

ВАРІАНТИ МЕТОДУ ПАРНИХ ПОРІВНЯНЬ ЗА НЕПОВНОГО ПРОФІЛЮ ПЕРЕВАГ

Л. В. Коваль¹, С. А. Смирнов¹

¹ Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»,
Фізико-технічний інститут

Анотація

У роботі розглянута прикладна проблема застосування методів прийняття рішень до профілю переваг, що побудований на основі часткових експертних оцінок. Запропоновано метод вирішення даного питання за допомогою поповнення таблиці парних порівнянь, що була побудована на такому профілю переваг. Його застосування показано на основі довільних неповних оцінок експертів, після чого було проведено визначення найкращої оцінки методами Шульце, Сімпсона, Копленда та Борда, проведено аналіз їхніх результатів.

Ключові слова: профіль переваг, парні порівняння, поповнення таблиці парних порівнянь, вагові коефіцієнти

Вступ

У сфері прийняття рішень експерти, від яких очікується чітка оцінка ситуації, можуть мати складнощі під час порівняння певних елементів. Це призводить до неспроможності побудувати повну інформативну таблицю парних порівнянь на основі отриманого з таких оцінок профілю переваг. Проте існуючі методи прийняття рішень застосовуються саме до повної таблиці. Отже, визначення найкращого елемента неможливе з їхньою допомогою.

Часто, також, трапляється випадок, коли експертів є досить мала кількість, і відповідні результати процесу прийняття рішень є досить наближеними та неточними.

Описані складнощі на практиці є доволі поширеними. Їхнє подолання усунуло б цілу низку незручностей.

Із цією метою пропонується штучно поповнити не повну таблицю парних порівнянь, що було отримано на основі часткових оцінок експертів. У результаті можна буде застосовувати вже відомі методи прийняття рішень.

1. Постановка проблеми

Нехай маємо неповний профіль переваг, отриманий від експертів. Неповнота означає відсутність лінійного упорядкування всіх елементів, що задані на одній ієрархії та є якісно однаковими. Утворений на основі таких оцінок профіль переваг не дає достатньо інформації для аналізу.

Тому необхідно або впливати на експертне рішення та вимагати лише повного упорядкування, або штучно поповнити отримані парні порівняння.

З огляду на ці питання, пропонується ідея методу розв'язку даної проблеми.

2. Ідея методу

Вплив на експертів видається недоцільним та неможливим. Так, приходимо до висновку, що необхідно знайти спосіб поповнення отриманих впорядкувань.

Для цього пропонується будувати таблицю парних порівнянь з урахуванням відсутніх переваг, як середньої частоти появи кожної з них.

Далі розглядатимуться парні порівняння побудовані на основі додавання числових значень експертних оцінок. Відповідно шкала, у якій проводиться оцінювання, є адитивною [1, стор. 51]. Саме тому вагові коефіцієнти будуть обраховуватися так:

$$c_i = \frac{w_i}{\sum_{i=1}^n w_i}$$

де n – кількість експертних оцінок, w_i – число наданих переваг для якогось елемента, $\sum_{i=1}^n w_i$ – сума всіх балів.

У такий спосіб отримали таблицю парних порівнянь, яка містить поповнену інформацію та може бути використана для аналізу різними методами голосування, як-от методи змістовні за Кондорсе, метод Борда тощо.

Така шкала є альтернативою фундаментальній шкалі, що була запропонована Сааті [1, стор. 36–38]. З огляду на те, що остання не завжди є обґрунтованою, перехід до шкали, отриманої із якісного порівняння певних елементів, розширює сферу її застосування та не має прив'язки до суб'єктивізації кількісного значення важливості елементів. Відповідно, отримавши таку шкалу, можемо обрахувати вагові коефіцієнти кожного елемента та порівняти їх.

3. Приклад застосування

Розглянемо приклад застосування описаного методу на конкретному прикладі неповного профілю переваг. Нехай було отримано деякі неповні оцінки

від п'ятьох експертів. Для них пропонувалось оцінити 4 елементи. Відповідний цьому профіль переваг подано у вигляді таблиці 1.

Табл. 1. Неповний профіль переваг

Експерти	Оцінка експертів
1	$A \succ D \succ B \succ C$
2	$B \succ C; A \succ C$
3	$D \succ A \succ C$
4	$C \succ A \succ D; B \succ D$
5	$D \succ B; B \succ A$

Обчисливши середню частоту появи кожної із можливих переваг, було отримано відповідну таблицю 2 із парними порівняннями.

