

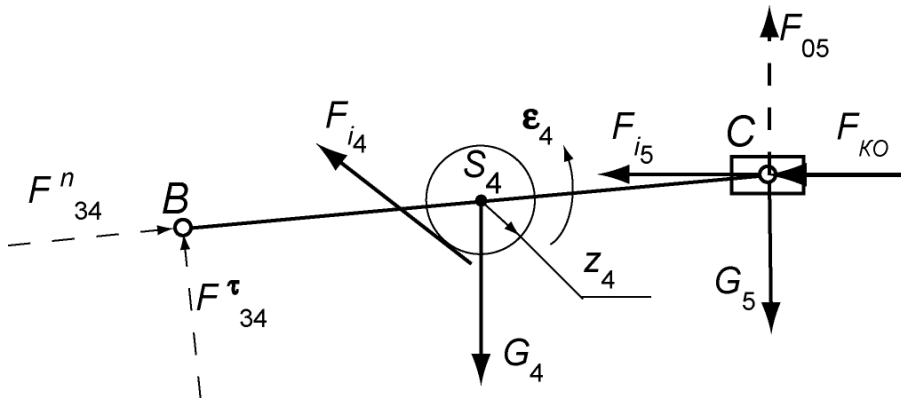
ТЕОРІЯ МЕХАНІЗМІВ І МАШИН

Розділ: «КІНЕТОСТАТИЧНИЙ АНАЛІЗ МЕХАНІЗМІВ»

НАВЧАЛЬНИЙ ПОСІБНИК

з кредитного модуля

Рекомендовано Методичною радою НТУУ «КПІ ім. Ігоря Сікорського» як навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра за спеціальностями 131 «Прикладна механіка», 133 «Галузеве машинобудування»



Теорія механізмів і машин. Розділ «Кінетостатичний аналіз механізмів». Навчальний посібник з кредитного модуля/ Укладач Кірієнко О.А. – К.: НТУУ «КПІ ім. Ігоря Сікорського», 2019. – 64 с.

*Рекомендовано Методичною радою
НТУУ «КПІ ім. Ігоря Сікорського»
як навчальний посібник для здобувачів
ступеня бакалавра за спеціальностями
131 «Прикладна механіка»,
133 «Галузеве машинобудування»
Протокол № 3 від «22» листопада 2018 р.*

Навчальне видання

ТЕОРІЯ МЕХАНІЗМІВ І МАШИН

Розділ: «КІНЕТОСТАТИЧНИЙ АНАЛІЗ МЕХАНІЗМІВ»

НАВЧАЛЬНИЙ ПОСІБНИК

з кредитного модуля

Укладач:

Кірієнко Олена Анатоліївна,
доцент, канд. техн. наук

Рецензент:

Скуратовський А.К.,
доцент, канд. техн. наук

Відповідальний редактор:

Данильченко Ю.М.,
проф., докт. техн. наук

ВСТУП

Мета даного навчального посібника – допомогти студентам технічних спеціальностей, що вивчають курс «Теорія механізмів і машин», в опануванні розділу «Кінетостатичний аналіз механізмів», у підготовці до екзамену або заліку, а також у виконанні та оформленні відповідної частини курсового проекту (роботи).

Виконуючи етап курсового проекту «Кінетостатичний аналіз механізму», студент повинен розв'язати *наступні задачі*: визначити реакції (тиски) у кінематичних парах механізму з урахуванням сил інерції, а також зрівноважувальну силу або зрівноважувальний момент, які прикладені до початкової ланки, за заданими кінематичною схемою механізму, масовими характеристиками, зовнішніми силами, що діють на ланки механізму, та відомим законом руху початкової ланки.

При проведенні *кінетостатичного аналізу* заданого механізму графічним методом студент має побудувати плани положень, швидкостей та прискорень механізму для нульових і заданого (робочого) положення механізму, виділити групи Ассура і початковий механізм, визначити зовнішні сили, що діють на ланки механізму, і сили інерції, визначити реакції в кінематичних парах методом планів сил, провести силовий розрахунок початкової ланки, визначити зрівноважувальну силу методом «жорсткого» важеля Жуковського, а також провести порівняльний аналіз визначення зрівноважувальної сили двома методами.

У навчальному посібнику розглянуто поняття про зовнішні сили, що діють на ланки механізму, принцип кінетостатики, методи урахування сил інерції при різних видах руху ланок, умови статичної визначуваності кінематичних ланцюгів, а також наведена докладна методика силового розрахунку груп Ассура 2-го класу і початкового механізму робочої машини та машини-двигуна. Розглянуто доведення теореми Жуковського та практичне визначення зрівноважувальної сили методом «жорсткого» важеля Жуковського.

Наведено приклади кінетостатичного дослідження двох шарнірно-важільних та кулісного механізмів, що зустрічаються в завданнях на курсове проектування.

Додається список питань для самоконтролю.

У Додатку 1 наведено приклади кінетостатичного аналізу кулісного механізму з обертовою кулісою, а у Додатку 2 - приклади креслень, що містять кінетостатичний аналіз різних механізмів.

1. Задачі кінестатичного аналізу механізмів

Визначення реакцій (тисків) у кінематичних парах механізму з урахуванням сил інерції, а також зрівноважувальної сили або зрівноважувального моменту, які прикладені до початкової ланки.

