

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»
Приладобудівний факультет
Кафедра приладів і систем орієнтації і навігації

До захисту допущено:

Завідувач кафедри

_____ Надія БУРАУ

«___» _____ 20__ р.

Дипломна робота
на здобуття ступеня бакалавра
за освітньо-професійною програмою «Комп'ютерно - інтегровані
технології та системи навігації і керування»
спеціальності 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані
технології»
на тему: «Система автоматичного керування кутом курсу літака»

Виконала:

студентка IV курсу, групи ПГ-71
Лантушенко Анна Олександрівна

Керівник:

д.т.н., професор, Бурау Н.І.

Рецензент:

к.т.н., доцент, Нечай С.О.

Засвідчую, що у цій дипломній роботі
немає запозичень з праць інших авторів
без відповідних посилань.

Студент _____

Київ – 2021 року

**Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»**

Приладобудівний факультет

Кафедра приладів і систем орієнтації і навігації

Рівень вищої освіти – перший (бакалаврський)

Спеціальність – 151 – Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології

Освітньо-професійна програма - Комп'ютерно - інтегровані технології та системи навігації і керування

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри

_____ Надія БУРАУ

« ____ » _____ 20__ р.

ЗАВДАННЯ

на дипломну роботу студенту

Лантушенко Анні Олександрівні

1. Тема роботи «Система керування кутом курсу літака»
керівник роботи Бурау Надія Іванівна, д.т.н., професор, затверджені наказом по університету від « ____ » _____ 20__ р. № _____

2. Термін подання студентом роботи 8 червня 2021 р.

3. Вихідні дані до роботи: структурна схема системи керування; рівняння динаміки елементів системи (датчика кута, датчика кутової швидкості, підсилювача, рульової машини, жорсткого зворотного зв'язку та літака);

$$K_{ДК} = 0,5 \frac{B}{рад}; \quad K_{ДКШ} = 0,3 \frac{B \cdot c}{рад}; \quad K_{П} = 10; \quad K_{РМ} = 4 \frac{рад}{B \cdot c}; \quad K_{ЗЗ} = 0,1 \frac{B}{рад}; \quad K_{ЛА} = 2 \frac{1}{c};$$

$$K_{М} = 0,2 \frac{рад}{c \cdot Н \cdot м}; \quad T_{РМ} = 0,12 \text{ с}; \quad T_{ЛА} = 1,2 \text{ с}; \quad M = 10 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

4. Зміст роботи: вступ; огляд системи автоматичного керування кутом курсу літака; аналіз динамічних характеристик елементів системи, передатні функції системи; перевірка системи на стійкість, побудова

частотних характеристик розімкненої системи; аналіз якості перехідного процесу замкненої системи; корекція системи: аналітичне визначення параметрів системи керування кутом курсу літака з корекцією й моделювання цієї системи зі зміненими параметрами рульової машини; застосування швидкісного зворотного зв'язку для системи керування; висновки по роботі.

5. Перелік ілюстративного матеріалу (із зазначенням плакатів, презентацій тощо) презентація

6. Консультанти розділів роботи*

	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		Завдання видав	Завдання прийняв

7. Дата видачі завдання 3 квітня 2021 року

Календарний план

№ з/п	Назва етапів виконання дипломної роботи	Термін виконання етапів роботи	Примітка
1.	Огляд і аналіз літератури	26.04.2021 р.	
2.	Характеристика основних елементів системи керування	05.05.2021 р.	
3.	Аналіз динамічних характеристик елементів системи	10.05.2021 р.	
4.	Перевірка системи на стійкість, побудова частотних характеристик розімкненої системи, аналіз якості перехідного процесу замкненої системи	19.05.2021 р.	
6.	Аналіз системи з корекцією	28.05.2021 р.	
7.	Оформлення презентації	07.06.2021 р.	
8.	Оформлення пояснювальної записки. Підготовка до захисту	08.06.2021 р.	

Студент

Анна ЛАНТУШЕНКО

Керівник

Надія БУРАУ

АНОТАЦІЯ

У даній дипломній роботі було розглянуто систему автоматичного керування кутом курсу літака.

У першому розділі був проведений огляд системи керування та розглянута детальна характеристика основних її елементів: датчика кута, датчика кутової швидкості, рульової машини, підсилювача, літального апарату та жорсткого зворотного зв'язку. Наведено структурну схему системи та описано принцип її роботи.

У другому розділі розраховані основні динамічні характеристики елементів та систем автоматичного керування, а саме: передатні, вагові, перехідні та комплексно передатні функції, амплітудно-частотні та фазочастотні характеристики. Проведений аналіз системи на стійкість та точність. Побудовані частотні характеристики розімкненої системи й перехідна характеристика замкненої системи. Прийняте рішення вводу корекції задля поліпшення динамічних показників системи.

У третьому розділі розглянуті варіанти поліпшення динамічних характеристик системи керування за допомогою корекції. Ознайомлення з поняттями корекції, її видами та використання певних методів у роботі.

Ключові слова: система керування, корекція, ЛАЧХ, ЛФЧХ, стійкість, перехідна характеристика, зворотний зв'язок.

ABSTRACT

In this thesis was considered a system of automatic control of the angle of the aircraft.

The first section reviewed the control system and considered the detailed characteristics of its main elements: angle sensor, angular velocity sensor, steering, amplifier, aircraft and rigid feedback. The structural scheme of the system is given and the principle of its operation is described.

The second section calculates the main dynamic characteristics of elements and systems of automatic control, namely: transfer, weight, transient and complex transfer functions, amplitude-frequency and phase-frequency characteristics. The analysis of the system for stability and accuracy is carried out. The frequency characteristics of the open system and the transient characteristic of the closed system are constructed. The decision was made to introduce a correction to improve the dynamic performance of the system.

The third section discusses options for improving the dynamic characteristics of the control system through correction. Introduction to the concepts of correction, its types and the use of certain methods in the work.

Keywords: control system, correction, LAFCH, LFFCH, stability, transient characteristic, feedback.

ЗМІСТ

АНОТАЦІЯ	4
ПЕРЕЛІК УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ	8
ВСТУП	9
РОЗДІЛ 1	10
ОГЛЯД СИСТЕМИ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ КУТОМ КУРСУ ЛІТАКА	10
1.1 Структурна схема та математичне представлення системи керування літального апарату.	10
1.2 Характеристика основних елементів системи керування.....	12
1.2.1 Датчик кута.....	12
1.2.2 Датчик кутової швидкості.....	18
1.2.3 Рульова машина.....	23
1.2.4 Підсилювач	24
1.2.5 Літальний апарат	25
1.2.6 Жорсткий зворотний зв'язок	26
РОЗДІЛ 2	27
АНАЛІЗ ДИНАМІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ВИХІДНОЇ СИСТЕМИ КЕРУВАННЯ КУРСОМ ЛІТАКА.....	27
2.1 Аналіз динамічних характеристик елементів системи	27
2.1.1 Основні характеристики елементів та систем автоматичного керування	27
2.1.2 Динамічні характеристики датчика кута	29
2.1.3 Динамічні характеристики датчика кутової швидкості	30
2.1.4 Динамічні характеристики рульової машини	31
2.1.5 Динамічні характеристики підсилювача	32
2.1.6 Динамічні характеристики літального апарату	32
2.1.7 Динамічні характеристики жорсткого зворотного зв'язку.....	33

2.2 Структурна схема та передатні функції системи керування кутом курсу літака	33
2.3 Перевірка системи керування кутом курсу ЛА на стійкість	37
2.3.1 Перевірка на стійкість систему керування за критерієм Гурвіца .	37
2.4 Перевірка системи керування кутом курсу ЛА на точність.....	40
2.5 Побудова частотних характеристик розімкненої системи керування....	42
2.6 Побудова перехідної характеристики замкненої системи.....	44
РОЗДІЛ 3	46
КОРЕКЦІЯ СИСТЕМИ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ КУТОМ КУРСУ ЛІТАЛЬНОГО АПАРАТУ ДЛЯ ПОКРАЩЕННЯ ДИНАМІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК.....	46
3.1 Необхідність корекції системи автоматичного керування. Поняття про корекцію	46
3.2 Аналітичне визначення параметрів системи керування з корекцією.....	47
3.2.1 Синтез корегувальних пристроїв, які забезпечують необхідні показники стійкості та якості системи автоматичного керування	47
3.2.2 Моделювання системи автоматичного керування кутом курсу літака зі зміненими параметрами РМ	49
3.3 Застосування для корекції системи автоматичного керування.....	52
швидкісного зворотного зв'язку, що охоплює блок рульової машини.....	52
ВИСНОВОК.....	59
Список використаних джерел	61

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ

ВКШ – вимірювач кутової швидкості

ГН – гіроскоп напрямку

ДК – датчик кута

ДКШ – датчик кутової швидкості

ЗЗ –зворотний зв’язок

ЛА – літальний апарат

ЛАЧХ – логарифмічна амплітудно-частотна характеристика

ЛФЧХ – логарифмічна фазочастотна характеристика

П – підсилювач

ПНО – показчик напрямку ортодромії

РМ – рульова машина

САК – система автоматичного керування

ВСТУП

Ґрунтуючись на досвіді використання сучасної теорії керування для вирішення практичних задач, на початку 60-их років стало очевидним, що методи сучасної теорії керування з успіхом знайдуть використання в дослідних лабораторіях та університетах. Роботи таких геніїв науки, як Р. Калмана, Р. Бьюсі, дали змогу використовувати отримані теорії в різних галузях.

Системи автоматичного керування були створені, задля підтримки необхідних режимів роботи різних об'єктів безпосередньо без участі людини. Системи автоматичного керування дозволяють реалізувати програмне управління літальним апаратом (ЛА) на різних етапах польоту. В автоматичних режимах, вони можуть вести літак по заданому маршруту, використавши пілотажну – навігаційну інформацію.

Головною задачею системи автоматичного керування завжди буде відстеження і корегування траєкторії польоту ЛА та контроль процесу управління.

Роботу присвячено аналізу системи автоматичного керування кутом курсу літального апарату та обґрунтуванню методів корекції для забезпечення прийнятних характеристик стійкості та якості перехідного процесу.

Для моделювання певних характеристик системи, у дипломній роботі було використано середовище моделювання Matlab / Simulink.

Дипломна робота складається із анотації, переліку умовних скорочень, вступу, трьох розділів, висновків та списку використаних джерел.

РОЗДІЛ 1

ОГЛЯД СИСТЕМИ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ КУТОМ КУРСУ ЛІТАКА

1.1 Структурна схема та математичне представлення системи керування літального апарату.

Літальні апарати (ЛА) є складними динамічними об'єктами, для забезпечення руху яких у просторі використовуються системи автоматичного керування. На рис.1.1 зображена структурна схема системи керування кутом курсу літака, де $W_{\text{дк}}(p)$ – передатна функція датчика кута (ДК); $W_{\text{дкш}}(p)$ – передатна функція датчика кутової швидкості (ДКШ); $W_{\text{п}}(p)$ – передатна функція підсилювача (П); $W_{\text{рм}}(p)$ – передатна функція рульової машини (РМ); $W_{\text{зз}}(p)$ – передатна функція жорсткого зворотного зв'язку (ЗЗ); $W_{\text{ла}}(p)$ – передатна функція ЛА.

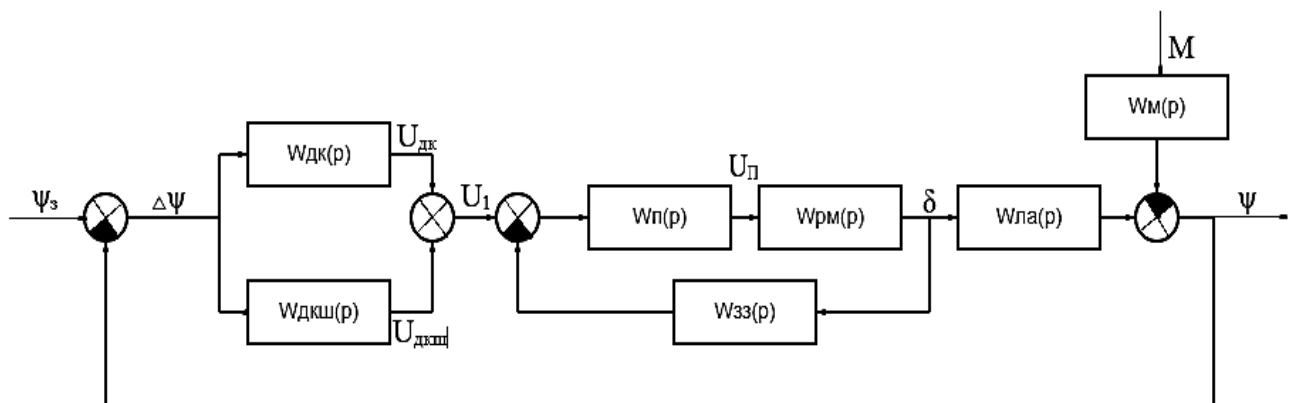


Рис.1.1 – Структурна схема системи керування кутом курсу ЛА

На вхід системи подається задане значення кута курсу ψ_z , а на виході системи (ЛА) отримуємо дійсне значення кута курсу ψ , яке повинно співпадати із заданим значенням. При зміні заданого значення кута курсу ψ_z , на датчик кута (ДК) та датчик кутової швидкості (ДКШ), подається значення $\Delta\psi$, яке є різницею значень вхідного і дійсного кута курсу. Далі вихідні сигнали з ДК та ДКШ додаються й подаються на підсилювач (П) системи, а з підсилювача (П) сигнал поступає на рульову машину (РМ), на виході якої

отримуємо кут відхилення керма ЛА δ . Для покращення регулювання у блоці підсилювача та рульової машини використано жорсткий зворотний зв'язок (33). За отриманим значенням кута відхилення керма з виходу РМ об'єкт керування (ЛА) змінює курс так, щоб дійсне значення кута курсу співпало із заданим значенням.

Для дослідження системи керування кутом курсу ЛА, потрібно визначити передатні функції елементів системи, знайти передатну функцію розімкненої системи, передатну функцію замкненої системи за похибкою, перевірити систему на стійкість, промодельовати дану систему і оцінити отримані результати. Вихідні дані для аналізу системи керування наведено в табл.1.1.

Таблиця 1.1. Вихідні дані для системи керування

$K_{\text{дк}}$	$K_{\text{дкш}}$	$K_{\text{п}}$	$K_{\text{рм}}$	$K_{\text{зз}}$	$K_{\text{ла}}$	$K_{\text{м}}$	$T_{\text{рм}}$	$T_{\text{ла}}$	M
$\frac{B}{\text{рад}}$	$\frac{B \cdot c}{\text{рад}}$		$\frac{\text{рад}}{B \cdot c}$	$\frac{B}{\text{рад}}$	$\frac{1}{c}$	$\frac{\text{рад}}{c \cdot H \cdot \text{м}}$	c	c	$H \cdot \text{м}$
0,5	0,3	10	4	0,1	2	0,2	0,12	1,2	10

Для аналізу системи використаємо такі спрощені рівняння динаміки елементів системи [1]:

Датчик кута

$$U_{\text{дк}} = K_{\text{дк}} \cdot \Delta\psi \quad (1.1)$$

Датчик кутової швидкості

$$U_{\text{дкш}} = K_{\text{дкш}} \frac{d\Delta\psi}{dt} \quad (1.2)$$

Підсилювач

$$U_{\text{н}} = K_{\text{н}} \cdot (U_1 - U_{\text{зз}}) \quad (1.3)$$

Рульова машина

$$T_{pm} \cdot \frac{d^2 \delta}{dt^2} + \frac{d\alpha}{dt} = K_{pm} \cdot U_n. \quad (1.4)$$

Жорсткий зворотний зв'язок

$$U_{33} = K_{33} \cdot \delta. \quad (1.5)$$

Літальний апарат

$$T_{la} \cdot \frac{d^2 \psi}{dt^2} + \frac{d\psi}{dt} = K_{la} \cdot \delta - K_m \cdot M, \quad (1.6)$$

де ψ_3 , ψ - відповідно задане і дійсне значення кута курсу;

$$\Delta \psi = \psi_3 - \psi. \quad (1.7)$$

У наведених вище рівняннях динаміки позначено:

$U_{\partial k}, U_{\partial ки}, U_1, U_{33}, U_n$ - напруги повільно змінюючого постійного струму; δ - кут відхилення керма;

M - збурюючий момент.

1.2 Характеристика основних елементів системи керування

Розглянемо основні функціональні елементи системи керування кутом курсу літального апарату.

1.2.1 Датчик кута

Гіроскоп напрямку – це гіроскопічний прилад для визначення кута курсу, який оснований на використанні трьох ступеневого астатичного гіроскопу у кардановому підвісі, і призначений для контролю за зміною курсу рухомого об'єкту [2]. Гіроскоп напрямку (ГН) також називають:

- Гіронапівкомпас (ГНПК);
- Гіроазимут (ГА);
- Ортодромічний гіроскоп (показчик напрямку ортодромії).

