

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

ТЕОРІЯ ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ КУРСОВА РОБОТА

*Рекомендовано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
як навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра
за освітньою програмою «Електронні системи мультимедіа та засоби Інтернету
речей»
спеціальності 171 «Електроніка»*

Київ
КПІ ім. Ігоря Сікорського
2021

Теорія електричних кіл. Курсова робота. [Електронний ресурс] : навч. посіб. для студ. спеціальності 171 «Електроніка» / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад.: Т.Ф. Гумен.— Електронні текстові дані (1 файл: 0,6 Мбайт). — Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. — 58 с.

*Гриф надано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського (протокол № 7 від 13.05.2021р.)
за поданням Вченої ради факультету електроніки (протокол № 03/2021 від 29.03.2021 р.)*

Електронне мережне навчальне видання

ТЕОРІЯ ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ

КУРСОВА РОБОТА

Укладач: *Гумен Тамара Федосіївна*, старший викладач

Відповідальний
редактор *Попович П. В.*, доцент, канд. техн. наук, доцент

Рецензент *Клен К.С.*, канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри електронних пристроїв та систем КПІ ім. Ігоря Сікорського

Розглянуті теоретичні аспекти аналізу лінійних динамічних кіл в часовій та частотній області: метод інтеграла згортки та символічний метод на основі комплексно-частотної функції, а також структура та вимоги до курсової роботи. Особливістю навчального посібника є те, що наведені організаційні вказівки до виконання курсової роботи, детальні вимоги до її оформлювання та контрольні питання допоможуть студентам більш ефективно спланувати час опрацювання теоретичного матеріалу, виконання розрахункової частини, оформлювання пояснювальної записки, а також підготовки до її захисту.

ЗМІСТ

Вступ

1	Загальні вимоги до структури та оформлювання курсової роботи	5
1.1	Мета курсової роботи	5
1.2	Завдання на курсову роботу	5
1.3	Організаційні вказівки до виконання курсової роботи	6
1.4	Структура КР та пояснювальної записки	6
1.5	Оформлювання пояснювальної записки КР	7
2	Визначення реакції кола на вхідний сигнал довільної форми методом інтеграла Дюамеля (інтеграла згортки)	12
2.1	Загальні положення	12
2.2	Особливості практичного застосування інтеграла згортки	13
2.3	Приклад аналізу кола методом інтеграла згортки	17
3	Аналіз частотних властивостей лінійних динамічних кіл	25
3.1	Види частотних характеристик	25
3.2	Методи визначення комплексної частотної функції	30
3.3	Приклад аналізу частотних властивостей кола	32
4	Контрольні питання	46
	Перелік джерел посилання	49
	Додаток А Приклад оформлювання титульного аркуша	50
	Додаток Б Приклад оформлювання завдання	51
	Додаток С Принципові електричні схеми заданого кола	53
	Додаток Д Таблиці параметрів завдання	57

ВСТУП

Начальна дисципліна «Теорія електричних кіл» є невід’ємною складовою циклу дисциплін загальної підготовки здобувачів ступеня бакалавра спеціальності «171 Електроніка», які закладають фундамент якісної підготовки фахівців у галузі знань «Електроніка та телекомунікації».

Знання з дисципліни «Теорія електричних кіл», необхідні практичні навички та вміння набуваються здобувачами у поєднанні різних видів роботи на лекційних, практичних, лабораторних заняттях і обов’язково самостійної роботи.

В навчальному посібнику коротко, але достатньо повно, розглянуті теоретичні аспекти аналізу лінійних динамічних кіл методом інтеграла Дюамеля та символічним методом на основі комплексно-частотної функції в часовій та частотній областях, визначені основні їх особливості, властивості та сутність.

Наведені теоретичні відомості, практичні приклади та організаційні вказівки до виконання курсової роботи дозволять здобувачам детальніше розібратися з аналізом і розрахунком лінійних динамічних кіл в часовій та частотних областях.

1 ЗАГАЛЬНІ ВИМОГИ ДО СТРУКТУРИ ТА ОФОРМЛЮВАННЯ КУРСОВОЇ РОБОТИ (КР)

1.1 Мета КР

Метою КР є оволодіння студентами навичок дослідження частотних властивостей лінійних динамічних кіл символьним методом на основі комплексно-частотної функції та визначення реакції лінійного динамічного кола на вхідний сигнал довільної форми методом інтеграла Дюамеля [1,2, 3, 6-11].

1.2 Завдання на КР

Для заданого лінійного динамічного кола (див. варіант) виконати наступне:

1. Методом інтеграла згортки обчислити реакцію кола на вхідний сигнал довільної форми (варіант див. табл. 3). Результати навести в графічній та табличній формах.
2. На основі заданої комплексно-частотної функції (варіант див.табл.3) розрахувати для десяти значень частоти такі частотні характеристики: АЧХ, ФЧХ, АФХ, ХГЧЗ, ЛАЧХ, ЛФЧХ, характеристику затухання. Результати представити в табличній та графічній формах.
3. Обчислити значення граничних частот смуги пропускання на рівні 3дБ, групового часу запізнення в межах смуги пропускання.
4. Провести дослідження залежності АЧХ та ФЧХ від зміни параметрів одного з елементів (варіант див.табл.3) Дослідження виконати спочатку якісно та підтвердити кількісно (на основі розрахунків). Результати представити в табличній та графічній формах.
5. Вхідний сигнал для виконання п.1 див. рис.1,2,3,4 у відповідності з варіантом завдання.
6. Вхідний сигнал для виконання п.2 – $u(t) = U_m(t) \cos(\omega t + \alpha_u)$
7. Значення параметрів елементів ЛДК приведені в табл.1

8. Елемент навантаження – табл. 2

1.3 Організаційні вказівки до виконання КР

Здобувач отримує індивідуальне завдання на КР (варіант завдання визначається викладачем). Індивідуальне завдання оформлюється на бланку (див. Додаток Б).

Виконувати КР рекомендується у відповідності до календарного плану (див. Додаток Б).

При складанні календарного плану виконання КР студент у межах визначених термінів оптимально планує свій час з урахуванням індивідуальних властивостей та здібностей для підготовки інформації, її обдумування та аналізу, виконання розрахунків, рисунків, таблиць, оформлювання текстового та графічного матеріалу.

Для оптимізації процесу виконання КР рекомендується використовувати різноманітні пакети комп'ютерних програм для виконання розрахунків, побудови таблиць і графіків тощо.

КР оцінюється у відповідності Рейтинговою системою оцінювання успішності кредитного модуля «Теорія електричних кіл (курсова робота)»

Виконана КР, що не відповідає індивідуальному завданню, не зараховується.

1.4 Структура КР та пояснювальної записки

КР складається із титульного аркуша (Додаток А), завдання (Додаток Б), пояснювальної записки.

Пояснювальна записка містить такі структурні елементи: зміст, вступ, основна частина, висновки, перелік джерел посилання, додатки і має у стислій формі розкривати зміст завдання, містити методики та результати розрахунків, аналіз розрахунків, необхідні ілюстрації, графіки, таблиці, схеми, рисунки тощо.

Зміст має включати: вступ, найменування всіх розділів, підрозділів, пунктів основної частини роботи, висновки, перелік джерел посилання, додатки.

У вступі зазначається актуальність теми КР, мета роботи, методи дослідження, чітка постановка задачі виконання курсової роботи.

Основна частина КР містить відомості необхідні для розкриття суті КР: короткі пояснення, стислі обґрунтування, розрахунки, формули, ілюстрації, таблиці, графіки. Суть основної частини подається у вигляді розділів, підрозділів, пунктів, а при необхідності і підпунктів.

У висновках подається оцінка проведеного дослідження з точки зору відповідності отриманих результатів поставленій задачі та формулюються пропозиції стосовно їхнього практичного застосування

У переліку джерел посилання бібліографічні описи подають у порядку, за яким джерела вперше згадують у тексті. Порядкові номери бібліографічних описів у переліку джерел мають відповідати посиланням на них у тексті

До додатків можна включати діаграми, графіки, схеми, таблиці результатів, лістинги використовуваних комп'ютерних програм.

1.5 Оформлювання пояснювальної записки КР [4,5]

Текст пояснювальної записки до КР повинен бути чітким, однозначним, без зайвих повторень відомих положень теорії. Викладки та розрахунки потрібно обов'язково супроводжувати короткими поясненнями та коментарями. Наприклад «Відповідно до властивостей подільника напруги....», «Оскільки елементи з'єднані послідовно, то...»

Оформлювання пояснювальної записки має відповідати Національному стандарту України «Звіти у сфері науки і техніки. Структура та правила оформлювання». ДСТУ 3008:2015. Видання офіційне. Київ, ДП «Укр.НДНЦ» 2016.

Пояснювальну записку до КР, згідно з [4], виконують машинним (за допомогою комп'ютерної техніки) чи машинописним способом на одному боці

аркуша білого паперу формату А4 (шрифт Times New Roman, 14 пт, міжрядковий інтервал 1,5, береги: верхній і нижній - не менше 20 мм, лівий – не менше 25мм, правий - не менше 10 мм).

Сторінки слід номерувати наскрізно арабськими цифрами. Номер сторінки проставляють праворуч у верхньому куті без крапки в кінці.

Титульний аркуш, лист завдання включають до загальної нумерації сторінок, номер сторінки на титульному аркуші та листі завдання не проставляють.

Наведення числового результату розрахунків без попереднього запису у формулі замість буквених символів числових значень величин, які входять до неї, не допускається .

Кінцеві числові результати розрахунків повинні містити не менше п'яти цифр після коми.

Доцільно дотримуватись розмірностей величин, що відносяться до однієї з груп узгоджених для системи СІ одиниць:

V, мА, кОм, мСм, мкФ, мс, кГц, Гн;

V, мА, кОм, мСм, нФ, мкс, МГц, мГн;

V, мА, кОм, мСм, пФ, нс, ГГц, мкГн.

Основна частина роботи складається з розділів і підрозділів, пунктів і підпунктів, які мають заголовки.

Заголовки структурних елементів і розділів необхідно розміщувати посередині рядка і друкувати (записувати) великими літерами без крапки в кінці.

Заголовки підрозділів, пунктів і підпунктів записуються маленькими літерами, крім першої великої, без крапки в кінці та починаються з абзацного відступу.

Абзацний відступ повинен бути однаковим впродовж усього тексту і дорівнювати п'яти знакам (приблизно 1,25 см). Якщо заголовок складається з двох і більше речень, їх розділяють крапкою.

Відстань між заголовком і наступним або попереднім текстом має бути не

менше двох рядків. Відстань між двома заголовками приймають такою, як в тексті. Забороняється підкреслювати та переносити слова в заголовках.

Розділи, підрозділи, пункти та підпункти нумеруються арабськими цифрами. Номер підрозділу складається з номера розділу та порядкового номера підрозділу, розділених крапкою, наприклад: 1.1, 1.2 і т.д. Номер пункту складається з номера розділу, номера підрозділу (якщо він є) і порядкового номера пункту, розділених крапками і т.п.

Найменування структурних елементів роботи "ЗМІСТ", "ВИСНОВКИ", "РЕКОМЕНДАЦІЇ", "ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ" - не нумерують.

Оформлювання формул. Всі формули повинні бути набрані в редакторі формул. Стиль формул – математичний. Розміри символів у формулах: звичайний – 14 пт, крупний індекс – 10 пт, малий індекс – 8 пт, крупний символ – 18 пт, малий символ – 12 пт. Цифри, грецькі букви та букви кирилиці не повинні мати нахилу.

Перед і після кожної формули (рівняння, співвідношення), якщо вона виноситься на центр, залишають один порожній рядок. Нумеруються лише ті формули, на які є посилання в тексті. Номер формули складається з номера розділу і її порядкового номера, відокремлених крапкою, наприклад, (3.2) – друга формула третього розділу. Номер формули записується праворуч від неї в кінці рядка, в якому формула розміщується.

При посиланнях на формули (рівняння, співвідношення) потрібно записувати таке: «... відповідно до (3.1)...», «реакція системи або похибка збільшується (див. (10.2)...».

Символи, параметри та коефіцієнти, що входять в формулу, необхідно пояснювати. Пояснення розміщуються безпосередньо після формули в послідовності, що визначається їх записом у формулі.

При підстановці в формули числових значень символів позначення їх одиниць виміру не записується. Одиниці виміру записуються з пропуском після числового значення результату обчислень без перенесення та дужок. Не допускається записувати кінцевий результат обчислень без попереднього запису

числових значень символів, що входять в формулу.

Наприклад:

$R = u / i = 100 / 20 = 5 \text{ кОм}$ - правильно; $R = u / i = 5 \text{ кОм}$ - неправильно.

Оформлювання рисунків. Рисунок (креслення, графік, схема, діаграма, фотознімок) вирівнюється по центру без абзацного відступу. Перед рисунком та після нього (підпису за його наявності) залишають по одному порожньому рядку. Якщо на рисунку є координатні вісі, то їх обов'язково підписувати, зберігаючи розмір літер 14 пт.

Номер рисунку складається з номера розділу і порядкового номера рисунку, відокремлених крапкою, наприклад, рисунок 3.2 - другий рисунок третього розділу.

Не допускається, щоб рисунок був на одній сторінці, а його підпис на іншій. Якщо в тексті є посилання на рисунок, то його слід оформлювати у такий спосіб: «як показано на рис. 1.1, ...див. рисунок 3.5...».

Оформлювання таблиць. Таблицю слід розташовувати безпосередньо після тексту, у якому вона згадується вперше, або на наступній сторінці. На всі таблиці мають бути посилання в тексті, наприклад: «...розраховані дані представлені в табл. 2.1».

Нумерують таблиці в межах розділу арабськими цифрами, за винятком таблиць, що наводяться у додатках. Номер таблиці складається з номера розділу та порядкового номера таблиці, наприклад, "Таблиця 1.1" - перша таблиця першого розділу.

Кожна таблиця позначається словом "Таблиця", яке разом з її порядковим номером та тематичною назвою розміщують над таблицею ліворуч. Назву таблиці записують малими, крім першої великої, літерами. Для компактного представлення інформації допускається встановлювати міжрядковий інтервал в таблиці 1 замість 1,5.

Оформлювання додатків. Додатки оформляються як продовження пояснювальної записки курсової роботи.. Кожний додаток має починатися з нової

сторінки і повинен мати заголовок (найменування), надрукований вгорі малими літерами з першої великої симетрично відносно тексту сторінки. Посередині рядка над заголовком великими літерами друкується слово "ДОДАТОК" і велика літера, що його позначає, наприклад ДОДАТОК А.

Додатки позначають послідовно великими літерами української абетки, за винятком літер Г, Є, З, І, Ї, Й, О, Ч, Ї. Додатки мають спільну з рештою роботи наскрізну нумерацію сторінок.

Ілюстрації, таблиці, формули і рівняння, що є у тексті додатка, слід нумерувати в межах кожного додатка, наприклад, рисунок Е.3 - третій рисунок додатка Е; таблиця Б.2 - друга таблиця додатка Б; формула (С.2.1) - перша формула розділу другого додатка С.

В посиланнях у тексті додатка на ілюстрації, таблиці, формули тощо рекомендується писати: "... на рис. А.2 ...", " ... за формулою (В.1) ... ", " ... в таблиці Б.3 ...".

Перелік джерел посилання [5]. При написанні пояснювальної записки автор обов'язково повинен давати посилання на джерела, матеріали або окремі результати з яких наводяться в пояснювальній записці. Посилання в тексті пояснювальної записки на джерела слід зазначати порядковим номером за переліком посилань, виділеним двома квадратними дужками, наприклад, "... у працях [1-7]...".

Перелік посилань оформлюється у відповідності з ДСТУ 8302:2015. Інформація та документація. Бібліографічне посилання. Загальні положення та правила складання / Нац. стандарт України. – Вид. офіц. – [Уведено вперше ; чинний від 2016-07-01]. – Київ : ДП «УкрНДНЦ», 2016. – 17 с.

2 ВИЗНАЧЕННЯ РЕАКЦІЇ КОЛА НА ВХІДНИЙ СИГНАЛ ДОВІЛЬНОЇ ФОРМИ МЕТОДОМ ІНТЕГРАЛА ДЮАМЕЛЯ (ІНТЕГРАЛА ЗГОРТКИ)

2.1 Загальні положення

Даний метод відноситься до класу методів аналізу динамічних систем у часовій області, коли як діючий сигнал, так і властивості системи описуються функцією часу [1,3,7-9,11].

В основі методу лежать такі два принципи:

- а) принцип розкладання довільного сигналу на суму так званих елементарних, яка з деякою точністю відповідає початковому сигналу;
- б) принцип суперпозиції: реакція лінійного кола (і тільки лінійного) на довільну дію є алгебраїчною сумою реакцій на її окремі компоненти.

При розкладанні довільного сигналу використовуються *одиничний ступінчастий* $\sigma(t)$ та *одиничний імпульсний* $\delta(t)$ сигнали. Реакція на такі елементарні сигнали визначається часовими характеристиками: *перехідною* $h(t)$ або *імпульсною* $g(t)$ [1,3]. Такі розкладання разом із принципом суперпозиції складають основу методу *інтеграла Дюамеля*, різновидами якого є методи *імпульсних* та *перехідних характеристик*.

