НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»
ФІЗИКО-ТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
Кафедра інформаційної безпеки

«На правах рукопису» «До захисту допущено»

УДК ______________ В.о. завідувача кафедри

__________ М.В.Грайворонський

“___”_____________2018 р.

Магістерська дисертація

на здобуття ступеня магістра

зі спеціальності: 113 Прикладна математика

на тему: Оцінка впливу фракцій парламенту, заснована на індексі Шеплі-Шубіка

Виконав: студент 2 курсу, групи ФІ-72мп
(шифр групи)

Галишак Володимир Олександрович _________
(прізвище, ім’я, по батькові) (підпис)

Науковий керівник д.т.н, професор Качинський А.Б. _________
(посада, науковий ступінь, вчене звання, прізвище та ініціали) (підпис)

Консультант ____________ ______________________________ _________
(назва розділу) (науковий ступінь, вчене звання, , прізвище, ініціали) (підпис)

Рецензент д.т.н, професор Данилов В.Я. _________
(посада, науковий ступінь, вчене звання, науковий ступінь, прізвище та ініціали) (підпис)

Засвідчую, що у цій магістерській дисертації немає запозичень з праць інших авторів без відповідних посилань.
Студент _________
(підпис)

Київ – 2018 року

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»
ФІЗИКО-ТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
Кафедра інформаційної безпеки

Рівень вищої освіти – другий (магістерський) за освітньо-професійною програмою
Спеціальність (спеціалізація) – 113 Прикладна математика («Аналітичні методи безпеки інформації»)

ЗАТВЕРДЖУЮ
В.о. завідувача кафедри
__________ М.В.Грайворонський
(підпис)
«____»_____________2018 р.

ЗАВДАННЯ
на магістерську дисертацію студенту

Галишаку Володимиру Олександровичу
(прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема дисертації Оцінка впливу фракцій парламенту, заснована на індексі Шеплі-Шубіка

науковий керівник дисертації Качинський Анатолій Броніславович доктор технічних наук, професор
(прізвище, ім'я, по батькові, науковий ступінь, вчене звання)

затверджені наказом по університету від «15 » листопада 2018 р. № 4171-с

2. Термін подання студентом дисертації 10.12.2018

3. Об'єкт дослідження Розподіл впливу між фракціями у парламенті, за умови врахування політичних вподобань при формуванні коаліцій

4. Вихідні дані Математична модель оцінки впливу фракцій у парламенті

5. Перелік завдань, які потрібно розробити

1. Дослідити існуючі методи вимірювання впливу фракцій
2. Модифікувати вибраний метод, для врахування політичних вподобань та фракційної дисципліни
3. Розробити модель визначення політичних вподобань за результатами голосувань фракцій
4. Побудувати схему, яка описує необхідні кроки для побудови оцінок впливу

5. Розробити програму для автоматизованого збору необхідних даних для дослідження

6. Розробити програму для обрахунку за побудованою схемою оцінки впливу

7. Дослідити побудовані оцінки впливу на залежність між собою

6. Орієнтовний перелік ілюстративного матеріалу презентація на тему «Розподіл впливу між фракціями у парламенті, за умови врахування політичних вподобань при формуванні коаліцій»

7. Орієнтовний перелік публікацій ____________________________________

8. Консультанти розділів дисертації*

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	завдання прийняв

9. Дата видачі завдання 3.09.2018

Календарний план

№ з/п	Назва етапів виконання магістерської дисертації	Термін виконання етапів магістерської дисертації	Примітка
1	Отримання завдання	03.09.2018	
2	Аналіз необхідної літератури	20.09.2018	
3	Розробка методу оцінки впливу	01.10.2018	
4	Збір даних для побудови оцінок впливу	10.10.2018	
5	Програмна реалізація етапів оцінки впливу	01.11.2018	
6	Аналіз отриманих результатів	14.12.2018	
7	Оформлення магістерської дисертації	03.12.2018	
8	Отримання допуску до захисту та подача роботи в ДЕК	10.12.2018	

Студент ____________ ____________________
(підпис) (ініціали, прізвище)

Науковий керівник дисертації ____________ ____________________
(підпис) (ініціали, прізвище)

* Консультантом не може бути зазначено наукового керівника магістерської дисертації.

РЕФЕРАТ

Обсяг магістерської дисертації 102 сторінки, 25 ілюстрацій, 14 таблиць, 3 додатки. При підготовці було використано 23 різних джерела.

Мета. Дослідити модель оцінки впливу, що враховує такі фактори, як політичні позиції учасників і рівень фракційної дисципліни, розробити модель визначення політичних вподобань фракцій на основі результатів їх голосувань. Проаналізувати вплив фракцій у ВРУ 7 скликання, визначивши залежності між впливом фракцій.

Об’єкт дослідження. Розподіл впливу між фракціями у парламенті, за умови врахування політичних вподобань при формуванні коаліцій.

Предмет дослідження. Математична модель оцінки впливу фракцій у парламенті.

Наукова новизна одержаних результатів. Запропоновано визначення матриці вподобань як рангів індексів збігу позицій, які визначаються за результатами голосувань фракцій. Розроблено програму для побудови цих оцінок. Побудовані оцінки впливу фракцій у Верховній Раді України 7 скликання.

Практичне значення одержаних результатів. Визначені залежності між впливом фракцій, які допомагають зрозуміти як насправді фракції взаємодіють між собою у прийнятті рішень і яку частку впливу на парламент має кожна з фракцій.

ВПЛИВ ФРАКЦІЙ У ПАРЛАМЕНТІ, МОДИФІКОВАНИЙ ІНДЕКС ШЕПЛІ-ШУБІКА, МАТРИЦЯ ВПОДОБАНЬ, ІНДЕКС ЗБІГУ ПОЗИЦІЙ, КОРЕЛЯЦІЯ ІНДЕКСІВ ВПЛИВУ

ABSTRACT

The volume of the master's thesis is 102 pages, 25 illustrations, 14 tables, 3 annexes. In preparation, 23 different sources were used.

Objective. To explore a model of impact assessment that takes into account factors such as the political positions of the participants and the level of fractional discipline, to develop a model for determining the political preferences of parliamentary groups based on the results of their voting. To analyze the influence of groups in the Verkhovna Rada of Ukraine the 7th convocation, determining the relationship between the influence of parliamentary groups.

The Object of research is distribution of influence between parliamentary groups, provided political preferences are taken into account when forming coalitions.

The subject of the research is the mathematical model of the influence of parliamentary groups.

Scientific novelty of the obtained results. There was proposed a definition of preference matrix as the rank of the positions coincidence indexes, which are determined by the results of fractions voting. A program has been developed for constructing these estimates. Also, there was constructed estimates of the influence of parliamentary groups in the Verkhovna Rada of the 7th convocation.

The practical significance of the results. The dependencies between the influence of parliamentary groups, which help to understand how they interact with each other in decision-making, and what percentage of the parliamentary influence each parliamentary group has.

INFLUENCE OF PARLIAMENT FRACTIONS, MODIFIED SHAPLEY – SHUBIK INDEX, PREFERENCE MATRIX, CONVERGENCE OF POSITIONS INDEX, CORRELATION POWER INDEXES

ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ, СИМВОЛІВ, ОДИНИЦЬ, СКОРОЧЕНЬ І ТЕРМІНІВ

Інд.Ш-Ш – індекс Шеплі-Шубіка

Мод. інд.Ш-Ш – модифікований індекс Шеплі-Шубіка

Інд.еф.впл. – індекс ефективності впливу

Інд.зб.поз. – індекс збігу позицій

ВРУ – Верховна Рада України

ВСТУП

У багатьох органах державної влади і різних міжнародних організаціях рішення приймаються шляхом голосування. Наприклад в законодавчих органах депутати, як правило, об'єднуються у фракції (найчастіше на підставі партійної приналежності).

Ухвалення рішення залежить від результату голосування депутатів: рішення буде прийнято тільки в тому випадку, коли кількість голосів на його користь перевищить деяку заздалегідь встановлену квоту. У ситуації, коли в законодавчому органі представлені три і більше фракції, можлива ситуація, при якій жодна з них не володіє достатньою кількістю голосів, щоб подолати квоту.

У таких випадках фракції змушені об'єднуватися один з одним - утворювати коаліції. Коаліція називається виграшною, якщо кількість голосів в ній досить для подолання заданої квоти. Якщо після виключення деякої фракції коаліція перестає бути виграшною, то така фракція називається ключовою. Фракція є більш впливовою, чим в більшій кількості виграшних коаліцій вона є ключовою.

Існує безліч прикладів, які показують, що вплив учасників прийняття рішень може досить сильно відрізнятися від частки їх голосів. Саме тому в політичній теорії, починаючи з середини XX ст., для оцінки впливу вченими пропонуються різні індекси, засновані на частці коаліцій, які та чи інша фракція робить виграшними. Найбільш відомі з них – індекс Банцафа та індекс Шеплі - Шубіка.

Ці класичні індекси впливу дозволяють оцінити можливості учасників впливати на прийняття рішень. Однак при розрахунку класичних індексів впливу все коаліції вважаються можливими і рівноймовірними, що в реальних парламентах та інших виборних органах далеко не завжди має місце.

Інакше кажучи, класичні індекси не враховують інтереси можливих учасників коаліції, їх стратегії і коаліційну політику і, як наслідок, вимірюють лише потенційні можливості учасників впливати на результат голосування.

Актуальність. В Україні парламент відіграє основну роль у функціонуванні держави, оцінка впливу фракцій у парламенті дозволяє визначити які з політичних сил найбільше впливають на прийняття рішень у державі. Визначення залежностей між впливами певних фракцій дозволяють зіставити як заяви фракцій по відношенню одна до одної, відповідають їх поведінці при голосуваннях.

Мета і завдання. Дослідити модель оцінки впливу, що враховує такі фактори, як політичні позиції учасників і рівень фракційної дисципліни, розробити модель визначення політичних вподобань фракцій на основі результатів їх голосувань. Проаналізувати вплив фракцій у ВРУ 7 скликання, визначивши залежності між впливом фракцій.

Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити наступні завдання:

1. Дослідити існуючі методи вимірювання впливу фракцій
2. Модифікувати вибраний метод, для врахування політичних вподобань та фракційної дисципліни
3. Розробити модель визначення політичних вподобань за результатами голосувань фракцій
4. Побудувати схему, яка описує необхідні кроки для побудови оцінок впливу
5. Розробити програму для автоматизованого збору необхідних даних для дослідження
6. Розробити програму для обрахунку за побудованою схемою оцінки впливу
7. Дослідити побудовані оцінки впливу на залежність між собою

Об'єкт дослідження. Розподіл впливу між фракціями у парламенті, за умови врахування політичних вподобань при формуванні коаліцій.

Предмет дослідження. Математична модель оцінки впливу фракцій у парламенті.

Методи дослідження. Аналіз існуючих методів оцінки впливу фракцій на прийняття колективного рішення для обрання базової моделі для дослідження. Математичне моделювання для визначення політичних вподобань фракцій, та модифікації обраного методу. Методи математичної статистики для визначення залежностей в отриманих результатах. Програмування для обчислення оцінок впливу.

Наукова новизна одержаних результатів. Запропоновано визначення матриці вподобань як рангів індексів збігу позицій, які визначаються за результатами голосувань фракцій. Розроблено програму для побудови цих оцінок. Побудовані оцінки впливу фракцій у Верховній Раді України 7 скликання.

Практичне значення одержаних результатів. Визначені залежності між впливом фракцій, які допомагають зрозуміти як насправді фракції взаємодіють між собою у прийнятті рішень і яку частку впливу на парламент має кожна з фракцій.

1 ОСНОВНІ ТЕОРЕТИЧНІ ПОНЯТТЯ. ІНДЕКСИ ВПЛИВУ

1.1 Основні поняття з теорії ігор

Нехай N кінцева множина, елементи якої пронумеровані з 1 до n, тобто $N = \{ 1,\dots,n \}$. Елементи множини N називаються *гравцями*, підмножини N – *коаліціями*. Коаліцію N іноді називають тотальною.

Кооперативною грою називається пара $(N; v)$, де N – множина, а $v\colon 2^N \to \mathbb{R}^+$ – функція, що ставить у відповідність кожній підмножині $S \subset N$ невід'ємне число $v(S)$, причому $v(\varnothing) = 0$. Множина всіх кооперативних ігор з n гравцями позначається через CG_n. Зазвичай множина гравців фіксована, тому гра $(N; v)$ позначається просто v.

Величина $v(S)$ називається *виграшом коаліції* S та інтерпретується, як виграш, який можуть отримати члени S, діючи узгоджено.

Гру v називають *супераддитивною*, якщо для будь-яких двох коаліцій S та T які не перетинаються, має місце $v(S \cup T) \geq v(S) + v(T)$, тобто будь-яка коаліція може добитися не меншого, ніж будь-які її дві частини.

Простою грою називається пара $(N; v)$, де N – множина, а $v\colon 2^N \to \{0,1\}$ – функція, що ставить у відповідність кожній підмножині N або 0, або 1, причому виконується властивість монотонності: якщо S і T –підмножини N та $S \subset T$, тоді $v(S) \leq v(T)$.

Умова монотонності – це просто переформулювання умови супераддитивності для випадку простих ігор. Але, якщо для кооперативних ігор умова супераддитивності – тільки властивість, то для простих ігор умова монотонності – частина означення.

Число гравців в коаліції S позначається через s, а множина всіх простих ігор n гравців – через SG_n..

Більш традиційне означення простої гри передбачає також, що $v(\emptyset) = 0$, $v(N) = 1$. Це умова виключає тільки дві тривіальні гри.

Твердження. Нехай v – проста гра. Тоді:

1) якщо $v(\emptyset) \neq 0$, то $v(S) = 1$ для всіх $S \subseteq N$;

2) якщо $v(N) \neq 1$, то $v(S) = 0$ для всіх $S \subseteq N$.

Доведення. 1) Якщо $v(\emptyset) \neq 0$, то $v(\emptyset) = 1$ і, по властивості монотонності, для будь-якої коаліції S $v(S) \geq v(\emptyset) = 1$. А оскільки $v(S)$ дорівнює або 0 або 1, то $v(S) = 1$. Друге твердження доводиться аналогічно.

Будемо позначати ці ігри $\mathbf{0}$ і $\mathbf{1}$ відповідно. Іноді зручно не включати $\mathbf{0}$ та $\mathbf{1}$ в множину простих ігор, про що кожен раз згадується окремо. Коаліція S називається виграшною, якщо $v(S) = 1$, і програшною, якщо $v(S) = 0$.

Часто в означенні простої гри додається вимога, відома, як умова однозначності результату голосування.

Кожна проста гра задає *схему голосування* – гравці голосують за одну з двох альтернатив і вибирається та, за яку проголосує виграшна коаліція. Якщо жодна з альтернатив не утворить виграшну коаліцію, рішення не приймається. Але обрана може бути тільки одна з альтернатив, тому коаліція і доповнення до неї не можуть бути виграшними одночасно. [1]

Проста гра *задовольняє умові однозначності* голосування, якщо для будь-якої виграшної коаліції S коаліція $N \setminus S$ програє.

Зауваження. Якщо гра задовольняє умові однозначності голосування, то будь-які дві виграшні коаліції перетинаються. Дійсно, нехай це не так і виграють коаліції S і T такі, що $S \cap T = \emptyset$ Тоді $T \subseteq N \setminus S$ та, по монотонності коаліція $N \setminus S$ також виграшна. Протиріччя.

Назвемо *об'єднанням (перетином)* простих ігор v та w гру $v \vee w$ $(v \wedge w)$, множиною виграшних коаліцій в якій буде об'єднання (перетин) множин виграшних коаліцій для v і w, тобто для будь-якої коаліції S

$$(v \vee w)\ (S)\ =\ max\ (v\ (S), w\ (S)); \tag{1.1}$$

$$(v \wedge w)(S) =\ max\left(v\ (S), w\ (S)\right). \tag{1.2}$$

Гравець i називається *ключовим* в коаліції S, якщо S виграшна, а $S \setminus \{i\}$ – програшна (для цього, очевидно, необхідно, щоб $i \in S$).

Гравець i називається *бовдуром*, якщо він не ключовий в жодній коаліції, тобто для будь-якої коаліції S $v(S \setminus \{i\}) = v(S)$. Назва дана в [2] по аналогії з бриджем – і там і тут бовдур – гравець, який не має можливості впливати на події. Множину всіх коаліцій, в яких гравець i ключовий, позначається $W_i\ (v)$.

Нехай i – бовдур в грі v. Позначимо через v_{-i} гру з множиною гравців $N \setminus \{i\}$, таку, що $v_{-i}(S) = v(S) = v(S \cup \{i\})$. Будемо називати перехід від v до v_{-i} *видаленням бовдура*.

Виграшна коаліція S називається *мінімальною*, якщо всі гравці в ній ключові або, іншими словами, S не містить ніякої іншої виграшної коаліції. Множини виграшних, програшних і мінімальних виграшних коаліцій позначаються відповідно $W(v)$, $L(v)$ та $M(v)$.

Проста гра часто задається перерахуванням всіх (або тільки мінімальних) виграшних коаліцій. Це виправдано, оскільки $M(v)$ однозначно визначає $W(v)$, а $W(v)$ – функцію v:

$$W(v) = \bigcup_{S \in M(v)} \left(\bigcup_{T \supseteq S} \{T\} \right); \tag{1.3}$$

$$v(S) = \begin{cases} 1, \text{якщо } S \in W(v); \\ 0, \text{якщо } S \notin W(v). \end{cases} \quad (1.4)$$

Наступне спостереження показує, чим відрізняються ігри $\mathbf{0}$ і $\mathbf{1}$ від інших простих ігор.

У будь-якій простій грі, крім $\mathbf{0}$ і $\mathbf{1}$, існує гравець, ключовий в деякій коаліції

Доведення. У будь-якій простій грі, крім $v = \mathbf{0}, v = \mathbf{1}$, завжди є хоча б одна виграшна коаліція N, тому є і мінімальна виграшна коаліція, причому непорожня, тому що $\emptyset \notin W(v)$. Оскільки в мінімальній виграшній коаліції всі гравці ключові, то в будь-який простий грі буде гравець, ключовий в одній з коаліцій.

Нехай S – довільна коаліція. Назвемо *олігархічної* і позначимо через u^S гру, в якій S буде єдиною мінімальної виграшною коаліцією. Якщо $i \in S$, то i ключовий гравець у всіх коаліціях, що містять S. Якщо $i \notin S$, то i – бовдур.

Нехай v – проста гра, $S \in M(v)$. Позначимо через v_S гру, отриману з v переведенням S з виграшної коаліцій в програшну коаліцію. Формально $W(v_{-s}) = W(v)\backslash\{S\}$.

Будемо називати перехід від v до v_{-s} *викреслюванням коаліції* S. Гра v_{-S} також буде простою (оскільки коаліція S мінімальна, її викреслювання не порушує монотонності). Вперше ця конструкція була введена в [3].

Позначимо через v_{-S-T} гру, отриману викреслюванням спочатку S з v, а потім T з v_{-S}. Якщо $T \in M(v)$, то $v_{-S-T} = v_{-T-S}$, оскільки в цих іграх одні й ті самі виграшні коаліції – усі, які є в v, крім S і T. Тобто має місце комутативна діаграма

$$\begin{array}{ccc} v & \longrightarrow & v_{-S} \\ \downarrow & & \downarrow \\ v_{-T} & \longrightarrow & v_{-S-T} \end{array}$$

Але, якщо $T \in M(v)$, v_{-S-T} не визначено.

В результаті викреслювання коаліції число виграшних коаліцій зменшується на одиницю, а число мінімальних виграшних коаліцій може як зменшитись, так і збільшитися.

Приклад. Нехай $n = 3, W(v) = \{\{1\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{1,2,3\}\},\ S = \{1\}$. S – єдина мінімальна виграшна коаліція в грі v. Викреслимо S, отримаємо

$$W(v_{-S}) = \{\{1,2\}, \{1,3\}, \{1,2,3\}\},$$

$$M(v_{-S}) = \{\{1,2\}, \{1,3\}\}.$$

Викреслимо коаліцію $T = \{1,2\}$. Тоді

$$W(v_{-S-T}) = \{\{1,3\}, \{1,2,3\}\},$$

$$M(v_{-S-T}) = \{\{1,3\}\}.$$

Після викреслювання S мінімальних виграшних коаліцій стає більше, після викреслювання T – менше.

Викреслити T відразу з v неможливо – порушиться умова монотонності. При викреслюванні коаліції S гравці, що входили в неї, втрачають одну коаліцію, в якій вони ключові, гравці, що не входять в S, навпаки, набувають одну. Точніше, вірна наступна лема.

Лема [4]. Нехай $S \in M(v)$.,. тоді

$$W_i(v_{-s}) = \begin{cases} W_i(v) \setminus \{S\}, & i \in S; \\ W_i(v) \cup \{S \cup \{i\}\}, & i \notin S. \end{cases} \tag{1.5}$$

Приклад. Нехай $N = \{ 1, 2, 3, 4 \}$, виграшні коаліції в грі v – всі трьох і чотирьох елементні підмножини $\{1, 2\}$ та $\{3, 4\},\ S = \{1, 2\}$.

Виграшними коаліціями в v_{-S} будуть $\{3, 4\}$, $\{1, 2, 3\}$, $\{1, 2, 4\}$, $\{1, 3, 4\}$, $\{2, 3, 4\}$, $\{1, 2, 3, 4\}$.

У таблиці 1.1 знаком + відмічені коаліції, в яких відповідний учасник ключовий (зліва від межі – для гри v, справа – для v_{-s}).

Таблиця 1.1 – Ключові гравці для коаліцій

Гравець	*{1,2}*	*{3,4}*	*{1,2,3}*	*{1,2,4}*	*{1,3,4}*	*{2,3,4,}*	*{1,2,3,4}*
1	+/–	–/–	+/+	+/+	–/–	–/–	–/–
2	+/–	–/–	+/+	+/+	–/–	–/–	–/–
3	–/–	+/+	–/+	–/–	+/+	+/+	–/–
4	–/–	+/+	–/–	–/+	+/+	+/+	–/–

Гравці *1* та *2* при переході до гри v_{-s} перестають бути ключовими в коаліції *{1,2}* (вона стала програшною), а *3* і *4* стають ключовими в коаліціях *{1,2,3}* і *{1,2,4}* відповідно. В інших клітинках таблиці нічого не змінюється.

Голосуванням з квотою називається важливий окремий випадок простих ігор, під який підпадає більшість реальних схем голосування.

Нехай $N = \{1, \dots, n\}$ – множина гравців. *Голосуванням з квотою* називається упорядкований набір з $n + 1$ невід'ємного числа, перше з яких q називається квотою, а решта $(w_1 \ldots, w_n)$ – числом голосів або вагою відповідного гравця. Голосування з квотою коротко записується як $(q; w_1 \ldots; w_n)$.

Числом голосів (або вагою) коаліції називається сума голосів гравців що входять до неї: $w(S) = \sum_{i \in S} w_i$. Коаліція виграшна, якщо сумарне число голосів її гравців не менше квоти,

$$v(S) = 1 \Leftrightarrow \left(\sum_{i \in S} w_i\right) \geq q \tag{1.6}$$

та програшною в іншому випадку. Таким чином, голосуванню з квотою зіставляється проста гра.

Відповідність між голосуваннями з квотою та простими іграми неоднозначна. Наприклад, голосування з квотою *(51; 34,33,33)* і *(51; 49,49,2)* задають одну і ту ж просту гру – виграшними коаліціями якої будуть 2-х і 3-х елементні множини і тільки вони.

Аналогічні ситуації зустрічаються і в реальних виборних органах – правило прийняття рішення можна записати значно простіше, чим воно формулюється насправді.

Просту гру v можна записати, як голосування з квотою, якщо існують такі невід'ємні числа $q; w_1 \dots ; w_n$, що голосування з квотою $(q; w_1 \dots ; w_n)$ задає гру v. Множина простих ігор з n гравцями, які записуються, як голосування з квотою, позначається WG_n.

Зауваження [5]. Якщо гра записана, як голосування з квотою, для виконання умови однозначності голосування досить, щоб квота була більше половини сумарного числа голосів всіх гравців, як зазвичай і буває в реальних голосуваннях. Але ця умова не необхідна. У голосуванні з квотою *(4; 3; 3; 3)* для прийняття рішення необхідні голоси як мінімум двох з трьох гравців, тому умову однозначності голосування дотримано. Але квота менше половини суми голосів всіх гравців $(4 < 9/2)$.

Твердження. Гра u^S записується, як голосування з квотою для будь-якого S.

Доведення. Нехай $w_i = n + 1$, якщо $i \in S, v_i = 1$, якщо $i \notin S, q = |S| \cdot (n + 1)$. В цьому випадку коаліція буде виграшною, тоді і тільки тоді коли вона містить S.

Теорема. Нехай прості ігри v і w задовольняють таким умовам:

— існують коаліції $S_1, S_2 \in W(v)$ та гравець $i \in S_1 \setminus S_2$, такі, що $S_1 \setminus \{i\} \notin W(v)$;
— існують коаліції $T_1, T_2 \in W(w)$ та гравець $j \in T_1 \setminus T_2$, такі, що $T_1 \setminus \{j\} \notin W(w)$.

Тоді гра $v \cdot w$ не може бути записана, як голосування з квотою. Умова теореми означає, що в кожній з ігор v і w існують гравці, що не володіють правом вето, але і не є бовдурами. Це свідомо вірно в будь-яких реальних виборних органах.

Доведення. За побудовою коаліції $(S_1 \setminus \{i\}) \cup (T_2 \cup \{j\})$ та $(S_2 \cup \{i\}) \cup (T_1 \setminus \{j\})$ – програшні в грі $v \cdot w$. Поміняємо гравців: i – в першу коаліцію, j – в другу. Отримаємо пару виграшних коаліцій – $S_1 \cup T_2$ та $S_2 \cup T_1$.

