#### Т. В. Балабанова

# ПАРАМЕТРЫ РАВНОЖЕСТКОГО УПРУГОГО ПООДВЕСА ДИНАМИЧЕСКИ НАСТРАИВАЕМОГО ГИРОСКОПА

### Введение

В настоящее время широкое распространение получили динамически настраиваемые гироскопы (ДНГ) с двухрамочным упругим подвесом, скомпонованным по одноколечной схеме. Типичных представителей этого вида ДНГ, серийно выпускаемые приборы ГВК–16, ГВК–17 и ГВК–18, отличают небольшие вес и габариты, а также высокая точность и надежность [1]. При этом обеспечение равножесткости в упругом подвесе ДНГ является обязательным условием его эффективной работы, при невыполнении которого возникает нерегулируемый уход, пропорциональный квадрату ускорения основания [2].

### Объект исследования

Рассматривается двухрамочный упругий подвес с одноколечной схемой компоновки [3], образованный двумя «параллельно» соединенными однорамочными упругими подвесами (рис. 1).

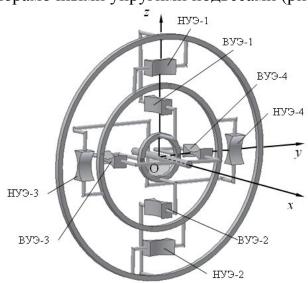


Рис. 1. Двухрамочный упругий подвес с одноколечной схемой компоновки

Первый подвес (упругий подвес внутренней рамки) состоит из рамки и двух пар УЭ, с помощью которых она соединяется с ротором (ВУЭ–1 и ВУЭ–2) и приводным валом (ВУЭ–3 и ВУЭ–4) (рис. 2).

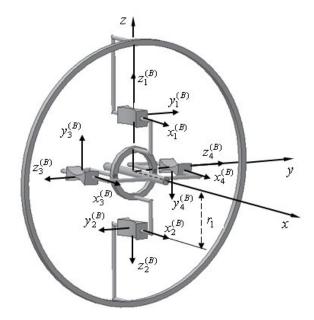


Рис. 2. Упругий подвес внутренней рамки

Второй из однорамочных подвесов (упругий подвес наружной рамки) состоит из рамки и двух пар УЭ, которыми она крепится к ротору (НУЭ–1 и НУЭ–2) и приводному валу (НУЭ–3 и НУЭ–4) (рис. 3).

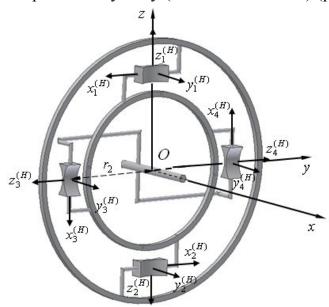


Рис. 3. Упругий подвес наружной рамки

Номинальные размеры всех УЭ, принадлежащих одному из однорамочных подвесов, одинаковы. При этом, их центры смещены также на одинаковое расстояние относительно центра упругого подвеса.

Анализ конструкции рассматриваемого упругого подвеса показывает, что при абсолютной жесткости рамок упругого подвеса (жесткость рамок значительно превосходит жесткость УЭ) каждая из пар УЭ (ВУЭ–1 и ВУЭ–2, ВУЭ–3 и ВУЭ–4, НУЭ–1 и НУЭ–2, НУЭ–3 и НУЭ–4), соединяющих рамки с приводным валом или ротором, имеет

«параллельное» соединение между УЭ и «последовательное» соединение между парами УЭ.

## Цель исследования

Целью рассматриваемой задачи является разработка рекомендаций по изменениям в конструкции упругого подвеса, способствующих снижению величины дрейфа от неравножесткости.

# Постановка решаемой задачи

Известно [3], что дрейфы, обусловленные неравножесткостью упругого подвеса ДНГ ( $\omega_{y^*}^{(H/\mathcal{H})}$  и  $\omega_{z^*}^{(H/\mathcal{H})}$ ), зависят от проекций ускорения основания  $\overline{W}_*\{W_{x^*},\ W_{y^*},\ W_{z^*}\}$  на измерительные оси  $(Oy^*,Oz^*)$  и ось собственного вращения  $(Ox^*)$  прибора:

$$\omega_{y^*}^{(H/\mathcal{H})} = \frac{m_0^2 W_{x^*} W_{y^*}}{4H_0} \left( 2\delta_{11}^{(n)} - \delta_{22}^{(n)} - \delta_{33}^{(n)} \right), 
\omega_{z^*}^{(H/\mathcal{H})} = \frac{m_0^2 W_{x^*} W_{z^*}}{4H_0} \left( 2\delta_{11}^{(n)} - \delta_{22}^{(n)} - \delta_{33}^{(n)} \right).$$
(1)

Здесь  $m_0$  и  $H_0$  – масса ротора и собственный кинетический момент гироскопа;

 $\delta_{11}^{(n)}$  – осевая податливость упругого подвеса;

 $\delta_{22}^{(n)}, \delta_{33}^{(n)}$  — радиальные податливости упругого подвеса.

