow b/c$. В результаті отримаємо функціональну модель шуканої схеми, як показано на рисунку 13.14 а.

Далі переходимо від функціональної моделі до шуканої схеми, замінивши функціональні блоки віднімача та інтегратора без інверсії вихідного сигналу їх схемними аналогами (див. рис. 13.9 а, 13.10 а, відповідно). В результаті отримаємо схему, наведену на рисунку 13.14 б.

Виразимо номінали компонентів віднімача у синтезованій схемі, використавши співвідношення (13.11):

$$u_{\text{вих}} = a_2 u_2 - a_1 u_1 = \frac{1}{c} \cdot \frac{dx(t)}{dt} = \frac{b}{c} e(t) - \frac{a}{c} x(t). \quad (13.20)$$

З (13.20) випливає, що

$$\begin{aligned} a_2 &= \frac{b}{c}; \\ a_1 &= \frac{a}{c}. \end{aligned} \quad (13.21)$$

Тоді за (13.11) виражаємо опори віднімача r_0, r_1 та r_2 через коефіцієнти a, b рівняння (13.15) та опір r :

$$\begin{aligned}
r_0 &= r \cdot a_1 = r \cdot \frac{a}{c}; \\
r_2 &= d a_2 = d \cdot \frac{b}{c}; \\
r_1 &= d(a_1 + 1 - a_2) = d \cdot \frac{a + c - b}{c}, \text{ за умови, що } a + c > b,
\end{aligned}
\tag{13.22}$$

де d – будь-яке додатне число з розмірністю опору.

Обираємо коефіцієнти рівняння (13.15) такими ж, як і у попередньому випадку: $a=4$, $b=5$; а також обираємо константу інтегратора c , наприклад, рівною двом, щоб умова у (13.22) виконувалась, тобто $4+2>5$.

Далі, обравши опір $r=1$ кОм, $d=2$ кОм, обчислюємо решту номіналів за (13.22):

$$r_0 = r \cdot \frac{a}{c} = 1 \cdot \frac{4}{2} = 2 \text{ кОм};$$

$$r_2 = d \cdot \frac{b}{c} = 2 \cdot \frac{5}{2} = 5 \text{ кОм};$$

$$r_1 = d \frac{a + c - b}{c} = 2 \frac{4 + 2 - 5}{2} = 1 \text{ кОм}.$$

Константа інтегратора на рисунку 13.10 а обрана рівною двом, тобто, відповідно до рисунку 13.10 в та співвідношення (13.13) у синтезованій схемі рисунок 13.14 б має виконуватись наступне співвідношення:

$$\frac{1}{\tilde{r}\tilde{c}} = \frac{1}{\tilde{r}_1\tilde{c}_1} = 2. \tag{13.23}$$

Обравши опори $\tilde{r} = \tilde{r}_1 = 100 \text{ кОм}$, за (13.19) обчислюємо $\tilde{c} = \tilde{c}_1 = 5 \text{ мкФ}$. На рисунку 13.15 а показана синтезована схема з позначенням номіналів усіх компонентів.

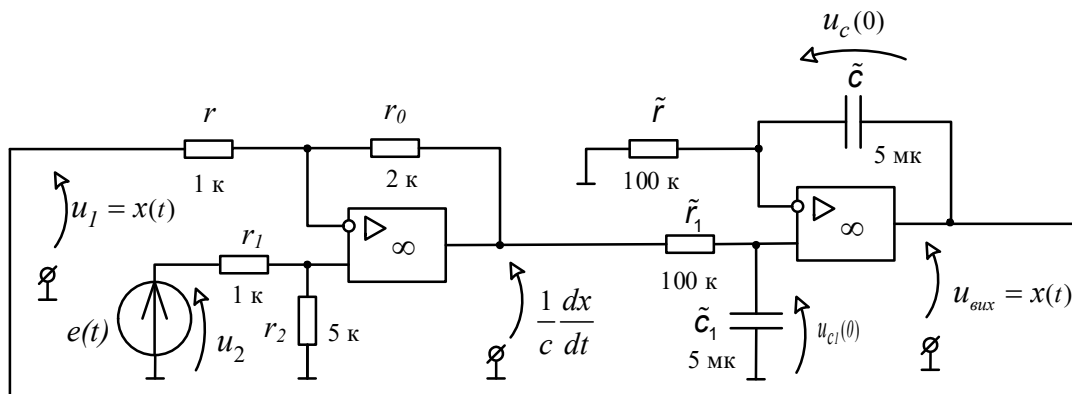
За ненульових початкових умов у синтезований схемі необхідно кожен з ємностей замінити на послідовне з'єднання незарядженої ємності та ідеального джерела напруги, як показано на рисунку 13.15 б. Якщо напруги заряджених ємностей однакові, то це відповідає нульовим початковим умовам, адже

$$\begin{aligned} x(0) = u_{c1}(0) - u_c(0) &= U_{c10} - U_{c0} \Big|_{U_{c10}=U_{c0}} = 0; \\ x(0) = u_{c1}(0) - u_c(0) &= U_{c10} - U_{c0} \Big|_{U_{c10} \neq U_{c0}} \neq 0. \end{aligned} \tag{13.24}$$