Уявімо собі тепер, що гра $v \cdot w$ може бути записана, як голосування з квотою. Тоді сумарне число голосів, набране коаліціями $(S_1 \setminus \{i\}) \cup (T_2 \cup \{j\})$ та $(S_2 \cup \{i\}) \cup (T_1 \setminus \{j\})$ менше двох квот, сумарне число голосів, набране $S_1 \cup T_2$ та $S_2 \cup T_1$. більше двох квот. Але ці числа рівні. Протиріччя.

Теорема [3]. Проста гра записується, як голосування з квотою тоді і тільки тоді коли існує такий набір виграшних коаліцій $(S_1, \dots, S_k)$ та такий набір програшних коаліцій $(T_1, \dots, T_k)$, що перший набір може бути отриманий з другого шляхом кінцевого числа "обмінів" між коаліціями.

1.2 Індекси впливу

Одна з головних цілей теорії ігор – передбачити, чим закінчиться гра, тобто в разі кооперативних ігор з'ясувати, як сумарний виграш буде поділений між гравцями.

Рішенням кооперативної гри називається відповідність між безліччю всіх кооперативних ігор n осіб та $\mathbb{R}^n$. Самим відомим рішенням кооперативної гри стало ядро.

Ядром гри v називається множина всіх векторів$x \in \mathbb{R}^n$, таких, що

$$\forall\, S \subset N \begin{array}{l} \sum_{i \in N} x_i = v(N), \\ \sum_{i \in N} x_i \geq v(S). \end{array} \tag{1.7}$$

Сенс цього визначення прозорий: гравці ділять між собою весь виграш *v(N)*, причому будь-яка коаліція S одержує не менше, ніж може забезпечити, діючи самостійно *(v(S))*.

Слово "відповідність" у визначенні рішення не випадково – ядро (як і багато інших відомих концепції рішення гри) має суттєвий недолік – рішень може бути багато або може не бути зовсім, тобто відповідності не буде функцією.

Ідеальним з точки зору існування і єдності було б рішення, співставляючи кожній кооперативної грі єдиний вектор виграшів. Розвиток поняття ядра дозволило вирішити проблему існування, але не єдності. Тому шукане рішення має ґрунтуватися на іншій лозиці. Перша і найвідоміша з таких концепцій – вектор Шеплі [6].

Неформально його можна визначити так. Нехай гравці по черзі входять в кімнату. Кожен гравець отримує стільки, скільки він додає до виграшу вже сформованій коаліції. Отриманий розподіл виграшів усереднюється по всіх можливих порядках входу в кімнату. Формальний запис вищесказаного такий.

Вектором Шеплі називається функція $\varphi\colon CG_n \to \mathbb{R}^n$, яка обчислюється за такою формулою:

$$\varphi_i(v) = \sum_{S \ni i} \frac{(n-s)!\,(s-1)!}{n!} (v(S) - v(S \setminus \{i\}). \tag{1.8}$$

Коефіцієнт $(n-s)!\,(s-1)!$ в чисельнику виникає, оскільки існує $(s-1)!$ способів зібрати в кімнаті коаліцію $S \setminus \{i\}$, потім входить гравець i (та отримує виграш $v(S) - v(S \setminus \{i\})$), а $n-s$ гравців що залишилися можуть увійти в кімнату $(n-s)!$ способами; $n!$ в знаменнику – результат усереднення по всіх перестановках гравців.

Нехай $v, w \in CG_n$. *Носієм гри* v називається така коаліція $S \subseteq N$, що для будь-якої коаліції T $v(S \cap T) = v(T)$.

Нехай $\pi \in S_n$ перестановка множини гравців. Позначимо через πv гру с тією ж множиною гравців і характеристичною функцією

$$\pi v(\{i_1, \dots, i_k\}) = v(\{\pi(i_1, \dots, \pi(i_k)\}). \tag{1.9}$$

Сумою ігор v і w називається гра (з тією ж множиною гравців), що позначається як $v + w$, така, що

$$(v + w)(S) = v(S) + w(S). \tag{1.10}$$

Нехай тепер: $\Phi : CG_n \to \mathbb{R}_+ -$ довільна функція.

Теорема [9]. Вектор Шеплі – єдина функція: $\Phi : CG_n \to \mathbb{R}_+$, що задовольняє наступним трьом аксіомам.

- Аксіома носія / Supply axiom. Для будь-якого носія S гри v

$$\sum_{i \in S} \Phi_i(v) = v(S). \tag{1.11}$$

- Анонімність / Anonymity. Для будь-якої перестановки π гравців гри v

$$\Phi_i(\pi v) = \Phi_{\pi(i)}(v). \tag{1.12}$$

- Адитивність / Additivity axiom. Для будь-яких ігор v і w

$$\Phi(v + w) = \Phi(v) + \Phi(w). \tag{1.13}$$

При розгляді правил голосування немає сенсу говорити про виграш учасників, скоріше мова йде про вплив учасника голосування на прийняття рішення. Тому рішення для простих ігор називають індексами впливу.

У разі простих ігор більшість класичних концепцій рішення гри не мають особливого сенсу (наприклад, ядра немає ні в яких простих іграх, виключаючи олігархічні). Всі індекси впливу по суті розвиток (в дуже широкому сенсі) рішення Шеплі. Зокрема, передбачається що індекс впливу для простої гри визначено однозначно.

Крім того, на відміну від кооперативних ігор, в простій грі приєднання гравця до коаліції не може зменшити її виграш. Тому також передбачається, що вплив будь-якого гравця невід'ємний

Індексом впливу називається функція: $\Phi : SG_n \to \mathbb{R}^n_+$. Індексом впливу для голосування з квотою називається індекс впливу відповідної простої гри, i-та компонента вектору $\Phi(v)$ інтерпретується як вплив гравця i в простій грі v.

Вплив фракції в парламенті, в разі відсутності більшості голосів у одній з фракцій, визначається можливістю фракції формувати з іншими фракціями виграшні коаліції. Більш того, слова "фракція може впливати на прийняття рішення" можна інтерпретувати, як "існують ситуації, в яких зміна думки саме цієї фракції з "проти" на "за" дозволяє прийняти рішення", тобто фракція є ключовою в якійсь коаліції .

Тому вплив фракції залежить від того, в яких коаліціях вона буде ключовою. Якщо таких коаліцій немає, формально фракція ніяк не впливає на прийняття рішення.

Всі відомі індекси впливу, тобто кількісні оцінки впливу партії в парламенті (чи, узагальнюючи, гравця в простій грі) залежать саме від числа та "якості" коаліцій, в яких цей гравець ключовий. Але, якщо індекси впливу Пенроуза і Банцафа просто пропорційні числу таких коаліцій, то інші індекси впливу влаштовані складніше.

Традиційно вплив вимірюється у відсотках, що передбачає, що сума впливів всіх гравців дорівнює 1 (або 100%). Це властивість вірно для всіх індексів впливу, крім індексу Пенроуза.

1.2.1 Класичні індекси впливу

Індекс Шеплі – Шубіка (SS) [2] – це просто вектор Шеплі, область визначення якого звужена до множини простих ігор. Індекс Шеплі – Шубіка гравця i в грі v позначається як $SS_i\ (v)$. Завдяки рівності (1.2), формула для $SS_i\ (v)$. простіша, ніж для вектору Шеплі:

$$SS_i\ (v) = \varphi_i(v) = \sum_{S \ni i} \frac{(n-s)!\,(s-1)!}{n!}(v(S) - v(S \setminus \{i\}) \\ = \sum_{S \in W_i(v)} \frac{(n-s)!\,(s-1)!}{n!}. \tag{1.14}$$

В основі цих індексів впливу Банцафа та Пенроуза лежить наступне припущення. Раз вплив гравця залежить тільки від того, в яких коаліціях він ключовий, і ніякої додаткової інформації немає, природно вважати, що всі коаліції рівноправні і вплив гравця просто пропорційний числу таких коаліцій.

В індексі впливу Пенроуза (P), число коаліцій з ключовим гравцем i ділиться на число всіх коаліцій, в які входить i:

$$P_i(v) = \frac{1}{2^{n-1}}|W_i(v)|. \tag{1.15}$$

Індекс впливу Банцафа (*Bz*) [7] пропорційний (як вектор) індексу Пенроуза, але коефіцієнт пропорційності підбирається так, щоб сума впливів дорівнювала одиниці (тобто щоб можна було говорити про відсоток впливу). При такому підході ділити на 2^{n-1} необов'язково.

Формально спочатку обчислюється загальний індекс Банцафа *TBz*:

$$TBz_i\ = |Wi|. \tag{1.16}$$

Індекс впливу Банцафа Bz виходить із загального індексу нормуванням.

$$Bz_i = \frac{|Wi|}{\sum_{j=1}^{n} |W_i|}. \tag{1.17}$$

Як і всі штучно нормовані індекси, індекс Банцафа визначено, якщо знаменний не дорівнює 0, тобто для будь-якого j множина Wi не порожня. Це вірно для будь-якої гри $v \neq 0, 1$.

Щоб перейти до індексу Пенроуза, загальний індекс Банцафа потрібно просто поділити на 2^{n-1}.

Інша форма запису загального індексу Банцафа

$$TBz_i = \sum_{S \subseteq N} \big(v(S) - v(S \setminus \{i\})\big). \tag{1.18}$$

У цій рівності використовується властивість ключового гравця: $v(S) - v(S \setminus \{i\})$ дорівнює 1, якщо i – ключовий в S, і 0 в іншому випадку.

Зрозуміло, результати обчислень впливу "по Банцафу" і "по Шеплі - Шубіку" не завжди узгоджені. Виникають два питання – який індекс краще (природніше) описує "вплив" і в чому причина цієї різниці. Індекс Шеплі – Шубіка – єдиний індекс впливу, який не треба спеціально нормувати для того, щоб сума впливів гравців стала дорівнює 1.

Індекс Пенроуза має дуже простий імовірнісний опис. Нехай гравці незалежно один від одного і рівноймовірно приймають рішення голосувати "за" або "проти" рішення. Тоді ймовірність того, що гравець i увійде в коаліцію S, дорівнюватиме $1/2^{n-1}$, а для обчислення ймовірності того, що гравець буде ключовим в отриманій коаліції, треба підсумувати $1/2^{n-1}$, по всім коаліціям, в яких цей гравець ключовий, тобто обчислити індекс Пенроуза. [1]

Аналогічну вірогідну інтерпретацію має і індекс Шеплі – Шубіка . Для цього необхідно передбачити, що гравці голосують за рішення не незалежно, тоді вірогідність створення коаліції S дорівнюватиме $\frac{(n-s)!(s-1)!}{n!}$.

Тоді ймовірність того, що гравець буде ключовим в коаліції, в яку входить, буде дорівнює індексу Шеплі – Шубіка.

Існує й інша ймовірна інтерпретація індексу Шеплі – Шубіка, що припускає те що рішення гравців незалежні. Але, на відміну від індексу Банцафа, ймовірність того, що гравець голосує за рішення невідома. Відомо тільки, що вона рівномірно розподілена на відрізку [0; 1].

Також можлива ймовірнісна інтерпретація вектору Шеплі (та, відповідно, індексу Шеплі – Шубіка), заснована на тому, що випадково вибирається порядок гравців.

Принципова різниця між індексами Банцафа (Пенроуза) і Шеплі – Шубіка полягає у наступному:

1. Power as prize, P-power. Якщо в результаті голосування виграш від прийняття рішення отримають тільки учасники виграшної коаліції (умовний приклад – підтримка парламентом складу кабінету міністрів), то виникає класична кооперативна гра та одним з природних її рішень буде вектор Шеплі, тобто індекс Шеплі – Шубіка.

2. Power as in ounce, I-power.

Якщо результат голосування – просто прийняття або не прийняття будь-якого рішення (наприклад, нового закону парламентом), і результат позначиться на всіх гравцях, незалежно від того, як вони голосували, то вплив гравця – це його можливість впливати на прийняття рішення, тобто (умовно) ймовірність того, що саме його голос стане вирішальним. Тоді природним рішенням буде індекс Банцафа. [1]

1.2.2 Інші індекси впливу

Зворотний бік простоти індексів Банцафа і Шеплі – Шубіка полягає в тому, що ці індекси:

1) не враховує число гравців, ключових в виграє коаліції;
2) розглядають всі коаліції, хоча множина всіх виграшних коаліцій однозначно визначається множиною мінімальних виграшних коаліцій (1.1).

Індекс Джонстона

Позначимо через *k(S)* число ключових гравців в коаліції *S*. Індекс Джонстона [8] фракції *i* обчислюється в два етапи: спочатку обчислюється величина

$$TJI_i(v) = \sum_{S \in W_i(v)} \frac{1}{k(S)} \tag{1.19}$$

(загальний індекс Джонстона), а сам індекс впливу Джонстона гравця *i* визначається як

$$JI_i(v) = \frac{TJI_i(v)}{\sum_{j=1}^{n} TJI_j(v)}. \tag{1.20}$$

Індекс Холера – Пакела

Принцип обчислення цього індексу той же, що і у індексу Банцафа, але враховуються тільки мінімальні виграшні коаліції. Отже, нехай M_i – число мінімальних виграшних коаліцій, до яких належить партія *i*, тоді індекс Холера – Пакела [9] обчислюється наступним чином

$$HPI_i = \frac{M_i}{\sum_j M_j} \tag{1.21}$$

Індекс Дігена – Пакела

Спочатку обчислюється загальний індекс Дігена – Пакела для кожного гравця. Формула та ж, що і в індексі Джонстона, але $W_i(v)$ замінюється на $M_i(v)$, а $k(S)$ на просто $|S|$, оскільки в мінімальної виграшної коаліції всі гравці ключові.

$$TDPI_i\ (v)\ = \sum_{S \in M_i(v)} \frac{1}{|S|}, \tag{1.22}$$

Індекс впливу Дігена – Пакела [10] виходить із загального індексу нормуванням

$$DPI_i\ (v) = \frac{TDPI_i\ (v)}{\sum_{j=1}^{n} TDPI_j\ (v)}. \tag{1.23}$$

Індекс Коулмена

Індекс Коулмена $C(v)$ [11] аналогічний індексам Банцафа і Пенроуза (вплив гравця пропорційний числу коаліцій, в яких він ключовий), але відрізняється від них коефіцієнтом пропорційності.

$$C_i(v) = \frac{|W_i|}{|W|} \tag{1.24}$$

тобто "вплив за Коулменом" дорівнює частці коаліцій, в яких гравець ключовий, серед всіх виграшних коаліцій.

Відзначається, що якщо гра задовольняє умові однозначності голосування, виграшними можуть бути не більше половини коаліцій (тому що з пари $S, N \backslash S$ виграшною буде не більше однієї), тобто $|W|\ \le |2^N|/\ 2\ =\ 2^{n-1}$. Тому в цьому випадку "вплив за Коулменом" не більше "впливу за Пенроузом". Проте, також як і для індексу Пенроуза, сума індексів впливу Коулмена всіх гравців може бути як більше, так і менше одиниці.

1.2.3 Індекси впливу: аксіоми і парадокси

Зроблене вище визначення індексу впливу добре для математичного аналізу цього поняття, але в багатьох випадках занадто загальне. Справді, дивно було б розглядати індекс впливу, в якому весь вплив віддається слабкішому гравцеві або гравцеві А або ділиться між усіма гравцями порівну, незалежно від правил гри v.

Тому, а також, щоб можна було говорити, чи буде черговий парадокс властивістю конкретного індексу впливу або властивістю впливу взагалі, сформулюємо кілька властивостей, яким повинен задовольняти будь-який розумний індекс впливу і яким задовольняють всі відомі індекси впливу.

Ці властивості входять в багато аксіоматик для відомих індексів впливу, тому будемо називати їх аксіомами впливу. Отже:

Анонімність / Anonimity (An). Для будь-якої перестановки π гравців простої гри v

$$\Phi_i\,(\pi v) = \Phi_{\pi(i)}\,(v). \tag{1.25}$$

Ця аксіома – обмеження однойменної аксіоми для вектору Шеплі на множині простих ігор. Неформально, при перестановці гравців їх індекси впливу теж переставляються, тобто вплив гравця залежить не від його номера (або імені), а від його "коаліційних можливостей".

Аксіома бовдура / Null Player (NP). Для будь-якої простої гри $v \in SGP_n$ якщо i – бовдур в грі v, то його вплив дорівнює 0, тобто

$$\Phi_i\,(v) = 0. \tag{1.26}$$

Сенс цієї аксіоми в тому, що вплив означає можливість робити програшну коаліцію виграшною. Якщо гравець ні в якій ситуації не може цього зробити, його вплив дорівнює нулю.

Аксіома видалення бовдура / Ignoring Null Players (INP). Нехай i – бовдур в грі v. Тоді для всіх $i \neq j$

$$\Phi_j(v) = \Phi_j(v_{-i}). \tag{1.27}$$

Цим трьом аксіомам задовольняють всі розглянуті вище індекси впливу. Аксіоми анонімності і бовдура виконуються за визначенням, з аксіомою INP все трохи складніше.

При видаленні бовдура число всіх коаліцій, число виграшних та число коаліцій, в яких гравець *i* ключовий, зменшується рівно вдвічі, а число ключових гравців в коаліції не змінюється. Тому не зміняться і значення індексів Банцафа, Джонстона, Коулмена і Пенроуза.

Індекси Дігена – Пакела і Холера – Пакела мають справу тільки з мінімальними виграшними коаліціями, яких видалення бовдура "аж ніяк не зачепить".

Аксіома ефективності / Eciency axiom (E). Для будь-якої простої гри *v*

$$\sum_{i=1}^{n} \Phi(v) = 1\,. \tag{1.28}$$

Ця аксіома означає, що можна говорити про "відсотки впливу". Назва прийшла з кооперативної теорії ігор і означає, що все, що може заробити тотальна коаліція, ділиться між гравцями.

Аксіомі ефективності задовольняють всі згадані вище індекси, крім Пенроуза і Коулмена.

Основна ідея пропорційного представництва полягає в тому, що число місць в парламенті, отримане партією в результаті виборів, має бути пропорційним числу виборців, які проголосували за цю партію.

Можна припустити, що і вплив партії (що б ми під ним не розуміли) має бути пропорційним числу отриманих нею місць в парламенті. Однак, в протиріччі з інтуїцією, вплив не може бути пропорційний числу голосів.

Наприклад, в голосуваннях з квотою (51; 33; 33; 33) і (51; 49; 48; 3) для прийняття рішення необхідна підтримка двох або трьох партій, тобто вплив всіх партій однаково. Але розподіл голосів разюче відрізняється. [1]

Парадокс розміру (Paradox of size) [12]. Нехай проста гра записана, як голосування з квотою. Уявімо собі, що два гравці вирішили об'єднати свої голоси. Тоді логічно припустити, що їх вплив має бути не менше, ніж сума їх впливів у вихідній грі. Але це не завжди так.

Розглянемо голосування з квотою (3; 1,1,1) – олігархічну гру з трьома гравцями – "олігархами". Згідно аксіом анонімності і ефективності, вплив кожного з гравців дорівнює 1/3, тому, якщо перші два гравці об'єднають свої голоси, їх сумарний вплив має бути не менше 2/3. Але тоді вийде голосування з квотою (3; 2,1). Єдиною виграшною коаліцією буде тотальна, тому два гравця в новій грі "рівноправні" і (знову використовуючи аксіоми An і E) вплив обох дорівнює 1/2, тобто перші два гравця, об'єднавшись, втрачають у впливі. Більш того, можливе посилення цього парадоксу.

Парадокс блокування [13]. У цій же ситуації логічно очікувати, що вплив створеного блоку не менше впливу будь-якого з гравців в початковій грі. Але і це твердження в загальному випадку невірно. Розглянемо наступний приклад вже для індексу Банцафа.

Приклад. Розглянемо голосування з квотою (11; 6; 5; 1; 1; 1; 1; 1). Нехай блок утворюють перший та останній гравці, тобто гра стає голосуванням з квотою (11; 7; 5; 1; 1; 1; 1). Позначимо A гравця з 6 (7) голосами, B – з п'ятьма, C – одного з гравців з одним голосом.

Гравець A буде ключовим у всіх коаліціях, що містять A і B, і в коаліції "усі, крім B", тобто в $2^5 + 1 = 33$ коаліціях в першій грі і в 17 в другій. Гравець

В буде ключовим у всіх коаліціях, що містять А і В, крім тотальної, тобто в 31 коаліції в першій грі і в 15 в другій. Гравець С буде ключовим тільки в одній коаліції ("усі, крім В") в обох іграх.

$$Bz_A\,(v_1) = \frac{33}{33+31+5} = \frac{33}{69} \sim 0.478;$$

$$Bz_A\,(v_2) = \frac{17}{17+15+4} = \frac{17}{36} \sim 0.472.$$

Вплив утвореного блоку виявився менше, ніж вплив одного з його учасників у початковій грі.

Парадокс перерозподілу.[14] В результаті перерозподілу голосів учасників голосування з квотою може трапитися так, що число голосів одного з гравців зменшиться, але його вплив збільшиться.

Приклад. Розглянемо два голосування з квотою – (8; 3,3,3) та (8;6,2,1). Друге голосування можна отримати з першого, передавши першому гравцю два голоси від третього і один від другого. Але перша гра – це олігархічна гра $u_{\{1,2,3\}}$ і впливу гравців дорівнює $1/3$, а друга – також олігархічна гра $u_{\{1,2\}}$ (для прийняття рішення необхідні і достатні голоси перших двох гравців), тому вплив порівну ділиться між гравцями 1 і 2. Отже, у другій грі у гравця 2 голосів менше (2 проти 3), а вплив більше ($1/2$ проти $1/3$).

Парадокс нового учасника.[15] Уявімо собі, що до голосування з квотою додали нового учасника з деяким числом голосів, причому ні квота, ні число голосів інших учасників не змінилося. Тоді "по справедливості" вплив "старих учасників" має або зменшитися, або не змінитися. Але це не завжди так.

Приклад. Розглянемо голосування з квотою (5; 3; 2; 2) і додамо до нього четвертого гравця з одним голосом. У таблиці 1.4 виписані виграшні коаліції в обох іграх. Обчислимо індекс впливу Банцафа. $Bz\,((5;\,3,2,2)) = (\frac{3}{5},\frac{1}{5},\frac{1}{5})$,

$Bz\ ((5;\ 3,2,2,1)) = (\frac{5}{12},\frac{1}{4},\frac{1}{4},\frac{1}{12})$, тобто вплив гравців 2 і 3 при додаванні нового учасника збільшується.

Причину цього ілюструє таблиця 1.2 – з приходом гравця 4 другий і третій гравці стають ключовими в двох з утворених нових коаліцій, хоча раніше були ключовими тільки в одній.

Таблиця 1.2 – Парадокс нового учасника

Виграшні коаліції	Ключові гравці	
	В грі (5;3,2,2)	В грі (5;3,2,2,1)
1,2	1,2	1,2
1,3	1,3	1,3
1,2,3	1	1
1,2,4	—	1,2
1,3,4	—	1,3
2,3,4	—	2,3,4
1,2,3,4	—	—

1.3 Коефіцієнт кореляції Пірсона

Для двох безперервних або характеризують відносини змінних найважливіша міра зв'язку - це *коефіцієнт кореляції Пірсона*, також званий лінійним коефіцієнтом кореляції, що позначається як ρ для генеральної сукупності та r - для вибірки. [16]

Цей коефіцієнт може приймати значення в інтервалі (-1, 1), де 0 свідчить про відсутність зв'язку між змінними, великі абсолютні значення показують більш сильний зв'язок. Значення коефіцієнта кореляції може вводити в оману, якщо насправді зв'язок нелінійний, через що завжди слід будувати графік для даних. Такі характеристики зв'язку, як «сильний» і «слабкий», не мають строгої чисельного відповідності, але зв'язок, описуваний як сильний, буде ближче до лінійного, з точками, що лежать ближче до прямої, ніж в разі слабкого зв'язку.

В деякій мірі визначення сильних і слабких зв'язків залежать від області досліджень. Кілька прикладів діаграм розсіювання даних з різною величиною *r* наведені на рисунках 1.1, 1.2 та 1.3.