При цьому аналізі відомі:

- кінематична схема механізму (КСМ);
- масові характеристики ланок (маси, моменти інерції, положення центрів мас);
- зовнішні сили, що діють на ланки механізму;
- закон руху початкової ланки.

2. Сили, що діють на ланки механізму

Розглянемо блок-схему, наведену на рис. 2.1.

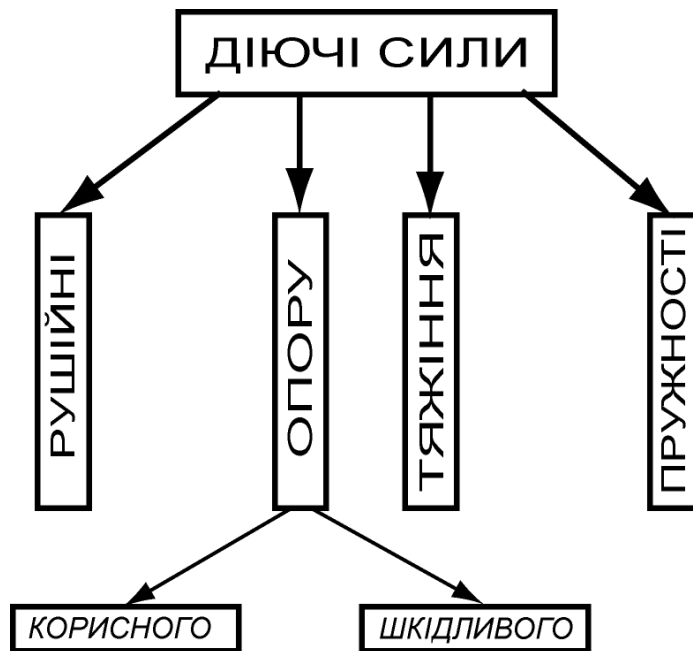


Рис. 2.1. Сили, що діють на ланки механізму

2.1. *Рушійні сили* – це сили, робота яких за цикл усталеного руху додатна.

$$dA = F ds \cos[\bar{F}, \bar{ds}]. \quad (2.1)$$

Рушійні сили задаються у вигляді діаграм. На рис. 2.2 наведені приклади діаграм рушійних сил деяких машин-двигунів.

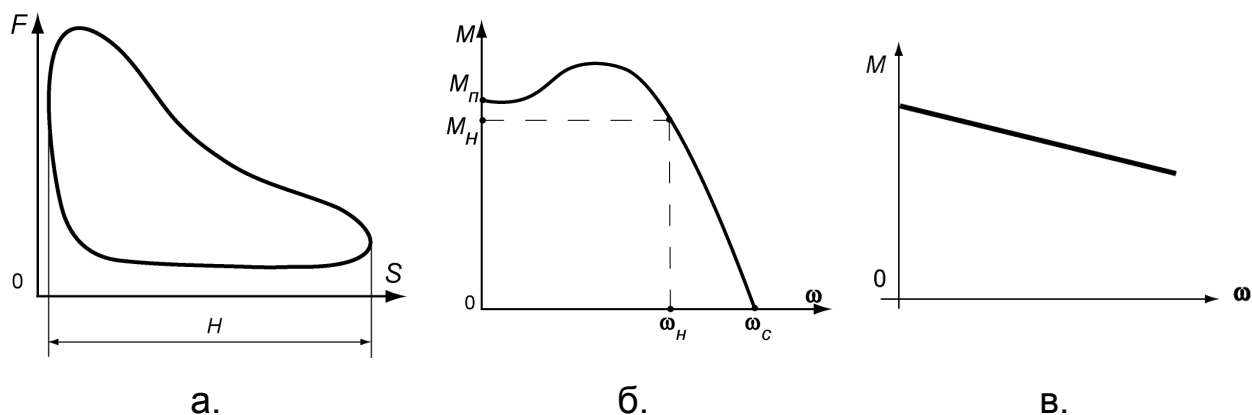


Рис. 2.2. Діаграми рушійних сил:

- а. – індикаторна діаграма для двигуна внутрішнього згорання;
- б. – механічна характеристика асинхронного електродвигуна;
- в. - механічна характеристика електродвигуна постійного струму

2.2. Сили опору – це сили, робота яких за цикл усталеного руху від’ємна.

2.2.1. Сили корисного опору – це сили, для подолання яких призначено механізм.

Сили корисного опору задаються у вигляді діаграм, наприклад (рис. 2.3):

