

# Перетворення Фур'є в теорії сигналів

В. Ю. Бондарчук<sup>1</sup>

<sup>1</sup>*ВНУ ім. Лесі Українки, Луцьк, Україна*

Bondarchuk.Volodymyr2024@vnu.edu.ua

## Анотація

Перетворення Фур'є є ключовим математичним інструментом у теорії сигналів, що дозволяє аналізувати сигнали в частотній області. Розглянуто основні аспекти перетворення Фур'є, його означення та застосування в обробці сигналів.

**Ключові слова:** перетворення Фур'є; теорія сигналів; обернене перетворення Фур'є.

Теорія сигналів – це розділ прикладної математики та інженерії, який вивчає способи представлення, аналізу та обробки сигналів. Під сигналом ми розуміємо будь-які фізичні або абстрактні величини, що змінюються в часі або просторі [Білинський, 2011]. Це можуть бути різні типи сигналів, такі як звук, електромагнітне випромінювання, зображення, а також покази датчиків.

Одним із фундаментальних інструментів аналізу сигналів є швидке перетворення Фур'є (FFT – Fast Fourier Transform). Це алгоритм, який перетворює сигнал в окремі спектральні компоненти і тим самим надає інформацію про частоту сигналу. Це дає змогу досліджувати його частотний спектр і спрощує багато завдань у цифровій обробці сигналів, телекомунікаціях, радіотехніці, медичній візуалізації та інших сферах.

Перетворення Фур'є визначається як інтеграл:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{-i\omega t} dt.$$

Ця формула перетворює сигнал у часовій області  $f(t)$  у аналог  $F(\omega)$  у частотній області, показуючи, скільки кожної частоти присутнє у вихідному сигналі.

Обернене перетворення Фур'є дозволяє відновити оригінальний сигнал з його спектра:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(\omega)e^{i\omega t} d\omega,$$

де

$F(\omega)$  – спектр сигналу в частотній області,  
 $f(t)$  – сигнал у часовій області,  
 $\omega = 2\pi f$  – основна гармонічна пульсація (частота),  
 $i$  – уявна одиниця ( $i^2 = -1$ ).

Перетворення Фур'є часто записують  $f(t) \longleftrightarrow F(\omega)$  або  $F(f(t)) = F(\omega)$ , де  $F$  є оператором перетворення Фур'є [Heckbert, 1995].

Наведемо приклади застосувань перетворення Фур'є в теорії сигналів. Одна з ключових переваг перетворення Фур'є це можливість розкласти сигнал на синусоїдальні компоненти. Це особливо корисно під час аналізу складних сигналів у системах зв'язку, де різні частотні компоненти несуть різну інформацію.

Під час обробки сигналів фільтрація є важливою для видалення небажаних частот із сигналів. Перетворення Фур'є допомагає розробляти такі фільтри, як фільтри низьких частот, височастотні та смугові фільтри.

Наприклад, під час обробки звуку перетворення Фур'є використовується для видалення фонового шуму з мовних сигналів, покращуючи чіткість голосу. Так само в біомедичній інженерії перетворення Фур'є допомагає відфільтрувати шум із сигналів електрокардіограми (ЕКГ) для точного аналізу стану серця [Proakis, 1996].

Перетворення Фур'є є одним із найпотужніших інструментів в аналізі сигналів. Воно дозволяє перейти від часової області до частотної, що спрощує обробку, аналізувати фільтр сигналів у різних сферах науки і техніки. Сучасні алгоритми, такі як FFT, дозволяють забезпечити швидку обробку сигналів у реальному часі, що використовується в телекомунікаціях, цифровій обробці звуку та зображень, медичній діагностиці та багатьох інших технологіях.

## Перелік посилань

Білинський Й.Й., Огороднік К.В., Юкиш М.Й. (2011). *Електронні системи: навчальний посібник*. Вінниця: ВНТУ.

John G. Proakis, Dimitris G. Manolakis (1996). *Digital Signal Processing: Principles, Algorithms, and Applications*. Prentice Hall.

Heckbert P. (1995). Fourier transforms and the Fast Fourier Transform (FFT) algorithm. *Computer Graphics*, vol. 2, pp. 15–463.