Нехай ГН призначений для контролю зміни кута курсу, тоді потрібно змусити його головну вісь повертатись у інерціальному просторі з кутовими швидкостями ω_ξ, ω_η , ω_ζ повороту географічної горизонтальної системи

координат $O\xi\eta\zeta$. Для цього можна використати датчик моменту (ДМ) на осях підвісу гіроскопу (рис.1.2).

На рис.1.2, де наведено кінематичну схему гіроскопу напрямку [2], позначено: $ДК_K$ - датчик кута курсу; $ДМ_{AK}$ - датчик моменту азимутальної корекції; $ДМ_{ГК}$ - датчик моменту горизонтальної корекції.

Прецесію гіроскопу напрямку навколо вертикальної осі $O\zeta$ зі швидкістю ω_ζ може забезпечити $ДМ_{AK}$, приклавши момент:

$$M_{AK} = H \cdot \omega_\zeta = H \cdot \left(\frac{V_E}{R+h} \cdot \operatorname{tg} \varphi + U \cdot \sin \varphi \right) \quad (1.8)$$

Навколо горизонтальної осі процесію ГН зі швидкістю ω_ξ може забезпечити $ДМ_{ГК}$, приклавши момент:

$$M_{ГК} = H \cdot \omega_\xi = -H \cdot \frac{V_N}{R+h} \quad (1.9)$$

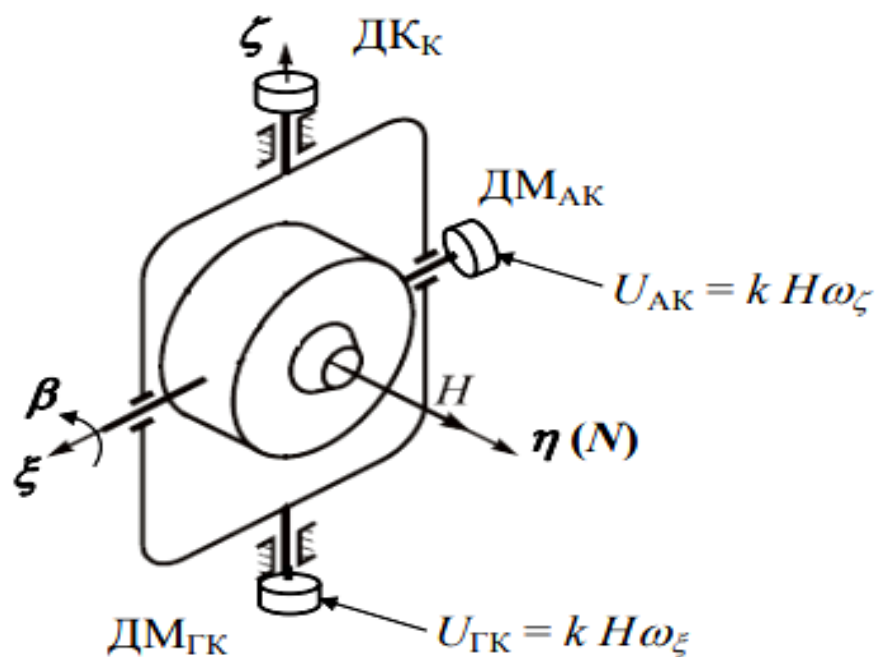


Рис.1.2 – Гіроскоп напрямку [2]

Недоліком такої схеми корекції є те, що вона розімкнена. Однак горизонтальну корекцію можна зробити замкненою, якщо вимірювати кут β відхилення головної осі ГН від горизонтального положення [2].

Розглянемо системи корекції датчика кута:

1. Горизонтальна корекція ГН:

Завдання горизонтальної корекції гіроскопу напрямку – утримувати головну вісь ГН у горизонтальному положенні ($\beta \rightarrow 0$), бо при $\beta \neq 0$ швидкість прецесії ГН навколо горизонтальної осі під дією M_{AK} :

$$\omega_{\zeta}^* = \frac{M_{AK}}{H \cdot \cos \beta} > \omega_{\zeta} \quad (1.10)$$

Гіроскоп напрямку може мати два варіанти замкненої горизонтальної корекції – маятникову (рис. 1.3) та між рамкову (рис. 1.4).

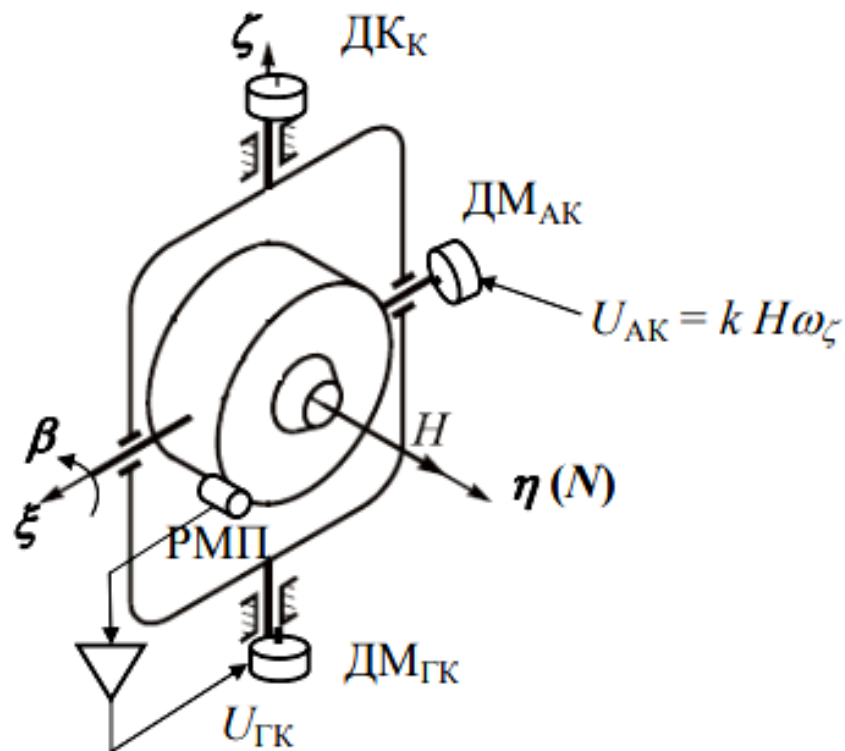


Рис.1.3 – Маятникова горизонтальна корекція [2]

Перевагою маятникової горизонтальної корекції в порівнянні з міжрамковою є те, що вона широко поширюється, а недоліком є те, що маятник завжди реагує на прискорення об'єкта при маневруванні та хитавиці [2].

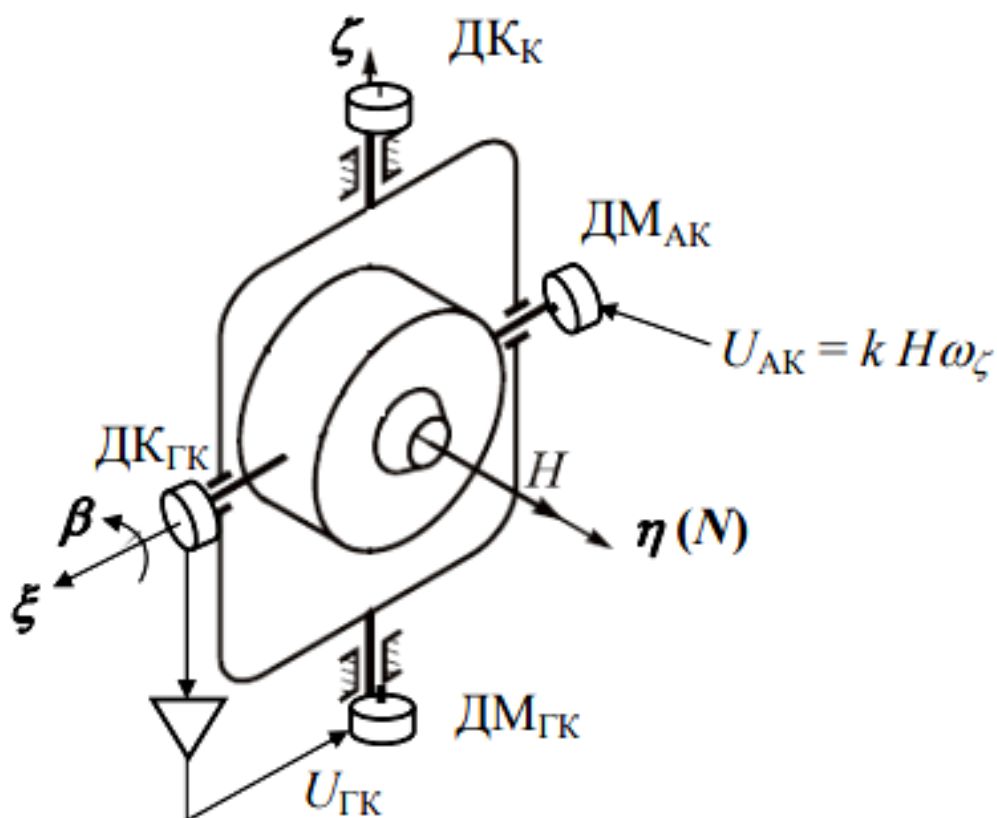


Рис.1.4 – Міжрамкова горизонтальна корекція [2]

Головним недоліком міжрамкової горизонтальної корекції є те, що при нахилах об'єкта вісь підвісу зовнішньої рамки відхиляється від вертикалі, що викликає помилкове вимірювання нахилу кожуха ГН від горизонтального положення [2].

2. Азимутальна корекція ГН

Завданням азимутальної корекції є повернення головної вісі ГН в азимуті слідом за базовим напрямком. Азимутальна корекція в ГН будується

лише за розімкненою схемою [2]. На ΔM_{AK} подається напруга $U_{AK} = k \cdot H \cdot \omega_\zeta$, пропорційна швидкості ω_ζ , щоб ΔM_{AK} прикладав момент:

$$M_{AK} = \frac{U_{AK}}{k} = H \cdot \omega_\zeta = H \cdot \left(\frac{V_E}{R+h} \cdot \operatorname{tg} \varphi + U \cdot \sin \varphi \right) \quad (1.11)$$

Тоді гіроскоп буде прецесіювати навколо вертикальної осі зі швидкістю:

$$\omega_\zeta^n = \frac{M_{AK}}{H} = \omega_\zeta \quad (1.12)$$

Ортодромічний гіроскоп – це ГН, у якого скомпенсований вплив вертикальної складової швидкості обертання Землі:

$$M_{AK} = H \cdot \omega_{\zeta m} = H \cdot \sin \varphi \quad (1.13)$$

Показчик напрямку ортодромії (ПНО) необхідно у початковій точці маршруту виставити у напрямку початкового кута курсу.

Перевагою ПНО від ГНПК є те, що не потрібно знати поточну швидкість руху об'єкта V і компенсувати її вплив при обрахуванні моменту корекції M_{AK} і те, що ПНО може використовуватись у високих широтах і навіть на полюсі, де ніякий компас не працює [2].

Гіроскоп напрямку може мати два варіанти реалізації азимутальної корекції – моментну (рис. 1.5) та кінематичну (рис. 1.6).

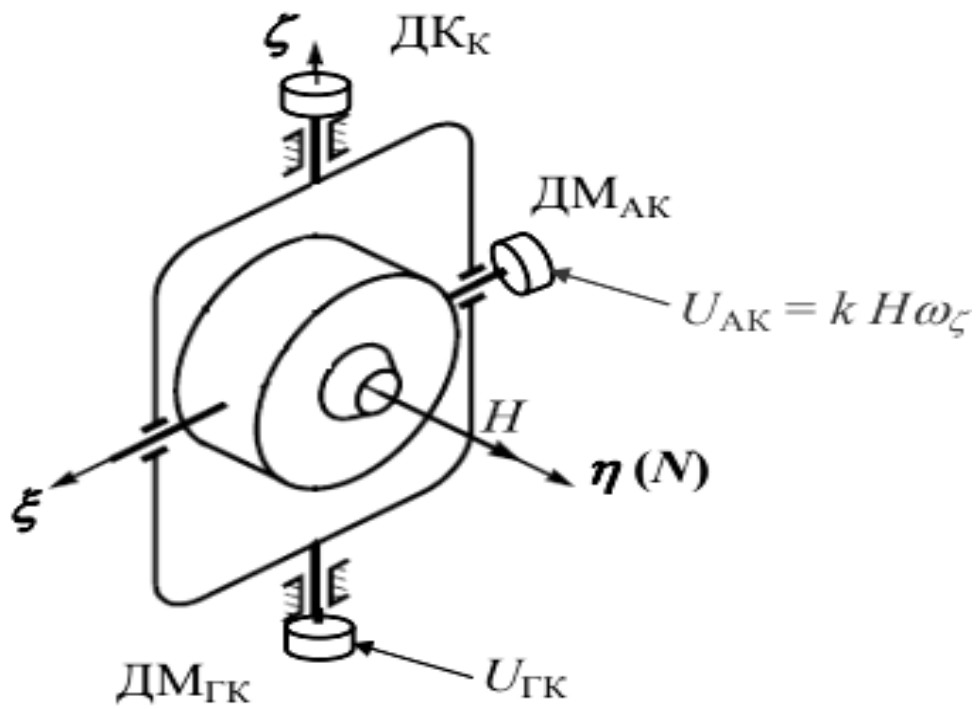


Рис.1.5 – Моментна азимутальна корекція [2]

Моментна азимутальна корекція реалізується за допомогою моменту $M_{АК}$ (1.11) або (1.13), який прикладається датчиком моменту $ДМ_{АК}$.

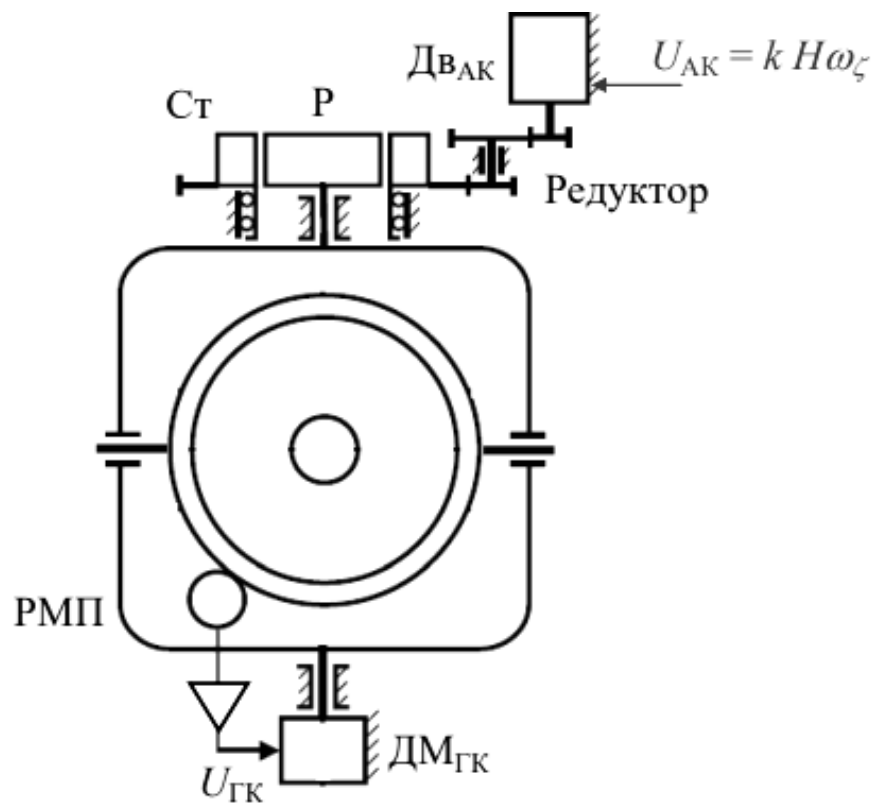


Рис.1.6 – Кінематична азимутальна корекція [2]

На рис.1.6, де зображена схема кінематичної азимутальної корекції, позначено: $ДВ_{AK}$ - двигун азимутальної корекції; C_m і P - статор і ротор датчика кута курсу.

Ця корекція змушує повертатись навколо вертикальної осі зі швидкістю ω_ζ не гіроскоп, а шкалу ГН або стартор датчика кута курсу $ДК_K$ з такою ж швидкістю, а сам гіроскоп залишається вільним в азимуті [2].

1.2.2 Датчик кутової швидкості

Датчик кутової швидкості (ДКШ) являє собою гіроскоп з двома ступенями свободи, обертання якого навколо осі рамки (кожуха) обмежене пружним зв'язком з корпусом приладу [3]. ДКШ вважаються прилади, у яких вихідний сигнал гіроскопа пропорційний кутовій швидкості ω_{oxo} обертання основи. Такий прилад ще називають вимірювач кутової швидкості (ВКШ), або гіротахометр.