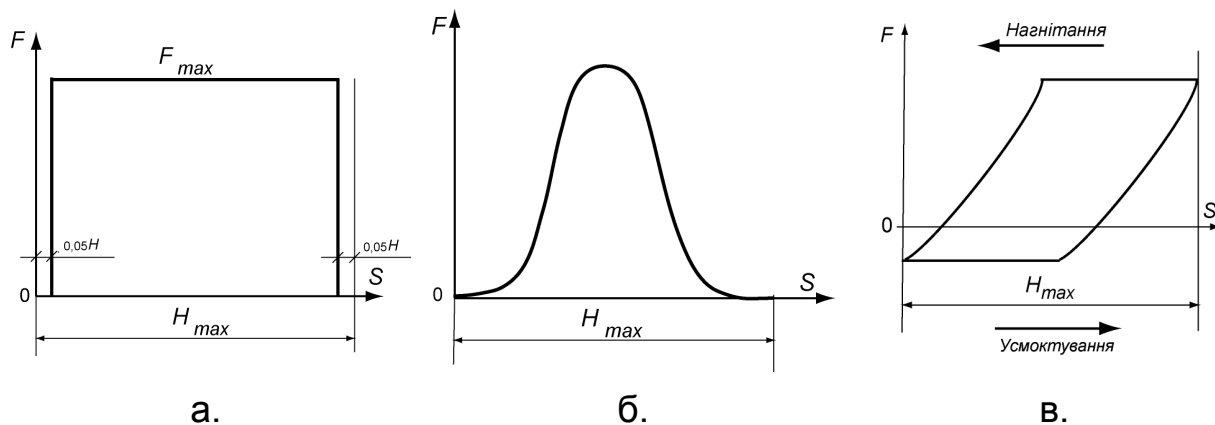


Рис. 2.3. Діаграми сил корисного опору:

- а. – сила різання в металообробних верстатах;
- б. – сила тиску в пресах;
- в. – сила опору робочого середовища в насосах, компресорах

2.2.2. *Сили шкідливого опору* – це сили, для подолання яких необхідно витратити роботу понад тої роботи, що йде на виконання технологічного процесу. Наприклад, сили тертя в кінематичних парах механізму.

2.3. Сили тяжіння

$$G = m g, \quad (2.2)$$

де m - маса, кг; g - прискорення вільного падіння, м/с².

Робота сил тяжіння за цикл усталеного руху дорівнює нулю.

2.4. Сили пружності

$$F_{\text{пруж}} = c x, \quad (2.3)$$

де c - коефіцієнт жорсткості, Н/м; x - переміщення, м.

Робота сил пружності за цикл усталеного руху дорівнює нулю.

3. Принцип кінетостатики

Принцип кінетостатики полягає в тому, що в число зовнішніх сил, що діють на ланки механізму, запроваджують *сили інерції*, які є фіктивними для самої ланки, але реальними для її зв'язків.

Принцип кінетостатики ґрунтується на відомому положенні Д'Аламбера, згідно з яким система сил, до якої уведені сили інерції, вважається рівноважною, і для неї придатні рівняння статyki.

Отже, при включенні в число сил, що діють на ланку, сили інерції, ланка умовно вважається у стані спокою, тому можна застосовувати рівняння статyki. Цей принцип є методологічним.

4. Урахування сил інерції

4.1. Плоскопаралельний рух ланки

Згадаємо спочатку поняття *маси* і *моменту інерції*.

Маса – це міра інертності тіла при поступальному русі.

Момент інерції – це аналог маси при обертальному русі.

Зв'язок між масою і моментом інерції:

$$I_S = m \rho_S^2, \quad (4.1)$$

де m - маса, кг; ρ_S - радіус інерції, м.

Розглянемо ланку BC , яка здійснює плоскопаралельний рух (рис. 4.1,а) та її план прискорень (рис. 4.1,б).

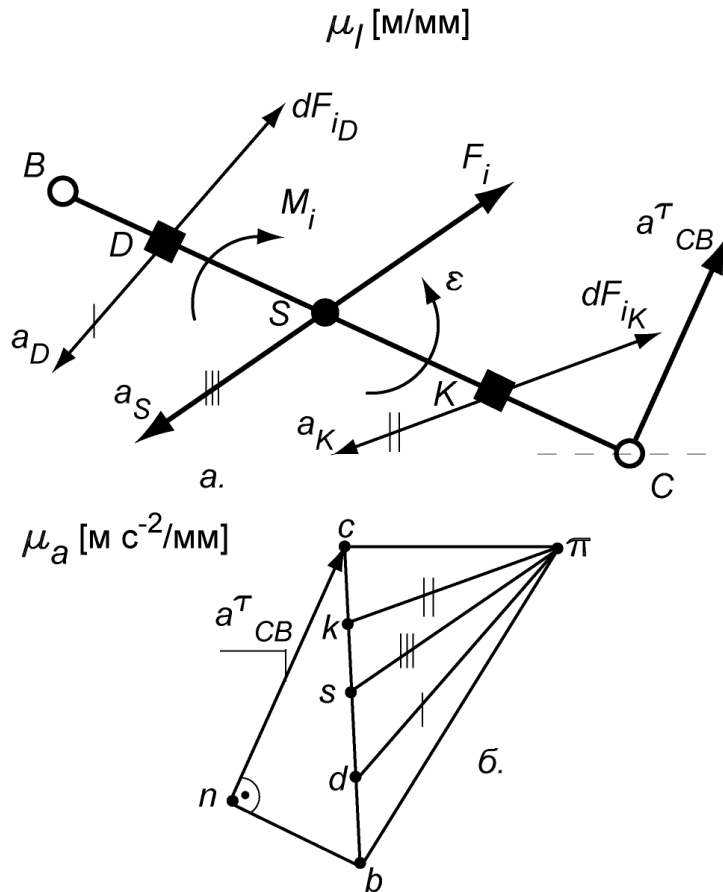


Рис. 4.1. Урахування сили інерції при плоскопаралельному русі ланки:

- а. – ланка, що здійснює плоскопаралельний рух;
- б. – план прискорень ланки

Елементарна сила інерції $\overline{dF_{i_i}}$ для матеріальної точки визначається за формулою:

$$\overline{dF_{i_i}} = -dm_i \overline{a_i}, \quad (4.2)$$

де dm_i - елементарна маса; $\overline{a_i}$ - прискорення матеріальної точки.