Метод імпульсних характеристик. Припустімо, що на вході лінійного кола діє довільний сигнал $s(t)$. Тоді реакція

$$y(t) = F\{x(t)\}.$$

Згідно з динамічним зображенням через одиничний імпульсний сигнал дію $x(t)$ можна розбити на сукупність імпульсних сигналів відповідної площі [1,3,7-9,11]. Тоді реакція

$$y(t) = F\left\{\int_{-\infty}^t x(\lambda)\delta(t-\lambda)d\lambda\right\} = \int_{-\infty}^t x(\lambda)\underbrace{F\{\delta(t-\lambda)\}}_{g(t-\lambda)}d\lambda = \int_{-\infty}^t x(\lambda)g(t-\lambda)d\lambda,$$

де враховано, що оператор F , який зв'язує $x(t)$ та $y(t)$, діє тільки на підінтегральний вираз, що є функцією часу. Отже,

$$\forall t: y(t) = \int_{-\infty}^t x(\lambda)g(t-\lambda)d\lambda. \quad (2.1)$$

Якщо дія прикладається в момент часу $t=0$, у рівнянні (2.1) нижню межу можна замінити на нуль, а якщо $t=t_0$, то на t_0 .

Інтеграл (2.1) – *інтеграл Дюамеля (суперпозиції, накладання, згортки)*, виражений через вхідний сигнал та імпульсну характеристику, і є основою методу імпульсних характеристик. Інша його форма запису:

$$y(t) = \int_{-\infty}^t x(\lambda)g(t-\lambda)d\lambda = \int_{-\infty}^t x(t-\lambda)g(\lambda)d\lambda = x(t) * g(t). \quad (2.2)$$

(0, t₀) (0, t₀)

Метод перехідних характеристик. Якщо вхідний сигнал $x(t)$ немає стрибків першого роду, тоді реакція (з урахуванням динамічного зображення дії через одиничні ступінчасті сигнали) [1,3].

$$y(t) = F\{x(t)\} = F\left\{\int_{-\infty}^t x'(\lambda)\sigma(t-\lambda)d\lambda\right\} = \int_{-\infty}^t x'(\lambda)F\{\underbrace{\sigma(t-\lambda)}_{h(t-\lambda)}\}d\lambda = \int_{-\infty}^t x'(\lambda)h(t-\lambda)d\lambda \Rightarrow$$

$$y(t) = \int_{-\infty}^t x'(\lambda)h(t-\lambda)d\lambda = \int_{-\infty}^t x'(t-\lambda)h(\lambda)d\lambda = x'(t) * h(t). \quad (2.3)$$

Інтеграл (2.3) – інтеграл Дюамеля через довільний вхідний сигнал і перехідну характеристику кола – основа методу перехідних характеристик. Нижня межа цього інтеграла також може бути 0 або t_0 .

2.2 Особливості практичного застосування методу інтеграла згортки.

Такі особливості зумовлюються властивостями діючого сигналу та електричного кола, зокрема його часовими характеристиками.

- **Ураховування моменту прикладання дії.** Якщо сигнал $x(t)=0 \quad \forall t<0$ або $x(t)=t_0 \quad \forall t < t_0$, в якості нижньої межі інтеграла Дюамеля береться нуль або t_0 .
- **Вхідний сигнал має стрибки або розриви першого роду.** У цьому разі

доцільно використовувати інтеграл Дюамеля, або як згортку вхідного сигналу та імпульсної характеристики кола

$$y(t) = \int_{-\infty}^t x(\lambda)g(t-\lambda)d\lambda = \int_{-\infty}^t x(t-\lambda)g(\lambda)d\lambda = x(t) * g(t), \quad (2.4)$$

або варіацію інтегралу Дюамеля у формі через перехідну характеристику та похідну діючого сигналу.

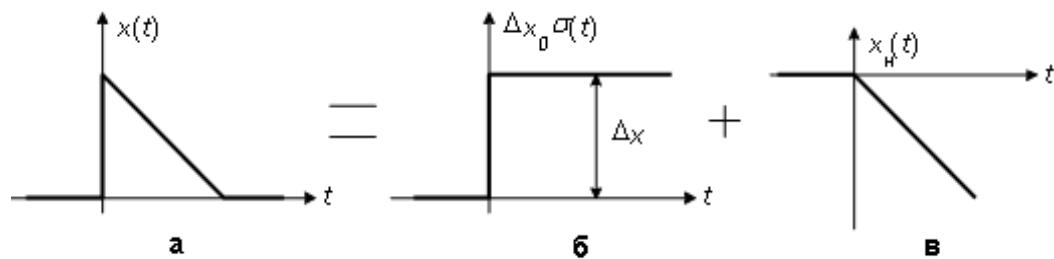


Рисунок 2.1 - Розкладання сигналу з стрибком на суму двох складових.

Приклад. Припустімо, що вхідний сигнал має стрибки або розриви 1-го роду в момент прикладання діючого сигналу t_0 , а $t_0 = 0$ (рис. 2.1,а). Тоді сигнал можна подати у вигляді суми двох доданків, перший із яких – ступінчатий сигнал, а другий доданок – неперервний сигнал без стрибків: $x(t) = x(0)\sigma(t) + x_h(t)$ (рис. 2.1,б і в).

Реакція:

$$y(t) = F\{x(t)\} = F\{x(0)\sigma(t)\} + F\{x_h(t)\} = x(0)F\{\sigma(t)\} + F\left\{\int_0^t x'_h(\lambda)\sigma(t-\lambda)d\lambda\right\} = x(0)h(t) + \int_0^t x'_h(\lambda)h(t-\lambda)d\lambda$$

Якщо стрибків декілька в моменти часу $t_0, t_1, t_2, \dots, t_k$, то

$$y(t) = \sum_{\substack{k=0 \\ k=-\infty}}^m \Delta x_k h(t-t_k) + \int_{\substack{-\infty \\ (0,t_0)}}^t x'_h(\lambda)h(t-\lambda)d\lambda \quad (2.5)$$

де Δx_k - величина стрибка вхідного сигналу в точці t_k .

Отже, якщо задана перехідна характеристика і вхідний сигнал має декілька стрибків першого роду, використовують інтеграл Дюамеля у формі (2.5).

- **Вхідний сигнал на різних часових проміжках визначається різними**

функціональними залежностями. У таких випадках загальна реакція кола визначається *припасовуванням* реакцій від дії компонент вхідного сигналу для часових проміжків, на яких вхідний сигнал виражається однією функціональною залежністю. При цьому весь часовий інтервал дослідження (t_0, ∞) розбивається на часові підінтервали, які слідують один за одним і для кожного з яких має місце один єдиний опис вхідного сигналу. При визначенні реакції для кожного наступного підінтервалу обов'язково враховується значення реакції кола в кінці попереднього.

Приклад. Розглянемо в якості діючого сигнал на рис. 2.2. Підінтервали однозначного опису $[0; t_1]$; $[t_1; t_2]$; $[t_2; \infty]$. Використаємо метод перехідних характеристик. На інтервалі $[0; t_1]$

$$y(t) = \Delta x_0 h(t) + \int_0^t x'_{н1}(\lambda) h(t - \lambda) d\lambda$$

На інтервалі $[t_1; t_2]$

$$y(t) = \Delta x_0 h(t) + \int_0^{t_1} x'_{н1}(\lambda) h(t - \lambda) d\lambda + (-\Delta x_1) h(t - t_1) + \int_{t_1}^{t_2} x'_{н2}(\lambda) h(t - \lambda) d\lambda$$

Для $t \in [t_2; \infty]$

$$y(t) = \Delta x_0 h(t) + \int_0^{t_1} x'_{н1}(\lambda) h(t - \lambda) d\lambda - \Delta x_1 h(t - t_1) + \int_{t_1}^{t_2} x'_{н2}(\lambda) h(t - \lambda) d\lambda + \\ + \Delta x_2 h(t - t_2) + \int_{t_2}^t x'_{н3}(\lambda) h(t - \lambda) d\lambda$$

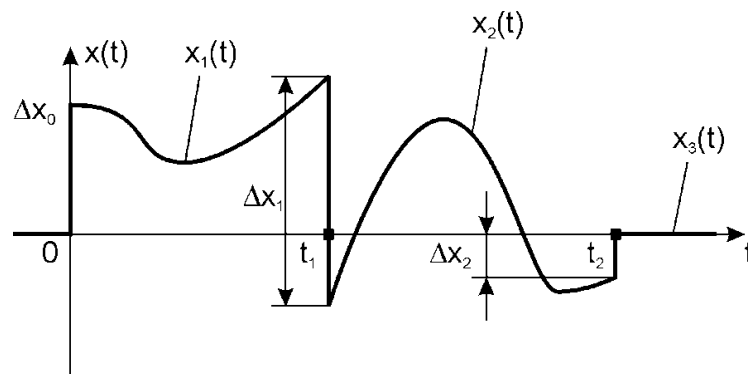


Рисунок 2.2 - Сигнал складної форми

- **Особливості, зумовлені властивостями кола.** Вони пов'язані з можливою стрибкоподібною зміною перехідної характеристики $h(t)$ в момент часу $t_0 = 0$ (або $h(t - t_0)$ для $t_0 \neq 0$). Тоді імпульсна характеристика $g(t)$ (для $t_0 = 0$)

$$g(t) = \frac{dh(t)}{dt} = \frac{d}{dt}(h(0)\sigma(t) + h_{\text{н}}(t)) = h(0)\frac{d\sigma(t)}{dt} + \frac{dh_{\text{н}}}{dt} = h(0)\delta(t) + g_{\text{н}}(t). \quad (2.6)$$

Якщо перехідна характеристика має стрибок 1-го роду, то імпульсна характеристика міститиме δ -подібну складову, і при аналізі використовують інтеграл Дюамеля в формі:

$$\begin{aligned} y(t) &= x(t) * g(t) = \int_0^t x(\lambda)g(t-\lambda)d\lambda = \int_0^t x(\lambda)(h(0)\delta(t-\lambda) + g_{\text{н}}(t-\lambda))d\lambda = \\ &= \int_0^t x(\lambda)h(0)\delta(t-\lambda)d\lambda + \int_0^t x(\lambda)g_{\text{н}}(t-\lambda)d\lambda = h(0)x(t) + \int_0^t x(\lambda)g_{\text{н}}(t-\lambda)d\lambda. \end{aligned}$$

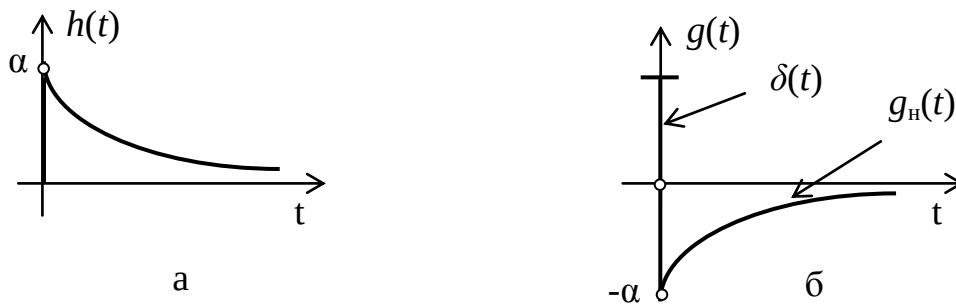


Рисунок 2.3 - Приклад перехідної характеристики із стрибком (а)
та відповідна імпульсна характеристика (б)

В перетвореннях останнього виразу використана стробуюча властивість δ -функції: $x(t) = \int_{-\infty}^t x(\lambda)\delta(t-\lambda)d\lambda$.

Приклад. Перехідна характеристика кола $h(t) = \alpha e^{-\alpha t} \sigma(t)$ має вигляд спадаючої експоненти зі стрибком у момент часу $t=0$ (рис. 2.3,а). Її диференціювання дає імпульсну характеристику $g(t) = \alpha\delta(t) - \alpha e^{-\alpha t} \sigma(t) = h(0)\delta(t) + g_{\text{н}}(t)$ з дельта-

подібною складовою в той же момент часу (рис. 2.3,б). Для діючого сигналу довільної форми реакція такого кола:

$$\begin{aligned} y(t) &= h(0)x(t) + \int_0^t x(\lambda)g_h(t-\lambda)d\lambda = \alpha x(t) + \int_0^t x(\lambda)\alpha e^{-(t-\lambda)}d\lambda = \\ &= \alpha x(t) + \alpha e^{-\alpha t} \int_0^t x(\lambda)e^{\lambda}d\lambda. \end{aligned}$$

2.3 Приклад аналізу кола методом інтеграла згортки

Для визначення реакції лінійного динамічного кола (рис. 2.4,а) на сигнал довільної форми методом інтеграла Дюамеля (згортки) потрібно знати часові характеристики: або імпульсну, або перехідну. Визначимо перехідну характеристику класичним методом [1,3,6,10]. Складемо диференціальне рівняння кола відносно реакції, якою у даному випадку є напруга на резистивному елементі R_2 .

Задамо в колі на рис.2.4,а додатні напрямки струмів. Згідно з першим законом Кірхгофа для вузлів кола:

$$\left\{ \begin{aligned} i_{\text{вх}} &= i_{R_2}; \quad i_{R_2} = i_{C_1} + i_{R_1}; \quad i_{R_1} = i_{L_1}; \quad i_{L_1} + i_{C_1} = i_{\text{вх}}. \end{aligned} \right.$$

Відповідно до другого закону Кірхгофа для контурів кола:

$$\left\{ \begin{aligned} u_{\text{вх}} - u_{C_1} - u_{R_2} &= 0; \quad u_{C_1} - u_{L_1} - u_{R_1} = 0. \end{aligned} \right.$$

З урахуванням компонентного рівняння індуктивного елемента:

$$u_{\text{вх}} - L_1 \frac{d(i_{R_2} - i_{C_1})}{dt} - (i_{R_2} - i_{C_1}) \cdot R_1 = u_{R_2}.$$

Виразимо струм i_{C_1} через вхідну і вихідну напруги:

$$i_{C_1} = C_1 du_{C_1} / dt_1 = C_1 d(u_{\text{вх}} - u_{R_2}) / dt.$$

Тоді,

$$u_{\text{вх}} - L_1 \cdot \left(\frac{1}{R_2} \cdot \frac{du_{R_2}}{dt} - \frac{d}{dt} \left(C_1 \frac{d(u_{\text{вх}} - u_{R_2})}{dt} \right) \right) - \left(\frac{u_{R_2}}{R_2} - C_1 \frac{d(u_{\text{вх}} - u_{R_2})}{dt} \right) \cdot R_1 = u_{R_2}.$$

Згрупувавши коефіцієнти при похідних окремих порядків та поділивши ліву і

праву частини на C_1L_1 , отримаємо

$$\frac{d^2 u_{R2}}{dt^2} + \left(\frac{1}{R_2 C_1} + \frac{R_1}{L_1} \right) \frac{du_{R2}}{dt} + \left(\frac{R_1 + R_2}{R_2 C_1 L_1} \right) \cdot u_{R2} = \frac{d^2 u_{BX}}{dt^2} + \frac{R_1}{L_1} \frac{du_{BX}}{dt} + \frac{1}{L_1 C_1} u_{BX}.$$

Звідси

$$\frac{d^2 u_{R2}}{dt^2} + 2 \cdot \alpha \cdot \frac{du_{R2}}{dt} + \omega_p^2 \cdot u_{R2} = \frac{d^2 u_{BX}}{dt^2} + \frac{R_1}{L_1} \frac{du_{BX}}{dt} + \frac{1}{L_1 C_1} u_{BX}, \quad (2.7)$$

де

$$\alpha = \frac{1}{2 \cdot R_2 C_1} + \frac{R_1}{2 \cdot L_1} = \frac{1}{2 \cdot 10^4 \cdot 0,3 \cdot 10^{-9}} + \frac{1,2 \cdot 10^3}{2 \cdot 33 \cdot 10^{-3}} = 1,8485 \cdot 10^5 \text{ рад/с},$$

$$\omega_p = \sqrt{\frac{R_1 + R_2}{R_2 \cdot L_1 \cdot C_1}} = \sqrt{\frac{1,2 \cdot 10^3 + 10^4}{10^4 \cdot 33 \cdot 10^{-3} \cdot 0,3 \cdot 10^{-9}}} = 3,3635 \cdot 10^5 \text{ рад/с},$$

а також ураховано, що $R=1,2 \text{ кОм}$; $R=10 \text{ кОм}$; $C=0,3 \text{ нФ}$; $L=33 \text{ мГн}$.

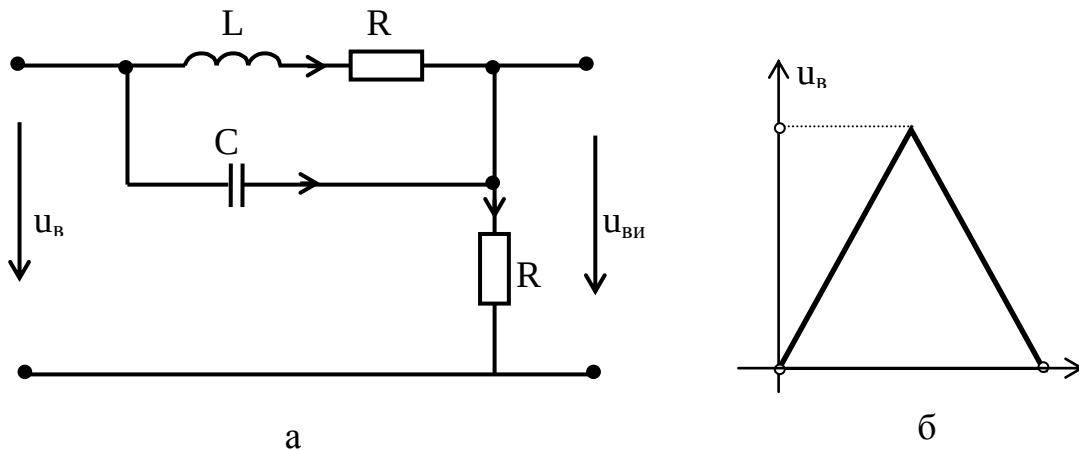


Рисунок 2.4 - Динамічне коло 2-го порядку (а) та діючий сигнал (б)

Постійна часу лінійного динамічного кола:

$$\tau = 1/\alpha = 1/1,8485 \cdot 10^5 = 5,4098 \cdot 10^{-6} \text{ с}.$$

Оскільки $\alpha < \omega_p$, то корені характеристичного рівняння є комплексними, тому перехідний процес, а отже і перехідна характеристика, повинні мати коливальний характер.