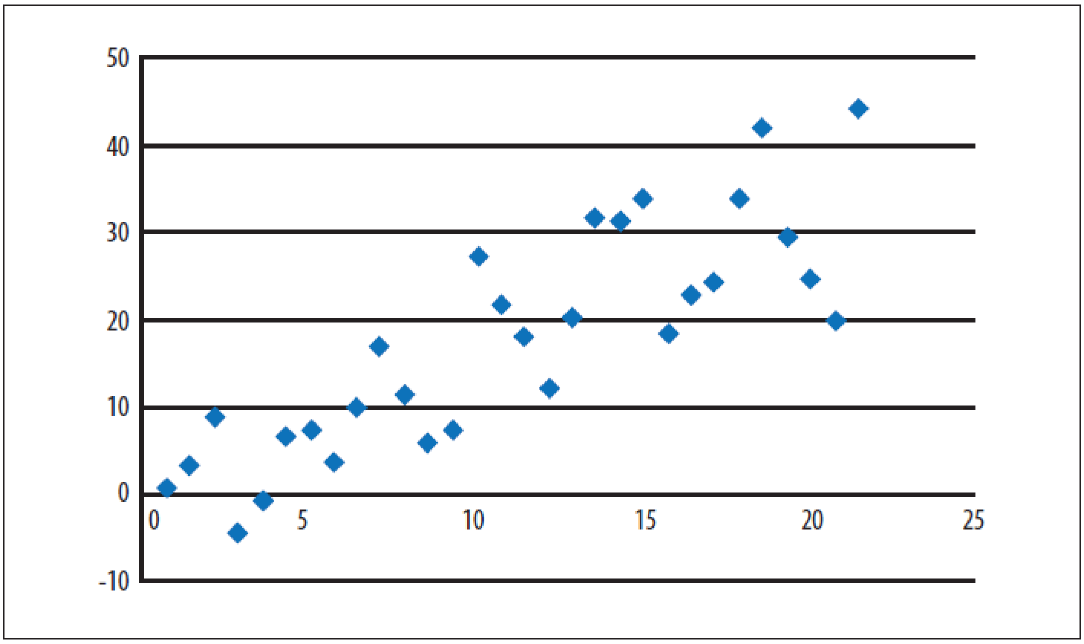

Рисунок 1.1 – Діаграма розсіяння (r = 0.84)

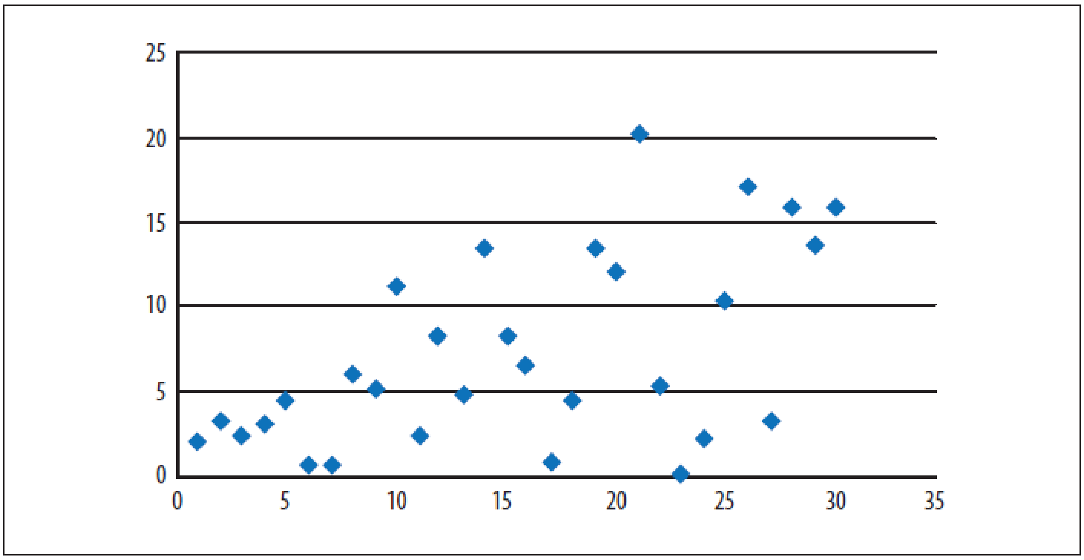

Рисунок 1.2 – Діаграма розсіяння (r = 0.55)

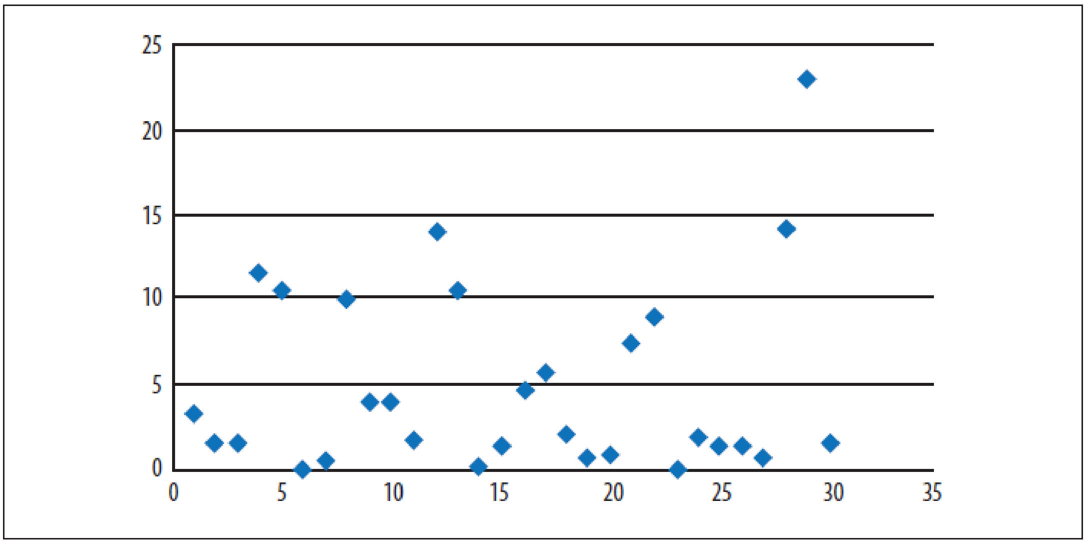

Рисунок 1.3 – Діаграма розсіяння (r = 0.09)

Формула для коефіцієнта кореляції Пірсона:

$$r = \frac{SS_{xy}}{\sqrt{SS_x SS_y}} \tag{1.29}$$

де SS_x - це сума квадратів відхилень x, SS_y - це сума квадратів відхилень y та SS_{xy} - це сума квадратів відхилень x та y.

Для розрахунку суми квадратів x необхідно виконати наступне:

1. З кожного значення x відняти середнє за всіма значеннями x. Це називають відхиленнями.
2. Піднести кожне відхилення в квадрат.
3. Скласти всі квадрати відхилень (звідси назва «сума квадратів відхилень»).

$$SS_x = \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2 \tag{1.30}$$

У цій формулі x_i – це окреме значення x, $\bar{x}$ – це середнє за всіма значеннями x і n - це обсяг вибірки.

Для розрахунку суми квадратів відхилень y повторіть ту ж процедуру, але зі значеннями y та середнім за значеннями y. Процес розрахунку коваріації схожий, але замість зведення відхилень для кожного значення x або y в квадрат вам треба перемножити відповідні значення відхилень для x і y один на одного. [16] Цей процес представлений у вигляді формули:

$$SS_{xy} = \sum_{i=1}^{n} (x_i y_i) = \frac{(\sum_{i=1}^{n} x_i)\,(\sum_{i=1}^{n} y_i)}{n} \tag{1.31}$$

Для перевірки статистичної значущості коефіцієнта кореляції Пірсона треба відхилити нульову гіпотезу. Нульова гіпотеза для кореляційного аналізу зазвичай наступна: змінні не пов'язані, тобто $r = 0$, і саме цю гіпотезу ми треба перевірити; альтернативна гіпотеза полягає в тому, що $r \neq 0$. Для цього потрібно вибрати рівень значущості та розрахувати статистику для перевірки значущості відмінності результатів від 0:

$$t = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}} \tag{1.32}$$

де r – це коефіцієнт кореляції Пірсона для вибірки, n – її обсяг

Ця статистика має t- розподіл з *(n - 2)* ступенями свободи.

Ступінь свободи - це статистичний термін, що характеризує число величин, які можуть змінюватися в певній ситуації. Це також число, яке треба знати, щоб використовувати правильне t-розподіл для оцінки результатів.

Для цього, відповідно до таблиці t-розподілу вибирається критичне значення для двостороннього t-критерію з *(n - 2)* ступенями свободи при вибраному рівні значущості α. Для відкидання нульовою гіпотези, треба щоб значення t-критерію було більше критичного значення за модулем.

Висновки до розділу 1

У цьому розділі були наведені основні теоретичні відомості з теорії ігор, розглянуті такі поняття як проста гра, виграшна коаліція, наведені поняття індексів впливу, розглянута аксіоматика та парадокси індексів впливу. Також були наведені приклади відомих індексів впливу.

З цих індексів впливу можна зробити висновок , що вони не зовсім чітко відображають реальний вплив фракцій в парламенті, а є більш теоретично можливим впливом, який загалом не враховує вподобання учасників при формуванні коаліцій. Постає питання визначити індекс впливу який, якраз буде враховувати вподобання гравців при формуванні коаліцій.

Було розглянуто коефіцієнт кореляції Пірсона та метод перевірки його значущості, він буде потрібний при розгляді залежностей між поведінкою індексів впливу між різними фракціями.

2 ІНДЕКСИ ВПЛИВУ, ЩО ЗАЛЕЖАТЬ ВІД ВПОДОБАНЬ УЧАСНИКІВ

Класичні індекси впливу мають істотний недолік – всі вони не враховують взаємини між гравцями (або, по іншому, переваги гравців по створенню коаліцій), в той час як деякі коаліції можуть утворюватися часто, деякі рідко, деякі, можливо, не утворюються взагалі.

Здається природним враховувати переваги гравців при підрахунку впливу. Крім того, якщо ж гравець своїми діями може збільшити вплив (і, досить імовірно, прагне це зробити), то мова йде вже про теоретико-ігрові (причому не коаліційній) моделі. З іншого боку, можливості "стратегічної поведінки" гравця обмежені, оскільки дивно заради міфічного збільшення впливу голосувати за ті рішення, з якими він категорично не згоден.

В визначення простої гри додається додаткова інформація – кожному гравцеві i та коаліції S зіставляється число $f(i,S)$, яке можна сприймати, як міру бажання гравця і приєднуватися до S. [17]

Простий грою з вподобаннями називається трійка (N,v,f), де $N = \{1,\dots,n\}$ – множина гравців, пара (N,v) утворює просту гру, f – функція, що зіставляє кожній коаліції S та гравцеві i дійсне число $f\ (i,S)$. Гра називається симетричною, якщо f залежить тільки від S.

Множина всіх (симетричних) простих ігор з уподобаннями для n гравців позначається SGP_n $(SSGP_n)$ відповідно.

Просту гру можна сприймати, як просту гру з уподобаннями, в якій всі коаліції рівноймовірні – $(N,v) \equiv (N,v,1)$. У випадках, коли це не викликає плутанини, гра (N,v,f) позначається просто v.

Поняття виграшної, програшної і мінімальної виграшної коаліцій, та ключового гравця, викреслювання коаліції і голосування з квотою дослівно переносяться з простих ігор. Наявність додаткової функції f поки ні на що не впливає. При викреслюванні коаліції змінюється тільки v, функція f залишається колишньою.

Індекс впливу, $\Phi: SGP_n \to \mathbb{R}^n (SSGP_n \to \mathbb{R}^n)$, як і в разі простих ігор, зіставляє кожній симетричній або несиметричній грі з уподобаннями v вектор $\Phi(v)$, i-я компонента якого інтерпретується як вплив гравця i.

"Базові" ігри записуються, як голосування з квотою і, хоча з гри $v \in WG_n$ не можна викреслити довільну мінімальну виграшну коаліцію, залишившись в множині WG_n, але якусь можна. Тому деякі докази залишаються вірними, якщо просто дописати в потрібних місцях фразу "в тому випадку, якщо результат операції буде голосуванням з квотою".

Настільки ж просто вдається переформулювати для голосувань з квотою і аксіоматики для індексів впливу, що залежать від уподобань учасників.

Лема. а) Прості ігри $\mathbf{0}, \mathbf{1} \in WG_n$.

б) Для будь-якого S $u^S \in WG_n$.

в) Для будь-якого $S \neq N$ $u^S_{-s} \in WG_n$.

г) Нехай $v \in WG_n$, а гравець i НЕ бовдур в v. Тоді існує така мінімальна виграшна коаліція $S \ni i$, що $v_{-s} \in WG_n$.

Доведення. а) Нехай для всіх $i \in N$ $w_i = 1$. Тоді якщо $q = 0$, виграшними будуть усі коаліції, а якщо $q = n + 1$, виграшних коаліції не буде.

б) Нехай $w_i = n + 1$, якщо $i \in S$, $v_i = 1$, якщо $i \notin S$, $q = |S| \cdot (n+1)$. В цьому випадку коаліція буде виграшною, тоді і тільки тоді коли вона містить S.

в) Визначимо ваги гравців також, як і в попередньому пункті, а квоту зробимо на одиницю менше: $q = |S| \cdot (n+1) - 1$. Коаліція буде виграшною, тоді і тільки тоді коли вона містить S за одним винятком: S – програшна.

Конструкція некоректна, якщо $|S| = 0$. Але тоді $S = \emptyset$ та $v = 1$, а цей випадок уже розглянуто в п. 1.

г) Розіб'ємо твердження на два.

г1) Якщо гру можна записати, як голосування з квотою, то її можна записати як голосування з квотою так, щоб виграші всіх коаліцій були попарно різні.

г2) Якщо виграші всіх коаліцій попарно різні, то зменшивши вагу гравця i, можна домогтися того, щоб виграють залишилися всі ті ж коаліції, крім однієї, що містить i

Доведемо спочатку г1). Нехай ε – різниця між квотою та вагою найсильнішою з програшних коаліцій. Виберемо додатні числа $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n$, кожне з яких менше ε/n і розглянемо тепер голосування з квотою $(q;\ v_1 + \varepsilon_1, \dots, v_n + \varepsilon_n)$.

Покажемо, що нове голосування з квотою задає ту ж просту гру, що й старе. Квота не змінилася, а вага кожного з гравців збільшилася, тому що виграшні коаліції залишилися виграшними. Але вага кожної коаліції збільшився не більше, ніж на суму всіх ε_i, кожне з яких менше, ніж ε/n, тобто вся сума збільшилася менш, ніж на ε. Тому всі програшні коаліції залишилися програшними, тобто отримали ту саму просту гра.

Залишилося довести, що можна вибрати ε_i так, щоби ваги всіх коаліцій були різні. Множина всіх допустимих ε_i утворює відкритий гіперкуб в $\mathbb{R}^n$, заданий нерівностями $0 < \varepsilon_i < \varepsilon_i /n$, міра якого дорівнює $(\varepsilon/n)^n > 0$. Кожна умова рівності ваг двох коаліцій задає лінійне рівняння на ε_i, тобто невідповідні нам набори $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n$ лежать на кінцевій множині гіперплощині в $\mathbb{R}^n$ тобто мають міру 0 в $\mathbb{R}^n$. Тому множина відповідних наборів має ту ж (позитивну) міру, що і множина всіх допустимих наборів ε_i, тому множина всіх відповідних наборів непорожня.

г2) Будемо безперервно зменшувати вагу i-го гравця, не змінюючи квоту та ваги інших гравців. Коли вага гравця i стане дорівнює 0, програшними стануть всі коаліції, в яких i – ключовий. Оскільки i НЕ бовдур, такі коаліції є.

Тому при безперервному зменшенні ваги гравця i був момент, коли програшною стала перша з цих коаліцій, а оскільки ваги всіх коаліцій різні, можна вибрати момент, коли програшною буде тільки одна з них.

Відзначимо, що якщо, як це зазвичай і буває на практиці, ваги гравців цілі, то можна зробити так, що і змінені ваги гравців залишаться цілими.

Ніщо не заважає вибрати ε_i раціональним, тоді раціональними будуть і змінені ваги гравців. Відзначимо, що для будь-якого позитивного a голосування з квотою $(q;\ w_1, \ldots, w_n)$ та $(aq; aw_1, \ldots, aw_n)$ задають одну і ту ж просту гру. Тому, помноживши квоту і ваги всіх гравців на спільний знаменник ε_i, отримаємо голосування з квотою з цілими коефіцієнтами. [18]

Приклад. Розглянемо голосування з квотою (2; 1; 1; 1). Нехай $\varepsilon_1 = 1\ /\ 2, \varepsilon_2 = 1\ /\ 3, \varepsilon_3 = 1\ /\ 6$. Додавши їх до ваг гравців, отримаємо голосування з квотою $(2; \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{7}{6})$, або $(12;\ 9, 8, 7)$

Як видно з таблиці 2.1, ваги всіх коаліцій різні, а виграшними, як і раніше, будуть тільки коаліції з двох і трьох гравців.

Таблиця 2.1 – Ваги коаліцій

X	$\emptyset$	$\{C\}$	$\{B\}$	$\{A\}$	$\{B, C\}$	$\{A, C\}$	$\{A, B\}$	$\{A, B, C\}$
$w\ (X)$	0	7	8	9	15	16	17	24

2.1 Аксіоматика для індексу Шеплі – Шубіка

Трансфер / Transfer (T) Для будь-яких $w, v \in WG_n$, таких $v \vee w \in WG_n$ та $v \wedge w \in WG_n$

$$\Phi(v) + \Phi(w) = \Phi(v \vee w) + \Phi(v \wedge w).$$

Трансфер* / Transfer* (T*). Для будь-яких ігор $w, v \in WG_n$, для будь-якої коаліції $S \in M(v) \cap M(w)$ такий, що $w_{-s}, v_{-s} \in WG_n$ та будь-якого гравця i

$$\Phi(v) + \Phi(w) = \Phi(v \vee w) + \Phi(v \wedge w).$$

Для доказу знадобиться наступна лема

Лема. Нехай індекс впливу задовольняє аксіомі T. Тоді він задовольняє й аксіомі T*.

Доведення. Нехай v і w записуються, як голосування з квотою, коаліції $S \in M(v) \cap M(w)$ та v_{-s} і аw_{-s} також записуються, як голосування з квотою. Якщо $S = N$, то $v = w = u^N$ і твердження леми тривіально. Далі будемо вважати, що $S \neq N$. Ігри u^s та u^s_{-s}записуються, як голосування з квотою, причому

$$v_{-s} \cup u^s = v, v_{-s} \cap u^s = u^s_{-s}, w_{-s} \cup u^s = w, w_{-s} \cap u^s = u^s_{-s}.$$

Значить, по аксіомі T

$$\Phi(v) = (v_{-s} \cup u^s) = \Phi(v_{-s}) + \Phi(u^s) - \Phi(u^s_{-s})$$

$$\Phi(w) = (w_{-s} \cup u^s) = \Phi(w_{-s}) + \Phi(u^s) - \Phi(u^s_{-s}),$$

тобто

$$\Phi(v) - \Phi(v_{-s}) = \Phi(w) - \Phi(w_{-s}) = \Phi(u^s) - \Phi(u^s_{-s}),$$

що і треба було довести.

Теорема. Нехай $\Phi: WG_n \to \mathbb{R}^n$. Тоді Φ задовольняє аксіомам NP, An, T і $BzTP$, тоді і тільки тоді, якщо Φ – індекс Банцафа.

Доведення. Індекс Банцафа, визначений на SG_n задовольняє аксіомам NP, An, T і $BzTP$, отже, той же індекс, але визначений на WG_n, повинен задовольняти тим же аксіом.

Протилежне твердження будемо доводити по індукції по числу виграшних коаліцій, використовуючи при цьому першу частину доведення.

Підстава індукції. Нехай $|W(v)| = 0$, тобто $v = 0$. По лемі 4 $v \in WG_n$. Жоден гравець не буде ключовим в жодній коаліції. Отже, по аксіомі NP $\Phi_i\ (v)$ = 0 для всіх i. Оскільки $Bz(v)$ теж задовольняє $NP, Bz_i(v)$ = 0. Отже $\Phi_i\ (v) = Bz_i(v)$.

Крок індукції. Можливі два випадки.

1) Нехай в грі v одна мінімальна виграшна коаліція S, тобто $v = u^s$. За лемою 4 $u^s \in WG_n$. В цьому випадку коаліція T буде виграшною тоді і тільки тоді, коли вона містить S, тобто містить в собі всіх гравців з S. Тому, якщо гравець $j \notin S$, від його входження або невходження в коаліцію T нічого не зміниться – T та $T \setminus \{j\}$ будуть виграшними або програшними одночасно. Тому всі гравці, що не входять в S будуть бовдурами в грі v. Тому, якщо $i \notin S$, $\Phi_i\ (v) = Bz_i(v) = 0$.

Розглянемо тепер гравців, що входять в S. По аксіомі анонімності впливу цих гравців рівні, тобто для будь-яких $i, j \in S$ $\Phi_i(v) = \Phi_j(v)$ та $Bz_i(v) = Bz_j(v)$. За аксіомою BzTP суми впливів гравців, обчислені як за допомогою індексів Bz так і Φ, рівні, тобто

$$\sum_{i \in N} \Phi_i(v) = \sum_{i \in N} Bz_i(v),$$

$$\sum_{i \in S} \Phi_i(v) = \sum_{i \in S} Bz_i(v),$$

$$|S|\Phi_j(v) = |S|Bz_j(v), \forall\, j \in S,$$

$$\Phi_j(v) = Bz_j(v), \forall\, j \in S,$$

що і треба було довести.

2) Нехай тепер $M(v) > 1$, тобто в грі v є дві мінімальні виграшні коаліції (S та S'), причому можна вважати, що $v_{-S} \in WG_n$. Також виграшними будуть все коаліції, що містять S, тому в v не менше виграшних коаліцій, ніж в u^s.

Але S не є підмножиною S' (інакше коаліція S' не була б мінімальної виграшною). Значить в v більше виграшних коаліцій, ніж в u^s. Тому до u^s можна застосувати припущення індукції. Викреслимо S з v та u^s. $v_{-S} \in WG_n$ за припущенням. $v_{-S} \in WG_n$. За аксіомою T^* для Ф та припущенням індукції для u^s та u^s_{-S} і аксіомі T^* для Bz $\Phi(v) - \Phi(v_{-S}) = \Phi(u^s) - \Phi(u^s_{-S}) = Bz\,(u^s) - Bz\,(u^s_{-S}) = Bz(v) - Bz(v_{-S})$. Але за припущенням індукції для v_{-S} $\Phi(v_{-S}) = Bz(v_{-S})$. Значить, $\Phi(v) = Bz(v)$.

Також можна сформулювати і довести аналогічну теорему і для індексу Шеплі – Шубіка.

Теорема. Нехай $\Phi\colon WG_n \to \mathbb{R}^n$. Тоді Ф задовольняє аксіомам NP, An, T та Е, тоді і тільки тоді коли Ф – індекс Шеплі – Шубіка.

Доказ дослівно повторює доказ попередньої теореми з заміною аксіоми $BzTP$ на аксіому ефективності. Формально кажучи, аксіома E нічого не стверджує, якщо $v = 0{,}1$, але це випливає з аксіоми NP.

Якщо $v = 0$ або 1, в грі v НЕ буде гравців, ключових хоч в який-небудь коаліції, так як в першому випадку не буде виграшних коаліцій, а в другому – програшних. Тому всі гравці будуть бовдурами і, якщо індекс впливу задовольняє аксіомі NP, то, як і в доведенні теореми 9, $\Phi_i(v) = 0$ для всіх гравців i. [19]

2.2 Означення α-індексу та функції сили зв’язку

Вище були розглянуті класичні індекси впливу, що вимірюють потенційні можливості учасників впливати на результат голосування.

Однак необхідно вимірювати реальний вплив гравців, заснований на їх реальних політичних стратегіях, які, зокрема, виражаються в тому, як гравці голосують за тих чи інших питань Ф. Алєскєров ввів нові індекси впливу [20], що мають схожу логіку з індексом Банцафа, але враховують переваги учасників про партнерах по коаліції.

Далі вводиться два типи індексів, порядкові і кардинальні. Обидва типи побудовані на наступній основі: визначено силу зв'язку $f(i,S)$ гравця з іншими членами коаліції S. Тоді для гравця i значення χ_i визначається як

$$\chi_i = \sum_S f(i,S)$$

тобто сума сили зв'язків i над тими коаліціями, в яких i є ключовим. Природно, можна розглянути інші функції замість підсумовування.

Потім індекси впливу будуються як

$$\alpha_i = \frac{\chi_i}{\sum_j \chi_j}$$

Сама ідея $\alpha(i)$ така ж, як і для індексу Банцафа, з тією різницею, що в індексі Банцафа ми оцінюємо кількість коаліцій, в яких i є ключовим, тобто в визначенні індексу Банцафа дорівнює 1, на навпаки, у нашому випадку χ_i визначається значенням функції інтенсивності.

Логіка побудови $\alpha(i)$ є такою ж, як і логіка індексу Банцафа, з тієї лише різницею, що в індексі Банцафа замість χ_i вважається число коаліцій, в яких гравець є ключовим.

Головне питання полягає в тому, як побудувати функції сили зв'язку $f\ (i, S)$. Нижче дається два способи побудови цих функцій.

Припускається, що кожен гравець i має лінійний порядок P_i, який показує його переваги над іншими гравцями в тому сенсі, що краще співпадати з гравцем j, а не з гравцем k, якщо P_i містить пару (j, k). Очевидно, P_i визначається на декартовом добутку $(N \setminus \{i\}) \times (N \setminus \{i\})$.

Оскільки P_i - лінійний порядок, то можна визначити ранг p_{ij} гравця j у P_i. Припускаємо, що $p_{ij} = |N| - 1$ для найбільш бажаного гравця j у P_i.

Значення p_{ij} показує, скільки гравців менш переважні, ніж j, в P_i. Наприклад, якщо $N = \{A, B, C, D\}$ та $P_A: B \succ C \succ D$, тоді $P_{AB} = 3$, $P_{AC} = 2$, $P_{AD} = 1$.

Використовуючи ці ряди, можна побудувати різні функції сили зв'язку.

Другий спосіб побудови $f(i, S)$ ґрунтується на думці, що значення p_{ij} з'єднання i з j певним чином можна визначити. Загалом, не передбачається $p_{ij} = p_{ji}$. Тоді функція інтенсивності може бути побудована, як описано вище.

Нижче дається шість різних способів побудови $f(i, S)$ в порядковому випадку та шістнадцять способів побудови кардинальної функції $f\ (i, S)$.

Порядкові індекси

Для кожної коаліції S та кожного гравця будується сила зв’язку $f\ (i, S)$ з'єднань у цій коаліції. Іншими словами, функція f - це функція, яка відображає $N \times \Omega\ (= (2^N \setminus \{\emptyset\})$ на $\mathbb{R}$, $f: N \times \Omega \to \mathbb{R}$. Це саме значення оцінюється за допомогою ряду членів коаліції. Оцінити f, використовуючи різну інформацію про переваги між гравцями можна наступними способами:

а) Сила зв’язку гравця i з іншими гравцями.

У цій формі оцінюються лише вподобання i -го гравця, тобто

$$f^+(i,S) = \sum_{j \in S} \frac{p_{ij}}{|S|};$$

б) Сила зв’язку інших гравців до гравця i. У цьому випадку розглядається суму рангів i, заданих іншими члени коаліції S.

$$f^-(i,S) = \sum_{j \in S} \frac{p_{ji}}{|S|};$$

в) Середня сила зв’язку щодо гравця i

$$f(i,S) = \frac{f^+(i,S) + f^-(i,S)}{2};$$

г) Загальна позитивна середня сила зв’язку.