Виділяємо на ланці BC (рис. 4.1, а) матеріальну точку D, тоді для неї:

$$\overline{dF_{i_D}} = -dm_D \overline{a_D} = -dm_D (\pi d) \mu_a. \quad (4.3)$$

Аналогічно для матеріальної точки K:

$$\overline{dF_{i_K}} = -dm_K \overline{a_K} = -dm_K (\pi k) \mu_a.$$

Але ланка – це система матеріальних точок, отже, для ланки маємо головний вектор сил інерції, Н:

$$\overline{F}_i = -m \overline{a}_S = -m(\pi s)\mu_a, \quad (4.4)$$

де m - маса ланки, кг; $\overline{a}_S = (\pi s)\mu_a$ - прискорення центра мас ланки, м/с².

Ураховується також головний момент сил інерції, Нм:

$$\overline{M}_i = -I_S \overline{\varepsilon}, \quad (4.5)$$

де I_S - момент інерції, кгм²; $\overline{\varepsilon}$ - кутове прискорення ланки, с⁻².

Кутове прискорення, с⁻², розраховується за формулою:

$$\varepsilon = \frac{a_{CB}^\tau}{l_{CB}} = \frac{(nc)\mu_a}{(CB)\mu_l}, \quad (4.6)$$

де a_{CB}^τ - тангенціальне прискорення, м/с²; l_{CB} - довжина ланки, м.

Для спрощення розрахунків головний вектор \overline{F}_i і головний момент \overline{M}_i сил інерції замінюються *результуючою силою* \overline{F}_i , плече якої h дорівнює (рис. 4.2):

$$h_i = \frac{M_i}{F_i} = \frac{I_S \varepsilon}{m a_S} \text{ або в масштабі: } z_i = \frac{h_i}{\mu_l}. \quad (4.7)$$

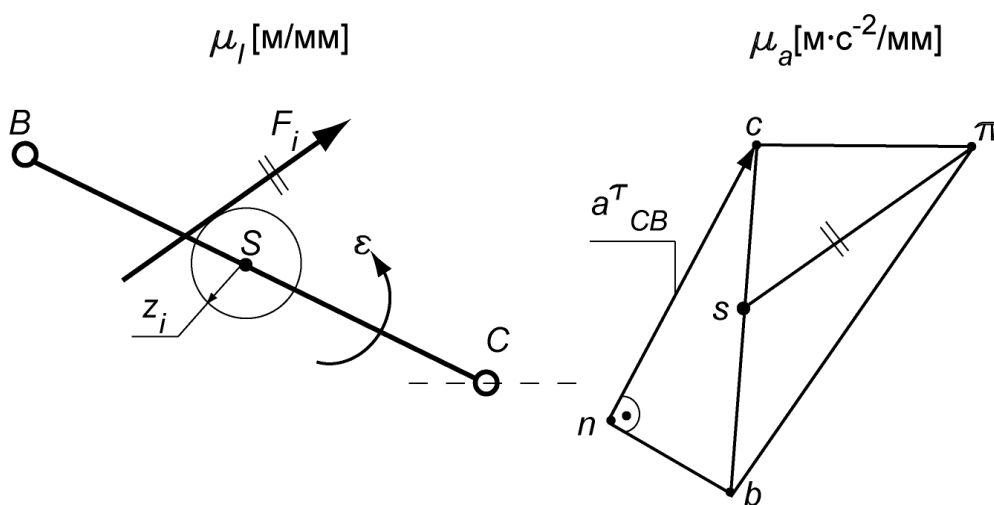


Рис. 4.2. Прикладання результуючої сили інерції

Із центра мас ланки S проводимо коло радіусом z_i , результуюча сила \overline{F}_i прикладається по дотичній до цього кола, паралельно та протилежно вектору (πs) , так, щоб утворювався момент проти кутового прискорення ε (рис. 4.2).

4.2. Поступальний рух ланки

При поступальному русі ланки враховується тільки *головний вектор сил інерції* $\overline{F}_i = -m \overline{a}_S = -m(\pi s)\mu_a$, а головний момент сил інерції $\overline{M}_i = -I_S \overline{\varepsilon} = 0$, т. щ. $\overline{\varepsilon} = 0$ (рис. 4.3).