Из выражений (1) является очевидным, что для исключения рассматриваемых дрейфов ( $\omega_{y^*}^{(H/\mathcal{H})} = 0$  и  $\omega_{z^*}^{(H/\mathcal{H})} = 0$ ) требуется выполнение условия равножесткости упругого подвеса:

$$\delta_{11}^{(n)} = \delta_{22}^{(n)} = \delta_{33}^{(n)} \,. \tag{2}$$

При этом, в силу конструкционной симметрии упругого подвеса (рис. 1) его линейные податливости в радиальных направлениях будут одинаковые

$$\delta_{22}^{(n)} \equiv \delta_{33}^{(n)} \,. \tag{3}$$

Известно, что основные свойства упругого подвеса создаются его УЭ [3]. При этом, для получения необходимого качества упругого подвеса образующие его типовые УЭ внутренней и наружной рамок имеют, как правило, форму пластин с постоянной шириной  $b^{(g,h)}$  и переменной (по

длине  $l^{(s,u)}$ ) толщиной  $h^{(s,u)}(x)$ . Причем, между геометрическими параметрами типового УЭ выдерживаются соотношения

$$b^{(g,H)} >> l^{(g,H)} >> h^{(g,H)}(x)$$
. (4)

Требуется определить зависимость жесткости упругого подвеса от УЭ. Также жесткости его подлежат определению жесткостные УЭ И, В конечном итоге, характеристики соотношения между геометрическими размерами УЭ внутренней и наружной рамок, позволяющие выполняться условию равножесткости (2).

#### Решение задачи

Полагая рамки упругого подвеса абсолютно жесткими, а УЭ выполненными без технологических несовершенств, можем, например, с помощью метода узловой конденсации [3] рассчитать матрицу податливости упругого подвеса, которая в связи с симметрией его конструкции в базовой системе координат *Охуг*, вращаемой вместе с валом приводного двигателя (рис. 1), будет иметь диагональную форму:

$$\Delta^{(n)} = diag(\delta_{11}^{(n)}, \delta_{22}^{(n)}, \delta_{33}^{(n)}, \delta_{44}^{(n)}, \delta_{55}^{(n)}, \delta_{66}^{(n)}),$$

где  $\delta_{11}^{(n)}$ ,  $\delta_{22}^{(n)}$ ,  $\delta_{33}^{(n)}$  – линейные податливости в направлении осей Ox,Oy,Oz;  $\delta_{44}^{(n)}$ ,  $\delta_{55}^{(n)}$ ,  $\delta_{66}^{(n)}$  – угловые податливости относительно осей Ox,Oy,Oz.

Анализ конструкции рассматриваемого двухрамочного упругого подвеса с одноколечной компоновкой (рис. 1) показывает, что его осевую жесткость создает в основном упругий подвес внутренней рамки (рис.2), а радиальную жесткость — упругий подвес наружной рамки (рис.3). Поэтому, будут справедливыми следующие выражения:

$$\delta_{11}^{(n)} \approx \delta_{11}^{(s)}, \quad \delta_{22}^{(n)} \equiv \delta_{33}^{(n)} \approx \delta_{22}^{(n)},$$
 (5)

где  $\delta_{11}^{(6)}$  – линейная податливость упругого подвеса внутренней рамки в направлении оси Ox (рис. 2);

 $\delta_{22}^{(n)}$  — линейная податливость упругого подвеса наружной рамки в направлении оси Oy (рис. 3).

Расчет идеализированных конструкций упругих подвесов внутренней (рис. 2) и наружной (рис. 3) рамок методом узловой конденсации позволяет записать следующие зависимости [3], [4]:

$$\delta_{11}^{(6)} = \delta_1^{(6)}, \quad \delta_{22}^{(H)} = \frac{1}{2} \left( \delta_1^{(H)} + \delta_3^{(H)} \right); \tag{6}$$

где  $\delta_1^{(s)}$  – продольная податливость УЭ упругого подвеса внутренней рамки,

$$\delta_{1}^{(e)} = \int_{-\frac{1}{2}l^{(e)}}^{\frac{1}{2}l^{(e)}} \frac{dx}{E_{*}F^{(e)}(x)};$$
 (7)

 $\delta_1^{(H)}$ и  $\delta_3^{(H)}$  – продольная и поперечная податливость УЭ упругого подвеса наружной рамки,

$$\delta_1^{(H)} = \int_{-\frac{1}{2}l^{(H)}}^{\frac{1}{2}l^{(H)}} \frac{dx}{E_* F^{(H)}(x)},$$
(8)

$$\delta_{3}^{(H)} = \int_{-\frac{1}{2}l^{(H)}}^{\frac{1}{2}l^{(H)}} \frac{6dx}{5GF^{(H)}(x)} + \int_{-\frac{1}{2}l^{(H)}}^{\frac{1}{2}l^{(H)}} \frac{x^{2}dx}{E_{*}J_{y}^{(H)}(x)} \approx \int_{-\frac{1}{2}l^{(H)}}^{\frac{1}{2}l^{(H)}} \frac{6dx}{5GF^{(H)}(x)};$$
 (9)

 $E_* = \frac{E}{1-\mu^2}$  — эффективный модуль упругости материала (для расчета УЭ в виде пластин);