Конструктивно датчик кутової швидкості може бути виконаний і як поплавковий двоступеневий ДКШ з гіровузлом з прецизійними опорами і комбінованим датчиком кута і датчиком моменту.

Принцип дії ДКШ заснований на властивості двоступеневого гіроскопа: поєднувати вектор кінетичного моменту H з вектором вхідної кутової швидкості. При обертанні основи, на якій встановлено ДКШ, навколо осі з кутовою швидкістю ω , відносно осі підвісу рамки виникає гіроскопічний момент $\overline{M}_\zeta = \overline{H} \cdot \overline{\omega}$. Цей момент намагається найкоротшим шляхом поєднати вектор кінетичного моменту $\overline{H}$ з вектором кутової швидкості $\overline{\omega}$.

Під дією гіроскопічного моменту по мірі повороту рамки навколо осі x , відбуватиметься деформація пружини, що призведе до виникнення моменту M_{np} , який перешкоджає відключення рамки гіроскопа [3]. Кут відхилення β буде характеризувати величину вимірюваної кутової швидкості, тоді, коли

момент пружини урівноважить гіроскопічний момент, і як результат рамка залишиться в новому урівноваженому положенні [4]. У системах автоматичного керування ДКШ використовується для введення в керуючі функції сигналу, пропорційного кутовій швидкості [5].

На рис.1.7 зображена кінематична схема ВКШ, де позначено: 1 – потенціометричний датчик; 2 – демпфер; 3 – гіроскоп; 4 – пружина.

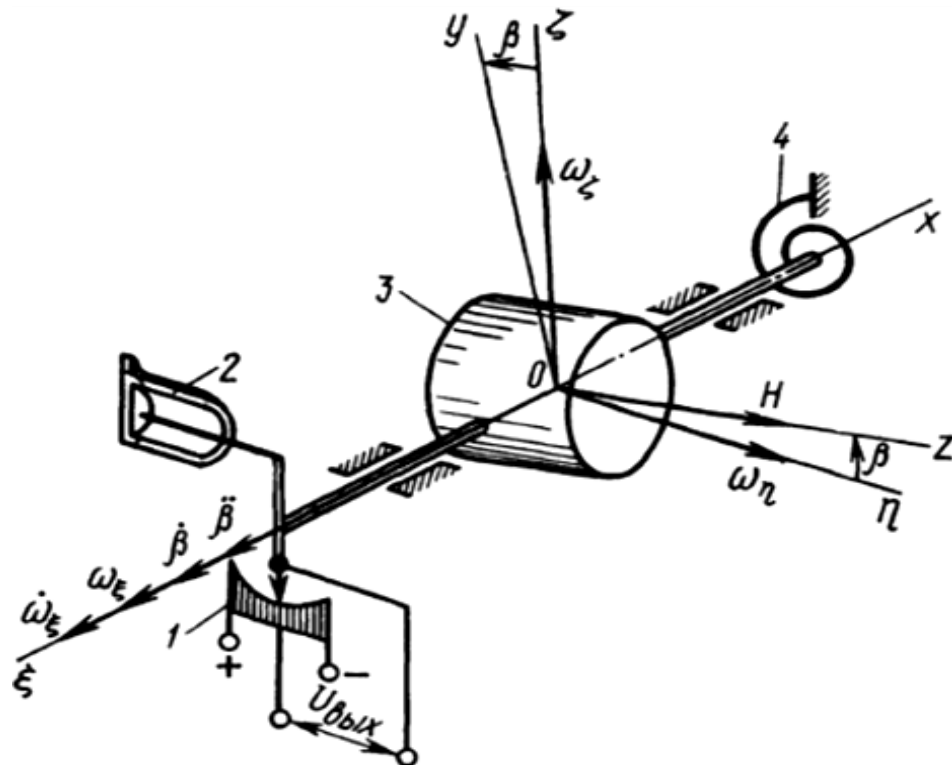


Рис.1.7 – Кінематична схема вимірювача кутової швидкості [3]

Запишемо рівняння гіротахометра у стандартному вигляді:

$$\ddot{\beta} + 2 \cdot h \cdot \dot{\beta} + \omega_0^2 \cdot \beta = -\frac{H}{J} \cdot \omega_{oxo}, \quad (1.14)$$

де $\omega_0 = \sqrt{\frac{c}{J}}$ - частота власних незгасаючих коливань кожуха ДКШ; $h = \frac{f}{2 \cdot J}$ - коефіцієнт згасання власних коливань; де $J = m \cdot l^2$ - момент інерції точкового тіла; c – кутова жорсткість пружини; f – коефіцієнт в'язкого тертя у демпфері.

Рівняння (1.14) за умови, що $\omega_{oxo} = const$, $\beta(0) = 0$, $\dot{\beta}(0) = 0$ буде мати вигляд:

$$\beta = -\frac{H}{c} \cdot [1 - e^{-h \cdot t} \left(\frac{h}{\omega_1} \cdot \sin \cdot \omega_1 \cdot t + \cos \cdot \omega_1 \cdot t \right)] \cdot \omega_{oxo}, \quad (1.15)$$

де $\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - h^2}$ - частота власних згасаючих коливань кожуха ДКШ.

Отримаємо сталі значення кута прецесії:

$$\beta = -\frac{H}{c} \cdot \omega_{oxo} = -k \cdot \omega_{oxo}, \quad (1.16)$$

де $k = \frac{H}{c}$ - коефіцієнт передачі ДКШ [2].

Реальний рух ДКШ (його кожуха) описується рівняннями:

$$J \cdot \ddot{\beta} + f \cdot \dot{\beta} + c \cdot \beta = -H \cdot \omega_{oxo} \cdot \cos \cdot \beta + M_{\Sigma}; \quad (1.17)$$

$$M_{\Sigma} = -H \cdot \omega_{oyo} \cdot \sin \cdot \beta - J \cdot \dot{\omega}_{ozo} - M_{\Sigma z}, \quad (1.18)$$

де M_{Σ} - сумарний момент збурень.

Розглянемо похибки датчика кутової швидкості:

1. Методичні похибки ДКШ:

- *Похибка ДКШ через зміну коефіцієнта передачі k при відхиленні кожуха гіроскопа відносно положення рівноваги*

$$\beta_{io} = -\frac{H}{c} \cdot \omega_{oxo} = -k \cdot \omega_{oxo} \quad (1.19)$$

У відповідності до рівняння (1.17), у сталому режимі роботи

$$\beta = -\frac{H}{c} \cdot \cos \cdot \beta \cdot \omega_{oxo}, \quad (1.20)$$

де $\frac{H}{c} \cdot \cos \cdot \beta = k_n$ - «приладове» значення коефіцієнта передачі.

Похибка гіротахометра:

$$\Delta\beta = \beta - \beta_{io} = -\frac{H}{c} \cdot (\cos \cdot \beta - 1) \cdot \omega_{oxo}, \quad (1.21)$$

або відповідна похибка вимірювання кутової швидкості:

$$\Delta\omega = (\cos \beta - 1) \cdot \omega_{oxo} \quad (1.22)$$

Це є мультиплікативна похибка, адже зростає зі збільшенням вхідної кутової швидкості ω_{oxo} [2]. Її виражають у відносних величинах (%):

$$\delta \cdot \omega = \frac{\Delta \omega}{\omega_{oxo}} = \cos \cdot \beta - 1 \quad (1.23)$$

– *Похибка ДКШ через вплив перехресної кутової швидкості*

При $\beta \neq 0$ маємо складову сумарного моменту збурень M_{Σ} , яка пропорційна перехресній кутовій швидкості ω_{oyo} . У сталому режимі роботи маємо:

$$c \cdot \beta = -H \cdot \omega_{oxo} \cdot \cos \cdot \beta - H \cdot \omega_{oyo} \cdot \sin \cdot \beta \quad (1.24)$$

Має місце не тільки вплив перехресної кутової швидкості, але і зміна коефіцієнта передачі k ДКШ [2]. Поклавши кут β малим, $\cos \beta \approx 1$, а $\sin \beta \approx \beta$, отримаємо:

$$c \cdot \beta = -H \cdot \omega_{oxo} - H \cdot \omega_{oyo} \cdot \beta, \quad (1.25)$$

а звідси:

$$\beta = -\frac{H}{c + H \cdot \omega_{oyo}} \cdot \omega_{oxo} = -\frac{H}{c} \cdot \frac{1}{1 + \frac{H}{c} \cdot \omega_{oyo}} \cdot \omega_{oxo} = -k \cdot \frac{1}{1 + k \cdot \omega_{oyo}} \cdot \omega_{oxo}, \quad (1.26)$$

де $k = \frac{H}{c}$ - ідеальний коефіцієнт передачі ДКШ.

З рівняння (1.26) випливає, що перехресна кутова швидкість ω_{oyo} зменшує / збільшує значення коефіцієнта передачі в залежності від знаку ω_{oyo} [2].

Похибка ДКШ:

$$\Delta \beta = \beta - \beta_{id} = -k \cdot \left(\frac{1}{1 + k \cdot \omega_{oyo}} - 1 \right) \cdot \omega_{oxo} = -k \frac{-k \cdot \omega_{oyo}}{1 + k \cdot \omega_{oyo}} \cdot \omega_{oxo} \quad (1.27)$$

Відповідна похибка ВКШ (також мультиплікативна):

$$\Delta \omega = -\frac{1}{k} \cdot \Delta \beta = -\frac{k \cdot \omega_{oyo}}{1 + k \cdot \omega_{oyo}} \cdot \omega_{oxo} \quad (1.28)$$

2. Інструментальні похибки ДКШ:

– *Похибка ДКШ через момент сил сухого тертя на осі підвісу*

Збурюючий момент $M_{\Sigma} = M_{\Sigma} = -m_m \cdot \sin \dot{\beta}$ (1.29)

Припустимо, що ДКШ обертався, а потім зупинився. У сталому режимі роботи з рівняння (1.17) при $\omega_{oxo} = 0$ маємо:

$$c \cdot \beta = M_{\Sigma} = \pm m_m, \quad (1.30)$$

де знак «+» або «-» перед m_m залежить від того, який був знак $\dot{\beta}$ перед згасанням перехідного процесу [2].

Це призводить до невизначеності положення кожуха гіроскопа:

$$-\frac{m_m}{c} \leq \beta \leq \frac{m_m}{c} \quad (1.31)$$

Можливе максимальне відхилення $\Delta\beta_{\max} = \frac{m_m}{c}$, або що призводить до відповідної похибки ВКШ:

$$\Delta\omega_{\max} = -\frac{c}{H} \cdot \Delta\beta_{\max} = \frac{m_m}{H} \quad (1.32)$$

Вираз (1.32) - це помилкове значення кутової швидкості при нерухомому ДКШ.

– *Похибка ДКШ через момент дебалансу та інші постійні моменти збурень навколо осі підвісу [2].*

При моменті збурення $M_{\Sigma} = M_{deb}$ згідно рівняння (1.17) у сталому режимі роботи:

$$c \cdot \beta = -H \cdot \omega_{oxo} + M_{deb}, \quad (1.33)$$

звідси

$$\beta = -\frac{H}{c} \cdot \omega_{oxo} + \frac{M_{deb}}{c} \quad (1.34)$$

Ідеальне значення

$$\beta_{id} = -\frac{H}{c} \cdot \omega_{oxo} \quad (1.35)$$

Тоді похибка ДКШ:

$$\Delta\beta = \beta - \beta_{i0} = \frac{M_{\text{дсб}}}{c} \quad (1.36)$$

1.2.3 Рульова машина

Найбільш характерним для системи автоматичного керування літального апарату виконавчими пристроями є кермові приводи. Вони дають можливість переміщувати органи керування ЛА за керувальними сигналами. Кермовий привід (КП) здійснює переставлення керма висоти, за допомогою якого створюються моменти, що компенсують дію зовнішніх збурень [6]. Рульові приводи призначені для переміщення й повороту органів керування літального апарату.

Також вони належать до класу силових слідкувальних приводів. Зміна положення керма здійснюється приводами. Рульовий привід входить до складу автомата стабілізації системи управління і служить сполучним елементом між системою управління і органами управління.

Відхилення органів керування здійснюється кермовими приводами, які призначені перебороти певні зусилля або моменти, що діють на органи керування при їх відхиленні. Величина і характер цих моментів залежать від типу органів керування, їхніх розмірів і конструктивних особливостей, а також від умов польоту. Потрібна швидкість повороту кермового органу і величина навантаження визначають потужність привода і впливають на динаміку приводу [6].

Рульовий привід складається з первинного джерела енергії, пристрою, що перетворює енергію, рульових машин з керуючим пристроєм і виконавчим механізмом, магістралей і електричних кабелів [7]. У приводів деяких типів кілька конструктивних вузлів можуть бути об'єднані в єдиний вузол.

Рульові машини бувають електричні, гідравлічні та пневматичні. Цю класифікацію здійснюють по виду енергії, яка підводиться до вихідного валу виконавчого механізму. Порівнюючи електричні, гідравлічні та пневматичні

рульові машини, більшої популярності набувають саме гідравлічні. Адже мають високу швидкість, великий коефіцієнт посилення за проектною потужністю, жорстку механічну характеристику тощо [7].

1.2.4 Підсилювач

Підсилювач – це пристрій, що здійснює керування енергією, при якому шляхом витрати невеликої її кількості можна управляти енергією у багато разів більше [8]. Також підсилювачем називають пристрій, який призначений для посилення вхідного електричного сигналу при напрузі, струму або потужності шляхом перетворення енергії джерела живлення в енергію вихідного сигналу. За принципом дії, підсилювачі класифікують на транзисторні, тиристорні та електромашинні. Визначальним фактором при виборі підсилювача є тип імпульсного підсилювача (ІП), його потужність та режим роботи.

Згідно призначення розрізняють підсилювачі сигналу постійного і змінного струму; підсилювачі потужності та напруги; підсилювачі для посилення сигналів в різних діапазонах частот. На їх основі виконуються найрізноманітніші пристрої функціональної обробки сигналів.

Підсилювач включає в себе нелінійний елемент, керований вхідним електричним сигналом, джерело живлення і навантажувальний пристрій з певним опором [8]. Найважливішими характеристиками підсилювача є коефіцієнт підсилення, смуга пропускання (діапазон робочих частот підсилювача), вхідний і вихідний опір, вихідна потужність, ступінь спотворення посиленого сигналу та ін.

Основні складові частини схеми підсилювача:

- вихідний підсилювач – призначений для підсилення сигналу за потужністю;

- попередній підсилювач – призначений для підсилення сигналу за напругою до величини, достатньої для роботи підсилювача потужності;
- вхідний пристрій призначений для узгодження опору джерела вхідного сигналу з вхідним опором підсилювача напруги;
- вихідний пристрій призначений для узгодження вихідного опору підсилювача потужності з опором навантаження [8].

1.2.5 Літальний апарат

Рух літального апарата як твердого тіла складається із двох рухів: руху центра мас і руху навколо центра мас [6]. На великих швидкостях польоту починають позначатися пружні деформації фюзеляжу і крил, які змінюють аеродинамічні характеристики, і ЛА набуває більшого числа ступенів свободи.

Для здійснення керованого польоту необхідно змінювати сили і моменти, що діють на літак. Для цього поточне значення параметрів руху, безперервно порівнюються з заданими, і в результаті виробляються керуючі впливи. Потрібний в певний момент часу вплив проводиться за допомогою відхилення керуючих поверхонь літака і зі зміною режиму роботи двигуна. Положення центру мас щодо заданої системи відліку визначається лінійними координатами: висотою польоту, пройденою відстанню і бічним відхиленням.

Основне призначення будь - якого типу літального апарата (ЛА) полягає в забезпеченні польоту по необхідній траєкторії. Для цього необхідно, щоб центр мас літального апарату утримувався на траєкторії, а сам ЛА займав певні кутові положення щодо базової системи координат [6]. У реальних умовах польоту на ЛА безупинно діють сили і моменти збурення, під дією яких він змінює своє кутове положення щодо центра мас і відхиляється від заданої траєкторії. Тому система керування польотом у найпростішому випадку має складатися із системи керування кутовим рухом ЛА щодо центра мас і системи

керування рухом центра мас, що забезпечує прямування за заданою траєкторією [6].

Будь-який рух тіла або матеріальної точки в просторі, зокрема літака, зазвичай відносять до заданої системі координат. Таким чином, переміщення в часі і просторі деякого тіла щодо групи інших тіл, пов'язаних з системою відліку (системою координат), і буде рухом тіла.

