УДК 004. 056.5

МАРКОВСЬКИЙ О.П.,
РЯБИКІНА В.О.,
СЕМЕНЮК Ю.В.

ЕФЕКТИВНИЙ МЕТОД КОРЕКЦІЇ “ПАЧКИ” ПОМИЛОК У КАНАЛАХ ЗІ СПЕКТРАЛЬНОЮ МОДУЛЯЦІЄЮ

Запропоновано новий метод для корекції пачки помилок в каналах зі спектральною модуляцією, особливістю якого є використання математичних операцій без міжрозрядних переносів. Описано запропоновані процедури кодування та корекції “пачки” помилок. Виклад проілюстровано чисельним прикладом. Виконано порівняльний аналіз запропонованого методу і кодів Ріда-Соломона з позицій обчислювальної складності. Доведено, що запропонований метод забезпечує суттєве прискорення кодування, виявлення та корекції “пачки” помилок, а також спрощення схеми апаратної реалізації.

The new method for burst error correction in spectral modulation channels is proposed, feature of one is use of mathematical operations without carry. The proposed burst of errors coding and correction procedures are presented. The presentation is illustrated by numerical example. The comparative analysis of proposed method and Reed-Solomon codes from the standpoint of computation complexity is performed. It has been shown that proposed method provides a significant acceleration bust errors coding, detection and correction and simplifies hardware implementation.

Вступ

Розвиток технологій передачі даних в комп’ютерних та телекомунікаційних системах пов’язаний з проблемою забезпечення високої надійності в процесі передачі.

Для ущільнення каналів та збільшення обсягу даних, які вони здатні передавати, використовують схеми модуляції з ефективним використанням наданого спектру. Прикладом таких схем модуляції може бути QAM (Quadrature Amplitude Modulation). Цим схемам притаманна висока швидкість передачі за умови високої якості каналу [1]. Данні передаються не окремими бітами як, під час використання MSK (Minimum Shift Keying) та BPSK (Binary phase-shift keying), а символами, які можуть складатись з багатьох біт, так QAM256 один символ складається з 8 біт. Кожному символу співвідноситься один сигнал, що безпосередньо передається по каналу.

Якщо в процесі передачі на сигнал діє зовнішня завада, то, відповідно, спотворюється весь символ, на який модулюється цим сигналом. В останні роки, в зв’язку зі багатократним зростанням швидкості передачі, за час дії зовнішніх завад по каналу передається декілька символів. Відповідно, типовою помилкою стає спотворення “пачки” символі – тобто послідовності суміжних символів на час передачі яких діє зовнішня завада [1].

Чим вища швидкість передачі даних, тим більша довжина “пачки” помилок від однієї перешкоди. Для існуючих методів корекції символьних помилок збільшення їх кількості сильно впливає на зростання обчислювальної складності процесів виправлення. Вважаючи на те, що для переважної більшості систем корекція має виконуватися в реальному часі, об’єктивна тенденція збільшення довжини “пачки” спотворених символів потребує експоненційного зростання обчислювальних ресурсів потрібних для корекції в реальному часі.

Разом з тим, швидкісні канали все більше використовується не тільки в спеціалізованих системах, а і в мобільних пристроях. Ці пристрої використовують батарейне живлення, тому надзвичайно обмежені в обчислювальних ресурсах. З іншого боку батарейне живлення мобільних термінальних пристроїв накладає суттєві обмеження на потужність канальних сигналів, що негативно впливає на достовірність передачі даних і, відповідно, потребує використання ефективних корегуючих кодів.

Таким чином, проблема створення ефективних в плані обчислювальної складності методів для корекції домінуючого в каналах зі спектральним ущільненням типу помилок – а саме “пачки”, є актуальною для сучасного етапу розвитку технології передачі даних.

Аналіз методів корекції "пачки" помилок в каналах зі спектральним ущільненням

В сучасних комп'ютерних та телекомунікаційних системах використовують спеціальні види модуляції, які дозволяють ефективніше використовувати частотні властивості каналу. Особливістю таких видів модуляції є те, що символ, який передається належить алфавіту з M символів, тому одночасно передається $k = \log_2 M$ бітів за один символьний інтервал. Це дозволяє в k раз збільшити швидкість передачі інформації.