E и  $G = \frac{E}{2(1+\mu)}$  — модули упругости первого и второго рода;

μ – коэффициент Пуассона;

 $l^{(6)}$  и  $l^{(H)}$ ,  $b^{(6)}$  и  $b^{(H)}$ ,  $h^{(6)}(x)$  и  $h^{(H)}(x)$  – длина, ширина, толщина УЭ упругого подвеса внутренней и наружной рамок;

 $F^{(s)}(x) = b^{(s)}h^{(s)}(x)$ и  $F^{(n)}(x) = b^{(n)}h^{(n)}(x)$  площади поперечных сечений, соответствующие текущим координатам x, УЭ упругих подвесов внутренней и наружной рамок;

 $J_y^{({\scriptscriptstyle H})}(x) = \frac{1}{12} (b^{({\scriptscriptstyle H})})^3 h^{({\scriptscriptstyle H})}(x)$  — соответствующий момент инерции поперечного сечения УЭ упругого подвеса наружной рамки.

Тогда, из формул (7) – (9) находим следующие выражения податливостей УЭ:

$$\delta_{1}^{(e)} = \frac{1 - \mu^{2}}{Eb^{(e)}} \cdot \left[ \int_{-\frac{1}{2}l^{(e)}}^{\frac{1}{2}l^{(e)}} \frac{dx}{h^{(e)}(x)} \right], \qquad \delta_{1}^{(u)} = \frac{1 - \mu^{2}}{Eb^{(u)}} \left[ \int_{-\frac{1}{2}l^{(u)}}^{\frac{1}{2}l^{(u)}} \frac{dx}{h^{(u)}(x)} \right], \tag{10}$$

$$\delta_3^{(H)} \approx \frac{12(1+\mu)}{5Eb^{(H)}} \left[ \int_{-\frac{1}{2}l^{(H)}}^{\frac{1}{2}l^{(H)}} \frac{dx}{h^{(H)}(x)} \right].$$

Теперь, сопоставляя выражения (2) и (3) с формулами (5) и (6), получим следующий вид условия равножесткости:

$$\delta_1^{(e)} \approx \frac{1}{2} \left( \delta_1^{(H)} + \delta_3^{(H)} \right).$$
 (11)

И, наконец, рассматривая совместно выражения (10) и (11), получим следующее соотношение между параметрами УЭ упругих подвесов наружной и внутренней рамки:

$$\frac{b^{(H)}}{b^{(G)}} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{2} l^{(G)} \\ \int \frac{1}{2} l^{(G)} \frac{dx}{h^{(G)}(x)} \end{bmatrix} \approx \frac{1}{2} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{2} l^{(H)} \\ \int \frac{1}{2} l^{(H)} \frac{dx}{h^{(H)}(x)} \end{bmatrix} + \frac{6}{5(1-\mu)} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{2} l^{(H)} \\ \int \frac{1}{2} l^{(H)} \frac{dx}{h^{(H)}(x)} \end{bmatrix}. \tag{12}$$

Для оценки соотношений между геометрическими параметрами УЭ, принадлежащих различным рамкам упругого подвеса, необходимых для выполнения равенства (12), полагаем, что размеры УЭ внутренней и наружной рамок отличаются только значениями своей ширины  $b^{(g)}$  и  $b^{(H)}$ . В этом случае для обеспечения равножесткости упругого подвеса необходимо выполнение следующего условия:

$$\frac{b^{(H)}}{b^{(G)}} \approx \frac{17 - 5\mu}{10(1 - \mu)}.$$
 (13)

Проведем численную оценку формулы (13) для упругого подвеса с параметрами  $\mu = 0,20$  :

$$\frac{b^{(H)}}{b^{(B)}} \approx 2.$$

#### Заключение

Анализ формулы (12) показывает принципиальную возможность достижения линейной равножесткости рассматриваемого двухрамочного упругого подвеса путем подбора соответствующих геометрических размеров УЭ внутренней и наружной рамок. При этом, для достижения максимальной точности в реальных ДНГ необходимо учитывать податливости внутренней и наружной рамок.

### Литература

1. *Балабанов И. В., Балабанова Т. В., Виноградов Г. М., Темляков Н.А.* Об одной задаче для динамически настраиваемого гироскопа с упругим

- подвесом // Актуальные проблемы авиационных и аэрокосмических систем. Российско–американский журнал. Казанский государственный технический университет «КАИ». –Науч.–техн. сб. Казань, 2006.– №2(22).– С.20–27.
- 2. *Пельпор Д. С.*, *Матвеев В. А.*, *Арсеньев В. Д.* Динамически настраиваемые гироскопы: Теория и конструкция. –М.: Машиностроение, 1988.–264 с.
- 3. Расчет и оптимизация двухрамочного упругого подвеса динамически настраиваемого гироскопа: моногр. / И. В. Балабанов, Т. В. Балабанова, А. В. Збруцкий/; под ред. А. В. Збруцкого.–К.: НТУУ «КПИ», 2013.–272с.
- 4. Феодосьев В. И. Сопротивление материалов.–М.:Наука, 1979.–560 с.