1.2.6 Жорсткий зворотний зв'язок

Зворотний зв'язок – це подача сигналу з виходу системи (чи окремого елемента) на її (його) вхід. Зворотний зв'язок класифікується на додатний та від'ємний [9]. Якщо сигнал зворотного зв'язку співпадає за фазою, то такий зв'язок є додатним. Такий зв'язок найчастіше призводить до нестійкості системи та до виникнення коливань у ній. Якщо сигнал знаходиться проти фази з ним, то такий зворотний зв'язок називають від'ємним. У системах автоматичного керування переважно використовують від'ємний зворотний зв'язок.

Якщо зворотний зв'язок охоплює систему керування, отримуємо перетворення розімкнутої системи в замкнуту, що призводить до суттєвого покращення точності керування. Залежно від часу дії зворотній зв'язок поділяють на жорсткий та гнучкий. Жорсткий зворотній зв'язок – це зв'язок, який діє постійно, здійснюється він за допомогою позиційних (пропорційних та аперіодичних) динамічних ланок. Гнучкий зворотний зв'язок – це зв'язок, який діє тільки під час зміни вихідної величини, сигнал гнучкого зворотного зв'язку пропорційний швидкості зміни вихідної величини [9].

РОЗДІЛ 2

АНАЛІЗ ДИНАМІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ВИХІДНОЇ СИСТЕМИ КЕРУВАННЯ КУРСОМ ЛІТАКА

2.1 Аналіз динамічних характеристик елементів системи

2.1.1 Основні характеристики елементів та систем автоматичного керування

Розглянемо основні динамічні характеристики елементів і систем автоматичного керування, які будемо використовувати для аналізу елементів системи керування курсом літака.

Передатна функція ланки $W(p)$ [10] визначається як відношення зображень за Лапласом вихідної $x_{вих}(p)$ і вхідної $x_{вх}(p)$ величин за нульових початкових умов:

$$W(p) = \frac{x_{вих}(p)}{x_{вх}(p)}, \quad (2.1)$$

тобто передатна функція визначається із рівняння ланки, записаного в операторній формі. Якщо елемент системи має дві вхідних величини, необхідно визначити дві передатні функції (за кожним входом).

Вагова функція $w(t)$ [10] – це реакція системи на миттєвий одиничний імпульс $\delta(t)$ на вході системи, тобто на миттєвий імпульс нескінченно великої амплітуди і одиничної площі. Щоб отримати вагову функцію $w(t)$, необхідно визначити оригінал (обернене перетворення Лапласа), що відповідає передатній функції:

$$w(t) = L^{-1}\{W(p)\}, \quad (2.2)$$

де $L^{-1}\{\bullet\}$ знак оберненого перетворення Лапласа.

Перехідна функція $h(t)$ - це реакція елемента (системи) на одиничне ступінчасте діяння [10]. Визначається як процес на виході $h(t) = X_{вих}(t)$ за

одиничного стрибка на вході $X_{ex}(t) = 1[t]$. Перехідна функція визначається як обернене перетворення Лапласа від зображення $\frac{W(p)}{p}$, тобто:

$$h(t) = L^{-1} \left\{ \frac{W(p)}{p} \right\}. \quad (2.3)$$

Комплексною передатною функцією ланки [10] називають відношення комплексного зображення вихідної величини $X_{vix}(j\omega)$ до комплексного зображення вхідної величини $X_{ex}(j\omega)$ в режимі усталених гармонічних коливань:

$$W(j\omega) = \frac{X_{vix}(j\omega)}{X_{ex}(j\omega)} = P(\omega) + jQ(\omega) = N(\omega)e^{j\varphi(\omega)}, \quad (2.4)$$

де $P(\omega)$ та $Q(\omega)$ - відповідно дійсна та уявна частини комплексної передатної функції у алгебраїчному поданні; $N(\omega)$ та $\varphi(\omega)$ - відповідно модуль та аргумент комплексної передатної функції у показниковому поданні.

Амплітудно-частотною характеристикою ланки [11] називається крива залежності модуля комплексної передатної функції $N(\omega)$ від частоти при змінюванні частоти від 0 до ∞ :

$$N(\omega) = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)} \quad (2.5)$$

Фазочастотною характеристикою ланки [11] називається крива залежності аргументу комплексної передатної функції $\varphi(\omega)$ від частоти при змінюванні частоти від 0 до ∞ :

$$\varphi(\omega) = \text{arctg} \frac{Q\omega}{P\omega} \quad (2.6)$$

Передатна функція розімкненої системи $W_{роз}(p)$ [11] дорівнює добутку передатних функцій всіх елементів, що входять до замкнутого контуру:

$$W_{роз}(p) = W_{np}(p) \cdot W_{зз}(p), \quad (2.7)$$

де

$W_{np}(p)$ - передатна функція ланок у прямому зв'язку;

$W_{33}(p)$ - передатна функція ланок у зворотному зв'язку.

Для системи з одиничним зворотним зв'язком ($W_{33}(p)=1$):

$$W_{роз}(p) = W_{np}(p) \quad (2.8)$$

Після визначення передатної функції розімкненої системи можна знайти передатні функції замкненої системи [11]:

- за входним діянням:

$$\Phi(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = \frac{W_{np}(p)}{1 + W_{np}(p)W_{33}(p)} = \frac{W_{np}(p)}{1 + W_{роз}(p)} \quad (2.9)$$

або для $W_{33}(p)=1$:

$$\Phi(p) = \frac{W_{роз}(p)}{1 + W_{роз}(p)} \quad (2.10)$$

- за помилкою системи:

$$\Phi_{\delta}(p) = \frac{\delta(p)}{x(p)} = \frac{1}{1 + W_{роз}(p)} \quad (2.11)$$

- за збуренням:

$$\Phi_f(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = \frac{W_f(p)}{1 + W_{роз}(p)} \quad (2.12)$$

Визначимо основні динамічні характеристики елементів системи керування за наведеними вище виразами, використовуючи рівняння динаміки основних елементів системи, наведені у Розділі 1.

2.1.2 Динамічні характеристики датчика кута

За виразом (2.1) визначимо передатну функцію ДК:

$$W_{ДК}(p) = \frac{U_{ДК}(p)}{\Delta\psi(p)} = K_{ДК} \quad (2.13)$$

Як видно з виразу передатної функції (2.13), ДК описується моделлю пропорційної ланки.

За виразом (2.2) визначимо вагову функцію ДК:

$$w_{ДК}(t) = L^{-1}\{W_{ДК}(p)\} = L^{-1}\{K_{ДК}\} = K_{ДК} \cdot \delta(t) \quad (2.14)$$

За виразом (2.3) визначимо перехідну характеристику ДК:

$$h_{\text{ДК}}(t) = L^{-1} \left\{ \frac{W_{\text{ДК}}(p)}{p} \right\} = L^{-1} \left\{ \frac{K_{\text{ДК}}}{p} \right\} = K_{\text{ДК}} \cdot L^{-1} \left\{ \frac{1}{p} \right\} = K_{\text{ДК}} \cdot 1[t] \quad (2.15)$$

За виразом (2.4) визначимо комплексної передатну функцію ДК:

$$W_{\text{ДК}}(j\omega) = K_{\text{ДК}} \quad (2.16)$$

Модуль комплексної передатної функції ДК дорівнює коефіцієнту передачі:

$$N_{\text{ДК}}(\omega) = K_{\text{ДК}} \quad (2.17)$$

За виразом (2.6) визначимо аргумент комплексно передатної функції ДК:

$$\varphi_{\text{ДК}}(\omega) = 0 \quad (2.18)$$

2.1.3 Динамічні характеристики датчика кутової швидкості

Передатна функція ДКШ за виразом (2.1) має вигляд:

$$W_{\text{ДКШ}}(p) = \frac{U_{\text{ДКШ}}(p)}{\Delta\psi(p)} = K_{\text{ДКШ}} \cdot p, \quad (2.19)$$

як видно, ДКШ описується моделлю ідеальної диференціюючої ланки.

За виразом (2.2) визначимо вагову функцію ДКШ:

$$w_{\text{ДКШ}}(t) = L^{-1} \{ W_{\text{ДКШ}}(p) \} = L^{-1} \{ K_{\text{ДКШ}} p \} = K_{\text{ДКШ}} \cdot 1[t] \quad (2.20)$$

За виразом (2.3) визначимо перехідну характеристику ДКШ:

$$h_{\text{ДКШ}}(t) = L^{-1} \left\{ \frac{W_{\text{ДКШ}}(p)}{p} \right\} = L^{-1} \left\{ \frac{K_{\text{ДКШ}} p}{p} \right\} = K_{\text{ДКШ}} \cdot \delta(t) \quad (2.21)$$

За виразом (2.4) визначимо комплексно передатну функцію ДКШ:

$$W_{\text{ДКШ}}(j\omega) = j\omega \cdot K_{\text{ДКШ}} \quad (2.22)$$

За виразом (2.5) визначимо модуль комплексно передатної функції ДКШ:

$$N_{\text{ДКШ}}(\omega) = \omega \cdot K_{\text{ДКШ}} \quad (2.23)$$

За виразом (2.6) визначимо аргумент комплексно передатної функції ДКШ:

$$\varphi_{ДКШ}(\omega) = +90^\circ \quad (2.24)$$

2.1.4 Динамічні характеристики рульової машини

Запишемо рівняння динаміки РМ за виразом (1.4) в операторній формі:

$$T_{PM} \cdot p^2 \delta(p) + p \delta(p) = K_{PM} \cdot U_{II}(p)$$

$$W(p) = \frac{\delta(p)}{U_{II}(p)}$$

$$\delta(p) = \frac{K_{PM}}{p(T_{PM}p + 1)} = U_{II}(p)$$

За виразом (2.1) визначимо передатну функцію РМ:

$$W_{PM}(p) = \frac{\delta(p)}{U_{II}(p)} = \frac{K_{PM}}{p(T_{PM}p + 1)} \quad (2.25)$$

Відповідно до виразу (2.25), РМ описується моделлю інерційної інтегруючої ланки.

За виразом (2.2) визначимо вагову функцію РМ:

$$w_{PM}(t) = L^{-1} \{W_{PM}(p)\} = L^{-1} \left\{ \frac{K_{PM}}{T_{PM}p + 1} \right\} = K_{PM} (1 - e^{-T_{PM}t}) \quad (2.26)$$

За виразом (2.3) визначимо перехідну характеристику РМ:

$$h_{PM}(t) = L^{-1} \left\{ \frac{W_{PM}(p)}{p} \right\} = L^{-1} \left\{ \frac{K_{PM}}{T_{PM}p + 1} \right\} = K_{PM} \cdot \left[t - T_{PM} (1 - e^{-\frac{t}{T_{PM}}}) \right] \quad (2.27)$$

За виразом (2.4) визначимо комплексно передатну функцію РМ:

$$W_{PM}(j\omega) = \frac{K_{PM}}{j\omega(j\omega T_{PM}p + 1)} \quad (2.28)$$

За виразом (2.5) визначимо модуль комплексно передатної функції РМ:

$$N_{PM}(\omega) = \frac{K_{PM}}{\omega \sqrt{1 + T_{PM}^2 \omega^2}} \quad (2.29)$$

За виразом (2.6) визначимо аргумент комплексно передатної функції РМ:

$$\varphi_{PM}(\omega) = -90^\circ - \arctg \cdot \omega \cdot T_{PM} \quad (2.30)$$

2.1.5 Динамічні характеристики підсилювача

За виразом (2.1) визначимо передатну функцію П:

$$W_{\Pi}(p) = \frac{U_{\Pi}(p)}{\Delta(p)} = K_{\Pi} \quad (2.31)$$

Як бачимо, підсилювач описується моделлю пропорційної ланки.

За виразом (2.2) визначимо вагову функцію П:

$$w_{\Pi}(t) = L^{-1}\{W_{\Pi}(p)\} = L^{-1}\{K_{\Pi}\} = K_{\Pi} \cdot \delta(t) \quad (2.32)$$

За виразом (2.3) визначимо перехідну характеристику П:

$$h_{\Pi}(t) = L^{-1}\left\{\frac{W_{\Pi}(p)}{p}\right\} = L^{-1}\left\{\frac{K_{\Pi}}{p}\right\} = K_{\Pi} \cdot L^{-1}\left\{\frac{1}{p}\right\} = K_{\Pi} \cdot 1[t] \quad (2.33)$$

За виразом (2.4) визначимо комплексно передатну функцію П:

$$W_{\Pi}(j\omega) = K_{\Pi} \quad (2.34)$$

За виразом (2.5) визначимо модуль комплексно передатної функції П:

$$N_{\Pi}(\omega) = K_{\Pi} \quad (2.35)$$

За виразом (2.6) визначимо аргумент комплексно передатної функції П:

$$\varphi_{\Pi}(\omega) = 0 \quad (2.36)$$

2.1.6 Динамічні характеристики літального апарату

За виразом (2.1) визначимо передатну функцію ЛА:

$$W_{\text{ЛА}}(p) = \frac{\psi(p)}{\delta(p)} = \frac{K_{\text{ЛА}}}{p(T_{\text{ЛА}} \cdot p + 1)} \quad (2.37)$$

Відповідно до виразу передатної функції, ЛА описується моделлю інерційної інтегруючої ланки.

За виразом (2.2) визначимо вагову функцію ЛА:

$$w_{\text{ЛА}}(t) = L^{-1}\{W_{\text{ЛА}}(p)\} = L^{-1}\left\{\frac{K_{\text{ЛА}}}{p(T_{\text{ЛА}} \cdot p + 1)}\right\} = K_{\text{ЛА}}(1 - e^{-T_{\text{ЛА}}t}) \quad (2.38)$$

За виразом (2.3) визначимо перехідну характеристику ЛА:

$$h_{\text{ЛА}}(t) = L^{-1} \left\{ \frac{W_{\text{ЛА}}(p)}{p} \right\} = L^{-1} \left\{ \frac{K_{\text{ЛА}}}{T_{\text{ЛА}} \cdot p + 1} \right\} = K_{\text{ЛА}} \cdot \left[t - T_{\text{ЛА}} (1 - e^{-\frac{t}{T_{\text{ЛА}}}}) \right] \quad (2.39)$$

За виразом (2.4) визначимо комплексно передатну функцію ЛА:

$$W_{\text{ЛА}}(j\omega) = \frac{K_{\text{ЛА}}}{j\omega(j\omega \cdot T_{\text{ЛА}} \cdot p + 1)} \quad (2.40)$$

За виразом (2.5) визначимо модуль комплексно передатної функції ЛА:

$$N_{\text{ЛА}}(\omega) = \frac{K_{\text{ЛА}}}{\omega \sqrt{1 + T_{\text{ЛА}}^2 \omega^2}} \quad (2.41)$$

За виразом (2.6) визначимо аргумент комплексно передатної функції ЛА:

$$\varphi_{\text{ЛА}}(\omega) = -90^\circ - \arctg \omega T \quad (2.42)$$

2.1.7 Динамічні характеристики жорсткого зворотного зв'язку

За виразом (2.1) визначимо передатну функцію ланки, яка знаходиться в 33:

$$W_{33}(p) = \frac{\delta(p)}{U_{33}(p)} = K_{33} \quad (2.43)$$

За виразом (2.2) визначимо вагову функцію 33:

$$w_{33}(t) = L^{-1} \{ W_{33}(p) \} = L^{-1} \{ K_{33} \} = K_{33} \cdot \delta(t) \quad (2.44)$$

За виразом (2.3) визначимо перехідну характеристику 33:

$$h_{33}(t) = L^{-1} \left\{ \frac{W_{33}(p)}{p} \right\} = L^{-1} \left\{ \frac{K_{33}}{p} \right\} = K_{33} \cdot L^{-1} \left\{ \frac{1}{p} \right\} = K_{33} \cdot 1[t] \quad (2.45)$$

За виразом (2.4) визначимо комплексно передатну функцію 33:

$$W_{33}(j\omega) = K_{33} \quad (2.46)$$

За виразом (2.5) визначимо модуль комплексно передатної функції 33:

$$N_{33}(\omega) = K_{33} \quad (2.47)$$

За виразом (2.6) визначимо аргумент комплексно передатної функції 33:

$$\varphi_{33}(\omega) = 0 \quad (2.48)$$

Структурна схема та передатні функції системи керування кутом курсу літака

Для визначення передатних функцій доцільно привести структурну схему системи до одно контурного вигляду, тому спочатку виконаємо перетворення структурної схеми системи автоматичного керування кутом курсу літака, що відображена на рис.1.1.

Розглянемо паралельне з'єднання ланок з передатними функціями датчика кута $W_{ДК}$ й кутової швидкості $W_{ДКШ}$, схему якого наведено на рис. 2.1.

