

**НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»**

Механіко-машинобудівний інститут

Кафедра динаміки і міцності машин та опору матеріалів

До захисту допущено:

Завідувач кафедри

_____ Сергій ПИСКУНОВ
(підпис)

«__» _____ 2021 р.

Дипломна робота

на здобуття ступеня бакалавра

за освітньо-професійною програмою «Динаміка і міцність машин»

спеціальності 131 «Прикладна механіка»

**на тему: «Вибір і обґрунтування конструкційних
параметрів редуктора випробувальної
установки УСНС-2»**

Виконала: студентка IV курсу групи МП-71 Ус Ганна Олександрівна

(підпис)

Керівник: д.т.н., проф. Боронко Олег Олександрович

(підпис)

Консультант з деталей машин: к.т.н., доц. Лавренко Ярослав Іванович

(підпис)

Консультант з теорії мех. і машин: к.т.н., доц. Заховайко Олександр Панасович

(підпис)

Консультант з будівельної механіки: д.т.н., проф. Пискунов Сергій Олегович

(підпис)

Консультант з теорії пружності: д.т.н., проф. Бабенко Андрій Єлісейович

(підпис)

Консультант з чисельних методів: д.т.н., проф. Рудаков Костянтин Миколайович

(підпис)

Консультант з теорії коливань: д.т.н., проф. Боронко Олег Олександрович

(підпис)

Рецензент: д.т.н., проф. Данильченко Юрій Михайлович

(підпис)

Засвідчую, що у цій дипломній роботі немає
запозичень з праць інших авторів без відповідних
посилань.

Студент (-ка) _____
(підпис)

Київ – 2021 рік

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
Механіко-машинобудівний інститут
Динаміки і міцності машин та опору матеріалів

Рівень вищої освіти – перший (бакалаврський)

Спеціальність – 131 «Прикладна механіка»

Освітньо-професійна програма «Динаміка і міцність машин»

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри

_____ Сергій ПИСКУНОВ
(підпис)

« ____ » _____ 2021 р.

ЗАВАННЯ
на дипломну роботу студенту
Ус Ганні Олександрівні

1. Тема роботи «Вибір і обґрунтування конструкційних параметрів редуктора випробувальної установки УСНС-2», керівник роботи Боронко Олег Олександрович, д.т.н., проф., затверджені наказом по університету від 18.05.2021 р. № 1203-с.
2. Термін подання студентом роботи 08.06.2021 р.
3. Вихідні дані до роботи: установка УСНС-2 призначена для статичних та малоциклових випробувань матеріалів. На вихідному валу привод повинен розвивати потужність $P = 0,7$ кВт при числі обертів вала $n = 7$ хв⁻¹.
4. Зміст роботи. Основними завданнями роботи були: вибір двигуна, розрахунок передач редуктора та їх проектування, корегування елементів зубчастої передачі та проектування корегованого евольвентного зачеплення, розрахунок ступінчастої пластини методами будівельної механіки, розрахунок прототипу конструктивного елемента методами теорії пружності, розрахунок напруженого стану випробувального зразка, визначення власних частот та відповідних власних форм коливань вала, оригінальна частина.
5. Перелік ілюстративного матеріалу (із зазначенням презентацій тощо) 10 слайдів у презентації, записка містить 109 сторінок, 42 ілюстрації, 13 таблиці, додаток та 12 джерел використаної літератури.

6. Консультанти розділів роботи

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	завдання прийняв
Деталі машин	Лавренко Я.І., доц.		
Теорія механізмів і машин	Заховайко О.П., доц..		
Будівельна механіка	Пискунов С.О., проф.		
Теорія пружності	Бабенко. А.Є., проф.		
Чисельні методи	Рудаков К.М., проф.		
Теорія коливань	Боронко О.О., проф.		

7. Дата видачі завдання 01.10.2020 р.

Календарний план

№ з/п	Назва етапів виконання дипломної роботи	Термін виконання етапів роботи	Примітка
1	Огляд літератури	01.12.2020 р.	
2	Виконання 1-2 розділів	01.02.2021 р.	
3	Виконання 3-4 розділів	01.04.2021 р.	
4	Виконання 5-7 розділів	01.06.2021 р.	
5	Передзахист	08.06.2021 р.	
6	Захист дипломної роботи	15.06.2021 р.	

Студент

Ганна УС

Керівник

Олег БОРОНКО

Анотація

Основним завданням бакалаврської роботи є модифікації привода випробувальної установки УСНС-2 призначена для статичних та малоциклових випробувань матеріалів.

В роботі був модифікований привід і редуктор установки та обрані оптимальні габаритні значення вузлів. Всі елементи редуктора були накреслені в програмному комплексі SolidWorks 2020 SP1.0. В роботі була проведена оптимізація зубчастого зачеплення за показниками якості зачеплення. Плиту, на якій фіксується дана установка було розраховано на міцність і жорсткість. Методами теорії пружності проведено розрахунки напружено-деформованого стану при крученні стержня моментом. За допомогою методу скінченних елементів та програмного комплексу Ansys Mechanical досліджено напружено-деформований стан тонкостінного зразка для випробувань на кручення. Методами теорії коливань визначено власні частоти та форми коливань проміжного валу редуктора. В останньому розділі були досліджені механічні параметри кулі після зіткнення з перешкодою. Аналітичний розв'язок було порівняно з чисельним. Сформовані загальні висновки по роботі.

Записка містить 109 сторінок, 42 рисунки, 13 таблиці, додаток.

Ключові слова: *випробувальна установка, редуктора, кінематична схема, циліндрична передача, черв'ячна передача, розрахунок валів, підшипники, зразок, напружено-деформований стан, опорна плита, коливання, власні частоти, власні форми.*

Робота складається з текстової та графічної частини, містить додаток зі специфікаціями до креслень.

Abstract

This bachelor work is devoted to the modification of the drive of the testing machine USNS-2 for the mechanical testing of materials under complex stress-strain state.

In this work, the drive and gearbox were modified by selection of the most optimal details and their working conditions. All elements of the gearbox were drawn in the software SolidWorks 2020 SP1.0. In the work was carried out the optimization of gearing on the indicators of gear quality. Machine base plate strength and rigidity was calculated. Stress-strain state of a hollow infinite cylinder under surface axisymmetric load was calculated by the elasticity theory methods. With the help of finite element method and Ansys Mechanical software the stress-strain state of a thin-walled specimen for tensile tests was calculated. Intermediate shaft oscillation normal modes were determined with the help of oscillation theory methods. In the last section, the mechanical parameters of the bullet after collision with an obstacle were investigated. The analytical solution was compared with the numerical one. General conclusions were formulated.

The note contains 109 pages, 42 figures, 13 tables, an application.

Keywords: *test setup, reducer, kinematic scheme, cylindrical transmission, worm gear, calculation of shafts, substrates, sample, stress-strain state, base plate, oscillations, normal modes.*

The work consists of a text and graphic part, contains an application with drawings' specifications.

Зміст

Реферат	9
Вступ	10
1.РОЗРАХУНОК ОСНОВНИХ ПАРАМЕТРІВ ВИПРОБОВУВАЛЬНОЇ УСТАНОВКИ.....	11
1.1 Опис прототипу	11
1.2.Опис кінематичної схеми проєктованого приводу	13
1.3. Вибір електродвигуна	13
1.4. Кінематичний та силовий розрахунок приводу.....	15
1.5 Розрахунок параметрів клинопасової передачі	16
1.6. Розрахунок і конструювання редуктора.	20
1.6.1. Розрахунок швидкохідної передачі.	20
1.6.2. Параметри навантаження зубчастої передачі.	20
1.6.3. Визначення допустимих напружень.....	21
1.6.4. Проєктний розрахунок передачі	23
1.6.5. Розрахунок активних поверхонь зубців на контактну витривалість	25
1.6.6. Розрахунок допустимих поверхонь зубців на контактну міцність	26
1.6.7. Розрахунок зубців на витривалість при згині	27
1.6.8. Розрахунок зубців на міцність при згині максимальним навантаженням	28
1.6.9. Геометричний розрахунок параметрів зубчастої передачі	28
1.6.10. Розрахунок сил у зачепленні зубців передачі	29
1.7. Розрахунок тихохідної передачі.....	29
1.7.1. Параметри навантаження черв'ячної передачі	29
1.7.2. Матеріали для виготовлення черв'яка та черв'ячного колеса	30
1.7.3. Розрахунок допустимих напружень	30
1.7.4.Проєктний розрахунок черв'ячної передачі	31
1.7.5. Перевірка активних поверхонь зубців черв'ячного колеса на контактну витривалість	33

1.7.6.Перевірка активних поверхонь зубців черв'ячного колеса на контактну міцність.....	34
1.7.7. Перевірка зубців черв'ячного колеса на витривалість при згині...	34
1.7.8. Перевірка зубців на міцність при згині максимальним навантаженням	35
1.7.9.Розрахунок геометричних параметрів черв'ячної передачі.....	35
1.7.10. Розрахунок сил у зачепленні черв'ячної передачі.....	36
1.7.11. ККД черв'ячної передачі.....	36
1.7.12. Перевірка черв'яка на жорсткість.....	36
1.8. Розрахунок валів	37
1.8.1. Розрахунок вихідного валу	37
1.9. Розрахунок проміжного валу.....	38
1.10. Розрахунок тихохідного вала	48
1.11. Підбір та розрахунок підшипників.....	49
1.11.1. Підбір підшипників швидкохідного валу.....	49
1.11.2. Підбір підшипників валу—черв'яка.....	50
1.11.3. Підбір підшипників тихохідного валу.....	52
2. ПРОЕКТУВАННЯ КОРЕГОВАНОГО ЕВОЛЬВЕНТНОГО ЗАЧЕПЛЕННЯ ЗУБЧАСТИХ КОЛІС	53
2.1. Мета проведення корегування	53
2.2. Вибір коефіцієнтів зміщення	53
2.3. Розрахунок параметрів не корегованої передачі	54
2.4. Розрахунок параметрів корегованої передачі	57
2.5. Висновки	62
3. ПРОЕКТУВАННЯ ОПОРНОЇ ПЛИТИ.....	63
3.1 Перший розрахунок	67
3.2 Другий розрахунок.....	68
4.РОЗРАХУНОК ПРОТОТИПУ КОНСТРУКТИВНОГО ЕЛЕМЕНТА МЕТОДАМИ ТЕОРІЇ ПРУЖНОСТІ.....	74
5. ЧИСЛОВІ РОЗРАХУНКИ ТЕПЛОВОГО ТА НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНІВ ВИПРОБУВАЛЬНОГО ЗРАЗКА.....	80
5.1 Постановка крайової задачі пружності.....	80
5.2. Метод розв'язування крайової задачі пружності	81

5.3. Вибір типу зразка та його конструювання.....	83
5.4. Розрахункова схема.....	85
5.4. Результати розрахунків.....	86
6. РОЗРАХУНКИ ВЛАСНИХ ЧАСТОТ ТА ВІДПОВІДНИХ ВЛАСНИХ ФОРМ КРУТИЛЬНИХ КОЛИВАНЬ СИСТЕМИ З ДВОМА СТУПЕНЯМИ ВІЛЬНОСТІ	88
.....	93
6.1. Визначення власних частот методом сил	
6.2. Визначення першої власної частоти методом Релея.....	97
6.3. Визначення першої власної частоти методом Донкерлі.....	98
7 ДОСЛІДЖЕННЯ МЕХАНІЧНИХ ПАРАМЕТРІВ КУЛІ ПІСЛЯ ЗІТКНЕННЯ З ПЕРЕШКОДОЮ	100
7.1 Вступ.....	100
7.2 Постановка задачі	101
7.3 Аналітичний розрахунок	102
7.3 Числовий розрахунок.....	103
7.5 Висновки.....	105
Додаток 1	106
СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ	107

Реферат

У роботі приведені розрахунки передач та основних деталей, що їх обслуговують. Розроблені креслення редуктора (креслення виду загального), креслення привода, креслення окремих деталей. Дипломна робота несе за собою навчальний характер і орієнтована на формування практичних навичок проектування систем та конструкцій, які складаються з багатьох взаємопов'язаних елементів. Також вона включає в себе завдання конструювання нових вузлів і деталей, що є своєрідним підсумком і потребує комплексного використання всіх набутих у попередньому навчанні знань.

Редуктором називають механізм виконаний у вигляді окремого агрегату, який служить для зниження кутової швидкості і відповідно підвищення крутних моментів.

Редуктор – невід'ємна складова частина сучасного обладнання. Їх використовують в самих різних областях, машинобудування і тому вони дуже різні за своїми кінематичними схемами і конструктивним виконанням.

Вступ

Вивчення дисципліни «Деталі машин» закінчується виконанням дипломного проекту – важливої самостійної інженерної роботи студента, яка охоплює питання розрахунку деталей машин за різними критеріями роботоздатності та проектування вузлів машин і базується на багатьох уже вивчених студентами дисциплінах, зокрема матеріалознавстві, теоретичній механіці, опорі матеріалів, теорії механізмів і машин, деталях машин.

Для правильного проектування окрім теорії необхідно бути знайомим з існуючими конструкціями і уміти критично їх оцінювати, знати методи виготовлення деталей та умови експлуатації проектованої машини чи вузла.

Дипломне проектування повинно виконуватися з використанням сучасних методів розрахунку і чинних стандартів. Раціонально спроектована машина повинна бути міцною, довговічною, по можливості дешевою і економічною в роботі.

Даний дипломний проект тісно пов'язаний з експериментальним дослідженням міцності матеріалів та елементів конструкцій і направлений на проектування вузлів випробувальних машин (приводів, захватів, тензометрів та ін.). Приводи таких машин містять нестандартні редуктори, які забезпечують кутове і вертикальне лінійне переміщення захватів машин з малими швидкостями.

1. РОЗРАХУНОК ОСНОВНИХ ПАРАМЕТРІВ ВИПРОБОВУВАЛЬНОЇ УСТАНОВКИ.

1.1 Опис прототипу

На вихідному валу привод повинен розвивати потужність $P = 0,7$ кВт при числі обертів вала $n = 7$ хв⁻¹.

Установка УСНС-2 призначена для статичних та малоциклових випробувань матеріалів. Використовується за простого та складного навантаження при плоскому напруженому стані.

Машина, схема якої зображена на рис. 1.1., складається з таких основних частин: 1 – станина; 2 – двоступінчастий черв'ячний редуктор осьового навантаження; 3 – навантажувальний гвинт; 4 – динамометр осьового навантаження; 5 – рухома траверса; 6 – тяга; 7 – нижній рухомий захват; 8 – зразок; 9 – нерухома рама; 10 – нерухомий захват; 11 – колони; 12 – двигун; 13 – двоступінчастий черв'ячний редуктор кручення зразка; 14 – динамометр крутного моменту.

Технічна характеристика:

Максимальна осьова сила, 50кН

Максимальний крутний момент на зразку, 0,3кН·м

Максимальна швидкість осьового

переміщення рухомого захвата, 2мм/хв

Максимальна кутова швидкість рухомого захвата, 1хв⁻¹

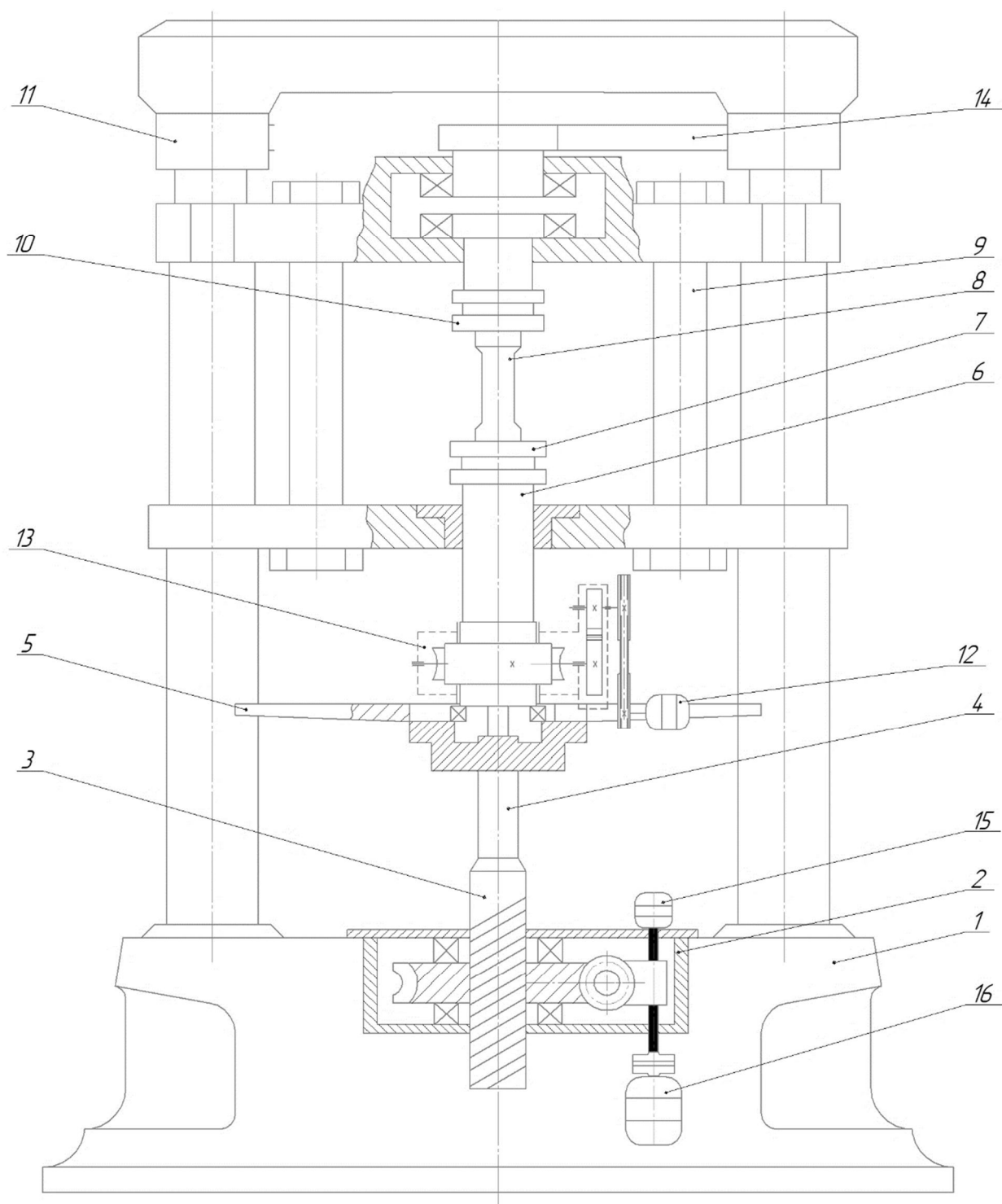


Рис. 1.1. Схема випробувальної установки УСНС-2

1.2.Опис кінемитичної схеми проектованого приводу

Привод випробувальної установки містить електродвигун (1) і три механічні передачі обертального руху: червячну передачу (2), циліндричну зубчасту передачу (3) та клинопасову передачу (4).

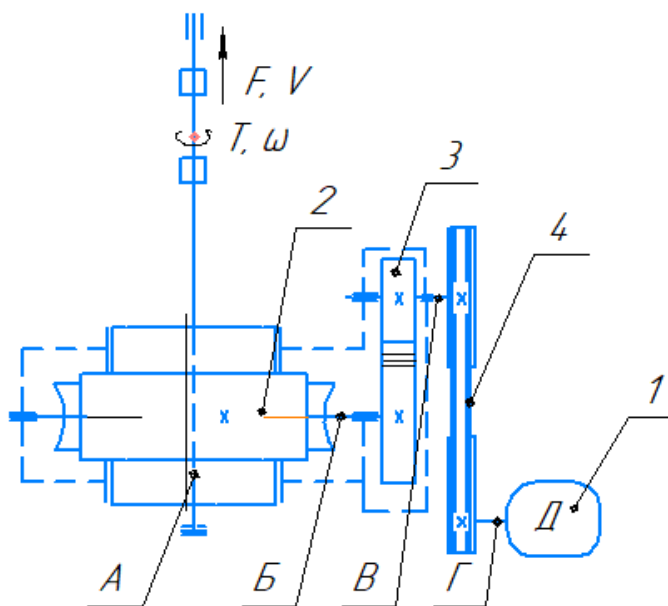


Рис.1.2. Кінематична схема приводу стрічкового транспортера:

А – вихідний (тихохідний вал);

Б – проміжний вал;

В – швидкохідний вал;

Г – вал двигуна.

1.3. Вибір електродвигуна

Електродвигун для приводу вибирають за потрібною потужністю на вихідному валу привода А (рис.2.1). Для вибору потужності привідного електродвигуна визначаємо загальний ККД ($\eta_{\text{заг}}$).

Загальний ККД приводу транспортера визначаємо за формулою (1.1):

$$\eta_{\text{заг}} = \eta_{\text{ч.п.}} \times \eta_{\text{з.п.}} \times \eta_{\text{к.п.}} \times \eta_0^n \quad (1.1)$$

де $\eta_{\text{ч.п.}}$ – ККД червячної передачі;

$\eta_{\text{з.п.}}$ – ККД зубчастої передачі;

$\eta_{\text{к.п.}}$ – ККД клинопасової передачі;

η_0 – ККД підшипників;

n – кількість пар підшипників.

ККД червячної передачі 0,87; ККД зубчастої передачі 0,99; ККД клинопасової передачі становить 0,98; ККД підшипників 0,99; кількість пар підшипників рівна 3.

$$\eta_{\text{заг}} = 0,87 \times 0,99 \times 0,98 \times 0,99^3 = 0,819$$

Необхідну потужність електродвигуна $P_{\text{д.}}$ розраховують за номінальною потужністю $P_{\text{н.}}$, яка необхідна для забезпечення заданої швидкості деформування зразка (швидкості переміщення рухомого захвата) при максимальному навантаженні.

В умові задано максимальний крутний момент T , Н·м на захваті і кутову швидкість захвата ω , с⁻¹, тому номінальну потужність знаходимо за формулою (1.3.2)

$$P_{\text{н}} = T \times \omega = 6000 \times 0,117 = 700 \text{ Вт} \quad (1.2)$$

Потрібну потужність електродвигуна визначаємо за формулою (1.3) :

$$P_{\text{д}} = \frac{P_{\text{н}}}{\eta_{\text{заг}}} = \frac{700}{0,819} = 854,697 \text{ Вт} \quad (1.3)$$

Проте, щоб вибрати двигун, необхідно визначити потрібну частоту обертання його вала, оскільки електродвигуни певної потужності випускаються з різною синхронною частотою обертання: від 500 хв⁻¹ до 3000 хв⁻¹.

Для цього обчислюємо загальне орієнтовне передатне відношення привода

$$i' = i'_1 \times i'_2 \times i'_3 \times \dots \times i'_k \quad (1.4)$$

де $i'_1, i'_2, i'_3 \dots i'_k$ - рекомендовані передатні відношення передач.

Обираємо:

$i'_1 = 8$ для червячної передачі;

$i'_2 = 2,6$ для зубчастої передачі;

$i'_3 = 2$ для клинопасової передачі.

Підставимо відповідні значення в формулу (1.4)

$$i' = 8 \times 2,6 \times 2 = 41,6$$

Орієнтовна частота обертання вала двигуна обчислюється за формулою (1.3.5)

$$n'_{\text{дв.}} = n \times i' \quad (1.5)$$

де n – частота обертання захвата для машин на кручення.

В нашому випадку:

$$n = \frac{30 \times \omega}{\pi} = \frac{30 \times 7}{3,14} = 66,845 \text{ хв}^{-1} \quad (1.6)$$

де ω – задана кутова швидкість захвата.

Розраховуємо орієнтовну частоту обертання вала двигуна:

$$n'_{\text{дв.}} = 66,845 \times 41,6 = 2780,755 \text{ хв}^{-1}$$

Знаючи необхідну потужність P_1 і частоту обертання $n'_{\text{дв.}}$, вибираємо електродвигун, для якого $P_{\text{дв.}} \geq P_1$, а $n_{\text{дв.}} \approx n'_{\text{дв.}}$.

Обираємо електродвигун типу **4A71B2Y3**, для якого номінальна потужність $P_H = 1,1$ кВт; частота обертання за номінальною потужністю $n_{\text{дв}} = 2810 \text{ хв}^{-1}$,

відношення $\frac{T_{\text{пуск}}}{T_{\text{ном}}} = 2$; $\cos \varphi = 0,87$, ККД становить 77,5%.

1.4. Кінематичний та силовий розрахунок привода.

Загальне передатне число визначають за формулою (1.7) :

$$i_{\text{заг}} = \frac{n_{\text{дв}}}{n} = \frac{2810}{66,845} = 42,02 \quad (1.7)$$

Уточнюємо розбивку $i_{\text{заг}}$ за ступенями і заносимо до таблиці 1.1, при цьому необхідно звернути увагу на рекомендовані співвідношення швидкохідної $i_{\text{ш}}$ і тихохідної $i_{\text{т}}$ передач редуктора для черв'ячно-циліндричного редуктора $i_{\text{ш}}$ до 80; $i_{\text{т}} = 3,15 \dots 6,3$.

Відповідно до данної розбивки повинна виконуватись рівність (1.8)

$$i_{\text{заг}} = i_1 \times i_2 \times i_3 \quad (1.8)$$

Таблиця 1.1. Розбивка передатного числа за ступенями

Червячна передача	Зубчаста циліндрична передача	Клинопасова передача
$i_1 = 6,3$	$i_2 = 2,6$	$i_3 = 2,56$

Визначаємо швидкість обертання, крутний момент та потужність на кожному валі, результати заносимо до таблиці 1.2.

Таблиця 1.2 Розподіл потужностей та крутних моментів

Вал	Потужність, [кВт]	Кількість обертів, [хв ⁻¹]	Крутний момент Т, [кН×м]
А	$P_1 = P_{\text{дв}} = 0,85$	$\omega_1 = \frac{\pi \times n_{\text{дв}}}{30} = 294,1$	$T_1 = \frac{P_1}{\omega_1} = 0,174$
Б	$P_2 = \frac{P_{\text{дв}}}{i_1} = 0,74$	$\omega_2 = \frac{\omega_1}{i_1} = 46,7$	$T_2 = \frac{P_2}{\omega_2} = 0,956$
В	$P_3 = \frac{P_{\text{дв}}}{i_2} = 0,74$	$\omega_3 = \frac{\omega_2}{i_2} = 17,96$	$T_3 = \frac{P_3}{\omega_3} = 2,46$
Г	$P_4 = \frac{P_{\text{дв}}}{i_3} = 0,72$	$\omega_4 = \frac{\omega_3}{i_3} = 7,07$	$T_4 = \frac{P_4}{\omega_4} = 6,171$

1.5 Розрахунок параметрів клинопасової передачі

Дані для розрахунку: $P_1 = P_{\text{дв}} = 0,85 \text{ кВт}$ – потужність, що передається ведучим шківом; $\omega_1 = 294,1 \text{ хв}^{-1}$ – частота обертання ведучого шківа; $i_{\text{к.п.}} = 2,56$ – попереднє значення передатного числа клинопасової передачі.

Характер навантаження:

- ударне навантаження;
- робота в три зміни;

Пасова передача зображена на рис.5.1.

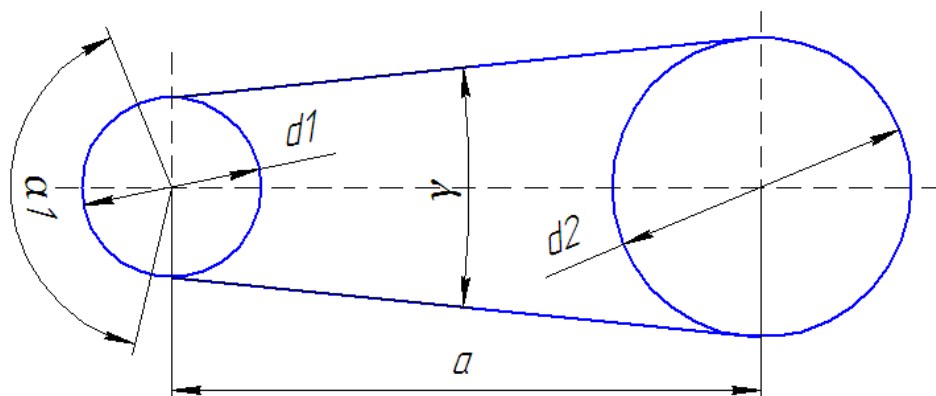


Рис 1.3 Схема клинопасової передачі

При проектуванні пасових передач треба розраховувати такі параметри, що впливають на роботоздатність передач: діаметри шківів, міжосьову відстань, кут обхату шківів, довжину пасу.

Орієнтовано при проектному розрахунку пасової передачі діаметр d_1 , меншого ведучого шківів можна визначити за емпіричною залежністю (1.9).

$$d = (520 \dots 610) \sqrt[3]{\frac{P}{\omega}} \quad (1.9)$$

де P – потужність на ведучому шківі, кВт;

ω – кутова швидкість, $\frac{\text{рад}}{\text{с}}$.

Розрахункове значення діаметра шківів:

$$d_1 = (520 \dots 610) \sqrt[3]{\frac{0,85}{0,74}} = (157 \dots 184) \text{ мм}$$

Діаметр d_1 меншого шківів клинопасових передач беремо за ГОСТ 20889-88 залежно від типу перерізу пасу.

Згідні зі стандартом беремо $d_1 = 160$ мм, що відповідає перерізу ремня типу В. Визначаємо діаметр веденого шківів за формулою (1.10)

$$d_2 = i_{\text{к.п.}} \times d_1 = 2,56 \times 160 = 409 \text{ мм} \quad (1.10)$$

Узгодимо значення діаметру d_2 зі стандартом (ГОСТ 20889-88).

Приймаємо $d_1 = 160$ мм, $d_2 = 400$ мм.

Визначаємо фактичне передатне відношення за формулою (1.11)

$$i_{\text{к.п.}} = \frac{d_2}{d_1} = 2,5 \quad (1.11)$$

Визначаємо швидкість паса

$$V = \frac{\omega_1 \times d_1}{2} = 0,392 \frac{\text{м}}{\text{с}} \quad (1.12)$$

Визначаємо орієнтовну міжосьову відстань

$$a' = 1,5 \times (d_1 + d_2) = 1,5 \times (160 + 400) = 840 \text{ мм} \quad (1.13)$$

Розраховуємо необхідну довжину паса

$$l' = 2 \times a' + \frac{\pi \times (d_1 + d_2)}{2} + \frac{(d_2 - d_1)^2}{4 \times a'} \quad (1.14)$$

$$l' = 2 \times 840 + \frac{3,14 \times (160 + 400)}{2} + \frac{(160 - 400)^2}{4 \times 840} = 2576,79 \text{ мм}$$

Отримане значення узгодимо зі стандартним рядом довжин клинових ремнів. За ГОСТ 1284-68 найближча розрахункова довжина для ремня з профілем типу В, $l = 2500 \text{ мм}$.