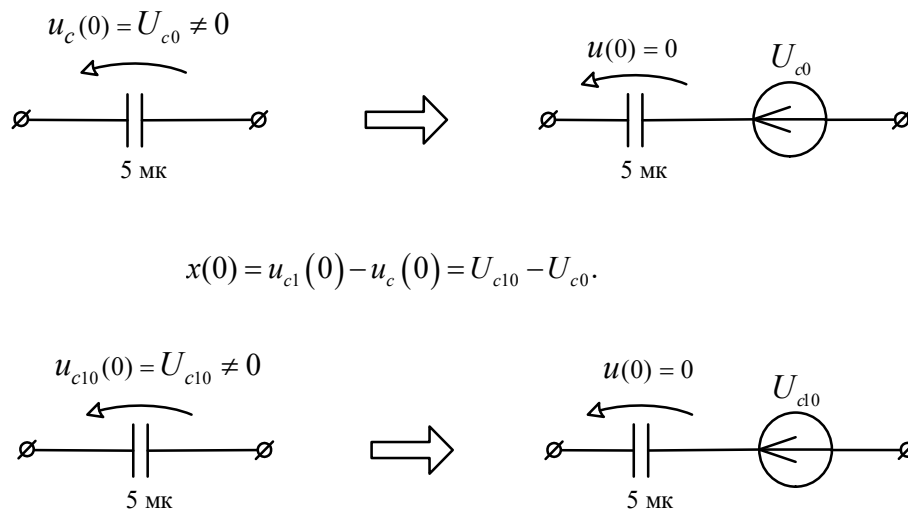
З (13.24) випливає, що ненульову початкову умову $x(0)$ можна врахувати у аналоговому колі, заряджаючи лише одну з двох ємностей у залежності від того, додатним чи від'ємним числом задана початкова умова.

На рисунку 13.16 представлені синтезовані схеми, зображені засобами графічного інтерфейсу симулятора EveryCircuit, масштабована вхідна напруга $e(t)$ та розв'язки диференціального рівняння (13.15), знайдені шляхом схемотехнічного аналізу синтезованих схем симулятором у часовій області. Отримані результати підтверджують правильність структурного та параметричного синтезу схем.

Аналогічним способом можна синтезувати аналогові схеми, призначені для розв'язування систем лінійних диференціальних рівнянь.



a



б

Рис. 13.15. а – синтезована схема аналогового електронного кола, призначеного для розв'язування диференціального рівняння $dx/dt = -4x(t) + 5e(t)$ за нульових початкових умов $x(0)=0$ та $a=4$, $b=5$, $c=2$, до складу якої входить віднімач без інверсного виходу та інтегратор без інверсного виходу; б – врахування ненульових початкових умов ($x(0)=U_{c10}-U_{c0} \neq 0$) у синтезованій схемі шляхом заміни заряджених ємностей на послідовне з'єднання таких самих за значенням незаряджених ємностей та ідеальних джерел напруги U_{c10} , U_{c0}