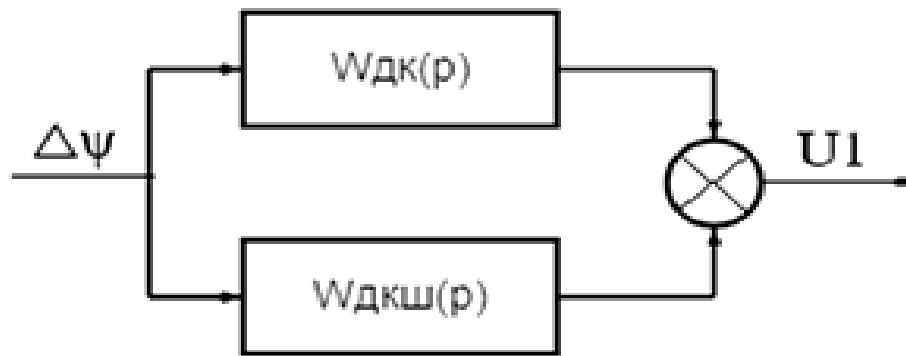


Рис.2.1 – Схема паралельного з'єднання ланок

Запишемо передатну функцію ланки з паралельним з'єднанням [7]:

$$W_{ПАР}(p) = W_{ДК}(p) + W_{ДКШ}(p) \quad (2.49)$$

$$W_{ПАР}(p) = K_{ДК} + K_{ДКШ} \cdot p = K_{ДК} \left(1 + \frac{K_{ДКШ}}{K_{ДК}} \cdot p \right) \quad (2.50)$$

Введемо позначення:

$$T_{ПАР} = \frac{K_{ДКШ}}{K_{ДК}} = \frac{0,3}{0,5} = 0,6$$

Тоді передатна функція паралельного з'єднання ДК і ДКШ описується моделлю форсуючої ланки [7]:

$$W_{ПАР}(p) = K_{ДК} (T_{ПАР} \cdot p + 1) \quad (2.51)$$

Розглянемо внутрішній контур зворотного зв'язку, схему якого наведено на рис. 2.2, і замінемо це з'єднання однією ланкою з відповідною передатною функцією.

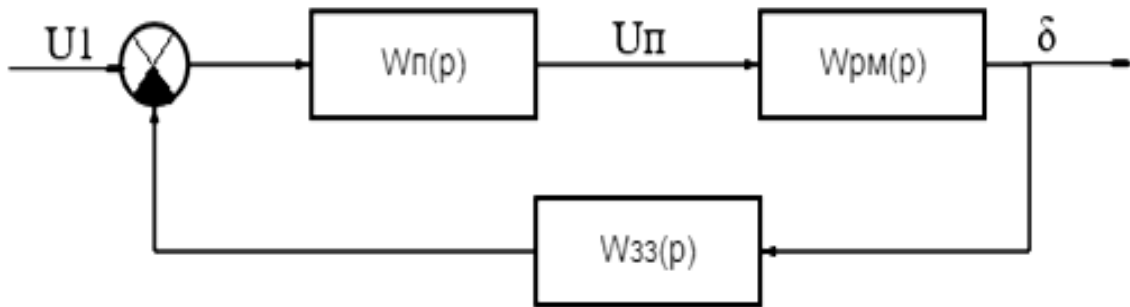


Рис.2.2 – Схема ланки зі зворотним зв'язком

Запишемо передатну функцію ланки, охопленої зворотним зв'язком [11]:

$$W_{КОЛ}(p) = \frac{W_{ПП}(p)}{1 + W_{ПП}(p)W_{ЗЗ}(p)} \quad (2.52)$$

Підставимо значення передатних функцій у вираз (2.52) й отримаємо:

$$\begin{aligned} W_{КОЛ}(p) &= \frac{W_{П}(p)}{1 + W_{П}(p) \cdot W_{РМ}(p) \cdot W_{ЗЗ}(p)} = \frac{K_{П} \cdot \frac{K_{РМ}}{p(T_{РМ} \cdot p + 1)}}{1 + K_{П} \cdot \frac{K_{РМ}}{p(T_{РМ} \cdot p + 1)} \cdot K_{ЗЗ}} = \\ &= \frac{\frac{K_{П} \cdot K_{РМ}}{K_{П} \cdot K_{РМ} \cdot K_{ЗЗ}}}{\left(\frac{p(T_{РМ} \cdot p + 1) + K_{П} \cdot K_{РМ} \cdot K_{ЗЗ}}{K_{П} \cdot K_{РМ} \cdot K_{ЗЗ}} \right)} = \frac{\frac{1}{K_{ЗЗ}}}{\frac{T_{РМ}}{K_{П} \cdot K_{РМ} \cdot K_{ЗЗ}} \cdot p^2 + \frac{1}{K_{П} \cdot K_{РМ} \cdot K_{ЗЗ}} \cdot p + 1} \end{aligned}$$

Знайдемо корені p_1 та p_2 полінома знаменника:

$$0,03 \cdot p^2 + 0,25 \cdot p + 1 = 0$$

$$p_1, p_2 = \frac{-0,25 \pm \sqrt{0,25^2 - 4 \cdot 0,03 \cdot 1}}{2 \cdot 0,03} = \frac{-0,25 \pm \sqrt{0,0625 - 0,12}}{0,06}$$

$$D = 0,25^2 - 4 \cdot 0,03 \cdot 1 = 0,0625 - 0,12 = -0,0575$$

$$p1, p2 = \frac{-0,25 \pm i\sqrt{|-0,0575|}}{0,06} = \frac{-0,25 \pm i \cdot 0,2398}{0,06} = -4,166 \pm i \cdot 3,996$$

У вихідній схемі системи підсилювач та рульова машина охоплені зворотним зв'язком з пропорційною ланкою в ньому. У результаті проведених структурних перетворень цього з'єднання отримаємо передатну функцію з комплексно – спряженими коренями в знаменнику, що відповідає моделі коливальної ланки:

$$T_{КОЛ} = \frac{\frac{1}{K_{ЗЗ}}}{T_{КОЛ}^2 \cdot p^2 + 2 \cdot T_{КОЛ} \cdot \zeta \cdot p + 1} = \frac{K_{КОЛ}}{T_{КОЛ}^2 \cdot p^2 + 2 \cdot T_{КОЛ} \cdot \zeta \cdot p + 1} \quad (2.53)$$

Звідки коефіцієнт коливальної ланки дорівнює:

$$K_{КОЛ} = \frac{1}{K_{ЗЗ}} \quad (2.54)$$

Визначимо параметри отриманої коливальної ланки:

$$T_{КОЛ} = \sqrt{\frac{T_{PM}}{K_{П} \cdot K_{PM} \cdot K_{ЗЗ}}} = \sqrt{\frac{0,12}{10 \cdot 4 \cdot 0,1}} = 0,173$$

$$\zeta = \frac{1}{K_{П} \cdot K_{PM} \cdot K_{ЗЗ} \cdot 2 \cdot T_{КОЛ}} = \frac{1}{10 \cdot 4 \cdot 0,1 \cdot 2 \cdot 0,173} = 0,73$$

Відобразимо на рис. 2.3 структурну схему системи керування після всіх перетворень:

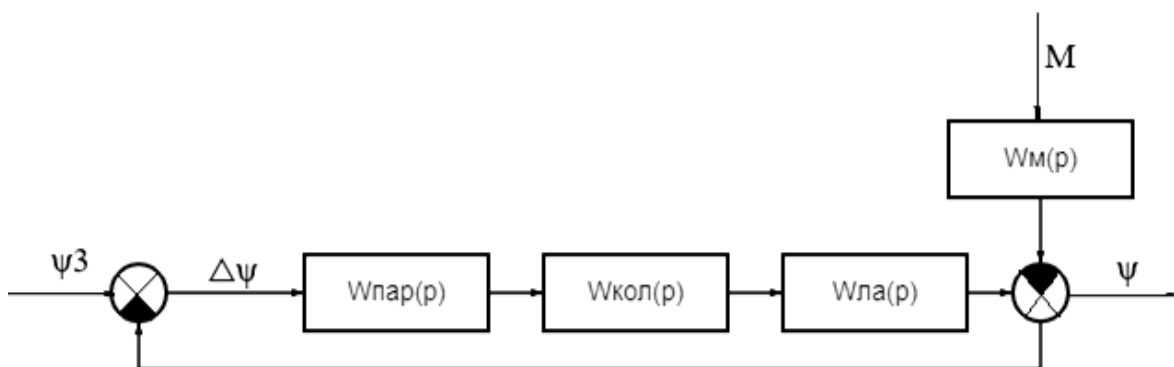


Рис.2.3 – Структурна схема системи після перетворення

За схемою, зображеною на рис.2.3, визначимо передатну функцію розімкненої системи:

$$W_{РОЗ}(p) = W_{ПАР}(p) \cdot W_{КОЛ}(p) \cdot W_{ЛА}(p)$$

$$W_{PO3}(p) = K_{ДК} \cdot (T_{ПАР} \cdot p + 1) \cdot \frac{K_{ЛА}}{p \cdot (T_{ЛА} \cdot p + 1)} \cdot \frac{K_{КОЛ}}{T_{КОЛ}^2 \cdot p^2 + 2 \cdot T_{КОЛ} \cdot p \cdot \zeta + 1}$$

$$W_{PO3}(p) = \frac{K_{ДК} \cdot K_{ЛА} \cdot K_{КОЛ} \cdot (T_{ПАР} \cdot p + 1)}{p \cdot (T_{ЛА} \cdot p + 1) \cdot (T_{КОЛ}^2 \cdot p^2 + 2 \cdot T_{КОЛ} \cdot p \cdot \zeta + 1)}$$

Визначимо коефіцієнт підсилення розімкненої системи:

$$K_{PO3} = K_{ДК} \cdot K_{ЛА} \cdot K_{КОЛ} = 0,5 \cdot 2 \cdot \frac{1}{0,1} = 10$$

Тоді передатна функція розімкненої системи описується виразом:

$$W_{PO3}(p) = \frac{K_{PO3} \cdot (T_{ПАР} \cdot p + 1)}{p \cdot (T_{ЛА} \cdot p + 1) \cdot (T_{КОЛ}^2 \cdot p^2 + 2 \cdot T_{КОЛ} \cdot p \cdot \zeta + 1)} \quad (2.55)$$

Перевірка системи керування кутом курсу ЛА на стійкість

Стійкість – це властивість системи повертатись в попереднє положення рівноваги, після виведення системи з нього і після припинення змінювання вхідних впливів. Ознакою стійкості є збіжні перехідні процеси, наприклад для систем стабілізації [12]:

$$\Delta X(t) = X_{зд}(t) - X(t) \rightarrow 0, t \rightarrow \infty \quad (2.56)$$

де $X_{зд}(t)$, $X(t)$ - відповідно задане та поточне значення регульованої координати.

Система буде стійкою [11], якщо всі дійсні корені, і всі дійсні частини комплексно спряжених коренів характеристичного рівняння будуть від'ємними. Стійкість системи визначають на основі аналізу перехідного процесу або коефіцієнтів та коренів характеристичного поліному.

У теорії автоматичного керування є ще один ефективний метод оцінки стійкості – використання критеріїв стійкості – узагальнених показників, які не потребують розв'язувати рівняння системи [11].

2.3.1 Перевірка на стійкість систему керування за критерієм Гурвіца

Для оцінки стійкості використовують характеристичний поліном замкненої системи, а стійкість оцінюється за коефіцієнтами характеристичного поліному [12].

Характеристичний поліном замкненої системи:

$$D(p) = a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0 = 0 \quad (2.57)$$

- необхідна умова стійкості:

Необхідною умовою є додатність усіх коефіцієнтів характеристичного поліному $a_i > 0$ при $a_n > 0$.

- достатня умова стійкості

Замкнена система буде стійкою, якщо при $2n$ всіх n визначників Гурвіца будуть додатними, де n - порядок характеристичного поліному:

$$\Delta_n > 0; \Delta_{n-1} > 0; \dots; \Delta_1 > 0.$$

Якщо хоча б один визначник буде від'ємним, система буде нестійкою, якщо хоча б один визначник дорівнює нулеві – система буде на границі стійкості [11].

Таким чином, для оцінки стійкості треба записати n визначників Гурвіца і перевірити їх знак. Ці визначники складаються з коефіцієнтів характеристичного поліному замкненої системи і записуються таким чином [7]:

1. за головною діагоналлю записуємо коефіцієнти характеристичного поліному, починаючи з другого (a_{n-1}) і далі зі зменшенням індексів до a_0 включно.
2. стовпці вгору від головної діагоналі заповнюємо коефіцієнтами з індексами, які зменшуються, а стовпці вниз від діагоналі – коефіцієнтами з індексами, що збільшуються.
3. місця відсутніх коефіцієнтів заповнюємо нулями.

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} & a_{n-7} & 0 \\ a_n & a_{n-2} & a_{n-4} & a_{n-6} & 0 \\ 0 & a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} & 0 \\ 0 & a_n & a_{n-2} & a_{n-4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_0 \end{vmatrix}$$

Визначники більш низького порядку отримуємо з визначників більш високого порядку, викреслюючи один рядок знизу і один стовпчик справа [12].

Розглянемо характеристичний поліном четвертого порядку системи керування кутом курсу ЛА:

$$D(p) = a_4 \cdot p^4 + a_3 \cdot p^3 + a_2 \cdot p^2 + a_1 \cdot p + a_0 \quad (2.58)$$

де

$$\begin{aligned} a_4 &= T_{КОЛ}^2 \cdot T_{ЛА} \\ a_3 &= T_{КОЛ}^2 + T_{КОЛ} \cdot T_{ЛА} \cdot 2 \cdot \zeta \\ a_2 &= 2 \cdot \zeta \cdot T_{КОЛ} + T_{ЛА} \\ a_1 &= 1 + K_{РОЗ} \cdot T_{ПАР} \\ a_0 &= K_{РОЗ} \end{aligned}$$

Оскільки всі коефіцієнти характеристичного поліному є сумами та/чи добутками параметрів системи, які є додатними величинами, то $a_n > 0$. Отже, необхідна умова стійкості виконується [12].

Для визначених значень коефіцієнтів характеристичного поліному:

$$\begin{aligned} a_0 &= 10 \\ a_1 &= 7 \\ a_2 &= 1,45 \\ a_3 &= 0,33 \\ a_4 &= 0,036 \end{aligned}$$

Запишемо та оцінімо значення визначників четвертого, третього та другого порядків:

$$\Delta_3 = a_3 \cdot a_2 \cdot a_1 - a_3 \cdot a_3 \cdot a_0 - a_1 \cdot a_1 \cdot a_4 = 0,33 \cdot 1,45 \cdot 7 - 7 \cdot 7 \cdot 0,036 - 0,33 \cdot 0,33 \cdot 10$$

$$\Delta_4 = \Delta_3 \cdot a_0 = 0,4965 \cdot 10$$

$$\Delta_2 = a_3 \cdot a_2 - a_4 \cdot a_1 = 0,33 \cdot 1,45 - 0,036 \cdot 7 = 0,4785 - 0,252$$

$$\Delta_1 = a_3 = 0,33$$

$$\Delta_4 = 4,965 > 0$$

$$\Delta_3 = 0,4965 > 0$$

$$\Delta_2 = 0,2265 > 0$$

$$\Delta_1 = 0,33 > 0$$

Отже, перевіривши систему керування кутом курсу літака на стійкість за критерієм Гурвіца, можна зробити висновок, що вона є стійкою, адже всі визначники Гурвіца $\Delta_i > 0$.

2.4 Перевірка системи керування кутом курсу ЛА на точність

Маючи передатну функцію розімкненої системи керування (2.59) запишемо вираз для головної передатної функції замкненої системи [13]:

$$\Phi(p) = \frac{W_{PO3}(p)}{1 + W_{PO3}(p)} = \frac{K_{PO3} \cdot (T_{ПАР} \cdot p + 1)}{p \cdot (T_{ЛА} \cdot p + 1) \cdot (T_{КОЛ}^2 \cdot p^2 + 2 \cdot p \cdot \zeta + 1) + K_{PO3} \cdot (T_{ПАР} \cdot p + 1)} \quad (2.60)$$

Зображення похибки знаходимо за виразом [10]:

$$\delta(p) = \frac{1}{1 + W_1(p) \cdot W_2(p)} \cdot X(p) - \frac{W_L(p)}{1 + W_1(p) \cdot W_2(p)} \cdot L'(p) \quad (2.61)$$

Де

$$\delta_1(p) = \frac{1}{1 + W_1(p) \cdot W_2(p)} \cdot X(p) \quad - \text{ зображення похибки, яка виникає при}$$

відпрацюванні вхідного заданого впливу [10];

$$\delta_2(p) = \frac{W_L(p)}{1 + W_1(p) \cdot W_2(p)} \cdot L'(p) \quad - \text{ зображення похибки, викликані дією}$$

зовнішнього збурення [10].