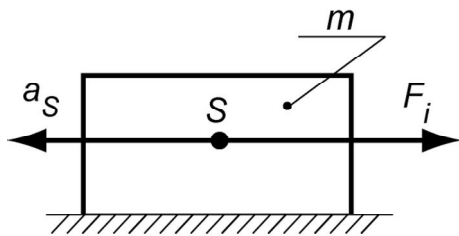


Рис. 4.3. Урахування сил інерції при поступальному русі ланки

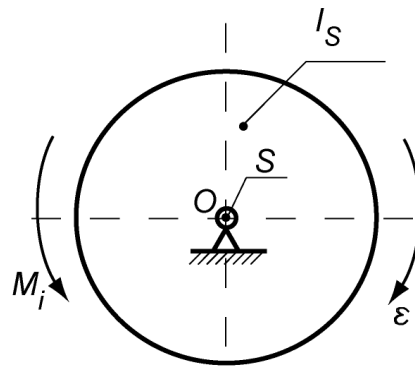


Рис. 4.4. Урахування сил інерції при обертальному русі навколо центральної осі

4.3. Обертальний рух ланки навколо центральної осі

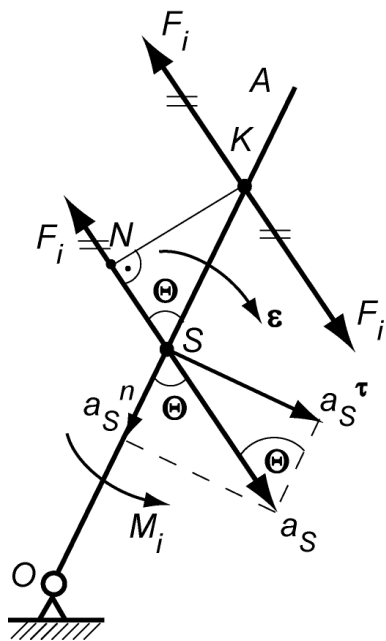
При обертальному русі навколо центральної осі враховується тільки *головний момент сил інерції* $\overline{M}_i = -I_S \overline{\varepsilon}$, а головний вектор сил інерції $\overline{F}_i = -m \overline{a}_S = 0$, т. щ. прискорення центра мас $\overline{a}_S = 0$ (рис. 4.4).

4.4. Обертальний рух відносно довільної осі

До ланки OA прикладені головний вектор \overline{F}_i і головний момент \overline{M}_i сил інерції (рис. 4.5). Переносимо вектор \overline{F}_i у довільну точку K , одразу прикладаючи протилежно йому той же вектор \overline{F}_i .

Визначаємо плече h (це перпендикуляр із т. K на вектор \overline{F}_i):

$$h = \frac{M_i}{F_i} = \frac{I_S \varepsilon}{m a_S}.$$



Визначаємо відстань SK , розглядаючи трикутник KSN :

$$l_{SK} = \frac{h}{\sin \theta} = \frac{I_S \varepsilon}{m a_S \sin \theta} = \frac{I_S \varepsilon}{m a_S^\tau} =$$

$$= \frac{\overbrace{m \rho_S^2}^{I_S}}{m a_S^\tau l_{OS}} = \frac{m \rho_S^2}{m l_{OS}} = \frac{\rho_S^2}{l_{OS}}.$$

Отже,

$$l_{SK} = \frac{\rho_S^2}{l_{OS}}, \quad (4.8)$$

Рис. 4.5. Урахування сил інерції при обертальному русі відносно довільної осі

де ρ_S - радіус інерції, м.

Точка K називається центром хитання ланки.

4.5. Урахування сил інерції при аналітичних методах кінестатичного аналізу механізмів (метод заміщаючих мас)

При аналітичних силових розрахунках механізмів сили інерції ураховуються *методом заміщаючих мас* (або заміщаючих точок), згідно з яким маса ланки розосереджується в n точок, параметри яких мають відповідати таким умовам:

1. $\sum_{i=1}^n m_i = m$ - сума мас, зосереджених у заміщаючих точках, має дорівнювати масі всієї ланки.

2. $\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^n m_i x_i &= 0 \\ \sum_{i=1}^n m_i y_i &= 0 \end{aligned} \right\}$ - спільний центр мас, зосереджених у заміщаючих точках, має збігатися з центром мас ланки.

$$3. \quad \sum_{i=1}^n m_i (x_i^2 + y_i^2) = I_S \quad - \text{сума моментів інерції мас,}$$

зосереджених у заміщаючих точках, відносно осі, що проходить через спільний центр мас, має дорівнювати моменту інерції ланки відносно цієї самої осі.

Розглянемо питання про кількість параметрів, які можна задавати у процесі розв'язування рівнянь. Для кожної точки треба визначити: положення, яке визначається двома координатами (x і y), та масу, зосереджену в цій точці, тобто маємо *три невідомих*.

Кількість рівнянь для визначення невідомих дорівнює чотирьом.

Якщо кількість точок n , то кількість параметрів, які треба задати

$$p = 3n - 4. \quad (4.9)$$

Приклади: 1. При $n = 2$, $p = 2$. Отже, можна задати, наприклад, дві координати однієї з двох точок, або одну координату та одну масу.

2. При $n = 4$, $p = 8$ можна задати положення чотирьох точок, або положення трьох точок і маси двох точок тощо.

4.6. Урахування сил інерції при просторовому русі ланки

Головний вектор сил інерції ланки в просторовому механізмі визначається, як і в плоскому, за формулою

$$\overline{F}_i = -m\overline{a}_s,$$

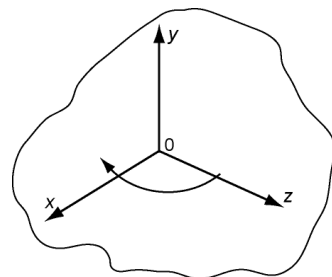
де \overline{a}_s - прискорення центра мас ланки.