На сьогодні, розроблено і активно використовується декілька видів такої модуляції, які орієнтовані на різні типи каналів. Параметри більшості з них фіксовані відповідними протоколами передачі цифрової інформації.

Найбільш відомим видом спектрально ефективної модуляції є квадратуно-амплітудна модуляція (QAM). Існують різні модифікації QAM які відрізняються кількістю біт з яких складається символ.

Під впливом зовнішньої завади може бути пошкоджено один або "пачка" символів, що залежить від часу дії завади та частоти слідування канальних сигналів. Виходячи з існуючої тенденції збільшення частоти слідування канальних сигналів має місце зростання довжини "пачки" пошкоджених символів.

В роботі розглядається передача блока m-розрядних символів, кожен з яких модулюється канальним сигналом. Вважається що за час передачі блока, можлива дія лише однієї зовнішньої завади, причому кількість спотворених нею символів лежить в інтервалі від одного до $2 \cdot q - 1$ (параметр q залежить від типу каналу, умов та швидкості передачі).

Для виправлення помилок в каналах зі спектральною модуляцією найбільш часто використовують різновиди циклічних кодів, таких як коди Файра, коди Міласа, або коди Ріда-Соломона. Найбільшим недоліком цих кодів є їхня висока обчислювальна складність, так як для знаходження помилок необхідно розв'язувати систему нелінійних рівнянь. Аналітичного способу її розв'язання не існує, тому використовуються технології перебору. Технологія перебору відрізняється в залежності від коду. Саме необхідність виконувати перебір зумовлює високу обчислювальну складність.

Найбільшого поширення для корекції пачок помилок в каналах зі спектральною модуляцією набули коди Ріда-Соломона. Ці коди дозволяють виправляти h спотворених символів з використанням $2 \cdot h$ контрольних символів. При виникненні пачки помилок коди Ріда-Соломона не враховують те, що спотворені символи є суміжними, тобто при корекції пачки значна частина процедури виправлення є надлишковою.

Динамічне зростання швидкостей передачі даних має наслідком зміщення акценів в оцінці ефективності корегуючих кодів. Зокрема, на сьогодні, більш важливим критерієм є обчислювальна складність, а ніж кількість надлишкової інформації в блоці передаваємої інформації. З цих позицій найбільш суттєвою вадою кодів Ріда-Соломона є висока обчислювальна складність, яка значно ускладнює корекцію помилок в реальному часі.

Інший підхід до корекції "пачки" помилок базується на використанні контрольних сум. Добре відомо, що контрольні суми є найшвидшим методом контролю та виправлення помилок. Зокрема, запропонована спеціальна модифікація зважених контрольних сум для швидкого знаходження помилок у каналах з імпульсно кодовою модуляцією [3]. Проте вона прямо не може бути використана для виявлення та корекції пачок помилок в каналах зі спектральним ущільненням.

Метою дослідження є прискорення процесів виявлення та корекції одиничної "пачки" помилок передачі даних в каналах зі спектральною модуляцією за рахунок розробки методу, що враховує особливості вказаного класу помилок та базується на використанні зважених контрольних сум, для обчислення яких використовується операція множення без переносів.

Метод швидкої корекції пачки помилок

Запропонований метод дозволяє виконувати корекцію "пачки" помилок з максимальною довжиною $2 \cdot q - 1$ пошкоджених символів. В основі методу лежить використання зважених контрольних сум. Для зменшення обчислювальної складності при обчисленнях зважених контрольних сум використовуються спеціальні різновиди математичних операцій множення без переносів [4], а також поліноміальне ділення.

Множення без міжрозрядних переносів визначається наступним чином: нехай X та Y m-розрядні двійкові числа, що визначаються як:

$$X = \{x_0, x_1, ..., x_{m-1}\} = x_{m-1} + 2 \cdot x_{m-2} + ... + 2^{m-1} \cdot x_0,$$
$$x_i \in \{0,1\} \forall i \in \{0,1,...,m-1\},$$
$$Y = \{y_0, y_1, ..., y_{m-1}\} = y_{m-1} + 2 \cdot y_{m-2} + ... + 2^{m-1} \cdot y_0,$$
$$y_i \in \{0,1\} \forall i \in \{0,1,...,m-1\},$$