З виразу (2.60) отримаємо дві передатні функції [13]:

- передатна функція замкненої системи за похибкою визначається по відношенню до зображення вхідного заданого впливу за умови, що зовнішнє збурення відсутнє:

При $L(p) = 0$

$$\Phi_\delta(p) = \frac{\delta(p)}{X(p)} = \frac{1}{1 + W_{PO3}(p)} \quad (2.62)$$

- передатна функція замкненої системи за похибкою, яка обумовлена дією зовнішнього збурення, визначається по відношенню до зображення зовнішнього збурення і з точністю до знаку співпадає з передатною функцією замкненої системи за збуренням:

$$\Phi_{\delta_L}(p) = \frac{W_L(p)}{1 + W_{poz}(p)} = \Phi_L(p) \quad (2.63)$$

Усі передатні функції замкненої системи мають один і той же знаменник, який називається характеристичний поліном [10]:

$$D(p) = Q(p) + k_{poz} R(p) \quad (2.64)$$

За формулою (2.62) визначимо передатну функцію замкненої системи за похибкою:

$$\Phi_{\delta}(p) = \frac{p \cdot (T_{ЛА} \cdot p + 1) \cdot (T_{КОЛ}^2 \cdot p^2 + 2 \cdot T_{КОЛ} \cdot p \cdot \zeta + 1)}{p \cdot (T_{ЛА} \cdot p + 1) \cdot (T_{КОЛ}^2 \cdot p^2 + 2 \cdot T_{КОЛ} \cdot p \cdot \zeta + 1) + K_{POZ} \cdot (T_{ПАР} \cdot p + 1)} \quad (2.65)$$

Усталена похибка системи [13] визначається за формулою (2.61):

$$\delta_{уст} = \lim_{t \rightarrow \infty} \delta(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \Phi_M(p) \cdot M(p)$$

$$\text{Де } M = const, M(p) = \frac{10}{p}, \Phi_M(p) = \frac{K_M}{p(T_{ЛА} \cdot p + 1)}$$

Запишемо передатну функцію моменту замкненої системи за похибкою:

$$\Phi_M(p) = \frac{\Delta\psi(p)}{M(p)} \quad (2.66)$$

При $\psi_3 = 0$ матимемо:

$$\psi(p) = -M(p) \cdot W_M(p) + \Delta\psi(p) \cdot W_{POZ}(p)$$

$$\psi = -\Delta\psi$$

$$-\Delta\psi(p) = -M(p) \cdot W_M(p) + \Delta\psi(p) \cdot W_{POZ}(p)$$

Тоді

$$\Delta\psi(p) + \Delta\psi(p) \cdot W_{POZ}(p) = W_M(p) \cdot M(p)$$

$$\Delta\psi(p) \cdot (1 + W_{POZ}(p)) = W_M(p) \cdot M(p)$$

Формулу (2.62) можемо переписати в наступному вигляді:

$$\Phi_M(p) = \frac{\frac{K_M}{p \cdot (T_{ЛА} \cdot p + 1)}}{\frac{p \cdot (T_{ЛА} \cdot p + 1) \cdot (T_{КОЛ}^2 \cdot p^2 + 2 \cdot T_{КОЛ} \cdot \zeta \cdot p + 1) + K_{РОЗ} \cdot (T_{ПАР} \cdot p + 1)}{p \cdot (T_{ЛА} \cdot p + 1) \cdot (T_{КОЛ}^2 \cdot p^2 + 2 \cdot T_{КОЛ} \cdot \zeta \cdot p + 1)}} =$$

$$= \frac{K_M \cdot (T_{КОЛ}^2 \cdot p^2 + 2 \cdot T_{КОЛ} \cdot \zeta \cdot p + 1)}{p \cdot (T_{ЛА} \cdot p + 1) \cdot (T_{КОЛ}^2 \cdot p^2 + 2 \cdot T_{КОЛ} \cdot \zeta \cdot p + 1) + K_{РОЗ} \cdot (T_{ПАР} \cdot p + 1)}$$

Тепер можемо розрахувати чому дорівнює усталена похибка системи за формулою (2.61):

$$\delta_{уст} = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{K_M \cdot (T_{КОЛ}^2 \cdot p^2 + 2 \cdot T_{КОЛ} \cdot \zeta \cdot p + 1)}{p \cdot (T_{ЛА} \cdot p + 1) \cdot (T_{КОЛ}^2 \cdot p^2 + 2 \cdot T_{КОЛ} \cdot \zeta \cdot p + 1) + K_{РОЗ} \cdot (T_{ПАР} \cdot p + 1)} \cdot \frac{10}{p} = 10$$

Як видно з виразу (2.61) усталена похибка САК залежить від вхідного впливу та від передатної функції замкненої системи за похибкою [10].

2.5 Побудова частотних характеристик розімкненої системи керування

Логарифмічно амплітудно-частотна характеристика (ЛАЧХ) розімкненої системи визначається як [10]:

$$L(\omega) = 20 \lg N(\omega) = \sum_{i=1}^n L_i(\omega) \quad (2.67)$$

де $L_i(\omega)$ - логарифмічно амплітудно-частотна характеристика i -тої ланки системи.

Одиницею виміру $L(\omega)$ є децибел (відкладаємо на осі ординат), а на осі абсцис відкладається частота ω [с⁻¹] в логарифмічному масштабі [10].

Логарифмічно фазочастотну характеристику (ЛФЧХ) запишемо алгебраїчною сумою [10]:

$$\varphi(\omega) = \sum_{i=1}^n \varphi_i(\omega) \quad (2.68)$$

де $\varphi_i(\omega)$ - логарифмічно фазочастотна характеристика i -тої ланки системи.

При побудові ЛФЧХ відлік кутів $\varphi(\omega)$ іде за віссю ординат в звичайному масштабі в кутових градусах чи радіанах. За віссю абсцис відкладається частота в логарифмічному масштабі [10].

Для побудови частотних характеристик системи, а саме ЛАЧХ та ЛФЧХ, потрібно знайти частоти спряження, які визначаються за сталими часу ланок системи:

$$\omega_1 = \frac{1}{T_{\text{ПАР}}} = \frac{1}{0,6} = 1,66 \text{ с}^{-1}$$

$$\omega_2 = \frac{1}{T_{\text{ЛА}}} = \frac{1}{1,2} = 0,83 \text{ с}^{-1}$$

$$\omega_3 = \frac{1}{T_{\text{КОЛ}}} = \frac{1}{0,173} = 5,88 \text{ с}^{-1}$$

Маючи частоти спряження та передатну функцію розімкненої системи, обчислену за виразом (2.55), можемо побудувати ЛАЧХ й ЛФЧХ системи (рис.2.5)

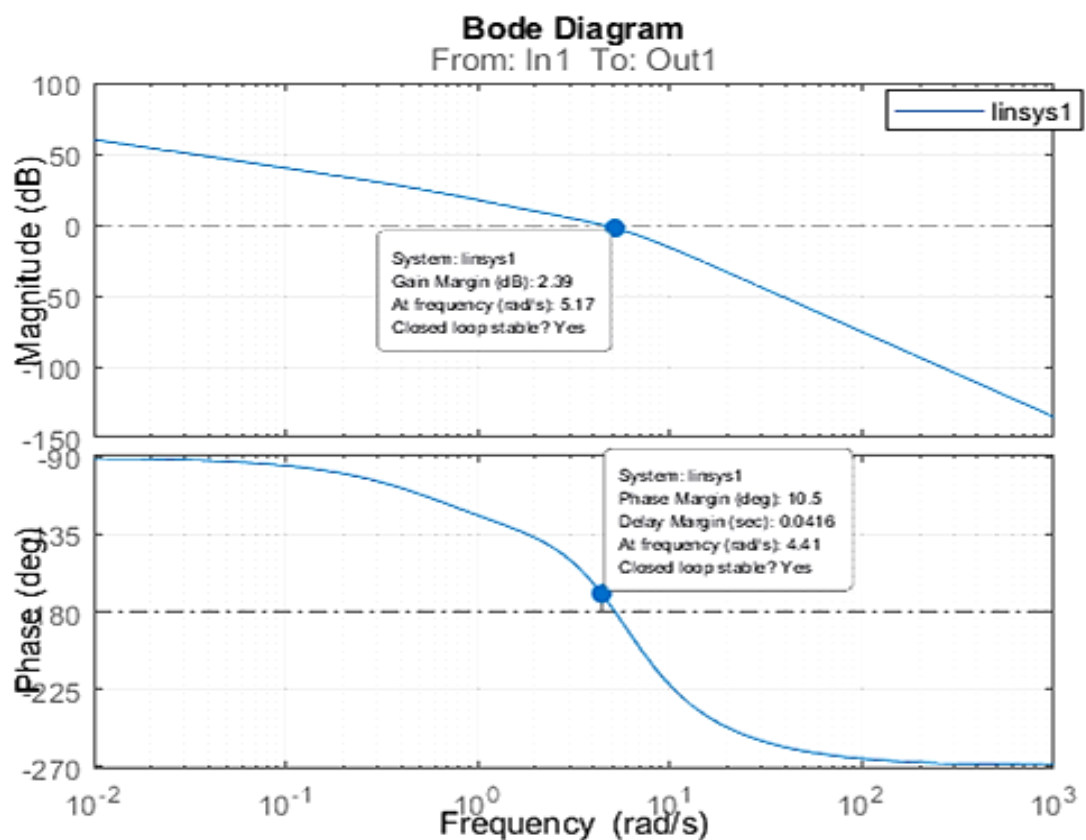


Рис.2.5 – Частотні характеристики розімкненої системи [14]

Початковий нахил ЛАЧХ становить - 20 дБ/дек, а кінцевий - 60 дБ/дек, початкова фаза на ЛФЧХ становить -90^0 , а кінцева прямує до -270^0 .

Аналізуючи рис.2.5 бачимо, що система є стійкою, але має малі запаси стійкості (за амплітудою – менше 3 дБ, а за фазою 10^0). Для збільшення запасів стійкості можна запропонувати зменшити сталу часу $T_{кол}$, що забезпечить розширення області середніх частот ЛАЧХ з нахилом - 20дБ/дек на частоті зрізу системи та забезпечить повільніший спуск ЛФЧХ до значення (-180^0) [14].

2.6 Побудова перехідної характеристики замкненої системи

Перехідною функцією системи називається реакція системи на одиничне ступінчасте діяння, тобто перехідна функція визначається як процес на виході $h(t) = X_{вих}(t)$ за одиничного стрибка на вході $X_{вх}(t) = 1[t]$. Перехідна функція визначається за формулою (2.3) як обернене перетворення Лапласа від зображення [10].

На рис. 2.6 наведено графік перехідної характеристики замкненої системи.

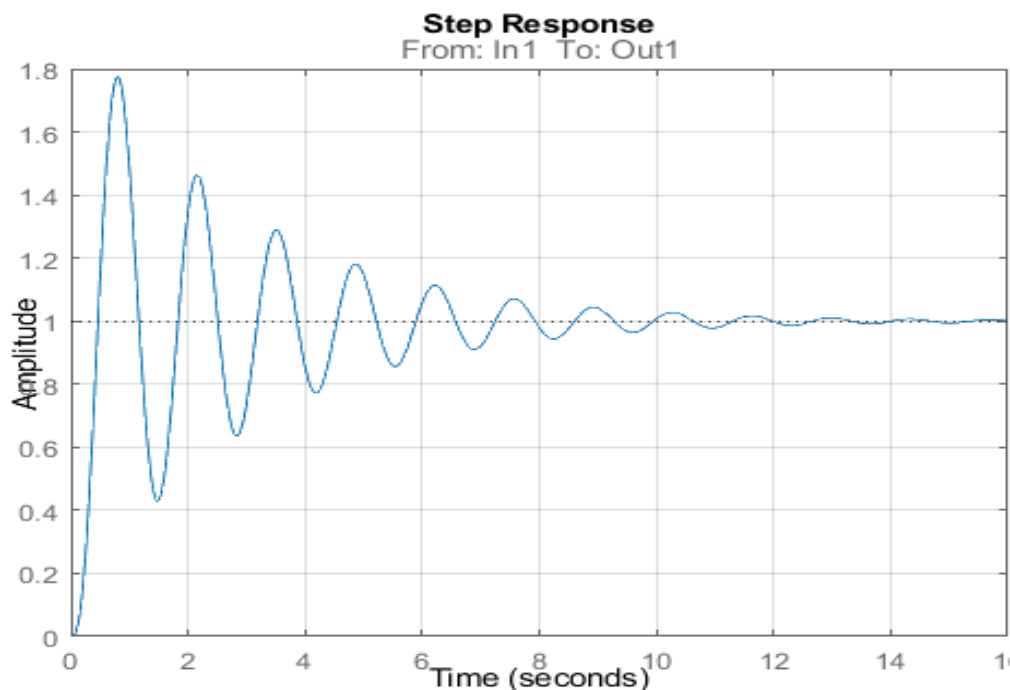


Рис.2.6 – Перехідна характеристика замкненої системи [14]

Як бачимо з отриманого графіку, тривалість перехідного процесу складає 9 с, процес коливальний з частотою 0,7 Гц та значними відхиленнями від усталеного значення (перерегулювання складає 80%), що є неприпустимим для систем керування [14].

Висновки до Розділу 2

1. Був проведений аналіз динамічних характеристик вихідної системи керування кутом курсу літака, розраховані передатні й вагові функції системи, перехідні характеристики, комплексно передатні функції, модуль й аргумент комплексно передатної функції, тощо.
2. Реалізоване перетворення структурної схеми до конструктивного вигляду й визначено передатну функцію розімкненої й замкненої системи.
3. Був проведений аналіз системи керування на стійкість, який під час перевірки за критерієм Гурвіца, показав, що всі визначники більше нуля, що, говорить про те, що система є стійкою.
4. Також проведений аналіз точності системи в усталених режимах й розраховані передатні функції замкненої системи за похибкою.
5. Були побудовані частотні характеристики системи (ЛАЧХ і ЛФЧХ) й перехідна характеристика замкненої системи. У результаті цієї перевірки, з графіків побудованих в графічному середовищі Simulink можна побачити, що система керування має дуже малі запаси стійкості за амплітудою – менше 3 дБ, а за фазою 10^0 , а тривалість перехідного процесу займає досить великий час - 9 с й процес коливальний з частотою 0,7 Гц та значними відхиленнями від усталеного значення перерегулювання складає 80%. Тому, задля покращення якості перехідного процесу й частотних характеристик, було запропоновано ввести в систему керування корекцію.

РОЗДІЛ 3

КОРЕКЦІЯ СИСТЕМИ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ КУТОМ КУРСУ ЛІТАЛЬНОГО АПАРАТУ ДЛЯ ПОКРАЩЕННЯ ДИНАМІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК

3.1 Необхідність корекції системи автоматичного керування. Поняття про корекцію

Як показали результати аналізу частотних характеристик, що відображені в Розділі 2, система автоматичного керування кутом курсу літака має малі запаси стійкості по амплітуді та фазі, а перехідний процес замкненої системи характеризується значним перерегулюванням та великими амплітудами коливань, а також великим часом згасання. Тому було прийнято рішення ввести в систему керування корекцію з метою покращення динамічних характеристик системи та приведенням їх у відповідність до вимог: запаси стійкості повинні бути не меншими за 10 дБ (за амплітудою) та 15^0 (за фазою); перерегулювання в системі повинно не перевищувати 18%, час згасання перехідної характеристики бажано зменшити (для різних типів ЛА це встановлюється відповідними вимогами). Вибір того чи іншого методу корекції залежить від динамічних характеристик системи, які вона має, та від мети, якої необхідно досягнути застосуванням корекції [14].

Під поняттям корекції в системах автоматичного керування розуміється зміна її динамічних характеристик з ціллю забезпечення потрібного запасу стійкості з підвищенням динамічної точності й показанням якості перехідного процесу. Для корекції в САК водять корегуючі пристрої [13].

Необхідне функціональне перетворення сигналу неузгодженості системи (різниця між заданим та дійсним кутами курсу ЛА), може бути досягнене за допомогою корегуючих пристроїв, ввімкнених у головний контур управління послідовно елементам системи або в ланцюг місцевих зворотних зв'язків. Згідно з цим корегуючі пристрої називаються послідовними та

паралельними. На практиці в корекції САК зустрічаються випадки, коли використовуються одразу цих два корегуючих пристроїв [13].

3.2 Аналітичне визначення параметрів системи керування з корекцією

3.2.1 Синтез корегувальних пристроїв, які забезпечують необхідні показники стійкості та якості системи автоматичного керування

Під синтезом системи розуміють такі її дослідження, у результаті яких по заданим показникам стійкості та якості знаходять необхідну структуру схеми, параметри її елементів та способи реалізації знайденої структурної схеми.

Найбільш простим та наглядним методом синтезу корегувальних пристроїв є метод логарифмічних частотних характеристик. Синтез цим методом заснований на зв'язку перехідної функції з дійсною частотною характеристикою замкненої системи, яка пов'язана з логарифмічною амплітудно-частотною характеристикою розімкненої системи. За допомогою такого зв'язку, можливо переходити від показників якості до параметрів дійсної частотної характеристики та до параметрів логарифмічних частотних характеристик розімкненої системи, тобто є можливість за заданими показникам якості системи (перерегулюванню, часу регулювання, похибкою в усталеному режимі) будувати бажану логарифмічну амплітудно-частотну характеристику [13].