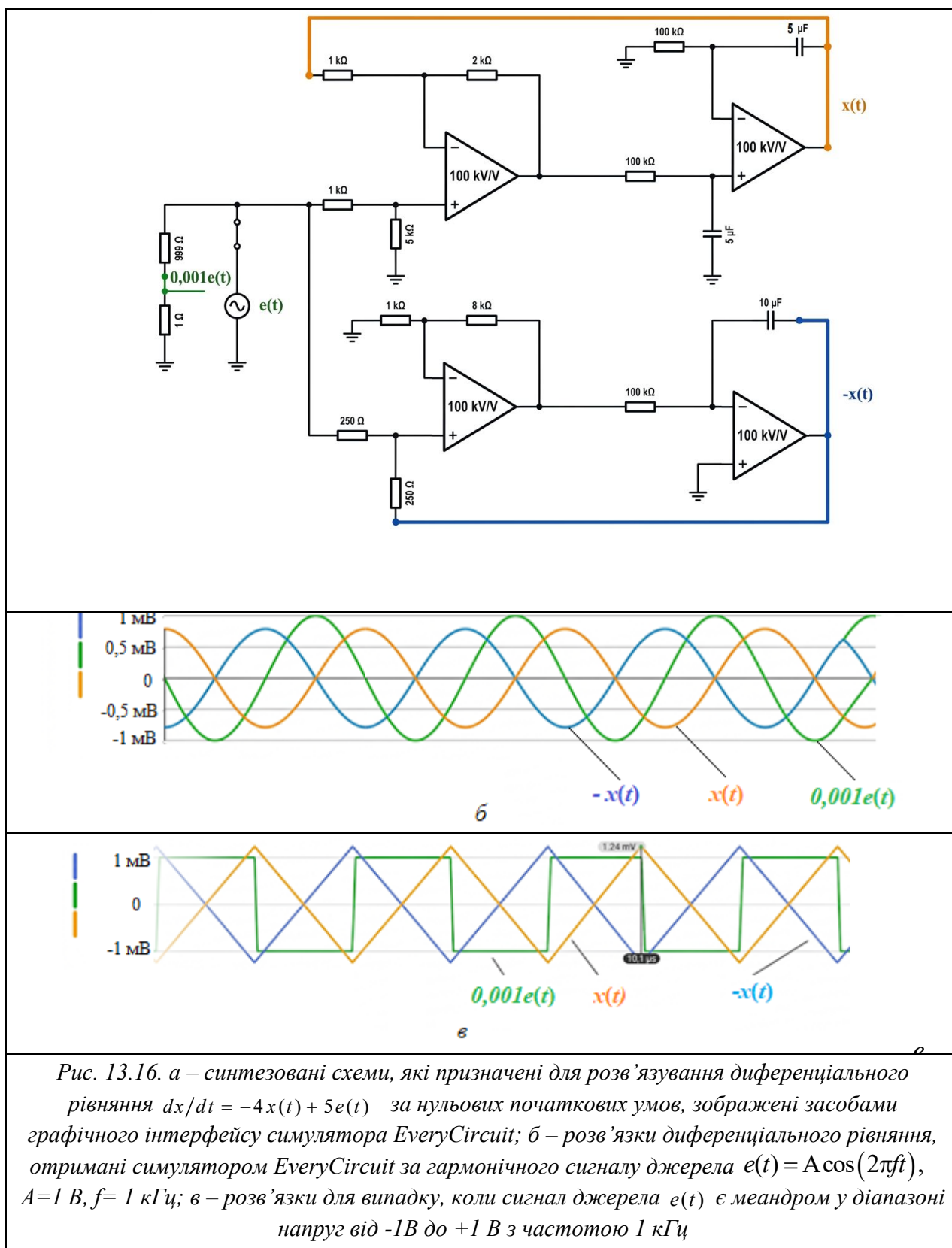


Рис. 13.16. а – синтезовані схеми, які призначені для розв'язування диференціального рівняння $dx/dt = -4x(t) + 5e(t)$ за нульових початкових умов, зображені засобами графічного інтерфейсу симулятора EveryCircuit; б – розв'язки диференціального рівняння, отримані симулятором EveryCircuit за гармонічного сигналу джерела $e(t) = A \cos(2\pi f t)$, $A = 1$ В, $f = 1$ кГц; в – розв'язки для випадку, коли сигнал джерела $e(t)$ є меандром у діапазоні напруг від -1В до +1 В з частотою 1 кГц

13.3. Завдання для самопідготовки

1. Освоїти методику структурно-параметричного синтезу аналогових схем електронних кіл, призначених для виконання математичних операцій за допомогою елементарних операційних блоків (див. рис. 13.2-13.14).

2. Знайти операторний коефіцієнт передачі напруги диференціатора з *ідеальним* операційним підсилювачем та зробити висновок щодо функціонального зв'язку між вхідною та вихідною напругами диференціатора (див. рис. 13.17 а).

а	б
в	г
Рис. 13.17. Диференціатор на операційному підсилювачі: а – операційний підсилювач у диференціаторі є ідеальним ($\mu \rightarrow \infty$); б – формули для перехідної характеристики $h(t)$, АЧХ $K_u(\omega)$ та ФЧХ $\varphi_u(\omega)$ схеми з ідеальним операційним підсилювачем; в – операційний підсилювач у диференціаторі є досконалим (μ має кінцеве значення); г – формули для перехідної характеристики $h(t)$, АЧХ $K_u(\omega)$ та ФЧХ $\varphi_u(\omega)$ схеми з досконалим операційним підсилювачем	

Знайти аналітично амплітудно-частотну та фазочастотну характеристики цього диференціатора та записати формули на рисунку 13.17 б.

3. Знайти операторний коефіцієнт передачі напруги диференціатора з досконалим операційним підсилювачем (див. рис. 13.17 в). Знайти аналітично амплітудно-частотну та фазочастотну характеристики цього диференціатора та записати формули на рисунку 13.17 г.

Визначити смугу частот $(0, \omega_d)$, в якій характеристики обох диференціаторів відрізняються не більше, ніж на один відсоток.

4. Визначити нижню граничну частоту ω_n смуги пропускання диференціатора з досконалим операційним підсилювачем та побудувати амплітудно- та фазочастотну характеристики обох диференціаторів на інтервалі частот $(0, \omega_n)$, використовуючи логарифмічний масштаб по осі частот та відкладаючи значення АЧХ у децибелах. Знайти відношення (ω_n / ω_d) .

5. Ознайомитись з програмою виконання лабораторної роботи та накреслити у протоколі усі таблиці та координатні площини, до яких заноситимуться експериментальні дані. Переконайтесь у готовності до виконання лабораторної роботи, надавши відповіді на всі запитання, наведені нижче у розділі "Контрольні запитання". Якщо виникнуть складнощі з відповідями на контрольні запитання, необхідно повторити відповідний теоретичний матеріал розділів "Вузловий метод", "Системи з двома сторонами", "Схеми з багатополюсними компонентами", "Операторний метод".

13.4. Контрольні запитання

1. Що таке аналогові обчислення?
2. Перелічіть операційні блоки, які використовують для аналогових обчислень.
3. Що таке інверсія сигналу?
4. Чи може інвертувати сигнал підсилювач, суматор, інтегратор?

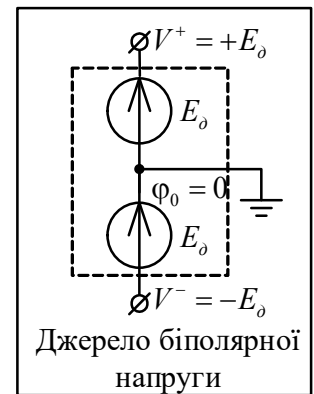
5. Які властивості має ідеальний операційний підсилювач?
6. У чому полягає відмінність ідеального та досконалого операційного підсилювача?
7. У чому полягає принципова відмінність амплітудно-частотних характеристик передачі напруги інтегратора та диференціатора на досконалому операційному підсилювачі?
8. До якого типу фільтрів відноситься диференціатор та інтегратор на досконалому операційному підсилювачі (ФНЧ, ФВЧ, ПФ чи ЗФ)?
9. Якщо в інтеграторі, що інвертує, поміняти місцями ємність та опір, то отримаємо диференціатор. Як довести це твердження? і
10. Яким способом можна визначити функціональну залежність реакції системи від впливу (впливів)?
11. Яким способом синтезуються схемні моделі електронних кіл, які використовуються для аналогових обчислень?
12. Яким способом можна усунути вплив навантаження на схемну функцію системи?