Табл. 2. Таблиця парних порівнянь

	$A \succ$	$B \succ$	$C \succ$	$D \succ$
$\succ A$	-	11/3	3	7/2
$\succ B$	4	-	7/3	25/6
$\succ C$	5	16/3	-	29/6
$\succ D$	9/2	23/6	19/6	-

До отриманих даних тепер можна застосувати різні методи визначення переможця. Розглянемо методи Шульце, Сімпсона, Копленда, Борда та сумування за лінійним порядком. Отримані результати проаналізуємо та визначимо вагові коефіцієнти.

Метод Шульце

Відповідна таблиця прямих перемог матиме вигляд:

Табл. 3. Таблиця прямих перемог

	$A \succ$	$B \succ$	$C \succ$	$D \succ$
$\succ A$	-	11/3	3	7/2
$\succ B$	5	-	7/3	25/6
$\succ C$	5	16/3	-	29/6
$\succ D$	9/2	23/6	19/6	-

У такому разі, визначивши найсильніші шляхи, отримуємо матрицю сил непрямих перемог. Вона матиме наступний вигляд (таблиця 4).

Табл. 4. Таблиця сил непрямих перемог

	$A \succ$	$B \succ$	$C \succ$	$D \succ$
$\succ A$	-	0	0	0
$\succ B$	5	-	0	0
$\succ C$	5	16/3	-	29/6
$\succ D$	9/2	0	0	-

Вихідним результатом буде такий рейтинг:

$$A \succ B \succ D \succ C$$

Індивідуальна сила кожного елемента становить: $A = 27/2$, $B = 16/3$, $C = 0$, $D = 29/6$. Загальна сума сил непрямих перемог: $71/3$. Вагові коефіцієнти елементів знаходимо нормуванням індивідуальних сил: $c_A = 53/93$; $c_B = 16/71$; $c_C = 0$; $c_D = 19/93$. Так, елемент A має найбільшу вагу серед усіх інших.

З іншого боку, у класичному методі Шульце не враховується увесь вклад непрямих перемог [2]. Як бачили за попередньою таблицею 4 сил непрямих перемог, майже в усіх комірках виникає 0. Врахуваємо вклад усіх непрямих перемог. Тоді, маємо таблицю 5 сил непрямих перемог.

Табл. 5. Таблиця сил непрямих перемог із доповненням

	$A \succ$	$B \succ$	$C \succ$	$D \succ$
$\succ A$	-	19/6	19/6	3
$\succ B$	5	-	19/6	3
$\succ C$	5	16/3	-	29/6
$\succ D$	9/2	19/6	19/6	-

Вихідним результатом буде такий же рейтинг:

$$A \succ B \succ D \succ C$$

Індивідуальна сила кожного елемента в цьому випадку становить: $A = 27/2$, $B = 35/3$, $C = 19/2$, $D = 65/6$. Загальна сума сил непрямих перемог: $91/2$. Вагові коефіцієнти елементів: $c_A = 27/91$; $c_B = 10/39$; $c_C = 19/91$; $c_D = 5/21$. І знову, елемент A має найбільшу вагу серед усіх інших.

Метод Сімпсона

Згідно з таблицею 2 було визначено мінімальну перемогу в кожному стовпці: $A = 4$, $B = 11/3$, $C = 7/3$, $D = 7/2$. Загальна сума сил перемог: $27/2$. Вагові коефіцієнти елементів: $c_A = 8/27$; $c_B = 22/81$; $c_C = 14/81$; $c_D = 7/27$. І знову, елемент A має найбільшу вагу серед усіх інших.

Метод Копленда

Для зручності внесемо результати перемог до таблиці 6:

Табл. 6. Таблиця оцінок Копленда

	$A \succ$	$B \succ$	$C \succ$	$D \succ$
$\succ A$	-	0	0	0
$\succ B$	2	-	0	2
$\succ C$	2	2	-	2
$\succ D$	2	0	0	-

Отже, у результаті маємо такий рейтинг:

$$A \succ D \succ B \succ C$$

Індивідуальна сила кожного елемента в цьому випадку становить: $A = 6$, $B = 2$, $C = 0$, $D = 4$. Загальна сума сил перемог: 12. Вагові коефіцієнти елементів: $c_A = 1/2$; $c_B = 1/6$; $c_C = 0$; $c_D = 1/3$. Елемент A має найбільшу вагу серед усіх інших.