Визначаємо дійсну міжосьову відстань

$$a = \frac{2 \times l - \pi \times (d_2 + d_1) + \sqrt{[2 \times l - \pi \times (d_2 + d_1)]^2 - 8 \times (d_2 - d_1)^2}}{8} \quad (1.15)$$

$$a = \frac{2 \times 2500 - 3,14 \times (160 + 400) + \sqrt{[2 \times 2500 - 3,14 \times (160 + 400)]^2 - 8 \times (400 - 160)^2}}{8}$$

$$= 801,41 \text{ мм}$$

Визначаємо число пробігів паса за формулою (1.16):

$$U = \frac{V}{l} \leq [U] = \frac{0,392}{2,5} = 0,16 \text{ с}^{-1} < 12 \quad (1.16)$$

Кут обхвату меншого шківів:

$$\alpha_1 = 180^\circ - 57^\circ \frac{d_2 - d_1}{a} = 180^\circ - 57^\circ \frac{400 - 160}{801,41} = 163^\circ \quad (1.17)$$

Максимально допустима потужність, що передається одним пасом, визначається за формулою (1.18)

$$[P] = P_0 \times C_\alpha \times C_l \times C_p \times C_z \quad (1.18)$$

де P_0 – допустима потужність для одного клинового паса, $P_0 = 1,18 \text{ кВт}$ за ГОСТ 1284.3-80;

C_α – коефіцієнт, що враховує кут обхвату меншого шківів

$$C_\alpha = 1 - 0,003 \times (180^\circ - \alpha_1) = 1 - 0,003 \times (180^\circ - 163^\circ) = 0,949 \quad (1.19)$$

C_l – коефіцієнт фактичної довжини паса

$$C_l = \sqrt[6]{\frac{l}{l_0}} = \sqrt[6]{\frac{2500}{2240}} = 1,018 \quad (1.20)$$

де $l_0 = 2240$ мм – базова довжина для перерізу типу В за ГОСТ 1284-68

C_p – коефіцієнт, що враховує режим роботи передачі. В нашому випадку навантаження ударне, робота в три зміни, тому C_p визначаємо за формулою (1.21)

$$C_p = C_{p3} = 0,72 \times C_{p1} \quad (1.22)$$

Приймаємо $C_{p1} = 0,6$, тоді $C_p = 0,43$.

C_z – коефіцієнт кількості пасів.

$C_z = 0,95$, якщо приймати що кількість пасів $z = 2 \dots 3$.

Розраховуємо максимально допустиму потужність за формулою (1.18)

$$[P] = 1,18 \times 0,949 \times 1,018 \times 0,43 \times 0,95 = 1,53 \text{ кВт}$$

Визначаємо число пасів за формулою (1.5.14)

$$Z = \frac{P_1}{[P]} = \frac{0,85}{1,53} = 1,83 \quad (1.23)$$

Приймаємо $Z = 2$, адже це мінімальна кількість пасів.

Силовий розрахунок клинопасової передачі полягає у визначенні сил поперечного натягу пасів та навантаження на вал.

Знаходимо силу початкового натягу одного паса за формулою (1.24)

$$F_0 = \frac{0,85 \times P_1 \times C_l}{V \times C_p \times C_\alpha} = \frac{0,85 \times 850 \times 1,018}{0,392 \times 0,43 \times 0,949} = 4596 \text{ Н} \quad (1.24)$$

Навантаження, що діють на вал визначаємо за формулою (1.25)

$$R = 2F_0 \times \sin \frac{\alpha}{2} = 2 \times 4596 \times \sin \frac{163}{2} = 9099,69 \text{ Н} \quad (1.25)$$

1.6. Розрахунок і конструювання редуктора.

1.6.1. Розрахунок швидкохідної передачі.

Оскільки редуктор індивідуального виготовлення (рис.2.1), для виготовлення шестірні та колеса вибираємо дешеву леговану сталь 40ХН (поковка), із термообробкою – поліпшення. Вибираємо: для шестірні твердість поверхні зубців $H_1=289...302\text{HB}$ (середня $H_1=280\text{HB}$), $\sigma_{b1}=900\text{ МПа}$, $\sigma_{T1}=750\text{ МПа}$ при діаметрі заготовки 125 мм; для колеса $H_2=235...262\text{HB}$ (середня $H_2=245\text{HB}$), $\sigma_{b2}=790\text{ МПа}$, $\sigma_{T2}=640\text{ МПа}$, діаметрі заготовки не більше 280 мм.

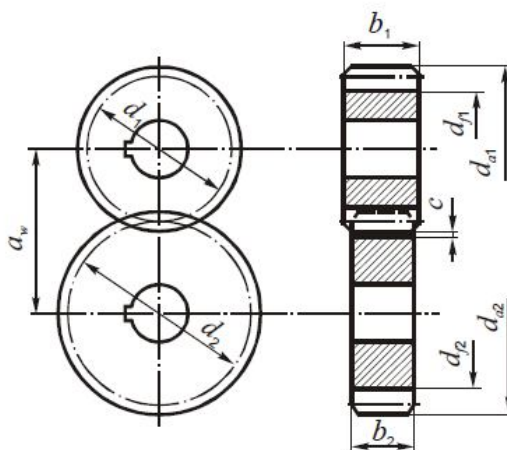


Рис 1.4 Схема циліндричної передачі

1.6.2. Параметри навантаження зубчастої передачі.

В данному випадку маємо короткочасне перевантаження до 200% максимальний обертовий момент на ведучому валу знаходимо за формулою (1.26)

$$T_{1\max} = 2T_1 = 2 \times 0,956 = 1,912 \text{ кН} \times \text{м}. \quad (1.26)$$

Сумарне число циклів навантаження зубців шестірні та колеса за строкслужби передачі розраховуємо за формулами (1.27), (1.28)

$$N_{\Sigma 1} = \frac{1800 \times w_1 \times h}{\pi} = \frac{1800 \times 46,7 \times 20000}{3,14} = 5,35 \times 10^8 \text{ц} \quad (1.27)$$

$$N_{\Sigma 2} = \frac{N_{\Sigma 1}}{i} = \frac{5,35 \times 10^8}{2,6} = 2,059 \times 10^8 \text{ц} \quad (1.28)$$

Для розрахунків на контактну втому, еквівалентні числа циклів навантаження N_{HE} і втому при згині N_{FE} з врахуванням коефіцієнтів інтенсивності $K_{HE}=0,18$; $K_{FE}=0,07$ для середнього нормального режиму навантаження (CH) знаходимо за формулою (1.29):

$$N_{NEi} = K_{NE} \times N_{\Sigma i} \quad (1.29)$$

$$N_{NE1} = K_{NE} \times N_{\Sigma 1} = 0,18 \times 5,35 \times 10^8 = 9,634 \times 10^7 \text{ ц}$$

$$N_{NE2} = K_{NE} \times N_{\Sigma 2} = 0,18 \times 2,059 \times 10^8 = 3,705 \times 10^7 \text{ ц}$$

$$N_{FE1} = K_{NF} \times N_{\Sigma 1} = 0,07 \times 5,35 \times 10^8 = 3,747 \times 10^7 \text{ ц}$$

$$N_{FE2} = K_{NF} \times N_{\Sigma 2} = 0,07 \times 2,059 \times 10^8 = 1,141 \times 10^7 \text{ ц}$$

1.6.3. Визначення допустимих напружень

Визначаю допустимі напруження на контактну витривалість. Границі контактної витривалості зубців шестірні і колеса σ_{limb1} знаходимо залежно від виду термічної обробки зубців та їхньої твердості за формулою (1.30), а базу випробувань N_{HO} – за формулою (1.31)

$$\sigma_{limb1} = 2 \times H_1 + 70 = 630 \text{ МПа} \quad (1.30)$$

$$\sigma_{limb2} = 2 \times H_2 + 70 = 560 \text{ МПа}$$

$$N_{HO} = 30 \times H_{HB}^{2,4} \quad (1.31)$$

де H_{HB} – твердість в одиницях Брінелля

$$N_{H1} = 30 \times H_{H1}^{2,4} = 2,24 \times 10^7 \text{ ц}$$

$$N_{H2} = 30 \times H_{H2}^{2,4} = 1,63 \times 10^7 \text{ ц}$$

Оскільки $N_{HE1} > N_{HO1}$; $N_{HE2} > N_{HO2}$, то коефіцієнт довговічності для зубців шестірні та колеса $K_{HL}=1$.

Приймаємо шорсткість поверхонь зубців $Ra=1,25 \dots 0,63$. Тоді коефіцієнт $Z_R=1$. Для коліс з однорідною структурою коефіцієнт запасу $S_H=1,1$.

Допустимі контактні напруження розраховують окремо для зубців шестірні $[\sigma]_{H1}$ і колеса $[\sigma]_{H2}$ за формулою (1.32), а потім знаходять розрахункове допустиме контактне напруження $[\sigma]_H$.

$$[\sigma]_{Hi} = \frac{\sigma_{limbi} \times Z_R \times K_{HL}}{s_H} \quad (1.32)$$

$$[\sigma]_{H1} = \frac{\sigma_{limb1} \times Z_R \times K_{HL}}{s_H} = \frac{630 \times 1 \times 1}{1,1} = 573 \text{ МПа}$$

$$[\sigma]_{H2} = \frac{\sigma_{limb2} \times Z_R \times K_{HL}}{s_H} = \frac{560 \times 1 \times 1}{1,1} = 509 \text{ МПа}$$

Твердість зубців першого і другого колеса $H < 350 \text{ НВ}$, тому за розрахункове допустиме контактне напруження беремо $[\sigma]_H$ розраховане за формулою (1.33).

$$[\sigma]_H = 0,45 \times ([\sigma]_{H1} + [\sigma]_{H2}) \quad (1.33)$$

$$[\sigma]_H = 0,45 \times (664 + 509) = 487 \text{ МПа}$$

Перевіряємо умову:

$$[\sigma]_H \leq 1,23[\sigma]_{H2} = 1,23 \times 509 = 626 \text{ МПа}$$

Допустиме граничне контактне напруження знаходимо за формулою (1.34)

$$[\sigma]_{Hmax} = 2,8 \times \sigma_{T2} = 2,8 \times 640 = 1792 \text{ МПа} \quad (1.34)$$

Допустимі напруження на витривалість при згині визначаються за формулою (1.35)

$$[\sigma]_{Fi} = \frac{\sigma_{Flimbi} \times K_{FC} \times K_{FL}}{s_F} \quad (1.35)$$

де σ_{Flimb1} – границя витривалості зубців при згині, що відповідає базі випробувань $N_{FO} = 4 \cdot 10^6$ циклів, визначається за формулою (1.36);

s_F – коефіцієнт запасу, $s_F = 2,2$;

K_{FC} – коефіцієнт, що враховує зміну напряду навантаження, для нереверсивної передачі $K_{FC} = 1$;

K_{FL} – коефіцієнт довговічності, $K_{FL} = 1$.

$$\sigma_{Flimbi} = 1,8 \times H_i \quad (1.36)$$

$$\sigma_{Flimb1} = 1,8 \times H_1 = 1,8 \times 280 = 504 \text{ МПа}$$

$$\sigma_{Flimb1} = 1,8 \times H_1 = 1,8 \times 245 = 441 \text{ МПа}$$

$$[\sigma]_{F1} = \frac{\sigma_{Flimb1} \times K_{FC} \times K_{FL}}{s_F} = \frac{504 \times 1 \times 1}{2,2} = 229 \text{ МПа}$$

$$[\sigma]_{F2} = \frac{\sigma_{Flimb2} \times K_{FC} \times K_{FL}}{S_F} = \frac{441 \times 1 \times 1}{2,2} = 200 \text{ МПа}$$

Граничні допустимі напруження на згин для зубців шестірни та колеса визначаються за формулою (1.37)

$$[\sigma]_{Fimax} = \frac{\sigma_{FlimM}}{S_F} \quad (1.37)$$

де σ_{FlimM} – граничне напруження на згин, що не спричиняє залишкових деформацій або крихкої поломки зубців. В нашому випадку зубці мали термообробку поліпшення, тому приймаємо $\sigma_{FlimM} = 4,8 \times H_{HB}$.

$$[\sigma]_{F1max} = \frac{4,8 \times H_1}{S_F} = \frac{4,8 \times 280}{2,2} = 611 \text{ МПа}$$

$$[\sigma]_{F2max} = \frac{4,8 \times H_2}{S_F} = \frac{4,8 \times 245}{2,2} = 535 \text{ МПа}$$

1.6.4. Проектний розрахунок передачі

Мінімальна міжосьова відстань передачі визначається за формулою (1.38)

$$a_{wmin} = K_a \times (u + 1)^3 \sqrt{\frac{T_1 \times K_{H\beta}}{u \times \psi_{ba} \times [\sigma]_H^2}} \quad (1.38)$$

де T_1 – обертовий момент на шестірни;

$[\sigma]_H$ – розрахункове допустиме контактне напруження; коефіцієнт $K_a = 495 \text{ МПа}^{1/3}$;

$\psi_{ba} = 0,4$ коефіцієнт ширини зубчастого вінця колеса;

$u = 2,6$ – передатне число;

$K_{H\beta}$ – коефіцієнт що враховує нерівномірність розподілу навантаження по ширині зубчастих вінців, вибирають залежно від параметра $\psi_{bd} = 0,5 \times \psi_{ba} \times (u + 1)$ і схеми розміщення зубчастих коліс відносно опор. $\psi_{bd} = 0,72, K_{H\beta} = 1,08$.

$$a_{wmin} = 495 \times (2,6 + 1)^3 \sqrt{\frac{956 \times 1,08}{2,6 \times 0,4 \times 486^2}} = 287,23 \text{ мм}$$

Вибираємо фактичну міжосьову відстань $a_w = 290\text{мм}$. Кут нахилу лінії зубців попередньо беремо $\beta = 15^\circ$.

Число зубців шестірні $z_1 = 30$, колеса $z_2 = z_1 \times u = 30 \times 2,6 = 78$.
Вибираємо $z_2 = 78$. Фактичне передатне число $u = \frac{z_2}{z_1} = \frac{78}{30} = 2,6$.

Модуль зубців може бути визначений за формулою (1.39)

$$m_n' = \frac{2 \times a_{wmin} \times \cos\beta}{z_1 + z_2} = \frac{2 \times 287,23 \times \cos 15^\circ}{30 + 78} = 5,138\text{мм} \quad (1.39)$$

Значення m_n' округлюємо до найближчого стандартного значення m_n згідно з ГОСТ 9563-60. Приймаємо $m_n = 5\text{мм}$.

Щоб зберегти прийняту міжосьову відстань, обчислимо нове значення кута нахилу лінії зубців:

$$\cos\beta = \frac{m_n \times (z_1 + z_2)}{2 \times a_w} = 0,931; \quad \beta = 20^\circ 36'$$

Обчислюємо попередні значення параметрів передачі, необхідних для перевірочних розрахунків. Ділильні діаметри шестірні та колеса визначаються за формулою (1.40)

$$d_i = \frac{m_n \times z_i}{\cos\beta} \quad (1.40)$$

$$d_1 = \frac{m_n \times z_1}{\cos\beta} = \frac{5 \times 30}{0,931} = 161,11\text{мм}$$

$$d_2 = \frac{m_n \times z_2}{\cos\beta} = \frac{5 \times 78}{0,931} = 416,89\text{мм}$$

Ширина зубчастих вінців:

$$b_2 = \psi_{ba} \times a_w = 0,4 \times 290 = 116\text{ мм}$$

$$b_1 = b_2 + 2 = 118\text{ мм}$$

Колова швидкість зубчастих коліс визначаються за формулою (1.41)

$$V = 0,5 \times \omega_1 \times d_1 = 0,5 \times 46,7 \times 0,161 = 3,76\text{ м/с} \quad (1.41)$$

Вибираємо ступінь точності $n_{\text{ст}} = 9$ для всіх показників точності зубчастих коліс і передачі.

Еквівалентні числа зубців шестірні та колеса розраховуємо за формулою (1.42)

$$z_{vi} = \frac{z_i}{\cos^3 \beta} \quad (1.42)$$

$$z_{v1} = \frac{z_1}{\cos^3 \beta} = \frac{30}{0,931^3} = 37,17$$

$$z_{v2} = \frac{z_2}{\cos^3 \beta} = \frac{78}{0,931^3} = 96,65$$

Коефіцієнт торцевого перекриття визначається за формулою (1.43)

$$\varepsilon_\alpha = \left[1,88 - 3,22 \times \left(\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right) \right] \quad (1.43)$$

$$\varepsilon_\alpha = \left[1,88 - 3,22 \times \left(\frac{1}{30} + \frac{1}{78} \right) \right] = 2,029$$

Коефіцієнт осьового перекриття зубців:

$$\varepsilon_\beta = \frac{b_2 \times \sin \beta}{\pi \times m_n} = \frac{116 \times \sin (20^\circ 36')}{\pi \times 5} = 2,643 \quad (1.44)$$

Колова сила у зачепленні зубчастих коліс:

$$F_t = \frac{2 \times T_1}{d_1} = \frac{2 \times 956}{161,11} = 11,863 \text{ кН} \quad (1.45)$$

1.6.5. Розрахунок активних поверхонь зубців на контактну витривалість

Умова міцності:

$$\sigma_H = Z_M \times Z_H \times Z_\varepsilon \sqrt{\frac{\omega_{Ht}}{d_1} + \frac{u \pm 1}{u}} < [\sigma]_H \quad (1.46)$$

де Z_M – коефіцієнт, що враховує механічні властивості матеріалів зубчастих коліс: для сталевих коліс $Z_M = 275 \text{ МПа}^{1/2}$;

Z_H – коефіцієнт форми спряжених поверхонь зубців: $Z_H = 1,77 \times \cos \beta = 1,66$;

Z_ε – коефіцієнт сумарної довжини контактних ліній: для косозубих при $\varepsilon_\beta > 0,9$, $Z_\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_\alpha}} = 0,6151$

ω_{Ht} – питома розрахункова колова сила, що визначається за формулою:

$$\omega_{Ht} = \frac{F_t}{b_2} \times K_{H\alpha} \times K_{H\beta} \times K_{Hv} \quad (1.47)$$

де $K_{H\alpha}$ – коефіцієнт, що враховує нерівномірність розподілу навантаження між зубцями: для прямозубих коліс та косозубих при $\epsilon_\beta > 1$ значення $K_{H\alpha}$ знаходять в залежності від ступеня точності і колової швидкості колеса $K_{H\alpha} = 1,13$;

$K_{H\beta}$ – коефіцієнт що враховує нерівномірність розподілу навантаження по ширині зубчастих вінців $K_{H\beta} = 1,08$.

K_{Hv} – коефіцієнт, що враховує динамічне навантаження зубців, знаходиться за в залежності від твердості зубців, ступеня точності і колової швидкості колеса, $K_{Hv} = 1,05$.

Питома розрахункова колова сила:

$$\omega_{Ht} = \frac{11863}{116} \times 1,13 \times 1,08 \times 1,05 = 131,05 \text{ Н/мм}$$

Розрахункове контактне напруження:

$$\sigma_H = 275 \times 1,66 \times 0,6151 \sqrt{\frac{131,05}{161} + \frac{2,6 + 1}{2,6}} = 297,57 \text{ МПа}$$

Стійкість зубців проти втомного викришування їхніх активних поверхонь забезпечується, оскільки $\sigma_H < [\sigma]_H = 487$.

1.6.6. Розрахунок допустимих поверхонь зубців на контактну міцність

Під час дії перевантаження максимальне контактне напруження визначається за формулою (1.48)

$$\sigma_{Hmax} = \sigma_H \sqrt{\frac{T_{1max}}{T_1}} = 297,57 \sqrt{\frac{1912}{956}} = 420,8 \text{ МПа} \quad (1.48)$$

Контактна міцність зубців забезпечується, оскільки:

$$\sigma_{Hmax} = 420,8 \text{ МПа} < [\sigma]_{Hmax} = 1792 \text{ МПа}$$

1.6.7. Розрахунок зубців на витривалість при згині

Умова міцності:

$$\sigma_F = Y_F \times Y_\varepsilon \times Y_\beta \times \frac{\omega_{Ft}}{m_n} \quad (1.49)$$

де Y_F – коефіцієнт форми зубців, який визначають залежно від еквівалентного числа зубців Z_v шестірні та колеса з урахуванням коефіцієнтів зміщення. $Y_{F1} = 3,71$, $Y_{F2} = 3,6$;

Y_ε – коефіцієнт перекриття зубців, який для прямозубих і косозубих коліс наближено беруть $Y_\varepsilon = 1$;

Y_β – коефіцієнт нахилу зубців, для косозубих – $Y_\beta = 1 - \beta / 140^\circ = 0,857$;

Коефіцієнт $K_{F\alpha} = [4 + (\varepsilon_\alpha - 1)(n_{\text{СТ}} - 5)] / 4 \times \varepsilon_\alpha$, де $n_{\text{СТ}}$ – ступінь точності передачі за нормою контакту зубців. $K_{F\alpha} = 1$

ω_{Ht} – питома розрахункова колова сила, що визначається за формулою (1.50):

$$\omega_{Ft} = \frac{F_t}{b_2} \times K_{F\alpha} \times K_{F\beta} \times K_{Fv} \quad (1.50)$$

Коефіцієнти $K_{F\beta}$ і K_{Fv} вибирають аналогічно $K_{H\beta}$ і K_{Hv} , $K_{Fv} = 1,2$;

$K_{F\beta} = 1,08$

Питома розрахункова колова сила:

$$\omega_{Ht} = \frac{11863}{116} \times 0,857 \times 1,08 \times 1,2 = 132,54 \text{ Н/мм}$$

Розрахункове напруження згину у зубцях шестірні та колеса:

$$\sigma_{F1} = 3,71 \times 1 \times 0,857 \times \frac{132,54}{5} = 84,3 \text{ МПа}$$

$$\sigma_{F2} = 3,6 \times 1 \times 0,857 \times \frac{132,54}{5} = 81,8 \text{ МПа}$$

Стійкість зубців проти втомного руйнування при згині забезпечується, оскільки розрахункові напруження згину менші від відповідних допустимих напружень $[\sigma]_{F1} = 229 \text{ МПа}$, $[\sigma]_{F2} = 200 \text{ МПа}$.

1.6.8. Розрахунок зубців на міцність при згині максимальним навантаженням

Максимальні напруження згину при перевантаженні:

$$\sigma_{F1max} = \sigma_{F1} \frac{T_{1max}}{T_1} = 84,3 \times \frac{1912}{956} = 168,6 \text{ МПа}$$

$$\sigma_{F2max} = \sigma_{F2} \frac{T_{1max}}{T_1} = 81,8 \times \frac{1912}{956} = 163,6 \text{ МПа}$$

Міцність зубців забезпечується, бо максимальні розрахункові напруження менші від гранично допустимих напружень $[\sigma]_{F1max} = 610,9 \text{ МПа}$, $[\sigma]_{F2max} = 534,5 \text{ МПа}$.

1.6.9. Геометричний розрахунок параметрів зубчастої передачі

Розміри елементів зубців:

- висота головки зубця $h_a = m_n = 5 \text{ мм}$;
- висота ніжки $h_f = 1,25 \times m_n = 1,25 \times 5 = 6,75 \text{ мм}$;
- кут профілю зубців $\alpha_n = 20^\circ$.

Розміри вінців зубчастих коліс:

- ділильні діаметри $d_1=161,11 \text{ мм}$; $d_2=418,89 \text{ мм}$ (обчислені вище);
- діаметри вершин зубців

$$d_{a1} = d_1 + 2 \times m_n = 161,11 + 2 \times 5 = 171,11 \text{ мм}$$

$$d_{a2} = d_2 + 2 \times m_n = 418,89 + 2 \times 5 = 428,89 \text{ мм}$$

- діаметри впадин

$$d_{f1} = d_1 - 2,5 \times m_n = 161,11 - 2,5 \times 5 = 148,61 \text{ мм}$$

$$d_{f2} = d_2 - 2,5 \times m_n = 418,89 - 2,5 \times 5 = 406,39 \text{ мм}$$

- міжосьова відстань передачі

$$a_w = \frac{m_n \times (z_1 + z_2)}{2 \times \cos \beta} = \frac{5 \times (30 + 78)}{2 \times 0,931} = 290 \text{ мм}$$

1.6.10. Розрахунок сил у зачепленні зубців передачі

Колова сила

$$F_t = 11,863 \text{ кН (обчислення вище).}$$

Радіальна сила

$$F_r = \frac{F_t \times \operatorname{tg} 20^\circ}{\cos \beta} = \frac{11,863 \times \operatorname{tg} 20^\circ}{0,931} = 4,61 \text{ кН}$$

Осьова сила

$$F_a = F_t \times \operatorname{tg} \beta = 11,863 \times \operatorname{tg}(20^\circ 36') = 4,459 \text{ кН}$$

1.7. Розрахунок тихохідної передачі.

1.7.1. Параметри навантаження черв'ячної передачі

Кутова швидкість веденого вала визначається за формулою (1.51):

$$\omega_2 = \frac{\omega_1}{i} = \frac{17,97}{36} = 0,5 \text{ с}^{-1} \quad (1.51)$$

При короткочасному перевантаженні до 200% максимальний обертовий момент на веденому валу знаходимо за формулою (1.52)

$$T_{2\max} = 2T_2 = 2 \times 6171 = 12342 \text{ Н} \times \text{м}. \quad (1.52)$$

Орієнтовна швидкість ковзання в зачепленні:

$$V_s = \left(4 \times \frac{\omega_1}{10^3}\right) \sqrt[3]{T_2} = \left(4 \times \frac{17,97}{10^3}\right) \sqrt[3]{6171} = 1,317 \text{ м/с} \quad (1.53)$$

Сумарне число циклів навантаження зубців колеса за строк служби передачі розраховуємо за формулою (1.54)

$$N_{\Sigma 2} = \frac{1800 \times w_2 \times h}{\pi} = \frac{1800 \times 0,5 \times 20000}{3,14} = 5,718 \times 10^6 \text{ ц} \quad (1.54)$$

Для легкого режиму при коефіцієнті інтенсивності $K_{FE}=0,01$ еквівалентне число циклів навантаження зубців:

$$N_{FE2} = K_{NF} \times N_{\Sigma 2} = 0,01 \times 5,718 \times 10^6 = 0,5718 \times 10^5 \text{ ц} \quad (1.55)$$

1.7.2. Матеріали для виготовлення черв'яка та черв'ячного колеса

Для виготовлення черв'яка беремо леговану сталь 40Х, термообробка – гартування із відпусканням, твердість $H_1 = 45...55$ HRC, робочі поверхні витків шліфовані. Для вінця черв'ячного колеса із швидкістю ковзання $V_s = 1,317$ м/с вибираємо безолов'яну бронзу БрА9ЖЗЛ з такими характеристиками: границя міцності $\sigma_B = 500$ МПа, границя текучості $\sigma_T = 230$ МПа.

1.7.3. Розрахунок допустимих напружень

Допустимі контактні напруження. Для вінця черв'ячного колеса з безолов'яної бронзи допустиме контактне напруження визначається за формулою (1.56)

$$[\sigma]_H = [\sigma]_{H0} = 300 - 25 \times V_s = 267,06 \text{ МПа} \quad (1.56)$$

Допустиме граничне контактне напруження:

$$[\sigma]_{Hmax} = 2 \times \sigma_T = 2 \times 230 = 460 \text{ МПа} \quad (1.57)$$

Допустимі напруження на згин. Для бази випробувань 10^6 та нереверсивного навантаження допустиме напруження на втому при згині визначаються за формулою (1.58)

$$[\sigma]_{F0} = 0,8 \times \sigma_B + 0,25 \times \sigma_T \quad (1.58)$$

$$[\sigma]_{F0} = 0,8 \times 500 + 0,25 \times 230 = 97,5 \text{ МПа}$$

Коефіцієнт довговічності розраховується за формулою (1.59)

$$K_{FL} = \sqrt[9]{\frac{10^6}{N_{FE2}}} = \sqrt[9]{\frac{10^6}{0,5718 \times 10^5}} = 1,37 \quad (1.59)$$

Враховуючи обмеження $0,54 \leq K_{FL} \leq 1$, беремо $K_{FL} = 1$. Тоді для зубців черв'ячного колеса допустиме напруження на втому при згині визначемо за формулою (1.60).

$$[\sigma]_F = [\sigma]_{F0} \times K_{FL} = 97,5 \text{ МПа} \quad (1.60)$$

Допустиме граничне напруження згину розраховується за формулою (1.61)

$$[\sigma]_{Fmax} = 0,8 \times \sigma_T = 0,8 \times 230 = 184 \text{ МПа} \quad (1.61)$$

1.7.4.Проектний розрахунок черв'ячної передачі

У проектному розрахунку визначаємо мінімальну міжосьову відстань передачі.

Число витків черв'яка беремо $z_1 = 2$. Тоді число зубців черв'ячного колеса $z_2 = z_1 \times i = 2 \times 36 = 72$.

Мінімальна міжосьова відстань передачі визначається за формулою (1.62)

$$a_{wmin} = K_a \times \left(\frac{z_2}{q} + 1 \right) \times \sqrt[3]{\frac{T_2 \times K_{H\beta} \times q^2}{(z_2 \times [\sigma]_H)^2}} \quad (1.62)$$

де коефіцієнт $K_a = 310 \text{ МПа}^{1/3}$ – при сталевому черв'яку та бронзовому вінці колеса;

q – коефіцієнт діаметра черв'яка, $q = 12$;

T_2 – обертовий момент на валу черв'ячного колеса;

$[\sigma]_H$ – розрахункове допустиме контактне напруження;

$K_{H\beta}$ – коефіцієнт що враховує нерівномірність розподілу навантаження по ширині вінця черв'ячного колеса, визначають за формулою (1.63)

$$K_{H\beta} = 1 + \left(\frac{z_2}{\theta} \right)^3 \times (1 - k) \quad (1.63)$$

де θ – коефіцієнт деформації черв'яка, вибирається в залежності від z_1 і q , $\theta = 112$;

k – коефіцієнт, який враховує вплив режиму роботи передачі на припрацювання зубців, $k = 0,5$ за середнього нормального режиму навантаження.

$$K_{H\beta} = 1 + \left(\frac{72}{112} \right)^3 \times (1 - 0,5) = 1,13$$

$$a_{wmin} = 310 \times \left(\frac{72}{12} + 1 \right) \times \sqrt[3]{\frac{6171 \times 1,13 \times 12^2}{(72 \times 267,06)^2}} = 303 \text{ МПа}$$

Модуль черв'ячної передачі знаходиться за формулою (1.64)

$$m_n' = \frac{2 \times a_{wmin}}{q + z_2} = \frac{2 \times 303}{12 + 72} = 7,21 \text{ мм} \quad (1.64)$$

Значення модуля округлюємо до найближчого більшого із стандартного ряду: $m = 7$, при цьому раніше прийняте значення коефіцієнта діаметра черв'яка $q = 12$ відповідає отриманому модулю.

Уточнюємо міжосьову відстань за формулою (1.65)

$$a_w' = 0,5 \times m \times (q + z_2) = 0,5 \times 7 \times (12 + 72) = 294 \text{ мм} \quad (1.65)$$

Приймаємо $a_w = 300$ мм, згідно з стандартним рядом лінійних розмірів. Маємо розбіжності між a_w' і a_w , але передачу можна вписати у вибрану міжосьову відстань a_w шляхом нарізання черв'ячного колеса зі зміщенням:

$$x = \frac{a_w}{m} - 0,5 \times (q + z_2) = \frac{300}{7} - 0,5 \times (12 + 72) = 0,857 \quad (1.66)$$

Ділильні діаметри шестірні та колеса:

$$d_1 = m \times q = 7 \times 12 = 84 \text{ мм}$$

$$d_2 = m \times z_2 = 7 \times 72 = 504 \text{ мм}$$

Діаметр вершин витків черв'яка та зубців колеса:

$$d_{a1} = d_1 + 2 \times m = 84 + 2 \times 7 = 98 \text{ мм}$$

$$d_{a2} = d_2 + 2 \times m(1 + 0,857) = 504 + 2 \times 7 \times 1,857 = 530 \text{ мм}$$

Ширина вінця черв'ячного колеса:

$$b_2 \leq 0,75 \times d_{a1} = 0,75 \times 98 = 73,5$$

Вибираємо $b_2 = 72$ мм.