Розглянемо будь-яку коаліцію S розміру k,$S = (1, \dots, k)$. Тоді розглянемо $f^+(i,S)$ для кожного i та побудуємо

$$f^+(S) = \frac{\sum_{i \in S} f^+(i,S)}{|S|};$$

д) Загальна негативна середня сила зв’язку визначається аналогічно за формулою

$$f^-(S) = \frac{\sum_{i \in S} f^-(i,S)}{|S|}$$

е) Загальна середня інтенсивність визначається як

$$f(S) = \frac{\sum_{i \in S} f(i,S)}{|S|};$$

Тут варто підкреслити, що інтенсивності г) - е) не залежать від гравця i, тобто для будь-якого гравця i у наступному розрахунку сили зв’язку вважається, що для будь-якого i в коаліції S відповідна сили зв’язку однакова. [20]

Кардинальні індекси

Припустимо тепер, що бажання фракції i увійти в коаліцію з фракцією j задано як дійсне число $p_{ij}, \sum_j p_{ij} = 1, i, j = 1, \dots, n$. Загалом, не передбачається, що $p_{ij} = p_{ji}$.

Можна назвати значення p_{ij} як силу зв'язку i з j. Це може тлумачитися як, наприклад, як ймовірність для i формування коаліції з j.

Далі визначається кілька функцій силу зв'язку:

1) Середня сила зв'язку i – зв'язок з іншими членами коаліції S

$$f^+(i, S) = \frac{\sum_{j \in S} p_{ij}}{|S|};$$

2) Середня сила зв'язку інших членів коаліції з i

$$f^-(i, S) = \frac{\sum_{j \in S} p_{ji}}{|S|};$$

3) Середня сила зв'язку для i

$$f(i, S) = \frac{1}{2}\left(f^+(i, S) + f^-(i, S)\right);$$

4) Середня позитивна сила зв'язку у S

$$f^+(S) = \frac{\sum_{i \in S} f^+(i, S)}{|S|};$$

5) Середня негативна сила зв'язку в S

$$f^-(S) = \frac{\sum_{i \in S} f^-(i, S)}{|S|};$$

6) Середня сила зв'язку в S

$$f(S) = \frac{\sum_{i \in S} f(i, S)}{|S|};$$

На відміну від порядкового випадку тепер вводиться кілька нових функцій інтенсивності:

7) Мінімальна сила зв'язків i

$$f^{+}_{min}(i,S) = \min_{j} p_{ij};$$

8) Максимальна сила зв'язків i

$$f^{+}_{max}(i,S) = \max_{j} p_{ij};$$

9) Максимальне коливання сила зв'язків i

$$f_{mf}(i,S) = \frac{1}{2}(\min_{j} p_{ij} + \max_{j} p_{ij});$$

10) Мінімальна сила зв’язку інших гравців у S з i

$$f^{-}_{min}(i,S) = \min_{j} p_{ji};$$

11) Максимальна сила зв’язків інших агентів S в i з

$$f^{-}_{max}(i,S) = \max_{j} p_{ji};$$

12) s-середня сила зв'язків i з іншими агентами в S

$$f^{+}_{sm}(i,S) = \frac{1}{|S|}\sqrt[s]{\sum_{j} p^{s}_{ij}};$$

13) s-середня сила зв’язків інших агентів S в i

$$f^{-}_{sm}(i,S) = \frac{1}{|S|}\sqrt[s]{\sum_{j} p^{s}_{ji}};$$

14) Сила зв'язків maxmin

$$f_{max\ min}\ (S) = \max_i \min_j p_{ij};$$

15) Сила зв'язків minmax

$$f_{min\,max}\ (S) = \min_i \max_j p_{ji};$$

16) Максимальне коливання сили зв'язків

$$f_{mf}(S) = \frac{1}{2}(f_{max\ min}\ (S) +\ f_{min\,max}\ (S)).$$

Функції сили зв'язку у випадках 4) – 6), 14) – 16) не залежать від самого гравця, а лише від коаліції S.

Функція сила зв'язку в залежить від сили p_{ij} з'єднань гравця i з іншими членами коаліції S, тобто, якщо $S\ = (1, \dots, m), m\ \le\ n,$

$$f\ (i, S)\ =\ f_i\ (p_{11}, \dots, p_{1m}, p_{21}, \dots, p_{2m}, \dots, p_{i1}, \dots, p_{im}, \dots, p_{mm}).$$

Як видно, функція силу зв'язку для i залежить не тільки від зв'язків i з іншими членами коаліції, але також залежить від зв'язків інших членів між собою.

Обмеження функції сили зв'язку: $f(i, S)$ буде залежати від зв'язків гравця i з іншими членами коаліції S тільки, тобто

$$f\ (i, S)\ =\ f_i(p_{i1}, \dots, p_{im}).$$

Для простоти визначається що $p_{ij}^S\ \ge\ 0$ для всіх i, j та $\forall i\ \sum_{j\in S} p_{ij}^S =\ 1$. В цій формулі сума p_{ij}^S дорівнює 1 в кожному S, тобто тепер зв'язки визначаються 2^{N-1} за матрицями $||p_{ij}^S||$ для кожної коаліції S.

Аксіоми, яким функція $f(i, S)$ повинна задовольняти: [20]

Аксіома 1. Для будь-якого m-набору значень $(p_{i1},\dots,p_{im})$ існує функція $f\ (i,S)$ така, що $0\ \le\ f\ (i,S)\ \le\ 1$, f - суцільна диференційовна функція кожного з його аргументи.

Аксіома 2. Якщо $p_{ij}\ =\ 0$ для будь j, то $f\ (i,S)\ =\ 0$.

Аксіома 3. (Монотонність). Значення $f\ (i,S)$ збільшується, якщо будь-яке значення p_{ij} збільшується, а значення $f\,(i,S)$ зменшується, якщо p_{ij} зменшується. Більш того, рівні зміни сили p_{ij} призводять до рівних змін $f\ (i,S)$.

2.3 Модифікований індекс Шеплі – Шубіка

Індекс впливу Шеплі - Шубіка треба модифікувати [21] для того, щоб з його допомогою можна було вимірювати реальний (політичний) вплив учасників голосування. У класичному індексі Шеплі - Шубіка кожній коаліції приписується коефіцієнт

$$\frac{(n-s)!\,(s-1)!}{n!}$$

який залежить від розміру коаліції S. Чим більше розмір коаліції, в якій гравець грає ключову роль, тим більший внесок це вносить в оцінку його впливу.

Для того щоб модифікувати індекс Шеплі - Шубіка за аналогією з індексами Алєскєрова, необхідно, щоб вага кожної коаліції залежав не тільки від її розміру, але і від відносин і переваг у середині коаліції. Це можна оцінити з допомогою сили зв'язку p_{ij} гравця з партнерами по коаліції.

Тоді загальний модифікований індекс Шеплі - Шубіка буде виглядати наступним чином:

$$\sigma'(i) = \sum_{\substack{S-\text{вигр.} \\ \text{і}-\text{ключ.}}} \frac{(n-s)!\,(s-1)!}{n!} f(i,S)$$

де n - це загальне число гравців;

s - число гравців в коаліції S;

Виходячи з реальних політичних відносин між фракціями найбільш краще підходить наступна функція сили $f_{min}^{+}(i,S) = \min_{j} p_{ij}$, тому що в реальності наприклад якщо фракція має партнерські відносини з усіма членами коаліції крім одного, з яким вона перебуває у політичній ворожнечі то можливість формування такої коаліції куди входить ця фракція, є нереальною.

Далі потрібно визначити p_{ij} - сила зв'язку гравця i з гравцем j: для цього треба визначити матрицю $||p_{ij}||$ вподобань гравця i до інших гравців. Де найбільш вірогідний союзник матимемо ранг (N–1) а найменш вірогідний 0. [22]

Також, оскільки при множенні на додатковий член $f\ (i,\ S)$ індекс перестає бути нормованим, необхідно провести нормування загального модифікованого індексу Шеплі - Шубіка:

$$\sigma^{M}(i) = \sigma'(i)/(\sigma'(i) + \cdots + \sigma'(n))$$

2.4.1 Індекс збігу позицій. Поріг розколу фракцій

Індекс Шеплі - Шубіка був модифікований за допомогою сили зв'язку p_{ij}, який оцінює близькість політичних позицій гравців i та j. Однак залишається відкритим питання, як вимірювати силу зв'язку p_{ij} між гравцями. Пропонується визначати силу зв'язку p_{ij} за результатами голосувань. Початкове припущення полягає в тому, що якщо, наприклад, дві фракції в парламенті при прийнятті будь-якого закону проголосували в його підтримку (або, навпаки, обидві проголосували «проти»), то в даному випадку їх політичні позиції з цього питання збіглися.

Чим частіше дані фракції голосують однаково, тим ближче знаходяться їхні політичні позиції, тим вище ймовірність утворення коаліції між цими фракціями. Однак для того щоб вимірювати силу зв'язку фракцій таким способом, вони повинні голосувати консолідовано, тобто в цьому випадку питання фракційної дисципліни також виходить на перший план. [22]

Наприклад, якщо в конкретному голосуванні 50% депутатів фракції проголосувало «за», а 50% - «проти», то в даному випадку ми не можемо говорити про єдину позицію фракції (тобто позиція фракції в даному голосуванні не визначилася) і тому такі голосування необхідно виключити з аналізу.

Для цієї мети вводиться поняття порога розколу s, щодо якого будемо вважати, що позиція фракції визначилася, якщо за будь-яку альтернативу («за» або «проти») проголосували не менше $s\%$ депутатів фракції.

Наприклад, при порозі розколу, рівному 80%, фракція визначилася в даному голосуванні, якщо «за» або «проти» проголосувало не менше 80% депутатів фракції.

Тоді індекс збігу позицій фракцій обчислюється як частка голосувань, в яких позиції фракцій збіглися:

$$C(i,j) = \frac{N_{ij}^{c}}{N_{ij}}$$

N^{c}_{ij} - кількість голосувань, в яких позиції груп i та j збіглися (тобто або обидві проголосували «за», або обидві «проти»);

N_{ij} - загальна кількість голосувань, в яких позиції обох фракцій визначилися (згідно порогу розколу s).

Таким чином, значення індексу збігу позицій залежить також від обраного порога розколу s (який може бути різним для різних фракцій в залежності від їх рівня фракційної дисципліни), тому важливим питанням є його стійкість щодо різних порогів розколу.

Отже, для кожною фракції в залежності від побудованих індексів збігу позицій, визначаються матриця вподобань $||p_{ij}||$ як ранги отриманих індексів.

Також, для врахування рівня фракційної дисципліни в модифікованому індексі впливу Шеплі - Шубіка кількість голосів кожної фракції треба зменшити за наступним принципом: групи і фракції треба ранжувати за рівнем фракційної дисципліни відповідно до значень $s_1, s_2, \ldots, s_k$ від більшого до меншого.

Число голосів фракції з найбільшим порогом розколу s_i залишалося незмінним, а число голосів інших фракцій було помножено на коефіцієнт $\frac{s_k}{s_i}$.

Наприклад, нехай у трьох фракцій A, B і C з голосами a, b і c поріг розколу дорівнює s_A, s_B, s_C відповідно, де $s_A > s_B > s_C$. Тоді при розрахунку індексу впливу число голосів фракції A залишилося б незмінним, тобто a, а число голосів у фракцій B і C дорівнювала б $b\frac{s_B}{s_A}$ та $c\frac{s_C}{s_A}$ відповідно. Таким чином, фракція з максимальним рівнем фракційної дисципліни задає певний поріг, щодо якого зменшуються голоси інших фракцій.

2.4.2 Індекс ефективності впливу

Потенційне або апріорне вплив кожного гравця, що вимірюється класичними індексами впливу, залежить тільки від розподілу голосів між гравцями і правилом прийняття рішень. Яке ж у гравця буде реальний вплив, залежить тільки від нього самого, яким чином він буде вибудовувати політику і систему відносин з іншими гравцями, звичайно, в рамках тих можливостей, які визначаються його потенціалом.[22]

Для того щоб оцінити, наскільки ефективно гравець використовував своє потенційне вплив, вводиться індекс ефективності впливу як відношення реального впливу до потенційного:

$$\varepsilon(i) = \frac{\sigma^M(i)}{\sigma(i)}$$

Для оцінки потенційного впливу тут використаний індекс Шеплі - Шубіка, а для оцінки реального впливу - модифікований індекс Шеплі - Шубіка, хоча, очевидно, замість першого може бути використаний будь-який інший класичний індекс впливу, а замість другого - інший індекс, що оцінює реальний вплив.

В даному випадку індекс ефективності впливу є величиною відносною, оскільки індекси σ^M та σ величини відносні. Таким чином, реальний вплив гравця може бути більше його потенційного впливу (індекс ефективності впливу може бути більше одиниці) за рахунок перерозподілу впливу, тобто якщо у одного гравця індекс σ^M буде менше індексу σ, то в іншого гравця може бути навпаки.

Тому якщо індекс ефективності впливу більше одиниці, то можна зробити висновок, що група була ефективна в парламенті при прийнятті рішень, якщо менше - то немає.

Висновки до розділу 2

У цьому розділі розглянуто аксіоматики для індексу Шеплі-Шубіка, розглянули способи побудови індексів сили зв’язку переваг фракцій у об'єднанні в коаліції. Перший з них базується на порядковому індексі, який показує, наскільки дві групи фракцій голосують аналогічним чином. Значення індексу послідовності визначають можливість об'єднання цих груп. Другий спосіб використовує функції, що визначають силу зв’язку фракцій для об'єднання засновані на силі зв’язку окремих фракцій.

Наведено модифікований індекс Шеплі-Шубіка який корегується за допомогою функцій сили зв’язку, обрано цю функцію. Визначено як побудувати матрицю вподобань, а саме використовуючи результати голосувань фракцій були визначені індекси збігу позицій, ранжувавши які отримано вподобання між кожними фракціями.

Визначено поріг розколу фракції, який теж має значення на вплив фракцій в парламенті адже якщо певна фракція не може консолідовано голосувати то вона не використовує всі свої можливості впливати на результати голосувань.

Також було наведено індекс ефективності впливу, який відображає на скільки фракція реалізовує теоретичні можливості впливу в парламенті.

3 ПОБУДОВА ОЦІНОК ВПЛИВУ ФРАКЦІЙ В ПАРЛАМЕНТІ

3.1 Схема побудови оцінок впливу фракцій в парламенті

На основі дослідженої літератури та була розроблена наступна схема для побудови оцінок впливу фракцій в парламенті.

1. Протягом одного парламентських терміну розподіл чисельності депутатів по групам і фракціям фіксується на середину кожного місяця.
2. В рамках кожного місяця формується список політично інформативних голосувань.
3. Будується залежність числа голосувань, в яких фракція не визначилася, від порога розколу s, на основі якої визначаються пороги розколу для кожної фракції s_1, s_2 ,..., s_k.
4. На основі отриманих порогів для кожної пари фракцій в рамках кожного місяці розраховується індекс збігу позицій, тобто

$$C(i,j) = \frac{N_{ij}^c}{N_{ij}}$$

5. Для кожного місяця на основі отриманих індексів збігу позицій будується матриця вподобань $||p_{ij}||$
6. З матриці вподобань визначається значення функції сили зв’язку

$$f\ (i,S) = \min_j p_{ij}$$

7. Число голосів кожної фракції зменшується відповідно до порогів розколу для кожної фракції s_1, s_2 ... s_k
8. Далі окремо для кожного місяця на основі нового розподілу чисельності розраховується модифікований індекс Шеплі – Шубіка

$$\sigma'(i) = \sum_{\substack{S-\text{вигр.} \\ \mathrm{I}-\text{ключ.}}} \frac{(n-s)!\,(s-1)!}{n!} \times f(i,S) \tag{3.1}$$

9. Отриманий індекс нормується для отримання значень на проміжку (0;1)

$$\sigma^M(i) = \sigma'(i)/(\sigma'(i) + \cdots + \sigma'(n))$$

10. Для оцінки динаміки ефективності впливу обчислюється індекс ефективності впливу:

$$\varepsilon(i) = \frac{\sigma^M(i)}{\sigma(i)}$$

3.2 Реалізація автоматизованого збору даних

Для збору даних для побудови оцінок впливу фракцій у Верховній Раді України було використано як джерело даних офіційний сайт ВРУ [23], він містить дані всіх голосувань по кожній фракції.

За вибраний період існують близько 14000 результатів різних голосувань. Для їх автоматизованого збору було розроблена програма з використанням мови програмування JAVA та інструменту для автоматизації роботи в web-браузері – Selenium.

```
public  List<Bill> getVoteResults() {

    System.setProperty("webdriver.chrome.driver",
"C:/Users/Vladimir/IdeaProjects/rada/src/main/resources/chromedriver.exe");

    WebDriver driver = new ChromeDriver();

    List<Bill> billList = new ArrayList<>();

    for (int id = 1; id < 20200; id++) {
        billList.add(readNextBill(id, driver));
    }
    return billList;
}
```

Рисунок 3.1 – Лістнинг методу getVoteResults

Метод `getVoteResults` (Рисунок 3.1) повертає список усіх результатів голосування. Він зберігає у колекцію дані по кожному голосуванню, які повертає метод `readNextBill`. Цей метод (Рисунок 3.2) виконую основну роботу. Він перебирає сторінки з сайту ВРУ та за допомогою XPATH запитів збирає усі необхідні дані зі сторінки.

```
private Bill readNextBill(Integer id, WebDriver driver) {

driver.navigate().to("http://w1.c1.rada.gov.ua/pls/radan_gs09/ns_golos?g_id="
+ id);

        List<PartyVoteResult> results = new ArrayList<>();
        Bill bill = new Bill();

        WebElement voteResults =
driver.findElement(By.xpath("//div[@class='head_gol']"));
        List<String> voteResultsStr =
Arrays.asList(voteResults.getText().split("\n"));

        setBillVoteResult(voteResultsStr, bill, id);

        for (int i = 0; i < 11; i++) {
            if (readNextParty(i, driver) != null) {
                PartyVoteResult partyVoteResult =
setPartyVoteResults(parseVoteResults(readNextParty(i, driver)), i);
                results.add(partyVoteResult);
            }
        }

        bill.setVoteResults(results);
        return bill;

}
```

Рисунок 3.2 – Лістинг методу readNextBill

Результат методу `getVoteResults` – колекція з усіма результатами голосуваннями зберігається у JSON форматі. Для подальшою обробки результатів голосувань цей файл десеріалізується в колекцію об'єктів. Типи даних в яких зберігаються результати голосувань можна побачити у Додатку Б. На рисунку 3.3 наведено приклад як зібрані дані виглядають у json форматі.

```
{           "number": "2008",
            "date": [2015, 5, 14, 17, 16],
            "name": "Сигнальне голосування про проект Закону про внесення змін до Закону України \"Про регулювання містобудівної діяльності\" щодо забезпечення умов розвитку містобудівної діяльності та міського господарства (№1735)",
            "numberDeputies": 334,
            "by": 146,
            "against": 45,
            "abstained": 19,
            "notVote": 124,
            "voteResults": [{
                        "party": "NonP",
                        "numberDeputies": 43,
                        "by": 7,
                        "against": 9,
                        "abstained": 0,
                        "notVote": 6,
                        "missing": 21
                  }, other party
            ]
      }
```

Рисунок 3.3 – Формат зберігання данних

Повний програмний код автоматизації збору даних наведено у Додатку А.

3.3 Опис програмної реалізації

При первинній обробці зібраних даних були видалені завідомо провальні, або навпаки завідомо прохідні голосування. Цим критерієм був результат голосування «за». Були відкинуті голосування які отримали менше 50 голосів «за» та більше 300 голосів «за». Також дані голосувань були розбиті по місяцях. Реалізація цих вимог наведені на рисунку 3.4

```
public static void removeVoices(List<Bill> billList) {

        Iterator<Bill> i = billList.iterator();
        while (i.hasNext()) {
            Bill bill = i.next();

                if ( bill.getBy() >= 300 || bill.getBy()<= 50)
                    i.remove();
        }
   }

public static void monthlyVoices(List<Bill> billList, int year, int month) {

        billList.removeIf(x -> x.getDate().getYear() != year ||
x.getDate().getMonthValue() != month);

 }
```

Рисунок 3.4 – Лістинг методу removeVoices

Для визначенні порогу розколу фракції було розраховано відношення голосувань в яких фракція визначилась до усіх голосувань в яких фракція приймала участь. Як видно з рисунку 3.5 метод `removeUndefinedVoices` в залежності від порогу розколу визначає голосування в яких фракція визначилася.

```
private static void removeUndefinedVoices(List<Bill> billList, double split)
{

    Iterator<Bill> i = billList.iterator();
    while (i.hasNext()) {
        Bill bill = i.next();
        for (PartyVoteResult res : bill.getVoteResults()) {
            if (!(res.getBy() >= res.getNumberDeputies() * split||
                     res.getAgainst()+res.getNotVote()+res.getAbstained() >=
res.getNumberDeputies() * split ||
                     res.getMissing()>=res.getNumberDeputies()* split))
                i.remove();
        }
    }

}
```

Рисунок 3.5 – Лістинг методу removeUndefinedVoices

На рисунку 3.6 наведено метод `calculateForIJ` с який обраховує індекс збігу позицій для двох фракцій. На вхід методу подаються партії для яких потрібно обрахувати індекс збігу позицій та місяць за який треба порахувати цей індекс. Основна ідея полягає у тому що окремо для кожної фракції для заданого місяця, в залежності від порогу розколу фракції визначаються голосування в яких фракції визначилася, а також їх позиції по цим голосуванням. Далі, для двох фракцій визначаються голосування в яких обидві фракції визначилися, це число – знаменник індексу збігу позицій для двох фракцій. Наступним кроком є перебір голосувань в яких дані дві фракції визначилися, та підрахунок кількості голосувань в яких їх позиції збіглися, це число – чисельник індексу збігу позицій. Останнім кроком є обчислення індексу збігу позицій.

```java
private double calculateForIJ(Parties iParty, Parties jParty, int year,
                                              int month,List<Bill> billList) {

        double numberMatched = 0;
        double numberDecided;
        double isplit = switchSplit(iParty);
        double jsplit = switchSplit(jParty);

        Cloner cloner = new Cloner();

        List<Bill> iBillList = cloner.deepClone(billList);
        List<Bill>  jBillList = cloner.deepClone(billList);

        DataCleaner.monthlyVoices(iBillList, year, month);
        DataCleaner.monthlyVoices(jBillList, year, month);

        DataCleaner.clearData(iBillList, iParty, isplit);
        DataCleaner.clearData(jBillList, jParty, jsplit);

        List<Bill> decidedResult = intersection(iBillList, jBillList);

        numberDecided = decidedResult.size();

        if (numberDecided != 0) {
            for (Bill decided : decidedResult) {

                Bill i = iBillList.get(iBillList.indexOf(decided));
                Bill j = jBillList.get(jBillList.indexOf(decided));

                if (i.getVoteResults().get(0).getPosition() ==
                        j.getVoteResults().get(0).getPosition())
                    numberMatched++;
            }
        }

        if (numberDecided != 0) return numberMatched / numberDecided;
        else return 0;

    }
```

Рисунок 3.6 – Лістинг методу calculateForIJ

Для обчислення індексу Шеплі-Шубіка було написано генератор перестановок який наведено у Додатку Б. Цей генератор необхідний для того щоб визначити усі ймовірні коаліції та потім для кожної фракції визначити коаліції в яких вона є ключовим гравцем. На рисунку 3.7 наведено метод який визначає коаліції для кожною фракції де вона є ключовим гравцем. При переборі усіх ймовірних коаліцій визначається яка з партій є ключовою в цій коаліції.

Отже, в результаті отримаємо колекції коаліцій де кожна партія є ключовою, які необхідні для визначення модифікованого індексу Шеплі-Шубіка тому що там враховується також сила зв’язку між фракціями в цих коаліціях.

```
while (permutation != null
        && !(Thread.currentThread().isInterrupted())) {
    voteCounter = 0;
    coalition = new HashSet();

    for (int i : permutation) {
        coalition.add(i);
        voteCounter += playerVotes[i];
        if (voteCounter >= quotaWin) {

            switch (i) {
                case 0:
                    coalitionsListBPP.add(coalition);
                    break;
                . . .
                case 8:
                    coalitionsListNonP.add(coalition);
                    break;
            }
            break;
        }
    }
```

Рисунок 3.7 – Лістинг методу обчиселення індексу Шеплі-Шубіка

Обчислення сили зв’язку можна побачити у методі `calculateIndex` (рисунок 3.8). Основана ідея полягаю у тому щоб в побудувати матрицю вподобань та в залежності від коаліції яку подають на вхід та фракції яка є ключова в цій коаліції визначити індекс сили зв’язку.