13.5. Програма роботи

Дослідження диференціатора, який інвертує сигнал

5.1. Зібрати на монтажній платі інвертуючий диференціатор на операційному підсилювачі (ОП), схема якого наведена на рисунку 13.17 а, і занести значення опору r резистора, ємності c конденсатора та тип ОП у таблицю 13.1, визначивши їх за маркуванням цих компонентів.

Встановити на джерелі біполярної напруги живлення напругу, значення якої E_0 рекомендоване за технічними характеристиками операційного підсилювача. Перевірити значення напруги зовнішнім вольтметром та під'єднати джерело до відповідних виводів операційного підсилювача, дотримуючись зазначеної полярності².



Заземлити вхідний вивід операційного підсилювача та виміряти значення вихідної напруги. Результати занести до таблиці 13.1.

5.2. Встановити на виході генератора гармонічних сигналів у режимі холостого ходу напругу мінімальної частоти з амплітудою в інтервалі (1-100) мВ.

Виміряти амплітудно-частотну характеристику передачі напруги диференціатора, підключивши на його вхід генератор гармонічних сигналів і вимірюючи діюче значення вхідної та вихідної напруги вольтметром. Контролювати візуально відсутність нелінійних спотворень сигналу на виході диференціатора за допомогою осцилографа.

Побудувати логарифмічну АЧХ на рисунку 13.18, використовуючи логарифмічний масштаб по осі частот та відкладаючи значення АЧХ у децибелах. Визначити за виміряною АЧХ диференціатора нижню граничну частоту смуги пропускання f_n та верхню граничну частоту диференціювання f_0 ³, і порівняти із

² Напругу $+E_0$ вимірюють між "землею" та позитивним полюсом джерела, а напругу $-E_0$ – між "землею" та його негативним полюсом.

³ Верхньою граничною частотою диференціювання f_0 називатимемо таку частоту, до якої збільшення амплітудно-частотної характеристики від нульового значення становить 20 дБ на декаду, тобто, із збільшенням частоти вдесятеро, амплітудно-частотна характеристика диференціатора збільшується на 20 дБ. Логарифмічна частотна характеристика в межах $(0, f_0)$ є зростаючою прямою лінією.

значенням, отриманим при виконанні п. 3 завдання для самопідготовки. Порівняти виміряну АЧХ та АЧХ диференціатора на досконалому ОП, знайдену теоретично.

5.3. Встановити на виході імпульсного генератора періодичну послідовність пилкоподібних імпульсів з періодом $T=rc$ та тривалістю наростання та спаду, рівною половині періоду. Амплітуду імпульсу встановити в межах (10-100) мВ.

Підключити на вхід диференціатора генератор та зняти осцилограму вхідної та вихідної напруги⁴. Зобразити зняті осцилограми на рисунку 13.18. Зменшуючи період пилкоподібного періодичного сигналу (збільшуючи його частоту), знайти таку найбільшу частоту послідовності імпульсів $f_{\max}$ за якої вихідна напруга на екрані осцилографа ще відповідає похідній від вхідного сигналу, тобто є послідовністю прямокутних імпульсів без візуальних спотворень. Порівняти частоту $f_{\max}$ з верхньою граничною частотою диференціювання f_o , визначеною у п. 5.2. Знайти відношення $f_{\max}/f_n$. Результати занести до таблиці 13.1.

Дослідження інтегратора, який інвертує сигнал

5.4. Зібрати на монтажній платі інвертуючий інтегратор на операційному підсилювачі, схема якого наведена на рисунку 13.11 а, і занести значення опору r резистора, ємності c конденсатора та тип операційного підсилювача у таблицю 13.2, визначивши їх за маркуванням цих компонентів.

Встановити на джерелі двополярної напруги живлення напругу, значення якої E_o рекомендоване за технічними характеристиками операційного підсилювача. Перевірити значення напруги зовнішнім вольтметром та під'єднати джерело до

⁴ Контролювати амплітуду вхідного сигналу таким чином, щоб амплітуда вихідного сигналу не досягала значення напруги джерела живлення.

відповідних виводів операційного підсилювача, дотримуючись зазначеної полярності⁵.

Заземлити вхідний вивід інтегратора, виміряти значення вихідної напруги. Результати занести до таблиці 13.2.

5.5. Встановити на виході генератора гармонічних сигналів у режимі холостого ходу напругу мінімальної частоти з амплітудою в інтервалі (1-100) мВ.

Виміряти амплітудно-частотну характеристику передачі напруги інтегратора, підключивши на його вхід генератор гармонічних сигналів і вимірюючи діюче значення вхідної та вихідної напруги вольтметром. Контролювати візуально відсутність нелінійних спотворень сигналу на виході інтегратора за допомогою осцилографа.

Побудувати АЧХ на рисунку 13.19, використовуючи логарифмічний масштаб по осі частот та відкладаючи значення АЧХ у децибелах. Визначити за знятою логарифмічною АЧХ верхню граничну частоту f_g смуги пропускання інтегратора та нижню граничну частоту інтегрування f_i ⁶.

Порівняти виміряну АЧХ з ідеальною, яку можна знайти за операторною схемною функцією $K_u(s)$, знайшовши останню із співвідношень (13.14).

⁵ Напругу $+E_0$ вимірюють між "землею" та позитивним полюсом джерела, а напругу $-E_0$ – між "землею" та його негативним полюсом.

⁶ Нижньою граничною частотою інтегрування f_i називатимемо таку частоту, починаючи з якої згасання амплітудно-частотної характеристики становить -20 дБ на декаду, тобто, із збільшенням частоти вдесятеро, амплітудно-частотна характеристика інтегратора зменшується на 20 дБ. Логарифмічна частотна характеристика на частотах, більших від f_i , є спадаючою прямою лінією.