Ділильний кут підйому лінії витка черв'яка:

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{z_1}{q} = \frac{2}{12} = 0,167; \gamma = 9,46232^\circ = 9^\circ 27' 44''$$

Швидкість ковзання у зачепленні визначається за формулою (1.67)

$$V_s = \frac{\omega_1 \times d_1}{2 \times \cos \gamma} = \frac{17,96 \times 0,84}{2 \times \cos (9,46232^\circ)} = 0,765 \text{ м/с} \quad (1.67)$$

Ступінь точності передачі $n_{\text{ст}} = 9$.

Уточнене значення допустимого контактного напруження:

$$[\sigma]_H = [\sigma]_{H0} = 300 - 25 \times V_s = 280,89 \text{ МПа}$$

Еквівалентне число зубців черв'ячного колеса:

$$z_{v2} = \frac{z_2}{\cos \gamma^3} = \frac{72}{\cos(9,46232^\circ)^3} = 75,02 \quad (1.68)$$

Колова сила, що діє на зубці колеса:

$$F_{t2} = \frac{2 \times T_2}{d_2} = \frac{2 \times 6171}{504 \times 10^{-3}} = 24,49 \text{ кН} \quad (1.69)$$

1.7.5. Перевірка активних поверхонь зубців черв'ячного колеса на контактну витривалість

Умова міцності:

$$\sigma_H = Z_M \times Z_H \times Z_\varepsilon \sqrt{\frac{\omega_{Ht}}{d_2}} < [\sigma]_H \quad (1.70)$$

де Z_M – коефіцієнт, що враховує механічні властивості матеріалів черв'яка та черв'ячного колеса: для поєднання матеріалів сталь-бронза $Z_M = 210 \text{ МПа}^{1/2}$;

Z_H – коефіцієнт форми спряжених поверхонь витків черв'яка та зубців колеса: $Z_H = 1,8$;

Z_ε – коефіцієнт сумарної довжини контактних ліній: $Z_\varepsilon = 0,75$;

ω_{Ht} – питома розрахункова колова сила, що визначається за формулою:

$$\omega_{Ht} = \frac{F_t}{b_2} \times K_{H\beta} \times K_{Hv} \quad (1.71)$$

$K_{H\beta}$ – коефіцієнт що враховує нерівномірність розподілу навантаження по ширині зубчастих вінців $K_{H\beta} = 1,13$.

K_{Hv} – коефіцієнт, що враховує динамічне навантаження зубців, знаходиться за в залежності від твердості зубців, ступеня точності і колової швидкості колеса, $K_{Hv} = 1,25$.

Питома розрахункова колова сила:

$$\omega_{Ht} = \frac{24490}{72} \times 1,13 \times 1,25 = 481,64 \text{ Н/мм}$$

Розрахункові контактне напруження:

$$\sigma_H = 210 \times 0,75 \times 1,8 \sqrt{\frac{481,64}{504}} = 277,17 \text{ МПа}$$

Стійкість зубців проти втомного викривування їхніх активних поверхонь забезпечується, оскільки $\sigma_H < [\sigma]_H = 280,89$.

1.7.6. Перевірка активних поверхонь зубців черв'ячного колеса на контактну міцність

Під час дії перевантаження максимальне контактне напруження визначається за формулою (1.72)

$$\sigma_{Hmax} = \sigma_H \sqrt{\frac{T_{2max}}{T_2}} = 277,17 \sqrt{\frac{12342}{6171}} = 391,94 \text{ МПа} \quad (1.72)$$

Контактна міцність зубців забезпечується, оскільки:

$$\sigma_{Hmax} = 391,94 \text{ МПа} < [\sigma]_{Hmax} = 460 \text{ МПа}$$

1.7.7. Перевірка зубців черв'ячного колеса на витривалість при згині

Умова міцності:

$$\sigma_F = Y_F \times Y_\varepsilon \times Y_\beta \times \frac{\omega_{Ft}}{m} \leq [\sigma]_F \quad (1.73)$$

де Y_F – коефіцієнт форми зубців, який визначають залежно від еквівалентного числа зубців Z_v . $Y_F = 1,34$;

Y_ε – коефіцієнт перекриття зубців, який для прямозубих і косозубих коліс наближено беруть $Y_\varepsilon = 0,75$;

Y_β – коефіцієнт нахилу зубців, $Y_\beta = (1 - \gamma/140^\circ) / \cos \gamma = 0,945$;

ω_{Ht} – питома розрахункова колова сила, що визначається за формулою (1.74):

$$\omega_{Ft} = \frac{F_t}{b_2} \times K_{F\beta} \times K_{Fv} \quad (1.74)$$

Коефіцієнти $K_{F\beta}$ і K_{Fv} вибирають аналогічно $K_{H\beta}$ і K_{Hv} , $K_{Fv} = 1,25$;

$K_{F\beta} = 1,13$.

Питома розрахункова колова сила:

$$\omega_{Ht} = \frac{24490}{72} \times 1,13 \times 1,25 = 481,64 \text{ Н/мм}$$

Розрахункове напруження згину:

$$\sigma_F = 1,34 \times 0,75 \times 0,945 \times \frac{481,64}{7} = 65,37 \text{ МПа}$$

Стійкість зубців проти втомного руйнування при згині забезпечується, оскільки розрахункові напруження згину менші від відповідних допустимих напружень $[\sigma]_F = 97,5 \text{ МПа}$

1.7.8. Перевірка зубців на міцність при згині максимальним навантаженням

$$\sigma_{Fmax} = \sigma_F \frac{T_{2max}}{T_2} = 65,37 \times \frac{12342}{6171} = 130,74 \text{ МПа}$$

Міцність зубців забезпечується, бо максимальні розрахункові напруження менші від гранично допустимих напружень $[\sigma]_{Fmax} = 184 \text{ МПа}$.

1.7.9. Розрахунок геометричних параметрів черв'ячної передачі

Розміри елементів витків черв'яка та зубців черв'ячного колеса:

- висота головки витка черв'яка та зубця колеса $h_a = m = 7 \text{ мм}$;
- висота ніжки $h_f = 1,2 \times m = 1,2 \times 7 = 8,4 \text{ мм}$;
- висота витка та зубця $h = 2,2 \times m = 2,2 \times 7 = 15,4 \text{ мм}$;
- розрахункова товщина витка $s = 0,5 \times \pi \times m = 0,5 \times 3,14 \times 7 = 11 \text{ мм}$;

Розміри вінців черв'яка та черв'ячного колеса:

- ділильні діаметри $d_1=84 \text{ мм}$; $d_2=504 \text{ мм}$ (обчислені вище);
- діаметри вершин зубців $d_{a1} = 98 \text{ мм}$, $d_{a2} = 530 \text{ мм}$;
- діаметри впадин

$$d_{f1} = d_1 - 2,4 \times m = 84 - 2,4 \times 7 = 67,2 \text{ мм}$$

$$d_{f2} = d_2 - 2,4 \times m = 530 - 2,4 \times 7 = 487,2 \text{ мм}$$

- найбільший діаметр черв'ячного колеса

$$d_{aM2} \leq d_{a2} + 1,5 \times m = 530 + 1,5 \times 7 = 540,5 \text{ мм}$$

– довжина нарізаної частини черв'яка, витки якого шліфують

$$b_1 \geq (11 + 0,06 \times z_2) \times m = (11 + 0,06 \times 72) \times 2,5 = 132,24 \text{ мм}$$

Вибираємо $b_1 = 133 \text{ мм}$.

– ширина вінця черв'ячного колеса $b_2 = 72 \text{ мм}$;

– міжосьова відстань передачі $a_w = 300 \text{ мм}$.

1.7.10. Розрахунок сил у зачепленні черв'ячної передачі

Колова сила:

$$F_{t2} = F_{a1} = 24,49 \text{ кН (обчислення вище).}$$

Радіальні сили на колесі і черв'яку:

$$F_{r1} = F_{r2} = F_{t2} \times \operatorname{tg} 20^\circ = 24,49 \times \operatorname{tg} 20^\circ = 8,913 \text{ кН}$$

Осьова сила на колесі і колова сила на черв'яку:

$$F_{a2} = F_{t1} = F_{t2} \times \operatorname{tg} \gamma = 24,89 \times \operatorname{tg} (9^\circ) = 4,081 \text{ кН}$$

1.7.11. ККД черв'ячної передачі.

$$\eta = (0,95 \dots 0,96) \frac{\operatorname{tg} \gamma}{\operatorname{tg} (\gamma + \varphi')} = (0,955) \frac{\operatorname{tg} 9^\circ 27' 44''}{\operatorname{tg} (9^\circ 27' 44'' + 3^\circ)} = 0,72$$

1.7.12. Перевірка черв'яка на жорсткість

Рівнодійна колової та радіальної сил на черв'яку:

$$F = \sqrt{F_{t1}^2 + F_{r1}^2} = \sqrt{4,081^2 + 8,913^2} = 9,8 \text{ кН}$$

Осьовий момент інерції перерізу черв'яка

$$J_0 = \frac{\pi \times d_{f1}^4}{64} = \frac{3,14 \times 67,2^4}{64} = 1 \times 10^6 \text{ мм}^4$$

Беремо наближено відстань між опорами черв'яка

$$l \approx 0,8 \times d_2 = 0,8 \times 504 = 403,2 \text{ мм}$$

За модуля пружності для сталі $E = 2,1 \times 10^5$ МПа розрахункова стрілка прогину черв'яка:

$$y = \frac{F \times l^3}{48 \times E \times J_0} = \frac{9,8 \times 10^3 \times 403,2^3}{48 \times 2,1 \times 10^5 \times 1 \times 10^6} = 0,064 \text{ мм}$$

Жорсткість черв'яка достатня, оскільки $y = 0,064 \text{ мм} < [y] = 0,07 \text{ мм}$.

1.8. Розрахунок валів

В завданні на проект необхідно спроектувати двоступінчастий редуктор. Вали двоступінчастих редукторів поділяються на вхідні (швидкохідні), вихідні (тихохідні) і проміжні. Більшість вхідних валів виконують як одне ціле з зубчастими вінцями (вал-шестерня) або черв'яками. Проміжні і вихідні вали містять шийки під маточини зубчастих або черв'ячних коліс. Особливістю редукторів для випробувальних машин на розтяг або стиск є те, що їх вихідні вали у більшості випадків розташовуються вертикально.

1.8.1. Розрахунок вихідного валу

Для виготовлення вала обираємо нормалізовану сталь 45, з такими характеристиками: границя міцності $\sigma_B = 598$ МПа, границя текучості $\sigma_T = 363$ МПа.

На початковому етапі розрахунку вала невідомими є довжина його ділянок і відстань між опорами. Через це неможливо обчислити згинальні моменти в перерізах вала. Тому проектний розрахунок вала полягає у визначенні його діаметра у характерних перерізах з умови міцності на чисте кручення.

Таблиця 1.3. Параметри тихохідного вала

Ступінь вала та його параметри d, l		Розрахунки
1-й вільний кінець вала	d_B	$d_B \geq \sqrt[3]{\frac{16 \times T}{\pi \times [\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \times 956}{\pi \times [25]}} = 57,96 \text{ мм}$

		де T – крутний момент на валу. $d_b = 60$ мм
	l_1	$l_1 = (1,0 \dots 1,5)d_1 = 1,25 \times 60 = 75$ мм Вибираю коротке виконання $l_1 = 82$ мм
2-й під ущільнення кришки з отвором і підшипник	d_n	$d_n = d_y = (1,05 \dots 1,1) \times d_b = 65$ мм Розмір відповідає внутрішньому діаметру
	d_y	відповідного кулькового радіально однорядного підшипника за ДСТУ ГОСТ 8338:2008.
3-й під колесо	l_2	$l_2 = 60$ Обираю розмір l_2 конструктивно
	d_3	$d_k = d_n + (2 \dots 2,5)$ Приймаємо $d_k = 70$ мм
4-й підпідшипник	l_3	$l_3 = 162$ мм
	d_4	$d_4 = 60$ мм
	l_4	$l_4 = 24$ мм

1.9. Розрахунок проміжного валу

Для виготовлення вала обираємо нормалізовану сталь 45, з такими характеристиками: границя міцності $\sigma_B = 598$ МПа, границя текучості $\sigma_T = 363$ МПа.

На початковому етапі розрахунку вала відомий діаметр вала-чerv'яка, тому інше невідомі довжини і діаметри знаходимо відповідно до раніше розрахованого діаметра черв'яка.

Таблиця 1.4. Параметри тихохідного вала

Ступінь вала та його параметри d, l		Розрахунки
1-й вала під зубчасте колесо	d_b	$d_b = 55 \text{ мм}$
	l_1	$l_1 = 116 \text{ мм}$
2-й під підшипник	d_n	$d_n = 60 \text{ мм}$ Розмір відповідає внутрішньому діаметру відповідного кулькового радіально-упорного однорядного підшипника за ГОСТ 831-75 .
	l_2	$l_2 = 48$ Обираю розмір l_2 конструктивно
3-й діаметр впадин черв'яка	d_3	$d_k = 67,2 \text{ мм}$
	l_3	$l_3 = 457,2 \text{ мм}$
4-й підпідшипник	d_4	$d_4 = 60 \text{ мм}$
	l_4	$l_4 = 24 \text{ мм}$

Перевірка статичної міцності вала. Попередньо визначимо сили, що діють у зачепленні зубчастих коліс і які передаються на вал.

Сили що діють у зачепленні косозубого колеса:

Колова сила

$$F_{t1} = 11,563 \text{ кН (обчислення вище).}$$

Радіальна сила

$$F_{r1} = \frac{F_t \times \operatorname{tg} 20^\circ}{\cos \beta} = \frac{11,863 \times \operatorname{tg} 20^\circ}{0,931} = 4,61 \text{ кН}$$

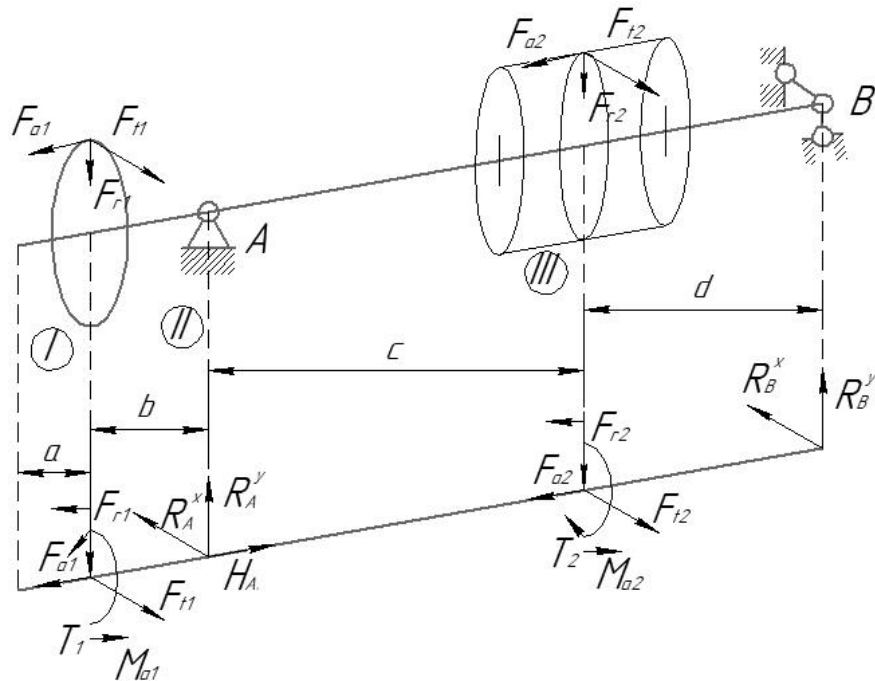


Рис. 1.5. Розрахункова схема вала

Осьова сила

$$F_{a1} = F_t \times \operatorname{tg} \beta = 11,863 \times \operatorname{tg}(20^\circ 36') = 4,459 \text{ кН}$$

Силу що діє в черв'ячному зачепленні:

Колова сила:

$$F_{t2} = F_{t2} \times \operatorname{tg} \gamma = 24,89 \times \operatorname{tg}(9^\circ) = 4,081 \text{ кН}$$

Радіальні сили на колесі і черв'яку:

$$F_{r2} = F_{t2} \times \operatorname{tg} 20^\circ = 24,49 \times \operatorname{tg} 20^\circ = 8,913 \text{ кН}$$

Осьова сила на колесі і колова сила на черв'яку:

$$F_{a2} = 24,49 \text{ кН (обчислення вище).}$$

Згинальний момент від дії осьової сили F_{a2}

$$M_{a2} = F_{a2} \times \frac{d_2}{2} = 24490 \times \frac{0,084}{2} = 1028,5 \text{ Н} \times \text{м}$$

$$M_{t2} = F_{t2} \times \frac{d_2}{2} = 171,4 \text{ Н} \times \text{м}$$

Згинальний момент від дії осьової сили F_{a1}

$$M_{a1} = F_{a1} \times \frac{d_1}{2} = 4459 \times \frac{0,4189}{2} = 187,28 \text{ Н} \times \text{м}$$

$$M_{t1} = F_{t1} \times \frac{d_1}{2} = 498,27 \text{ кН} \times \text{м}$$

Вал працює на згин, кручення і розтяг (стиск)

Реакція опор

$$\sum M_A = 0 \quad \sum M_B = 0$$

У вертикальній площині:

$$\sum M_A = F_{r2} \times c - F_{r1} \times b - R_B^y(d + c) - M_{a1} - M_{a2} = 0$$

$$R_B^y = \frac{F_{r2} \times c - F_{r1} \times b - M_{a1} - M_{a2}}{d + c} = 2125.2 \text{ Н}$$

$$\sum M_B = R_A^y(d + c) - F_{r1} \times (b + c + d) - F_{r2} \times d - M_{a1} - M_{a2} = 0$$

$$R_A^y = \frac{F_{r1} \times (b + c + d) + F_{r2} \times d + M_{a1} + M_{a2}}{d + c} = 11399 \text{ Н}$$

У горизонтальній площині:

$$\sum M_A = F_{t2} \times c - F_{t1} \times b - R_B^z(d + c) = 0$$

$$R_B^z = \frac{F_{t2} \times c - F_{t1} \times b}{d + c} = 201.7 \text{ Н}$$

$$\sum M_B = R_A^z(c + d) - F_{t2} \times d - F_{t1} \times (b + c + d) = 0$$

$$R_A^z = \frac{F_{t2} \times d + F_{t1} \times (b + c + d)}{d + c} = 15743.3 \text{ Н}$$

Згинальні моменти:

У вертикальній площині:

– згинальний момент у перерізі I-I

$$M_y^I = M_{a1} = 187.28 \text{ кН} \times \text{м}$$

– згинальний момент у перерізі II-II

$$M_y^{II} = M_{a1} - F_{r1} \times a = -80.13$$

– згинальний момент у перерізі III-III

$$M_y^{III} = R_b^y \times d = 381.26 \text{ Н} \times \text{м}$$

$$M_y^{III} = R_b^y \times d + M_{a2} = 1409.43 \text{ Н} \times \text{м}$$

В горизонтальній площині:

– згинальний момент у перерізі I-I

$$M_z^I = 0 \text{ Н} \times \text{м}$$

– згинальний момент у перерізі II-II

$$M_z^{II} = F_{t1} \times b = -1127 \text{ Н} \times \text{м}$$

– згинальний момент у перерізі III-III

$$M_z^{III} = R_B^z \times c = 36.18 \text{ Н} \times \text{м}$$

Сумарні згинальні моменти в перерізах I-I, II-II, III-III.

$$M_I = \sqrt{(M_y^I)^2 + (M_z^I)^2} = 187.28 \text{ Н} \times \text{м}$$

$$M_{II} = \sqrt{(M_y^{II})^2 + (M_z^{II})^2} = 1129.88 \text{ Н} \times \text{м}$$

$$M_{III} = \sqrt{(M_y^{III})^2 + (M_z^{III})^2} = 1410.28 \text{ Н} \times \text{м}$$

Згинальний момент у перерізі III-III більший, ніж в інших, тому перевірку міцності слід виконувати для перерізу III-III.

$$\sigma_{зг} = \frac{32 \times M_{III}}{\pi \times d^3} = 47.33 \text{ МПа}$$

$$\sigma_c = \frac{4 \times F_{a2}}{\pi \times d^2} = 6.9 \text{ МПа}$$

$$\tau = \frac{16 \times T}{\pi \times d^3} = 41.28 \text{ МПа}$$

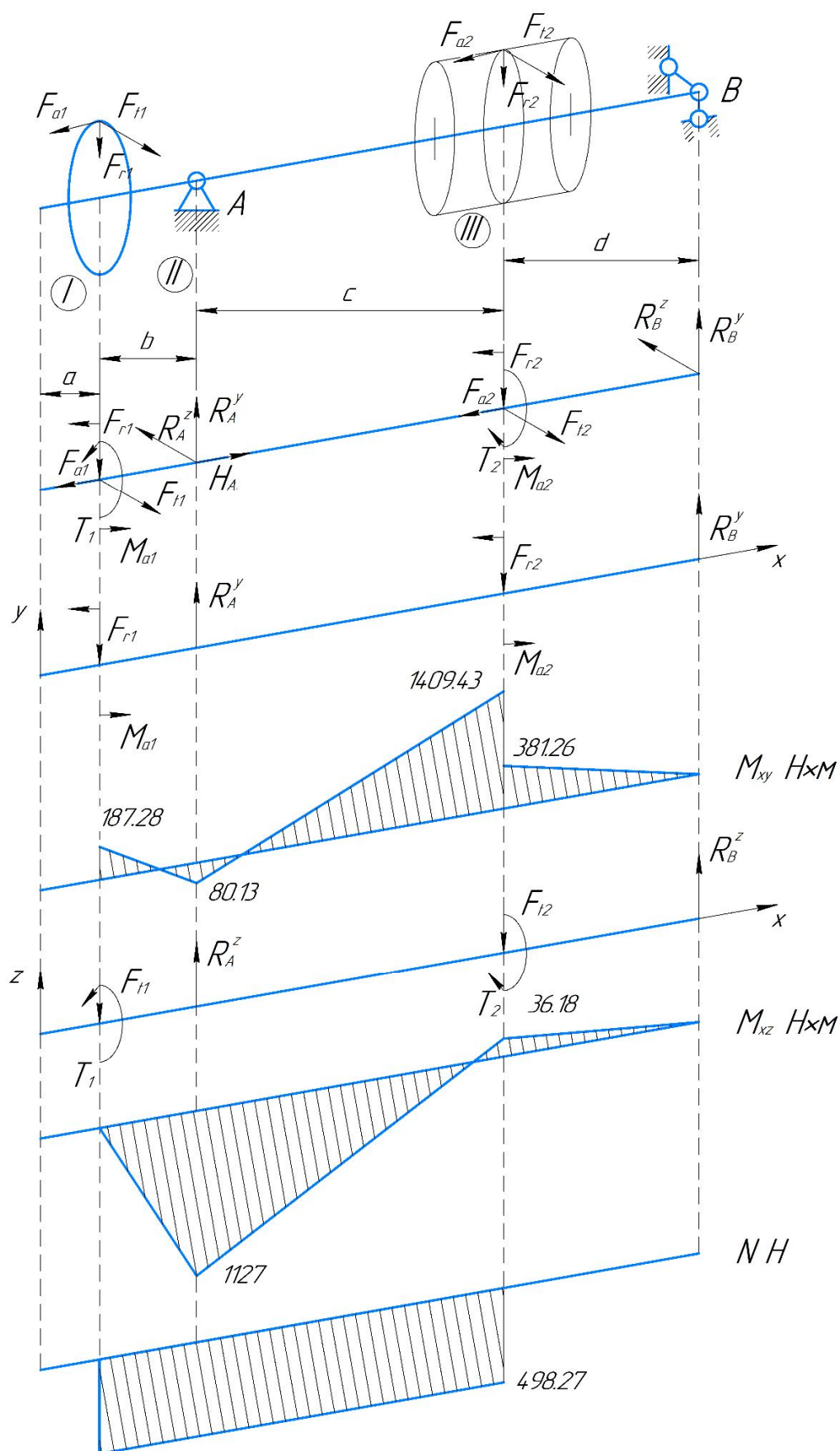


Рис. 1.6. Епюри

$$\sigma_{\text{екв}} = \sqrt{(\sigma_{3\Gamma} + \sigma_c)^2 + 4(\tau)^2} = 98,79 \text{ МПа}$$

Максимальне еквівалентне напруження при короточасних перевантаженнях

$$(\sigma_{\text{екв}})_{\text{max}} = \sigma_{\text{екв}} \times K_{\Pi} = 98,79 \times 2,2 = 217,34 \text{ МПа}$$

Допустиме еквівалентне напруження

$$[\sigma]_{\text{екв}} = \sigma_{\text{екв}} \times \sigma_T = 0,8 \times 363 = 290 \text{ МПа}$$

Умова статичної міцності вала виконується, оскільки $(\sigma_{\text{екв}})_{\text{max}} \leq [\sigma]_{\text{екв}}$

Розрахунок вала на витривалість

Вище було визначено, що найнебезпечнішим є переріз III-III вала. У цьому перерізі концентратором напружень є шпонковий паз, який утворюється пальцевою фрезою. Тому для перерізу III-III доцільно визначити розрахунковий коефіцієнт запасу міцності. Оскільки у перерізі III-III є нормальні та дотичні напруження, то спочатку визначимо коефіцієнти запасу s_{σ} і s_{τ} , а відтак і загальний розрахунковий коефіцієнт запасу міцності s .

Границі втоми матеріалу вала:

$$\sigma_{-1} = 0,45 \times \sigma_B = 269 \text{ МПа}$$

$$\tau_{-1} = 0,25 \times \sigma_B = 149,5 \text{ МПа}$$

Амплітуда нормальних і дотичних напружень:

$$\sigma_a = \frac{M_{II}}{W_{OH}} \approx \sigma_{3\Gamma} = 47,33 \text{ МПа}$$

$$\tau_a = \frac{T}{2W_{PH}} \approx \tau = 41,28 \text{ МПа}$$

Середні значення нормальних напружень:

$$\sigma_m = \frac{4F_{a2}}{\pi \times d^2} = \sigma_c = 6,9 \text{ МПа}$$

Середні значення дотичних напружень для випадку передавання

$$\tau_m = \tau_a = 22,12 \text{ МПа}$$

Ефективні коефіцієнти концентрації напружень K_{σ} і K_{τ} вибирають залежно від механічних характеристик матеріалу вала та форми концентратора напружень в перерізі. Концентратором напруження є різьба черв'яка в зачепленні, тому обираємо $K_{\sigma}=1,8$ і $K_{\tau}=1,24$.

Коефіцієнт K_d , що враховує вплив абсолютних розмірів перерізу вала, залежить від його матеріалу та діаметра перерізу. $K_d=0,76$

Коефіцієнти, що характеризують чутливість матеріалу вала до асиметрії циклу напружень, для сталевих валів:

$$\psi_\sigma = 0,2 + 2 \times 10^{-4} \sigma_B = 0,1396$$

$$\psi_\tau = 0,5 \times \psi_\sigma = 0,0698$$

Коефіцієнти запасу міцності за нормальними та дотичними напруженнями:

$$s_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{K_\sigma \times \sigma_a}{K_d} + \psi_\sigma \times \sigma_m} = 2,38$$

$$s_\tau = \frac{\tau_{-1}}{\frac{K_\tau \times \sigma \tau_a}{K_d} + \psi_\tau \times \tau_m} = 2,189$$

Загальний коефіцієнт запасу

$$s = \frac{s_\sigma \times s_\tau}{\sqrt{s_\tau^2 + s_\sigma^2}} = 1,611$$

Загальний розрахунковий коефіцієнт запасу міцності $s \geq [s]_{min}=1,5$ отже втомна міцність вала у перерізі III-III забезпечується.

Перевірка вала на жорсткість

Визначимо прогин вала у перерізі III-III і кут нахилу перерізу на опорі А. Для цього прикладемо у вертикальній і горизонтальній площинах до перерізу III-III одиничну силу $\overline{x}_1 = 1$, а на опорі А— одиничний момент $\overline{x}_2 = 1$.

Побудуємо епюри згинальних моментів $\overline{M}_1(x)$, $\overline{M}_2(x)$.