тоді їхній добуток без міжрозрядних переносів $P = X \otimes Y$ є $2 \cdot m$-розрядне двійкове число, що визначається як:

$$P = \{p_0, p_1, ..., p_{m-1}\} = p_{2 \cdot m-1} + 2 \cdot p_{2 \cdot m-2} + ... +$$
$$+ 2^{2 \cdot m-1} \cdot p_0 = X \cdot y_{m-1} \oplus 2 \cdot X \cdot y_{m-2} \oplus ... \oplus$$
$$\oplus 2^{m-1} \cdot X \cdot y_0, p_i \in \{0,1\} \forall i \in \{0,1,...,m-1\}.$$

Наприклад, якщо m = 4: $X = \{1,0,1,0\} = 10_{10}$ $Y = \{1,0,0,1\} = 9_{10}$, тоді $P = X \otimes Y = 1010 \oplus$ $\oplus 1010000 = 01011010 = 90_{10}$.

Операція поліноміального ділення визначається як ділення $2 \cdot m$-розрядного поліному на m-розрядний. При виконанні операції формуються частка та остача, які позначаються як *Q(P/Y)* та *R(P/Y)* відповідно, де:

$$P = \{p_0, p_1, ..., p_{m-1}\} = p_{2 \cdot m-1} + 2 \cdot p_{2 \cdot m-2} + ... +$$
$$+ 2^{2 \cdot m-1} \cdot p_0, p_i \in \{0,1\} \forall i \in \{0,1,...,m-1\}.$$
$$Y = \{y_0, y_1, ..., y_{m-1}\} = y_{m-1} + 2 \cdot y_{m-2} + ... + 2^{m-1} \cdot y_0,$$
$$y_i \in \{0,1\} \forall i \in \{0,1,...,m-1\}.$$

Наприклад, якщо m = 4: $P = \{0,1,0,1,1,1,1,0\} =$ $= 94_{10}, Y = \{1,0,0,1\} = 9_{10}$, тоді $Q(P/Y) = 1010 =$ $= 10_{10}, R(P/Y) = 0100 = 4_{10}$.

Запропонований метод передбачає ділення інформаційного блоку B на n кадрів F, кожен довжиною q m-розрядних символів, де q – обраний параметр коду, отже:

$$B = \{F_0, F_1, ..., F_{n-1}\}, F_i = \{X_{i \cdot q}, X_{i \cdot q+1}, ..., X_{i \cdot q+(n-1)}\},$$
$$X_j = \{x_{j,0}, x_{j,1}, ..., x_{j,m-1}\}.$$

Використовуючи кадри F, передавач обчислює контрольний код, який складається з $2 \cdot q$ компонент. Компоненти контрольного коду обчисленого передавачем позначаються $C_{Tk}, S_{Tk}, k \in \{0,1,...,q-1\}$. Перші q компонент контрольної суми обчислюються за формулою:

$$C_k = F_{0,k} \oplus F_{1,k} \oplus ... \oplus F_{n-1,k},$$
$$k \in \{0,1,...,q-1\} \quad (1)$$

Наступні q компонент зваженої контрольної суми і обчислюються за формулою:

$$S_k = F_{0,k} \otimes 1 \oplus F_{1,k} \otimes 2 \oplus ... \oplus F_{n-1,k} \otimes n,$$
$$k \in \{0,1,...,q-1\} \quad (2)$$

Після обчислення контрольного коду передавачем, інформація передається на приймач в наступній послідовності:

$B, C_{T0}, S_{T0}, C_{T1}, S_{T1}, ..., C_{Tq-1}, S_{Tq-1}$.

Приймач за прийнятим блоком B обчислює контрольні коди $C_{Rk}, S_{Rk}, k \in \{0,1,...,q-1\}$ за формулами (1) та (2) відповідно. З обчислених та прийнятих контрольних кодів обчислюються різниці між кодами приймача і передавача:

$$\Delta_k = C_{Rk} \oplus C_{Tk}, \delta_k = S_{Rk} \oplus S_{Tk},$$
$$k \in \{0,1,...,q-1\} \quad (3)$$

Зі значень різниць визначається наявність помилок та їх тип. Можливі наступні часткові випадки:

1) $\Delta_k = 0, \delta_k = 0, k \in \{0,1,...,q-1\}$, в цьому випадку блок передано правильно.