5.6. Встановити на виході генератора прямокутних імпульсів періодичну послідовність імпульсів із періодом $T=rc$ та тривалістю, яка дорівнює половині періода⁷. Амплітуду імпульсу встановити не більше напруги живлення E_0 .

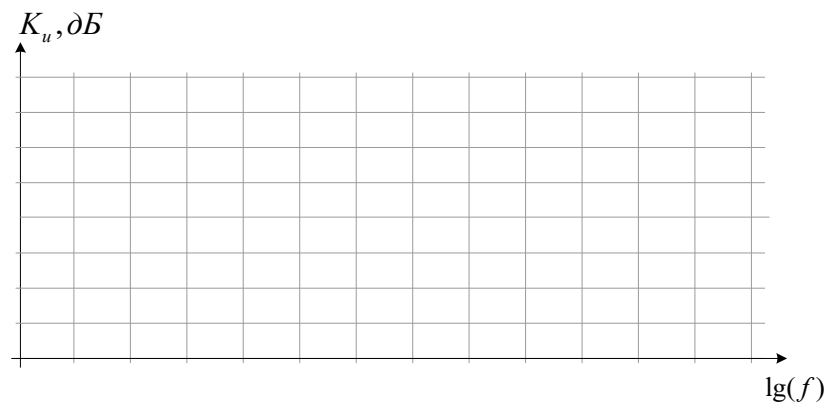
Під'єднати на вхід інтегратора генератор та зняти осцилограму вхідної та вихідної напруги. Зобразити зняті осцилограми на рисунку 13.19 на інтервалі $2T$. Збільшуючи період меандру (тобто, зменшуючи його частоту), знайти таку найменшу частоту послідовності імпульсів $f_{\min}$, за якої вихідна напруга на екрані осцилографа ще відповідає інтегралу від вхідного меандру, тобто, форма вихідної напруги є візуально пилкоподібною. Порівняти частоту $f_{\min}$ з нижньою граничною частотою інтегрування f_i , визначеною у п. 5.5. Знайти відношення $f_{\min}/f_g$. Результати занести до таблиці 13.2.

⁷ Скважність γ , яка є відношенням періоду до тривалості імпульса, у цьому випадку дорівнює двом, і за такої скважності послідовність прямокутних імпульсів називається меандром.

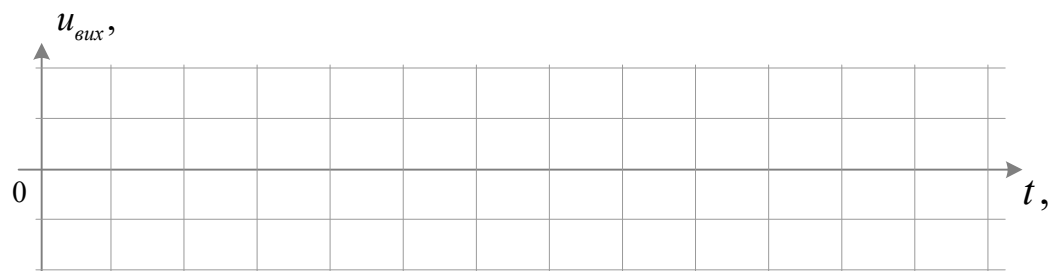
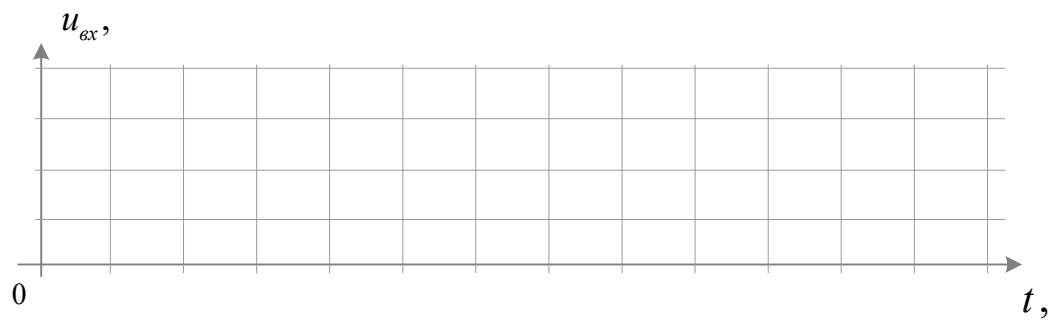
13.6. Результати експериментів

Таблиця 13.1. Номінали компонентів диференціатора та виміряні значення.

r []	c []	Тип ОП	$\pm E_{\delta}$ []	$u_{\text{вих}} _{u_{\text{вх}}=0}$ []		f_H []	f_{δ} []	f_{max} []	$\frac{f_H}{f_{\text{max}}}$
				теорет.	експер.				