Відповідно до класичного методу: $u_{R2}(t) = u_{R2\text{вим}}(t) + u_{R2\text{в}}(t).$

Вимушену складову реакції визначимо з аналізу усталеного режиму постійного сигналу, до якого прямує лінійне динамічне коло при прикладанні одиничного ступінчастого сигналу $u_{\text{вх}}(t) = \sigma(t)$. Подамо коло на рис. 2.4,а колом на рис. 2.5, в якому враховано особливості поведінки реактивних елементів в усталеному режимі постійного сигналу.

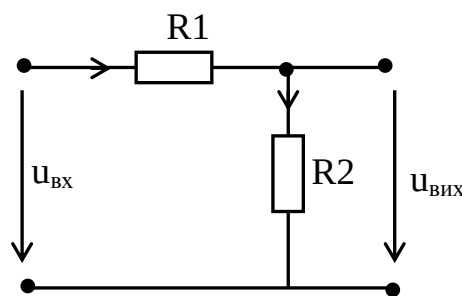


Рисунок 2.5

За правилом "свого плеча"

$$u_{R2\text{вим}}(t) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \sigma(t) = \frac{10^4}{1,2 \cdot 10^3 + 10^4} \sigma(t) = 0,8929 \cdot \sigma(t).$$

Вільну складову реакції кола на одиничний ступінчастий сигнал з урахуванням комплексних коренів характеристичного рівняння знайдемо у такому вигляді:

$$u_{R2\text{в}}(t) = 2|A_1|e^{-\alpha t} \cos(\omega_{\text{в}} t + \theta),$$

де A_1 і θ - постійні інтегрування; $\omega_{\text{в}}$ – частота вільних коливань, причому:

$$\omega_{\text{в}} = \sqrt{\omega_p^2 - \alpha^2} = \sqrt{(3,3635 \cdot 10^5)^2 - (1,8485 \cdot 10^5)^2} = 2,81 \cdot 10^5 \text{ рад/с.}$$

Знайдемо постійні інтегрування з таких умов:

$$\begin{cases} u_{R_2}(0) = u_{R_{2\text{ВМ}}}(0) + u_{R_{2\text{В}}}(0) \\ \frac{d}{dt} u_{R_2}(0) = \frac{d}{dt} u_{R_{2\text{ВМ}}}(0) + \frac{d}{dt} u_{R_{2\text{В}}}(0) \end{cases} \quad (2.8)$$

Величини $u_{R_2}(0)$ і $du_{R_2}(t)/dt|_{t=0}$ обчислюються з аналізу кола, що відповідає моменту комутації. Оскільки часові характеристики знаходяться при нульових початкових умовах, то в початковому колі в момент комутації ємнісний елемент подаємо короткозамкненою гілкою, а індуктивний - розімкненою. Тоді, очевидно, що $u_{R_2}(0)=1$.

Здиференціювавши рівняння, складене за другим законом Кірхгофа, дістанемо:

$$\left. \frac{du_{R_2}(t)}{dt} \right|_{t=0} = \left[\frac{du_{\text{ВХ}}(t)}{dt} - \frac{du_{C_1}(t)}{dt} \right]_{t=0} = -\frac{i_{C_1}(0)}{C_1} = -\frac{i_{R_2}(0)}{C_1} = -\frac{1}{R_2 C_1}. \quad (2.9)$$

Із урахуванням (2.9), $u_{R_2}(0)$, а також необхідних значень вільної і вимушеної складових для $t=0$, систему (2.8) можна подати у наступному вигляді:

$$\begin{cases} 1 = 2|A_1| \cos \theta + R_2 / (R_1 + R_2); \\ -1 / C_1 R_2 = 2|A_1| [-\alpha \cos \theta - \omega_b \sin \theta] \end{cases} \quad (2.10)$$

Звідси:

$$\frac{1}{C_1 R_2} = \frac{R_1}{(R_1 + R_2) \cdot \cos \theta} \cdot [\alpha \cos \theta + \omega_b \sin \theta] = \alpha \frac{R_1}{R_1 + R_2} + \omega_b \frac{R_1}{R_1 + R_2} \tan \theta.$$

Тоді

$$\begin{aligned} \theta &= \arctg \left[\frac{R_1 + R_2 - \alpha \cdot C_1 R_1 R_2}{\omega_b C_1 R_1 R_2} \right] = \\ &= \arctg \left[\frac{1,2 \cdot 10^3 + 10^4 - 1,8485 \cdot 10^5 \cdot 0,3 \cdot 10^{-9} \cdot 1,2 \cdot 10^3 \cdot 10^4}{1,81 \cdot 10^5 \cdot 0,3 \cdot 10^{-9} \cdot 1,2 \cdot 10^3 \cdot 10^4} \right] = 1,4751 \text{ рад/с.} \end{aligned}$$

Знайдемо іншу постійну інтегрування (див. (2.9)):

$$2 \cdot |A_1| = \frac{R_1}{(R_1 + R_2) \cdot \cos \theta} = \frac{1,2 \cdot 10^3}{(1,2 \cdot 10^3 + 10^4) \cdot \cos(1,4751)} = 1,1209.$$

Остаточний математичний опис перехідної характеристики є таким:

$$\begin{aligned}
 h(t) &= [A + Ee^{-\alpha t} \cos(\omega_b t + \theta)]\sigma(t) = \\
 &= [0.8929 + 1.12e^{-1.8485 \cdot 10^5 t} \cos(\omega_b t + 1.4751)]\sigma(t).
 \end{aligned}
 \tag{2.11}$$

Імпульсна характеристика як похідна по часу від перехідної,

$$g(t) = -Ee^{-\alpha t} [\alpha \cos(\omega_b t + \theta) + \omega_b \sin(\omega_b t + \theta)]\sigma(t) + h(0)\delta(t), \tag{2.12}$$

у зв'язку із стрибком перехідної характеристики містить дельто-подібну складову. Графік імпульсної характеристики на рис. 2.6,а; перехідної - на рис. 2.6,б. Результати розрахунків $h(t)$ і $g(t)$ в таблиці 2.1.

Таблиця 2.1- Значення перехідної та імпульсної характеристик

t	$h(t)$	$g(t)$
с	В	В/с
0.0000	1.0000	$\delta(t)$
$3.0000 \cdot 10^{-6}$	0.4553	$-5.1821 \cdot 10^4$
$6.0000 \cdot 10^{-6}$	0.5232	$7.0356 \cdot 10^4$
$9.0000 \cdot 10^{-6}$	0.7547	$7.0854 \cdot 10^4$
$1.2000 \cdot 10^{-5}$	0.9092	$3.0933 \cdot 10^4$
$1.5000 \cdot 10^{-5}$	0.9509	264.6991
$1.8000 \cdot 10^{-5}$	0.9318	$-1.0001 \cdot 10^4$
$2.1000 \cdot 10^{-5}$	0.9035	$-7.7294 \cdot 10^3$
$2.4000 \cdot 10^{-5}$	0.8881	$-2.6072 \cdot 10^3$
$2.7000 \cdot 10^{-5}$	0.8857	557.4236
$3.0000 \cdot 10^{-5}$	0.8890	$1.2859 \cdot 10^3$

Графік імпульсної характеристики на рис. 2.6,а; перехідної - на рис. 2.6,б.

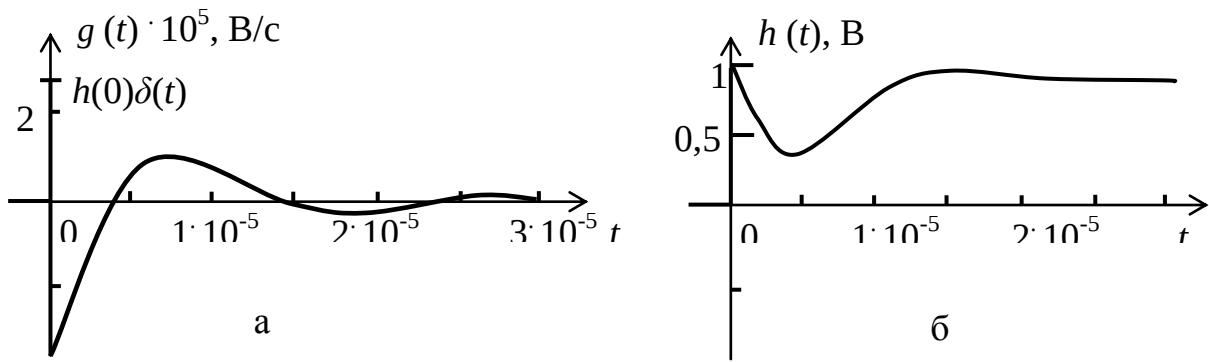


Рисунок 2.6 - Імпульсна (а) та перехідна (б) характеристики

Знайдемо реакцію на сигнал довільної форми (рис. 2.4,б).

Ураховуючи те, що діючий сигнал має різні функціональні залежності від часу на різних часових відрізках, визначимо реакцію на цей сигнал методом припасовування.

Розглянемо інтервал часу $t \in [0; t_1]$.

На цьому інтервалі вхідний сигнал: $u_{\text{BX1}}(t) = (U_{\text{BX1}} / t_1)t$.

Згідно з методом перехідних характеристик реакція:

$$\begin{aligned}
 y_1(t) &= \int_0^t u'_{\text{BX1}}(\lambda) \cdot h(t-\lambda) d\lambda = \frac{U_{\text{BX1}}}{t_1} \cdot \int_0^t [A + E \cdot e^{-\alpha(t-\lambda)} \cdot \cos(\omega_b \cdot (t-\lambda) + \theta)] \cdot d\lambda = \\
 &= \frac{U_{\text{BX1}}}{t_1} \cdot A \cdot t + \frac{U_{\text{BX1}}}{t_1} \cdot E \cdot \frac{e^{-\alpha(t-\lambda)} \cdot [\alpha \cdot \cos(\omega_b \cdot (t-\lambda) + \theta) - \omega_b \cdot \sin(\omega_b \cdot (t-\lambda) + \theta)]}{\alpha^2 + \omega_b^2} \Big|_0^t = \\
 &= \left| \alpha^2 + \omega_b^2 = \omega_p^2 \right| = \frac{U_{\text{BX1}}}{t_1} \cdot A \cdot t + \frac{U_{\text{BX1}}}{t_1 \cdot \omega_p^2} \cdot E \cdot [\alpha \cdot \cos(\theta) - \omega_b \cdot \sin(\theta)] - \frac{U_{\text{BX1}}}{t_1 \cdot \omega_p^2} \cdot E \cdot e^{-\alpha \cdot t} \times \\
 &\quad \times [-\omega_b \cdot \sin(\omega_b \cdot t + \theta) + \alpha \cdot \cos(\omega_b \cdot t + \theta)].
 \end{aligned}$$

Далі розглянемо інтервал часу $t \in [t_1; t_2]$.

На цьому проміжку математична модель вхідного сигналу

$$u_{\text{BX2}}(t) = [U_{\text{BX1}} / (t_1 - t_2)] \cdot (t - t_1),$$

а реакція, знайдена за допомогою інтеграла Дюамеля:

$$\begin{aligned}
y_2(t) = & \int_0^{t_1} u'_{\text{BX1}}(\lambda) \cdot h(t-\lambda) d\lambda + \int_{t_1}^t u'_{\text{BX2}}(\lambda) \cdot h(t-\lambda) d\lambda = \frac{U_{\text{BX1}}}{t_1} \cdot \int_0^{t_1} [A + E \cdot e^{-\alpha(t-\lambda)} \cdot \cos(\omega_{\text{B}} \cdot (t-\lambda) + \theta)] \cdot d\lambda + \\
& + \frac{U_{\text{BX1}}}{t_1 - t_2} \cdot \int_{t_1}^t [A + E \cdot e^{-\alpha(t-\lambda)} \cdot \cos(\omega_{\text{B}} \cdot (t-\lambda) + \theta)] \cdot d\lambda = U_{\text{BX1}} \cdot A + \frac{U_{\text{BX1}} \cdot e^{-\alpha \cdot t_1}}{t_1 \cdot \omega_p^2} \cdot E \cdot [\alpha \cdot \cos(\omega_{\text{B}} \cdot (t-t_1) + \theta) - \\
& - \omega_{\text{B}} \cdot \sin(\omega_{\text{B}} \cdot (t-t_1) + \theta)] - \frac{U_{\text{BX1}}}{t_1 \cdot \omega_p^2} \cdot E \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot [-\omega_{\text{B}} \cdot \sin(\omega_{\text{B}} \cdot t + \theta) + \alpha \cdot \cos(\omega_{\text{B}} \cdot t + \theta)] + \frac{U_{\text{BX1}}}{t_1 - t_2} \cdot A \cdot (t-t_1) + \\
& + \frac{U_{\text{BX1}}}{(t_1 - t_2) \cdot \omega_p^2} \cdot E \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot [e^{\alpha \cdot t} \cdot (\alpha \cdot \cos(\theta) - \omega_{\text{B}} \cdot \sin(\theta)) - e^{\alpha \cdot t_1} \cdot [\alpha \cdot \cos(\omega_{\text{B}} \cdot (t_1 - t) - \theta) + \\
& + \omega_{\text{B}} \cdot \sin(\omega_{\text{B}} \cdot (t_1 - t) - \theta)]]].
\end{aligned}$$

На інтервалі часу $t \in (t_2; \infty)$ вхідний сигнал $u_{\text{BX3}}(t) = 0$, а реакція:

$$\begin{aligned}
y_3(t) = & \int_0^{t_1} u'_{\text{BX1}}(\lambda) \cdot h(t-\lambda) d\lambda + \int_{t_1}^{t_2} u'_{\text{BX2}}(\lambda) \cdot h(t-\lambda) d\lambda = \frac{U_{\text{BX1}}}{t_1} \cdot \int_0^{t_1} [A + E \cdot e^{-\alpha(t-\lambda)} \cdot \cos(\omega_{\text{B}} \cdot (t-\lambda) + \theta)] \cdot d\lambda + \\
& + \frac{U_{\text{BX1}}}{t_1 - t_2} \cdot \int_{t_1}^{t_2} [A + E \cdot e^{-\alpha(t-\lambda)} \cdot \cos(\omega_{\text{B}} \cdot (t-\lambda) + \theta)] \cdot d\lambda = U_{\text{BX1}} \cdot A + \frac{U_{\text{BX1}} \cdot e^{-\alpha \cdot t_1}}{t_1 \cdot \omega_p^2} \cdot E \cdot [\alpha \cdot \cos(\omega_{\text{B}} \cdot (t-t_1) + \theta) - \\
& - \omega_{\text{B}} \cdot \sin(\omega_{\text{B}} \cdot (t-t_1) + \theta)] - \frac{U_{\text{BX1}}}{t_1 \cdot \omega_p^2} \cdot E \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot [-\omega_{\text{B}} \cdot \sin(\omega_{\text{B}} \cdot t + \theta) + \alpha \cdot \cos(\omega_{\text{B}} \cdot t + \theta)] - U_{\text{BX1}} \cdot A + \\
& + \frac{U_{\text{BX1}}}{(t_1 - t_2) \cdot \omega_p^2} \cdot E \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot [e^{\alpha \cdot t_2} \cdot (\alpha \cdot \cos(\omega_{\text{B}} \cdot (t-t_2) + \theta) + \omega_{\text{B}} \cdot \sin(\omega_{\text{B}} \cdot (t-t_2) + \theta)) - \\
& - e^{\alpha \cdot t_1} \cdot [\alpha \cdot \cos(\omega_{\text{B}} \cdot (t_1 - t) - \theta) + \omega_{\text{B}} \cdot \sin(\omega_{\text{B}} \cdot (t_1 - t) - \theta)]]].
\end{aligned}$$

Повна реакція кола на діючий сигнал:

$$y(t) = y_1(t) \cdot (\sigma(t) - \sigma(t-t_1)) + y_2(t) \cdot (\sigma(t-t_1) - \sigma(t-t_2)) + y_3(t) \cdot \sigma(t-t_2).$$

Графік реакції представлений на рис. 2.7, а числові дані в таблиці 2.2.