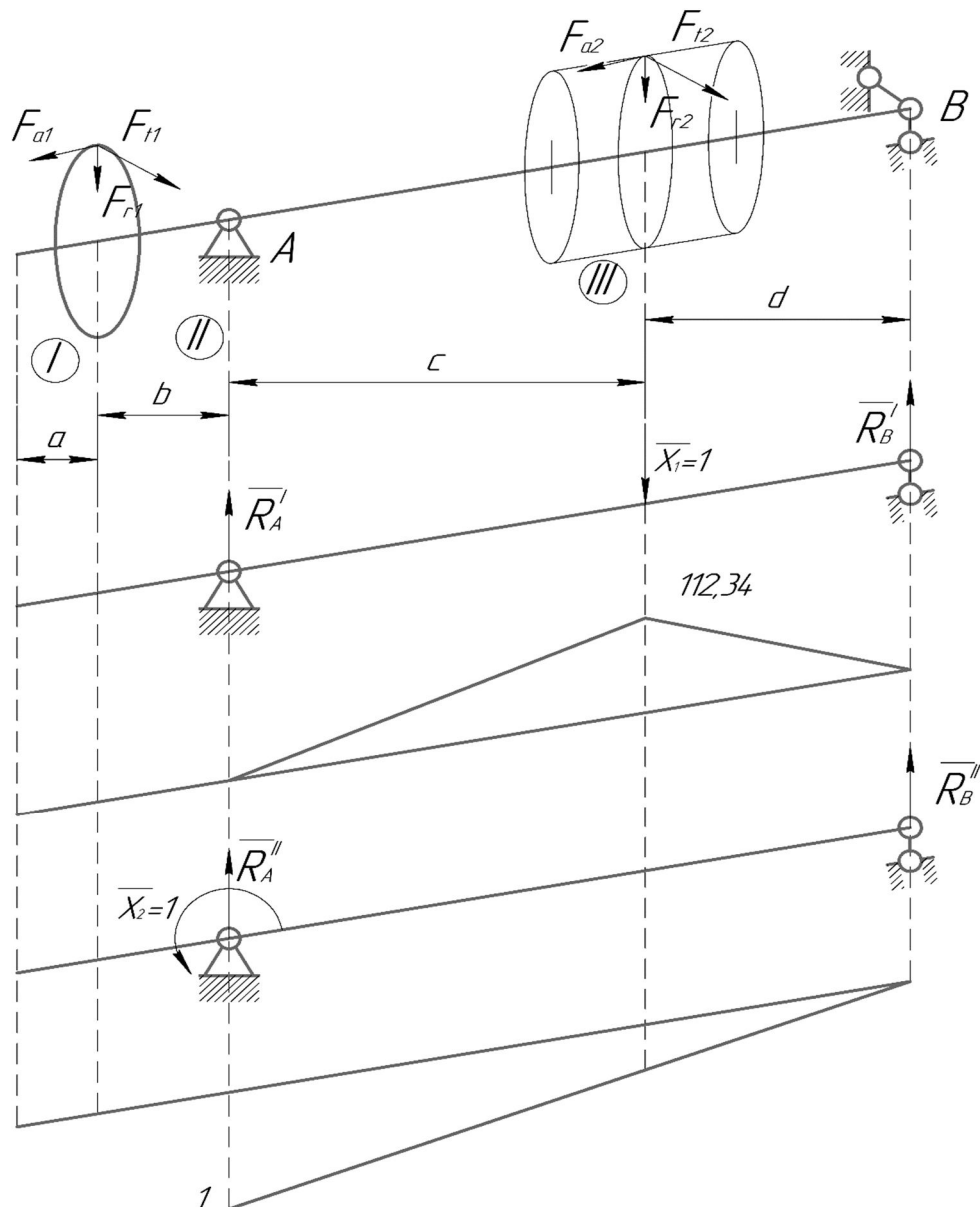


Рис. 1.7. Епюри згинальних моментів

Осьовий момент інерції перерізу вала

$$J = \frac{\pi \times d^4}{64} = \frac{3,14 \times 67,2^4}{64} = 1001029,76 \text{ мм}^4$$

Модуль пружності матеріалу $E = 2 \times 10^5$ МПа

Згідно зі способом Верещагіна прогин вала y_B і кут нахилу перерізу θ_B у вертикальній площині:

$$y_B = \frac{\Omega_1 \times \overline{M}'_{c1} + \Omega_2 \times \overline{M}'_{c2} + \Omega_3 \times \overline{M}'_{c3}}{E \times J}$$

$$y_B = \frac{-\frac{1}{2} \times 16,13 \times 80,13 \times 10^3 \times 2,014 + \frac{1}{2} \times 283,67 \times 1409,43 \times 10^3 \times 76,91}{2 \times 10^5 \times 1001029,76} +$$

$$+ \frac{\frac{1}{2} \times 179,4 \times 381,26 \times 10^3 \times 74,893}{2 \times 10^5 \times 1001029,76} = 0,008959 \text{ мм}$$

$$\theta_B = \frac{\Omega_1 \times \bar{M}_{c1}'' + \Omega_2 \times \bar{M}_{c2}'' + \Omega_3 \times \bar{M}_{c3}''}{E \times J}$$

$$\theta_B = \frac{\frac{1}{2} \times 16,13 \times 80,13 \times 10^3 \times 0,9888 - \frac{1}{2} \times 283,67 \times 1409,43 \times 10^3 \times 0,5717}{2 \times 10^5 \times 1001029,76} -$$

$$- \frac{\frac{1}{2} \times 179,4 \times 381,26 \times 10^3 \times 0,2496}{2 \times 10^5 \times 1001029,76} = -6,103 \times 10^{-4} \text{ рад}$$

Прогин вала y_r і кут нахилу перерізу θ_r у горизонтальній площині:

$$y_r = \frac{-\frac{1}{2} \times 290,475 \times 1127 \times 10^3 \times 36,2833}{2 \times 10^5 \times 1001029,76} +$$

$$+ \frac{\frac{1}{2} \times 9,325 \times 36,18 \times 10^3 \times 111,1794}{2 \times 10^5 \times 1001029,76} +$$

$$+ \frac{\frac{1}{2} \times 179,4 \times 36,18 \times 10^3 \times 74,893}{2 \times 10^5 \times 1001029,76} = -0,02777 \text{ мм}$$

$$\theta_r = \frac{\frac{1}{2} \times 290,475 \times 1127 \times 10^3 \times 0,79794}{2 \times 10^5 \times 1001029,76} -$$

$$- \frac{\frac{1}{2} \times 9,325 \times 36,18 \times 10^3 \times 0,38086}{2 \times 10^5 \times 1001029,76} -$$

$$- \frac{\frac{1}{2} \times 179,4 \times 36,18 \times 10^3 \times 0,2496}{2 \times 10^5 \times 1001029,76} = 6,56098 \times 10^{-4} \text{ рад}$$

Повний прогин вала у перерізі III-III:

$$y = \sqrt{y_B^2 + y_r^2}$$

$$y = \sqrt{0,008959^2 + (-0,02777)^2} = 0,02918 \text{ мм}$$

Допустимий прогин вала під зубчатим колесом $[y] = 0,01\text{м} = 0,05\text{мм}$

Маємо $y < [y]$.

Повний кут нахилу перерізу на опорі В:

$$\theta = \sqrt{\theta_B^2 + \theta_r^2}$$

$$\theta = \sqrt{(-6,103 \times 10^{-6})^2 + (6,5698 \times 10^{-4})^2} = 8,9606 \times 10^{-4} \text{ рад}$$

Допустимий кут нахилу перерізу під кульковими радіальними підшипниками $[\theta] = 0,01 \text{ рад}$, Маємо $[\theta] > \theta$.

Таким чином, жорсткість вала забезпечується.

1.10. Розрахунок тихохідного вала

Для виготовлення вала обираємо нормалізовану сталь 45, з такими характеристиками: границя міцності $\sigma_B = 598 \text{ МПа}$, границя текучості $\sigma_T = 363 \text{ МПа}$. На початковому етапі розрахунку вала невідомими є довжина його ділянок і відстань між опорами. Через це неможливо обчислити згинальні моменти в перерізах вала. Тому проектний розрахунок вала полягає у визначенні його діаметра у характерних перерізах з умови міцності на чисте кручення.

Таблиця 1.5. Параметри тихохідного вала

Ступінь вала та його параметри d, l		Розрахунки
1-й вільний кінець вала	d_B	$d_B = 60 \text{ мм}$
	l_1	$l_1 = (1,0 \dots 1,5)d_1 = 1,25 \times 60 = 75 \text{ мм}$ Вибираю з таблиці 5.4 [5] з 1-го ряду, виконання коротке $l_1 = 82 \text{ мм}$
	d_n	$d \geq \sqrt[3]{\frac{16 \times T}{\pi \times [\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \times 6171}{\pi \times [35]}} = 96,5 \text{ мм}$
	d_y	
		$d = 100 \text{ мм}$

2-й під черв'ячне колесо, ущільнення кришки з отвором і підшипник		Розмір відповідає внутрішньому діаметру відповідного кулькового радіально однорядного підшипника за ДСТУ ГОСТ 8338:2008.
	l_2	Обираю розмір l_2 конструктивно: $l_2 = 60$
3-й кінець вала під муфту	d_3	$d_b = 80$ мм
	l_3	Приймаємо $l_3 = 150$ мм

1.11. Підбір та розрахунок підшипників

1.11.1. Підбір підшипників швидкохідного вала

Підберемо підшипники кочення для проміжного вала редуктора за такими даними, одержаними при розрахунку вала: радіальні навантаження на опори вала, осьове навантаження вала та діаметр цапф вала для підшипників.

Радіальну силу розраховуємо за формулою (1.75).

$$R_r = \sqrt{R_B^2 + R_T^2} \quad (1.75)$$

$$R_A = \sqrt{4077,4^2 + 2507,9^2} = 4786,9 \text{ Н}$$

$$R_B = \sqrt{533,4^2 + 9670,2} = 9684,9 \text{ Н}$$

Найнавантаженішою опорою у цій схемі є опора В, тому що вона навантажена найбільшою радіальною силою R_B і сприймає осьову силу F_a .

Оскільки

$$\frac{F_a}{R_B} = \frac{4459,2}{9684,9} = 0,46 \geq 0,35$$

тому використовуємо кульковий радіально-упорний підшипник особливо легкої серії 46112 згідно ГОСТ 831-75, для якого маємо наступні характеристики: базова статична вантажність $C_0 = 24,5$ кН; базова динамічна вантажність $C = 37,4$ кН. Для опори А вала беремо підшипник серії №46113.

1.11.2. Підбір підшипників валу-черв'яка

Радіальну силу розраховуємо за формулою (1.75).

$$R_A = \sqrt{11399^2 + 15743,4^2} = 19436,9 \text{ Н}$$

$$R_B = \sqrt{2125,2^2 + 201,7^2} = 2134,7 \text{ Н}$$

Найнавантаженішою опорою у цій схемі є опора А, тому що вона навантажена найбільшою радіальною силою R_A і сприймає осьову силу F_a .

Оскільки

$$\frac{F_a}{R_B} = \frac{28948,63}{19436,9} = 1,48 \geq 0,35$$

тому використовуємо кульковий радіально-упорний підшипник легкої серії 36212 згідно ГОСТ 831-75, для якого маємо наступні характеристики: базова статична вантажність $C_0 = 39,3$ кН; базова динамічна вантажність $C = 61,5$ кН.

Розрахункове еквівалентне навантаження на підшипник визначається за формулою (1.76)

$$R = (X \times V \times R_r + Y \times R_a) \times K_6 \times K_T \quad (1.76)$$

де X і Y – коефіцієнти радіального та осьового навантаження відповідно. Значення коефіцієнтів X і Y вибирають в залежності від співвідношення величин $\frac{R_a}{VR_r} = 0,737$, і параметра осьового навантаження e за каталогами підшипників.

$e = 0,54$. Оскільки $\frac{R_a}{VR_r} = 0,737 > e$, то $X = 0,45$ і $Y = 1$;

V – коефіцієнт обертання, $V = 1$ адже обертається внутрішнє кільце підшипника;

K_6 – коефіцієнт безпеки, при короткочасних перевантаженнях до 150%
 $K_6 = 1,5$;

K_T – температурний коефіцієнт, при робочій температурі підшипників до 100°C $K_T = 1$;

Розрахункове еквівалентне навантаження на підшипник:

$$R = (0,45 \times 1 \times 19436,9 + 1 \times 28948,63) \times 1,5 \times 1 = 44863,9 \text{ Н}$$

З урахуванням режиму навантаження протягом строку служби еквівалентне навантаження визначається за формулою (1.77)

$$R_E = K_E \times R \quad (1.77)$$

де K_E – коефіцієнт інтенсивності, для типового режиму навантаження Л (легкого) $K_E = 0,40$;

$$R_E = 0,4 \times 44863,9 = 17945,6 \text{ Н}$$

Розрахункова довговічність підшипника розраховується за формулами (1.78) та (1.79)

$$L = a_1 \times a_{23} \left(\frac{C_r}{R_E} \right)^p \quad (1.78)$$

$$L_h = 1745 \frac{L}{\omega} \quad (1.79)$$

де a_1 – коефіцієнт, що враховується у разі потреби мати підшипники підвищеної надійності. Для 90%-ї надійності коефіцієнт $a_1 = 0,62$;

a_{23} – коефіцієнт враховує якість матеріалу деталей підшипника та умови експлуатації. Для звичайних умов експлуатації серійних кулькових радіальних-упорних підшипників коефіцієнт $a_{23} = 0,8$;

p – показник степеня: для кулькових підшипників $p=3$.

Розрахункова довговічність

$$L = 0,62 \times 0,8 \left(\frac{61500}{17945,6} \right)^3 = 19,96 \text{ млн. об.}$$

$$L_h = 1745 \times \frac{19,96}{17,96/60} = 116407 \text{ год}$$

Попередньо вибраний підшипник №36212 для опори А вала має довговічність більшу від заданої потрібної. Для опори В вала беремо такий же підшипник.

1.11.3. Підбір підшипників тихохідного валу

Радіальну силу розраховуємо за формулою (1.75).

$$R_A = \sqrt{9263,1^2 + 34324,3^2} = 35552,2 \text{ Н}$$

$$R_B = \sqrt{(-349,6)^2 + (-41334,6)^2} = 41336,1 \text{ Н}$$

Найнавантаженою опорою у цій схемі є опора В, тому що вона навантажена найбільшою радіальною силою R_B і сприймає осьову силу F_a .

Використовуємо кульковий радіально-упорний підшипник легкої серії 36120К6 згідно ГОСТ 831-75, для якого маємо наступні характеристики: базова статична вантажність $C_0 = 60 \text{ кН}$; базова динамічна вантажність $C = 58,5 \text{ кН}$.

2. ПРОЕКТУВАННЯ КОРЕГОВАНОГО ЕВОЛЬВЕНТНОГО ЗАЧЕПЛЕННЯ ЗУБЧАСТИХ КОЛІС

2.1. Мета проведення корегування

Циліндрична зубчата передача є складовою частиною привода установки УСНС-2. В першому розділі були визначені геометричні розміри відповідно до заданого крутного моменту, швидкості та частоти обертання валу. Під час розрахунків враховувались режим роботи, проектний строк експлуатації і коефіцієнт перевантаження. Для виготовлення колеса та шестерні була обрана легрована сталь 40ХН (поковка) із термообробкою поліпшення.

При нарізанні колеса та шестерні не передбачалось зміщення інструменту, адже дані зубчасті колеса не були кореговані. Окрім цього, показники якості зачеплення не досліджувались. Тому завданням даного розділу є проведення перевірки показників якості зачеплення та їх покращення шляхом вибору оптимальних коефіцієнтів зміщення.

2.2. Вибір коефіцієнтів зміщення

Передача оптимізується за такими якісними показниками: коефіцієнт торцевого перекриття ε_{α} ; коефіцієнт питомого ковзання λ ; коефіцієнт питомого тиску θ .

Окрім перерахованих показників необхідно враховувати коефіцієнт товщини зубця у вершині, адже надмірне загострення зубця може призвести до неприпустимого зменшення його міцності у вершині в початковий момент контакту.

Коефіцієнт торцевого перекриття вводиться для забезпечення неперервності зачеплення. Для циліндричної косозубої передачі, із ступенем точності $n_{\text{ст}} = 9$ маємо наступні допустимі значення коефіцієнта торцевого перекриття $\varepsilon_{\alpha} \geq 1$.

Коефіцієнт питомого ковзання – це характеристика ступеня ковзання коліс під час зачеплення. При розрахунку в програмі PROF-Z необхідно обирати найближчі значення коефіцієнтів питомого ковзання для колеса та шестерні.

Для врахування впливу кривизни профілів зубців на контактні напруження використовується коефіцієнт питомого тиску.

При виборі коефіцієнтів зміщення мають виконуватись наступні умови: відсутність підрізання зубців та загострення вершин. Також має бути забезпечена неперервність зачеплення. При певному від'ємному значенні коефіцієнта зміщення відбувається підрізання ніжки зубця, а за певного додатного – можливе загострення головки. Такі форми зубця неприпустимі. Тому необхідно щоб вибрані коефіцієнти зміщення для шестерні та колеса повинні бути більше за $x_{\min 1}$ та $x_{\min 2}$.

Загострення зубця характеризується коефіцієнтом товщини зубця, граничні значення якого визначаються структурою матеріалу і видом термообробки. Для термообробки поліпшення маємо $S_a \geq 0,25 \dots 0,3$.

2.3. Розрахунок параметрів не корегованої передачі

Порядок розрахунку:

1. Запуск програми PROF-Z.
2. Вводимо дані:
 - кількість зубців z_1 і z_2 ;
 - модуль зачеплення m ;
 - кут нахилу зубця β .

Підтвердивши, що введена міжосьова відстань, вводимо її значення.

Вхідні дані:

Кількість зубів шестерні: $z_1 = 30$

Число зубів колеса: $z_2 = 78$

Модуль зачеплення: $m = 5$ мм

Кут нахилу лінії зуба (град): $\beta = 21.4036^\circ$

Міжосьова відстань $a_w = 290$ мм.

Задаємо діапазон зміни x_1 в межах від 0 до 0.

Отримані дані записуємо в Табл. 2.1.

Табл. 2.1. Показники якості не корегованого зачеплення

№	x1	x2	xk1	xk2	ea	λ_1	λ_2	θ
1	0	0	0,819	0,869	1,566	1,075	0,253	0,254

$$x1_{\min} = -1,143 \quad x2_{\min} = -4,571$$

В результаті розрахунку були отримані значення коефіцієнту товщини зубця $S_a = 0,819$ для шестерні та $S_a = 0,869$ для колеса. Отже обраний раніше матеріал задовольняє умову не загострення зубців $S_a \geq 0,25 \dots 0,3$. Коефіцієнт перекриття нульового зміщення має значення $\varepsilon_\alpha = 1,566 > [\varepsilon_\alpha] = 1$. Розрахункові коефіцієнти ковзання спроектованої зубчастої передачі без зміщення: $\lambda_1 = 1,075$, $\lambda_2 = 0,253$ – це вказує на те, що спрацювання колеса та шестерні відбуватиметься нерівномірно. Розрахуємо інші параметри передачі приймаючи коефіцієнт зміщення шестерні $x_1 = 0$.

Вибраний коефіцієнт зміщення шестерні $x1=0.000$

Вибраний коефіцієнт зміщення колеса $x2=0.000$

Параметри з'єднання

Міжосьова відстань: $a_w = 290$ мм

Кут зачеплення (град): $\alpha_{tw} = 21.352^\circ$

Висота зуба: $h_i = 11.25$ мм

Коефіцієнт торцевого перекриття: $ea = 1.566$

Коефіцієнт тиску в полюсі: $\theta = 0.254$

Параметри шестерні

Радіус ділильного кола: $r = 80.556$ мм

Радіус початковій окружності: $r_w = 80.556$ мм

Радіус кола вершин: $r_a = 85.556$ мм

Радіус кола западин: $r_f = 74.306$ мм

Радіус основного кола: $r_b = 75.026$ мм

Коефіцієнт товщини по окружності вершин: $sk = 0.762$

Коефіцієнт питомого ковзання: $\lambda = 1.075$

Параметри колеса

Радіус ділительного кола: $r = 209.445$ мм

Радіус початковій окружності: $r_w = 209.445$ мм

Радіус кола вершин: $r_a = 214.445$ мм

Радіус кола западин: $r_f = 203.195$ мм

Радіус основного кола: $r_b = 195.069$ мм

Коефіцієнт товщини по окружності вершин: $sk = 0.809$

Коефіцієнт питомого ковзання: $\lambda = 0.253$

Обчислюємо за допомогою програми координати двадцяти точок профілю зубців шестерні та колеса і записуємо відповідно у Табл. 2.2. і Табл. 2.3.

Табл. 2.2. Координати точок профілю зубця шестерні

№	Т-д	х	у
1	Прхд	6,37	74,274
2	Прхд	5,76	74,877
3	Прхд	5,45	75,439
4	Прхд	5,281	75,953
5	Прхд	5,184	76,455
6	Евлв	5,125	76,852
7	Евлв	5,048	77,29
8	Евлв	4,951	77,77
9	Евлв	4,833	78,291
10	Евлв	4,692	78,852
11	Евлв	4,525	79,452
12	Евлв	4,331	80,09
13	Евлв	4,108	80,765
14	Евлв	3,853	81,476
15	Евлв	3,565	82,223
16	Евлв	3,242	83,002
17	Евлв	2,883	83,815
18	Евлв	2,485	84,658
19	Евлв	2,046	85,531

Табл. 2.3. Координати точок профілю зубця колеса

№	Т-д	х	у
1	Прхд	7,829	202,996
2	Прхд	6,846	203,28

3	Прхд	6,28	203,748
4	Прхд	5,997	204,152
5	Прхд	5,843	204,48
6	Прхд	5,747	204,764
7	ЕвЛВ	5,572	205,356
8	ЕвЛВ	5,386	205,964
9	ЕвЛВ	5,189	206,587
10	ЕвЛВ	4,98	207,226
11	ЕвЛВ	4,759	207,881
12	ЕвЛВ	4,525	208,55
13	ЕвЛВ	4,279	209,235
14	ЕвЛВ	4,019	209,935
15	ЕвЛВ	3,747	210,649
16	ЕвЛВ	3,46	211,378
17	ЕвЛВ	3,16	212,121
18	ЕвЛВ	2,845	212,878
19	ЕвЛВ	2,516	213,649
20	ЕвЛВ	2,172	214,434

2.4. Розрахунок параметрів корегованої передачі

Проведемо корегування даної передачі. Для цього межі зміни коефіцієнта зміщення шестерні задаємо від 0 до 1. Отримані дані записуємо в Табл. 2.4.

Табл. 2.4. Показники якості корегованого зачеплення при $0 \leq x_1 \leq 1$

№	x_1	x_2	x_{k1}	x_{k2}	e_a	λ_1	λ_2	θ
1	0	0	0,819	0,869	1,566	1,075	0,253	0,254
2	0,1	-0,1	0,796	0,877	1,555	0,907	0,28	0,254
3	0,2	-0,2	0,77	0,885	1,541	0,759	0,307	0,254
4	0,3	-0,3	0,742	0,891	1,525	0,627	0,334	0,254
5	0,4	-0,4	0,712	0,897	1,508	0,51	0,362	0,254
6	0,5	-0,5	0,68	0,901	1,488	0,404	0,39	0,254
7	0,6	-0,6	0,645	0,904	1,467	0,308	0,419	0,254
8	0,7	-0,7	0,608	0,906	1,443	0,22	0,448	0,254
9	0,8	-0,8	0,569	0,907	1,418	0,141	0,478	0,254
10	0,9	-0,9	0,528	0,907	1,39	0,067	0,508	0,254
11	1	-1	0,484	0,905	1,361	0	0,539	0,254

$$x_{1\min} = -1,143$$

$$x_{2\min} = -4,571$$

Вирівнювання коефіцієнтів ковзання λ_1 і λ_2 відбувається в діапазоні $0,308 \leq \lambda \leq 0,419$. Отже в наступному розрахунку будемо використовувати межі коефіцієнту зміщення x_1 від 0,5 до 0,6 Отримані дані представлено в Табл. 2.5.

Табл. 2.5. Показники якості корегованого зачеплення при $0,5 \leq x_1 \leq 0,6$.

№	x_1	x_2	x_{k1}	x_{k2}	ea	λ_1	λ_2	θ
1	0,5	-0,5	0,68	0,901	1,488	0,404	0,39	0,254
2	0,51	-0,51	0,676	0,902	1,486	0,394	0,393	0,254
3	0,52	-0,52	0,673	0,902	1,484	0,384	0,396	0,254
4	0,53	-0,53	0,67	0,902	1,482	0,374	0,399	0,254
5	0,54	-0,54	0,666	0,903	1,48	0,364	0,402	0,254
6	0,55	-0,55	0,663	0,903	1,478	0,354	0,405	0,254
7	0,56	-0,56	0,659	0,903	1,476	0,345	0,407	0,254
8	0,57	-0,57	0,656	0,904	1,473	0,335	0,41	0,254
9	0,58	-0,58	0,652	0,904	1,471	0,326	0,413	0,254
10	0,59	-0,59	0,649	0,904	1,469	0,317	0,416	0,254
11	0,6	-0,6	0,645	0,904	1,467	0,308	0,419	0,254

$$x_{1\min} = -1,143$$

$$x_{2\min} = -4,571$$

Вирівнювання коефіцієнтів ковзання λ_1 і λ_2 відбувається в діапазоні $0,384 \leq \lambda \leq 0,396$. Отже в наступному розрахунку будемо використовувати межі коефіцієнту зміщення x_1 від 0,51 до 0,52. Отримані дані представлено в Табл.2.6.

Табл. 2.6. Показники якості корегованого зачеплення при $0,51 \leq x_1 \leq 0,52$

№	x_1	x_2	x_{k1}	x_{k2}	ea	λ_1	λ_2	θ
1	0,51	-0,51	0,676	0,902	1,486	0,394	0,393	0,254
2	0,511	-0,511	0,676	0,902	1,486	0,393	0,393	0,254
3	0,512	-0,512	0,676	0,902	1,486	0,392	0,394	0,254
4	0,513	-0,513	0,675	0,902	1,486	0,391	0,394	0,254
5	0,514	-0,514	0,675	0,902	1,485	0,39	0,394	0,254
6	0,515	-0,515	0,675	0,902	1,485	0,389	0,395	0,254
7	0,516	-0,516	0,674	0,902	1,485	0,388	0,395	0,254
8	0,517	-0,517	0,674	0,902	1,485	0,387	0,395	0,254
9	0,518	-0,518	0,674	0,902	1,485	0,386	0,395	0,254
10	0,519	-0,519	0,673	0,902	1,484	0,385	0,396	0,254
11	0,52	-0,52	0,673	0,902	1,484	0,384	0,396	0,254

$$x_{1\min} = -1,143 \quad x_{2\min} = -4,571$$

Вирівнювання коефіцієнтів ковзання відбувається при $x_1 = 0,393$. Далі розраховуємо інші параметри передачі, прийнявши коефіцієнт зміщення шестерні $S_a = 0,676$, а коефіцієнт зміщення колеса $S_a = 0,902$, отже матеріал задовольняє умову не загострення зубців. Коефіцієнт перекриття $\varepsilon_\alpha = 1,486 > [\varepsilon_\alpha] = 1$, що забезпечує неперервність зачеплення. Коефіцієнти питомого ковзання $\lambda_1 = \lambda_2 = 0,393$ тому спрацювання колеса та шестерні буде відбуватися рівномірно, що збільшить сумарний ресурс передачі.

Далі розраховуємо інші параметри передачі, прийнявши коефіцієнт зміщення шестерні $x_1 = 0,511$.

Вхідні параметри

Кількість зубів шестерні: $z_1 = 30$

Число зубів колеса: $z_2 = 78$

Модуль зачеплення: $m = 5$ мм

Кут нахилу лінії зуба (град): $\beta_0 = 21.4036^\circ$

Коефіцієнт зміщення шестерні: $x_1 = 0.511$

Коефіцієнт зміщення колеса: $x_2 = -0.511$

Параметри з'єднання

Міжосьова відстань: $a_w = 290$ мм

Кут зачеплення (град): $\alpha_{tw} = 21.352^\circ$

Висота зуба: $h_i = 11.25$ мм

Коефіцієнт торцевого перекриття: $e_\alpha = 1.486$

Коефіцієнт тиску в полюсі: $\theta = 0.254$

Параметри шестерні

Радіус ділительного кола: $r = 80.556$ мм

Радіус початковій окружності: $r_w = 80.556$ мм

Радіус кола вершин: $r_a = 88.111$ мм

Радіус кола западин: $r_f = 76.861$ мм

Радіус основного кола: $r_b = 75.026$ мм

Коефіцієнт товщини по окружності вершин: $s_k = 0.629$

Коефіцієнт питомого ковзання: $\lambda = 0.393$

Параметри колеса

Радіус ділительного кола: $r = 209.445$ мм

Радіус початковій окружності: $r_w = 209.445$ мм

Радіус кола вершин: $r_a = 211.89$ мм

Радіус кола западин: $r_f = 200.64$ мм

Радіус основного кола: $r_b = 195.069$ мм

Коефіцієнт товщини по окружності вершин: $s_k = 0.839$

Коефіцієнт питомого ковзання: $\lambda = 0.393$ Отже обчислимо за допомогою програми координати двадцять точок профілю зубців шестерні та колеса і занотуємо їх відповідно у Табл. 2.7. і Табл. 2.8.

Табл. 2.7. Координати точок профілю зубця шестерні

№	Т-д	x	y
1	Прхд	6,771	76,948
2	Прхд	6,262	77,422
3	Прхд	6,03	77,8
4	Прхд	5,918	78,078
5	Прхд	5,859	78,293
6	Евлв	5,734	78,813
7	Евлв	5,588	79,366
8	Евлв	5,42	79,952
9	Евлв	5,227	80,569
10	Евлв	5,009	81,217
11	Евлв	4,763	81,895
12	Евлв	4,489	82,603
13	Евлв	4,186	83,338
14	Евлв	3,85	84,101
15	Евлв	3,482	84,89
16	Евлв	3,08	85,704
17	Евлв	2,643	86,542
18	Евлв	2,169	87,402
19	Евлв	1,658	88,284

Табл. 2.8. Координати точок профілю зубця шестерні

№	Т-д	x	y
1	Прхд	7,723	200,254

2	Прхд	6,654	200,567
3	Прхд	6,011	201,112
4	Прхд	5,66	201,635
5	Прхд	5,446	202,121
6	Прхд	5,3	202,602
7	Евлв	5,16	203,142
8	Евлв	5,009	203,701
9	Евлв	4,848	204,276
10	Евлв	4,675	204,868
11	Евлв	4,491	205,477
12	Евлв	4,295	206,103
13	Евлв	4,087	206,746
14	Евлв	3,866	207,404
15	Евлв	3,632	208,079
16	Евлв	3,385	208,77
17	Евлв	3,124	209,477
18	Евлв	2,85	210,199
19	Евлв	2,561	210,936
20	Евлв	2,257	211,689

За розрахованими програмою координатами точок профілів зубців шестерні і колеса на рис. 2.1. зображуємо відповідно кореговані та не кореговані профілі зубців.

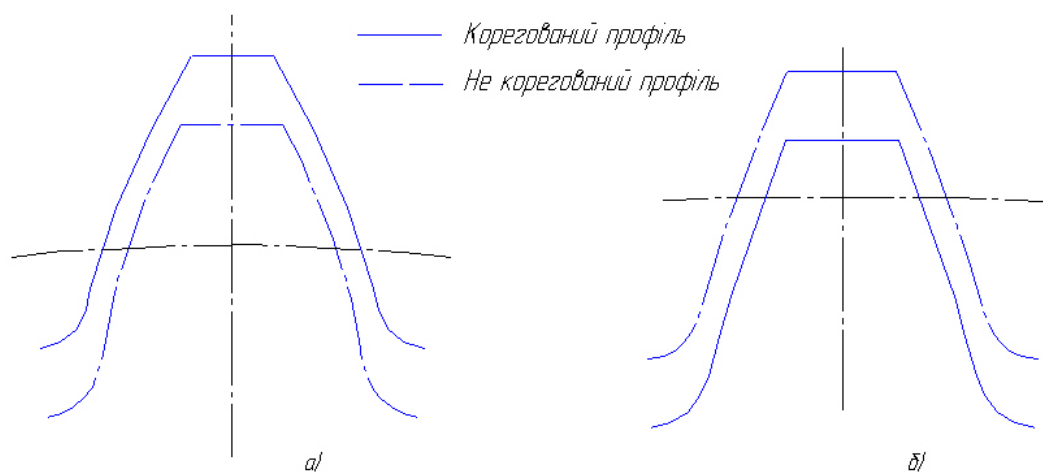


Рис. 2.1. Кореговані та не кореговані профілі зубців:
а) колеса; б) шестерні.

2.5. Висновки

В результаті проведеного корегування були визначені коефіцієнти зміщення ($x_1 = 0,511$, $x_2 = -0,511$), при яких основні геометричні показники якості зачеплення зубчастої передачі отримали оптимальні значення.

- 1) умова рівномірного спрацювання шестерні і колеса виконується через те, що коефіцієнти ковзання однакові $\lambda_1 = \lambda_2 = 0,393$.
- 2) умова неперервності зачеплення виконується, оскільки $\varepsilon_\alpha = 1,486 > [\varepsilon_\alpha] = 1$.
- 3) загострення зубців відбувається в заданих межах для призначеного способу термообробки, а саме поліпшення, оскільки $sk1 = 0.676 > 0.25$; $sk2 = 0.902 > 0.25$
- 4) підрізання зубців не відбувається $x_1 = 0,511 > x_{1min} = -1,143$, $x_2 = -0,511 > x_{2min} = -4,571$

У випадку корегованої передачі знос шестерні та зубчастого колеса є рівномірним. Отже строк служби передачі буде більшим.

3. ПРОЕКТУВАННЯ ОПОРНОЇ ПЛИТИ

Для колової ступінчатої пластини необхідно розрахувати допустимі навантаження та побудувати епюри внутрішніх зусиль, прогинів і визначити допустиме навантаження використовуючи 4 теорію міцності, враховуючи, що $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$, $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$, $\mu = 0,3$.