Головний момент сил інерції зручно виражати через проекції на *головні центральні осі інерції* ланки (це три взаємно перпендикулярні осі, проведені через центр мас ланки в таких напрямках, що відцентрові моменти інерції тіла відносно цих осей дорівнюють нулю):

$$M_{i_x} = -I_x \varepsilon_x - (I_z - I_y) \omega_z \omega_y;$$

$$M_{i_y} = -I_y \varepsilon_y - (I_x - I_z) \omega_x \omega_z;$$

$$M_{i_z} = -I_z \varepsilon_z - (I_y - I_x) \omega_y \omega_x,$$



де $M_{i_x}, M_{i_y}, M_{i_z}$ - моменти сил інерції; I_x, I_y, I_z - моменти інерції; $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ - кутові швидкості; $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ - кутові прискорення.

5. Умови статичної визначуваності кінематичного ланцюга (КЛ)

5.1. Кінематичний ланцюг із нижчими парами

Нехай до ланки BC із нижчими парами прикладені головний вектор \overline{F} і головний момент \overline{M} усіх сил, ураховуючи й сили інерції (рис. 5.1).

Невідомими є: $\overline{F_{li}}$ - реакція в шарнірі B (невідома за величиною та напрямком); $\overline{F_{ki}}$ - реакція у поступальній парі (невідома за величиною та точкою прикладання).

Позначимо: n - число рухомих ланок КЛ; $3n$ - число рівнянь, які можна скласти; p_5 - число кінематичних пар (КП) 5-го класу; $2p_5$ - число невідомих реакцій.

Перевіряємо умову статичної визначуваності для ланки: замість умови $3n = 2p_5$ маємо $3 \cdot 1 \neq 2 \cdot 2$ або $3 \neq 4$.

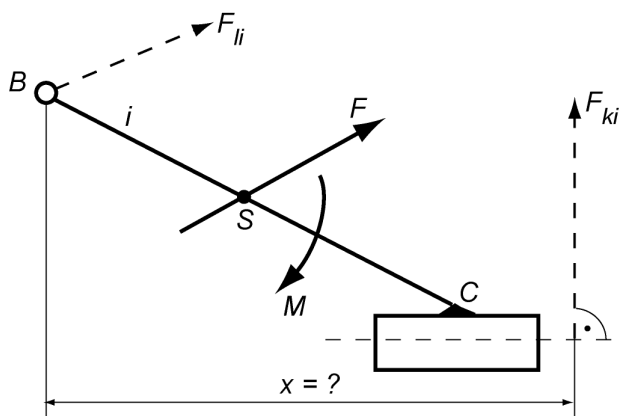


Рис. 5.1. Ланка з нижчими парами

Висновок:

У кінематичному ланцюгу з нижчими парами ланка з прикладеними до неї силами є статично невизначеною системою.

Отже, і механізм із нижчими парами є статично невизначеною системою.

Перевіряємо умову статичної визначуваності для групи Ассурі:

$$W = 3n - 2p_5 = 0.$$

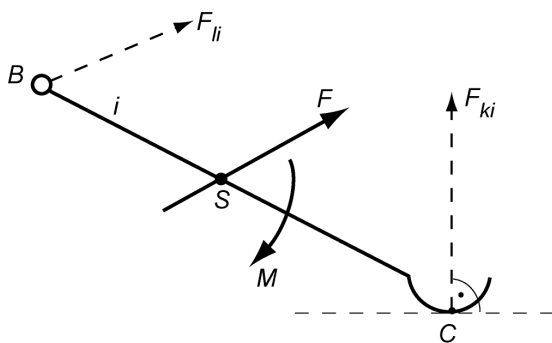
або $3n = 2p_5$ - умова статичної визначуваності групи Ассурі.

Висновок: для визначення реакцій у кінематичних парах механізму його треба розділити на групи Ассурі і для цих груп обчислювати невідомі реакції.

5.2. Кінематичний ланцюг із вищими парами

Нехай до ланки BC із вищою парою C прикладені головний вектор \overline{F} і головний момент \overline{M} усіх сил, ураховуючи й сили інерції (рис. 5.2).

Невідомими є: \overline{F}_{li} - реакція в шарнірі B (невідомо за величиною та напрямком); \overline{F}_{ki} - реакція в поступальній парі (невідомо за величиною), точка прикладання її відома.



Умова статичної визначуваності плоского КЛ із вищими парами:

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 0$$

$$\text{або } 3n = 2p_5 + p_4,$$

$$\text{отже, } 3 \cdot 1 = 2 \cdot 1 + 1 \cdot 1, 3 = 3.$$

Умова справедлива тільки для плоскої системи сил.

Рис. 5.2. Ланка з вищою парою

5.3. Умова статичної визначуваності просторового кінематичного ланцюга (КЛ)

Для просторового КЛ справедлива умова:

$$W = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1 = 0$$

або

$$6n = 5p_5 + 4p_4 + 3p_3 + 2p_2 + p_1.$$

6. Силовий розрахунок груп Ассура

Силовий розрахунок груп Ассура розглянемо на прикладах декількох механізмів, які широко зустрічаються при виконанні студентами курсового проекту (роботи) з теорії механізмів і машин.

Кінетостатичному аналізу механізму (силовому розрахунку) завжди передує кінематичний аналіз, який, у свою чергу, виконується після структурного аналізу, що визначає формулу будови механізму.

6.1. Визначення реакцій у кінематичних парах груп Ассура шарнірно-важільного механізму (рис. 6.1)

Силовий аналіз проводиться для заданого (робочого) положення механізму за формулою його будови, починаючи з останньої приєднаної групи Ассура.