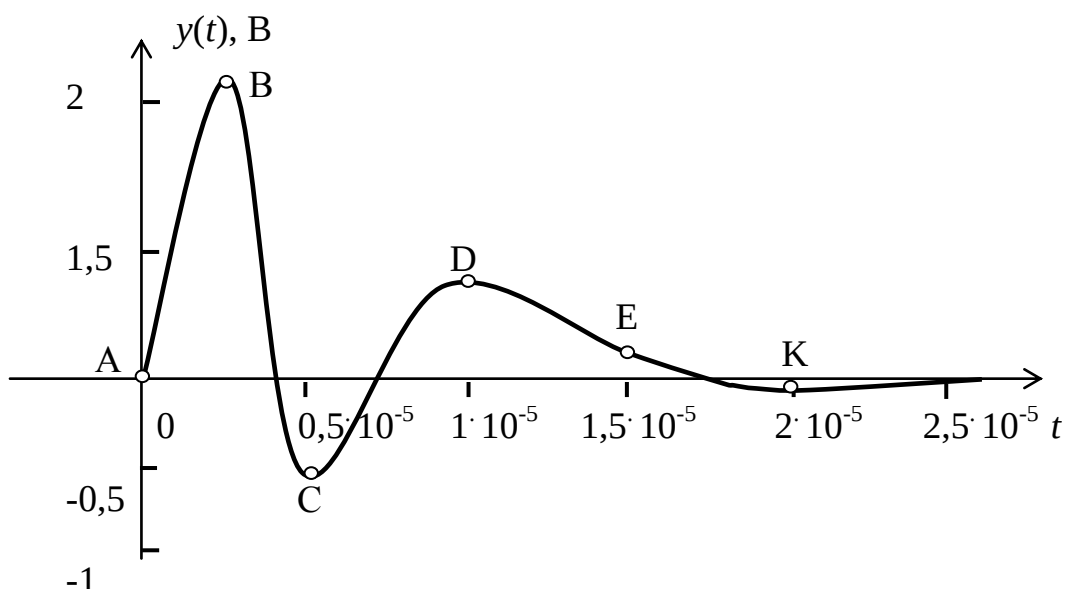


Рисунок 2.7 - Графік реакції кола на трикутний імпульс

Таблиця 2.2

t	$y(t)$
с	В
0.0000	0.0000
$1.7000 \cdot 10^{-6}$	1.4495
$3.4000 \cdot 10^{-6}$	1.0063
$5.1000 \cdot 10^{-6}$	-0.5133
$6.8000 \cdot 10^{-6}$	$3.3030 \cdot 10^{-3}$
$8.5000 \cdot 10^{-6}$	0.4712
$1.0200 \cdot 10^{-5}$	0.6094
$1.1900 \cdot 10^{-5}$	0.5392
$1.5300 \cdot 10^{-5}$	0.1980
$1.7000 \cdot 10^{-5}$	0.0572
$1.8700 \cdot 10^{-5}$	-0.0315
$2.0400 \cdot 10^{-5}$	-0.0713
$2.2100 \cdot 10^{-5}$	-0.0757
$2.5500 \cdot 10^{-5}$	-0.0377
$2.7200 \cdot 10^{-5}$	-0.0168
$2.8900 \cdot 10^{-5}$	$-1.6591 \cdot 10^{-3}$

З АНАЛІЗ ЧАСТОТНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ ЛІНІЙНИХ ДИНАМІЧНИХ КІЛ

3.1 Види частотних характеристик

Частотні характеристики отримують на основі *комплексної частотної функції* (КЧФ) кола [2,3,7-9,11]:

$$F(j\omega) = F(\omega)e^{j\varphi(\omega)} = \dot{y}(t) / \dot{x}(t) = \frac{Y(j\omega)e^{j\omega t}}{X(j\omega)e^{j\omega t}},$$

де $X(j\omega)$ - амплітуда діючого комплексного експонентного сигналу $\dot{x}(t)$, $Y(j\omega)$ - амплітуда реакції $\dot{y}(t)$ такого ж виду, як і дія, є у загальному випадку величинами комплексними та функціями дійсної частоти ω чи f .

Амплітуди можуть бути виражені через параметри гармонічної реакції та дії: $X(j\omega) = X_m e^{j\alpha_x} = \dot{X}_m$ - *комплексна амплітуда дії*; $Y(j\omega) = Y_m e^{j\alpha_y} = \dot{Y}_m$ - *комплексна амплітуда реакції*.

Залежність виду $F(\omega) = Y_m(\omega) / X_m(\omega)$ називають *амплітудно-частотною характеристикою* (АЧХ) лінійного кола, а $\alpha_y(\omega) - \alpha_x(\omega) = \varphi(\omega)$ - його *фазо-частотною характеристикою* (ФЧХ). Ця пара характеристик визначає властивості лінійного динамічного кола в області дійсної частоти ω чи f в усталеному гармонічному режимі.

Отже, знаходження частотних характеристик зводиться до визначення *комплексної частотної функції* кола.

Реакція лінійного електричного кола на гармонічний сигнал (дію) в моменті часу, коли всі процеси визначаються тільки діючим сигналом, також є гармонічною, причому амплітуда реакції:

$$Y_m(\omega) = F(\omega) X_m(\omega),$$

а її початкова фаза:

$$\alpha_y(\omega) = \alpha_x(\omega) + \varphi(\omega).$$

Практичне застосування знайшли такі види частотних характеристик:

- 1) *частотний годограф* або *амплітудно-фазова характеристика* (АФХ);
- 2) *амплітудно-частотна характеристика* (АЧХ);
- 3) *фазо-частотна характеристика* (ФЧХ);
- 4) *дійсна та уявна АЧХ*;
- 5) *характеристика групового часу запізнення* (ХГВЗ) або *характеристика затримки* (ХЗ);
- 6) *логарифмічна амплітудно-частотна характеристика* (ЛАЧХ), яка виражається у неперах чи децибелах;
- 7) *характеристика загасання* (ХЗ) чи *послаблення*, що виражається у неперах чи децибелах;
- 8) *логарифмічна фазо-частотна характеристика* (ЛФЧХ).

Графічне зображення комплексної частотної функції $F(j\omega)$, яке зветься амплітудно-фазовою характеристикою або частотним годографом, - це геометричне місце точок на комплексній площині кінця радіус-вектора довжиною, що дорівнює модулю КЧФ, та кутом нахилу до дійсної осі, що дорівнює значенню її аргумента, для відповідних значень частоти при її зміні від нуля до нескінченості.

Амплітудно-частотна характеристика - це модуль $F(\omega) = Y_m(\omega) / X_m(\omega) = Y(\omega) / X(\omega)$ КЧФ для різних значень частоти ω .

Фазо-частотна характеристика $\varphi(\omega) = \alpha_Y(\omega) - \alpha_X(\omega)$ — аргумент КЧФ.

Характеристика затримки чи групового часу запізнення характеризує швидкість зміни ФЧХ:

$$\psi(\omega) = -d\varphi(\omega) / d\omega.$$

Дійсна та уявна частина КЧФ $F_R(\omega) = F(\omega) \cos \varphi(\omega)$ — дійсна АЧХ, а її уявна $F_I(\omega) = F(\omega) \sin \varphi(\omega)$ частина - уявна АЧХ.

Логарифмічна АЧХ,

що виражається в неперах:

$$F_{\text{Hn}}(\omega) = \ln F(\omega) \Rightarrow e^{F_{\text{Hn}}(\omega)} = Y(\omega) / X(\omega),$$

або в децибелах:

$$F_{\text{дБ}}(\omega) = 20 \cdot \lg F(\omega) \Rightarrow F(\omega) = 10^{\frac{F_{\text{дБ}}(\omega)}{20}} = Y(\omega) / X(\omega).$$

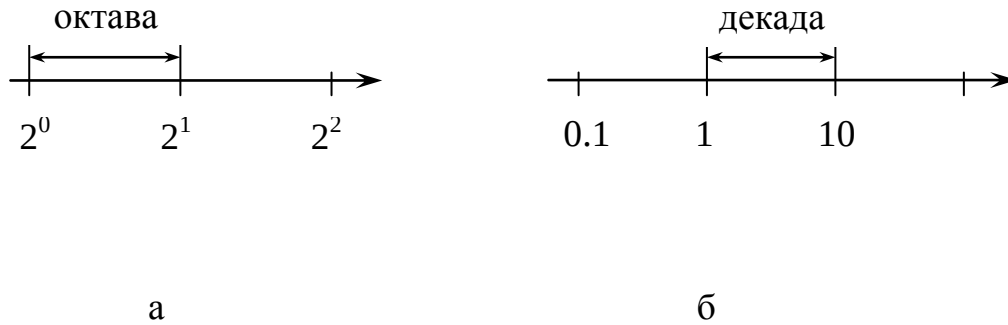


Рисунок 3.1 - Логарифмічні одиниці частоти

Якщо коло пасивне, то відношення $Y/X < 1$ і логарифмічні значення від'ємні, тому для таких кіл використовують характеристики загасання чи послаблення:

- у неперах

$$a_{\text{Нп}}(\omega) = -F_{\text{Нп}}(\omega);$$

- у децибелах

$$a_{\text{дБ}}(\omega) = -F_{\text{дБ}}(\omega).$$

Для відображення частоти використовують її логарифмічні одиниці:

октаву — діапазон частот, в межах якого крайні значення частоти відрізняються вдвічі (рис. 3.1,а);

декаду — інтервал частот з крайніми частотами, що відрізняються у десять разів (рис. 3.1,б).

Приклад. Для послідовного класичного RC -кола 1-го порядку з використанням КЧФ на основі коефіцієнта передачі напруги визначити його частотні характеристики.

Відносно напруги на ємнісному елементі КЧФ:

$$F(j\omega) = K_u(j\omega) = \frac{\dot{u}_{\text{вих}}(t)}{\dot{u}_{\text{вх}}(t)} = \frac{\dot{U}_{\text{мвих}}}{\dot{U}_{\text{мвх}}} = \frac{\dot{U}_{\text{вих}}}{\dot{U}_{\text{вх}}} = \frac{1/j\omega C}{Z_{\text{вх}}} = \frac{1}{j\omega CR + 1} =$$

$$= \frac{1}{j\omega\tau_c + 1} = \alpha_c \frac{1}{j\omega + \alpha_c} = \frac{1 - j\omega\tau_c}{1 + (\omega\tau_c)^2} = \frac{1}{1 + (\omega\tau_c)^2} - j \frac{1}{1 + (\omega\tau_c)^2}.$$

Амплітудно-частотна характеристика, як модуль $F(j\omega)$,

$$F(\omega) = \frac{U_{\text{мвих}}(\omega)}{U_{\text{мвх}}(\omega)} = \frac{\alpha_c}{\sqrt{\omega^2 + \alpha_c^2}} = \frac{1}{\sqrt{(\omega\tau_c)^2 + 1}},$$

де α_c - гранична частота (частота половинної потужності), що з точністю до знака збігається з полюсом КЧФ і обмежує діапазон частот, який називають *смугою пропускання* кола.

На граничній частоті потужність вдвічі менше, ніж на частоті, що відповідає $F(\omega) = F_{\text{max}}$.

Фазово-частотна характеристика.

$$\varphi(\omega) = -\arctg(\omega/\alpha_c) = -\arctg\omega\tau_c.$$

Амплітудно-фазова характеристика.

Для будь-якого значення частоти ω значення дійсної АЧХ $F_R(\omega) = 1/(1 + (\omega\tau_c)^2)$ є проекцією на дійсну вісь, а уявної $F_I(\omega) = -\omega\tau_c/(1 + (\omega\tau_c)^2)$ - на уявну вісь, радіус-вектора, довжина якого дорівнює модулю $F(\omega)$ на даній частоті (тобто значенню АЧХ), а кут нахилу до дійсної осі - її аргументу $\varphi(\omega)$ (значенню ФЧХ). Графічне зображення АЧХ, ФЧХ та АФХ на рис. 3.2.

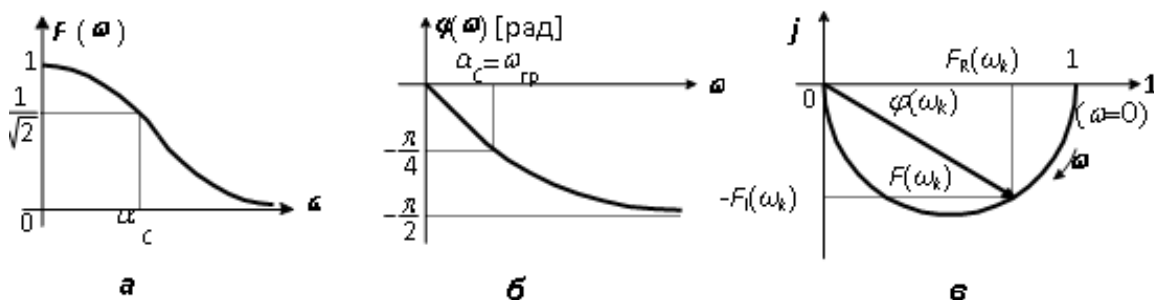


Рисунок 3.2- Амплітудно-частотна (а), фазочастотна (б), амплітудно- фазова характеристики послідовного RC-кола 1-го порядку.

Оскільки, гранична частота $\omega_{\text{гр}}$ - полюс КЧФ $F(j\omega)$, то, виходячи з ФЧХ, можна стверджувати, що однократний дійсний ненульовий полюс на даній частоті вносить фазовий зсув у мінус 45° , двократний - мінус 90° , а n -кратний - $n \cdot 90^\circ$.

Характеристика групового часу запізнення.

$$\psi(\omega) = -\frac{d\varphi}{d\omega} = -\frac{d}{d\omega}(-\arctg \omega \tau_C) \Rightarrow \psi(\omega) \Big|_{\omega_{\text{гр}}=1/\tau_C} = 0,5\tau_C.$$

Логарифмічна АЧХ. По осям - логарифмічний масштаб, наприклад, по осі ординат — дБ, а по осі абсцис — декади:

$$F_{\text{дБ}}(\omega) = 20 \lg F(\omega).$$

Якщо $\omega = 1/\tau_C = \alpha_C$, то $AЧХ = 1/\sqrt{2}$. Для всіх значень частоти, що менші за граничну, АЧХ не перевищує 3 дБ. Для частот, більших за граничну, при зміні частоти вдесятеро (на декаду), АЧХ змінюється на 20 дБ (рис. 3.3).

Кожний однократний дійсний від'ємний ненульовий полюс КЧФ $F(j\omega)$ спричинює зміну логарифмічної АЧХ на -20 дБ на кожну декаду, а n таких полюсів ведуть до зміни АЧХ на $-20n$ дБ на декаду.

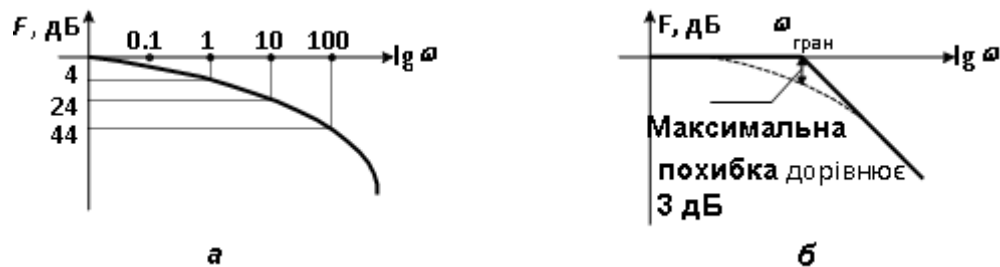


Рисунок 3.3- Логарифмічна АЧХ (а) та асимптотична логарифмічна АЧХ (б)

Якщо частота подається у октавах, то це відповідно 6 дБ або $6 \cdot n$ дБ на октаву. Очевидно, що в межах смуги пропускання така логарифмічна АЧХ прямує до прямої з нульовим кутом нахилу (асимптоти на нульовому рівні), а в межах смуги затримки - до асимптоти з кутом нахилу - 20 дБ на декаду.

Таким чином, реальну логарифмічну АЧХ, яка визначається простим ненульовим від'ємним нулем можна, представити двома вказаними

прямолинійними відрізками, що перетинаються на межі смуги пропускання та затримки (рис. 3.3,б). Такі характеристики називають **асимптотичними логарифмічними АЧХ**.

Логарифмічна ФЧХ. Масштаби: по осі абсцис — логарифмічний масштаб (в децибелах чи неперах), а по осі ординат — звичайний (градуси або радіани):

$$\varphi(\omega) = -\arctg \tau_c.$$

Кожному дійсному ненульовому однократному полюсу КЧФ $F(j\omega)$ відповідає асимптотична логарифмічна ФЧХ, яка складається з двох прямих відрізків. Перший з них - відповідає зміні ФЧХ на -90° при зміні частоти в 2 декади симетрично від граничної частоти $\omega_{гр}$ на одну декаду з обох боків; друга — має нульовий кут нахилу на рівні -90° (рис. 3.4,б). Для n-кратного полюсу кожна пряма характеризується величинами у n разів більшими.

Характеристики подібного типу називаються **асимптотичними логарифмічними ФЧХ**.

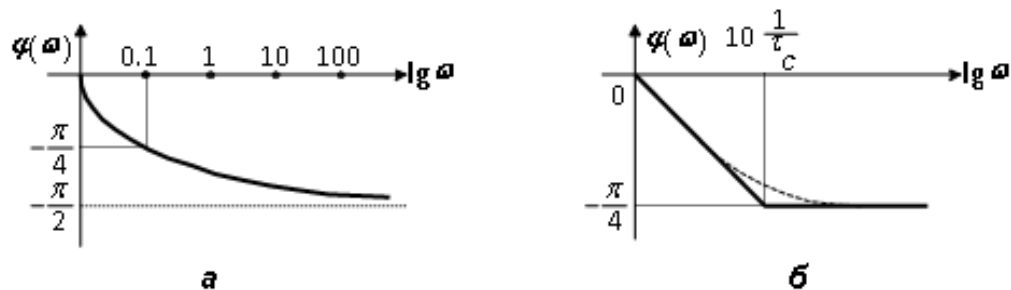


Рисунок 3.4 - Логарифмічна (а) та асимптотична (б) логарифмічна ФЧХ.

3.2 Методи визначення комплексної частотної функції [2,3].

1. На основі диференціального рівняння кола підстановкою замість реакції $y(t)$ і дії $x(t)$ їхніх символічних зображень або ж комплексних амплітуд.