В методі `calcSSI` (рисунок 3.9) подається на вхід множина коаліцій де фракція є ключовою, далі за формулою (1.14) обчислюється індекс Шеплі-Шубіка для заданої фракції

```
public List<Double> calculateIndex(Set<Set> coalList, Parties party,
List<Bill> billList) {

        List<Double> cIndexList = new ArrayList();
        List <Map <Integer,Double>> rankList = new ArrayList();

        for (int i = 0; i < 9; i++) {
            List<Double> tmpList = new ArrayList();

            Map <Double,Integer> tmpMap = new TreeMap<>();
            Map <Integer,Double> rankMap = new HashMap();
            for (int j = 0; j < 9; j++) {
                if (j != i) { tmpMap.put(calculateForIJ(getPartyForNumber(i),
getPartyForNumber(j), billList), j);
                }
            }
            tmpList.addAll(tmpMap.keySet());
            for (double a : tmpMap.keySet()) {
                rankMap.put(tmpMap.get(a),(double) tmpList.indexOf(a) );
            }

            rankList.add(rankMap);

        }

        for (Set coalitionSet : coalList) {

            List<Integer> coal = new ArrayList(coalitionSet);
            double index = 0.0;
           List<Double> pij = new ArrayList();
            for (Integer partyNumber : coal) {
                if (getPartyForNumber(partyNumber) != party) {
            cIndexList.add(Collections.min(pij));
        }

        return cIndexList;

    }
```

Рисунок 3.8 – Лістинг методу calculateIndex

```
private void calcSSI(Set<Set> coalList) {

    long divide = factorial(playerVotes.length);
    MathContext m = new MathContext(4);
    BigDecimal d = new BigDecimal(divide);
    int numerator = 0;
    BigDecimal si;
    for (int i = 0; i < coalList.size(); i++) {

        List<Set> list = new ArrayList(coalList);
        numerator += factorial(playerVotes.length - list.get(i).size()) *
factorial(list.get(i).size() - 1);
    }
    si = (new BigDecimal(numerator)).divide(d, m);
    shapleyIndex.add(si);

}
```

Рисунок 3.9 – Лістинг методу calculateSSI

Обчислення модифікованого індексу Шеплі–Шубіка – метод `calcSSIM` можна побачити на рисунку 3.10. Цьому методу, як і в попередньому випадку на вхід подається множина коаліцій де фракція є ключовою, а також множина індексів, які визначають силу зв'язку фракції з коаліцією. Далі за формулою (3.1) обчислюється модифікований індекс Шеплі–Шубіка.

```
public BigDecimal calcSSIM(Set<Set> coalList,List<Double>
coincidenceIndexList)  {

    long divide = factorial(playerVotes.length);
    MathContext m = new MathContext(4);
    BigDecimal d = new BigDecimal(divide);
    int numerator = 0;
    BigDecimal sim;

    for (int i = 0; i < coalList.size(); i++) {

        List<Set> list = new ArrayList(coalList);
        numerator += factorial(playerVotes.length - list.get(i).size()) *
factorial(list.get(i).size() - 1) * coincidenceIndexList.get(i);
    }
    sim = (new BigDecimal(numerator)).divide(d, m);
    return  sim;
}
```

Рисунок 3.10 – Лістинг методу calcSSIM

Повний програмний код реалізації побудови оцінок впливу фракцій парламенту наведено у Додатку Б.

Висновки до розділу 3

У цьому розділі була наведена схема для побудови оцінок впливу фракцій в парламенті. Наведено реалізацію автоматизованого збору необхідних даних для дослідження. Описана програмна реалізація основних етапів які потрібно виконати для побудови оцінок впливу.

4 АНАЛІЗ ОЦІНОК ВПЛИВУ У ВЕРХОВНІЙ РАДІ УКРАЇНИ

Для дослідження оцінок у впливу було обрано верховну раду України VIII скликання. Період за який були розраховані оцінки – з грудня 2014 року по липень 2018 року включно. За допомогою розробленого програмного забезпечення були зібрані необхідні данні та виконані усі обчислення. У таблиці 4.1 наведено склад ВРУ, та скорочення назв фракцій та груп, які будуть використовуватися у роботі.

Таблиця 4.1 – Скорочення назв фракцій та груп у ВРУ

Фракція, група	**Скорочення**
Фракція партії «Блок Петра Порошенка»	БПП
Фракція політичної партії «Народний фронт»	НФ
Фракція політичної партії «Опозиційний блок»	ОБ
Фракція політичної партії «Об'єднання „Самопоміч“»	ОСП
Група «партія відродження»	ПВ
Фракція Радикальної партії Олега Ляшка	РПОЛ
Фракція всеукраїнського об'єднання «Батьківщина»	ВОБ
Група «Воля народу»	ВН
Позафракційні	ПФ

4.1 Класичний індекс Шеплі-Шубіка

Так як згідно формули (1.14) індекс Шеплі-Шубіка залежить від кількості виграшних коаліцій які в свою чергу залежать від розміру фракцій, то доцільно побачити залежність розміру фракції від кількості ймовірних виграшних коаліцій де ця фракція є ключовою. У таблиці 4.2 наведено склад фракцій по місяцях, а у таблиці 4.3 кількість виграшних коаліцій для кожної фракції. Для прикладу візьмемо по 3 місяці з кожного року обраного періоду.

Таблиця 4.2 – Кількість депутатів у фракціях

Дата	**Кількість депутатів**								
	БПП	**НФ**	**ОБ**	**ОСП**	**РПОЛ**	**ВОБ**	**ВН**	**ПВ**	**ПФ**
12.2014	149	81	40	32	22	19	20	18	39
03.2015	150	82	40	31	21	19	19	22	38
07.2015	144	81	43	31	21	19	19	22	42
12.2015	139	81	43	26	21	19	20	23	50
03.2016	135	81	43	26	20	19	21	23	51
07.2016	142	81	43	26	21	19	19	23	42
12.2016	143	81	43	26	21	20	18	24	45
03.2017	141	81	43	26	20	20	19	26	48
07.2017	139	81	43	26	20	20	17	26	49
12.2017	138	81	43	25	21	20	18	26	51
03.2018	136	81	43	25	21	20	19	24	55
05.2018	136	81	43	25	21	20	19	24	54
07.2018	136	81	43	25	21	20	19	24	54

Таблиця 4.3 – Кількість виграшних коаліцій

Дата	**Кількість виграшних коаліцій**								
	БПП	**НФ**	**ОБ**	**ОСП**	**РПОЛ**	**ВОБ**	**ВН**	**ПВ**	**ПФ**
12.2014	203	53	39	25	19	17	19	17	37
03.2015	204	52	38	24	18	18	18	18	38
07.2015	197	57	43	25	21	17	17	23	43
12.2015	192	62	40	26	20	18	18	22	50
03.2016	184	70	40	22	18	18	20	22	56
07.2016	193	61	43	29	17	17	17	27	43
12.2016	197	57	41	23	21	21	19	23	45
03.2017	196	58	40	24	20	20	20	24	46
07.2017	190	64	42	26	20	20	14	26	48
12.2017	191	63	41	25	19	19	15	25	51
03.2018	184	70	38	24	20	20	16	24	58
05.2018	185	69	39	23	19	19	17	23	57
07.2018	185	69	39	23	19	19	17	23	57

По цим даним можна зробити висновок що кількість виграшних коаліцій для певної фракції залежить не тільки від кількості членів у фракції, а також від кількості членів у інших фракціях. Це наглядно видно у на прикладі фракції НФ, так як при сталій кількості членів фракції кількість виграшних коаліцій де вона є ключовою сильно змінюється.

На рисунках 4.1, 4.2, 4.3 та 4.4 наведені графіки, які зображують динаміку індексу Шеплі-Шубіка по місяцях вибраного періоду.

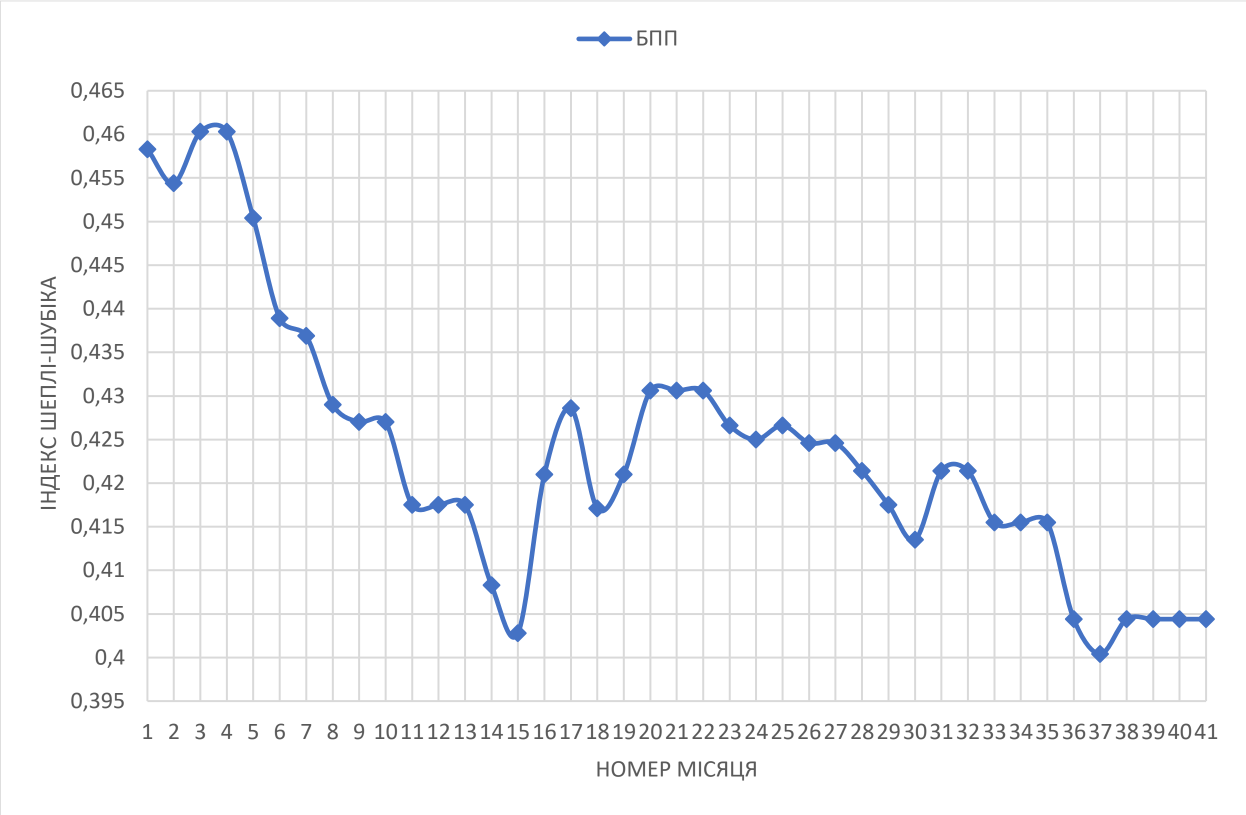

Рисунок 4.1 – Графік інд.Ш-Ш для фракції БПП

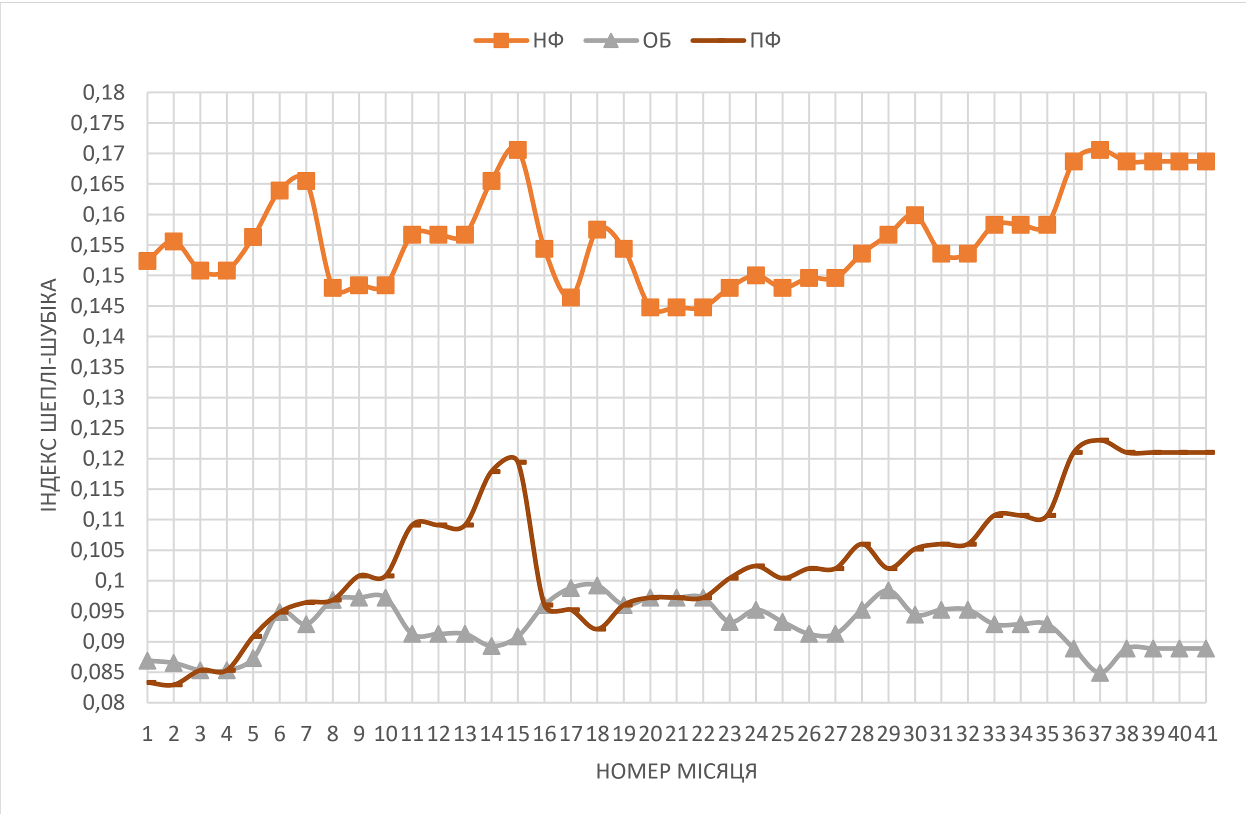

Рисунок 4.2 – Графік інд.Ш-Ш для фракцій НФ, ОБ, ПФ

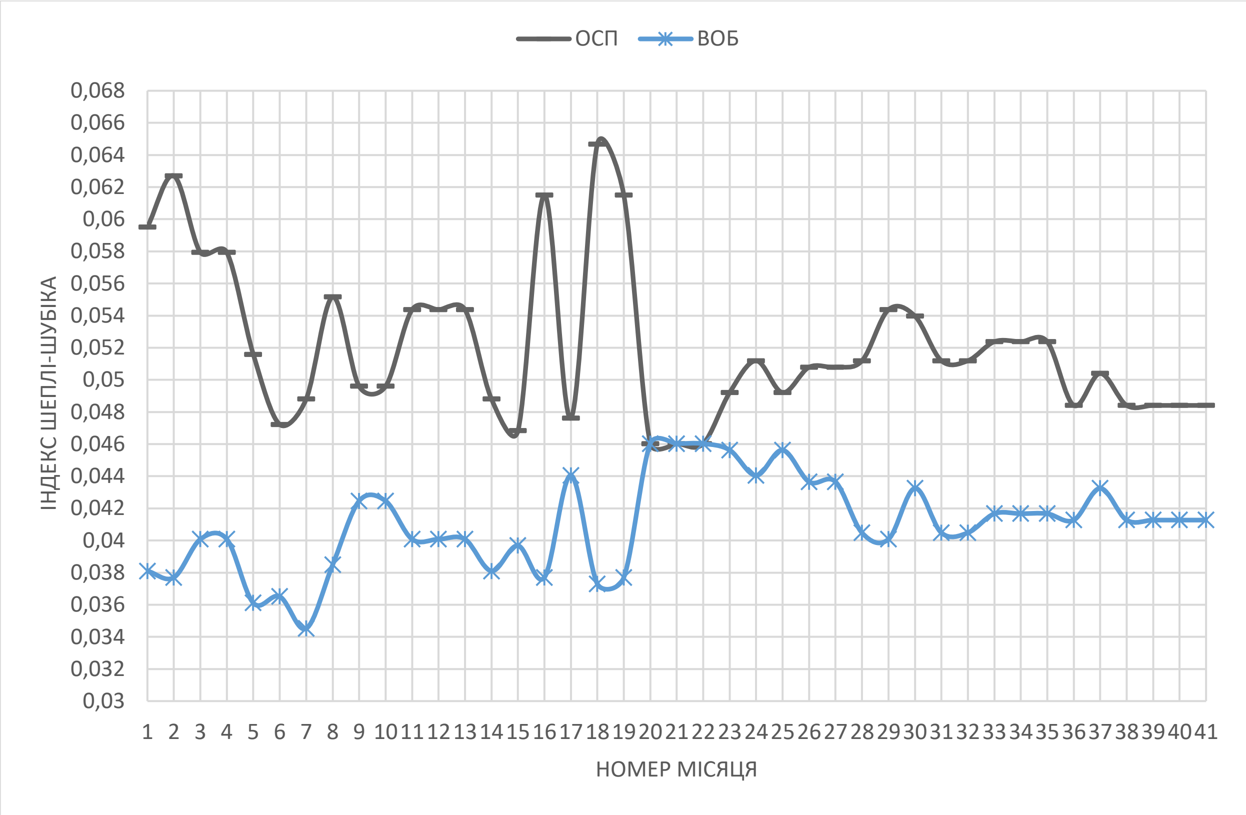

Рисунок 4.3 – Графік інд. Ш-Ш для фракцій ОСП, ВОБ

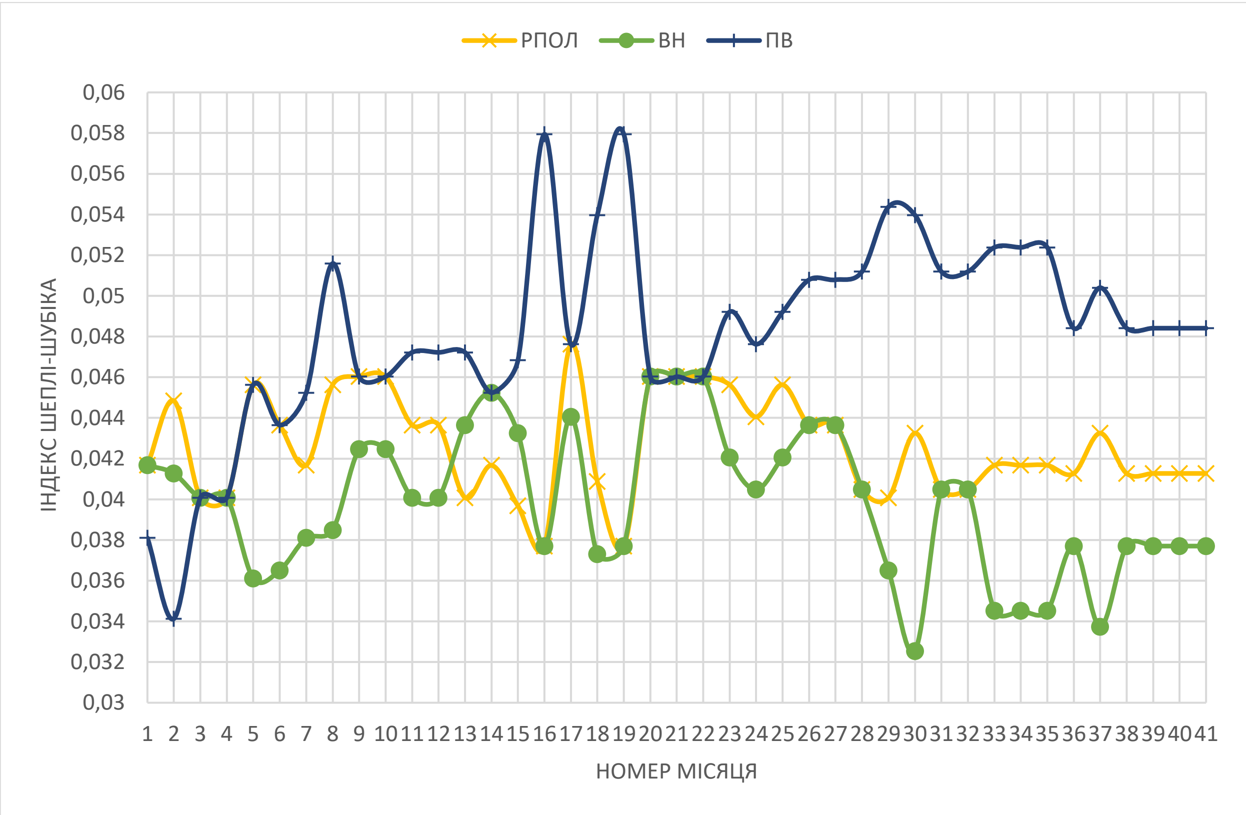

Рисунок 4.4 – Графік інд. Ш-Ш для фракцій РПОЛ, ВН, ПВ

З цих графіків чітко видно що індекс Шеплі-Шубіка у динаміці залежить від кількості виграшних коаліцій для кожною з фракцій. Індекси Шеплі-Шубіка для кожною фракції можна побачити у таблиці В.1 додатку В.

4.2 Аналіз злагодженості фракцій

Для визначення порогу розколу фракції була побудована залежність кількості голосувань у яких фракції не визначилися від порогу розколу. На рисунку 4.5 побудовано графік цієї залежності. Графік починається з порогу розколу 0,5 тому що при порозі розколи менше 0,5 не можна говорити що фракція має консолідовану позицію по даному голосуванню.

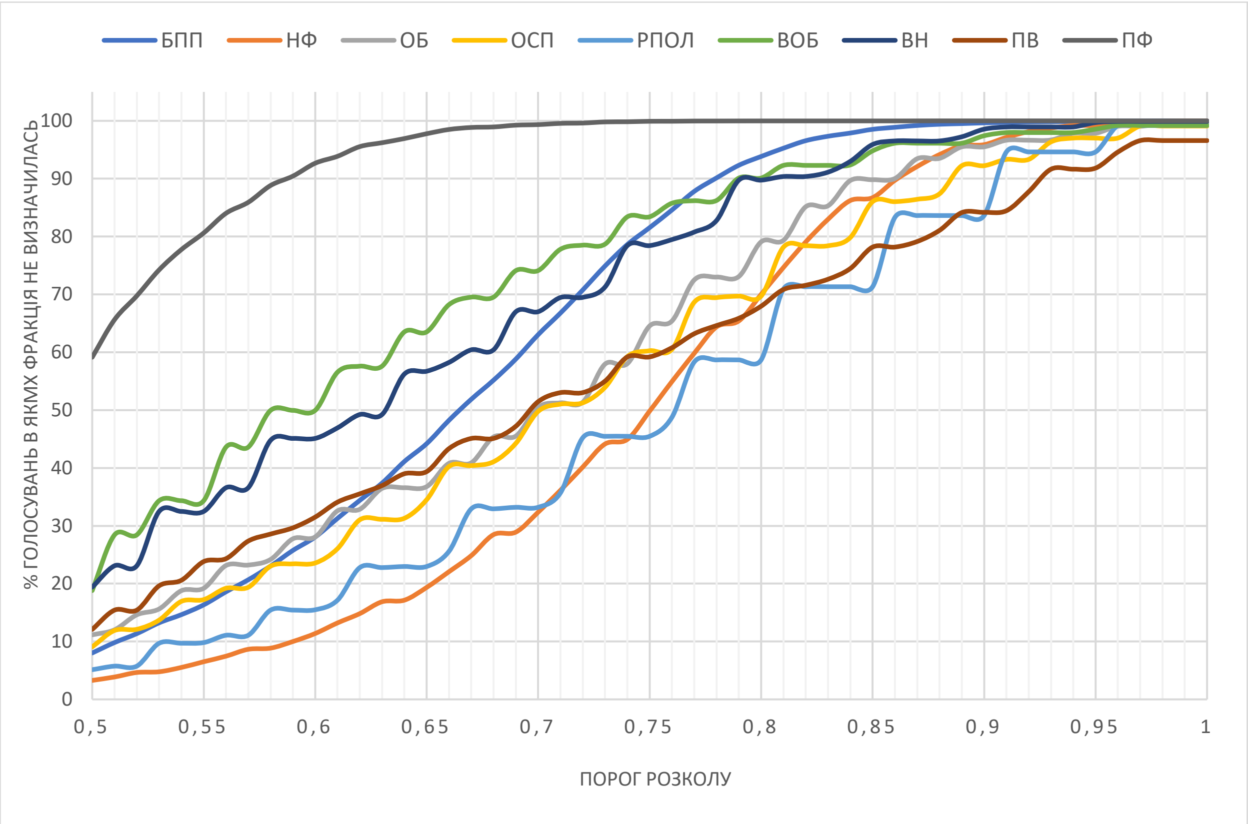

Рисунок 4.5 – Графік залежності порогу розколу від відсотку голосувань у яких фракція не визначилась

На підставі отриманої залежності для кожної групи і фракції були визначені індивідуальні пороги розколу (табл. 4.4), при яких частка голосувань, в яких група або фракція не визначилася, найбільш близька до 0,2.

Таблиця 4.4 – Пороги розколу для фракцій

Фракція, група	**Індивідуальний поріг розколу**
Фракція партії «Блок Петра Порошенка»	0,57
Фракція політичної партії «Народний фронт»	0,65
Фракція політичної партії «Опозиційний блок»	0,55
Фракція політичної партії «Об'єднання „Самопоміч“»	0,57
Група «Партія відродження»	0,54
Фракція Радикальної партії Олега Ляшка	0,61
Фракція всеукраїнського об'єднання «Батьківщина»	0,5
Група «Воля Народу»	0,5
Позафракційні	0,5

Для врахування фракційної дисципліни при оцінці впливу груп і фракцій Верховної Ради України 7-го скликання число голосів усіх депутатських об'єднань було зменшено на підставі отриманих порогів.

У таблиці 4.5 для прикладу показано вихідне розподіл чисельності груп і фракцій на березень 2016 року а також перерахунок чисельності виходячи з рівня фракційної дисципліни.

Таблиця 4.5 – Перерахована чисельність депутатів у фракціях

Фракція, група	**Вихідний розподіл голосів**	**Коефіцієнт перерахунку**	**Результуючий розподіл голосів**
БПП	135	0,88	118
НФ	81	1	81
ОБ	43	0,84	36
ОСП	26	0,88	22
РПОЛ	20	0,94	18
ВОБ	19	0,77	14
ВН	21	0,77	16
ПВ	23	0,83	19
ПФ	51	0,77	39

4.3 Модифікований індекс Шеплі-Шубіка

На основі голосувань фракцій в парламенті були розраховані матриці вподобань фракцій для кожного місяця. У таблиці 4.6 та 4.7 можна побачити приклад таких матриці за березень 2015 року та березень 2018 року відповідно.