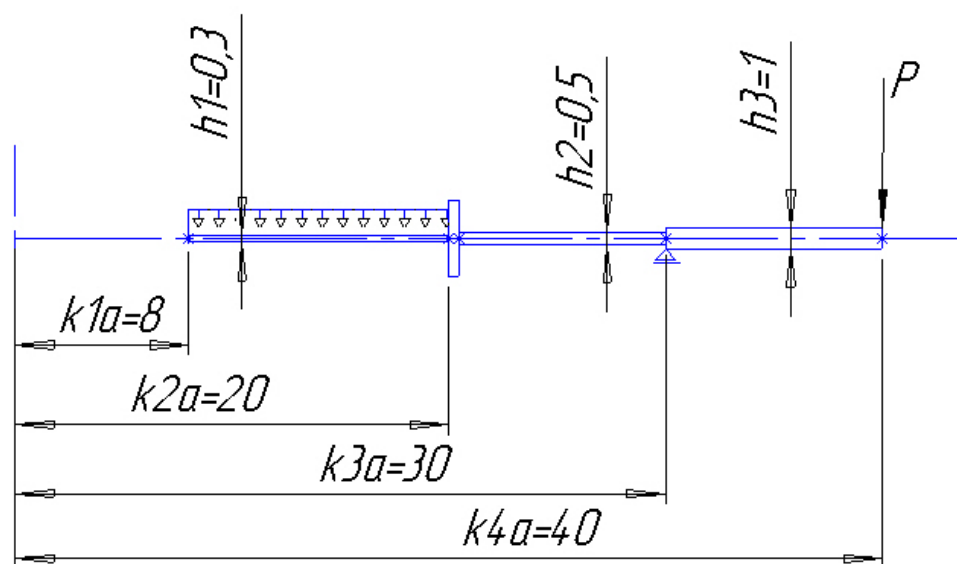


Рис. 3.1. Умова задачі

Задано такі параметри:

$$a = 2 \text{ см}, k_1 = 4, k_2 = 10, k_3 = 15, k_4 = 20, h_1 = 0.3, h_2 = 0.5, h_3 = 1$$

$$P = 60q, H = 3h_1.$$

Розв'яжемо цю задачу методом двох розрахунків для симетричних пластин східчасто-змінної товщини. Перший розрахунок проводиться по формулі $\bar{X}_{i2} = L_i \bar{X}_{i1}$. Другий розрахунок ведуть по формулі $\bar{\bar{X}}_{i2} = L_i \bar{\bar{X}}_{i1} + R_i$. Вектор напружено деформованого стану знаходимо по формулі $X = C \bar{X} + \bar{\bar{X}}$, де стала C знаходиться із граничних умов на кінці пластинки.

Введемо позначення:

L_i – матриця переходу,

R_i – вектор навантаження,

D_i – циліндрична жорсткість,

λ_i – відношення радіусів

Пластина складається з трьох ділянок, для яких можемо визначити безрозмірну характеристику ділянок λ_i :

Спочатку визначемо довжини ділянок.

$$r_{11} = k_1 \times a = 4 \times 20 = 80 \text{ мм}$$

$$r_{12} = r_{21} = k_2 \times a = 10 \times 20 = 200 \text{ мм}$$

$$r_{22} = r_{31} = k_3 \times a = 15 \times 20 = 300 \text{ мм}$$

$$r_{32} = k_4 \times a = 20 \times 20 = 400 \text{ мм}$$

Визначення циліндричної жорсткості:

$$D_1 = \frac{E \times h_1^3}{12(1 - \mu^2)} = \frac{2 \times 10^5 \times 3^3}{12(1 - 0,3^2)} \cdot \frac{H \times \text{мм}^3}{\text{мм}^2} = 4,095 \times 10^5 \text{ Н} \times \text{мм}$$

$$D_2 = \frac{E \times h_2^3}{12(1 - \mu^2)} = \frac{2 \times 10^5 \times 5^3}{12(1 - 0,3^2)} \cdot \frac{H \times \text{мм}^3}{\text{мм}^2} = 1,89583 \times 10^6 \text{ Н} \times \text{мм}$$

$$D_3 = \frac{E \times h_3^3}{12(1 - \mu^2)} = \frac{2 \times 10^5 \times 10^3}{12(1 - 0,3^2)} \cdot \frac{H \times \text{мм}^3}{\text{мм}^2} = 1,51667 \times 10^7 \text{ Н} \times \text{мм}$$

$$\lambda_1 = \frac{r_{11}}{r_{12}} = \frac{80}{200} = 0,4$$

$$\lambda_2 = \frac{r_{21}}{r_{22}} = \frac{200}{300} \approx 0,67$$

$$\lambda_3 = \frac{r_{31}}{r_{32}} = \frac{300}{400} = 0,75$$

$$\frac{D_1}{D_2} = \frac{h_1^3}{h_2^3} = \frac{3^3}{5^3} = 0,216$$

$$\frac{D_1}{D_3} = \frac{h_1^3}{h_3^3} = \frac{3^3}{10^3} = 0,027$$

$$\frac{D_2}{D_1} = \frac{h_2^3}{h_1^3} = \frac{5^3}{3^3} = 4,6296$$

$$\frac{D_3}{D_1} = \frac{h_3^3}{h_1^3} = \frac{10^3}{3^3} = 37,037$$

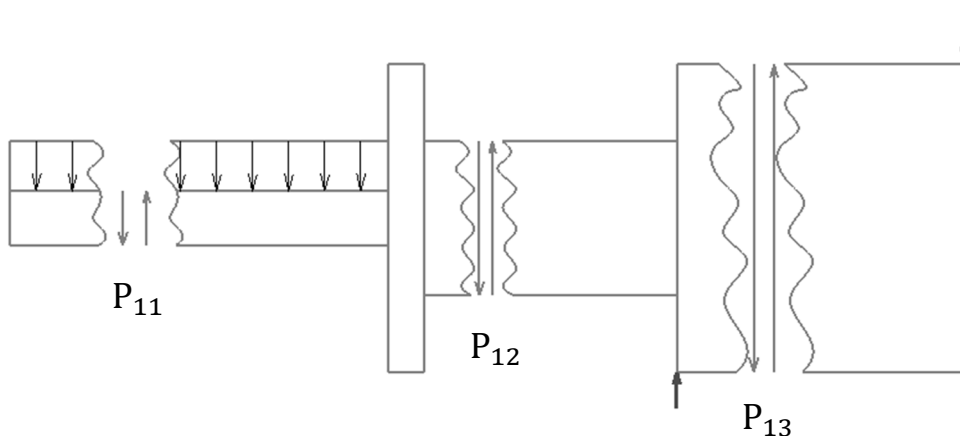


Рис. 2.2. Схема для визначення поперечних сил

Реакція опори знаходиться з умови рівноваги:

$$\sum F_y = R - P - 2q \times S = 0$$

$$R = P + 2q \times S$$

Площа пластини на яку діє розподілене навантаження:

$$S = \pi \times r_{12}^2 - \pi \times r_{11}^2 = 1,05557 \times 10^5 \text{ мм}^2$$

$$R = 60q + 2q \times 1,05557 \times 10^5 = 2,11175 \times 10^5 q$$

Поперечні сили на початку ділянок:

$$P_{11} = 0$$

$$P_{12} = -2q \times S = -2q \times 1,05557 \times 10^5 = -2,11165 \times 10^5 q$$

$$P_{13} = P = 60q$$

Визначення моменту інерції поперечного перерізу.

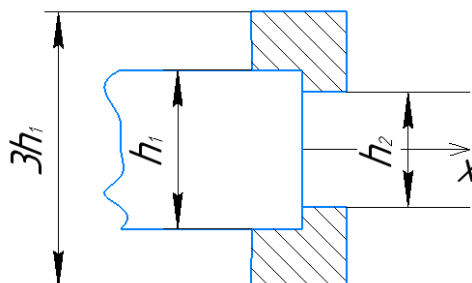


Рис. 3.3. Поперечний переріз ділянки з ребром

$$J_x = \frac{h_3}{12} (3h_1)^3 - \frac{h_3 \times h_2^3}{24} - \frac{h_3 \times h_3^3}{24} = \frac{10}{12} \left((3 \times 3)^3 - \frac{5^3}{2} - \frac{10^3}{2} \right) = 138,75 \text{ мм}^4$$

Визначення матриць переходу для кожної ділянки.

$$L_i = \begin{bmatrix} \psi_{\theta\theta}(\lambda_i) & \frac{D_1}{D_i} \psi_{\theta m}(\lambda_i) \\ \frac{D_i}{D_1} \psi_{r\theta}(\lambda_i) & \psi_{rm}(\lambda_i) \end{bmatrix}$$

Для першої ділянки:

$$L_1 = \begin{pmatrix} 0,4540 & 0,4200 \\ 0,3822 & 0,7060 \end{pmatrix}$$

Для другої ділянки:

$$L_2 = \begin{pmatrix} 0,6246 & 0,0623 \\ 1,2168 & 0,7979 \end{pmatrix}$$

Для третьої ділянки:

$$L_3 = \begin{pmatrix} 0,7156 & 0,0059 \\ 7,3740 & 0,8469 \end{pmatrix}$$

Визначення матриці переходу через ребро

$$L_R = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{EJ_x}{RD_1} & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0,3388 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\frac{EJ_x}{RD_1} = \frac{2 \times 10^5 \times 138,75}{200 \times 4,095 \times 10^5} = \frac{\frac{H}{\text{мм}^2} \times \text{мм}^4}{\text{мм} \times \text{мм} \times \text{мм}} = 0,3388$$

Визначення векторів навантаження для кожної ділянки.

$$R_i = \begin{pmatrix} \frac{P_{i1}}{D_1} \cdot \frac{D_1}{D_i} \psi_{\theta P}(\lambda_i) + \frac{q_1 \times r_{i2}^2}{D_1} \cdot \frac{D_1}{D_i} \psi_{\theta q}(\lambda_i) \\ \frac{P_{i1}}{D_1} \psi_{rP}(\lambda_i) + \frac{q_1 \times r_{i2}^2}{D_1} \psi_{rq}(\lambda_i) \end{pmatrix}$$

$$R_1 = \begin{pmatrix} 0 + \frac{-2q \times r_{12}^2}{D_1} \cdot 2,425 \times 10^{-2} \\ 0 + \frac{-2q \times r_{12}^2}{D_1} \cdot 0,1197 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1940 \\ -9576 \end{pmatrix} \frac{q}{D_1}$$

$$R_2 = \begin{pmatrix} \frac{P_{21}}{D_1} \cdot \frac{D_1}{D_2} \cdot 0,0113 + 0 \\ \frac{P_{21}}{D_1} \cdot 0,0608 + 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -515,29 \\ -12835,8 \end{pmatrix} \frac{q}{D_1}$$

$$R_3 = \begin{pmatrix} \frac{P_{31}}{D_1} \cdot \frac{D_1}{D_3} \cdot 0,0055 + 0 \\ \frac{P_{31}}{D_1} \cdot 0,0269 + 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,00891 \\ 1,614 \end{pmatrix} \frac{q}{D_1}$$

3.1 Перший розрахунок

Перший розрахунок, з урахуванням граничних умов, без урахування навантаження. Знайдемо вектори стану пластини, які характеризують напружений і деформований стан на кожній ділянці:

$X = \bar{X}C + \bar{X}$, де C – не визначений коефіцієнт.

$$\bar{x}_{11} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Обчислення векторів стану для характерних перерізів:

$$\bar{x}_{12} = L_1 \times \bar{x}_{11} = \begin{pmatrix} 0,4540 & 0,4200 \\ 0,3822 & 0,7060 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,4540 \\ 0,3822 \end{pmatrix}$$

$$\bar{x}_{21} = L_R \times \bar{x}_{12} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0,3388 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0,4540 \\ 0,3822 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,4540 \\ 0,53602 \end{pmatrix}$$

$$\bar{x}_{22} = L_2 \times \bar{x}_{21} = \begin{pmatrix} 0,6246 & 0,0623 \\ 1,2168 & 0,7979 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0,4540 \\ 0,53602 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,31696 \\ 0,98011 \end{pmatrix}$$

$$\bar{x}_{22} = \bar{x}_{31}$$

$$\bar{x}_{32} = L_3 \times \bar{x}_{31} = \begin{pmatrix} 0,7156 & 0,0059 \\ 7,3740 & 0,8469 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0,31696 \\ 0,98011 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,2326 \\ 3,1673 \end{pmatrix}$$

3.2 Другий розрахунок

Другий розрахунок, з урахуванням граничних умов, та навантаження.

Оскільки зовнішній край не закріплений, то вектор $\bar{\bar{X}}_{11}$ приймає вигляд:

$$\bar{\bar{x}}_{11} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} - \text{вільний край}$$

Визначення векторів стану для другого розрахунку

$$\bar{\bar{x}}_{12} = L_1 \times \bar{\bar{x}}_{11} + R_1 = \begin{pmatrix} 0,4540 & 0,4200 \\ 0,3822 & 0,7060 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1940 \\ -9576 \end{pmatrix} \frac{q}{D_1} = \begin{pmatrix} -1940 \\ -9576 \end{pmatrix} \frac{q}{D_1}$$

$$\bar{\bar{x}}_{21} = L_R \times \bar{\bar{x}}_{12} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0,3388 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1940 \\ -9576 \end{pmatrix} \frac{q}{D_1} = \begin{pmatrix} -1940 \\ -10233,3 \end{pmatrix} \frac{q}{D_1}$$

$$\begin{aligned} \bar{\bar{x}}_{22} &= L_2 \times \bar{\bar{x}}_{21} + R_2 = \begin{pmatrix} 0,6246 & 0,0623 \\ 1,2168 & 0,7979 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1940 \\ -10233,3 \end{pmatrix} \frac{q}{D_1} + \begin{pmatrix} -515,29 \\ -12835,8 \end{pmatrix} \frac{q}{D_1} = \\ &= \begin{pmatrix} -2364,54 \\ -23361,46 \end{pmatrix} \frac{q}{D_1} \end{aligned}$$

$$\bar{\bar{x}}_{31} = \bar{\bar{x}}_{22} = \begin{pmatrix} -2364,54 \\ -23361,46 \end{pmatrix} \frac{q}{D_1}$$

$$\begin{aligned} \bar{\bar{x}}_{32} &= L_3 \times \bar{\bar{x}}_{31} + R_3 = \begin{pmatrix} 0,7156 & 0,0059 \\ 7,3740 & 0,8469 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2364,54 \\ -23361,46 \end{pmatrix} \frac{q}{D_1} + \begin{pmatrix} 0,00891 \\ 1,614 \end{pmatrix} \frac{q}{D_1} = \\ &= \begin{pmatrix} -1829,88 \\ -37129,27 \end{pmatrix} \frac{q}{D_1} \end{aligned}$$

Визначення константи з граничних умов: на зовнішньому контурі (32) вільний кінець.

$$\begin{aligned} \left(\frac{\bar{M}_r}{D_1} \right)_{32} \times C + \left(\frac{\bar{M}_r}{D_1} \right)_{32} &= 0 \\ 3,1673 \times C - 37129,27 \frac{q}{D_1} &= 0 \\ C &= 11750,97 \frac{q}{D_1} \end{aligned}$$

Обчислення сумарних векторів стану на початку і в кінці кожної ділянки.

$$x = \bar{x} \times c + \bar{\bar{x}}$$

$$x_{11} = \bar{x}_{11} \times 11750,97 \frac{q}{D_1} + \bar{\bar{x}}_{11} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \times 11750,97 \frac{q}{D_1} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11750,97 \\ 0 \end{pmatrix} \frac{q}{D_1}$$

$$x_{12} = \bar{x}_{12} \times 11750,97 \frac{q}{D_1} + \bar{\bar{x}}_{12} = \begin{pmatrix} 0,4540 \\ 0,3822 \end{pmatrix} \times 11750,97 \frac{q}{D_1} + \begin{pmatrix} -1940 \\ -9576 \end{pmatrix} \frac{q}{D_1} = \\ = \begin{pmatrix} 3394,94 \\ -5084,78 \end{pmatrix} \frac{q}{D_1}$$

$$x_{21} = \bar{x}_{21} \times 11750,97 \frac{q}{D_1} + \bar{\bar{x}}_{21} = \begin{pmatrix} 0,4540 \\ 0,53602 \end{pmatrix} \times 11750,97 \frac{q}{D_1} + \begin{pmatrix} -1940 \\ -10233,3 \end{pmatrix} \frac{q}{D_1} = \\ = \begin{pmatrix} 3394,94 \\ -3934,57 \end{pmatrix} \frac{q}{D_1}$$

$$x_{22} = \bar{x}_{22} \times 11750,97 \frac{q}{D_1} + \bar{\bar{x}}_{22} = \\ = \begin{pmatrix} 0,31696 \\ 0,98011 \end{pmatrix} \times 11750,97 \frac{q}{D_1} + \begin{pmatrix} -2364,54 \\ -23361,46 \end{pmatrix} \frac{q}{D_1} = \begin{pmatrix} 1360,07 \\ -11844,17 \end{pmatrix} \frac{q}{D_1}$$

$$x_{31} = x_{22} = \begin{pmatrix} 1360,07 \\ -11844,17 \end{pmatrix} \frac{q}{D_1}$$

$$x_{32} = \bar{x}_{32} \times 11750,97 \frac{q}{D_1} + \bar{\bar{x}}_{32} = \begin{pmatrix} 0,2326 \\ 3,1673 \end{pmatrix} \times 11750,97 \frac{q}{D_1} + \begin{pmatrix} -1829,88 \\ -37129,27 \end{pmatrix} \frac{q}{D_1} = \\ = \begin{pmatrix} 903,40 \\ 0 \end{pmatrix} \frac{q}{D_1}$$

Визначаємо колові згинаючі моменти на початку і у кінці кожної ділянки.

$$\left(\frac{M_\varphi}{D_1} \right)_{11} = \mu \left(\frac{M_r}{D_1} \right)_{11} + \left(\frac{\varphi}{r} \right)_{11} \times (1 - \mu^2) \frac{D_1}{D_1} = \\ = 0 + 11750,97 \frac{q}{D_1} \times (1 - 0,3^2) = 10693,39 \frac{q}{D_1}$$

$$\left(\frac{M_\varphi}{D_1} \right)_{12} = \mu \left(\frac{M_r}{D_1} \right)_{12} + \left(\frac{\varphi}{r} \right)_{12} \times (1 - \mu^2) \frac{D_1}{D_1} = \\ = -5084,78 \frac{q}{D_1} \times 0,3 + 3394,94 \frac{q}{D_1} \times (1 - 0,3^2) = 1563,97 \frac{q}{D_1}$$

$$\left(\frac{M_\varphi}{D_1} \right)_{21} = \mu \left(\frac{M_r}{D_1} \right)_{21} + \left(\frac{\varphi}{r} \right)_{21} \times (1 - \mu^2) \frac{D_2}{D_1} = \\ = -3934,57 \frac{q}{D_1} \times 0,3 + 3394,94 \frac{q}{D_1} \times (1 - 0,3^2) \times 4,6296 = 13122,39 \frac{q}{D_1}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{M_\varphi}{D_1}\right)_{22} &= \mu \left(\frac{M_r}{D_1}\right)_{22} + \left(\frac{\varphi}{r}\right)_{22} \times (1 - \mu^2) = \\ &= -11844,17 \frac{q}{D_1} \times 0,3 + 1360,07 \frac{q}{D_1} \times (1 - 0,3^2) \times 4,6296 = 2176,68 \frac{q}{D_1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{M_\varphi}{D_1}\right)_{31} &= \mu \left(\frac{M_r}{D_1}\right)_{31} + \left(\frac{\varphi}{r}\right)_{31} \times (1 - \mu^2) \frac{D_3}{D_1} = \\ &= -11844,17 \frac{q}{D_1} \times 0,3 + 1360,07 \frac{q}{D_1} \times (1 - 0,3^2) \times 37,037 = 42286,2 \frac{q}{D_1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{M_\varphi}{D_1}\right)_{31} &= \mu \left(\frac{M_r}{D_1}\right)_{31} + \left(\frac{\varphi}{r}\right)_{31} \times (1 - \mu^2) \frac{D_3}{D_1} = \\ &= 0 \times 0,3 + 903,40 \frac{q}{D_1} \times (1 - 0,3^2) \times 37,037 = 30477,79 \frac{q}{D_1} \end{aligned}$$

Визначення прогинів на початку і в кінці кожної ділянки.

$$\begin{aligned} \Delta_i &= (w_{i2} - w_{i1}) \\ \Delta_1 &= -r_{12}^2 \times \psi_{w\theta}(\lambda_1) \left(\frac{\varphi}{r}\right)_{11} - \left(\frac{M_r}{D_1}\right)_{11} \times \frac{D_1}{D_1} \times r_{12}^2 \times \psi_{wm}(\lambda_1) - \\ &\quad - \frac{P_{11}}{D_1} \times r_{12}^2 \times \psi_{wp}(\lambda_1) - \frac{q}{D_1} \times r_{12}^2 \times \psi_{wq}(\lambda_1) = \\ &= -r_{12}^2 \times \left(\psi_{w\theta}(\lambda_1) \left(\frac{\varphi}{r}\right)_{11} + \frac{q}{D_1} \times \psi_{wq}(\lambda_1) \right) \\ &= -r_{12}^2 \times \left(0,2423 \times 11750,97 \frac{q}{D_1} + \frac{q}{D_1} \times 38 \times 10^{-4} \right) = -2874,26 \frac{q \times r_{12}^2}{D_1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta_2 &= -r_{22}^2 \times \psi_{w\theta}(\lambda_2) \left(\frac{\varphi}{r}\right)_{21} - \left(\frac{M_r}{D_1}\right)_{21} \times \frac{D_1}{D_2} \times r_{22}^2 \times \psi_{wm}(\lambda_2) - \\ &\quad - \frac{P_{21}}{D_1} \times r_{22}^2 \times \psi_{wp}(\lambda_2) = \\ &= -r_{22}^2 (0,2125 \times 3394,94 \frac{q}{D_1} - 3934,57 \times 0,216 \times 0,0534 - \\ &\quad - 2,11165 \times 10^5 q \times 0,0014) = -380,48 \frac{q \times r_{22}^2}{D_1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta_3 &= -r_{32}^2 \times \psi_{w\theta}(\lambda_3) \left(\frac{\varphi}{r}\right)_{21} - \left(\frac{M_r}{D_1}\right)_{31} \times \frac{D_1}{D_3} \times r_{32}^2 \times \psi_{wm}(\lambda_3) - \\ &\quad - \frac{P_{31}}{D_1} \times r_{32}^2 \times \psi_{wp}(\lambda_3) = \\ &= -r_{32}^2 (0,1818 \times 1360,07 \frac{q}{D_1} - 11844,17 \times 0,027 \times 0,0285 + \end{aligned}$$

$$+60 q \times 48 \times 10^{-5} = -238,18 \frac{q \times r_{32}^2}{D_1}$$

Враховуючи, що між 2 і 3 ділянкою розташована опора $w_{22} = w_{31} = 0$

$$w_{21} = w_{31} - \Delta_2 = 380,48 \frac{q \times r_{22}^2}{D_1}$$

$$w_{11} = w_{21} - \Delta_1 = 3227,75 \frac{q \times r_{22}^2}{D_1}$$

Визначення найбільших напружень на початку і у кінці кожної ділянки за IV теорією міцності.

$$\sigma_{rmax} = \frac{6M_r}{h^2}$$

$$\sigma_{\varphi max} = \frac{6M_{\varphi}}{h^2}$$

$$\sigma_{екв}^{IV} = \sqrt{\sigma_{rmax}^2 + \sigma_{\varphi max}^2 - \sigma_{rmax} \times \sigma_{\varphi max}}$$

Результати розрахунків занесені до таблиці 3.1.

Таблиця 3.1. Максимальні напруження.

Максимальні напруження	Номер ділянки					
	11	12	21	22	31	32
$\sigma_{rmax}/(\frac{q}{D_1})$	0,00	-3389,85	-944,30	-2842,60	-710,65	0,00
$\sigma_{\varphi max}/(\frac{q}{D_1})$	7128,92	1042,64	3149,37	522,40	2537,17	1826,87
$\sigma_{екв}^{IV}/(\frac{q}{D_1})$	7128,92	4014,05	3712,71	3136,60	2957,25	1826,87

Побудова епюр.

Для побудови епюр зводимо в таблицю 3.2 результати необхідних розрахунків.

Таблиця 3.2. Дані для побудови епюр.

Номер ділянки	r(мм)	Mr	Mφ	θ	w	Br	Bφ	Бекв
11	80	0,00	10693,39	11750,97	3227,75	0,00	7128,92	7128,92
12	200	-5084,78	1563,96	3394,94	380,48	-3389,85	1042,64	4014,05
21	200	-3934,57	13122,39	3394,94	380,48	-944,30	3149,37	3712,71
22	300	-11844,17	2176,68	1360,07	0,00	-2842,60	522,40	3136,60
31	300	-11844,17	42286,20	1360,07	0,00	-710,65	2537,17	2957,25
32	400	0,00	30447,79	903,40	-238,18	0,00	1826,87	1826,87

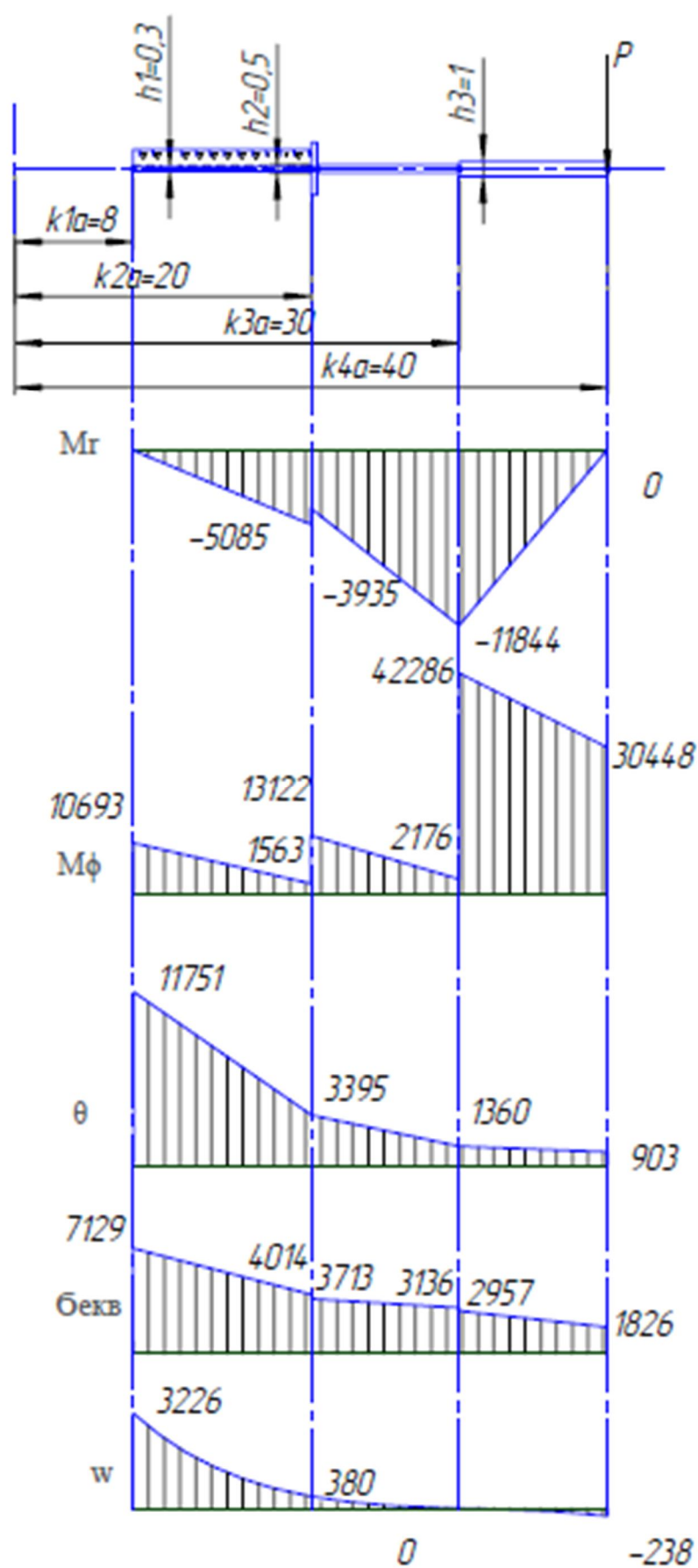


Рис. 3.4. Епюри

Визначення найбільших напружень в ребрі.

$$\sigma_{maxR} = \frac{\varphi \times E \times z_{max}}{R} = \left(\frac{\varphi}{r}\right)_{r=R} \times \frac{E \times H}{2} = \frac{3,395 \times 10^3 \times 2 \times 10^5 \times (3 \times 3)}{2}$$

$$= 3,06 \times 10^9$$

Максимальні напруження $\sigma_{екв}^{IV} = (\sigma_{екв}^{IV})_{11} = 7128,92q$

Визначаємо параметр [q]:

$$[q_1] = \frac{[\sigma]}{\sigma_{екв}^{IV}_{q=1}} = \frac{160 \times 10^6}{7128,92} = 22444 \frac{H}{M}$$

$$[q_2] = \frac{[\sigma]}{\sigma_{maxR_{q=1}}} = \frac{160 \times 10^6}{1,53 \times 10^9} = 0,0524 \frac{H}{M}$$

Таблиця 3.3. Дійсні значення прогинів

r	80	200	200	300	300	400
Iw(мм)	37,15	4,38	4,38	0,00	0,00	-4,87

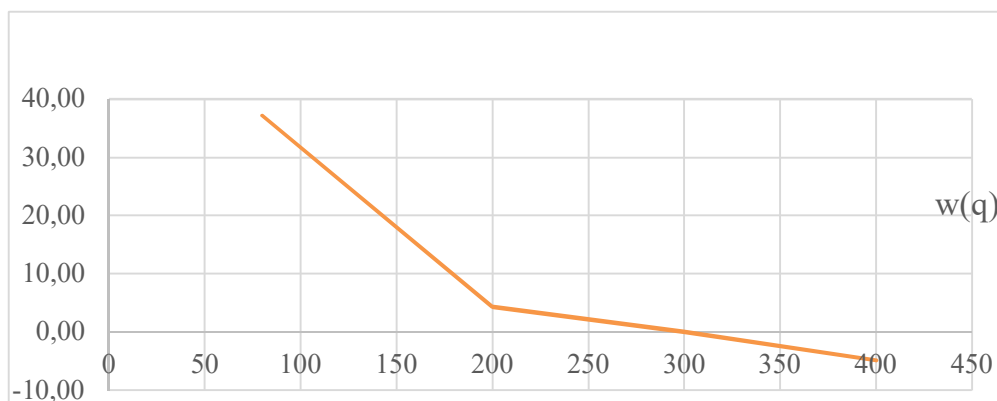


Рис. 3.5. Епюра дійсних прогинів

4. РОЗРАХУНОК ПРОТОТИПУ КОНСТРУКТИВНОГО ЕЛЕМЕНТА МЕТОДАМИ ТЕОРІЇ ПРУЖНОСТІ

Визначити напружено-деформований стан при крученні стержня моментом при $R_2=2h$, $R_1=1,25h$, перетин показаний на рисунку.

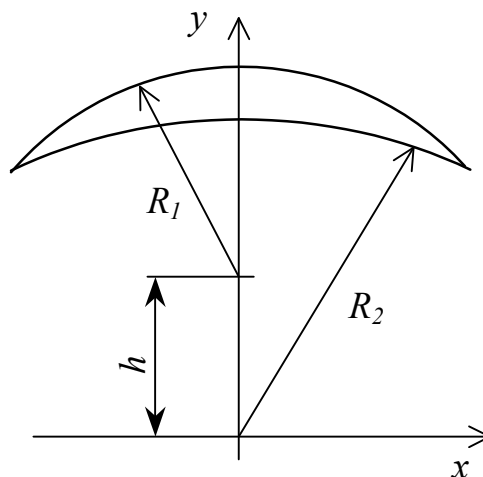


Рис. 4.3. Перетин стержня

За умовою маємо задачу Дерехле для області обмеженої дугами двох окружностей що перетинаються.