2) $\exists k \in \{0,1,...,q-1\} : (\Delta_k = 0, \delta_k \neq 0) \vee (\Delta_k \neq 0$ $, \delta_k = 0)$ – означає, що помилка відбулась у контрольних кодах, блок даних передано правильно і корекція не потрібна.

Якщо попередні умови не виконались, то в даних є помилки, які необхідно виправити. Необхідним є ввести означення помилок 1, 2 та 3 типів.

Помилка з позицією l вважається помилкою першого типу якщо більше нема помилок з позиціями $l' = l \pm q \cdot n, n \in N$.

Якщо існує лише одна помилка з позицією $l' = l \pm q \cdot n, n \in N$, то помилка вважається помилкою другого типу.

Якщо таких помилок більше – то це помилка третього типу.

В межах однієї пачки помилок довжиною $2 \cdot q - 1$ помилки 3 типу неможливі. Тому вони в запропонованому методі не розглядаються.

Для помилок першого типу виконується умова $R(\delta_k / \Delta_k) = 0$, де k позиція помилки у кадрі, якщо $R(\delta_k / \Delta_k) \neq 0$ – вважається, що помилка на позиції k – помилка другого типу.

Наступний крок – знаходження множин індексів помилок обох типів. Для цього, використовуючи обчислені значення Δ_k та δ_k, для помилок першого типу будується множина A:

$$A = \{k \mid \forall k \in \{0,1,...,q-1\} : \Delta_k \neq 0, \delta_k \neq 0, R(\delta_k / \Delta_k) = 0\}, \quad (4)$$

Для побудови множини B помилок другого типу використовується формула:

$$B = \{k \mid \forall k \in \{0,1,...,q-1\} : \Delta_k \neq 0, \delta_k \neq 0, R(\delta_k / \Delta_k) \neq 0\} \quad (5)$$

З побудованих множин визначаються помилки. Розглядаються 2 випадки:

1) Множина $B = \varnothing$ – робиться висновок, що відбулись лише помилки першого типу, які виправляються за формулою (6).

$$\forall k \in A : l(k) = (Q(\delta_k / \Delta_k) - 1) \cdot q + k, \quad X_{l(k)} = X_{Rl(k)} \oplus \Delta_k \quad (6)$$

Після корекції за формулою (6) блок даних вважається виправленим.

2) Множина $B \neq \varnothing$ – робиться висновок, що присутні помилки обох типів. Важливо перевірити умову $|A| + |B| \neq q$, що означає не виконання умови належності всіх помилок до однієї пачки або умови максимальної довжини пачки і виправлення помилок запропонованим методом неможливе.

З умови $|A| + |B| = q$, слідує що в даних, які отримав приймач відбулась пачка помилок довжиною $|A| \cdot 2 + |B|$. Знаходження позиції p першої помилки в пачці реалізується за формулою :

$$p = \min((Q(\delta_k / \Delta_k) - 1) \cdot q + k) - |B|, \forall k \in . \quad (7)$$

Оскільки знайдено початок пачки, можлива корекція. Для виправлення помилок першого типу використовується формула (6), для помилок другого типу наступна формула:

$$\forall t \in N, t \geq p, t < p + |B| :$$
$$k(t) = t \bmod q, f(t) = \left\lfloor \frac{t}{q} \right\rfloor + 1,$$
$$y(t) = Q\left(\frac{\delta_{k(t)} \oplus (\Delta_{k(t)} \otimes (f(t)+1))}{f(t) \otimes (f(t)+1)}\right), \quad (8)$$
$$X_t = X_{Rt} \oplus y(t),$$
$$X_{t+q} = X_{Rt+q} \oplus y(t) \oplus \Delta_{k(t)}$$

Після виконання всіх необхідних операцій блок даних вважаться виправленим або робиться висновок що пошкодження надто сильні і корекція неможлива.