Для даного механізму формула будови: $I(0,1) \leftarrow \Pi_2(2,3)$. Це механізм 2-го класу (див.[4], с.7-8).

Відомі: кінематична схема механізму (КСМ), його плани положень і прискорень, масові характеристики ланок (маси, моменти інерції, положення центрів мас), зовнішні сили, що діють на ланки.

6.1.1. Визначення зовнішніх сил, що діють на ланки групи 2-3

1. Сила корисного опору F_{KO} , Н.

Задається графіком $F_{KO} = F_{KO}(S)$ (або індикаторною діаграмою), що будується над ходом механізму H_{max} на його плані положень. Завданням задається масштаб графіку сили корисного опору $\mu_F [H / мм]$. Визначивши значення F_{KO} для заданого робочого положення, прикладаємо вектор F_{KO} у точці B повзуна проти вектора швидкості (pb_3).

2. Сили тяжіння ланок механізму, Н:

- для шатуна 2: $G_2 = m_2 g$;
- для повзуна 3: $G_3 = m_3 g$,

де $g \cong 10 м / с^2$ - прискорення вільного падіння;

m_2, m_3 - маси ланок, кг, погонна маса $q = \dots кг / мм$ (задано):

- для шатуна 2: $m_2 = q l_2$;
- для повзуна 3: $m_3 = k m_2$,

де k - заданий коефіцієнт співвідношення мас m_2, m_3 (за завданням).

Примітка: маси ланок m_2, m_3 можуть задаватися завданням на проектування.

Сили тяжіння прикладені в центрах мас ланок S_2, S_3 (див. рис. 6.1).

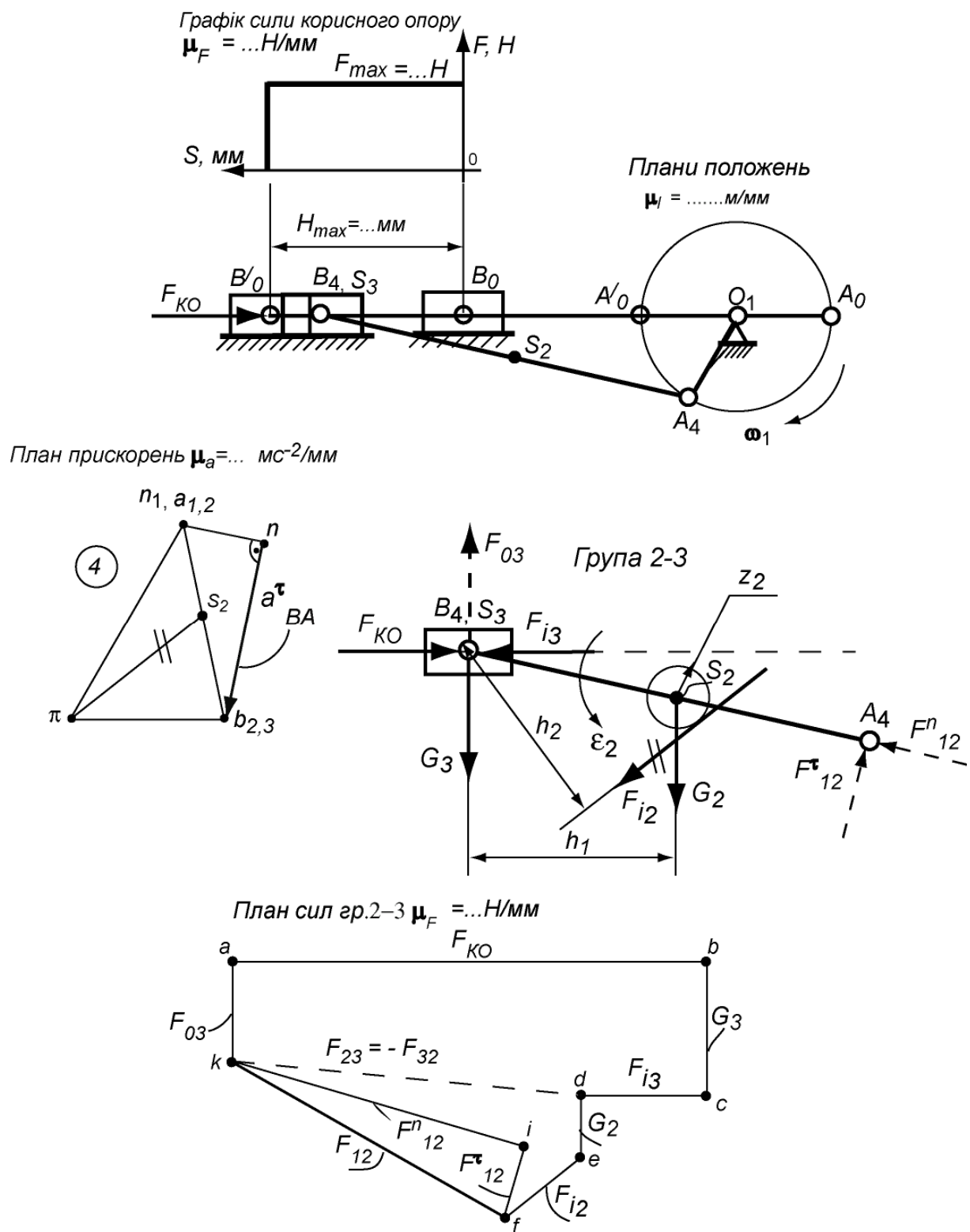


Рис. 6.1. Силевий розрахунок групи Ассюра 2-3 шарнірно-важільного механізму

6.1.2. Визначення сил інерції ланок групи 2-3

1. Визначаємо силу інерції $\overline{F_{i_2}}$, Н, і момент сил інерції $\overline{M_{i_2}}$, Нм, шатуна BA :

$$\overline{F_{i_2}} = -m_2 \cdot \overline{a_{S_2}} = -m_2 (\pi s_2) \mu_a$$

де $\overline{a_{S_2}}$ - прискорення центра мас, м/с², (πs_2) - відрізок із плану прискорень, мм.