a

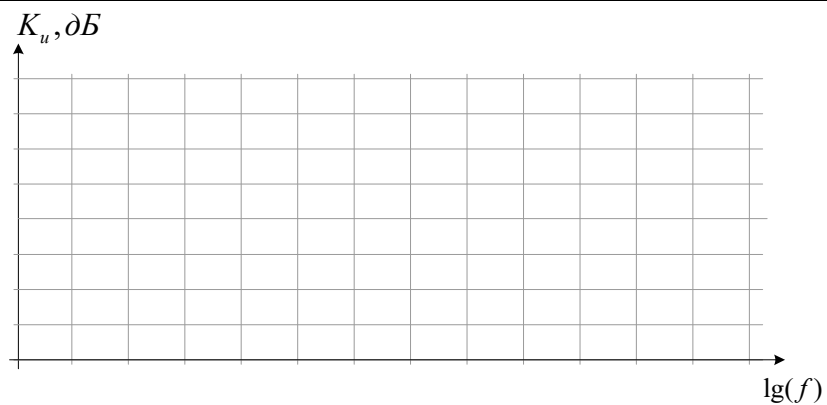


b

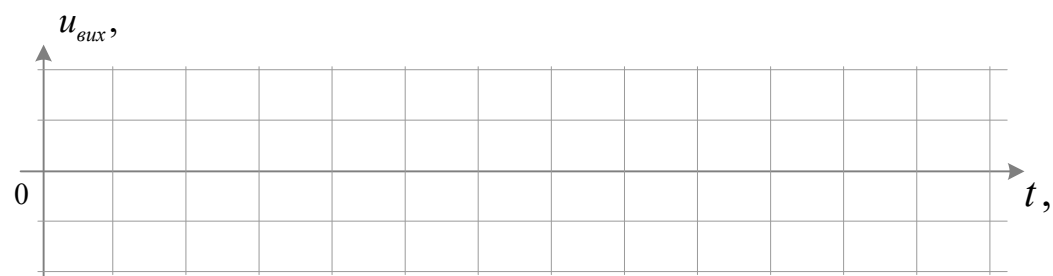
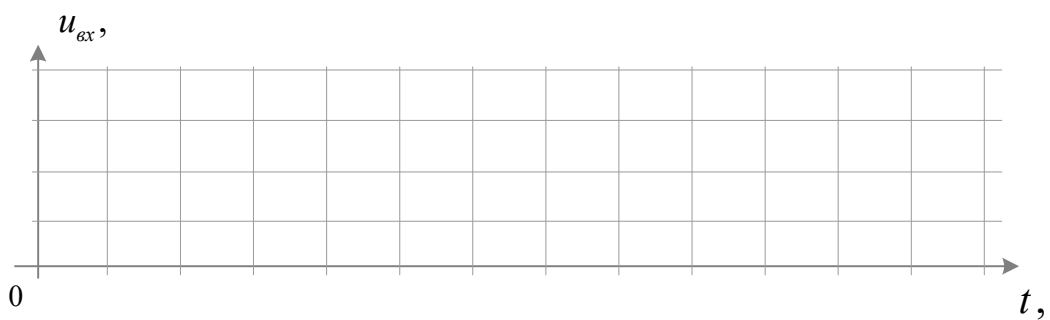
Рис. 13.18. Диференціатор: *a* – логарифмічна амплітудно-частотна характеристика передачі напруги; *б* – вхідний та вихідний сигнали.

Таблиця 13.2. Номінали компонентів інтегратора та виміряні значення.

$r [\quad]$	$c [\quad]$	Тип ОП	$\pm E_{\partial} [\quad]$	$u_{\text{вих}} _{u_{\text{вх}}=0} [\quad]$		$f_{\text{с}} [\quad]$	$f_i [\quad]$	$f_{\text{min}} [\quad]$	$\frac{f_{\text{min}}}{f_{\text{с}}}$
				теорет.	експер.				



a



b

Рис. 13.19. Інтегратор: а – логарифмічна амплітудно-частотна характеристика передачі напруги; б – вхідний та вихідний сигнали.

13.7. Аналіз результатів та висновки

ІНФОРМАЦІЙНО-ДОВІДКОВИЙ ДОДАТОК

Таблиця Д.1. Формули для розрахунку схемних функцій за матрицею провідності Y_c системи з двома сторонами

Розрахункові співвідношення для урівноваженої системи				
Назва схемної функції	Визначальне співвідношення	Загальні формули	Холостий хід: $Z_n \rightarrow \infty$	Коротке замикання: $Z_n = 0$
Коефіцієнт передачі напруги	$K_u = \frac{U_{vix}}{U_{vx}}$	$K_u = \frac{Z_n \Delta_{\alpha\beta}}{Z_n \Delta_{\alpha\alpha} + \Delta_{\alpha\alpha,\beta\beta}}$	$\frac{\Delta_{\alpha\beta}}{\Delta_{\alpha\alpha}}$	0
Коефіцієнт передачі струму	$K_i = \frac{I_{vix}}{I_{vx}}$	$K_i = \frac{\Delta_{\alpha\beta}}{Z_n \Delta + \Delta_{\beta\beta}}$	0	$\frac{\Delta_{\alpha\beta}}{\Delta_{\beta\beta}}$
Опір передачі	$Z_{пер} = \frac{U_{vix}}{I_{vx}}$	$Z_{пер} = \frac{Z_n \Delta_{\alpha\beta}}{Z_n \Delta + \Delta_{\beta\beta}}$	$\frac{\Delta_{\alpha\beta}}{\Delta}$	0
Провідність передачі	$Y_{пер} = \frac{I_{vix}}{U_{vx}}$	$Y_{пер} = \frac{\Delta_{\alpha\beta}}{Z_n \Delta_{\alpha\alpha} + \Delta_{\alpha\alpha,\beta\beta}}$	0	$\frac{\Delta_{\alpha\beta}}{\Delta_{\alpha\alpha,\beta\beta}}$
Вхідний опір	$Z_{вх} = \frac{U_{vx}}{I_{vx}}$	$Z_{вх} = \frac{Z_n \Delta_{\alpha\alpha} + \Delta_{\alpha\alpha,\beta\beta}}{Z_n \Delta + \Delta_{\beta\beta}}$	$\frac{\Delta_{\alpha\alpha}}{\Delta}$	$\frac{\Delta_{\alpha\alpha,\beta\beta}}{\Delta_{\beta\beta}}$
Вихідний опір	$Z_{вих} = \frac{U_{vix}}{I_{vix}}$	$Z_{вих} = \frac{Z_n \Delta_{\beta\beta} + \Delta_{\alpha\alpha,\beta\beta}}{Z_n \Delta + \Delta_{\alpha\alpha}}$	$\frac{\Delta_{\beta\beta}}{\Delta}$	$\frac{\Delta_{\alpha\alpha,\beta\beta}}{\Delta_{\alpha\alpha}}$
Перехід від наведених у таблиці формул для урівноваженої системи до формул для прохідної системи – виконати заміну індексів у формулах: замість індексу $\alpha \Rightarrow (\alpha + \gamma)$; замість індексу $\beta \Rightarrow (\beta + \delta)$.				