Таблиця 4.6 – Матриця вподобань за березень 2015 року

Фракція	**БПП**	**НФ**	**ОБ**	**ОСП**	**РПОЛ**	**ВОБ**	**ВН**	**ПВ**	**ПФ**
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
БПП	—	7	0	4	6	5	3	2	1
НФ	7	—	0	4	6	5	3	2	1
ОБ	0	1	—	4	2	3	5	6	7
ОСП	7	6	0	—	5	4	3	2	1

Продовження таблиці 4.6

1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
РПОЛ	6	7	0	4	—	5	3	2	1
ВОБ	6	5	1	4	7	—	3	0	2
ВН	2	1	6	4	0	3	—	5	7
ПВ	1	3	7	4	2	0	5	—	6
ПФ	0	1	7	4	2	3	6	5	—
ВОБ	6	5	1	4	7	—	3	0	2

Таблиця 4.7 – Матриця вподобань за березень 2017 року

Фракція	**БПП**	**НФ**	**ОБ**	**ОСП**	**РПОЛ**	**ВОБ**	**ВН**	**ПВ**	**ПФ**
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
БПП	—	7	0	6	5	3	2	1	4
НФ	7	—	1	5	6	3	2	0	4
ОБ	1	0	—	2	3	4	6	7	5
ОСП	7	6	2	—	4	3	1	0	5
РПОЛ	6	7	1	5	—	3	2	0	4
ВОБ	3	1	4	2	0	—	6	5	7
ВН	2	0	5	1	3	4	—	7	6
ПВ	2	0	6	1	3	4	7	—	5
ПФ	2	0	5	3	1	4	7	6	—
ПВ	2	0	6	1	3	4	7	—	5

Як можна побачити з цих матриць залежно від місяця вподобання кожної фракції змінюються, адже вони розраховуються в залежності від того наскільки позиції фракцій при голосуванні співпадали. Отримавши матриці вподобань для кожного місяця були розраховані модифіковані індекси Шеплі-Шубіка для кожної фракції. Цей індекс більш точно відповідає реальному впливу фракцій в парламенті. Усі значення можна побачити у таблиці В.2 додатку В.

На рисунках зображений розподіл впливу у ВРУ по фракціям на березень 2015, 2016, 2017 та 2018 року.

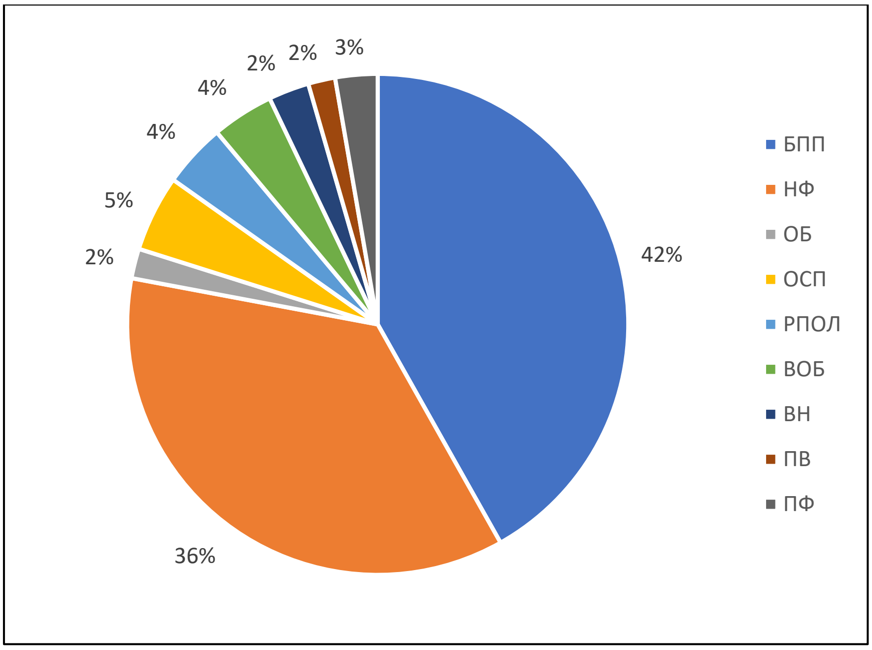

Рисунок 2.6 – Розподіл впливу у ВРУ за березень 2015 року

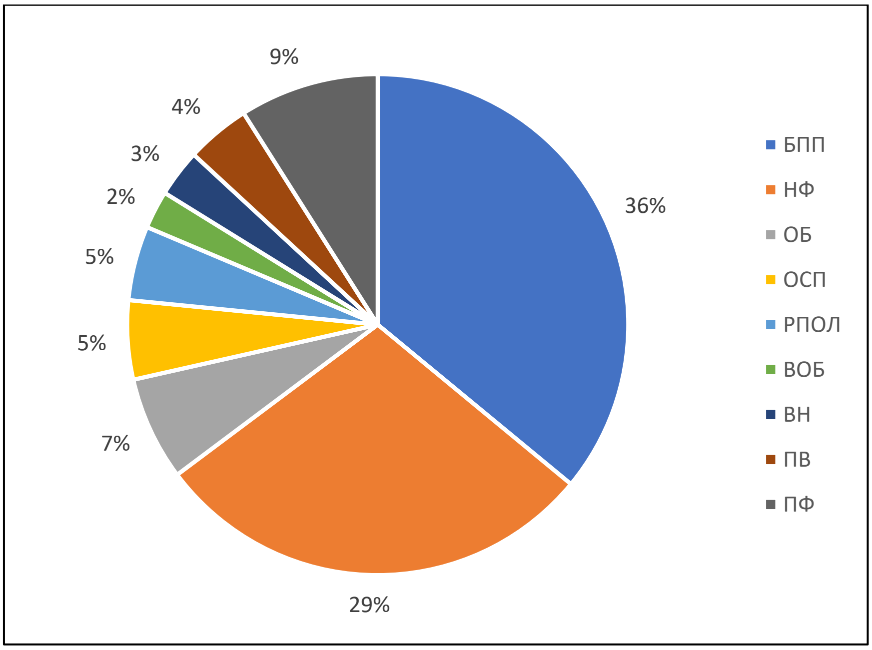

Рисунок 3.7 – Розподіл впливу у ВРУ за березень 2016 року

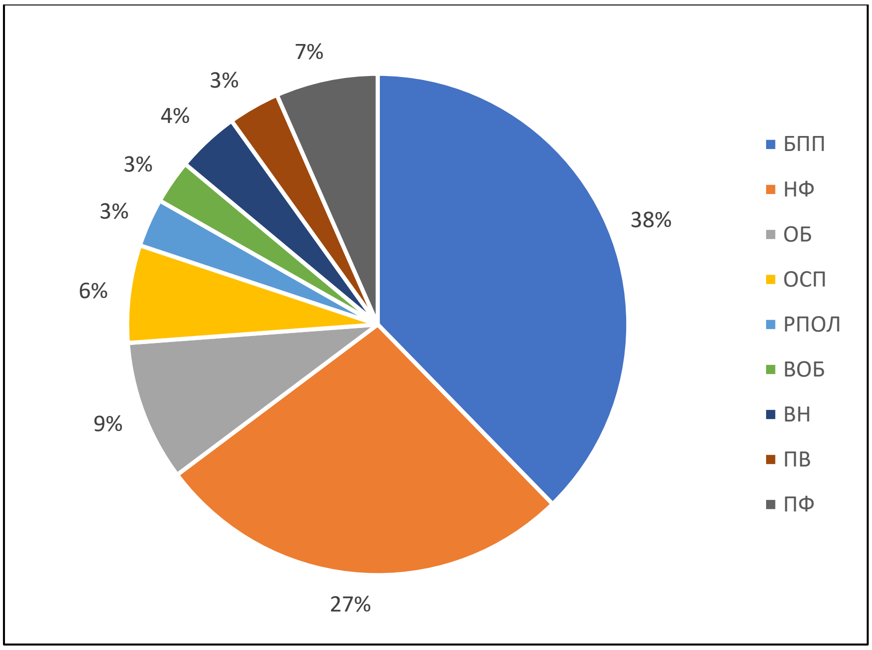

Рисунок 4.8 – Розподіл впливу у ВРУ за березень 2017 року

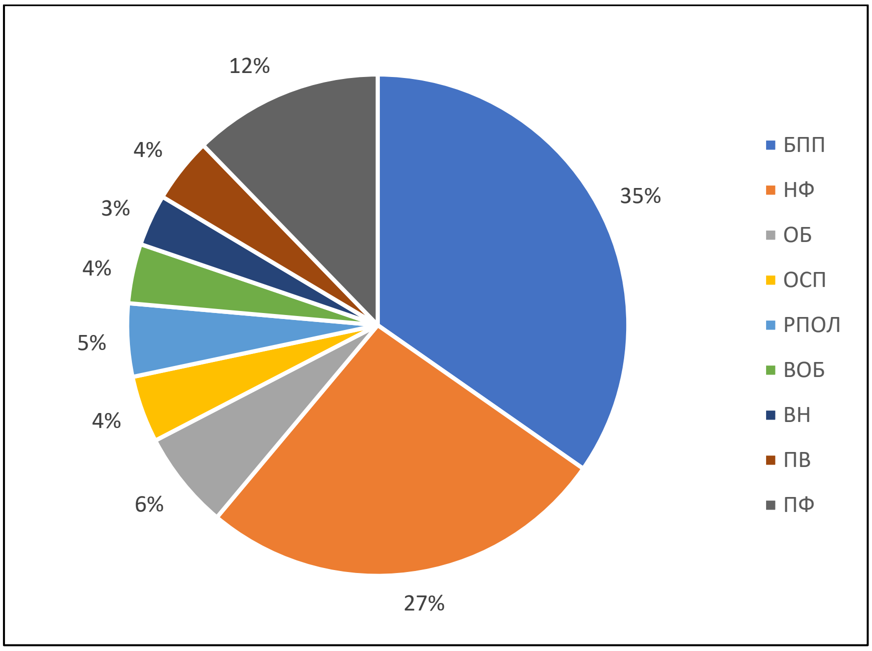

Рисунок 5.9 – Розподіл впливу у ВРУ за березень 2018 року

На рисунках 4.10 та 4.11 можна побачити модифікований індекс Шеплі-Шубіка за кожний місяць обраного періоду.

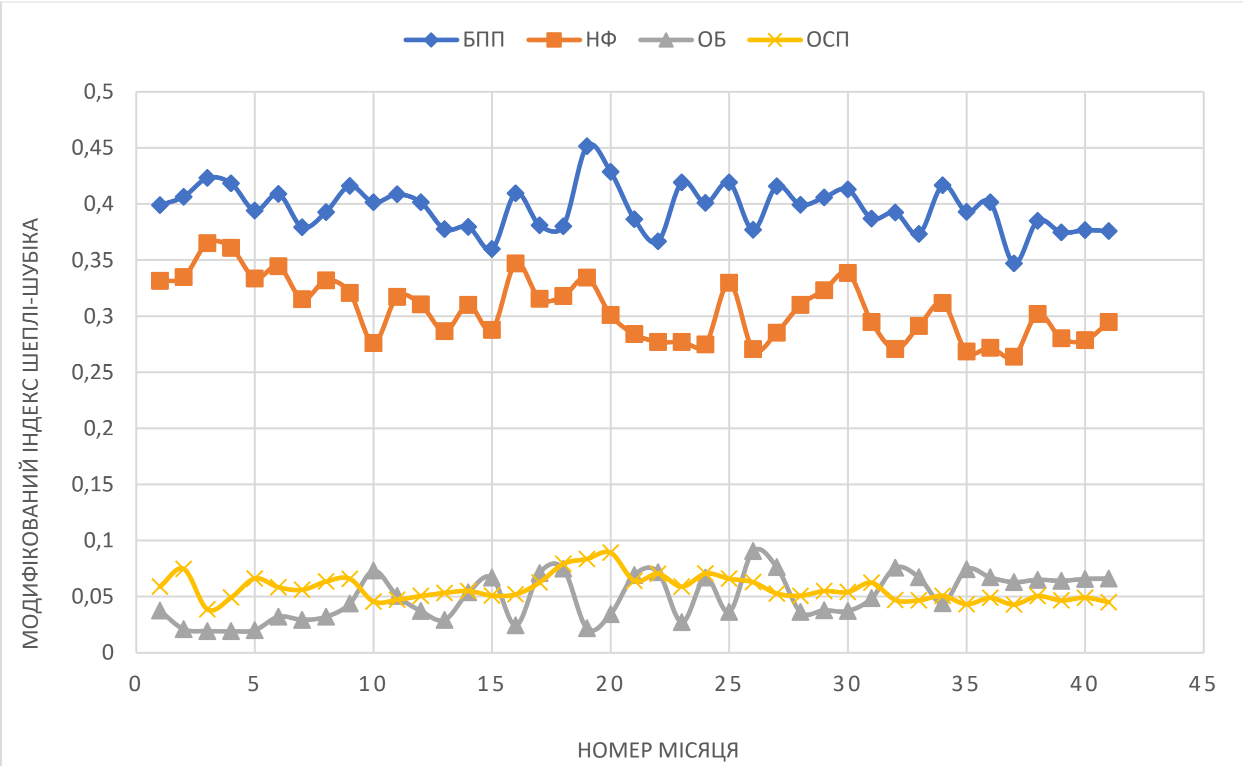

Рисунок 4.10 – Графік мод.інд. Ш-Ш для фракцій БПП, НФ, ОБ, ОСП

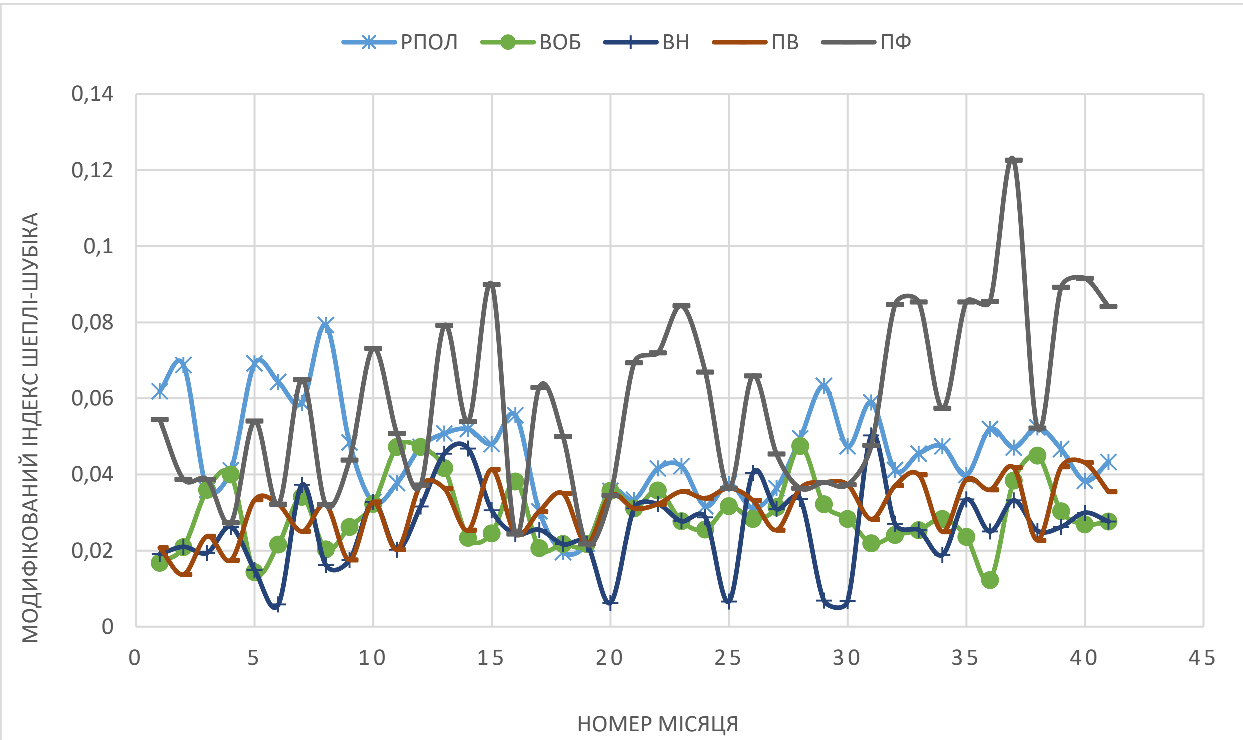

Рисунок 4.11 – Графік мод.інд. Ш-Ш для фракцій РПОЛ, ВОБ, ВН, ПВ, ПФ

З наведених графіків візуально можна помітити певні залежності в поведінці індексів впливу для різних фракцій, ці залежності детально розглянуті у розділі 4.5.

4.4 Індекс ефективності впливу

З наведених діаграм на рисунках 4.6, 4.7, 4.8 та 4.9 можна побачити що деякі партії мають більший або менший вплив ніж дає показник індексу Шеплі-Шубіка. Це показує як партії реалізовують можливість формування теоретичних коаліції. Для того щоб оцінити наскільки фракція реалізовує свій потенційний вплив було побудовано індекси ефективності впливу. На рисунках 4.12 4.13 4.14 4.15 зображені індекси ефективності впливи за обраний період.

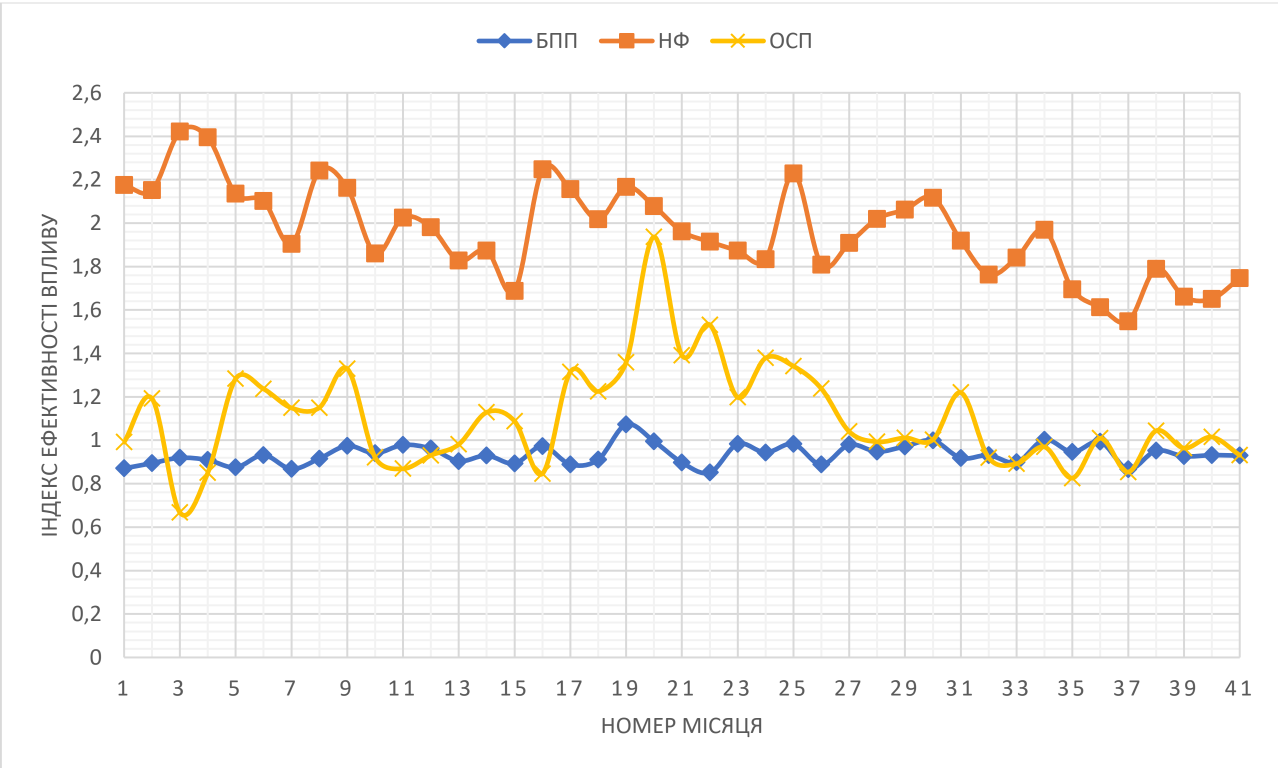

Рисунок 4.12 – Графік інд. еф. впл. для фракцій БПП, НФ, ОСП

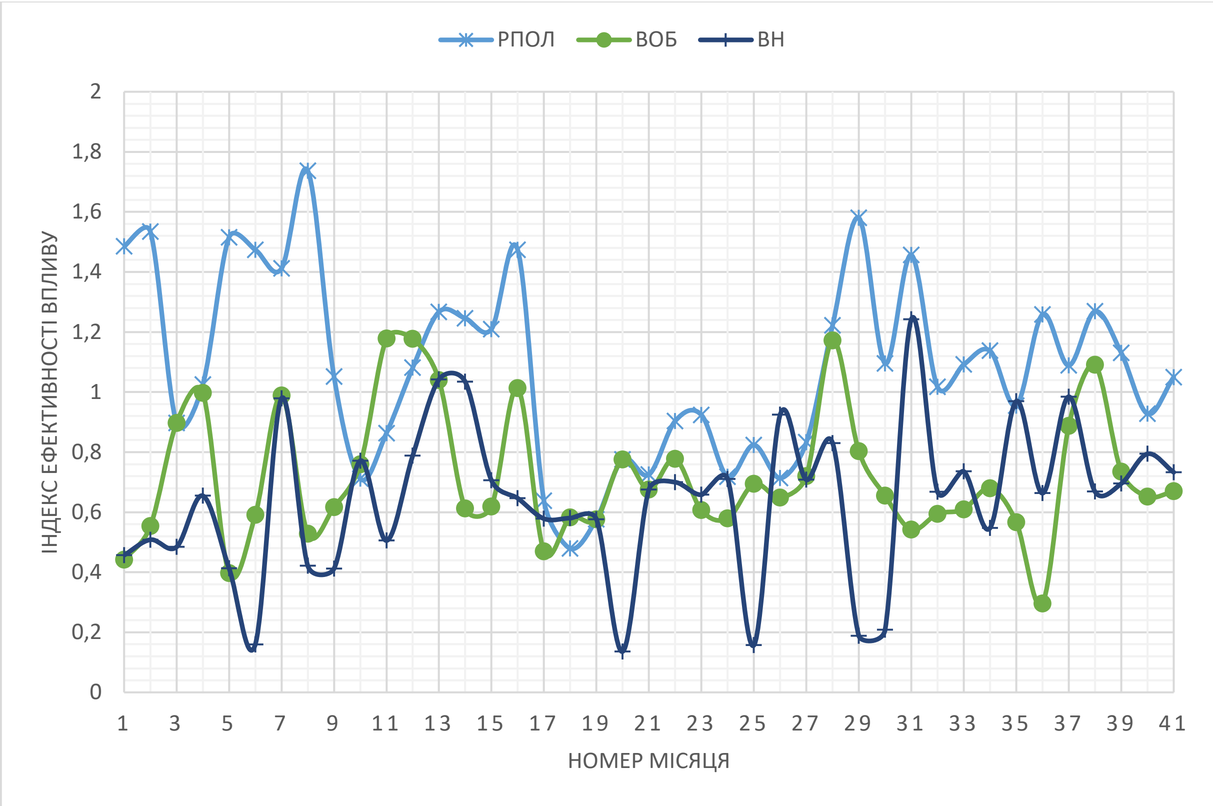

Рисунок 4.13 – Графік індексу інд. еф. впл для фракцій РПОЛ, ВОБ, ВН

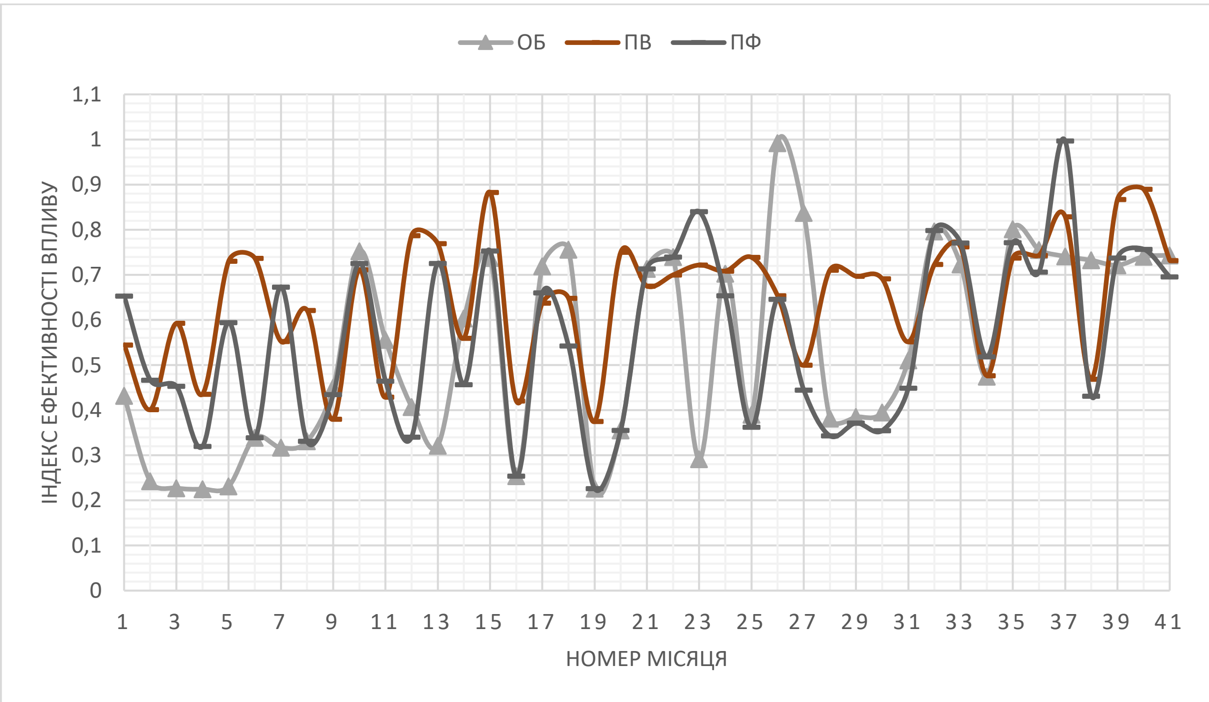

Рисунок 4.11 – Графік інд. еф. впл для фракцій ОБ, ПВ, ПФ

За цими графіками та розрахувавши для кожної фракції середнє та дисперсію (таблиця 4.8) можна зробити наступні висновки:

1. Фракції НФ, ОСП перевищили потенційний вплив, це відбулося за рахунок того що в них відносно інших фракцій був високий поріг розколу, що дало змогу збільшити їх вплив у парламенті.
2. Середня ефективність фракції БПП близька да одиниці, та дисперсія близька до нуля, це означає що дана фракція не змогла перевищити свій потенційний вплив, але у той же час ефективність її впливу була найбільш сталою.
3. Ефективність фракції РПОЛ в середньому була вища одиниці, що також відбулося завдяки високому порогу розколу, але присутня досить велика дисперсія, що свідчить про те що не завжди вдавалося реалізувати свій вплив.
4. Фракції ВОБ, ВН, ПВ, ПФ, об мають ефективність впливу менше одиниці, це наслідок того що у цих фракцій низький поріг розколу та позиції цих фракцій при голосуванні не дають їм змоги реалізувати можливі коаліції в яких ці фракції є ключовими.