Описана процедура корекції ілюструється наведеним нижче прикладом в якому параметр коду q = 4, нехай початковий інформаційний блок складається з 12 символів по 4 біти кожен:

$X_0 = \{1,0,0,1\}, X_1 = \{0,1,1,1\}, X_2 = \{0,1,1,0\},$
$X_3 = \{1,0,0,1\}, X_4 = \{0,1,0,0\}, X_5 = \{1,1,0,0\},$
$X_6 = \{0,1,1,1\}, X_7 = \{1,0,1,1\}, X_8 = \{0,1,0,1\},$
$X_9 = \{1,0,0,0\}, X_{10} = \{1,0,1,1\}, X_{11} = \{0,0,1,1\}$

Контрольні коди обчислені передавачем:

$C_{T0} = 1001 \oplus 0100 \oplus 0101 = 1000,$
$C_{T1} = 0111 \oplus 1100 \oplus 1000 = 0011,$
$C_{T2} = 0110 \oplus 0111 \oplus 1011 = 1010,$
$C_{T3} = 1001 \oplus 1011 \oplus 0011 = 0001,$
$S_{T0} = 1001 \otimes 1 \oplus 0100 \otimes 2 \oplus 0101 \otimes 3 = 1110,$
$S_{T1} = 0111 \otimes 1 \oplus 1100 \otimes 2 \oplus 1000 \otimes 3 = 0111,$
$S_{T2} = 0110 \otimes 1 \oplus 0111 \otimes 2 \oplus 1011 \otimes 3 = 10101,$
$S_{T3} = 1001 \otimes 1 \oplus 1011 \otimes 2 \oplus 0011 \otimes 3 = 11010,$

В рамках прикладу вважається, під час передачі блоку під дією завади було спотворено 7 символів:

$X_2 = \{0,1,0,1\}, X_3 = \{1,1,0,0\}, X_4 = \{0,0,0,1\},$
$X_5 = \{0,1,0,1\}, X_6 = \{0,0,0,0\}, X_7 = \{0,1,0,0\},$
$X_8 = \{1,1,1,1\}.$

Контрольні коди обчислені приймачем

$C_{R0} = 1001 \oplus 0001 \oplus 1111 = 0111,$
$C_{R1} = 0111 \oplus 0101 \oplus 1000 = 1010,$
$C_{R2} = 0101 \oplus 0000 \oplus 1011 = 1110,$
$C_{R3} = 1100 \oplus 0100 \oplus 0011 = 1011,$
$S_{R0} = 1001 \otimes 1 \oplus 0001 \otimes 2 \oplus 1111 \otimes 3 = 11010,$
$S_{R1} = 0111 \otimes 1 \oplus 0101 \otimes 2 \oplus 1000 \otimes 3 = 10101,$
$S_{R2} = 0101 \otimes 1 \oplus 0000 \otimes 2 \oplus 1011 \otimes 3 = 11000,$
$S_{R3} = 1100 \otimes 1 \oplus 0100 \otimes 2 \oplus 0011 \otimes 3 = 00001,$

З формули (3) обчислюються різниці:

$\Delta_0 = C_{T0} \oplus C_{R0} = 1000 \oplus 0111 = 1111,$
$\Delta_1 = C_{T1} \oplus C_{R1} = 0011 \oplus 1010 = 1001,$
$\Delta_2 = C_{T2} \oplus C_{R2} = 1010 \oplus 1110 = 0100,$
$\Delta_3 = C_{T3} \oplus C_{R3} = 0001 \oplus 1011 = 1010,$
$\delta_0 = S_{T0} \oplus S_{R0} = 01110 \oplus 11010 = 10100,$
$\delta_1 = S_{T1} \oplus S_{R1} = 00111 \oplus 10101 = 10010,$
$\delta_2 = S_{T2} \oplus S_{R2} = 10101 \oplus 11000 = 01101,$
$\delta_3 = S_{T3} \oplus S_{R3} = 11010 \oplus 00001 = 11011.$

Аналіз отриманих результатів показує, що всі $\Delta_k \neq 0, \delta_k \neq 0, k \in \{0,1,2,3\}$ отже необхідно знайти остачі від ділення:

$R(\delta_0 / \Delta_0) = R(10100/1111) = 0101,$

$R(\delta_1 / \Delta_1) = R(10010/1001) = 0000,$

$R(\delta_2 / \Delta_2) = R(1101/0100) = 0001,$

$R(\delta_3 / \Delta_3) = R(11011/1010) = 0101,$

Зі знайдених залишків, за формулами (4) і (5) на стороні приймача формуються множини $A = \{1\}$ і $B = \{0,2,3\}$. Оскільки $B \neq \varnothing$, то це значить, що “пачка” містить помилки обох типів. Наступним кроком є перевірка умови $|A| + |B| = q$: для прикладу, що розглядається $1 + 3 = 4$, це означає, що для виправлення помилок застосується формула (7), яка дозволяє визначити позицію першого спотвореного символу “пачки” наступним чином p=(Q(10010/1001)-1)·4+1-3=2.