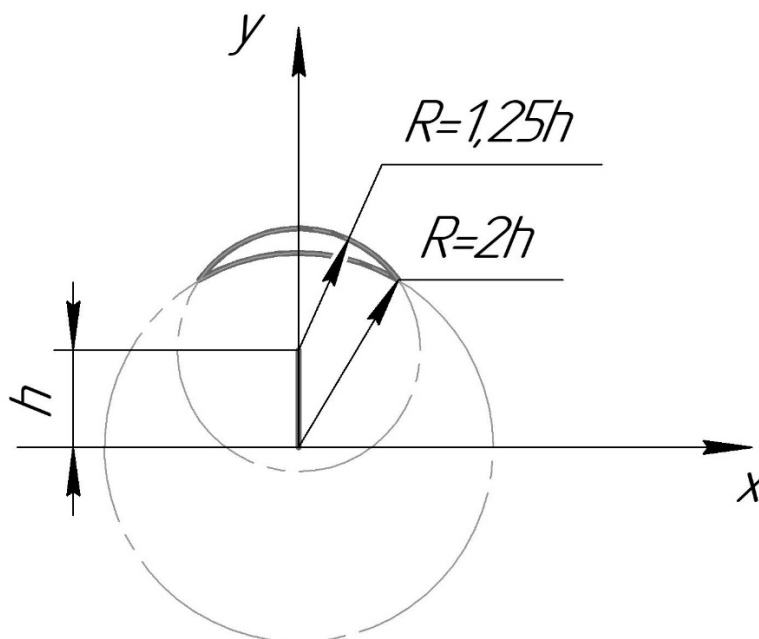


Рис. 4.4. Графічне зображення задачі

Розглянемо плоску область, границя якої утворена двома дугами окружностей, що перетинаються. Розв'язок крайових задач для подібних областей, що мають назву – кругові луночні, зручно проводити в біполярних координатах (α, β) . Вони визначаються за допомогою наступного співвідношення:

$$x + iy = a \operatorname{th} \frac{\alpha + i\beta}{2} \quad (4.1)$$

де a – розмірний параметр.

З даного співвідношення отримаємо вирази прямокутних координат через біполярні

$$x = \frac{a \operatorname{sh} \alpha}{\operatorname{ch} \alpha + \cos \beta}, \quad y = \frac{a \sin \beta}{\operatorname{ch} \alpha + \cos \beta} \quad (4.2)$$

Дуги окружностей, що утворюють кругову луночку, є координатними лініями $\beta = \text{const}$ і проходять через точки $x = \pm a, y = 0$.

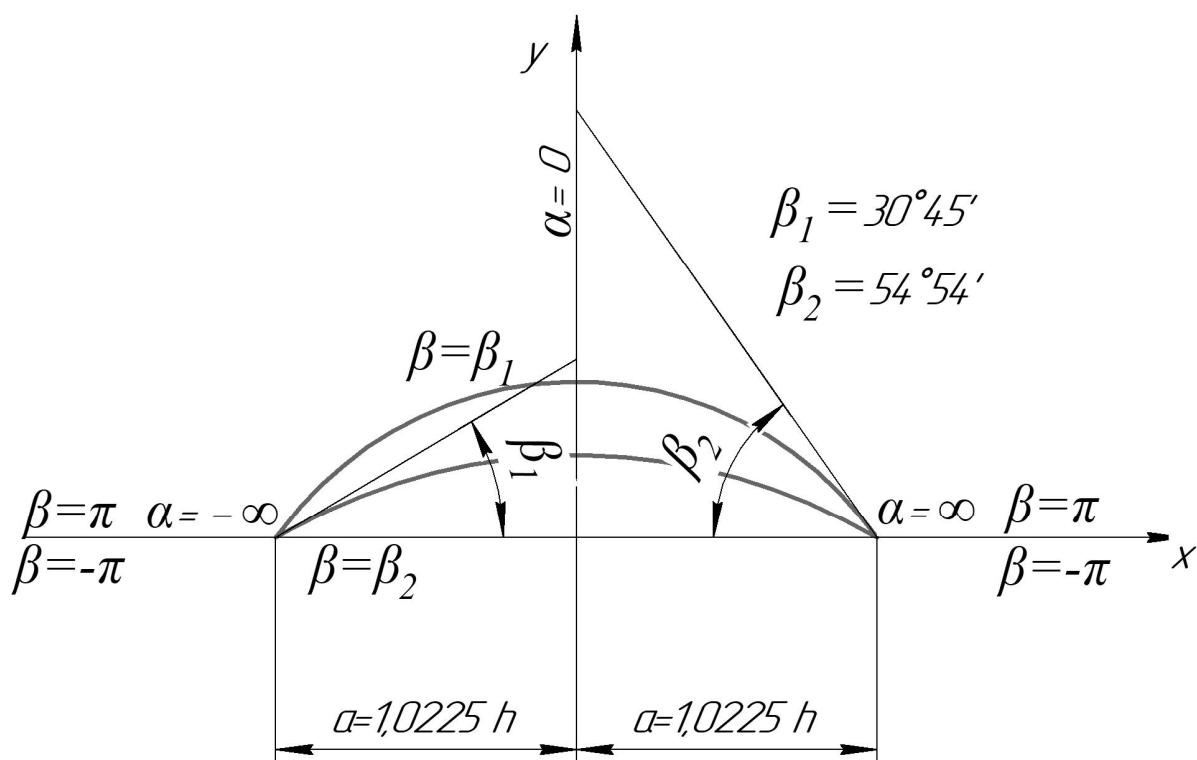


Рис. 4.5 Знаходження кута

На рисунку зображена кругова луночка, що обмежена значеннями $\beta = \beta_1$ та $\beta = \beta_2$, причому координата a всередині даної області знаходиться в

границях від $-\infty$ до $+\infty$. Величина β вимірюється кутом між дотичної до дуги в точках $x = \pm a$, $y = 0$ і відрізком $(-a, +a)$ осі x , що відповідають значенню $\beta = 0$.

Значення величин β_1 та β_2 знаходились геометричним способом за допомогою програми КОМПАС-3D. $\beta_1 = 30^\circ 45'$ $\beta_2 = 54^\circ 54'$

При частинних значеннях кутів β_1 та β_2 кутова луночка вироджується в області, як півплощина ($\beta_1 = 0$, $\beta_2 = \pi$), плоскість з двома напівнескінченими розрізами ($\beta_1 = -\pi$, $\beta_2 = \pi$), коло ($\beta_2 - \beta_1 = \pi$), півколо ($\beta_1 = 0$, $\beta_2 = \frac{\pi}{2}$), півплощина ($\beta_2 = \pi$) і т.і.

Оператор Лапласа в біполярних координатах має вигляд:

$$\Delta f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = \frac{1}{h^2} \left[\frac{\partial^2 f}{\partial \alpha^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial \beta^2} \right] \quad (4.3)$$

де h – коефіцієнт Ляме, що визначається за формулою (1.4)

$$h = \left| \frac{dz}{d\xi} \right| = \frac{a}{\operatorname{ch} a + \cos \beta} \quad (z = x + iy, \quad \xi = \alpha + i\beta) \quad (4.4)$$

За допомогою розділу змінних отримуємо частинні розв'язки $e^{\pm \xi \lambda \alpha} e^{\pm \lambda \beta}$ ($\lambda \geq 0$) рівняння $\Delta f = 0$, обмежені при $\alpha \rightarrow \pm 0$ (кути луночки). Загальний розв'язок рівняння Лапласа зручно представити у вигляді інтегрального розкладу в ряд Фур'є за змінною α .

$$\begin{aligned} f(\alpha, \beta) = & \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty [A_1(\lambda) \operatorname{sh} \lambda(\beta_2 - \beta) + A_2(\lambda) \operatorname{sh} \lambda(\beta - \beta_1)] \cos \lambda \alpha \\ & + [B_1(\lambda) \operatorname{sh} \lambda(\beta_2 - \beta) \\ & + B_2(\lambda) \operatorname{sh} \lambda(\beta \\ & - \beta_1)] \sin \lambda \alpha \frac{d\lambda}{\operatorname{sh} \lambda(\beta_2 - \beta_1)} \end{aligned} \quad (4.5)$$

Для задачі Діріхле, коли на границі області задані значення функції

$$f(\alpha, \beta_1) = f_1(\alpha) \quad f(\alpha, \beta_2) = f_2(\alpha) \quad (4.6)$$

За даних крайових умов маємо розклад заданих функцій в інтеграл Фур'є

$$\begin{cases} f_1(\alpha) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} [A_1 \cos \lambda \alpha + B_1 \sin \lambda \alpha] d\lambda \\ f_2(\alpha) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} [A_2 \cos \lambda \alpha + B_2 \sin \lambda \alpha] d\lambda \end{cases} \quad (4.7)$$

Звідки величини A_i, B_i ($i = 1, 2$) знаходяться за відомими формулами (4.8)

$$\begin{aligned} A_i(\alpha) &= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f_i(\alpha) \cos \lambda \alpha d\alpha \\ B_i(\alpha) &= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f_i(\alpha) \sin \lambda \alpha d\alpha \end{aligned} \quad (4.8)$$

Таким чином за допомогою інтегрального перетворення Фур'є отримано розв'язок задачі Діріхле для внутрішньої кругової луночки.

Задача кручення зводиться до розв'язку рівняння

$$\Delta \varphi = -2 \quad (\varphi - \text{функція кручення}) \quad (4.9)$$

при граничних умовах

$$\varphi|_{\beta=\beta_1} = \varphi|_{\beta=\beta_2} = 0 \quad (|\beta_i| < \pi, \quad i = 1, 2) \quad (4.10)$$

З метою зведення задачі до гармонічного рівняння задамо:

$$\varphi(\alpha, \beta) = \frac{a^2}{2} \left[f(\alpha, \beta) + 1 - \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right] \quad (4.11)$$

де

$$r^2 = x^2 + y^2 = a^2 \frac{ch\alpha - \cos \beta}{ch\alpha + \cos \beta}$$

Тоді нова невідома функція f повинна задовольняти рівнянню Лапласа та крайовим умовам

$$f(\alpha, \beta_i) = -\frac{2 \cos \beta_i}{ch\alpha + \cos \beta_i} \quad (i = 1, 2) \quad (4.12)$$

Отже функцію можна представити у вигляді (4.5). За рахунок парності функції кручення за змінною α , коефіцієнти B_1 та B_2 рівні нулю. Для знаходження величини A_1 та A_2 необхідно скористатись значенням інтегралу

$$\int_0^{\infty} \frac{\cos \lambda \alpha}{\operatorname{ch} \alpha + \cos \beta} d\alpha = \frac{\pi \operatorname{sh} \lambda \beta}{\operatorname{sh} \lambda \pi \sin \beta}, \quad |\beta| < \pi \quad (4.13)$$

Остаточно розв'язок задачі може бути представлений в наступній формі :

$$\begin{aligned} \frac{\varphi(\alpha, \beta)}{a^2} = & \frac{2 \cos \beta}{\operatorname{ch} \alpha + \cos \beta} - 2[ctg \beta_2 \int_0^{\infty} \frac{\operatorname{sh} \lambda \beta_2 \operatorname{sh} \lambda (\beta - \beta_2)}{\operatorname{sh} \lambda \pi \operatorname{sh} \lambda (\beta_2 - \beta_1)} \cos \lambda \alpha d\lambda \\ & + ctg \beta_1 \int_0^{\infty} \frac{\operatorname{sh} \lambda \beta_1 \operatorname{sh} \lambda (\beta_2 - \beta)}{\operatorname{sh} \lambda \pi \operatorname{sh} \lambda (\beta_2 - \beta_1)} \cos \lambda \alpha d\lambda] \end{aligned} \quad (4.14)$$

Дотичні напруження $\tau_{\alpha z}$ та $\tau_{\beta z}$ можуть бути розраховані за формулами, що отримані заміною похідних по дотичній та нормалі до кривої $\beta = \text{const}$ операціями $\frac{1}{h} \frac{\partial}{\partial \alpha}$ та $\frac{1}{h} \frac{\partial}{\partial \beta}$

$$\tau_{\alpha z} = \frac{G\theta}{h} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial \beta}, \quad \tau_{\beta z} = \frac{G\theta}{h} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial \alpha} \quad (4.15)$$

де G – модуль здвигу, θ – кут закручення на одиницю довжини

Максимальне дотичне напруження досягаються на контурі луночки в точці $\alpha = 0$ і виражаються формулою (1.16) для дуги $\beta = \beta_2$

$$\left. \frac{\tau_{\alpha z}}{Ga\theta} \right|_{\substack{\alpha=0 \\ \beta=\beta_2}} = (1 + \cos \beta_2) \left\{ \frac{\sin \beta_2}{(1 + \cos \beta_2)^2} + 2 \left[\operatorname{ctg} \beta_2 \int_0^\infty \frac{\lambda \operatorname{sh} \lambda \beta_2 \operatorname{ch} \lambda (\beta_2 - \beta_1)}{\operatorname{sh} \lambda \pi \operatorname{sh} \lambda (\beta_2 - \beta_1)} d\lambda - \operatorname{ctg} \beta_1 \int_0^\infty \frac{\lambda \operatorname{sh} \lambda \beta_1}{\operatorname{sh} \lambda \pi \operatorname{sh} \lambda (\beta_2 - \beta_1)} d\lambda \right] \right\} \quad (4.16)$$

Аналогічно знаходимо максимальне напруження на дузі $\beta = \beta_1$. Розрахунки проводились у програмі PTC Mathcad Prime 5.0. (див додаток 1)

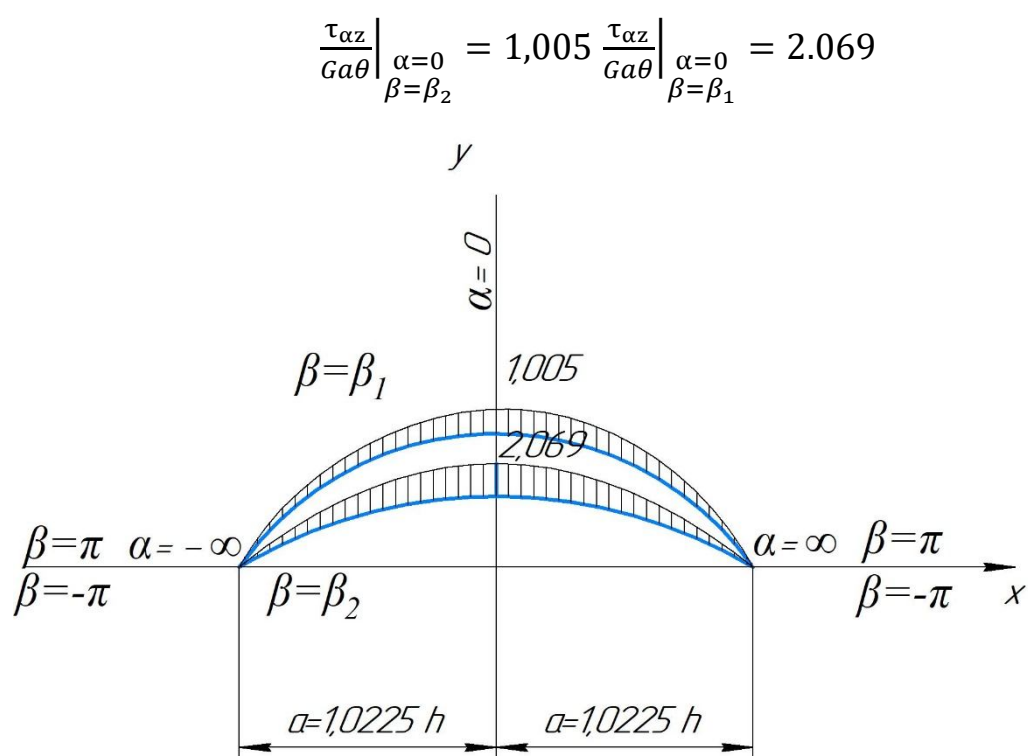


Рис. 4.4 Епюри дотчних напружень

Висновок: в даному розділі був проведений розрахунок напружено-деформованого стану стержня при крученні на основі задачі Дерехле для області обмеженої дугами двох окружностей що перетинаються. За результатами розрахунків були побудовані епюри дотичних напружень.

5. ЧИСЛОВІ РОЗРАХУНКИ ТЕПЛОВОГО ТА НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНІВ ВИПРОБУВАЛЬНОГО ЗРАЗКА

5.1 Постановка крайової задачі пружності

В даній роботі буде розглянутий напружено-деформований стан задачі пружності. В результаті розрахунків отримаємо поля напружень, деформацій та переміщень. Отриманні данні можна використовувати для прогнозу деформаційних та міцністних характеристик тіла.

Маємо тіло об'ємом Ω , обмежене поверхнею S . Для подальшого розв'язку вводимо Лагранжеві координати, вважаємо що матеріал ізотропний, а деформації малі. Розглянемо наступні фізичні величини: напруження, деформації, зусилля та переміщення [2].

Припустимо, що в початковий момент t_0 переміщення в тілі $U_t(\vec{x}, t_0)$, деформації $\varepsilon_{ij}(\vec{x}, t_0)$ та напруження $\sigma_{mn}(\vec{x}, t_0)$ мають нульові значення. Нехай далі в об'ємі тіла Ω , а також на частині його поверхні $S_G = S_U \cup S_P$ за певний проміжок часу відбудеться зміна навантажень, тобто за час t прикладемо до поверхневі сили $\vec{P}_m(\vec{x}, t)$ на S_P в результаті чого відбудуться переміщення $U_t(\vec{x}, t)$ на S_P . Для визначення в кожній точці (її однорідного околу) тіла величин переміщення $U_i(\vec{x}, t)$, деформації $\varepsilon_{ij}(\vec{x}, t)$ та напруження $\sigma_{mn}(\vec{x}, t)$ сформуємо наступну крайову задачу [2]:

рівняння рівноваги, як окремий випадок рівняння руху:

$$\nabla_n \sigma_{mn} = 0 \quad (5.1.1)$$

геометричні рівняння для малих деформацій:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (\nabla_i U_j + \nabla_j U_i) \quad (5.1.2)$$

в даному випадку присутні тільки пружні деформації, тому:

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e \quad (5.1.3)$$

фізичні рівняння:

$$\varepsilon_{ij}^e = C_{ijmn} \sigma_{mn} \quad (5.1.4)$$

де C_{ijmn} – тензор модулів пружності.

Додаткові граничні умови на поверхнях S_U та S_P :

$$U_i|_{S_U} = \overline{U}_i \quad (5.1.5)$$

$$\sigma_{mn}v_n|_{S_P} = \overline{P}_m \quad (5.1.6)$$

Для отримання розв'язку крайової задачі застосуємо принцип можливих переміщень. Щоб отримати рівняння принципу можливих переміщень мають виконуватись співвідношення (5.1.1), (5.1.2), (5.1.6), властивості симетрії тензора напружень $\sigma_{mn} = \sigma_{nm}$ і теорема Гауса-Остроградського. В результаті отримаємо функціонал відносно варіацій переміщень і відповідних деформацій [2]:

$$F = \int_{\Omega} \sigma_{mn} \delta \varepsilon_{mn} d\Omega - \int_{S_P} \overline{P}_m \delta U_m dS = 0 \quad (5.1.7)$$

Функціонал (5.1.7.) в поєднанні з кінематичними граничними умовами (5.1.5) на поверхні S_U визначає нескінченну множину віртуальних напружено-деформованих станів. Дійсний напружено-деформований стан є одним з віртуальних, але на відміну від інших задовольняє фізичним рівнянням (5.1.4) та граничним умовам (5.1.5).

5.2. Метод розв'язування крайової задачі пружності

Застосуємо метод скінченних елементів [2, 3]. Для цього запишемо закон Гука в матричному вигляді:

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon^e\} \quad (5.2.1)$$

де $[D]$ – матриця модулів пружності.

У випадку пружної ізотропії матеріалу матриця модулів пружності набуває

$$\text{наступного вигляду: } [D] = 2G \cdot \begin{pmatrix} a & b & b & 0 & 0 & 0 \\ b & a & b & 0 & 0 & 0 \\ b & b & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c \end{pmatrix} \quad (5.2.2)$$

де $2G = \frac{E}{1+\mu}$; $a = \frac{1-\mu}{1-2\mu}$; $b = \frac{\mu}{1-2\mu}$; $c = 0,5$; E – модуль Юнга; μ – коефіцієнт Пуассона.

Так як всі деформації вважаємо пружними то:

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon^e\}. \quad (5.2.3)$$

Враховуючи (5.2.3), перепишемо вираз (5.2.1) у наступному вигляді:

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\} \quad (5.2.4)$$

Геометричні рівняння матимуть наступний вигляд:

$$\{\varepsilon\} = [B]\{q\}_e, \quad (5.2.5)$$

де $\{q\}_e = \{(q^1, q^2, q^3), \dots, (q^1, q^2, q^3)_M\}^T = \{q_1, q_2, q_{3M}\}^T$ – вектор переміщень в вузлах скінченних елементів; $[B]$ – матриця диференціювання за глобальними координатами, що пов'язана лише з типом скінченного елемента та системою глобальних координат.

Функціонал (5.1.7) з врахуванням суперпозиції робіт по СЕ, зумовленої тим, що СЕ взаємодіють в вузлах та не перетинаються, записується так [2, 3]:

$$F = \sum_e \int_{\Omega^e} \{\delta q\}_e^T [B]^T [D] [B] \{q\}_e d\Omega - \int_{S_p^e} \{\delta q\}_e^T [\varphi]^T \{p\} dS = 0 \quad (5.2.6)$$

де $\{p\} = \{\vec{p}_1, \vec{p}_2, \vec{p}_3\}^T$ – вектори навантажень; S_p^e – сторона скінченного елемента, що виходить на S_p тіла; знак суми означає додавання по всіх скінченних елементах, що містять даний ступінь свободи вузла.

Оскільки в підінтегральні вирази входять вектори $\{\delta q\}_e^T$ та $\{q\}_e$, які не залежать від параметру інтегрування, то їх можна винести за знак інтегралу. Таким чином отримаємо спрощений вираз:

$$F = \sum_e \{\delta q\}_e^T \left(\int_{\Omega^e} [B]^T [D] [B] d\Omega \cdot \{q\}_e - \int_{S_p^e} [\varphi]^T \{p\} dS \right) = 0 \quad (5.2.7)$$

Позначимо:

$$[K]_e = \int_{\Omega^e} [B]^T [D] [B] d\Omega \quad (5.2.8)$$

$$\{P\}_e = \int_{S_P^e} [\varphi]^T \{p\} dS \quad (5.2.9)$$

Тоді

$$F = \sum_e \{\delta q\}_e^T ([K]_e \{q\}_e - \{P\}_e) = 0 \quad (5.2.10)$$

Оскільки варіації переміщень довільні, то маємо систему алгебраїчних рівнянь наступного (5.2.11) відносно глобального вектору приростів дійсних переміщень $\{q\}_e$ у вузлах скінченних елементів сітки.

$$[K]\{q\} = \{P\} \quad . \quad (5.2.11)$$

Вектор $\{P\}$ зумовлений зовнішніми силовими навантаженнями. У СЛАР також необхідно врахувати кінематичні граничні умови (5.1.5).

5.3. Вибір типу зразка та його конструювання

Згідно із завданням [1], перш за все необхідно обрати тип зразка відповідно до типу установки. В даній роботі розглядається установка типу УСНС-2, яка призначена для статичних та малоциклічних випробувань матеріалів за простого та складного навантаження в умовах плоского напруженого стану, тому обираємо трубчастий зразок для кручення. Для визначення геометричних характеристик будемо використовувати формули з опору матеріалів.

Вихідні дані:

Модуль юнга $E = 1.7 \cdot 10^5$ МПа.

Коефіцієнт Пуассона $\mu = 0,24$

Границя міцності $\sigma_B = 750$ МПа.

Максимально допустимий коефіцієнт концентрації напружень $\alpha = 1,05$

Максимальний крутний момент на зразку $M_{max} = 0,3 \text{ кН} \cdot \text{м}$

Гарантований запас потужності устаткування $k=2$.

З умови міцності знаходимо необхідну площу поперечного зразка

Максимальний момент, що може бути прикладений до зразка:

$$M = \frac{M_{max}}{k} = \frac{300}{2} = 150 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

Максимальне напруження, яке може виникати в зразку, без врахування концентрації напружень

$$\sigma_{max} = \frac{\sigma_B}{\alpha} = \frac{750}{1,05} = 714,3 \text{ МПа}$$

$$A = \frac{M}{\sigma_{max}} = \frac{150000}{714,3} = 210 \text{ мм}^3$$

$$A = W_p / \sqrt{3}$$

$$W_p \approx \frac{\pi D^2 \delta}{2} = A \sqrt{3}$$

$$\tau_{max} = \frac{M}{W_p} = 412,39 \text{ МПа}$$

де $D = (d_3 + d_B)/2$ – середній діаметр трубки;

$\delta = (d_3 - d_B)/2$ – товщина стінки трубки.

Для трубчастого зразка приймаємо $\frac{D}{\delta} = 10$, тоді

$$A = \frac{\pi D^2 \delta}{2\sqrt{3}} = \frac{\pi (10\delta)^2 \delta}{2\sqrt{3}} = 50\pi \delta^3 / \sqrt{3}$$

$$\text{Звідки } \delta = \sqrt[3]{\frac{A\sqrt{3}}{50\pi}} = 1,32 \text{ мм}$$

$$\text{Тоді } D = 10\delta = 13,2 \text{ мм}$$

Оскільки зразок має трубчастий переріз, необхідно визначити зовнішній діаметр d_3 та внутрішній d_B . Для цього введемо наступні позначення:

$$d_3 = D + \delta = 14,52 \text{ мм}$$

$$d_B = D - \delta = 11,88 \text{ мм}$$

Ці розміри завелики для УСНС-2, тому прийmemo остаточні значення розмірів менші та у відповідності зі стандартним рядом значень:

$$d_3 = 10 \text{ мм} \quad d_B = 8 \text{ мм}$$

Визначимо інші розміри:

Робоча довжина циліндра $L_{\text{ц}} = 5 d_3 = 50 \text{ мм}$

Діаметр головки $D_{\text{гол}} = 16 \text{ мм}$

Довжина головки $L_{\text{гол}} = 10 \text{ мм}$

Загальна довжина зразка $L = 80 \text{ мм}$

Кут нахилу перехідної частини $\theta = 8^\circ$

Радіуси закруглень $r_1 = 15 \text{ мм}$

На рис.5.1. зображена четверта частина геометричної моделі зразка з його розмірами.

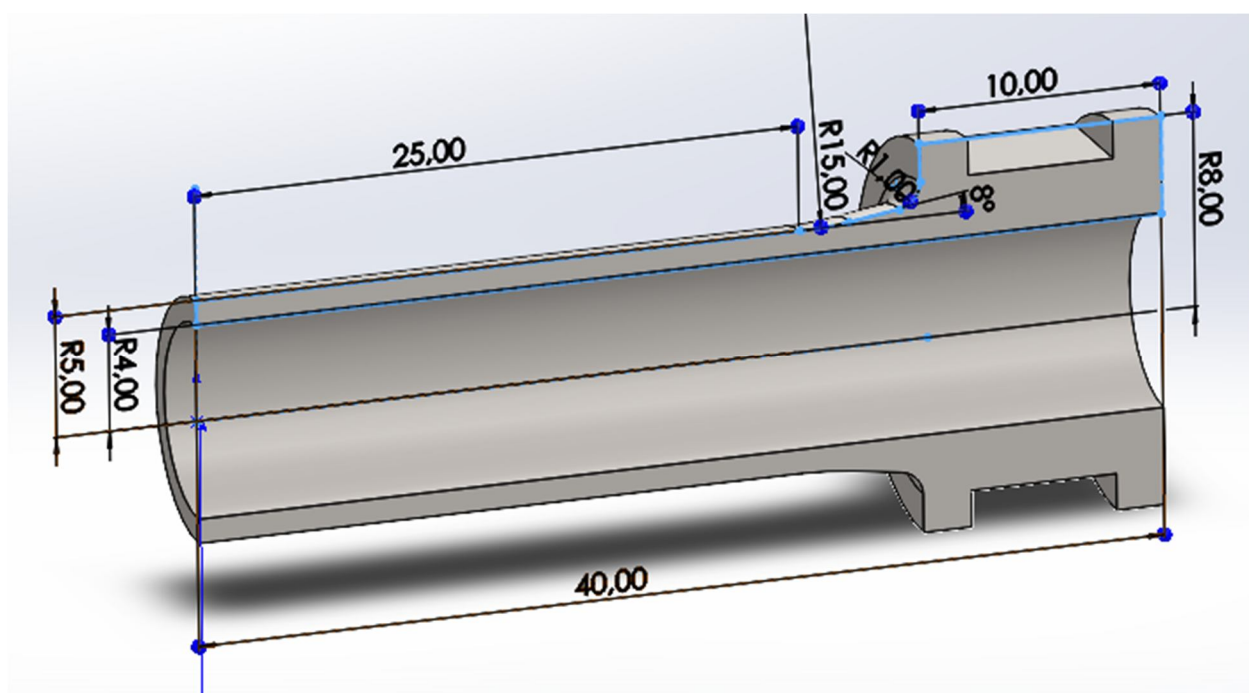


Рис. 5.1. Четверта частина геометричної моделі зразка

5.4. Розрахункова схема

Розглядаємо розрахункову схему, що має робочу частину у вигляді тонкостінної труби. Зразок є симетричним, тому доцільно розглядати тільки половину, для прискорення розрахунків.

Замість моменту, прикладемо сили, що створюють цей момент. В площині розсічення задаємо закріплення в напрямках осей Z та $Theta$ (циліндрична система координат).

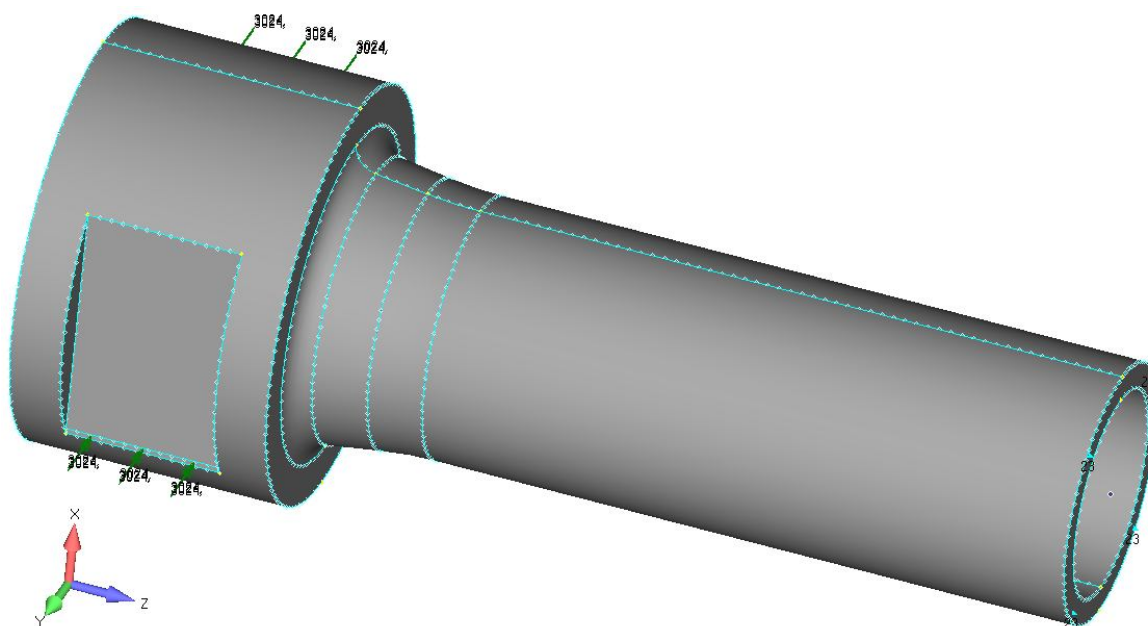


Рис. 5.2. Розрахункова схема зразка

5.4. Результати розрахунків

За допомогою програмного забезпечення Femap ми отримали напружено-деформований стан зразка в пружній області. На рис. 5.3 наведено розподіл напружень за Мізесом при крученні зразка.