Так, наприклад, якщо у диференціальному рівнянні RC-кола 1-го порядку

$$RC du_{\text{вих}}(t) / dt + u_{\text{вих}}(t) = u_{\text{вх}}(t)$$

перейти до символічних зображень, отримаємо:

$$RCj\omega \dot{U}_{m\text{ВНХ}} e^{j\omega t} + \dot{U}_{m\text{ВНХ}} e^{j\omega t} = \dot{U}_{m\text{ВХ}} e^{j\omega t} \Rightarrow F(j\omega) = \frac{\dot{U}_{m\text{ВНХ}}}{\dot{U}_{m\text{ВХ}}} = \frac{1}{j\omega RC + 1}.$$

2. На основі операторної функції кола при заміні у її виразі змінної p на $j\omega$:

$$F(j\omega) = F(p)|_{p=j\omega}.$$

Наприклад, операторній функції

$$F(p) = \frac{pL + R_1}{p^2 LC(R_2 + R) + pC(R_1 R_2 + RR_1 + RR_2) + R_1 + R}.$$

після вказаної заміни відповідає КЧФ

$$F(j\omega) = \frac{j\omega L + R_1}{(j\omega)^2 LC(R_2 + R) + j\omega C(R_1 R_2 + RR_1 + RR_2) + R_1 + R}.$$

3. На основі резистивних кіл відповідно до методу комплексних амплітуд або символічного методу.

4. Через імпульсну характеристику відповідно до прямого перетворення Фур'є:

$$F(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(\lambda) e^{-j\omega\lambda} d\lambda.$$

Узагальнюючи, можна виділити такі етапи аналізу усталеного гармонійного режиму на основі символічних методів [2, 3, 7-9]:

- побудова частотного еквівалента заданого кола, кожний елемент замінюється певним частотним прототипом (пасивний елемент – резистивним з комплексним опором або провідністю, інші - відповідними еквівалентами часових залежностей через символічні зображення);
- гармонічні струм і напруга на елементах кола замінюються їхніми символічними зображеннями зі збереженими додатних напрямів;
- здійснюється аналіз отриманого кола методами аналізу резистивних кіл із урахуванням того, що всі операції, у тому числі і еквівалентні перетворення, виконуються відносно комплексних величин;
- результатом аналізу є символічні зображення вказаних реакцій (струмів, напруг) або їх відношень.

Для лінійних інваріантних у часі кіл, коли частоти діючого сигналу та реакції

збігаються, замість комплексних миттєвих значень можна оперувати з комплексними амплітудами (комплексами). Така різновидність символічного методу називається *методом комплексних амплітуд*.

3.3 Приклад аналізу частотних властивостей кола

Для кола на рис.2.4 визначимо його частотні характеристики і вплив на них параметрів деяких елементів кола, ґрунтуючись на комплексній частотній функції у вигляді коефіцієнта передачі напруги $K_u(j\omega)$. Згідно з властивостями розподільювача напруги:

$$K_u(j\omega) = \frac{R_2}{\underline{Z}_{\text{вх}}} = \frac{R_2}{R_2 + (1/j\omega C_1)(j\omega L_1 + R_1) / [(1/j\omega C_1 + j\omega L_1 + R_1)]}.$$

В результаті перетворень отримаємо:

$$\begin{aligned} K_u(j\omega) &= \frac{R_2 L_1 C_1 (j\omega)^2 + R_2 R_1 C_1 j\omega + R_2}{R_2 L_1 C_1 (j\omega)^2 + (R_1 C_1 + L_1) j\omega + R_2 + R_1} = \\ &= \frac{(j\omega)^2 + (R_1 / L_1) j\omega + (1 / L_1 C_1)}{(j\omega)^2 + ((R_1 C_1 + L_1) / R_2 L_1 C_1) j\omega + (R_2 + R_1) / R_2 L_1 C_1}. \end{aligned}$$

Із урахуванням позначень для коефіцієнта загасання та частоти резонансу

$$K_u(j\omega) = \frac{U_{\text{вих}}(j\omega)}{U_{\text{вх}}(j\omega)} = \frac{(j\omega)^2 + (R_1 / L_1) j\omega + 1 / L_1 C_1}{(j\omega)^2 + 2\alpha j\omega + \omega_p^2} \quad (3.1)$$

Амплітудно – частотна характеристика кола (АЧХ). За визначенням – це модуль комплексної частотної функції, тому (з урахуванням числових значень параметрів елементів)

$$\begin{aligned} K_u(\omega) = |K_u(j\omega)| &= \sqrt{\frac{(-\omega^2 + 1/L_1 C_1)^2 + (R_1 / L_1 \cdot \omega)^2}{(-\omega^2 + \omega_p^2)^2 + (2 \cdot \alpha \cdot \omega)^2}} = \\ &= \sqrt{\frac{(1,01 \cdot 10^{11} - \omega^2)^2 + 1322 \cdot 10^6 \cdot \omega^2}{(1,131 \cdot 10^{11} - \omega^2)^2 + 1,366 \cdot 10^{11} \cdot \omega^2}}. \end{aligned} \quad (3.2)$$

Фазо – частотна характеристика (ФЧХ) даного кола, як аргумент

визначеної комплексної частотної функції,

$$\varphi(\omega) = \arg(K_u(j\omega)) = \arg\left(-\omega^2 + \frac{1}{L_1 \cdot C_1} + \frac{R_1}{L_1} j\omega\right) - \arg(-\omega^2 + \omega_p^2 + j\omega 2\alpha);$$

$$\varphi(\omega) = \arctg\left(\frac{\omega R_1 / L_1}{-\omega^2 + 1 / L_1 C_1}\right) - \arctg\left(\frac{2 \cdot \alpha \cdot \omega}{-\omega^2 + \omega_p^2}\right) \quad (3.3)$$

Підставимо в отриману формулу (3.3) числові значення параметрів елементів:

$$\varphi(\omega) = \arctg\left(\frac{1,322 \cdot 10^9 \cdot \omega}{1,01 \cdot 10^{11} - \omega^2}\right) - \arctg\left(\frac{1,366 \cdot 10^{11} \cdot \omega}{1,131 \cdot 10^{11} - \omega^2}\right) \quad (3.4)$$

Характеристику групового часу запізнення $\psi(\omega)$ отримаємо як похідну по частоті з від'ємним знаком від фазо – частотної характеристики (3.4). Графіки АЧХ та ФЧХ на рис. 3.1, а характеристики групового часу запізнення на рис. 3.2,а. Значення частотних характеристик АЧХ, ФЧХ і ХГЧЗ наведені в таблиці 3.1.

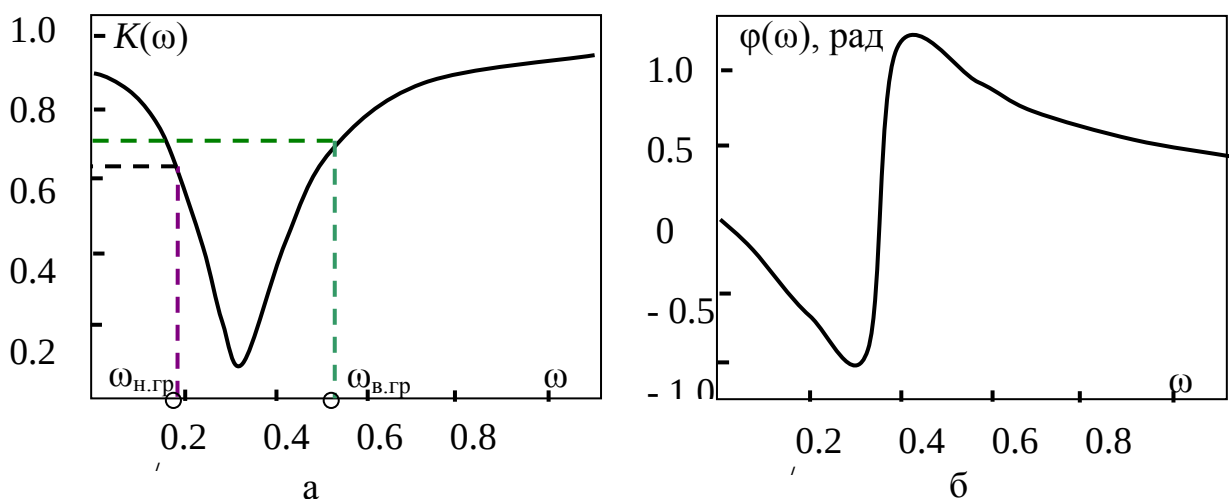


Рисунок 3.1 - Амплітудно- (а) та фазо-частотна (б) характеристики

Таблиця 3.1 - Значення АЧХ, ФЧХ та ХГЧЗ

ω	$K_u(\omega)$	$\varphi(\omega)$	$\psi(\omega)$
рад/с	—	рад	с
0.0000	0.8929	0.0000	$2.9079 \cdot 10^{-6}$
$5.0000 \cdot 10^4$	0.8784	-0.1471	$3.0101 \cdot 10^{-6}$
$1.0000 \cdot 10^5$	0.8314	-0.3043	$3.3060 \cdot 10^{-6}$
$1.5000 \cdot 10^5$	0.7407	-0.4797	$3.7165 \cdot 10^{-6}$
$2.5000 \cdot 10^5$	0.3755	-0.8378	$2.0489 \cdot 10^{-6}$
$3.0000 \cdot 10^5$	0.1368	-0.5844	$-2.3063 \cdot 10^{-5}$
$3.5000 \cdot 10^5$	0.1925	0.9638	$-7.8534 \cdot 10^{-6}$
$4.0000 \cdot 10^5$	0.3917	1.0221	$1.6248 \cdot 10^{-6}$
$4.5000 \cdot 10^5$	0.5444	0.9180	$2.2275 \cdot 10^{-6}$
$5.0000 \cdot 10^5$	0.6526	0.8120	$1.9711 \cdot 10^{-6}$
$5.5000 \cdot 10^5$	0.7287	0.7220	$1.6324 \cdot 10^{-6}$
$6.0000 \cdot 10^5$	0.7831	0.6480	$1.3398 \cdot 10^{-6}$
$6.5000 \cdot 10^5$	0.8229	0.5870	$1.1072 \cdot 10^{-6}$
$7.0000 \cdot 10^5$	0.8527	0.5364	$9.2544 \cdot 10^{-7}$
$8.0000 \cdot 10^5$	0.8934	0.4576	$6.7021 \cdot 10^{-7}$
$9.0000 \cdot 10^5$	0.9191	0.3993	$5.0653 \cdot 10^{-7}$
$1.0000 \cdot 10^6$	0.9364	0.3545	$3.9629 \cdot 10^{-7}$

Закон зміни від частоти довжини радіуса-вектора, що позначає на комплексній площині $K_u(j\omega)$, є амплітудно – частотною характеристикою (модулем комплексної частотної функції), а кута нахилу до дійсної осі – фазо-частотною характеристикою (аргументом комплексної частотної функції). Очевидно, що в цьому випадку будуть задовольнятися такі рівності:

$$A(\omega)=K_u(\omega)\cdot\cos(\varphi(\omega)); B(\omega)=K_u(\omega)\cdot\sin(\varphi(\omega)), \quad (3.5)$$

де $A(\omega)$ і $B(\omega)$ – відповідно дійсна і уявна частини комплексної частотної функції $K_u(j\omega)$. Графічне зображення КЧФ в координатах B та A і буде давати частотний годограф (рис. 3.2,б). Числові дані в таблиці 3.2.

Таблиця 3.2- Дані для побудови частотного годографа

ω	$K_u(\omega)$	$\varphi(\omega)$	$A(\omega)$	$B(\omega)$
рад/с	—	рад	—	—
0.0000	0.8929	0.0000	0.8929	0.0000
$1.0000 \cdot 10^5$	0.8314	-0.3043	0.7932	-0.2491
$2.0000 \cdot 10^5$	0.5908	-0.6722	0.4623	-0.3679
$3.0000 \cdot 10^5$	0.1368	-0.5844	0.1141	-0.0755
$4.0000 \cdot 10^5$	0.3917	1.0221	0.2043	0.3342
$5.0000 \cdot 10^5$	0.6526	0.8120	0.4490	0.4736
$6.0000 \cdot 10^5$	0.7831	0.6480	0.6244	0.4727
$7.0000 \cdot 10^5$	0.8527	0.5364	0.7329	0.4358
$8.0000 \cdot 10^5$	0.8934	0.4576	0.8015	0.3947
$9.0000 \cdot 10^5$	0.9191	0.3993	0.8468	0.3573
$1.0000 \cdot 10^6$	0.9364	0.3545	0.8782	0.3251
∞	1	0	1	0

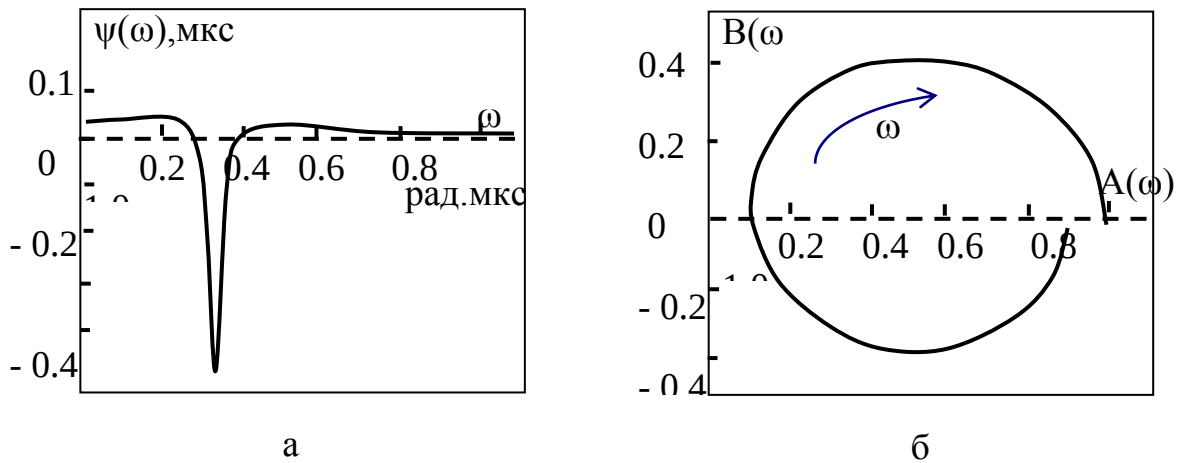


Рисунок 3.2 - Характеристика групового часу запізнення (а)
та частотний годограф (б)

Логарифмічні частотні характеристики. Для аргументу (частоти) логарифмічною одиницею виберемо декаду, а для функцій (логарифмічних характеристик) – децибел.

Логарифмічна АЧХ, що виражається у децибелах,

$$F_{\text{дБ}}(\omega) = 20 \lg(K_u(\omega)) = 20 \cdot \lg \left(\sqrt{\frac{(1,01 \cdot 10^{11} - \omega^2)^2 + 1322 \cdot 10^6 \cdot \omega^2}{(1,131 \cdot 10^{11} - \omega^2)^2 + 1,366 \cdot 10^{11} \cdot \omega^2}} \right). \quad (3.6)$$

Логарифмічна ФЧХ визначається звичайними одиницями для функції і декадами для аргументу.

Характеристика загасання, що виражається в децибелах:

$$a_{\text{дБ}}(\omega) = -20 \lg(K_u(\omega)) = -20 \cdot \lg \left(\sqrt{\frac{(1,01 \cdot 10^{11} - \omega^2)^2 + 1322 \cdot 10^6 \cdot \omega^2}{(1,131 \cdot 10^{11} - \omega^2)^2 + 1,366 \cdot 10^{11} \cdot \omega^2}} \right) \quad (3.7)$$

Результати розрахунків у таблиці 3.3.

Таблиця 3.3- Дані для розрахунку логарифмічних характеристик

ω	$F_{дБ}(\omega)$	$a_{дБ}(\omega)$	$\varphi(\omega)$
рад/с	дБ	дБ	рад
1.0000	-0.9844	0.9844	$-2.9079 \cdot 10^{-6}$
$2.0000 \cdot 10^5$	-4.5710	4.5710	-0.6722
$4.0000 \cdot 10^5$	-8.1420	8.1420	1.0221
$6.0000 \cdot 10^5$	-2.1234	2.1234	0.6480
$8.0000 \cdot 10^5$	-0.9794	0.9794	0.4576
$1.0000 \cdot 10^6$	-0.5708	0.5708	0.3545
$1.4000 \cdot 10^6$	-0.2683	0.2683	0.2459
$1.8000 \cdot 10^6$	-0.1569	0.1569	0.1888
$2.2000 \cdot 10^6$	-0.1032	0.1032	0.1535
$2.6000 \cdot 10^6$	-0.0732	0.0732	0.1294
$3.0000 \cdot 10^6$	-0.0546	0.0546	0.1119
$3.4000 \cdot 10^6$	-0.0424	0.0424	0.0986
$3.8000 \cdot 10^6$	-0.0338	0.0338	0.0881
$4.0000 \cdot 10^6$	-0.0305	0.0305	0.0837

Графіки логарифмічної АЧХ та характеристики загасання на рис. 3.3. Графік логарифмічної ФЧХ, по формі збігається зі звичайною ФЧХ.