Далі з використанням формули (6) виконується корекція для помилки 1 типу: $l(1) = (Q(10010/1001) - 1) \cdot 4 + 1 = 5$, X_5=X_{R5}⊕Δ_1= 0101⊕1001=1100. Корекція помилок другого типу виконується за формулою (8):

$t \in \{2,3,4\}$:

$t = 2, k(2) = 2, f(2) = 1,$

$y(2) = 0011,$

$X_2 = 0101 \oplus 0011 = 0110,$

$X_6 = 0000 \oplus 0011 \oplus 0100 = 0111,$

$t = 3, k(3) = 3, f(3) = 1,$

$y(3) = 0101,$

$X_3 = 1100 \oplus 0101 = 1001,$

$X_7 = 0100 \oplus 0101 \oplus 1010 = 1011,$

$t = 4, k(4) = 0, f(4) = 2,$

$y(4) = 0101,$

$X_4 = 0001 \oplus 0101 = 0100,$

$X_8 = 1111 \oplus 0101 \oplus 1111 = 0101.$

Отже приймач повністю відновлює пошкоджені завадою символи.

Оцінка ефективності

Запропонований метод дозволяє виправляти одну в блоці “пачку”, що містить від 1 до $2 \cdot q - 1$ суміжних спотворених символів з використанням K контрольних розрядів, причому:

$$K = q \cdot (2 + \frac{\log_2 n}{m}) \qquad (9)$$

Для виправлення аналогічного класу помилок з використання кодів Ріда-Соломона, потрібно $K_{RS} = 2 \cdot (2 \cdot q - 1) = 4 \cdot q - 2$ контрольних символів.

Для кодів Ріда-Соломона найбільша ефективність досягається якщо кількість L символів в блоці та їх розрядність m пов’язані умовою: $2^L = m$. Якщо прийняти таку умову для порівняння запропонованого методу, то, приймаючи до уваги, що L=n·q, формула (9) трансформується до наступного виду:

$$K = q \cdot (2 + 1 - \frac{\log_2 q}{m}) = 3 \cdot q - \frac{q \cdot \log_2 q}{m} \qquad (10)$$

Цілком очевидно, що значення K і K_{RS} близькі. Наприклад, якщо інформаційний блок складається з $L = 64$ 4-бітних символів і вирішується задача корекції “пачки”, яка містить від одного до 7-ми спотворених символів, то параметр коду $q = 4$, кількість кадрів n=L/q=16. Для вирішення цієї задачі в запропонованому методі потрібно K=4·(2+log$_2$16/4)=12 контрольних символів, тобі, як використання кодів Ріда-Соломона вимагає 4·4-2=14 контрольних символів.

Основною перевагою запропонованого методу є значне, в порінянні з кодами Ріда-Солмона, зменшення обчислювальної складності за рахунок того, що врахлвується характер помилок, а саме: той факт, що спотворені символи є суміжними. Це дозволяє спростити програмну а апаратну реалізацію.

Для кодів Ріда-Соломона обчислення (4·q-2)-х контрольних символів на передавачі вимагає виконання L циклів, в кожному з яких реалізується (4·q-2) операцій множення m-розрядних символів на полі Галуа.

Якщо вважати, що операція множення на полях Галуа m-розрядних чисел вимагає, в середньому, 3·m логічних операцій, то обчислювальна складність кодування для кодів Ріда-Соломона становить O(12·q^2·m·n).

Компоненти контрольного коду при використанні запропонованого метод обчислюються за формулами (1) та (2). Відповідно при обчисленні кожної компоненти згідно з (1) потрібно виконати $q \cdot (n - 1)$ логічних операцій, а при обчисленні компоненти по формулі (2) необхідно виконати $q \cdot (n - 1)$ логічних операцій та $q \cdot n$ операцій множення без переносів. Враховуючи, що операція множення без переносів в середньому потребує $2.5 \cdot m$ логічних операцій, то загальна обчислювальна складність для знаходження контрольного коду визначається як

$O(5 \cdot m \cdot q \cdot n)$. Таким чином, обчислювальна складність кодування в запропонованому методі в $2.4 \cdot q$ менша в порівнянні з використанням кодів Ріда-Соломона. Так в рамках наведеного вище прикладу q=4 і, відповідно застосування розробленого методу дозволяє зменшити обчислювальну складність в 38 разів. Практично це означає, що використання запропонованого методу значно спрощує проблему контролю в темпі передачі даних.