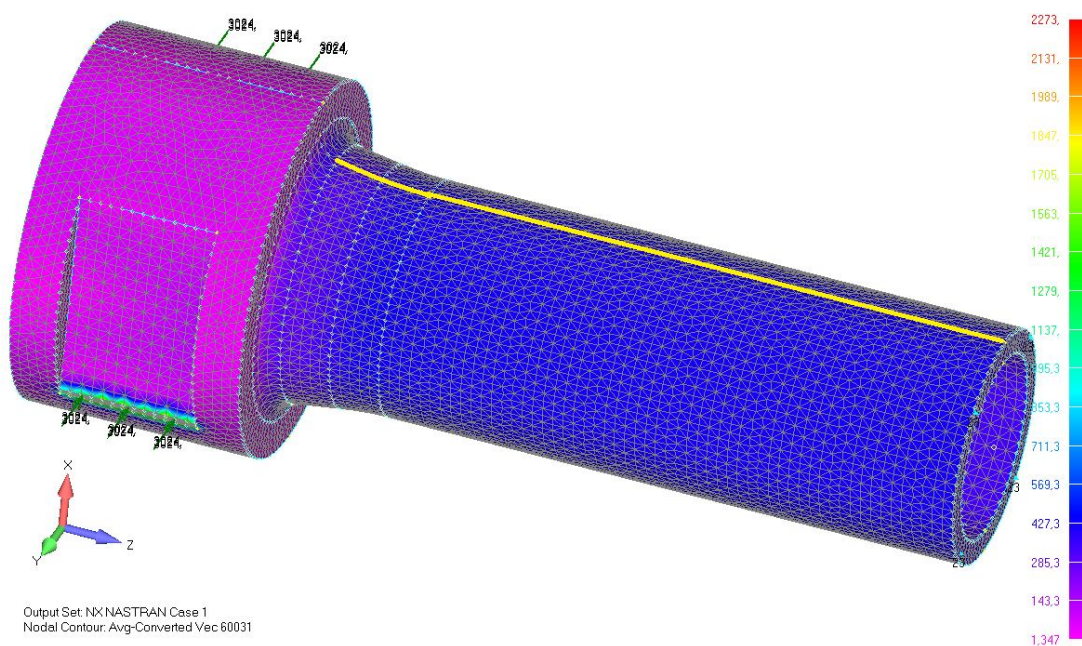


Рис. 5.3. Розподіл напружень за Мізесом по поверхні зразка, МПа

Там же наведена лінія, вздовж якої побудований графік напружень за Мізесом, МПа, зображений на рис.5.4. Він показує, що концентрації напружень немає. Тобто можна зробити висновок, що зразок спроектований вірно.

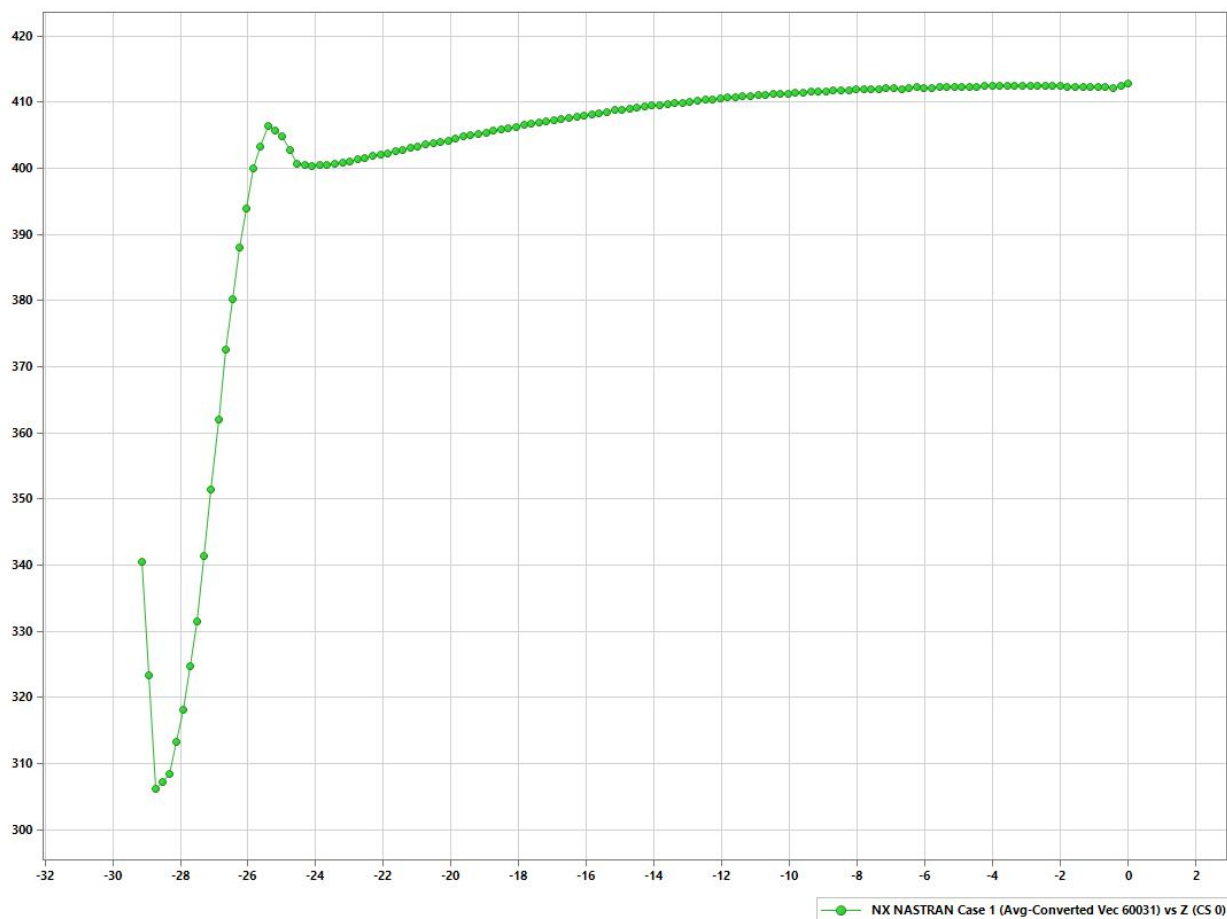


Рис.5.4. графік напружень за Мізесом, МПа, вздовж лінії, зображеної на рис.5.3.

6. РОЗРАХУНКИ ВЛАСНИХ ЧАСТОТ ТА ВІДПОВІДНИХ ВЛАСНИХ ФОРМ КРУТИЛЬНИХ КОЛИВАНЬ СИСТЕМИ З ДВОМА СТУПЕНЯМИ ВІЛЬНОСТІ

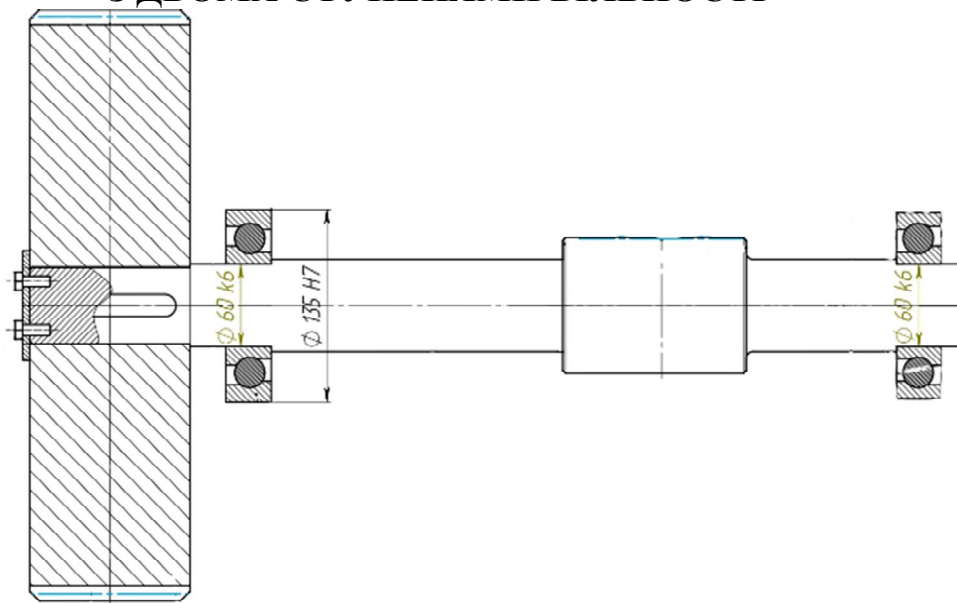


Рис. 6.1. Модель валу

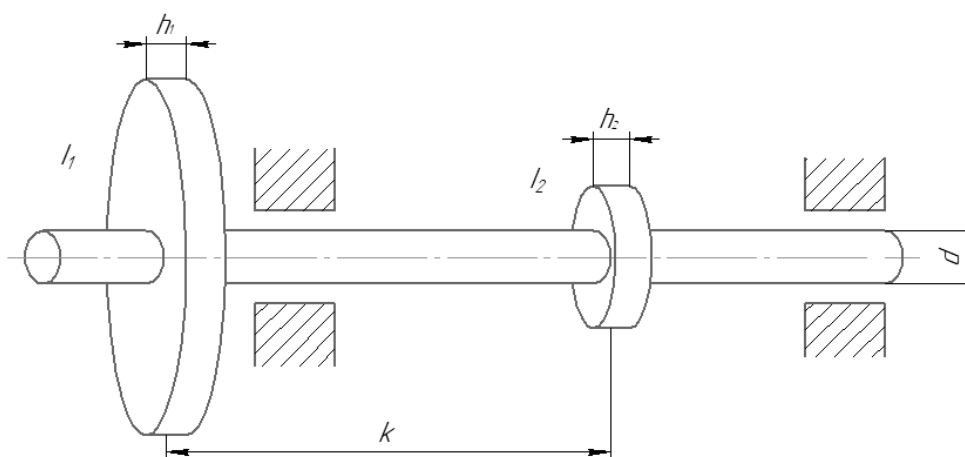


Рис. 6.2 Розрахункова схема

φ_1, φ_2 – кути повороту відповідно зубчастого колеса та черв'яка, які являють собою узагальнені координати;

матеріал зубчастого колеса – легована сталь 40ХН (поковка), із термообробкою – поліпшення.

матеріал черв'яка – сталь 45.

значення густини матеріалів:

- для сталі 40 НХ $\rho_1 = 7.82 \times 10^3 \frac{H \cdot c^2}{M^4},$

- для сталі 45 $\rho_2 = 7,81 \times 10^3 \frac{H \cdot c^2}{m^4}$,

для обох матеріалів $G = 8 \cdot 10^4 MPa$

жорсткість стержня визначається по формулі $k = \frac{G \cdot I_p}{l}$,

де I_p - полярний момент інерції, який знаходиться по формулою:

$$I_p = \frac{\pi \cdot d_B^4}{32} = \frac{\pi \cdot (67,2 \times 10^{-3})^4}{32} = 0,2002 \times 10^{-5} m^4$$

де d_B - діаметр вала.

$$k = \frac{G \cdot I_p}{l} = \frac{8 \times 10^{10} \cdot 0,2002 \times 10^{-5}}{0,6} = 2,67 \times 10^5 H \cdot m;$$

Значення I_1, I_2 - осьових моментів інерції для зубчатого колеса та черв'яка знайдемо за формулою:

$$I_1 = \frac{\pi \rho_1 h_1 D_1^4}{32} = \frac{3,14 \cdot 7,82 \times 10^3 \cdot 0,116 (0,419)^4}{32} = 2,745 H \cdot c^2 \cdot m;$$

$$I_2 = \frac{\pi \rho_2 h_2 D_2^4}{32} = \frac{3,14 \cdot 7,81 \times 10^3 \cdot 133 \times 10^{-3} (84 \times 10^{-3})^4}{32} = 0,005077 H \cdot c^2 \cdot m.$$

де D_1, D_2 - відповідно значення діаметрів зубчатого колеса та черв'яка,

h_1, h_2 - відповідно їх ширина.

Запишемо вирази для кінетичної та потенційної енергії:

$$T = \frac{1}{2} \cdot I_1 \cdot \dot{\varphi}_1^2 + \frac{1}{2} \cdot I_2 \cdot \dot{\varphi}_2^2;$$

$$\Pi = \frac{1}{2} k (\varphi_2 - \varphi_1)^2.$$

Підставляючи значення кінетичної і потенційної енергій до рівняння Лагранжа другого роду $\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_j} = 0$ для двох узагальнених координат і

відповідно, отримаємо систему рівнянь у вигляді:

$$\begin{cases} I_1 \ddot{\varphi}_1 + k \varphi_1 - k \varphi_2 = 0 \\ I_2 \ddot{\varphi}_2 - k \varphi_1 + k \varphi_2 = 0 \end{cases}$$

Складемо матриці інерції та жорсткості:

$$[a] = \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \quad [c] = \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix}$$

Запишемо рівняння вільних коливань у матричному вигляді:

$$\begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \ddot{\varphi}_1 \\ \ddot{\varphi}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Рішення шукаємо у вигляді: $\begin{Bmatrix} \varphi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Phi \end{Bmatrix} \cos(\omega t - \beta)$

$$-\omega^2 \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} k - \omega^2 I_1 & -k \\ -k & k - \omega^2 I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Прирівнявши детермінант до нуля отримаємо:

$$\det \begin{bmatrix} k - \omega^2 I_1 & -k \\ -k & k - \omega^2 I_2 \end{bmatrix} = 0;$$

$$(k - \omega^2 I_1)(k - \omega^2 I_2) - k^2 = 0;$$

$$k^2 - \omega^2 k I_1 - \omega^2 k I_2 + \omega^4 I_1 I_2 - k^2 = 0.$$

Знайдемо корені цього рівняння $\omega^4 I_1 I_2 - \omega^2 k(I_1 + I_2) = 0;$

$$\omega^2 [\omega^2 I_1 I_2 - k(I_1 + I_2)] = 0;$$

$$\omega^2 = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2} \end{bmatrix} \quad \begin{cases} \omega_1^2 = 0 \\ \omega_2^2 = \frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2} = \frac{2,67 \times 10^5 (2,745 + 0.005077)}{2,745 \cdot 0.005077} = 5,2687 \times 10^7 \text{ c}^{-2} \end{cases};$$

Підставляючи значення частот матимемо:

- у першому випадку $\omega_1^2 = 0$

$$\begin{bmatrix} k - \omega^2 I_1 & -k \\ -k & k - \omega^2 I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_{11} \\ \Phi_{12} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$k - k \Phi_{12} = 0 \quad \Rightarrow \quad \Phi_{12} = 1$$

$$\begin{Bmatrix} \Phi_{11} \\ \Phi_{12} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}$$

- у другому випадку $\omega_2^2 = \frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2}$

$$\begin{bmatrix} k - \left(\frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2} \right) I_1 & -k \\ -k & k - \left(\frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2} \right) I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_{21} \\ \Phi_{22} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$k - \frac{k(I_1 + I_2)}{I_2} - k\Phi_{22} = 0 \quad \Rightarrow \quad \Phi_{22} = -\frac{I_1}{I_2} = -\frac{2,67}{0.005077} = -527,9$$

Зобразимо знайдені значення форм коливань в графічному вигляді:

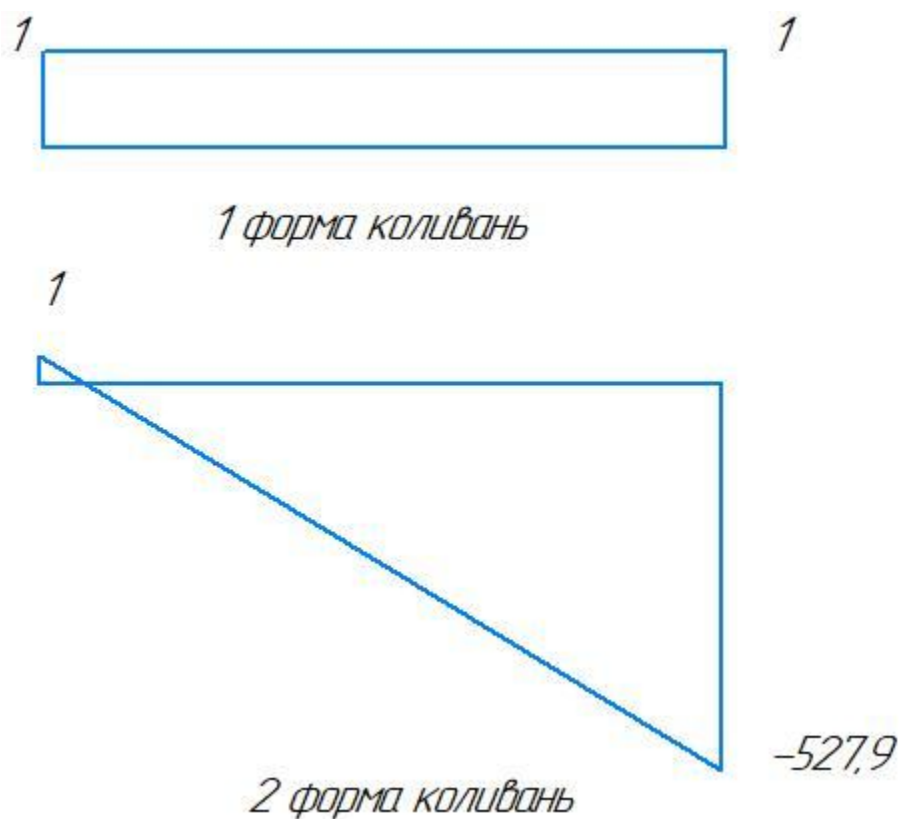


Рис 6. 3. Форми коливань

Оскільки однією з властивостей власних форм коливань є їх ортогональність, а саме:

$$\{\Phi\}_l^T [c] \{\Phi\}_s = 0$$

$$\{\Phi\}_l^T [a] \{\Phi\}_s = 0$$

-У першому випадку перевірка:

$$\{1 \ 1\} \cdot \begin{bmatrix} 2,67 & 0 \\ 0 & 0.005077 \end{bmatrix} \left\{ -\frac{1}{0.005077} \right\} = \{1 \ 1\} \begin{Bmatrix} 527,9 \\ -527,9 \end{Bmatrix} = 527,9 - 527,9 = 0;$$

-У другому випадку перевірка:

$$\begin{aligned} \{1 \ 1\} \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix} &= \{1 \ 1\} \begin{Bmatrix} k + k \frac{I_1}{I_2} \\ -k - k \frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix} = \\ &= 2,67 \times 10^5 \left(1 + \frac{2,67}{0.005077} \right) - 2,67 \times 10^5 \left(1 + \frac{2,67}{0.005077} \right) = 0 \end{aligned}$$

Використовуючи метод Релея знайдемо значення власних частот використовуючи формулу $\omega_l^2 = \frac{\{\Phi\}_l^T [c] \{\Phi\}_l}{\{\Phi\}_l^T [a] \{\Phi\}_l}$; підставляючи відповідні значення отримаємо:

$$\begin{aligned} \omega_1^2 &= \frac{\{1 \ 1\} \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}}{\{1 \ 1\} \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}} = \frac{\{1 \ 1\} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}}{\{1 \ 1\} \begin{Bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{Bmatrix}} = 0; \\ \omega_2^2 &= \frac{\left\{ 1 \ -\frac{I_1}{I_2} \right\} \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix}}{\left\{ 1 \ -\frac{I_1}{I_2} \right\} \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix}} = \frac{\left\{ 1 \ -\frac{I_1}{I_2} \right\} \begin{Bmatrix} k + k \frac{I_1}{I_2} \\ k - k \frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix}}{\left\{ 1 \ -\frac{I_1}{I_2} \right\} \begin{Bmatrix} I_1 \\ -I_1 \end{Bmatrix}} = \frac{k \left(1 + \frac{I_1}{I_2} \right) + \frac{I_1}{I_2} k \left(1 + \frac{I_1}{I_2} \right)}{I_1 \cdot \left(1 + \frac{I_1}{I_2} \right)} = \\ &= \frac{k \left(1 + \frac{I_1}{I_2} \right) \left(1 + \frac{I_1}{I_2} \right)}{I_1 \cdot \left(1 + \frac{I_1}{I_2} \right)} = \frac{k \cdot \left(1 + \frac{I_1}{I_2} \right)}{I_1} = k \left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2} \right) = \frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 \cdot I_2} = \\ &= \frac{2,67 \times 10^5 (2,745 + 0.005077)}{2,745 \cdot 0.005077} = 5,2687 \times 10^7 \text{ c}^{-2} \end{aligned}$$

Отже,
$$\begin{cases} \omega_1 = 0 \\ \omega_2 = \sqrt{5,2687 \times 10^7} = 7258,58 \text{ c}^{-1} \end{cases}$$

6.1. Визначення власних частот методом сил

$$m = \rho V$$

$$m_1 = 7.82 \cdot 10^3 \cdot \left[\pi \cdot \left(\frac{416,89}{2} \cdot 10^{-3} \right)^2 \cdot 116 \cdot 10^{-3} - \pi \cdot \left(\frac{55}{2} \cdot 10^{-3} \right)^2 \cdot 116 \cdot 10^{-3} \right] = 5,16 \text{ кг}$$

$$m_2 = 7.81 \cdot 10^3 \cdot \left[\pi \cdot \left(\frac{84}{2} \cdot 10^{-3} \right)^2 \cdot 133 \cdot 10^{-3} \right] = 1,37 \text{ кг}$$

Момент інерції:

$$I = \frac{\pi \cdot d_B^4}{64} = \frac{\pi \cdot (60 \times 10^{-3})^4}{64} = 63.617 \times 10^{-6} \text{ м}^4$$

$$EI = 2.1 \cdot 10^{11} \cdot 63.617 \times 10^{-6} = 133596 \text{ Н} \cdot \text{м}^2$$

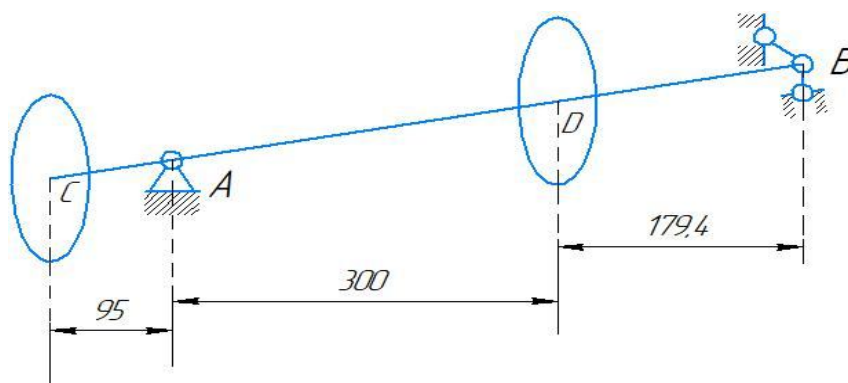


Рис. 6.4 Система з двома ступенями свободи

Знайдемо переміщення $\delta_{11}, \delta_{12}, \delta_{21}, \delta_{22}$. Побудуємо епюри (Рис. 6.4) від дії одиничних сил $\bar{X}_1 = 1, \bar{X}_2 = 1$ відповідно.

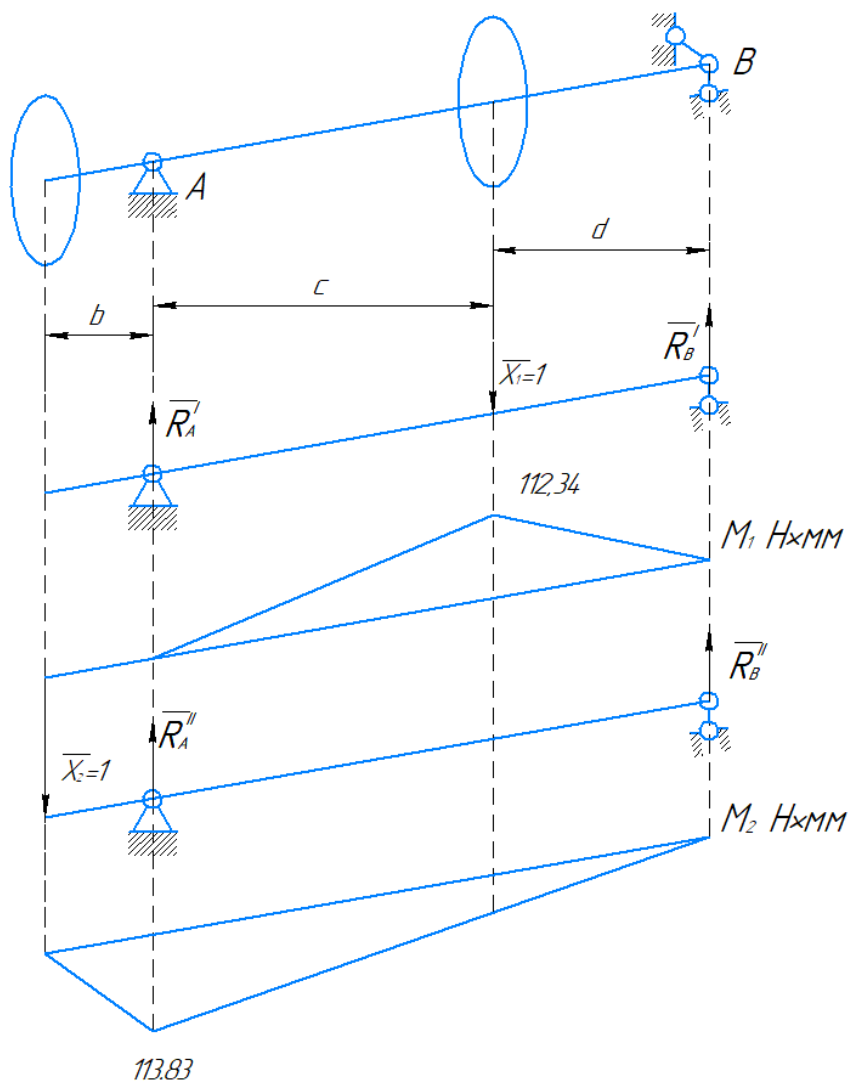


Рис. 6.5 Епюри моментів від одиничних сил

$$\delta_{11} = \frac{1}{EI} \left[\frac{1}{2} \cdot 0.112 \cdot 0.3 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0.112 + \frac{1}{2} \cdot 0.112 \cdot 0.1794 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0.112 \right] = 15,0044 \cdot 10^{-9}$$

$$\delta_{12} = -\frac{1}{EI} \left[\frac{1}{2} \cdot 0.112 \cdot 0.3 \cdot 0,0442 + \frac{1}{2} \cdot 0.112 \cdot 0.1794 \cdot 0,02839 \right] = -7.6951 \cdot 10^{-9}$$

$$\delta_{22} = \frac{1}{EI} \left[\frac{1}{2} \cdot 0.095 \cdot 0.1138 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0.1138 + \frac{1}{2} \cdot 0.1138 \cdot 0.4794 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0.1138 \right] = 18,5602 \cdot 10^{-9}$$

Запишемо диференціальні рівняння в переміщеннях:

$$\begin{cases} w_1 = -\ddot{w}_1 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - \ddot{w}_2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ w_2 = -\ddot{w}_1 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 - \ddot{w}_2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 \end{cases} \quad (6.56)$$

Шукаємо переміщення у вигляді

$$w_i = W_i \cdot \cos(\omega \cdot t) \quad (6.57)$$

Підставимо (6.57) в (6.56) отримаємо:

$$\begin{cases} (\omega^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) \cdot W_1 + \omega^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \cdot W_2 = 0 \\ \omega^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 \cdot W_1 + (\omega^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \cdot W_2 = 0 \end{cases} \quad (6.58)$$

Оскільки маємо отримати не тривіальний розв'язок маємо, що детермінант останньої матриці(6.58) має бути рівний нулю:

$$\det \begin{bmatrix} (\omega^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) & \omega^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ \omega^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 & (\omega^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \end{bmatrix} = 0 \quad (6.59)$$

Розкриваючи визначник, отримуємо характеристичне рівняння відносно ω^2 , з якого знаходимо ω_1^2, ω_2^2 :

$$(\omega^2 m_1 \delta_{11} - 1)(\omega^2 m_2 \delta_{22} - 1) - \omega^4 m_1 m_2 \delta_{12} \delta_{21} = 0;$$

$$\omega^4 m_1 m_2 \delta_{11} \delta_{22} - \omega^2 m_1 \delta_{11} - \omega^2 m_2 \delta_{22} + 1 - \omega^4 m_1 m_2 \delta_{12} \delta_{21} = 0;$$

$$\omega^4 (m_2 \delta_{11} \delta_{22} - \delta_{12} \delta_{21}) m_1 m_2 - \omega^2 (m_2 \delta_{22} + m_1 \delta_{11}) + 1 = 0;$$

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{m_2 \delta_{22} + m_1 \delta_{11} \mp \sqrt{(m_2 \delta_{22} + m_1 \delta_{11})^2 - 4(m_1 m_2 \delta_{11} \delta_{22} - m_1 m_2 \delta_{12}^2)}}{2(m_1 m_2 \delta_{11} \delta_{22} - m_1 m_2 \delta_{12}^2)};$$

Визначили власні частоти: $\omega_1^2 = 11839697 \text{ c}^{-2}$, $\omega_2^2 = 54502423 \text{ c}^{-2}$

$$\omega_1 = 3440 \text{ c}^{-1}, \omega_2 = 7382 \text{ c}^{-1}$$

Знаходимо власні форми коливань та перевіряємо умови ортогональності.