Метод Борда

Для метода Борда необхідно знати кількість перших, других і т.ін. місць для встановлення певного коефіцієнту цього місця. Покладемо, що для першого місця цей коефіцієнт становить 3, для другого – 2, для третього – 1, для четвертого – 0. Маємо, що для елементів A, B, C, D кількість місць від першого до третього можна подати у вигляді таблиці 7.

Табл. 7. Кількість набраних очок згідно із зайнятими місцями

Місце, коефіцієнт	A	B	C	D
1, $k = 3$	25/12	9/4	3/2	2
2, $k = 2$	9/4	23/12	4/3	5/2
3, $k = 1$	9/4	31/12	5/3	3/2

Отже, результатом є такий рейтинг:

$$B \succ A \succ D \succ C$$

Індивідуальна сила кожного елемента в цьому випадку становить: $A = 13$, $B = 79/6$, $C = 53/6$, $D = 25/2$. Загальна сума сил перемог: $95/2$. Вагові коефіцієнти елементів: $c_A = 26/95$; $c_B = 23/83$; $c_C = 8/43$; $c_D = 5/19$. Елемент B має найбільшу вагу серед усіх інших.

Для даного профілю переваг характерною особливістю є те, що тут порушується правило більшості [3], тобто якщо певний елемент має більшість перших місць, то він має визнаватися найкращим [4]. У цьому випадку, отримали, що найбільшу вагу має елемент B , що суперечить результатам, отриманих методами змістовними за Кондорсе, тобто, що найкращим елементом є A .

Метод сумування за лінійним порядком

Ідея даного методу полягає в підрахуванні загальної кількості балів для кожного критерію за стовпцем (згідно з таблицею 2). Переможцем вважається той, хто набирає найбільшу кількість балів серед усіх.

У такому разі, відповідний рейтинг має вигляд:

$$A \succ B \succ D \succ C$$

Індивідуальна сила кожного елемента в цьому випадку становить: $A = 27/2$, $B = 77/6$, $C = 17/2$, $D = 25/2$. Загальна сума сил перемог: $142/3$. Вагові коефіцієнти елементів: $c_A = 2/7$; $c_B = 16/59$; $c_C = 7/39$; $c_D = 14/53$. Елемент A має найбільшу вагу серед усіх інших.

Висновки

Отже, бачимо, що проблема із неспроможністю експертів чітко оцінити певні елементи досить ефективно вирішується за допомогою поповнення таблиці парних порівнянь, отриманих на основі наявного неповного профілю переваг. Це дасть можливість широко застосовувати відомі методи прийняття рішень без додаткових зусиль та обмежень, адже отримане поповнення є повністю узгодженим із думкою експертів. Крім того, у ситуації, коли експерти не можуть порівняти певні елементи, такий метод дає змогу оцінити кожен із них.

Поза тим, за допомогою поповненої таблиці парних порівнянь можна отримати адитивну шкалу, що може бути застосована як замітник фундаментальної шкали Сааті. Остання має низку недоліків, зокрема вона вимагає кількісної оцінки елементів, що не завжди можна зробити, та є складним для застосування експертами. Представлена ж шкала дає змогу обійти цю незручність. З її допомогою можна оцінити вагу кожного елемента. Для реалізації цих ідей застосовувалися методи змістовні за Кондорсе та метод Борда з метою демонстрації застосування.

У роботі представлено один із можливих варіантів поповнення таблиці парних порівнянь. Автори припускають наявність і інших способів, наприклад, урахування відсутніх переваг, як цілої частини від середньої частоти появи кожної з них, зміщення від середньої частоти до певного значення тощо.

Перелік використаних джерел

1. Саати Томас Л. Принятие решений при зависимостях и обратных связях: Аналитические сети. Пер. с англ. / Науч. ред. А. В. Андрейчиков, О. Н. Андрейчикова. — М.: Издательство ЛКИ.— 2008. — 360 с.
2. Börgers Cristoph. Mathematics of social choice: voting, compensation, and division. — Philadelphia, Pa.: Society for Industrial and Applied Mathematics. — 2010. — P. 37–42.
3. Lippman D. Math in Society. — Pierce College Ft Steilacoom. — 2012. — P. 42–48.
4. Ларичев О. И. Теория и методы принятия решений, а также Хроника событий в Волшебных Странах: Учебник. — М.: "Логос". — 2000. — С. 180–181.