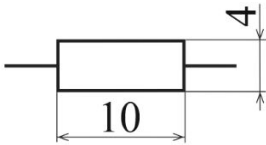
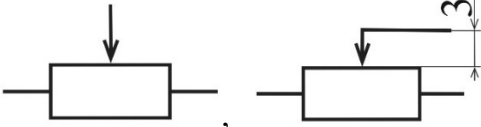
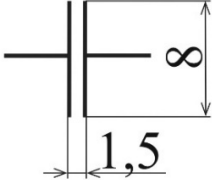
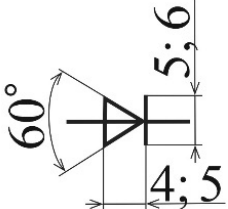
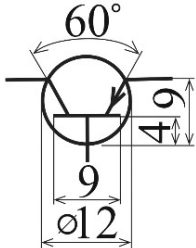
Таблиця Д.2. Формули для розрахунку схемних функцій за параметрами системи з двома сторонами

Рівняння системи у матричній формі $\begin{bmatrix} I_{вх} \\ I_{вих} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} U_{вх} \\ U_{вих} \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} U_{вх} \\ U_{вих} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_{вх} \\ I_{вих} \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} U_{вх} \\ I_{вих} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_{вх} \\ U_{вих} \end{bmatrix};$				
Визначники відповідних матриць параметрів системи $ y = y_{11}y_{22} - y_{12}y_{21}; \quad z = z_{11}z_{22} - z_{12}z_{21}; \quad h = h_{11}h_{22} - h_{12}h_{21}$				
Співвідношення для розрахунку схемних функцій				
Назва схемної функції	Визначальне співвідношення	Через y - параметри	Через z - параметри	Через h - параметри
Коефіцієнт передачі напруги	$K_u = \frac{U_{вих}}{U_{вх}}$	$\frac{y_{21}}{Y_n - y_{22}}$	$\frac{Z_n z_{21}}{Z_n z_{11} - z }$	$\frac{h_{21}}{Y_n h_{11} - h }$
Коефіцієнт передачі струму	$K_i = \frac{I_{вих}}{I_{вх}}$	$\frac{Y_n y_{21}}{Y_n y_{11} - y }$	$\frac{z_{21}}{Z_n - z_{22}}$	$\frac{Y_n h_{21}}{Y_n - h_{22}}$
Опір передачі	$Z_{пер} = \frac{U_{вих}}{I_{вх}}$	$\frac{y_{21}}{Y_n y_{11} - y }$	$\frac{Z_n z_{21}}{Z_n - z_{22}}$	$\frac{h_{21}}{Y_n - h_{22}}$
Провідність передачі	$Y_{пер} = \frac{I_{вих}}{U_{вх}}$	$\frac{Y_n y_{21}}{Y_n - y_{22}}$	$\frac{z_{21}}{Z_n z_{11} - z }$	$\frac{Y_n h_{21}}{Y_n h_{11} - h }$
Вхідний опір	$Z_{вх} = \frac{U_{вх}}{I_{вх}}$	$\frac{Y_n - y_{22}}{Y_n y_{11} - y }$	$\frac{Z_n z_{11} - z }{Z_n - z_{22}}$	$\frac{Y_n h_{11} - h }{Y_n - h_{22}}$
Вихідний опір	$Z_{вих} = \frac{U_{вих}}{I_{вих}}$	$\frac{Y_0 + y_{11}}{-Y_0 y_{22} - y }$	$\frac{-Z_0 z_{22} - z }{Z_0 + z_{11}}$	$\frac{Z_0 + h_{11}}{-Z_0 h_{22} - h }$

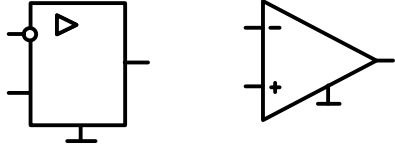
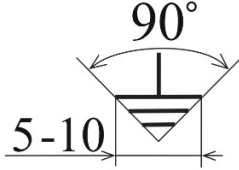
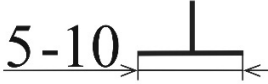
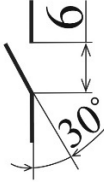
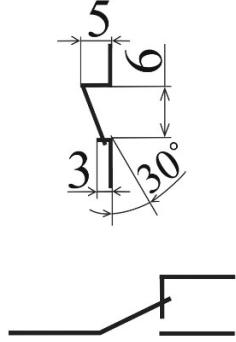
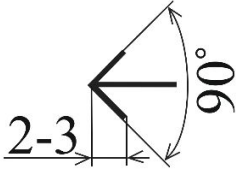
Таблиця Д.3. Алгоритми врахування операційних підсилювачів та лінійного триполюсника у матриці провідності Y_c системи