Оскільки кожній частоті відповідає своя форма коливань, то розглянемо два можливих випадки, підставляючи до відповідної матриці значення знайдених двох частот та знайдемо W_1, W_2 .

$$\begin{bmatrix} (\omega_1^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) & \omega_1^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ \omega_1^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 & (\omega_1^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} W_1 \\ W_2 \end{Bmatrix} = 0 \quad (6.61)$$

При $\omega_1^2 = 11839697 \text{ c}^{-2}$ і нормованій $W_1 = 1$ отримаємо з розв'язку рівняння таку першу власну форму:

$$\begin{bmatrix} (\omega_1^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) & \omega_1^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ \omega_1^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 & (\omega_1^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} W_1 \\ W_2 \end{Bmatrix} = 0 \quad (6.61)$$

$$W_1 = -0.2319$$

Аналогічно при $\omega_2^2 = 54502423 \text{ c}^{-2}$ і нормованій $W_2 = 1$

$$\begin{bmatrix} (\omega_2^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) & \omega_2^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ \omega_2^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 & (\omega_2^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} W_1 \\ W_2 \end{Bmatrix} = 0 \quad (6.63)$$

$$W_2 = 8.8863$$

Оскільки однією з властивостей власних форм коливань є їх ортогональність, то перевірмо виконання цієї умови:

$$\{W\}_2^T [a] \{W\}_1 = 0; \quad (6.65)$$

$$\{W\}_1 = \begin{Bmatrix} 1 \\ -0.2319 \end{Bmatrix}, \quad \{W\}_2 = \begin{Bmatrix} 1 \\ 8.8863 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} 1 \\ -0.2319 \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} 5.157 & 0 \\ 0 & 1.37 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 8.8863 \end{Bmatrix} = -0.000278 \approx 0$$

Зобразимо отримані власні форми згинальних коливань

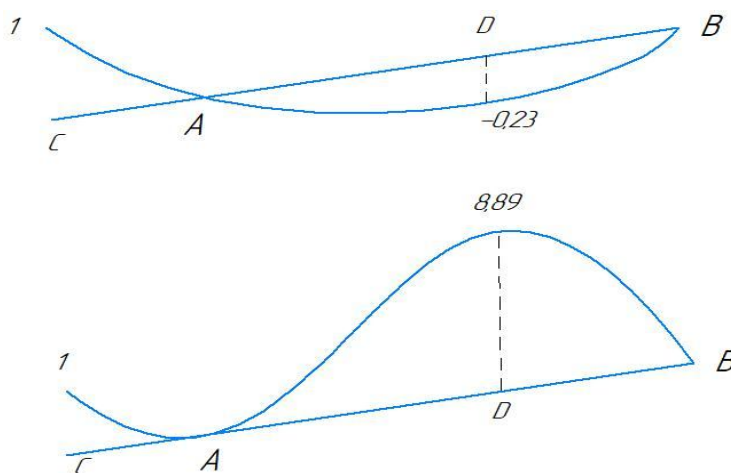


Рис.6.6. Власні форми коливань

6.2.Визначення першої власної частоти методом Релея

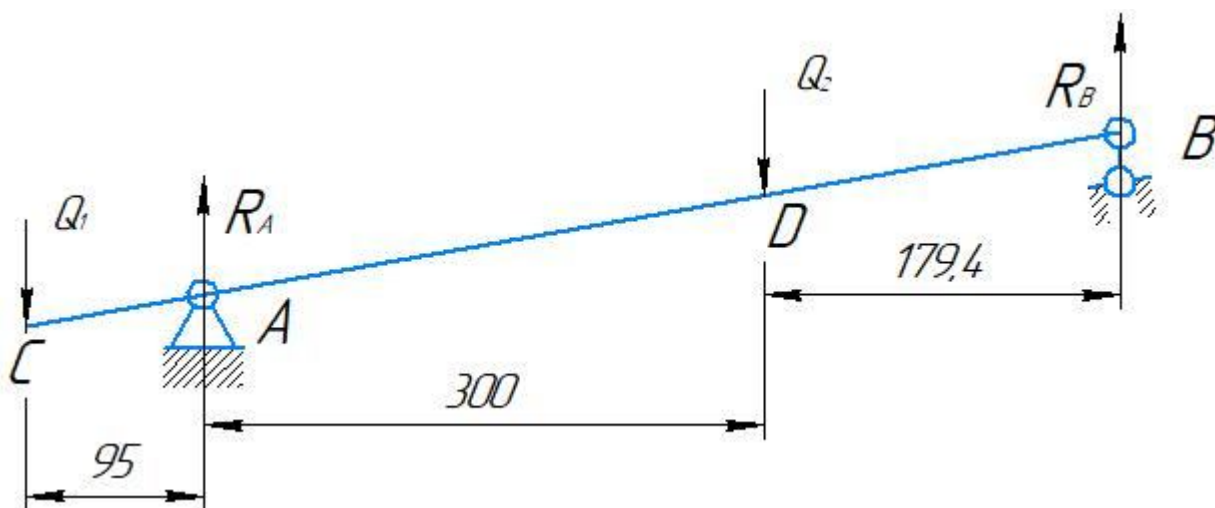


Рис. 6.7 Система з двома ступенями свободи
(маси замінили силами)

$$\omega_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^2 Q_i W_i}{\sum_{i=1}^2 m_i W_i^2}; \quad Q_i = m_i g;$$

$$Q_1 = m_1 g = 5.157 \cdot 10 = 51.57 H$$

$$Q_2 = m_2 g = 1.37 \cdot 10 = 13.7 H$$

$$\sum M_{iA} = 0;$$

$$\sum M_{iB} = 0;$$

$$R_B = 16.47 H$$

$$R_A = 66.91 H$$

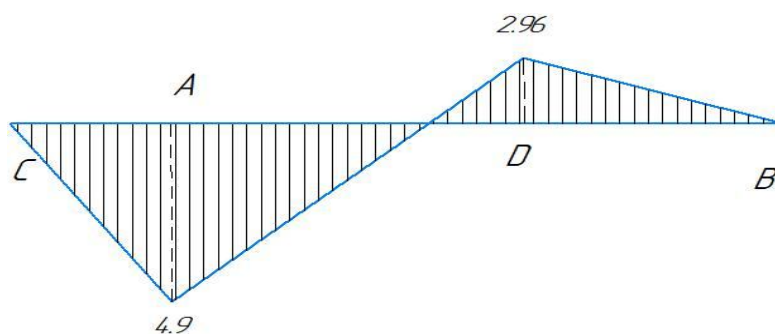


Рис. 6.8 Епюри моментів зовнішніх сил

Значення W_i [м] знаходимо за допомогою методу Верещагіна.

$$W_1 = 7.38 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

$$W_2 = 5.47 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

$$\omega_1^2 = \frac{51.57 \cdot 7.38 \cdot 10^{-7} + 13.7 \cdot 5.47 \cdot 10^{-7}}{5.157 \cdot (7.38 \cdot 10^{-7})^2 + 1.37 \cdot (5.47 \cdot 10^{-7})^2} = 12.80 \cdot 10^7 \text{ с}^{-2}$$

$$\omega_1 = 3577.88 \text{ с}^{-1}$$

6.3. Визначення першої власної частоти методом Донкерлі

$$\frac{1}{\omega_1^2} = \frac{1}{(\omega'_1)^2} + \frac{1}{(\omega'_2)^2};$$

$$\frac{1}{(\omega'_1)^2} = m_1 \delta_{11} = 5.157 \cdot 1.5 \cdot 10^{-8} = 7.737 \cdot 10^{-8}$$

$$\frac{1}{(\omega'_2)^2} = m_2 \delta_{22} = 1.37 \cdot 1.856 \cdot 10^{-8} = 2.5438 \cdot 10^{-8}$$

$$\frac{1}{\omega_1^2} = 7.737 \cdot 10^{-8} + 2.5438 \cdot 10^{-8} = 1.028 \cdot 10^{-7}$$

$$\omega_1 = 3118,71 \text{ c}^{-1}, \quad \omega_1^2 = 9,726 \cdot 10^6 \text{ c}^{-2} \quad .$$

Для порівняння, значення першої власної частоти згинних коливань:

- методом сил : $\omega_1 = 3440 \text{ c}^{-1}$
- методом Релея: $\omega_1 = 3577.88 \text{ c}^{-1}$
- методом Донкерлі: $\omega_1 = 3118,71 \text{ c}^{-1}$

Похибка результатів:

$$\delta_{\text{Релея}} = \left| \frac{3578 - 3440}{3578} \right| \cdot 100\% = 3,82\%$$

$$\delta_{\text{Донкері}} = \left| \frac{3440 - 3119}{3440} \right| \cdot 100\% = 9,3\%$$

7 ДОСЛІДЖЕННЯ МЕХАНІЧНИХ ПАРАМЕТРІВ КУЛІ ПІСЛЯ ЗІТКНЕННЯ З ПЕРЕШКОДОЮ

7.1 Вступ

Куля є частиною набою, що за рахунок порохових газів вилітає із дула вогнепальної зброї під час пострілу. Кулі складається з металічної оболонки – гільзи 2 рис.7.1., дно гільзи з закраїною обмежує рух гільзи в патронник. В центрі дна гільзи знаходиться канал з розширенням, для вставки запальної трубки. В головці гільзи знаходиться гніздо для вставки капсюля 5 рис.7.1., що складається з латунної чаші з томпаковим ковпаком. В головці гільзи власне встановлюється куля, зазвичай її виготовляють зі свинцю. В середині гільзи знаходиться горюча речовина.

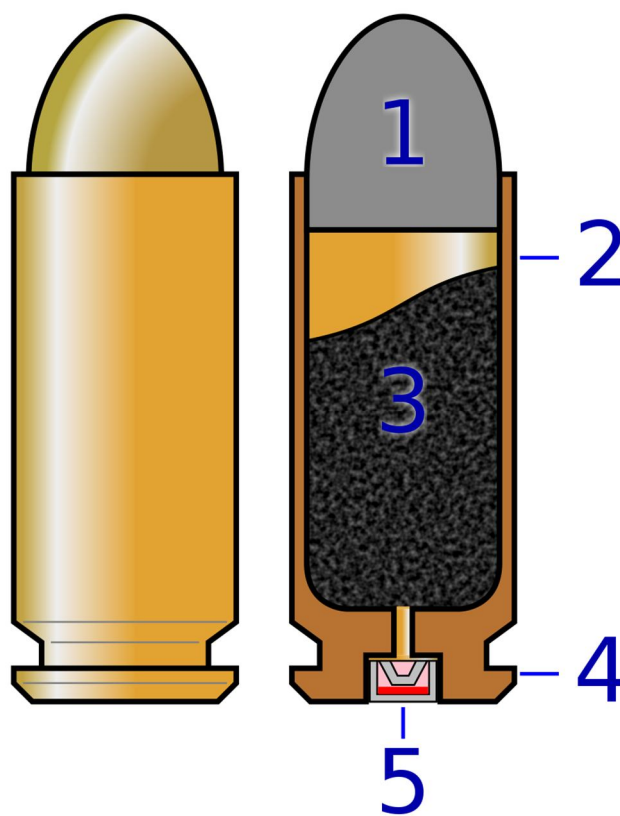


Рис. 7. 1. Сучасний набій: 1 - куля; 2- гільза; 3- горюча речовина; 4 - денце з закраїною; 5 - капсуль.

Куля зазвичай не містить вибухівки, в свою чергу вона задає пошкодження цілі ударом і проникненням. В переважній більшості кулі проходять наскрізь ціль,

але існують часті випадки коли куля застряє мішені. Така ситуація є розповсюдженою, але донині не дослідженні механічні характеристики кулі в такому випадку.

7.2 Постановка задачі

Розглянемо кулю 9x18 мм ПМ, яка рухається зі сталою швидкістю $V=340$ м/с вздовж осі Z. Куля вдаряється в абсолютно жорстку перешкоду, так що в подальшому лівий переріз кулі залишається жорстко зв'язаний з перешкодою. Необхідно визначити максимальне значення переміщення правого торця і максимальне значення осьового зусилля в лівому перерізі стержня.

Перш за все розглянемо геометричні параметри кулі рис 7.2.

Геометричні параметри кулі 9x18 мм ПМ:

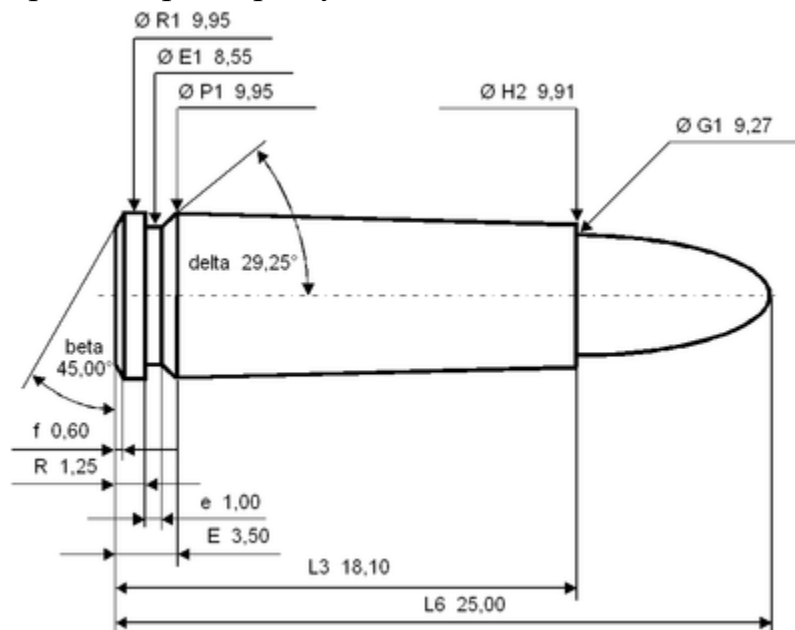


Рис. 7. 2. Геометричні параметри кулі
справжній калібр кулі 9,27 мм;
маса 6,1г;
довжина набою 25 мм;
довжина гільзи 18,1 мм;
діаметр фланця гільзи 9,96 мм;
товщина фланця гільзи 1,25 мм
діаметр основи гільзи 9,95 мм.

Розглянемо схематичне зображення поставленої задачі рис. 7.3, де 1 – схема в момент зіткнення, 2 – схема в початковий момент.

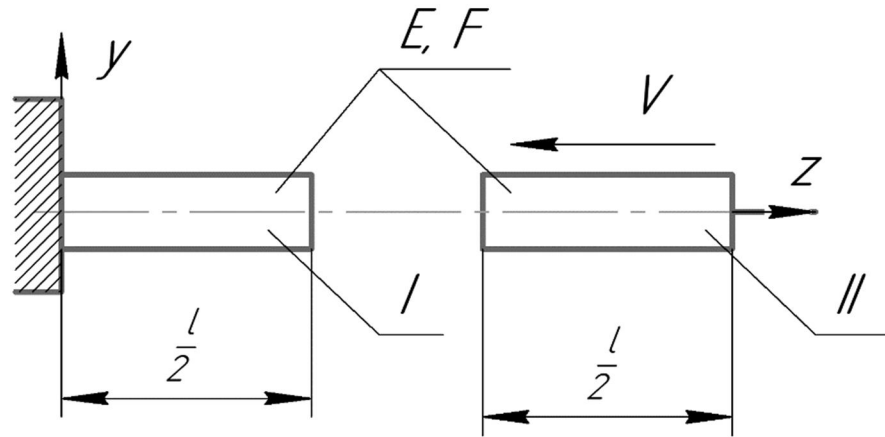


Рис. 7. 3. Схема задачі: 1 – куля після зіткнення;
2- куля в початковий момент.

7.3 Аналітичний розрахунок

В початковий момент часу $u \equiv 0$, $\frac{\partial u}{\partial t} = -v$, тому після перетворень

$$u(l, t) = \frac{8vl}{\pi^2 a} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \sin \frac{\pi n z}{2l} \sin \frac{\pi n a t}{2l} \quad (n = 1, 3, 5 \dots)$$

Переміщення правого торця ($z = l$):

$$u(l, t) = \frac{8vl}{\pi^2 a} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{n-1}{2}}}{n^2} \sin \frac{\pi n a t}{2l} \quad \left(a = \sqrt{\frac{EF}{m_0}} \right)$$

Переміщення правого торця досягає максимального значення в момент часу

$$t_1 = \frac{l}{a} \text{ (при цьому значення часу } \sin \frac{\pi n a t_1}{2l} = (-1)^{\frac{n-1}{2}} \text{)}$$

Переміщення

$$u_{max} = -\frac{8vl}{\pi^2 a} \left(1 + \frac{1}{9} + \frac{1}{25} + \dots \right) = -\frac{vl}{a}$$

Підставимо значення $l=0.0069\text{м}$, $v=340 \text{ м/с}$, $m_0 = 6,1 \cdot 10^{-3}\text{кг}$, $F = 2,7 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$, $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$

$$a = \sqrt{\frac{EF}{m_0}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{11} \cdot 2,7 \cdot 10^{-4}}{6,1 \cdot 10^{-3}}} = 8852,459$$

$$u_{max} = -\frac{340 \cdot 0.0069}{8852,459} = -0,00026 \text{ м} = -0,26 \text{ мм}$$

Осьове зусилля

$$N = EF \frac{\partial u}{\partial z} = -EF \frac{8vl}{\pi^2 a} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \left(\frac{\pi n}{2l} \right) \cos \frac{\pi n z}{2l} \sin \frac{\pi n a t}{2l}$$

Максимальне значення зусилля N при $z = 0$ та $t_1 = \frac{l}{a}$

$$N_{max} = -\frac{4vEF}{\pi a} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1} (-1)^{n+1} = -\frac{vEF}{a} = -v \sqrt{EF m_0}$$

$$N_{max} = -340 \sqrt{2 \cdot 10^{11} \cdot 2,7 \cdot 10^{-4} \cdot 6,1 \cdot 10^{-3}} = 195,137 \text{ КН}$$

7.3 Числовий розрахунок

Для перевірки аналітичного розрахунку доцільно виконати числовий розрахунок. Відповідно до геометричних розмірів, що показані на рис.7.2. виконаю побудову кулі в САПР SolidWorks 2020 SP1.0. Також проектую перешкоду в яку буде вдарятися куля.

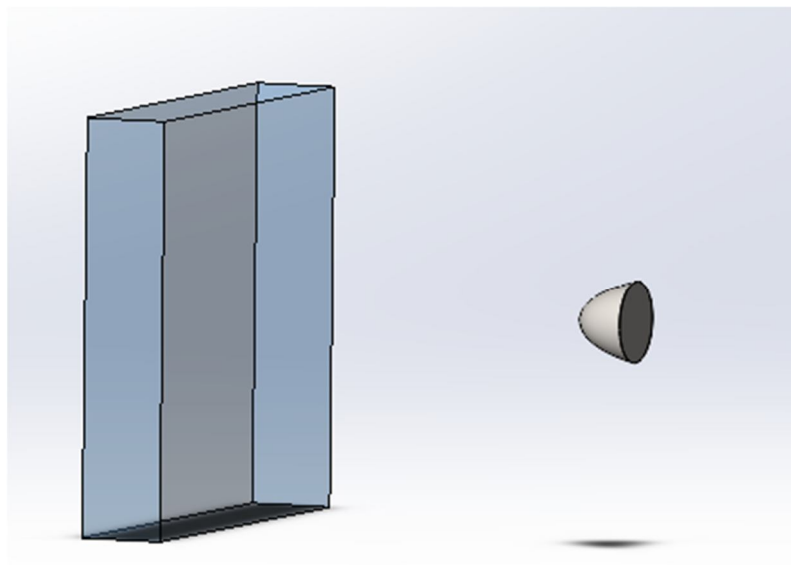


Рис.7.4. Модель кулі та перешкоди в середовищі SolidWorks

Наступним етапом підготовки до чисельного експерименту є задання матеріалу. Для кулі це вуглецева сталь зі значенням модуля пружності $E = 2 \cdot 10^5$ МПа, інші характеристики матеріалу доповнюються автоматично.

Після чого застосовую до схеми початкові умови, а саме: задаю швидкість руху кулі $V=340$ м/с вздовж осі Z ; та граничні умови: лівий переріз кулі залишається жорстко зв'язаний з перешкодою, а перешкода в свою чергу є нерухомою. Останнім етапом перед запуском розрахунку є створення скінченно-елементної сітки.

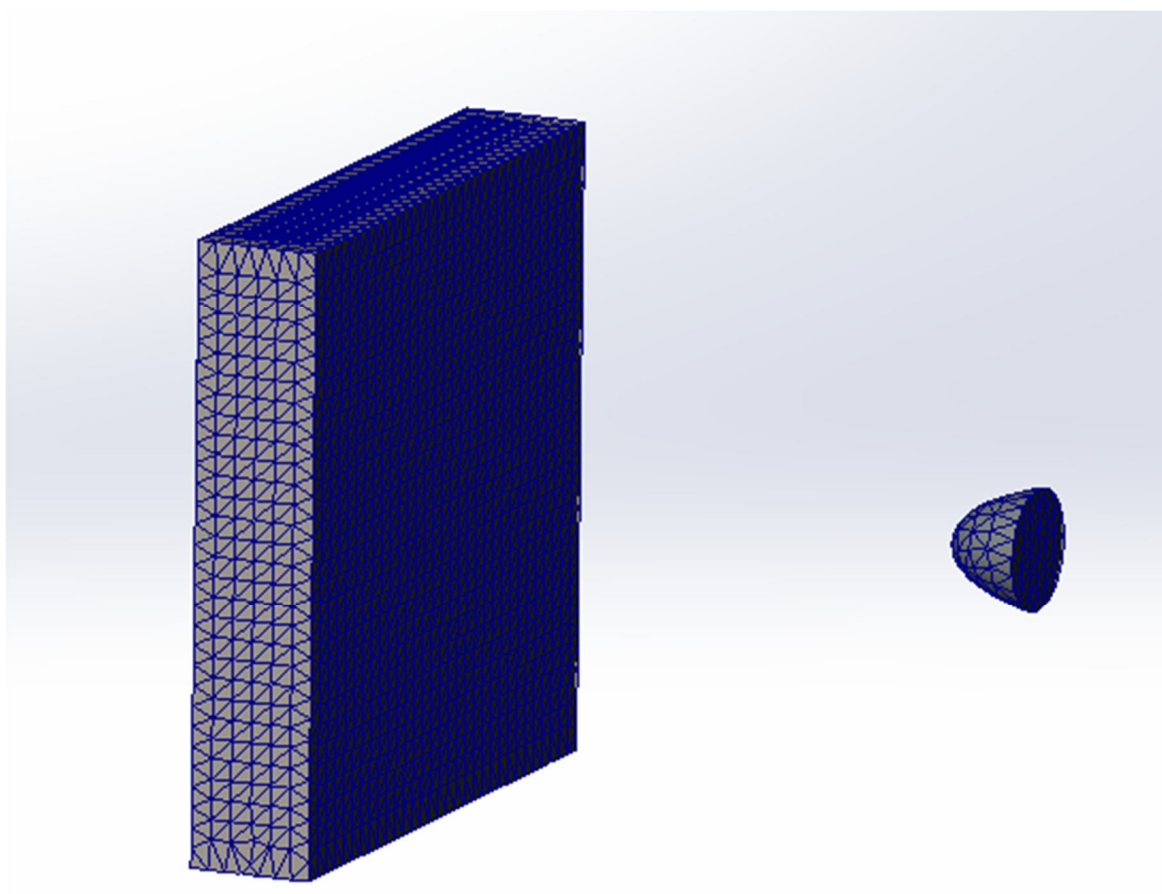


Рис.7.5. Сітка скінченних елементів

Після проведеного розрахунку отримала діаграму переміщення. На діаграмі видно, що найбільші переміщення знаходяться на правій кромці і мають значення -0,2738 мм. Лівий край підсвічується червоним, що вказує на те, що переміщення відсутні.

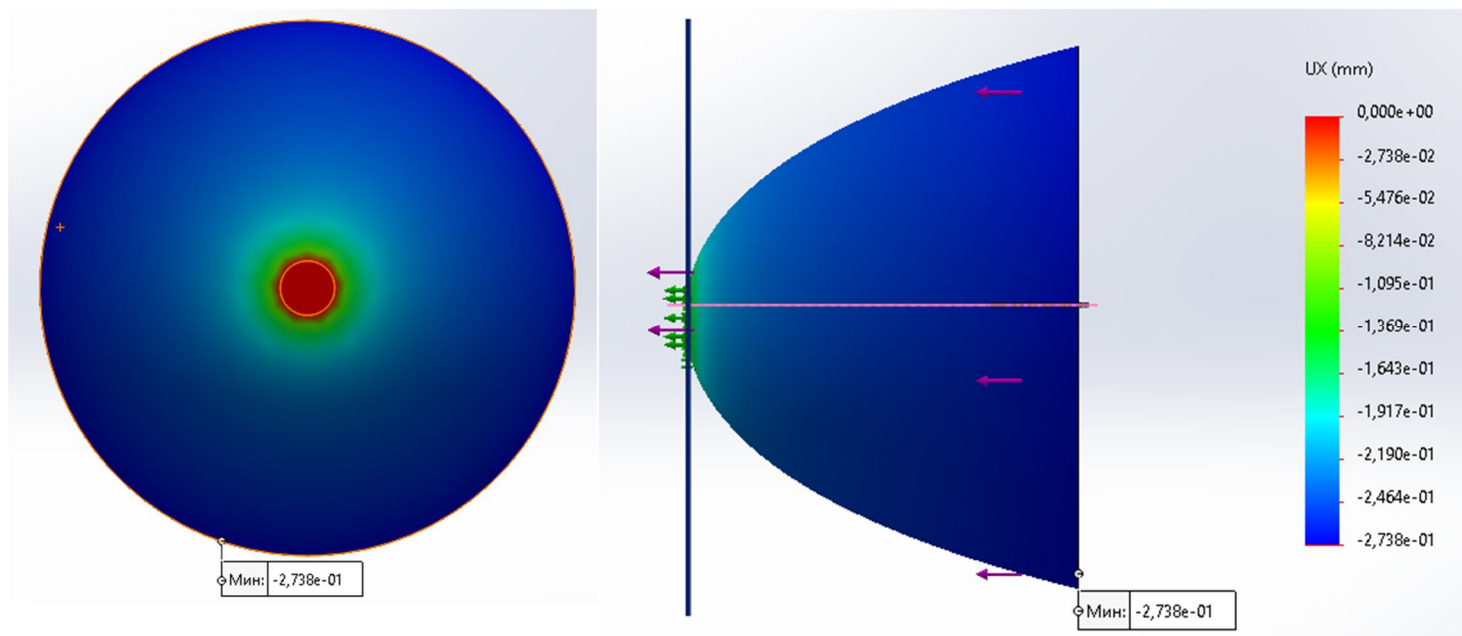


Рис.7.6. Епюра переміщень

Розрахую похибку обчислень:

$$\Delta = \frac{0,2738 - 0,26}{0,2738} \cdot 100\% = 5,04\%$$

Отримана похибка є допустимою, отже розрахунки виконані вірно.

7.5 Висновки

Аналітичним методом були дослідженні максимальне значення осьового зусилля та переміщення в кулі 9x18 мм ПМ після жорсткого удару. Була спроектована модель в САПР SolidWorks та виконані чисельні розрахунки. За результатами розрахунків були знайдені точні значення переміщень в кулі.

Додаток 1

$$\left(1 + \cos\left(\frac{54 \cdot \pi}{180}\right)\right) \cdot \sin\left(\frac{54 \cdot \pi}{180}\right) + 2 \left(\cot\left(\frac{54 \cdot \pi}{180}\right) \cdot \int_0^5 \frac{\lambda \cdot \sinh\left(\lambda \cdot \frac{54 \cdot \pi}{180}\right) \cdot \cosh\left(\lambda \cdot \frac{(54-30) \cdot \pi}{180}\right)}{\sinh(\lambda \cdot \pi) \cdot \sinh\left(\lambda \cdot \left(\frac{54 \cdot \pi}{180} - \frac{30 \cdot \pi}{180}\right)\right)} d\lambda - \cot\left(\frac{30 \cdot \pi}{180}\right) \cdot \int_0^5 \frac{\lambda \cdot \sinh\left(\lambda \cdot \left(\frac{30 \cdot \pi}{180}\right)\right)}{\sinh(\lambda \cdot \pi) \cdot \sinh\left(\lambda \cdot \left(\frac{54 \cdot \pi}{180} - \frac{30 \cdot \pi}{180}\right)\right)} d\lambda \right) = 1.005$$

$$\left(1 + \cos\left(\frac{30 \cdot \pi}{180}\right)\right) \cdot \sin\left(\frac{30 \cdot \pi}{180}\right) + 2 \left(\cot\left(\frac{54 \cdot \pi}{180}\right) \cdot \int_0^5 \frac{\lambda \cdot \sinh\left(\lambda \cdot \frac{54 \cdot \pi}{180}\right)}{\sinh(\lambda \cdot \pi) \cdot \sinh\left(\lambda \cdot \left(\frac{54-30}{180} \pi\right)\right)} d\lambda - \cot\left(\frac{30 \cdot \pi}{180}\right) \cdot \int_0^5 \frac{\lambda \cdot \sinh\left(\lambda \cdot \left(\frac{30 \pi}{180}\right)\right) \cdot \sinh\left(\lambda \cdot \left(\frac{(54-30) \pi}{180}\right)\right)}{\sinh(\lambda \cdot \pi) \cdot \sinh\left(\lambda \cdot \left(\frac{54-30}{180} \pi\right)\right)} d\lambda \right) = 2.069$$

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Розрахунок і конструювання передач гнучкою в'яззю. Методичні вказівки до виконання розрахунково – графічних робіт з дисципліни “Деталі машин” – Київ: “Політехніка”, 2004
2. Киркач Н.В., Баласанян Р.А.: Расчет и проектирование деталей машин. – Харьков: Основа, 1991 – 257 с.
3. Цехнович Л.И.,Петриченко И.П. :Атлас конструкций редукторов. – Киев, “Вища школа”, 1990 – 150 с.
4. Дунаев П.Ф., Леликов О.П. :Детали машин. Курсовое проектирование. – Москва, “Машиностроение”, 2004 – 561 с.
5. Проектування приводу випробувальної машини. Методичні вказівки до курсового проектування з деталей машин / Укл. Ковальчук Б.І., Заховайко О.П. – К.: НТУУ „КПІ”, 2004.
3. Павлице В. Т. Основи конструювання та розрахунок деталей машин: Підручник для вузів. – К.: Вишшк., 1993.
4. Профілювання циліндричного евольвентного зачеплення з використанням персональної ЕОМ. Методичні вказівки до курсового проекту з дисципліни „Теорія механізмів і машин” для студентів спеціальності „Динаміка і міцність машин” / Укл.: О.П. Заховайко, О.Б Овсієнко, О.М Протащук та ін. – К.: НТУУ „КПІ”, 2000 – 40с.
5. Чемерис О.М. Методичні вказівки до розв'язування задач симетричнокруглих пластин з дисципліни „Будівельна механіка машин” для студентів спеціальності ДММ. – К.: КПІ, 1992.
6. Опір матеріалів / Підручник. Г.С. Писаренко. – К.: Вища школа, 1993. – 655с.
7. Иванов М.Н., Детали машин. Учебн. для машиностр. спец. вузов. 4-е изд. перераб. – М.: Высш. шк. 1984. – 336с.
8. Рудаков К.М. Конспект лекцій з дисципліни „Чисельні методи в динаміці та міцності машин”. Частина I К.: НТУУ „КПІ”, НВЦ „Надійність”, 2000. – 105с.
9. Рудаков К.М. Конспект лекцій з дисципліни „Чисельні методи в динаміці та міцності машин”. ЧастинаII К.: НТУУ „КПІ”, НВЦ „Надійність”, 2000. – 105с.
- 10.РудаковК.М. MSC NASTRAN 4.0 for Windows. Геометричне модулювання та скінченно-елементні розрахунки конструкцій. – К.: НТУУ „КПІ”, 2004. – 120с.
- 11.Василенко Н.В. Теория колебаний. – Киев: Вища школа, 1992. – 423с.

12. Методичні вказівки до виконання випускної атестаційної роботи бакалавра з напрямку 0902 – Інженерна механіка для спеціальності 7.090201 – Динаміка і міцність машин / Укл.: А.Є. Бабенко, О.О. Боронко, О.П. Заховайко, Б.І. Ковальчук, К.М. Рудаков, Ю.М. Сидоренко, О.М. Чемерис. Під загальною редакцією М.І. Бобиря. – К.: НТУУ "КПІ", 2004. – 47 с.