Корекція спотворених символів з використанням кодів Ріда-Соломона включає наступні процедури:

1) Розв'язання системи $2 \cdot q$-1 символьних рівнянь для визначення коефіцієнтів вектору локатора помилок.

2) Локалізація позицій $2 \cdot q$-1 спотворених символів. Для цього потрібно знайти ненульові значення вектору локатора помилок шляхом перебору L можливих варіантів.

3) Розв'язання системи $2 \cdot q$-1 символьних рівнянь для локалізації спотворених бітів для кожного із символів "пачки".

Обчислювальна складність виправлення помилок, головним чином, визначається складністю процедури локалізації позицій спотворених символів, що основана на переборі L можливих варіантів. при цьому, для кожного з варіантів необхідно виконати $2 \cdot q$-1 операцій множення m-розрядних чисел на полі Галуа GF(2^m). Відповідно, обчислювальна складність корекції помилок для кодів Ріда-Соломона становить $O(6 \cdot q^2 \cdot n \cdot m)$.

Для запропонованого методу операція корекції має найбільшу обчислювальну складність за умови коли зовнішня завада спотворила $2 \cdot q - 1$ суміжних символів. При цьому виникає одна помилка першого типу та q помилок другого типу. Для виправлення однієї помилки першого типу за формулою (6) потрібно виконати лише одну логічну операцію, для виправлення кожної помилки з q помилок другого типу за формулою (7) потрібно виконати операцію ділення без переносів, дві операції множення без переносів та арифметичної суми, а також чотири логічних операцій. Оскільки операція ділення без переносів потребує, як і множення, в середньому $2.5 \cdot m$ логічних операцій, загальна обчислювальна складність корекції блоку визначається як $O(5 \cdot m \cdot q)$

Це означає, що використання запропонованого методу дозволяє реалізувати корекцію помилок за час, що, на відміну від кодів Ріда-Соломона, не залежить від довжини інформаційного блоку. При цьому обчислювальна складність зменшується приблизно в $q \cdot n$ разів. Так, в рамках наведеного вище прикладу для n=16 і q=4 використання розробленого методу дозволяє в 64 рази прискорити процес корекції помилок в порівнянні з кодами Ріда-Соломона.

Висновки

В результаті виконаних досліджень запропоновано новий метод корекції однієї в інформаційному "пачки" помилок, що виникають при передачі блоку даних в каналах зі спектральною модуляцією.

За рахунок врахування особливостей вказаного типу помилок а також застосування зважених контрольних сум на основі множення без переносів вдалося досягти значного зменшення, в порівнянні з кодами Ріда-Соломона, обчислювальної складності як процесу кодування, так і процесу корекції помилок. використання запропонованого методу дозволяє реалізувати корекцію помилок за час, що, на відміну від кодів Ріда-Соломона, не залежить від довжини інформаційного блоку.

Використання запропонованого методу дозволяє вирішити важливу для сучасних комп'ютерних мереж та телекомутаційних систем задачу виявлення та виправлення в реальному часі помилок передачі даних, зумовлених зовнішніми завадами в бездротових каналах.

Список літератури

1. Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение. М.: Изд. дом "Вильямс".– 2004.– 1104 С.
2. Морелос-Сагароса Р. Искусство помехоустойчивого кодирования. Методы, алгоритмы, применение. – М.: Техносфера, – 2005. – 320 С.
3. Марковский А.П., Клименко И.А., Иванов А.Н. "Способ эффективной коррекции "пачки" ошибок в каналах с кодово-импульсной модуляцией" // Проблеми інформатизації та управління. Збірник наукових праць: Випуск 2(33).-К.,НАУ.– 2011.– С.143-151.
4. Bardis N.G., Doukas N., Markovskyi O. Burst Error Correction Using Binary Multiplication without Carry // Proceedings of MILCOM – 2011, Baltimore, USA, November 2011. CA, ISSN: 2155-7578, pp. 1783 – 1787, – 2011.