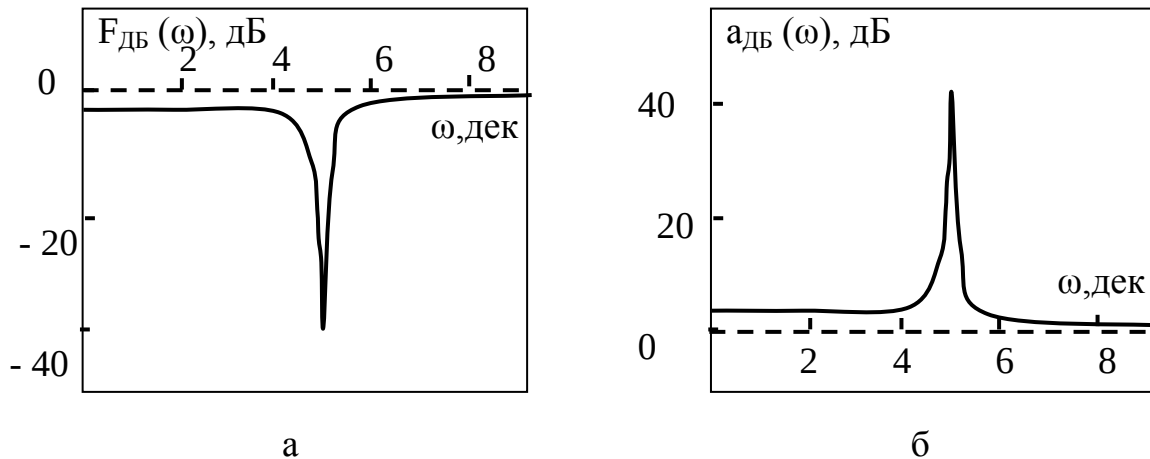


Рисунок 3.3 - Логарифмічна АЧХ (а) та характеристика загасання (б).

Обчислення параметрів частотних характеристик. Знайдемо граничні частоти умовної смуги пропускання на рівні 3 дБ, а потім значення характеристики групового часу запізнення на цих частотах.

Досліджуване коло є загороджувальним (або режекторним) фільтром. Отже, йдеться про одну смугу затримки або дві смуги прозорості (пропускання): одна в області нижніх, а друга в області верхніх частот.

Для визначення частот, що обмежують вказані частотні діапазони, обчислюємо значення АЧХ на нульовій частоті та частоті, що дорівнює нескінченності: $K_u(0)=0,8929$, $K_u(\infty)=1$.

Граничні частоти смуг пропускання є розв'язками рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{0,8929}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{(1,01 \cdot 10^{11} - \omega_{в.гр}^2)^2 + 1322 \cdot 10^6 \cdot \omega_{в.гр}^2}{(1,131 \cdot 10^{11} - \omega_{в.гр}^2)^2 + 1,366 \cdot 10^{11} \cdot \omega_{в.гр}^2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{(1,01 \cdot 10^{11} - \omega_{н.гр}^2)^2 + 1322 \cdot 10^6 \cdot \omega_{н.гр}^2}{(1,131 \cdot 10^{11} - \omega_{н.гр}^2)^2 + 1,366 \cdot 10^{11} \cdot \omega_{н.гр}^2}} \end{cases}.$$

Звідси, $\omega_{в.гр}=1.885 \cdot 10^5$ рад/с, $\omega_{н.гр}=5.338 \cdot 10^5$ рад/с.

Таким чином, в області нижніх частот умовною смугою пропускання даного загороджувального фільтра є частотний діапазон $[0; 1.885 \cdot 10^5]$, а в області

верхніх частот - $[5.338 \cdot 10^5; \infty)$.

Граничні частоти можна оцінити і графічним способом. Для цього проведемо на графіку АЧХ дві горизонтальні лінії на рівнях

$$K_{u1} = \frac{K_u(0)}{\sqrt{2}} = \frac{0.8929}{\sqrt{2}} = 0.6313, \quad K_{u2} = \frac{K_u(\infty)}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.7071$$

і знайдемо точки перетину цих прямих із графіком АЧХ. Граничні частоти визначаються перетином осі частот та перпендикулярів, проведених із визначених точок (рис. 3.1,а).

Підставивши в формулу (3.4), що визначає характеристику групового часу запізнення, граничні частоти смуги пропускання, можна визначити значення групового часу запізнення на рівні 3 дБ:

$$\psi(\omega_{в.гр}) = 3.9069 \cdot 10^{-6} \text{ с}; \quad \psi(\omega_{н.гр}) = 1.739 \cdot 10^{-6} \text{ с}.$$

Дослідження залежності частотних характеристик від зміни параметрів елементів кола. Оцінимо вплив на АЧХ та ФЧХ опору елементів R1 та R2 кола на рис. 3.1,а. Спочатку зробимо якісне, а потім кількісне оцінювання.

Основу якісного аналізу складає схема кола без будь-яких розрахунків. Задане коло можна розглядати як подільник напруги з резистивним елементом R2 і гілкою, що складається з елементів C1, L1, R1 (гілка Г).

Гілка Г за структурою є однією з різновидів паралельного коливального контуру, опір якого змінюється з частотою від R_1 на нульовій частоті до нуля на нескінченно великій частоті. На деякій частоті ω_0 опір контуру є максимальним, але кінцевим, і носить чисто активний характер. Таке явище має назву резонансу струмів, а відповідна частота - частотою резонансу. Тому на резонансній частоті АЧХ (напруга на R2) мінімальна, а ФЧХ приймає нульове значення.

На нульовій частоті опір індуктивного елемента дорівнює 0, а ємнісного - нескінченності. При цьому опір гілки Г дорівнює R_1 і є чисто активним. ФЧХ дорівнює нулю, а АЧХ визначається відношенням опору R_2 до суми опорів елементів R1 та R2.

На частотах від нуля до ω_0 опір гілки Γ є активно-індуктивним і зі зростанням частоти її повний опір збільшується, а АЧХ зменшується до нуля. ФЧХ, як зсув фаз між напругою на R_2 та напругою на вході, визначається початковою фазою вхідного струму. В межах указанного частотного діапазону початкова фаза вхідного струму, а значить і ФЧХ, змінюється в межах від $-\pi/2$ до 0.

При подальшому збільшенні частоти ємнісний елемент буде мати менший опір, ніж гілка "L1R1", а отже, опір гілки Γ буде носити активно-ємнісний характер і зменшуватися з ростом частоти. АЧХ збільшується, а різниця початкових фаз реакції та дії буде знаходитися в межах $0 \dots \pi/2$. Сказане підтверджується проведеними розрахунками.

Вплив опору елемента R1. Опір елемента R_1 більше впливає на АЧХ та ФЧХ в області нижніх частот. В області верхніх частот (більше ω_0) значну роль відіграє ємнісний елемент.

Зменшення опору забезпечує більшу добротність паралельного контуру, підйом АЧХ в області нижніх частот. При нульовому значенні опору резистивного елемента R_1 гілка Γ перетворюється в ідеальний реактивний паралельний коливальний контур з нескінченним опором на частоті $\omega_0 = 1/\sqrt{L_1 C_1}$ $> \omega_0$. АЧХ має явно виражений мінімум, що дорівнює 0 на цій частоті. При $\omega=0$, коефіцієнт передачі напруги буде дорівнювати одиниці. Це пояснюється тим, що на нульовій частоті гілка Γ шунтується індуктивним елементом, а, отже, вся напруга дії буде виділятися на резистивному елементі R_2 .

В області верхніх частот зменшення опору елемента R_1 веде до пониження АЧХ. При $\omega=\infty$ АЧХ (коефіцієнт передачі напруги) дорівнює 1, оскільки на цій частоті гілка Γ має нульовий повний опір (її шунтує ємнісний елемент), а, отже, вся напруга дії буде виділятися на резистивному елементі R_2 .

ФЧХ кола при зменшенні опору елемента R_1 характеризується збільшенням крутості в області резонансної частоти. При нульовому опорі ФЧХ на частоті резонансу стрибкоподібно змінює свій знак. Дійсно, на частотах від 0 до ω_0 задане коло за своїми властивостями є фільтром нижніх частот із значеннями ФЧХ в

межах $0, -\pi/2$. В області верхніх частот - це резистивно-ємнісне коло з властивостями фільтра верхніх частот, для якого ФЧХ приймає значення в межах $\pi/2, 0$. Тому ми і отримуємо стрибок ФЧХ.

Збільшення опору елемента R_1 спричинює зменшення добротності контуру і впливу індуктивного елемента, а отже суттєвому зменшенню АЧХ в області нижніх частот, зменшенню резонансної частоти і перетворенню кола в систему з властивостями резистивно-ємнісного фільтра верхніх частот. ФЧХ при цьому в області НЧ прямує до $\pi/2$ набагато швидше, ніж до нуля в області верхніх частот.

Таблиця 3.4 - Вплив опору елемента R_1 на частотні характеристики

ω	$R_1=12 \text{ Ом}$		$R_1=1,2 \times 10^3 \text{ Ом}$		$R_1=1,2 \times 10^5 \text{ Ом}$	
	$K_{uR1min}(\omega)$	$\varphi_{P1uv}(\omega)$	$K_u(\omega)$	$\varphi(\omega)$	$K_{uR1max}(\omega)$	$\varphi_{P1u\Delta J}(\omega)$
рад/с	—	рад	—	рад	—	рад
0.000	0.998	0.000	0.892	0.0000	0.076	0.000
$5.000 \cdot 10^4$	0.984	-0.167	0.878	-0.147	0.156	0.924
$1.000 \cdot 10^5$	0.937	-0.350	0.831	-0.304	0.275	1.029
$2.000 \cdot 10^5$	0.674	-0.828	0.590	-0.672	0.486	0.929
$2.500 \cdot 10^5$	0.418	-1.134	0.375	-0.837	0.569	0.857
$3.000 \cdot 10^5$	0.109	-1.450	0.136	-0.584	0.639	0.788
$3.500 \cdot 10^5$	0.181	1.383	0.192	0.963	0.695	0.725
$4.000 \cdot 10^5$	0.404	1.153	0.391	1.022	0.741	0.668
$5.000 \cdot 10^5$	0.666	0.841	0.652	0.812	0.810	0.573
$6.000 \cdot 10^5$	0.791	0.657	0.783	0.648	0.856	0.498
$7.000 \cdot 10^5$	0.857	0.540	0.852	0.536	0.888	0.439
$8.000 \cdot 10^5$	0.896	0.459	0.893	0.457	0.911	0.392
$9.000 \cdot 10^5$	0.920	0.400	0.919	0.399	0.928	0.353
$1.000 \cdot 10^6$	0.937	0.355	0.936	0.3545	0.940	0.3211

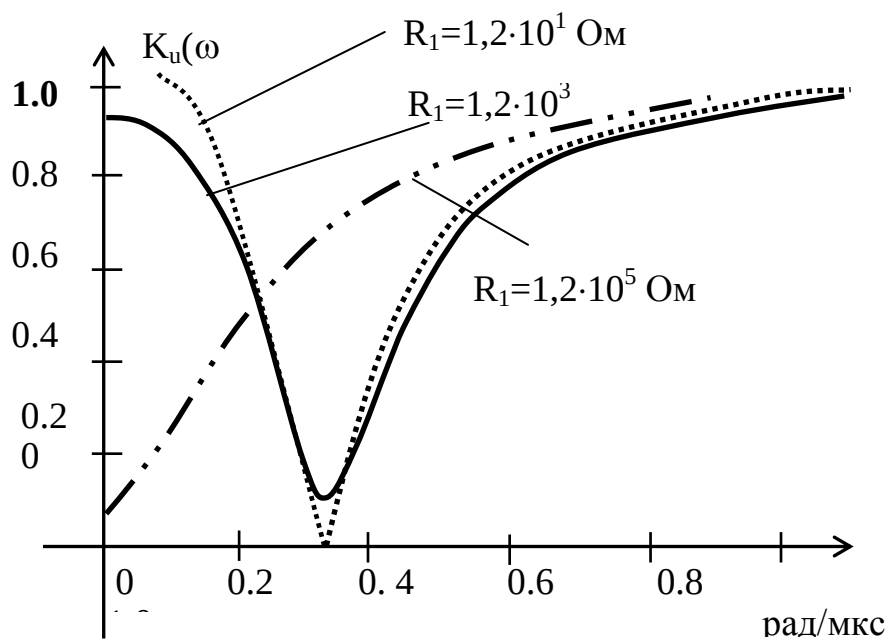


Рисунок 3.5 - Залежність АЧХ від опору елемента R_1

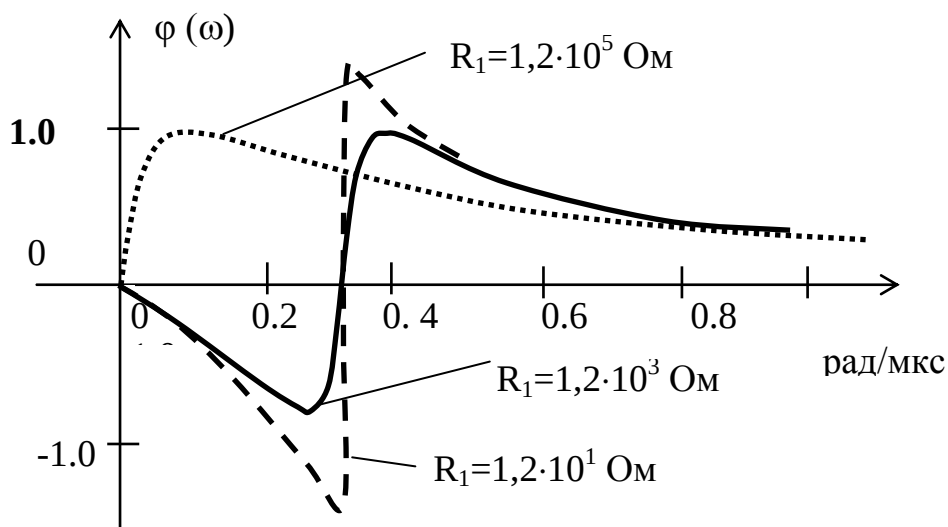


Рисунок 3.6 - Залежність ФЧХ від опору елемента R_1

Вплив опору елемента R_2 . Резистивний елемент R_2 є частотно-незалежним елементом частотно-залежного подільника напруги, а з іншого боку навантаженням кола. З цих причин значення його опору визначає рівень вихідного сигналу, активну складову комплексного опору розподільовача і не

впливає на частоту резонансу гілки Г. Тому при зменшенні опору елемента R2 при незмінних параметрах елементів контуру напруга на виході на всіх частотах буде адекватно зменшуватися і прямувати до нуля, а АЧХ - до горизонтальної прямої на нульовому рівні.

Різниця початкових фаз реакції і діючого сигналу буде переважно визначатися тільки властивостями гілки Г (контуру). Із урахуванням попереднього аналізу впливу на частотні характеристики кола гілки Г в області резонансної частоти крутість ФЧХ буде збільшуватися, в області нижніх та верхніх частот буде спостерігатися підйом ФЧХ відповідно до рівнів $-\pi/2$ та $\pi/2$. Однак на нульовій частоті значення ФЧХ залишиться також нульовим, а на нескінченно великій прямуватиме до $\pi/2$.

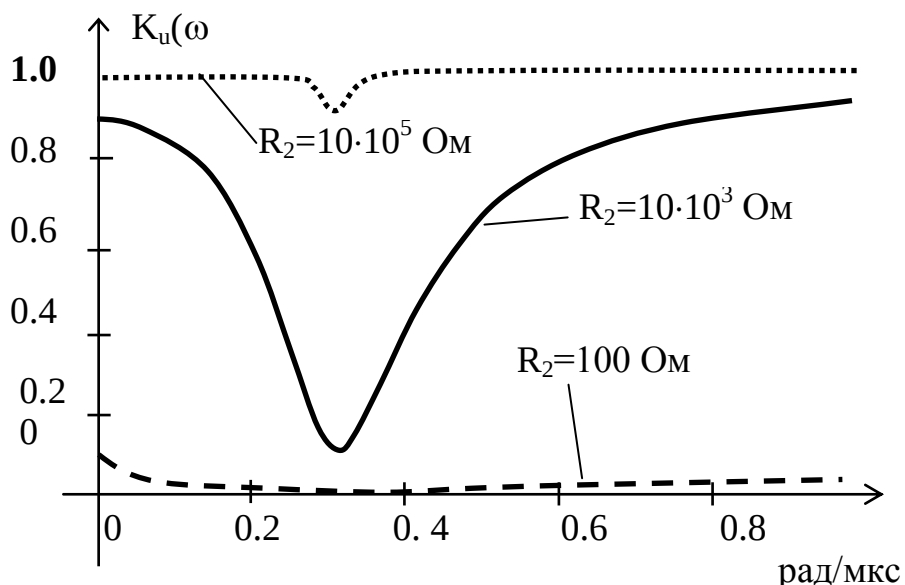
При збільшенні опору резистивного елемента R2, що прямує до нескінченності, коло на рис. 2.4,а буде мати загальний опір, який визначається цим елементом. Тому більша частина напруги входу буде виділятися на навантаженні, а, отже, АЧХ (коефіцієнт передачі напруги) буде прямувати до прямої паралельної осі частот на рівні 1. Значення ФЧХ з тих же причин прямують до нуля.

Результати якісного аналізу підтверджуються даними розрахунків (кількісного аналізу) згідно формул (3.2) і (3.3) для різних значень опору резистивних елементів R1 та R2. В кожному досліді змінюється опір тільки одного із вказаних елементів у межах від нуля до номінального значення і від номінального значення до нескінченності з кроком не менше одного порядку, а параметри всіх інших беруться номінальними.

Результати кількісних досліджень представлені в табличній (таблиці 3.4 і 3.5) та графічній (рис. 3.4 -3.8) формах.