Таблиця 4.8 – Середнє та дисперсія для індексу ефективності впливу

Фракція	БПП	НФ	ОБ	ОСП	РПОЛ	ВОБ	ВН	ПВ	ПФ
Середнє	0,935	1,964	0,538	1,102	1,082	0,719	0,641	0,647	0,558
Дисперсія	0,0021	0,044	0,047	0,053	0,09	0,046	0,063	0,196	0,035

Значення індексу ефективності впливу наведено у таблиці В.3 додатку В.

4.5 Кореляційний аналіз впливу фракцій

По значенням модифікованих індексів впливу можна зазначити що влив певних фракцій має однакову поведінку, тобто мають позитивну кореляцію що характерно для політичних союзників, або навпаки вони мають від’ємну кореляцію, що характерно для політичних противників.

Для цього було обчислені коефіцієнти кореляції Пірсона r попарно для всіх фракцій. У таблиці 4.9 можна побачити отримані кореляції.

Таблиця 4.9 – Значення коеф. Кореляції Пірсона

Фракція	**БПП**	**НФ**	**ОБ**	**ОСП**	**РПОЛ**	**ВОБ**	**ВН**	**ПВ**	**ПФ**
БПП	—	0,533	-0,568	0,301	-0,118	0,012	-0,524	-0,474	-0,711
НФ	0,533	—	-0,759	0,167	0,293	0,025	-0,536	-0,564	-0,808
ОБ	-0,568	-0,759	—	-0,183	-0,460	-0,126	0,372	0,403	0,608
ОСП	0,301	0,167	-0,183	—	-0,128	-0,295	-0,261	-0,223	-0,418
РПОЛ	-0,118	0,293	-0,460	-0,128	—	-0,168	-0,134	-0,123	-0,157
ВОБ	0,012	0,025	-0,126	-0,295	-0,168	—	0,146	-0,039	-0,126
ВН	-0,524	-0,536	0,372	-0,261	-0,134	0,146	—	0,056	0,439
ПВ	-0,474	-0,564	0,403	-0,223	-0,123	-0,039	0,056	—	0,573
ПФ	-0,711	-0,808	0,608	-0,418	-0,157	-0,126	0,439	0,573	—

Перевіримо статистичну значущість отриманих коефіцієнтів кореляції Пірсона. Будемо використовувати рівень значущості $\alpha = 0.1$ та розрахуємо статистику для перевірки значущості відмінності отриманих результатів від 0.

$$t = \frac{r\sqrt{n-2}}{1-r^2}$$

Ця статистика має t-розподіл з $(n-2)$ ступенем свободи. Отримані статистики наведено у таблиці 4.10.

Таблиця 4.10 – Значення статистики *t*

Фракція	**БПП**	**НФ**	**ОБ**	**ОСП**	**РПОЛ**	**ВОБ**	**ВН**	**ПВ**	**ПФ**
БПП	—	3,938	-4,309	1,968	-0,744	0,076	-3,839	-3,359	-6,319
НФ	3,938	—	-7,269	1,055	1,914	0,154	-3,963	-4,265	-8,557
ОБ	-4,309	-7,269	—	-1,165	-3,238	-0,791	2,502	2,747	4,785
ОСП	1,968	1,055	-1,165	—	-0,806	-1,928	-1,687	-1,431	-2,873
РПОЛ	-0,744	1,914	-3,238	-0,806	—	-1,067	-0,844	-0,773	-0,992
ВОБ	0,076	0,154	-0,791	-1,928	-1,067	—	0,921	-0,245	-0,793
ВН	-3,839	-3,963	2,502	-1,687	-0,844	0,921	—	0,350	3,050
ПВ	-3,359	-4,265	2,747	-1,431	-0,773	-0,245	0,350	—	4,367
ПФ	-6,319	-8,557	4,785	-2,873	-0,992	-0,793	3,050	4,367	—

Відповідно до таблиці t-розподілу критичне значення для двостороннього t-критерію з 39 ступенями свободи при α = 0,1 дорівнює 1,685. Це означає, що отриманий t-критерій повинен бути більше, ніж 1,685, або менше, ніж -1,685, щоб нульову гіпотезу можна було відкинути.

Винесемо дані по кореляції в таблицю 4.11, так як кореляції взаємні між фракціями А та В то будемо розглядати верхню частину таблиці. Умовні позначення наступні:

1) + присутня додатна кореляція
2) – присутня від'ємна кореляція
3) X кореляція відсутня

Отже, з 36 пар фракції отримали:

1) Додатну кореляцію у 8 пар
2) Від'ємну кореляцію у 12 пар

3) Кореляція відсутня у 16 пар

Таблиця 4.11 – Визначення залежностей між індексами впливу

Фракція	БПП	НФ	ОБ	ОСП	РПОЛ	ВОБ	ВН	ПВ	ПФ
БПП	■	+	–	+	X	X	–	–	–
НФ		■	–	X	+	X	–	–	–
ОБ			■	X	–	X	+	+	+
ОСП				■	X	–	–	X	–
РПОЛ					■	X	X	X	X
ВОБ						■	X	X	X
ВН							■	X	+
ПВ								■	+
ПФ									■

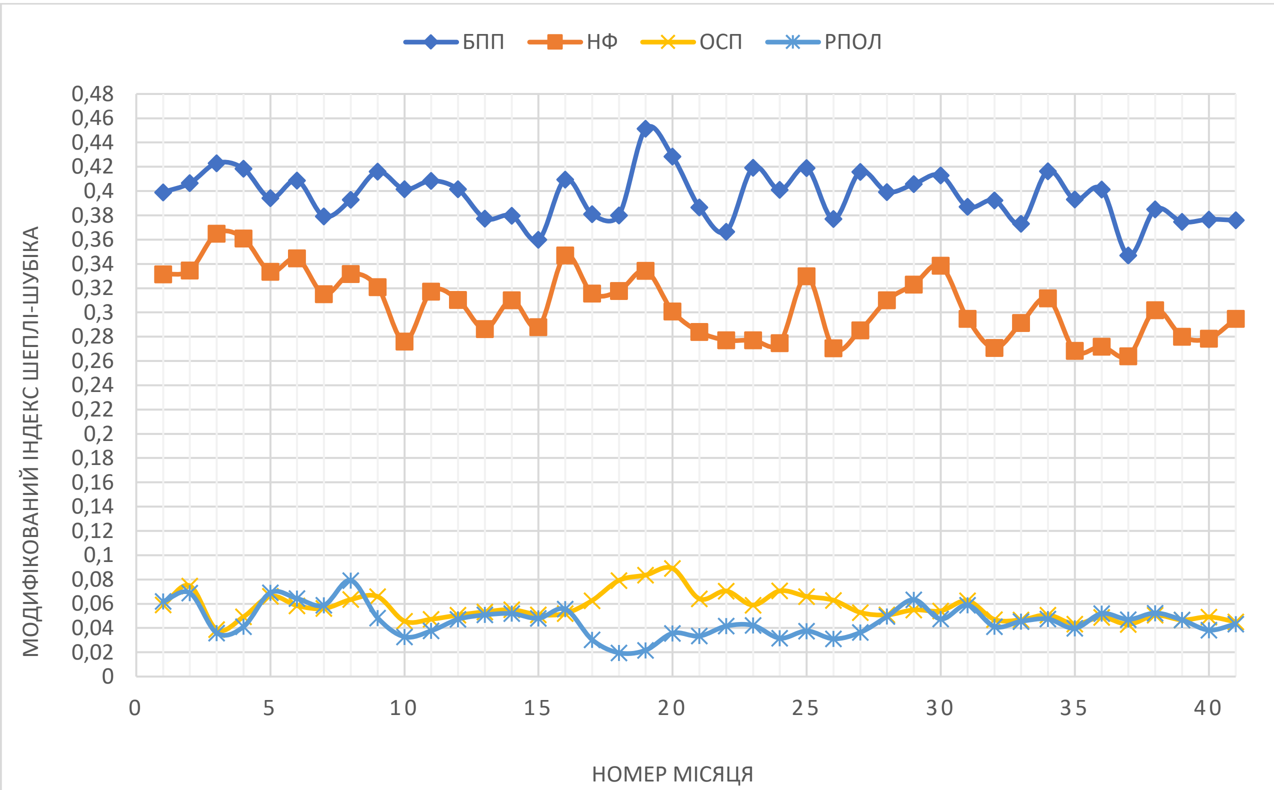

Рисунок 4.12 – Графік індексів впливу для партій БПП, НФ, ОСП, РПОЛ

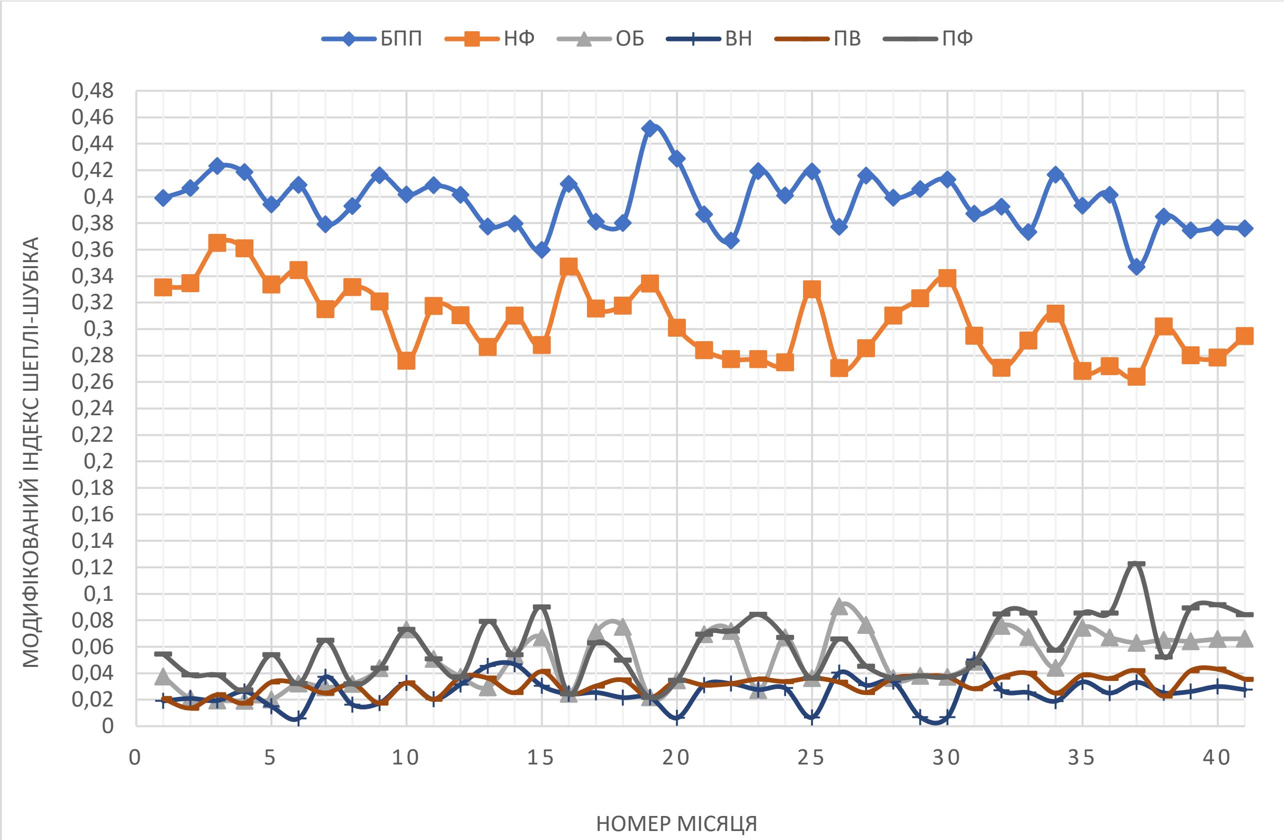

Рисунок 4.13 – Графік індексів впливу для партій БПП, НФ, ОБ, ВН, ПВ, ПФ

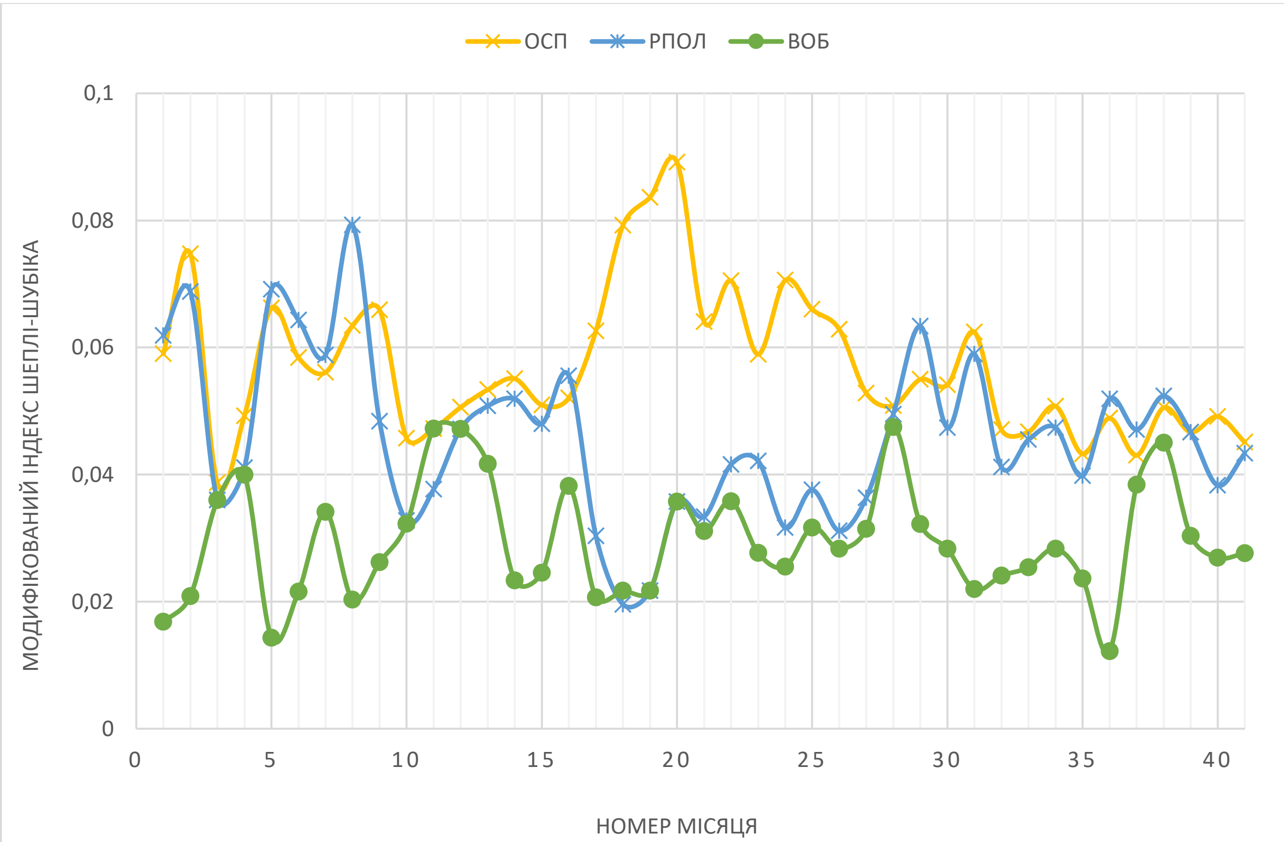

Рисунок 4.14 – Графік індексів впливу для партій БПП, НФ, ОСП, РПОЛ

На графіку 4.12, 4,13, 4.14 наведені найбільш яскраві приклади які відображають певну залежність між впливом фракцій.

Можна зробити наступні узагальнюючі висновки щодо залежностей у поведінці модифікованого індексу впливу Шеплі-Шубіка для двох фракцій:

1. Якщо присутня додатна кореляція між індексами впливу двох фракцій, то можна казати що дані фракції мають спільну позицію а багатьох голосуваннях, тобто вони є політичними союзниками.
2. Якщо присутня від'ємна кореляція між індексами впливу двох фракцій, то можна казати що дані фракції мають не мають спільної позицію в більшості голосування, тобто вони – політичні противники.
3. Якщо кореляція відсутня то тут можна говорити про те що на такому відрізку часу, позиції фракцій по голосуванням не були а ні однаковими а ні протилежними, тобто не можна визначити як фракції взаємодіють між собою.

Якщо додати до розгляду матрицю вподобань то тут теж можна прийти к невступним висновкам:

1. Додатна кореляція індексу впливу свідчить про те, що у більшості випадках (у нашому прикладі місяцях) фракції ставили на перші місця друг друга, що свідчить про бажання увійти в коаліцію де присутні дані фракції, а отже, так як побудова індексу впливу враховувала усі ймовірні коаліції, то такі коаліції мали більшу вагу.
2. Навпаки при від'ємній кореляції індексу впливу, фракції ставили на останні місця друг друга у матриці вподобань що унеможливлювало або зводила до мінімуму формування коаліцій де присутні лані фракції, шо в свою чергу відкидавало такі коаліції.
3. При відсутності кореляції можна казати що вподобання таких фракцій не є сталими, вони ставили друг друга на різні місця у матриці вподобань у більшості випадках.

Також можна зазначити що певні фракції мають кореляцію (від’ємну або додатну) між індексами впливу на більш менших відрізках часу наприклад на як на рисунку 4.14, це свідчить про те що на певних відрізках фракції все ж таки мали однакову або протилежну позицію по більшості голосувань які розглядались на той час.

Висновки до розділу 4

У цьому розділі був досліджений вплив у ВРУ 7 скликання. А саме побудовано індекс Шеплі-Шубіка, який як можна було побачити не зовсім чітко відображає дійсність так як він в більшості залежить саме від розміру фракцій. Знайдемо пороги розколи для кожної з фракцій, які відображають на скільки фракція злагоджено голосує, що є теж важливим при оцінці впливу.

Побудовані матриці вподобань для кожною фракції, які відображають вірогідність фракцій вступати у коаліції між собою, для цього було обраховану індекси збігу позицій по результатам голосування фракцій.

Обчислено модифікований індекс Шеплі-Шубіка, який дає більш реальну оцінку впливу у парламенті. Наведені розподіл впливу у парламенті на березень кожного року. Також побудовані графіки індексу впливу по місячно.

Досліджено залежності між індексами впливу різних фракцій, які відображають шо певні фракції є політичними союзниками або противниками, також існують ситуації в яких не можливо сказати чи є фракції противниками або союзниками, причому на певних відрізках це можна чітко відстежити.

ВИСНОВКИ

В результаті виконання магістерської дисертації, була досягнена мета та виконані поставлені задання у повному обсязі. Досліджені існуючі індекси впливу, як результат обраний індекс впливу Шеплі-Шубіка.

Так як класичний індекс Шеплі-Шубіка не враховує політичний вподобань фракцій при формуванні коаліцій , а враховує усі ймовірні коаліції, які залежать тільки від розміру фракції, то було вирішено модифікувати його для врахування політичних вподобань. Для цього був обраний модифікований індекс Шеплі-Шубіка та функція сили зв’язку для побудови цього індексу.

Було запропоновано метод визначення рангів у матриці політичних вподобань на основі індексу збігу позицій який в свою чергу побудований на основі результатів голосувань фракцій за обраний період. Було запропоновано схема для побудови оцінок впливу.

Для розрахунку індексів впливу була розроблена програмна реалізація необхідних кроків для визначенні індексу впливу. Для дослідження було обрано поточний склад Верховної Ради України, за допомогою розробленої програми було зібрано результати голосувань за період з грудня 2014 року по липень 2018 року. Їх було попередньо приведено у спеціальні структури даних для подальшої їх обробки та обчислення на їх основі необхідних результатів.

Виконавши усі необхідні розрахунки було проведено аналіз результатів на залежності. Цей аналіз показав що існують залежності між впливом різних фракцій, так у явних союзників цей вплив має додатну кореляцію, тобто зростання або спадання впливу у таких фракцій відбувається синхронно, і навпаки вплив у явних противників має від’ємну кореляцію. Також існують ситуації коли не можна явно відповісти чи є ці фракції союзниками або противниками, у цих випадках кореляція відсутня, хоча якщо зменшити період розгляду індексів впливу то кореляція присутня.

Запропонований метод можна використовувати для оцінки впливу та знаходження залежностей між фракціями по окремим питанням наприклад та на різних періодах, на приклад можна розглядати окремо політичні, економічні, соціальні питання, також в залежності від періоду розгляду будуть проявлятися нові залежності між впливом фракцій.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1 Шварц Д.А. Индексы влияния, зависящие от предпочтений участников - аксиоматическое построение и методы вычисления/Д. А. Шварц. – 2013

2 Shapley L.S., Shubik M. A method for Evaluating the Distribution of Power in a Committee System // American Political Science Review. 1954. № 48(3)

3 Weber R.J. Probabilistic values for games // A. E. Roth, Ed. The Shapley Value: Essays in Honor of Lloyd S. Shapley. 1988. Cambridge University Press

4 Lambert J.P. Voting games, power indices and presidential elections // UMAP Journal. 1988. № 9

5 Friedman J., McGrath L., Parker C. Achievable hierarchies in voting games // Theory and Decision. 2006. № 61

6 Shapley L.S. A Value for n-person Games. In: Annals of Mathematical Studies. № 28. Princeton University Press, 1953.

7 Banzhaf J. F. Weighted Voting Doesn't Work: A Mathematical Analysis // Rutgers Law Review. 1965. № 19

8 Johnston R.J. On the Measurement of Power: Some Reactions to Laver // Environment and Planning. 1978. № 10

9 Holler M.J., Packel E.W. Power, Luck and the Right Index // Journal of Economics. 1983. №43

10 Deegan J., Packel E.W. A New Index of Power for Simple n-Person Games // International Journal of Game Theory. 1978. № 7(2)

11 Coleman J.S. Control of collectivities and the power of a collectivity to act. 1971. In B. Lieberman (ed.) Social choice, Gordon and Breach. London

12 Brams S.J. Game Theory and Politics. New York: Free Press, 1975. 312 p.

13 Felsenthal. D.S., Machover M. Postulates and paradoxes of relative voting power - A critical reappraisal // Theory and Decision. 1995. № 38

14 Felsenthal. D.S., Machover M. The Measurement of Voting Power: Theory and Practice, Problems and Paradoxes. Cheltenham: Edward Elgar, 1998. 322 p.

15 Aleskerov F.T., Belianin A.V., Pogorelskiy K.B. Power and preferences: an experimental approach. WP7/2010/01. М. ГУ ВШЭ, 2010.

16 Бослаф С. Статистика для всех. – М.: ДМК Пресс, 2015 –586 с.

17 Шварц Д.А. О вычислении индексов влияния, учитывающих предпочтения участников // Автоматика и Телемеханика. 2009. № 3

18 Шварц Д.А. Аксиоматика для индексов влияния, учитывающих предпочтения участников // Автоматика и Телемеханика, Москва. 2010.№ 1

19 Шварц Д.А. Аксиоматики для индексов влияния в задаче голосования с квотой // Проблемы управления, 2012. № 1

20 Aleskerov F. Power indices taking into account agents' preferences. Mathematics and Democracy. Berlin, Springer, 2006

21 Соколова А.В. Модифицированные индексы влияния, учитывающие предпочтения участников по коалиционированию // Моделирование в социально-политической сфере. 2009. № 3

22 Олейник, В. В., Лебедюк, В. Н. Распределение влияния между фракциями и группами в Верховной Раде Украины (1990-2012 гг.); Нац. исслед. ун-т Высшая школа экономики. М.: Изд. дом Высшей школы экономики, 2013. 76 с.