Джерело з опором $Z_\theta = 1/Y_\theta$ Вхід Система з двома сторонами Y_c – матриця провідності системи Вихід Навантаження з опором $Z_n = 1/Y_n$																		
Алгоритм врахування досконалого операційного підсилювача у матриці Y_c																		
Схемне позначення	Ілюстрація алгоритму	Опис алгоритму																
	Новий рядок	- Рядок γ матриці Y_c поелементно додається до рядка δ і рядок γ викреслюється. - Створюється і заповнюється новий рядок																
Алгоритм врахування ідеального операційного підсилювача у матриці Y_c																		
Схемне позначення	Ілюстрація алгоритму	Опис алгоритму																
		- Рядок γ матриці Y_c поелементно додається до рядка δ і рядок γ викреслюється. - Стовпчик α матриці Y_c поелементно додається до стовпчика β і стовпчик α викреслюється																
Алгоритм врахування лінійного триполюсника у матриці провідності Y_c за його g-параметрами																		
Схемне позначення	Ілюстрація алгоритму	Опис алгоритму																
	Полюси триполюсника Вузли схеми <table><tr><th></th><th>1 (α)</th><th>2 (β)</th><th>3 (γ)</th></tr><tr><th>1 (α)</th><td>g_{11}</td><td>g_{12}</td><td>$-g_{11}-g_{12}$</td></tr><tr><th>2 (β)</th><td>g_{21}</td><td>g_{22}</td><td>$-g_{21}-g_{22}$</td></tr><tr><th>3 (γ)</th><td>$-g_{11}-g_{21}$</td><td>$-g_{12}-g_{22}$</td><td>Σ</td></tr></table>		1 (α)	2 (β)	3 (γ)	1 (α)	g_{11}	g_{12}	$-g_{11}-g_{12}$	2 (β)	g_{21}	g_{22}	$-g_{21}-g_{22}$	3 (γ)	$-g_{11}-g_{21}$	$-g_{12}-g_{22}$	Σ	1, 2, 3 - полюси триполюсника; α, β, γ - вузли схеми, до яких під'єднані відповідні полюси триполюсника; $g_{11}, g_{12}, g_{21}, g_{22}$ - параметри триполюсника, які додаються у відповідні клітинки матриці Y_c; $\Sigma = g_{11} + g_{12} + g_{21} + g_{22}$
	1 (α)	2 (β)	3 (γ)															
1 (α)	g_{11}	g_{12}	$-g_{11}-g_{12}$															
2 (β)	g_{21}	g_{22}	$-g_{21}-g_{22}$															
3 (γ)	$-g_{11}-g_{21}$	$-g_{12}-g_{22}$	Σ															

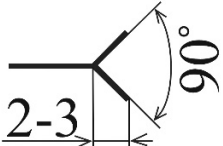
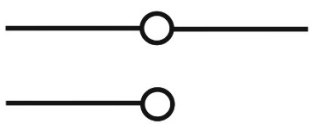
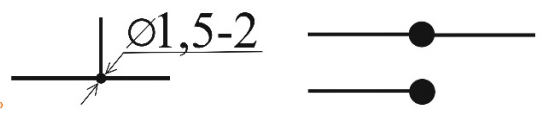
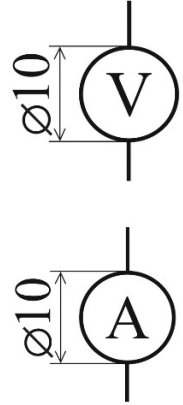
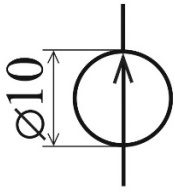
Таблиця Д.4. Загальне умовне графічне позначення елементів електричних (електронних) схем

Найменування елемента схеми	Графічне позначення
Резистор, активний опір постійного опору	
Резистор, активний опір змінного опору (потенціометр)	
Конденсатор, ємність постійної ємності	
Котушка індуктивності, індуктивність	
Напівпровідниковий діод	
Біполярний транзистор	

Таблиця Д.4 (продовження). Загальне умовне графічне позначення елементів електричних (електронних) схем

Найменування елемента схеми	Графічне позначення
Операційний підсилювач	
Заземлення	
Корпус приладу, пристрою	
Контакт комутаційного пристрою • замикаючий	
Контакт комутаційного пристрою • розмикаючий • переключальний	
Контакт роз'ємного з'єднання • штир	

Таблиця Д.4 (продовження). Загальне умовне графічне позначення елементів електричних (електронних) схем

Найменування елемента схеми	Графічне позначення
Контакт роз'ємного з'єднання • гніздо	
Контакт розбірного з'єднання	
Контакт нерозбірного з'єднання	
Прилад вимірювальний: • вольтметр • амперметр	
Джерело напруги (електрорушійної сили)	

ЛІТЕРАТУРА:

1. <https://everycircuit.com/>
2. Витязь О.О., Тимофєєв В.І., Саурова Т.А. Методичні вказівки до практичних занять з дисципліни «Теорія електронних кіл», частина 2 «Реактивні схеми».– К.: НТУУ «КПІ», 2015. – 98 с.
3. Витязь О.О., Саурова Т.А., Тимофєєв В.І. Теорія електронних кіл: Резистивні схеми [Електронний ресурс]: навч. посіб. для студ. спеціальності 153 «Мікро- та наносистемна техніка»– Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. – 104 с.
4. Теорія електронних кіл: Електричний резонанс [Електронний ресурс] : навч. посіб. для студ. спеціальності 153 «Мікро- та наносистемна техніка» усіх спеціалізацій / О.О. Витязь ; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електронні текстові данні (1 файл: 0,76 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019. – 44 с