Таблиця 3.5 Вплив опору R_2 на частотні характеристики

ω	$R_2=100 \text{ Ом}$		$R_2=10 \cdot 10^3 \text{ Ом}$		$R_2=10 \cdot 10^5 \text{ Ом}$	
	$K_{uR2\min}(\omega)$	$\varphi_{P2\min}(\omega)$	$K_u(\omega)$	$\varphi(\omega)$	$K_{uR2\max}(\omega)$	$\varphi_{P2\max}(\omega)$
рад/с	—	рад	—	рад	—	рад
0.0000	0.0769	0.000	0.892	0.000	0.9988	0.000
$5.000 \cdot 10^4$	0.0464	-0.886	0.878	-0.147	0.9987	$-1.666 \cdot 10^{-3}$
$1.000 \cdot 10^5$	0.0254	-1.158	0.831	-0.304	0.9985	$-3.598 \cdot 10^{-3}$
$2.000 \cdot 10^5$	$9.043 \cdot 10^{-3}$	-1.263	0.590	-0.672	0.9967	-0.010
$3.000 \cdot 10^5$	$1.536 \cdot 10^{-3}$	-0.668	0.136	-0.584	0.9508	-0.038
$3.500 \cdot 10^5$	$2.127 \cdot 10^{-3}$	1.137	0.192	0.963	0.9799	0.041
$4.000 \cdot 10^5$	$4.534 \cdot 10^{-3}$	1.415	0.391	1.022	0.9965	0.021
$4.500 \cdot 10^5$	$6.827 \cdot 10^{-3}$	1.484	0.544	0.918	0.9987	0.014
$5.000 \cdot 10^5$	$8.977 \cdot 10^{-3}$	1.513	0.652	0.812	0.9994	0.011
$5.500 \cdot 10^5$	0.0110	1.526	0.728	0.722	0.9997	$9.066 \cdot 10^{-3}$
$6.500 \cdot 10^5$	0.0148	1.538	0.822	0.587	0.9999	$6.729 \cdot 10^{-3}$
$7.000 \cdot 10^5$	0.0167	1.540	0.852	0.536	0.9999	$5.992 \cdot 10^{-3}$
$8.000 \cdot 10^5$	0.0202	1.542	0.893	0.457	0.9999	$4.945 \cdot 10^{-3}$
$9.000 \cdot 10^5$	0.0236	1.541	0.919	0.399	1.0000	$4.230 \cdot 10^{-3}$
$1.000 \cdot 10^6$	0.0270	1.539	0.936	0.354	1.0000	$3.707 \cdot 10^{-3}$

Рисунок 3.7 - Залежність АЧХ від опору R_2

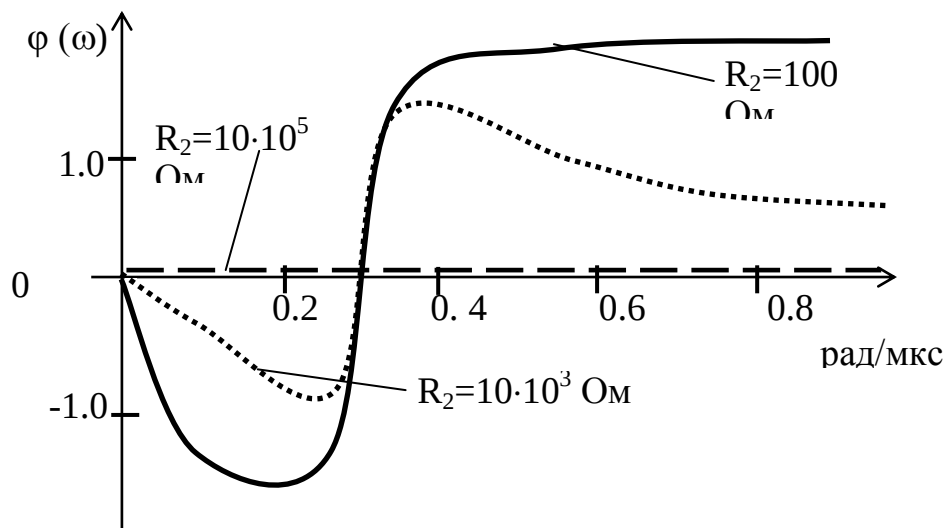


Рисунок 3.8 - Залежність ФЧХ від опору елемента R_2

КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ

1. У чому суть методу інтеграла згортки.
2. Запишіть інтеграл згортки для методу імпульсних і перехідних характеристик.
3. Запишіть інтеграли згортки, які доцільно використовувати при визначенні реакції лінійних кіл за наявності у вхідному сигналі розривів першого роду.
4. У чому суть методу «припасування реакцій».
5. За яких початкових умов визначають часові характеристики?
6. Назвіть параметри часових характеристик.
7. Визначте перехідну та імпульсну характеристику ідеального інтегратора.
8. Які обмеження накладаються на сигнали за їх динамічного представлення через одиничні імпульсні сигнали?
9. Поясніть чи залежить вигляд часових характеристик від типу реакції.
10. Сформулюйте алгоритм графічного визначення реакції згідно з інтегралом Дюамеля.
11. Запишіть інтеграли згортки, які доцільно використовувати при визначенні реакції лінійних кіл за наявності у вхідному сигналі розривів першого роду.
12. Що таке комплексно – частотна функція ?
13. Назвіть способи визначення КЧФ.
14. Якими видами частотних характеристик визначаються частотні властивості електричних кіл і систем?
15. Дайте визначення АЧХ і ФЧХ.
16. Що таке характеристика групового часу затримки?
17. Що таке частотний годограф?
18. Що таке амплітудна ЛЧХ, яка виражається у неперах або у децибелах?
19. Виведіть співвідношення для переведення неперів у децибели і навпаки при оцінюванні відношень рівнів сигналів.

20. Оцініть характер операцій, які здійснює ЛДК над вхідними сигналами, якщо значення амплітудної ЛЧХ: а) додатне; б) від'ємне; в) дорівнює нулю.
21. Скільки децибел становить коефіцієнт передачі потужності, якщо у звичайних одиницях середня потужність гармонічного вихідного сигналу на певній частоті в десять разів перевищує середню потужність гармонічного вхідного сигналу?
22. На скільки децибел послаблюється гармонічний вхідний сигнал із частотою половинної потужності?
23. Що таке гранична частота та умовна смуга пропускання?
24. Запишіть формули для визначення модуля та аргумента КЧФ за нуль-полосним її зображенням.
25. Запишіть формули для обчислення амплітуди та початкової фази гармонічної реакції за відомими АЧХ і ФЧХ.
26. Що таке характеристика загасання, виражена в неперах або децибелах?
27. Дайте визначення частотного коефіцієнта потужності.
28. Поясніть чим відрізняється фазова ЛЧХ від звичайної ФЧХ.
29. Наведіть АЧХ і ФЧХ ідеальних ФНЧ, ФВЧ, СФ, ЗФ.
30. Дайте визначення смуги пропускання, що ґрунтується на коефіцієнті частотних спотворень.
31. Наведіть графіки АЧХ, ФЧХ і АФХ послідовного RC-кола першого порядку.
32. Наведіть графіки АЧХ, ФЧХ і АФХ послідовного RC-кола першого порядку.
33. Що таке асимптотичні ЛЧХ?
34. Чи спотворює коло або система вхідний сигнал, якщо реакція не збігається з ним за формою?
35. Чим відрізняються лінійні та нелінійні спотворення сигналів?
36. Який вигляд має АЧХ і ФЧХ неспотворювального кола?
37. Поясніть, які кола або системи називають частотними фільтрами або

селективними системами?

38. Що таке робоча смуга частот?
39. Назвіть основні величини, які використовують для оцінювання амплітудних спотворень.
40. Яка природа фазових спотворень?
41. Наведіть графічне зображення частотного годографа, АЧХ, ФЧХ та векторне зображення КЧФ для кіл першого порядку з властивостями ФНЧ та ФВЧ.
42. Яких значень набувають АЧХ і ФЧХ кіл другого порядку на нульовій частоті, граничних частотах і нескінченній з властивостями: а) ФНЧ; б) ФВЧ; в) СФ; г) ЗФ?
43. Чи можна реалізувати властивості СФ і ЗФ колами першого порядку?
44. Наведіть графіки АЧХ, частотного годографа і ФЧХ СФ.
45. Чому дорівнює коефіцієнт частотних спотворень ідеального кола?

ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАНЬ

1. Гумен М.Б. та ін. Основи теорії електричних кіл: У 3 кн. Кн. 1. Аналіз лінійних електричних кіл. Часова область: Підручник/ За ред. М.Б. Гумена. - К.: Вища школа, 2003. - 399 с.: іл.
2. Гумен М.Б. та ін. Основи теорії електричних кіл: У 3 кн. Кн. 2. Аналіз лінійних електричних кіл. Частотна область: Підручник/ За ред. М.Б. Гумена. - К.: Вища школа, 2004. - 358 с.: іл.
3. Гумен М.Б. та ін. Основи технічної електроніки: У 2 кн. Кн. 1. Теорія електронних кіл: Підручник / М.Б. Гумен, А.М. Гуржій, В.М. Співак та ін. – Вища шк., 2007. – 727 с.: іл
4. ДСТУ 3008:2015. Інформація та документація. Звіти у сфері науки і техніки. Структура та правила оформлювання./ Нац. стандарт України. – Вид. офіц. – [Уведено вперше ; чинний від 2017-07-01]. – Київ : ДП «УкрНДНЦ», 2017. – 26 с.
5. ДСТУ 8302:2015. Інформація та документація. Бібліографічне посилання. Загальні положення та правила складання / Нац. стандарт України. – Вид. офіц. – [Уведено вперше ; чинний від 2016-07-01]. – Київ : ДП «УкрНДНЦ», 2016. – 17 с.
6. Основи теорії електронних кіл та сигналів у тестах, задачах, та розрахункових завданнях/А.П. Бондарєв, Р.Л. Желяк, Б.О. Капустій, Б.А. Мандзій, М.В. Мелень, В.М. Якубенко – Львів: ліга-Прес. 2006. - -121с.
7. Косенков В.Д. Теорія електричних кіл: навч. посібник./В. Д. Косенков, А.С. Каштальян, В.Д. Бідюк – Хмельницький: ХНУ, 2017. - 255
8. У.М.Сиберт. Цепи, сигналы и системы. В 2-х томах. - М.: Мир, 1988.
9. А.Ф.Белецкий. Теория линейных электрических цепей. - М.: Радио и свя.
10. Теорія електричних кіл та сигналів. Основи розрахунку електричних кіл : конспект лекцій / укладачі: О. М. Кобяков, І. Є. Бражник. – Суми : Сумський державний університет, 2016. – 168 с.
11. Опорний конспект лекцій з дисципліни «Основи теорії кіл та сигналів» / укл. : В. Г. Дозорський , Л. Є. Дедів. - Тернопіль : ТНТУ Імені Івана Пулюя, 2015. – 195 с.

ДОДАТОК А

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

Факультет електроніки
Кафедра акустичних та мультимедійних електронних систем

**ТЕОРІЯ ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ
КУРСОВА РОБОТА**

Освітня програма «Електронні системи мультимедія та засоби Інтернету речей»

«Дослідження властивостей лінійних динамічних кіл»

Керівник _____
/власне ім'я /
Допущений до захисту

/підпис, дата/

Результати захисту

/підпис, дата/

Виконавець роботи
здобувач _____
/ власне ім'я /

гр. _____
/шифр групи /

/підпис, дата/

Київ
КПІ ім. Ігоря Сікорського
2021

ДОДАТОК Б
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

Факультет електроніки

Кафедра Акустичних та мультимедійних електронних систем

Дисципліна Теорія електричних кіл

Спеціальність 171 Електроніка

Освітня програма «Електронні системи мультимедія та засоби Інтернету
речей»

Курс____ Група____ Семестр____

ЗАВДАННЯ
на курсову роботу

здобувачу_____

/ власне ім'я/

Тема роботи. Дослідження властивостей лінійних динамічних кіл

Строк здачі студентом закінченої роботи____.

Вихідні дані до роботи:схема приципова електрична, параметри елементів, КЧФ,
вид вхідного сигналу, вид реакції.

Дата видачі завдання _____.

Календарний план виконання КР

№ п/п	Назва етапів КР	Строк виконання етапів роботи	Примітки
1	Одержання завдання		
2	Опрацювання теоретичного матеріалу		
3	Обчислення реакції кола на вхідний сигнал методом інтеграла згортки .		
4	Визначення КЧФ та розрахунок частотних характеристик: АЧХ, ФЧХ, АФХ, ХГЧЗ, ЛАЧХ, ЛФЧХ, характеристики затухання.		
5	Обчислення значення граничних частот смуги пропускання на рівні 3дБ, групового часу запізнення в межах смуги пропускання.		
6	Дослідження залежності АЧХ та ФЧХ від зміни параметрів елементів.		
7	Оформлювання КР		
8	Захист КР	.	

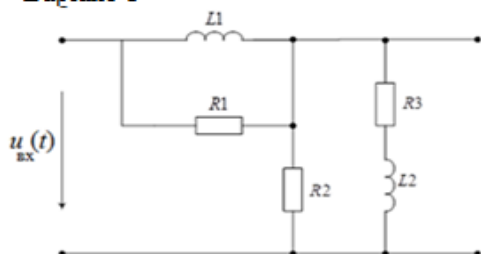
Здобувач _____
/підпис/

Керівник _____
/підпис/ /власне ім'я/
«__» 2021 р.