Бажаною логарифмічною амплітудно-частотною характеристикою в літературних джерелах [13] називають таку характеристику системи, при якій забезпечуються задані показники якості.

При синтезі корегувальних пристроїв системи автоматичного керування методом логарифмічних частотних характеристик, зазвичай виконуються такі дії [13]:

1. Будують логарифмічну амплітудно-частотну характеристику не скорегованої системи з урахуванням потрібного коефіцієнта

підсилення системи в розімкненому вигляді. Цей коефіцієнт знаходять з умови отримання похибки в усталеному режимі не вище заданої.

2. За заданими показниками якості з урахуванням логарифмічних частотних характеристик не скорегованої системи будують бажану логарифмічну амплітудно-частотну характеристику.
3. На підставі бажаної характеристики та побудованих логарифмічних частотних характеристик не скорегованої системи визначають логарифмічну амплітудно-частотну характеристику корегувального пристрою.
4. За отриманою логарифмічною амплітудно-частотною характеристикою корегувального пристрою знаходять передаточну функцію цього пристрою і підбирають найпростіший спосіб його реалізації. Також визначають параметри корегувального пристрою та його логарифмічну фазочастотну характеристику.
5. Будують кінцеві ЛАЧХ та ЛФЧХ скорегованої системи та визначають її показники стійкості та якості керування.

Ознайомившись з результатами побудови частотних характеристик розімкненої системи керування, відображених на рис.2.5, можна дійти до висновку, що система практично знаходиться на границі стійкості, адже має малий запас стійкості за амплітудою та фазою. Крім того, це проявляється і в тривалому згасанні перехідного процесу системи та у значних відхиленнях перехідної характеристики від усталеного значення.

Щоб збільшити запас стійкості [14] та покращити якість системи в перехідному режимі пропонується таке змінення ЛАЧХ та ЛФЧХ: розширення області середніх частот ЛАЧХ з нахилом -20дБ/дек на частоті зрізу системи та забезпечення повільнішого спуску ЛФЧХ до значення (-180°) . Це можливо зробити шляхом зменшення сталої часу $T_{\text{КОЛ}}$.

Для цього пропонується збільшити коефіцієнт передачі рульової машини K_{PM} чи коефіцієнт підсилення підсилювача K_{II} (в залежності від можливості практичної реалізації) в 4 рази, після чого отримаємо значення сталої часу $T_{кол}$ [14]:

$$T_{кол} = \sqrt{\frac{T_{pm}}{k_n \cdot k_{pm} \cdot k_{zz}}} = \sqrt{\frac{0,12}{10 \cdot 16 \cdot 0,1}} = 0,086 \quad (3.1)$$

Знайдемо коефіцієнт демпфування ζ після збільшення K_{PM} [14]:

$$\zeta = \frac{1}{k_n \cdot k_{pm} \cdot k_{zz} \cdot 2 \cdot T_{кол}} = \frac{1}{10 \cdot 16 \cdot 0,1 \cdot 2 \cdot 0,086} = 0,363 \quad (3.2)$$

У результаті проведених досліджень, можемо зробити висновок, що стала часу $T_{кол}$ зменшилась вдвічі. Але й коефіцієнт демпфування також зменшився вдвічі. Перевіримо вплив зміни параметрів РМ на динамічні характеристики системи керування.

3.2.2 Моделювання системи автоматичного керування кутом курсу літака зі зміненими параметрами РМ

На рис.3.1 наведено схему моделювання замкненої системи для визначення перехідної характеристики системи, яка побудована в графічному середовищі Simulink. На даній схемі зображені передатні функції ланки з паралельним зв'язком (2.50), коливальної ланки (2.53), яка є моделлю підсилювача та рульової машинки, охоплених жорстким зворотним зв'язком, передатна функція (2.37) інерційної інтегруючої ланки (модель ЛА), які охоплені головним одиничним зворотним зв'язком. Схема моделювання відповідає структурній схемі з передатною функцією замкненої системи (2.60). Для побудови даної схеми, потрібно внести вихідні дані параметрів системи до МАТ – файлу. Після запуску самої програми, вони автоматично перейдуть до схеми в середовище моделювання Simulink.

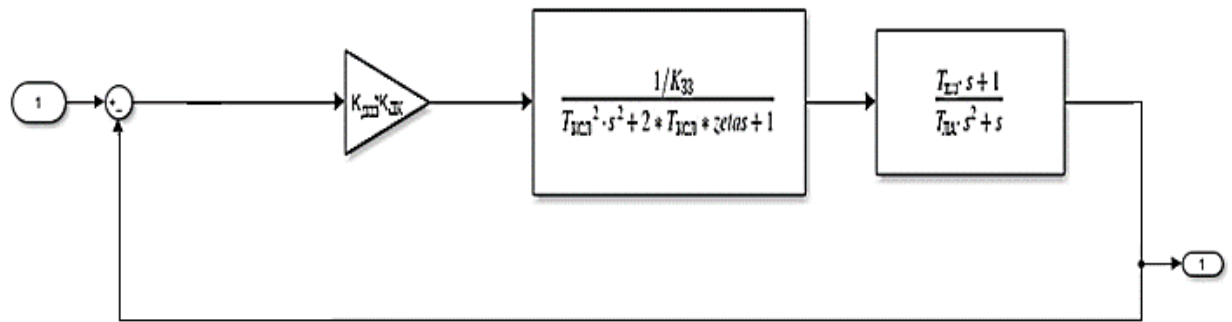


Рис.3.1 – Схема замкненої системи керування для моделювання перехідного процесу

Після збільшення коефіцієнта передачі рульової машини K_{PM} в чотири рази, отримали значення сталої часу $T_{КОЛ}$ та коефіцієнта демпфування ζ , які є меншими вдвічі від визначених за вихідними даними значень. З урахуванням нових параметрів було проведено побудову логарифмічних частотних характеристик розімкненої системи, графіки яких наведено на рис. 3.2. Для порівняльного аналізу та оцінки ефективності зміння частотних характеристик розімкненої системи на рис.3.2 наведено і частотні характеристики, які розімкнена система мала до зазначеної корекції.

За наведеною на рис. 3.1. схемою було розраховано перехідну характеристику скорегованої САК, графік якої наведено на рис. 3.3. Для порівняльного аналізу та оцінки ефективності введеної корекції на рис.3.3 наведено і графік перехідної характеристики, відповідає системі керування курсом літака до зазначеної корекції.

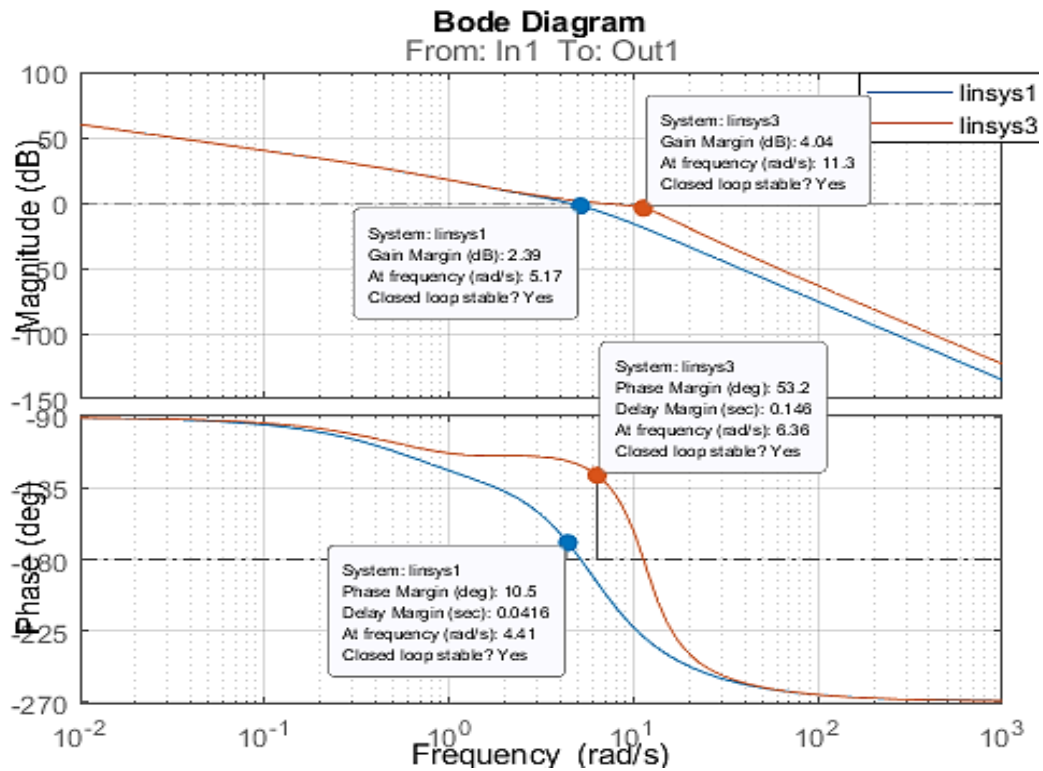


Рис.3.2 – ЛАЧХ та ЛФЧХ системи керування до корекції (сині криві) та після введення корекції (червоні криві) [14]

Як бачимо з наведених на рис.3.2 графіків, запас стійкості за амплітудою збільшився з 2,39 дБ до 4 дБ, а за фазою – з $10,5^0$ до 53^0 [14]. Цей результат значно краще відображає запас стійкості системи керування, адже збільшує відстань характеристик системи від небезпечної зони нестійкості.

Графіки перехідної характеристики на рис.3.3 показують, що тривалість перехідного процесу зменшилась до 3 с, і перерегулювання зменшилось до 30%, амплітуди коливань також значно зменшились порівняно з перехідною характеристикою вихідної системи [14].

Але зменшення вдвічі показника згасання ζ є недоліком такого підходу, тому що в області частоти $\omega_{\text{кол}} = \frac{1}{T_{\text{кол}}}$ відбувається підсилення вхідного гармонічного впливу, в той час, як ця область відповідає за фільтруючу здатність САК. Крім того, отримане значення запасу стійкості за амплітудою

все ще є недостатнім саме через наявність зазначеного підсилення. Тому є необхідність в подальших кроках для корекції САК.

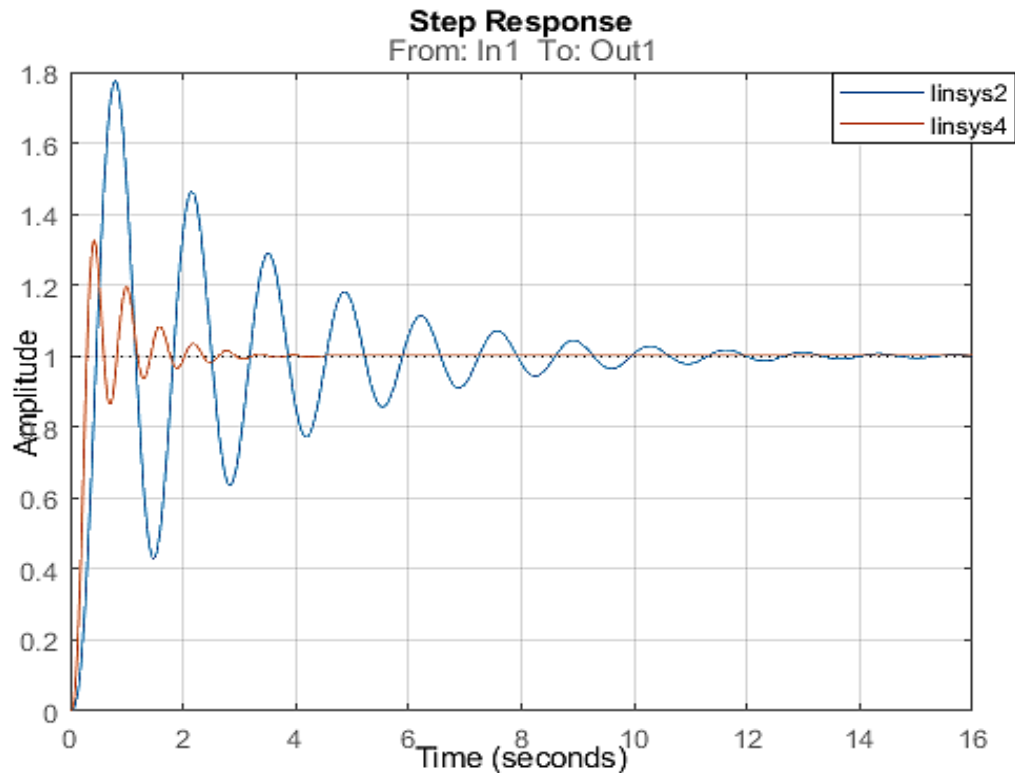


Рис.3.3 – Перехідна характеристика до (синя крива) та після (червона крива) введення корекції [14]

3.3 Застосування для корекції системи автоматичного керування швидкісного зворотного зв'язку, що охоплює блок рульової машини

Для збільшення показника ζ коливальної ланки з передатною функцією (2.53), моделлю якої описується блок рульової машини (в результаті виконаних раніше структурних перетворень), пропонується застосувати корекцію шляхом охоплення коливальної ланки гнучким зворотним зв'язком (швидкісним зворотним зв'язком) через диференціюючу ланку з передатною функцією $W_{zz}^*(p) = k_* p$ [13]. Як було зазначено раніше, такі корегувальні пристрої відносяться до паралельних корегувальних пристроїв, які реалізуються у вигляді місцевих зворотних зв'язків.

У залежності від типу ланок, які використовуються в ланцюзі місцевого зворотного зв'язку, розрізняють жорсткі та гнучкі зворотні зв'язки.

Жорсткий зворотний зв'язок – це зв'язок, що подається на вхід ланки, охопленою ним, як сигнал, який пропорційний вихідній величині цієї ланки (чи останньої із ланок) [13].

Гнучкий зворотний зв'язок – це зв'язок, що подається на вхід охопленої ним ланки, як сигнал, який пропорційний першій похідній від вихідної величини цієї ланки, тобто сигнал зворотного зв'язку пропорційний швидкості зміни вихідної величини ланки, яка охоплена цим зв'язком [13].

У більш загальному випадку за допомогою гнучкого зворотного зв'язку на вхід ланки окрім першої може подається друга й ще більш висока похідна вихідної величини. Якщо жорсткий зворотний зв'язок діє як в перехідному так і в сталому режимах, то гнучкий зворотний зв'язок впливає на роботу системи лише в перехідному режимі [13].

Розглянемо переваги та недоліки використання корекції зі зворотним зв'язком [13]:

- **Переваги:**

- 1) Зменшується залежність показників якості системи від зміни параметрів її елементів, бо в області істотних частот передатна функція ділянки системи, охопленої зворотним зв'язком, визначається зворотною величиною передатної функції паралельного корегувального пристрою;
- 2) Нелінійні характеристики елементів, охоплених зворотним зв'язком, лінеаризуються, так як передатні властивості охопленої ділянки системи визначаються параметрами контуру в ланцюгу зворотного зв'язку;
- 3) Живлення паралельного корегувального пристрою навіть у випадку, коли воно потребує великої потужності, не викликає ускладнень, адже зворотні зв'язки зазвичай починаються з кінцевих ланок системи з потужним виходом;

- 4) Паралельний корегувальний пристрій працює при меншому рівні завад, у порівнянні з послідовними корегувальними пристроями, бо сигнал, який поступає на нього, проходить через усю систему, що є гарним фільтром низьких частот.

- **Недоліки:**

- 1) Паралельні корегувальні пристрої часто являють собою дорогі або громіздкі елементи (наприклад, тахогенератори, диференціювальні трансформатори, тощо);
- 2) З'являються труднощі при підсумовуванні сигналу зворотного зв'язку та сигналу похибки;
- 3) Контур, утворений місцевим зворотним зв'язком, може виявитись сам по собі нестійким.

На рис.3.4 зображено фрагмент схеми, на якому коливальна ланка (2.53) охоплена гнучким зворотним зв'язком.