23 Законопроекти, зареєстровані Верховною Радою України [Електроний ресурс] – Режим доступу: http://w1.c1.rada.gov.ua/pls/zweb2/webproc2

ДОДАТКИ

ДОДАТОК А

Лістинг програми для збору результатів голосувань

```
public final class DataCollector {


    private static final String VRU_URL =
"http://w1.c1.rada.gov.ua/pls/zweb2/webproc2_5_1_J?ses=10009&num_s=2&num=&date1=
&date2=&name_zp=&out_type=&id=&page=1";

    public  List<Bill> getVoteResults() {

        System.setProperty("webdriver.chrome.driver",

"C:/Users/Vladimir/IdeaProjects/rada/src/main/resources/chromedriver.exe");

        WebDriver driver = new ChromeDriver();

        List<Bill> billList = new ArrayList<>();

        for (int id = 1; id < 20200; id++) {
            billList.add(readNextBill(id, driver));
        }
        return billList;
    }

    private String readNextParty(Integer i, WebDriver driver) {

        try {
            WebElement partyVoteResults =
driver.findElement(By.xpath("//li[@id='0idf" + i + "']/div/center"));
            return partyVoteResults.getText();
        } catch (NoSuchElementException e) {
          e.printStackTrace();
        }

        return null;
    }

    private Bill readNextBill(Integer id, WebDriver driver) {

        try {

driver.navigate().to("http://w1.c1.rada.gov.ua/pls/radan_gs09/ns_golos?g_id=" +
id);

            List<PartyVoteResult> results = new ArrayList<>();
            Bill bill = new Bill();

            WebElement voteResults =
driver.findElement(By.xpath("//div[@class='head_gol']"));
            List<String> voteResultsStr =
Arrays.asList(voteResults.getText().split("\n"));

            setBillVoteResult(voteResultsStr, bill, id);

            for (int i = 0; i < 11; i++) {
                if (readNextParty(i, driver) != null) {
                    PartyVoteResult partyVoteResult =
setPartyVoteResults(parseVoteResults(readNextParty(i, driver)), i);
                    results.add(partyVoteResult);
```

```
                }}
            bill.setVoteResults(results);
            return bill;

        } catch (Exception e) {
           e.printStackTrace();
        }
        return null;
    }

    private static List<String> parseVoteResults(String voteResults) {
        voteResults = voteResults.replaceAll("[^-?0-9]+", " ");
        return Arrays.asList(voteResults.trim().split(" "));
    }

    private PartyVoteResult setPartyVoteResults(List<String> voteResults,
Integer partyNumber) {

        PartyVoteResult partyVoteResult = new PartyVoteResult();

        switch (partyNumber) {
            case 0:
                partyVoteResult.setParty(Parties.NonP);
                break;
            case 10:
                partyVoteResult.setParty(Parties.VID);
                break;
            default:
                partyVoteResult.setParty(Parties.NON);
                break;

        }
        partyVoteResult.setNumberDeputies(Integer.valueOf(voteResults.get(0)));
        partyVoteResult.setBy(Integer.valueOf(voteResults.get(1)));
        partyVoteResult.setAgainst(Integer.valueOf(voteResults.get(2)));
        partyVoteResult.setAbstained(Integer.valueOf(voteResults.get(3)));
        partyVoteResult.setNotVote(Integer.valueOf(voteResults.get(4)));
        partyVoteResult.setMissing(Integer.valueOf(voteResults.get(5)));

        return partyVoteResult;

    }

    private void setBillVoteResult(List<String> voteResultsSrt, Bill bill,
Integer id) {

        String billName = voteResultsSrt.get(0);
        List<String> voteDate = parseVoteResults(voteResultsSrt.get(1));
        List<String> voteResults = parseVoteResults(voteResultsSrt.get(2));
        bill.setName(billName);
        bill.setNumber(id.toString());
        bill.setDate(LocalDateTime.of(
                Integer.valueOf(voteDate.get(2)),
                Integer.valueOf(voteDate.get(1)),
                Integer.valueOf(voteDate.get(0)),
                Integer.valueOf(voteDate.get(3)),
                Integer.valueOf(voteDate.get(4))
                )
        );
        bill.setBy(Integer.valueOf(voteResults.get(0)));
        bill.setAgainst(Integer.valueOf(voteResults.get(1)));
        bill.setAbstained(Integer.valueOf(voteResults.get(2)));
```

```
        bill.setNotVote(Integer.valueOf(voteResults.get(3)));
        bill.setNumberDeputies(Integer.valueOf(voteResults.get(4)));}}
public class Bill {

    private String number;
    private LocalDateTime date;
    private String name;
    private Integer numberDeputies;
    private Integer by;
    private Integer against;
    private Integer abstained;
    private Integer notVote;
    private List<PartyVoteResult> voteResults;
}

public enum Parties {


    BPP("Фракція ПАРТІЇ \"БЛОК ПЕТРА ПОРОШЕНКА\""),
    NF("Фракція Політичної партії \"НАРОДНИЙ ФРОНТ\""),
    NonP("Позафракційні"),
    OB("Фракція Політичної партії \"Опозиційний блок\""),
    SP("Фракція Політичної партії \"Об'єднання \"САМОПОМІЧ\""),
    VID("Група \"Відродження\""),
    RPL("Фракція Радикальної партії Олега Ляшка"),
    BAT("Фракція політичної партії \"Всеукраїнське об'єднання \"Батьківщина\""),
    VN("Група \"Воля народу\""),
    ER("Група \"Економічний розвиток\""),
    NON("noParty");
}

public class PartyVoteResult {

    private Parties party;
    private Integer numberDeputies;
    private Integer by;
    private Integer against;
    private Integer abstained;
    private Integer notVote;
    private Integer missing;
public int getPosition() {
    if (getBy() >= numberDeputies * 0.5) return 1;
    else return 0;

    }
}
```

ДОДАТОК Б

Лістинг програми для обчислення модифікованого індексу Шеплі-Шубіка

```
public final class GeneratorPermutation {

    private final Object PERMUTATION_LOCK = new Object();

    private final int playerCount;
    private final int[] permutation;
    private final int[] auxArray;

    private boolean noneVisited = true;
    private boolean allVisited = false;

    public GeneratorPermutation( int pCount) {
        playerCount = pCount;
        isRandom = isRand;
        permutation = new int[ playerCount ];
            auxArray = new int[ playerCount ];
            for ( int i = 0; i < playerCount; ++i ) {
                permutation[ i ] = i;
                auxArray[ i ] = 0;     } }

    static void swap( int[] array, int i, int j ) {
        if ( i == j )
            return;
        array[ i ] ^= array[ j ];
        array[ j ] ^= array[ i ];
        array[ i ] ^= array[ j ];
    }

    public int[] getNext() {
        synchronized ( PERMUTATION_LOCK ) {
            if ( allVisited )
                return null;
            else
                nextNormal();
            return permutation.clone();
        }
    }

    private void nextNormal() {

        synchronized ( PERMUTATION_LOCK ) {
            if ( noneVisited ) {
                noneVisited = false;
                return;
            }

            for ( int i = 1; i < playerCount; ) {
                if ( auxArray[ i ] < i ) {
                    swap( permutation, ( i % 2 ) * auxArray[ i ], i );
                    auxArray[ i ]++;
                    return;
                } else {
                    auxArray[ i++ ] = 0;
                }
            }
            allVisited = true;
```

```
        }
    }

public final class CalculatorCoincidenceIndex {

    private double calculateForIJ(Parties iParty, Parties jParty, List<Bill>
billList) {

        double numberMatched = 0;
        double numberDecided;
        double isplit = switchSplit(iParty);
        double jsplit = switchSplit(jParty);

        Cloner cloner = new Cloner();

        List<Bill> iBillList = cloner.deepClone(billList);
        List<Bill> jBillList = cloner.deepClone(billList);

        DataCleaner.clearData(iBillList, iParty, isplit);
        DataCleaner.clearData(jBillList, jParty, jsplit);

        List<Bill> decidedResult = intersection(iBillList, jBillList);

        numberDecided = decidedResult.size();

        if (numberDecided != 0) {
            for (Bill decided : decidedResult) {

                Bill i = iBillList.get(iBillList.indexOf(decided));
                Bill j = jBillList.get(jBillList.indexOf(decided));

                try {
                    if (i.getVoteResults().get(0).getPosition() ==
                            j.getVoteResults().get(0).getPosition())
                        numberMatched++;
                } catch (Exception ex) {
                    ex.printStackTrace();
                }
            }

        }

        if (numberDecided != 0) return numberMatched / numberDecided;
        else return 0;


    }


    private <T> List<T> intersection(List<T> list1, List<T> list2) {
        List<T> list = new ArrayList<T>();

        for (T t : list1) {
            if (list2.contains(t)) {
                list.add(t);
            }
        }

        return list;
    }
```

```
    public List<Double> calculateIndex(Set<Set> coalList, Parties party,
List<Bill> billList) {

        List<Double> cIndexList = new ArrayList();

        List <Map <Integer,Double>> rankList = new ArrayList();


        for (int i = 0; i < 9; i++) {
            List<Double> tmpList = new ArrayList();

            Map <Double,Integer> tmpMap = new TreeMap<>();
            Map <Integer,Double> rankMap = new HashMap();
            for (int j = 0; j < 9; j++) {
                if (j != i) {
                    tmpMap.put(calculateForIJ(getPartyForNumber(i),
getPartyForNumber(j), billList), j);
                }
            }
            tmpList.addAll(tmpMap.keySet());
            for (double a : tmpMap.keySet()) {
                rankMap.put(tmpMap.get(a),(double) tmpList.indexOf(a) );
            }

            rankList.add(rankMap);

        }


        for (Set coalitionSet : coalList) {

            List<Integer> coal = new ArrayList(coalitionSet);
            double index = 0.0;
           List<Double> pij = new ArrayList();
            for (Integer partyNumber : coal) {
                if (getPartyForNumber(partyNumber) != party) {

pij.add(rankList.get(getNumberParty(party)).get(partyNumber)/7);
                }
            }
            cIndexList.add(Collections.min(pij));
        }

        return cIndexList;

    }
}
```

```java
public class CalculatorShapleyShubik {

    private final GeneratorPermutation permGen;

    private Set coalition;
    public Set<Set> coalitionsListBPP = new HashSet<>();
    public Set<Set> coalitionsListNF = new HashSet<>();
    public Set<Set> coalitionsListOB = new HashSet<>();
    public Set<Set> coalitionsListSP = new HashSet<>();
    public Set<Set> coalitionsListRPL = new HashSet<>();
    public Set<Set> coalitionsListBAT = new HashSet<>();
    public Set<Set> coalitionsListVN = new HashSet<>();
    public Set<Set> coalitionsListVID = new HashSet<>();
    public Set<Set> coalitionsListNonP = new HashSet<>();
    private List<BigDecimal> shapleyIndex = new ArrayList();
    private List<Integer> coalSize = new ArrayList();
    private final int[] playerVotes;
    private final int quotaWin = 226;


    public CalculatorShapleyShubik(int[] pVotes) {
        playerVotes = pVotes.clone();
        int playerCount = playerVotes.length;
        //   quotaWin = quota;
        permGen = new GeneratorPermutation(playerCount, false);
    }


    public void calculate() {

        int voteCounter;
        int count = 0;
        int partyNumber = 0;
        int pivotCount[] = new int[playerVotes.length];

        int[] permutation = permGen.getNext();

        while (permutation != null
                && !(Thread.currentThread().isInterrupted())) {
            voteCounter = 0;

            coalition = new HashSet();

            for (int i : permutation) {
                coalition.add(i);
                voteCounter += playerVotes[i];
                if (voteCounter >= quotaWin) {
                    pivotCount[i]++;

                    switch (i) {
                        case 0:
                            coalitionsListBPP.add(coalition);
                            break;
                            break;
                        case 8:
                            coalitionsListNonP.add(coalition);
                            break;
                    }

                    break;
                }
```

```
}
            permutation = permGen.getNext();

        }

    }

    private void calcSSI(Set<Set> coalList) {

        long divide = factorial(playerVotes.length);
        MathContext m = new MathContext(4);
        BigDecimal d = new BigDecimal(divide);
        int numerator = 0;
        BigDecimal si;
        for (int i = 0; i < coalList.size(); i++) {

            List<Set> list = new ArrayList(coalList);
            numerator += factorial(playerVotes.length - list.get(i).size()) *
factorial(list.get(i).size() - 1);
        }
        si = (new BigDecimal(numerator)).divide(d, m);
        shapleyIndex.add(si);
        coalSize.add(coalList.size());
    }

    public BigDecimal calcSSIM(Set<Set> coalList,List<Double>
coincidenceIndexList)  {

        long divide = factorial(playerVotes.length);
        MathContext m = new MathContext(4);
        BigDecimal d = new BigDecimal(divide);
        int numerator = 0;
        BigDecimal sim;

        for (int i = 0; i < coalList.size(); i++) {

            List<Set> list = new ArrayList(coalList);
            numerator += factorial(playerVotes.length - list.get(i).size()) *
factorial(list.get(i).size() - 1) * coincidenceIndexList.get(i);
        }
        sim = (new BigDecimal(numerator)).divide(d, m);
        return  sim;
    }

    public void getSSMI(List<Bill> billList){
        calculate();
        CalculatorCoincidenceIndex ci = new CalculatorCoincidenceIndex();

System.out.print(

calcSSIM(coalitionsListBPP,ci.calculateIndex(coalitionsListBPP,Parties.BPP,billL
ist));
 }

    static long factorial(long n) {
        long result = 1;
        for (int i = 1; i <= n; i++) {
            result = result * i;
        }
        return result;
    }
}
```

ДОДАТОК В

Таблиці з результатами обчислень

Таблиця В.1 – Значення індексів Шеплі-Шубіка

Дата	БПП	НФ	ОБ	САМ	РПЛ	БАТ	ВН	ЕР/ВІД	БЕЗП
дек.14	0,458	0,152	0,087	0,060	0,042	0,038	0,042	0,038	0,083
янв.15	0,454	0,156	0,087	0,063	0,045	0,038	0,041	0,034	0,083
фев.15	0,460	0,151	0,085	0,058	0,040	0,040	0,040	0,040	0,085
мар.15	0,460	0,151	0,085	0,058	0,040	0,040	0,040	0,040	0,085
апр.15	0,450	0,156	0,087	0,052	0,046	0,036	0,036	0,046	0,091
май.15	0,439	0,164	0,095	0,047	0,044	0,037	0,037	0,044	0,095
июн.15	0,437	0,166	0,093	0,049	0,042	0,035	0,038	0,045	0,096
июл.15	0,429	0,148	0,097	0,055	0,046	0,038	0,038	0,052	0,097
сен.15	0,427	0,148	0,097	0,050	0,046	0,042	0,042	0,046	0,101
окт.15	0,427	0,148	0,097	0,050	0,046	0,042	0,042	0,046	0,101
ноя.15	0,418	0,157	0,091	0,054	0,044	0,040	0,040	0,047	0,109
дек.15	0,418	0,157	0,091	0,054	0,044	0,040	0,040	0,047	0,109
янв.16	0,418	0,157	0,091	0,054	0,040	0,040	0,044	0,047	0,109
фев.16	0,408	0,166	0,089	0,049	0,042	0,038	0,045	0,045	0,118
мар.16	0,403	0,171	0,091	0,047	0,040	0,040	0,043	0,047	0,119
апр.16	0,421	0,154	0,096	0,062	0,038	0,038	0,038	0,058	0,096
май.16	0,429	0,146	0,099	0,048	0,048	0,044	0,044	0,048	0,095
июн.16	0,417	0,158	0,099	0,065	0,041	0,037	0,037	0,054	0,092
июл.16	0,421	0,154	0,096	0,062	0,038	0,038	0,038	0,058	0,096
сен.16	0,431	0,145	0,097	0,046	0,046	0,046	0,046	0,046	0,097
окт.16	0,431	0,145	0,097	0,046	0,046	0,046	0,046	0,046	0,097
ноя.16	0,431	0,145	0,097	0,046	0,046	0,046	0,046	0,046	0,097
дек.16	0,427	0,148	0,093	0,049	0,046	0,046	0,042	0,049	0,100
янв.17	0,425	0,150	0,095	0,051	0,044	0,044	0,040	0,048	0,102
фев.17	0,427	0,148	0,093	0,049	0,046	0,046	0,042	0,049	0,100
мар.17	0,425	0,150	0,091	0,051	0,044	0,044	0,044	0,051	0,102
апр.17	0,425	0,150	0,091	0,051	0,044	0,044	0,044	0,051	0,102
май.17	0,421	0,154	0,095	0,051	0,040	0,040	0,040	0,051	0,106
июн.17	0,418	0,157	0,098	0,054	0,040	0,040	0,037	0,054	0,102
июл.17	0,414	0,160	0,094	0,054	0,043	0,043	0,033	0,054	0,105
сен.17	0,421	0,154	0,095	0,051	0,040	0,040	0,040	0,051	0,106
окт.17	0,421	0,154	0,095	0,051	0,040	0,040	0,040	0,051	0,106
ноя.17	0,416	0,158	0,093	0,052	0,042	0,042	0,035	0,052	0,111
дек.17	0,416	0,158	0,093	0,052	0,042	0,042	0,035	0,052	0,111
янв.18	0,416	0,158	0,093	0,052	0,042	0,042	0,035	0,052	0,111
фев.18	0,404	0,169	0,089	0,048	0,041	0,041	0,038	0,048	0,121
мар.18	0,400	0,171	0,085	0,050	0,043	0,043	0,034	0,050	0,123
апр.18	0,404	0,169	0,089	0,048	0,041	0,041	0,038	0,048	0,121
май.18	0,404	0,169	0,089	0,048	0,041	0,041	0,038	0,048	0,121
июн.18	0,404	0,169	0,089	0,048	0,041	0,041	0,038	0,048	0,121
июл.18	0,404	0,169	0,089	0,048	0,041	0,041	0,038	0,048	0,121

Таблиця В.2 – Значення модифікованих індексів Шеплі-Шубіка

Дата	БПП	НФ	ОБ	САМ	РПЛ	БАТ	ВН	ЕР/ВІД	БЕЗП
дек.14	0,399	0,332	0,038	0,059	0,062	0,017	0,019	0,021	0,054
янв.15	0,407	0,335	0,021	0,075	0,069	0,021	0,021	0,014	0,039
фев.15	0,423	0,365	0,019	0,039	0,036	0,036	0,019	0,024	0,039
мар.15	0,418	0,361	0,019	0,049	0,041	0,040	0,026	0,017	0,027
апр.15	0,394	0,334	0,020	0,066	0,069	0,014	0,015	0,033	0,054
май.15	0,409	0,345	0,032	0,058	0,064	0,022	0,006	0,032	0,032
июн.15	0,379	0,315	0,029	0,056	0,059	0,034	0,037	0,025	0,065
июл.15	0,393	0,332	0,032	0,063	0,079	0,020	0,016	0,032	0,032
сен.15	0,416	0,321	0,044	0,066	0,048	0,026	0,017	0,017	0,044
окт.15	0,402	0,276	0,073	0,046	0,033	0,032	0,033	0,033	0,073
ноя.15	0,409	0,317	0,051	0,047	0,038	0,047	0,020	0,020	0,051
дек.15	0,401	0,310	0,037	0,051	0,047	0,047	0,032	0,037	0,037
янв.16	0,377	0,286	0,029	0,053	0,051	0,042	0,045	0,036	0,079
фев.16	0,380	0,310	0,054	0,055	0,052	0,023	0,047	0,025	0,054
мар.16	0,360	0,288	0,067	0,051	0,048	0,025	0,031	0,041	0,090
апр.16	0,410	0,347	0,024	0,052	0,056	0,038	0,024	0,024	0,024
май.16	0,381	0,316	0,071	0,063	0,030	0,021	0,025	0,030	0,063
июн.16	0,380	0,318	0,075	0,079	0,020	0,022	0,022	0,035	0,050
июл.16	0,451	0,334	0,022	0,084	0,022	0,022	0,022	0,022	0,022
сен.16	0,429	0,301	0,035	0,089	0,036	0,036	0,006	0,035	0,035
окт.16	0,387	0,284	0,069	0,064	0,033	0,031	0,031	0,031	0,069
ноя.16	0,367	0,277	0,072	0,070	0,042	0,036	0,032	0,032	0,072
дек.16	0,419	0,277	0,027	0,059	0,042	0,028	0,028	0,036	0,084
янв.17	0,401	0,275	0,067	0,071	0,032	0,026	0,029	0,034	0,067
фев.17	0,419	0,330	0,036	0,066	0,038	0,032	0,007	0,036	0,036
мар.17	0,377	0,271	0,091	0,063	0,031	0,028	0,040	0,033	0,066
апр.17	0,416	0,285	0,076	0,053	0,036	0,031	0,031	0,025	0,045
май.17	0,399	0,310	0,036	0,051	0,049	0,047	0,034	0,036	0,036
июн.17	0,406	0,323	0,038	0,055	0,063	0,032	0,007	0,038	0,038
июл.17	0,413	0,338	0,037	0,054	0,047	0,028	0,007	0,037	0,037
сен.17	0,387	0,295	0,049	0,062	0,059	0,022	0,050	0,028	0,048
окт.17	0,392	0,271	0,076	0,047	0,041	0,024	0,027	0,037	0,085
ноя.17	0,373	0,291	0,067	0,047	0,045	0,025	0,025	0,040	0,085
дек.17	0,417	0,312	0,044	0,051	0,047	0,028	0,019	0,025	0,057
янв.18	0,393	0,268	0,074	0,043	0,040	0,024	0,033	0,039	0,085
фев.18	0,401	0,272	0,067	0,049	0,052	0,012	0,025	0,036	0,085
мар.18	0,347	0,264	0,063	0,043	0,047	0,038	0,033	0,042	0,123
апр.18	0,385	0,302	0,065	0,051	0,052	0,045	0,025	0,023	0,052
май.18	0,375	0,280	0,064	0,047	0,047	0,030	0,026	0,042	0,089
июн.18	0,377	0,279	0,066	0,049	0,038	0,027	0,030	0,043	0,092
июл.18	0,376	0,295	0,066	0,045	0,043	0,028	0,028	0,035	0,084

Таблиця В.3 – Значення індексів ефективності впливу

Дата	**БПП**	**НФ**	**ОБ**	**САМ**	**РПЛ**	**БАТ**	**ВН**	**ЕР/ВІД**	**БЕЗП**
дек.14	0,871	2,175	0,432	0,991	1,485	0,441	0,457	0,545	0,653
янв.15	0,895	2,151	0,243	1,192	1,534	0,553	0,508	0,401	0,467
фев.15	0,919	2,421	0,227	0,668	0,897	0,897	0,484	0,593	0,453
мар.15	0,909	2,394	0,225	0,850	1,025	0,997	0,655	0,436	0,320
апр.15	0,875	2,135	0,231	1,283	1,515	0,397	0,413	0,730	0,595
май.15	0,931	2,102	0,339	1,237	1,473	0,591	0,160	0,737	0,339
июн.15	0,868	1,904	0,317	1,149	1,411	0,989	0,979	0,553	0,673
июл.15	0,916	2,242	0,331	1,150	1,737	0,528	0,422	0,622	0,331
сен.15	0,974	2,162	0,451	1,329	1,051	0,617	0,412	0,380	0,435
окт.15	0,940	1,860	0,752	0,921	0,712	0,759	0,771	0,712	0,726
ноя.15	0,979	2,025	0,556	0,869	0,863	1,179	0,505	0,429	0,465
дек.15	0,962	1,981	0,407	0,930	1,081	1,178	0,788	0,788	0,341
янв.16	0,904	1,827	0,322	0,981	1,267	1,040	1,042	0,769	0,726
фев.16	0,930	1,874	0,604	1,129	1,246	0,612	1,034	0,560	0,457
мар.16	0,893	1,687	0,737	1,088	1,210	0,618	0,706	0,883	0,753
апр.16	0,973	2,248	0,254	0,846	1,474	1,013	0,647	0,421	0,254
май.16	0,889	2,156	0,719	1,315	0,637	0,469	0,578	0,637	0,661
июн.16	0,911	2,018	0,756	1,225	0,479	0,582	0,580	0,648	0,543
июл.16	1,072	2,166	0,226	1,360	0,577	0,577	0,577	0,375	0,226
сен.16	0,995	2,078	0,355	1,936	0,776	0,776	0,136	0,750	0,355
окт.16	0,898	1,962	0,714	1,392	0,725	0,675	0,675	0,675	0,714
ноя.16	0,852	1,914	0,740	1,531	0,903	0,778	0,700	0,700	0,740
дек.16	0,983	1,873	0,291	1,198	0,924	0,607	0,658	0,722	0,840
янв.17	0,943	1,833	0,703	1,379	0,718	0,579	0,710	0,709	0,654
фев.17	0,982	2,229	0,390	1,341	0,824	0,694	0,157	0,739	0,362
мар.17	0,888	1,809	0,992	1,238	0,713	0,648	0,924	0,654	0,646
апр.17	0,979	1,908	0,837	1,040	0,833	0,720	0,708	0,500	0,445
май.17	0,948	2,019	0,382	0,993	1,223	1,172	0,830	0,711	0,343
июн.17	0,972	2,062	0,385	1,011	1,580	0,804	0,188	0,697	0,372
июл.17	0,999	2,117	0,395	1,003	1,095	0,655	0,208	0,691	0,355
сен.17	0,918	1,919	0,511	1,220	1,456	0,542	1,242	0,552	0,449
окт.17	0,931	1,762	0,797	0,919	1,017	0,595	0,668	0,723	0,799
ноя.17	0,898	1,840	0,723	0,892	1,092	0,609	0,736	0,762	0,771
дек.17	1,002	1,969	0,475	0,969	1,137	0,680	0,547	0,477	0,519
янв.18	0,946	1,695	0,801	0,826	0,955	0,567	0,969	0,738	0,771
фев.18	0,993	1,612	0,755	1,009	1,258	0,296	0,663	0,744	0,706
мар.18	0,867	1,547	0,741	0,854	1,089	0,888	0,984	0,829	0,997
апр.18	0,952	1,789	0,732	1,044	1,269	1,090	0,669	0,469	0,431
май.18	0,926	1,661	0,721	0,964	1,131	0,735	0,695	0,867	0,738
июн.18	0,931	1,651	0,740	1,015	0,928	0,652	0,794	0,890	0,757
июл.18	0,930	1,747	0,743	0,931	1,050	0,670	0,733	0,732	0,695