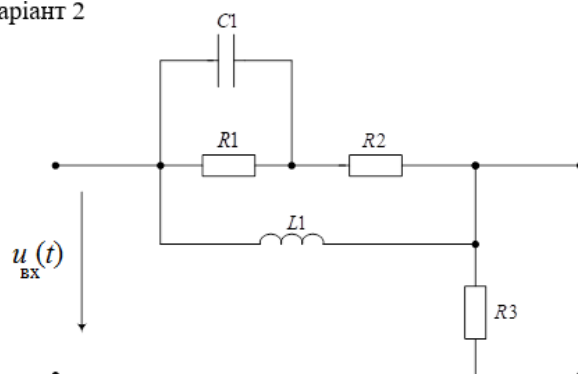
ДОДАТОК С

Принципові електричні схеми заданого кола

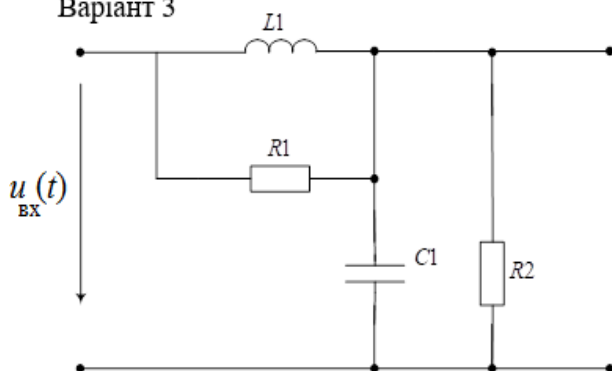
Варіант 1



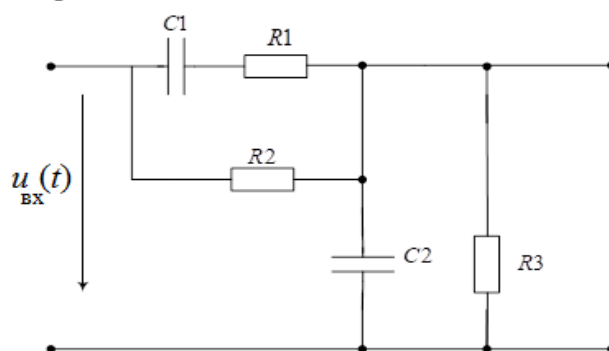
Варіант 2



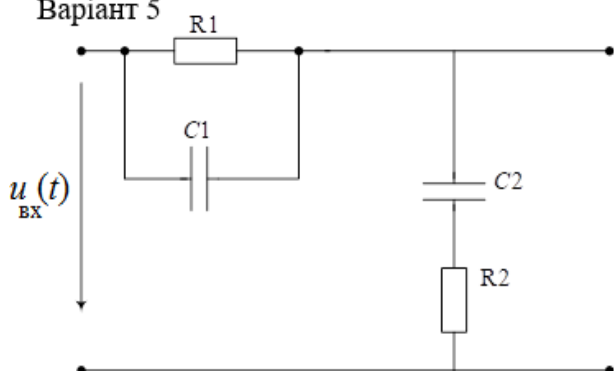
Варіант 3



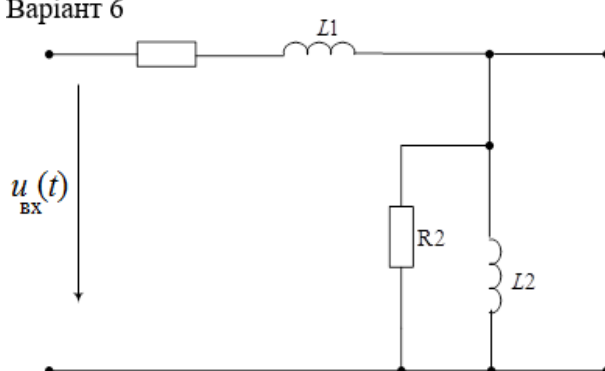
Варіант 4



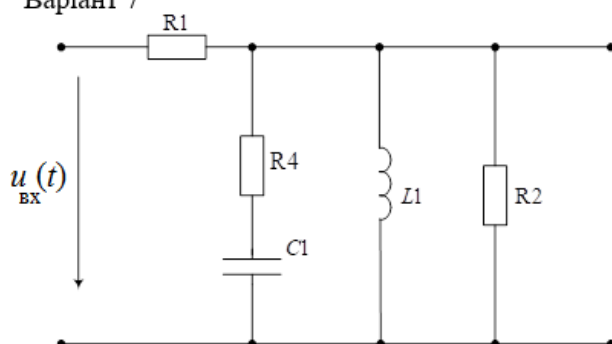
Варіант 5



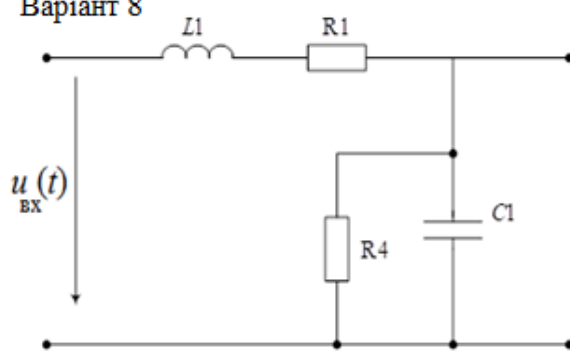
Варіант 6



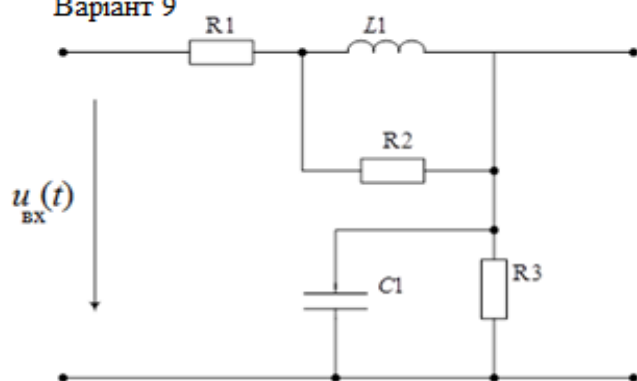
Варіант 7



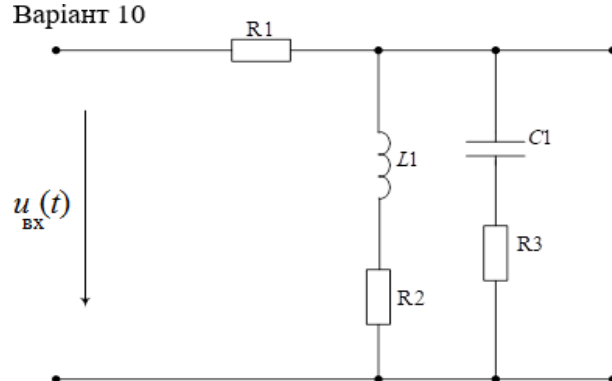
Варіант 8



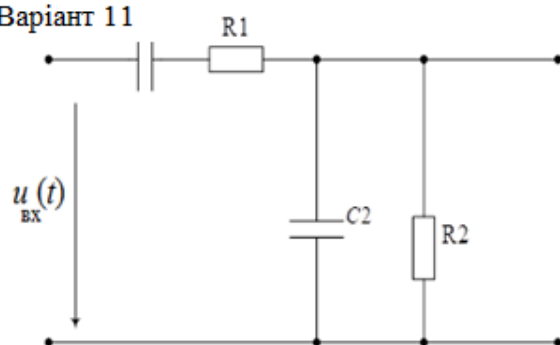
Варіант 9



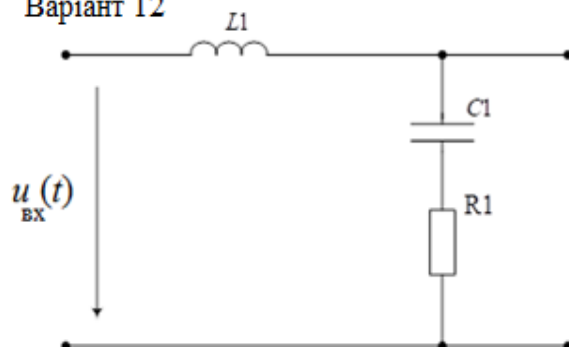
Варіант 10



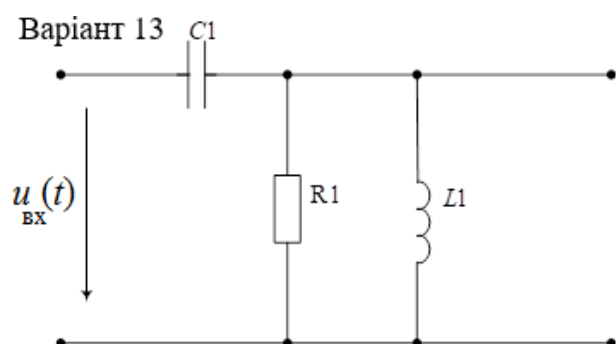
Варіант 11



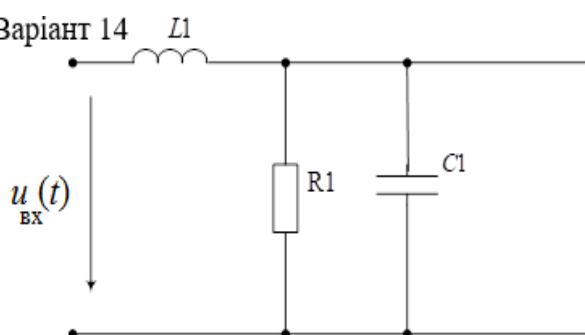
Варіант 12



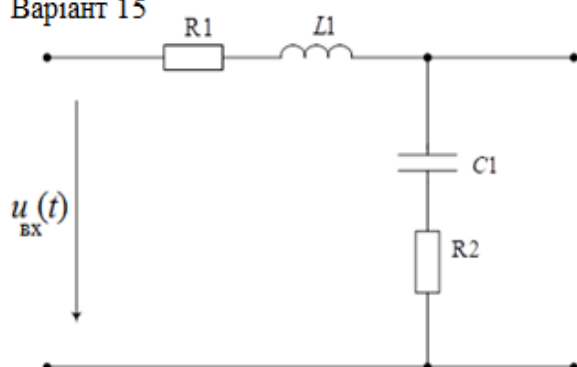
Варіант 13



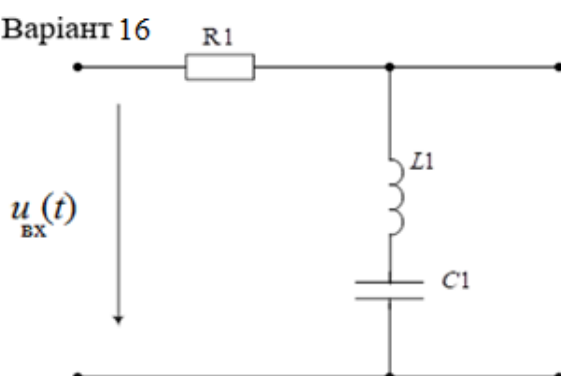
Варіант 14



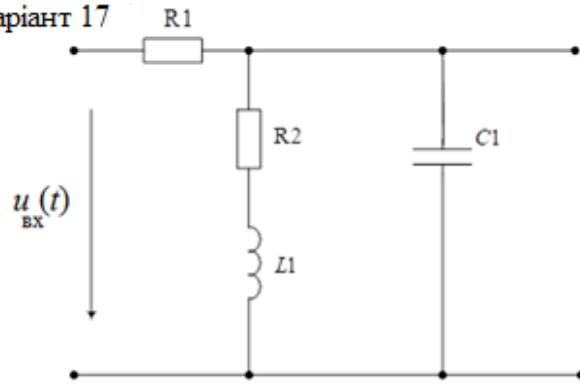
Варіант 15



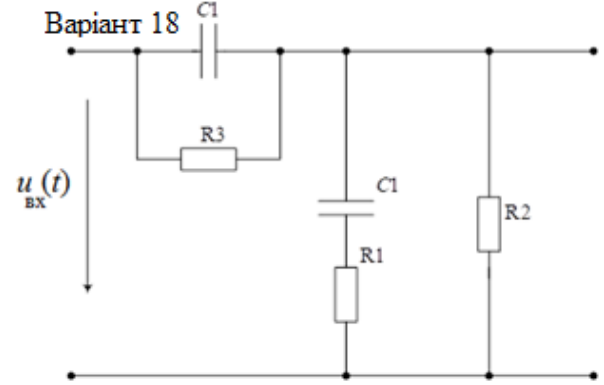
Варіант 16



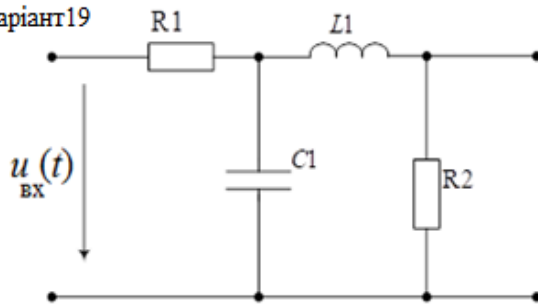
Вариант 17



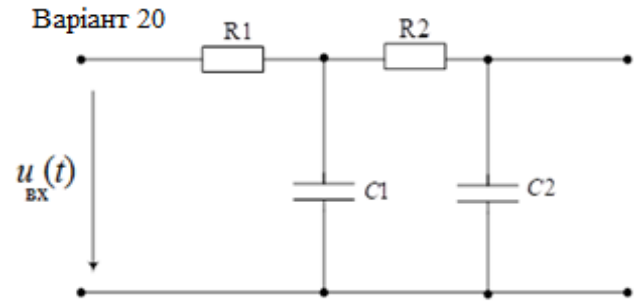
Вариант 18



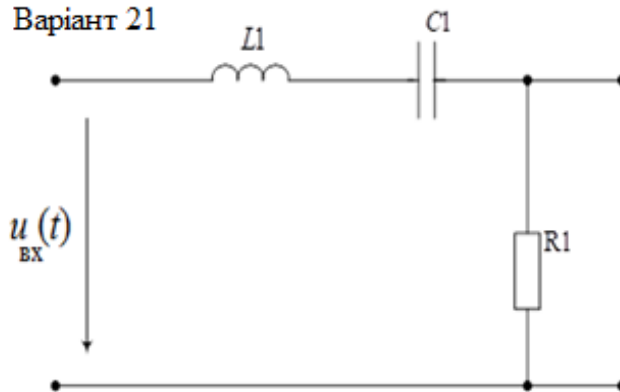
Вариант 19



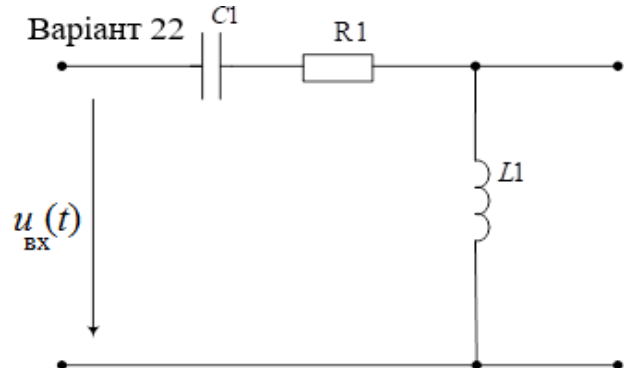
Вариант 20



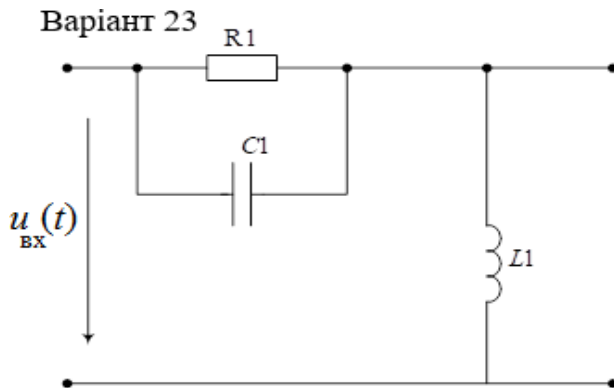
Вариант 21



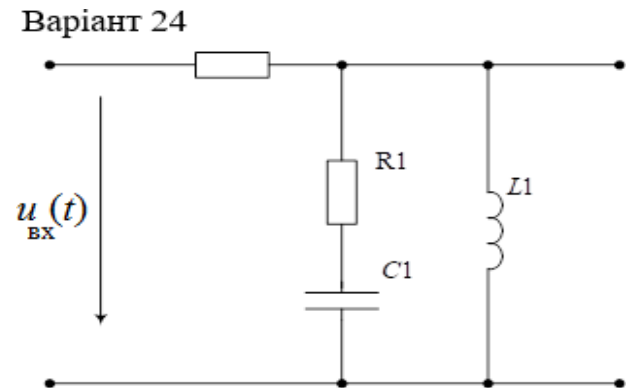
Вариант 22



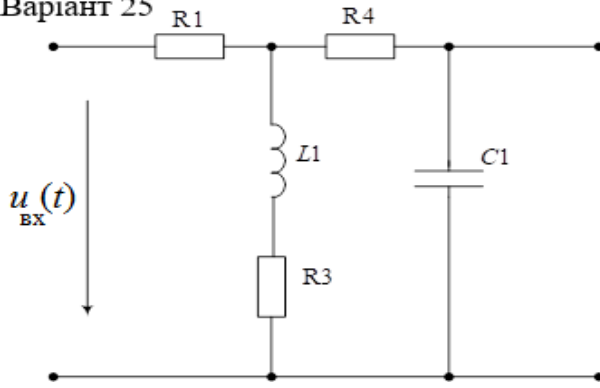
Вариант 23



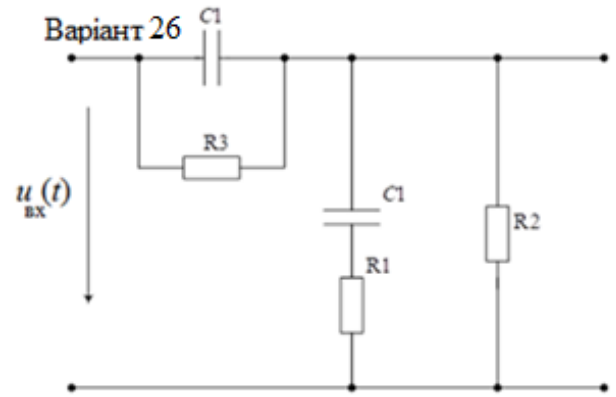
Вариант 24



Вариант 25



Вариант 26



ДОДАТОК Д

Таблиці параметрів завдання

Таблиця 1

R	L	C	R ₁	R ₂	R ₃	R ₄	C ₁	C ₂	L ₁	L ₂
Ом	мГн	нФ	кОм	кОм	кОм	кОм	нФ	нФ	мГн	мГ
100	30	10	1.2	10	2	4.3	0.3	150	33	22

Таблиця 2

№ Вар.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Z _Н	R ₂	R ₃	R ₂	R ₃	R ₂	R ₂	R ₂	R ₄	C ₁	R ₃	C ₂	C ₁	R ₁
№ Вар.	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
Z _Н	C ₁	C ₁	L ₁	C ₁	R ₂	R ₁	C ₂	R ₁	L ₁	L ₁	L ₁	C ₁	R ₂

Таблиця 3

Варіант	Реакція	КЧФ	Елемент параметр якого змінюється	Вхідний сигнал довільної форми
1.	$U_{вих}$	k_u	R3	Рис.1
2.	$i_{вих}$	$Y_{пер.}$	R1	Рис.2
3.	$i_{вих}$	$Y_{пер.}$	R1	Рис.3
4.	$U_{вих}$	k_u	R2	Рис.4
5.	$i_{вх}$	$Y_{вх}$	R1	Рис.1
6.	$U_{вих}$	k_u	R1	Рис.2
7.	$i_{вих}$	$Y_{пер.}$	R1	Рис.3
8.	$U_{вих}$	k_u	R1	Рис.4
9.	$i_{вх}$	$Y_{вх}$	R2	Рис.1
10.	$U_{вих}$	k_u	R2	Рис.2
11.	$i_{вих}$	$Y_{пер.}$	R1	Рис.3
12.	$i_{вих}$	$Y_{пер.}$	R1	Рис.4
13.	$i_{вих}$	$Y_{пер.}$	C1	Рис.1
14.	$U_{вих}$	k_u	L1	Рис.2
15.	$i_{вх}$	$Y_{вх}$	R1	Рис.3

Продовження табл.3

16.	$U_{внх}$	k_u	R1	Рис.4
17.	$i_{вх}$	$Y_{вх}$	R2	Рис.1
18.	$i_{внх}$	$Y_{пер.}$	R1	Рис.2
19.	$i_{вх}$	$Y_{вх}$	R1	Рис.3
20.	$U_{внх}$	k_u	R1	Рис.4
21.	$i_{вх}$	$Y_{вх}$	L1	Рис.1
22.	$i_{внх}$	$Y_{пер.}$	R1	Рис.2
23.	$i_{вх}$	$Y_{вх}$	R1	Рис.3
24.	$U_{внх}$	k_u	R2	Рис.4
25.	$U_{внх}$	k_u	R3	Рис.1
26.	$i_{внх}$	$Y_{пер.}$	C1	Рис.2

Сигнали довільної форми

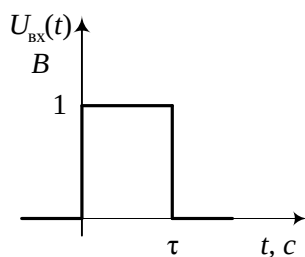


Рис. 1

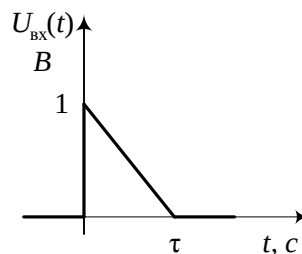


Рис. 2

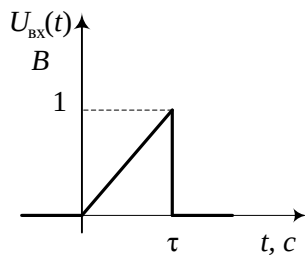


Рис. 3

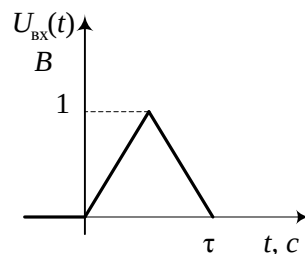


Рис. 4