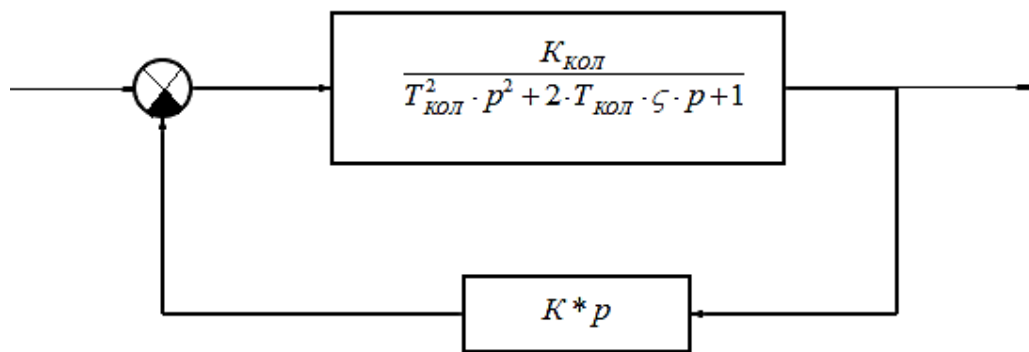


Рис.3.4 – Схема коливальної ланки охопленої гнучким зворотним зв'язком

Перетворимо наведений фрагмент, замінивши його однією ланкою з відповідною передатною функцією. В результаті структурних перетворень отримаємо коливальну ланку з тим самим значенням сталої часу, але зі збільшеним значенням показника згасання [14]:

$$\begin{aligned}
W^*(p) &= \frac{K_{КОЛ}}{T_{КОЛ}^2 \cdot p^2 + 2 \cdot T_{КОЛ} \cdot p \cdot \zeta + 1} = \frac{\frac{K_{КОЛ}}{T_{КОЛ}^2 \cdot p^2 + 2 \cdot T_{КОЛ} \cdot p \cdot \zeta + 1}}{1 + \frac{K_{КОЛ} \cdot K^* \cdot p}{T_{КОЛ}^2 \cdot p^2 + 2 \cdot T_{КОЛ} \cdot p \cdot \zeta + 1}} = \\
&= \frac{K_{КОЛ}}{T_{КОЛ}^2 \cdot p^2 + 2 \cdot T_{КОЛ} \cdot p \cdot \zeta + 1 + K_{КОЛ} \cdot K^* \cdot p} = \frac{K_{КОЛ}}{T_{КОЛ}^2 \cdot p^2 \cdot (2 \cdot T_{КОЛ} \cdot \zeta + K_{КОЛ} \cdot K^*) \cdot p + 1} \quad (3.3)
\end{aligned}$$

З отриманої формули (3.3) запишемо:

$$\begin{aligned}
2 \cdot T_{КОЛ} \cdot \zeta + K_{КОЛ} \cdot K^* &= 2 \cdot T_{КОЛ} \cdot \zeta^* \\
\zeta^* &= \frac{2 \cdot T_{КОЛ} \cdot \zeta}{2 \cdot T_{КОЛ}} + \frac{K_{КОЛ} \cdot K^*}{2 \cdot T_{КОЛ}} = \zeta + \frac{K_{КОЛ} \cdot K^*}{2 \cdot T_{КОЛ}} \quad (3.4)
\end{aligned}$$

Приймемо таке значення показника згасання $\zeta^*=0,9$, яке повинно забезпечуватись в результаті застосованого методу корекції. Тоді з останнього виразу (3.4) визначимо значення коефіцієнта K^* , яке б забезпечувало значення показника згасання $\zeta^*=0,9$ [14]:

$$K^* = \frac{-2 \cdot T_{КОЛ} \cdot (\zeta - \zeta^*)}{K_{КОЛ}} = \frac{-2 \cdot 0,086 \cdot (0,363 - 0,9)}{10} = \frac{0,092364}{10} = 0,0092 \quad (3.5)$$

Перевіримо ефективність запропонованого методу корекції на основі моделювання САК та аналізу її частотних і часових характеристик. Для моделювання використаємо розроблену раніше схему, яку наведено на рис. 3.1 з отриманим у відповідності до (3.4) значенням показника згасання коливальної ланки ζ^* . Для аналізу визначимо ЛАЧХ, ЛФЧХ та перехідну характеристику [14].

На рис. 3.5 наведено графіки ЛАЧХ та ЛФЧХ розімкненої системи до корекції (вихідної системи), які зображені кривими синього кольору, та після корекції – графіки зображені кривими помаранчевого кольору. Як видно з наведених графіків, збільшення показника згасання коливальної ланки забезпечило збільшення запасу стійкості за амплітудою більше, ніж в 4 рази (до 11,2 дБ) порівняно з таким значенням для вихідної системи [14].

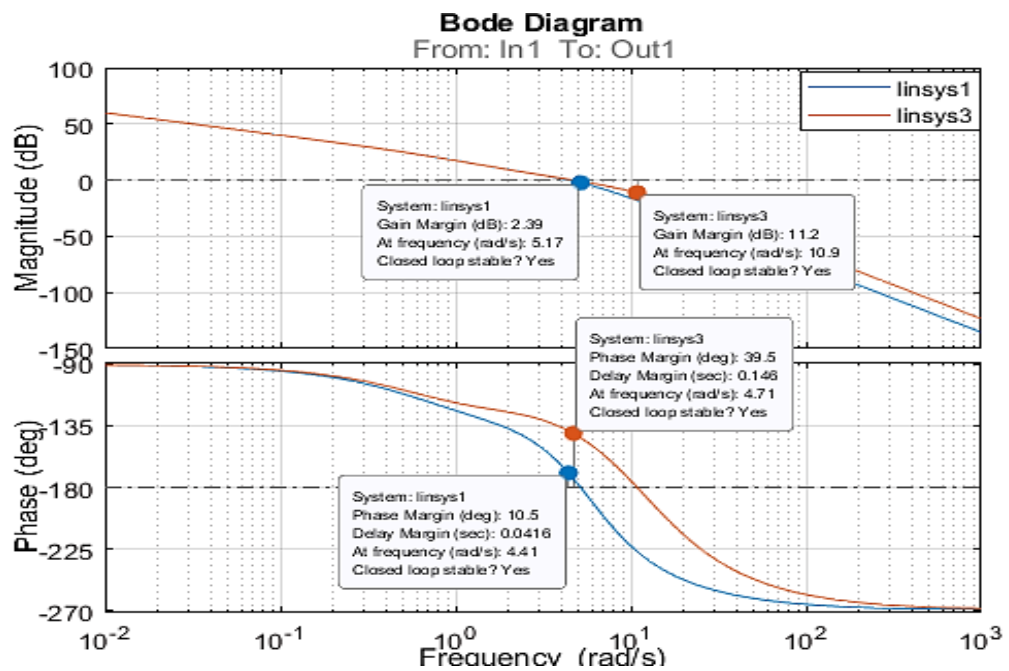


Рис.3.5 – Частотні характеристики системи до корекції (синя крива) та після корекції (помаранчева крива) [14]

На рис. 3.6 наведено графіки перехідної характеристики системи керування кутом курсу ЛА до корекції (крива синього кольору) та після корекції (крива помаранчевого кольору).

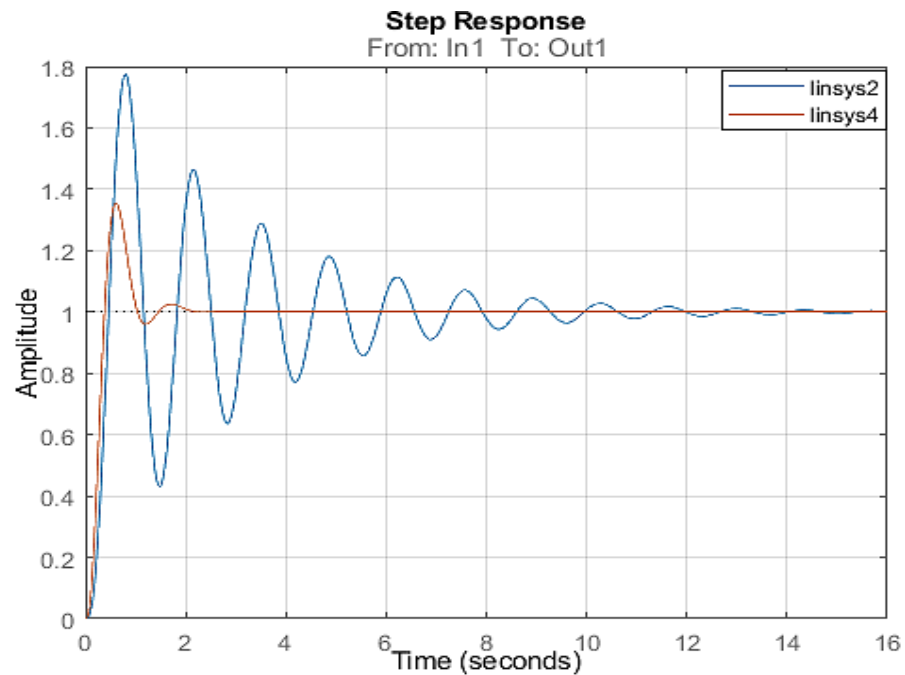


Рис.3.6 – Перехідна характеристика системи до корекції (синя крива) та після корекції (помаранчева крива) [14]

З рис.3.6 бачимо, що система має набагато краще згасання, тобто час перехідного процесу зменшився до 2 с, і як результат зменшилась кількість коливань. Для зменшення перерегулювання доцільно ще збільшити K_{PM} з подальшою корекцією для збільшення показника згасання [14].

Таким чином, аналіз частотних та часових характеристик системи керування кутом курсу ЛА показав, що запропонований метод корекції САК, який складається з двох етапів – зменшення сталої часу коливальної ланки та охоплення цієї ланки гнучким зворотним зв'язком для збільшення показника згасання, є ефективним і позитивно впливає на частотні і перехідну характеристики САК, показники яких наближаються до вимог.

Висновки до Розділу 3

1. Ознайомившись з частотними характеристиками розімкненої системи та перехідною характеристикою замкненої системи, було прийняте рішення ввести в систему керування корекцію з метою покращення динамічних характеристик системи та приведенням їх у відповідність до вимог.
2. На основі методів синтезу корегувальних пристроїв за бажаною логарифмічною частотною характеристикою обґрунтовано таке змінення ЛАЧХ та ЛФЧХ розімкненої системи: розширення області середніх частот ЛАЧХ з нахилом -20дБ/дек на частоті зрізу системи та забезпечення повільнішого спуску ЛФЧХ до значення (-180^0) , яке запропоновано зробити шляхом зменшення сталої часу $T_{КОЛ}$.
3. Проведено моделювання скорегованої системи, в результаті якого отримано такі показники стійкості та якості керування: запас стійкості за амплітудою збільшився з 2,39 дБ до 4 дБ, а за фазою – з $10,5^0$ до 53^0 ; тривалість перехідного процесу зменшилась до 3 с, і перерегулювання зменшилось до 30%, амплітуди коливань значно зменшились порівняно з перехідною характеристикою вихідної системи.

4. Для зменшення показника згасання коливальної ланки, моделлю якої описується результат структурного перетворення контуру підсилювача, рульової машинки та жорсткого зворотного зв'язку, запропоновано використати паралельний корегувальний пристрій, який реалізується у вигляді гнучкого зворотного зв'язку, яким охоплюється коливальна ланка. Визначено значення коефіцієнта підсилення у диференціюючій ланці зворотного зв'язку, за якого забезпечується показник згасання 0,9.
5. Проведено моделювання системи з паралельним корегувальним пристроєм, яке показало, що збільшення показника згасання коливальної ланки забезпечило збільшення запасу стійкості за амплітудою більше, ніж в 4 рази (до 11,2 дБ) порівняно з таким значенням для вихідної системи, а також зменшення як часу перехідного процесу (до 2 с), так і як кількості коливань. Для зменшення перерегулювання доцільно ще збільшити коефіцієнт підсилення рульової машини чи підсилювача з подальшою корекцією САК для збільшення показника згасання.

ВИСНОВОК

У даній дипломній роботі була розглянута й проаналізована система автоматичного керування кутом курсу літака. Щоб провести дослідження потрібно було визначити передатні функції замкненої та розімкненої системи, передатну функцію замкненої системи за похибкою, перевірити систему на стійкість і точність, промодельовати її та оцінити отримані результати. На основі проведених досліджень можна зробити висновки:

1. Найбільш характерними виконавчими пристроями для системи автоматичного керування кутом курсу літака є кермові приводи, які дають можливість переміщувати органи керування літального апарату за керувальними сигналами.
2. Основне призначення будь - якого типу літального апарату полягає в забезпеченні польоту по необхідній траєкторії.
3. Аналіз системи на стійкість за критерієм Гурвіца показав, що всі визначники Гурвіца більше нуля, а отже система стійка.
4. З аналізу частотних характеристик розімкненої системи (ЛАЧХ та ЛФЧХ) зрозуміло, що система стійка, але має малий запас стійкості за амплітудою – менше 3 дБ, а за фазою 10^0 ; а з перехідної характеристики замкненої системи бачимо, що тривалість перехідного процесу складає 9 с, процес коливальний з частотою 0,7 Гц та значними відхиленнями від усталеного значення (перерегулювання складає 80%), що є неприпустимим для систем керування. Тому прийняте рішення вводу корекції.
5. Збільшивши коефіцієнт передачі рульової машини в 4 рази, отримали зменшення сталої часу $T_{кол}$ та коефіцієнта демпфування ζ в два рази. Ці показники значно поліпшили запас стійкості за амплітудою - збільшився з 2,39 дБ до 4 дБ та за фазою – з $10,5^0$ до 53^0 ; а тривалість перехідного процесу зменшилась до 3 с, і перерегулювання зменшилось до 30%. Але такий метод є не зовсім коректним, адже

зменшення вдвічі показника згасання ζ є недоліком такого підходу, тому що в області частоти $\omega_{\text{КОЛ}} = \frac{1}{T_{\text{КОЛ}}}$ відбувається підсилення вхідного гармонічного впливу.

6. Для зменшення показника згасання коливальної ланки, запропоновано використати паралельний корегувальний пристрій. Визначено значення коефіцієнта підсилення у диференціюючій ланці зворотного зв'язку, за якого забезпечується показник згасання 0,9.
7. Використання методу гнучкого зворотного зв'язку - є ефективним і позитивно впливає на частотні і перехідну характеристики САК, показники яких наближаються до вимог.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Методические указания по выполнению курсовых и расчетно-графических работ по теории автоматического управления/ Сост. О.К. Федоров, И.И. Голубничий. – К.: КПИ, 1989. – 72 с.
2. Нестеренко О.І. Кафедра приладів та систем орієнтації і навігації ПБФ. Гіроскопічні і навігаційні прилади-1 конспект лекцій.
3. Коновалов С.Ф., Никитин Е.А, Селиванова Л.М. Гироскопические системы. Проектирование гироскопических систем. Ч.3. - М.: Высш. шк. 1980.
4. Гіроскопічні датчики кутової швидкості [Електронний ресурс]: лекція на тему: «Гіроскопічні датчики кутової швидкості» Пристрій і принцип дії датчика кутової швидкості. Режим доступу: URL: <https://cutt.ly/hbNx9hu>
5. Пельпор Д. С. Гироскопические системы. Гироскопические приборы и системы: Учеб. для вузов по спец. «Гироскоп. Приборы и устройства» / Михалев И. А., Бауман В. А. и др.; Под ред. Пельпора Д. С. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 1988. – 432 с.: — ISBN 5-06-001472.
6. Дослідження динаміки літака. Лабораторний практикум (Степанковський Ю.В.)
7. Попов Е. П. Теория линейных систем автоматического регулирования и управления / Попов Е. П. – М.: Наука, 1978. – 226 с.
8. Конспект лекцій з дисципліни «Електронні прилади та підсилювачі» для студентів спеціальності 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології, спеціалізації». Слобожанюк Р.І. – ХДПК, 2018. – 33 с. Режим доступу: URL: <https://cutt.ly/5bNcJHg>
9. Зворотний зв'язок [Електронний ресурс]: лекція на тему: «Основні типи та правила зворотного зв'язку». Режим доступу: URL: <https://cutt.ly/EbNck03>

- 10.Бурау Н.І. Теорія автоматичного керування: Метод. вказівки до виконання розрахункових робіт / Н.І. Бурау, С.А. Мураховський, Ю.В. Сопілка. – К.: НТУУ «КПІ», 2007. – 32 с.
- 11.Теорія автоматичного керування : метод. вказівки до викон. практ. робіт для студентів напрямів підгот. 6.051003 «Приладобудування», 6.051004 «Опtotехніка» / Уклад.: Н.І. Бурау, Д.О. Півторак. – К.: НТУУ «КПІ», 2015. – 37 с.
- 12.Попович М. Г. Теорія автоматичного керування: Підручник / М. Г. Попович, О. В. Ковальчук. – К.: Либідь, 1997. – 544с.
- 13.Зайцев Г.Ф. Теория автоматического управления и регулирования. 2-е изд., перераб. и доп / Г.Ф. Зайцев. – Л.: Высшая шк. Главное изд-во, 1989. – 431 с.
- 14.Збірник праць XIV Всеукраїнської науково-практичної конференції студентів, аспірантів та молодих вчених “ПОГЛЯД У МАЙБУТНЄ ПРИЛАДОБУДУВАННЯ”, 18-19 травня 2021р. - К.: ПБФ, КПІ ім. Ігоря Сікорського. – 2021. – 42-45 с.