$$\overline{M_{i_2}} = -I_{S_2} \overline{\varepsilon_2},$$

де I_{S_2} - момент інерції, кгм²; $\overline{\varepsilon_2}$ - кутове прискорення ланки, с⁻².

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{B_2A_2}^\tau}{l_{BA}} = \frac{(n_1 b) \mu_a}{(BA) \mu_l}.$$

Плече результуючої сили інерції, м:

$$h_2 = \frac{M_{i_2}}{F_{i_2}}$$

або в масштабі μ_l , мм:

$$z_2 = \frac{h_2}{\mu_l}.$$

Із центра мас ланки BA проводимо коло радіусом z_2 . Результуюча сила $\overline{F_{i_2}}$ прикладена по дотичній до цього кола *паралельно та протилежно вектору* (πs_2) та утворює момент *проти* $\overline{\varepsilon_2}$ (напрямок кутового прискорення $\overline{\varepsilon_2}$ знайдений за методикою [4], с. 32-33).

2. Визначаємо силу інерції повзуна B (поступальний рух):

$$\overline{F_{i_3}} = -m_3 \overline{a_{S_3}} = -m_3 (\pi s_3) \mu_a = -m_3 (\pi b_3) \mu_a,$$

де $\overline{a_{S_3}} = \overline{a_{b_3}}$, т. щ. точки S_3 і B_3 збігаються. Прикладена в т. B повзуна.

6.1.3. Визначення реакцій в кінематичних парах групи 2-3

На групу діють наступні сили:

- корисного опору F_{KO} , Н, прикладена в точці B повзуна;
- сили тяжіння: G_3 , Н; G_2 , Н; прикладені в центрах мас S_3 і S_2 ;
- сили інерції: $\overline{F_{i_3}}$, Н; $\overline{F_{i_2}}$, Н.

Для даної групи невідомими є:

- реакція $\overline{F_{12}}$ в шарнірі A (за величиною та напрямком);
- реакція $\overline{F_{03}}$ в поступальній парі “повзун - стояк” (за величиною та напрямком, але відомо, що вона перпендикулярна до осі руху повзуна B);
- внутрішня реакція $\overline{F_{23}} = -\overline{F_{32}}$ в шарнірі B .

1. Розкладаємо реакцію $\overline{F_{12}}$ на нормальну та тангенціальну складові:

$$\overline{F_{12}} = \overline{F_{12}^n} + \overline{F_{12}^\tau},$$

де $\overline{F_{12}^n}$ паралельна ланці BA ; $\overline{F_{12}^\tau}$ - перпендикулярна до ланки BA .

2. Для визначення тангенціальної складової $\overline{F_{12}^\tau}$ складаємо рівняння суми моментів усіх сил, що діють на ланку BA , відносно т. B :

$$\sum M_{F_{2(B)}} = 0.$$

$$G_2 h_1 + F_{i_2} h_2 - F_{12}^\tau (BA) = 0.$$

Плечі сил h беремо безпосередньо з креслення в мм.

Звідки:

$$F_{12}^\tau = \frac{G_2 h_1 + F_{i_2} h_2}{BA}.$$

3. Для визначення решти невідомих реакцій складаємо загальне векторне рівняння рівноваги всієї групи 2-3 (невідомі реакції ставимо по кінцях рівняння):

$$\overline{F_{03}} + \overline{F_{KO}} + \overline{G_3} + \overline{F_{i_3}} + \overline{G_2} + \overline{F_{i_2}} + \overline{F_{12}^r} + \overline{F_{12}^n} = 0,$$

у відрізках:

$$\overline{ka} + \overline{ab} + \overline{bc} + \overline{cd} + \overline{de} + \overline{ef} + \overline{fi} + \overline{ik} = 0.$$

4. Будуємо план сил групи 2-3, прийнявши масштаб плану сил μ_F [Н/мм], і складаємо всі сили за рівнянням рівноваги. Із т. a проводимо лінію, паралельну лінії дії реакції $\overline{F_{03}}$ (в даному випадку – вертикальну), а з т. i – пряму, паралельну лінії дії реакції $\overline{F_{12}^n}$ (тобто паралельно ланці BA). На перетині отримуємо т. k .

5. Визначаємо невідомі реакції, Н

$$F_{03} = (ka)\mu_F.$$

З'єднуємо т. f і k . Отримуємо реакцію $F_{12} = (fk)\mu_F$.

6. Для визначення невідомої внутрішньої реакції в шарнірі A складаємо векторне рівняння рівноваги однієї з ланок групи, наприклад, ланки 3 (повзуна B):

$$\overline{F_{03}} + \overline{F_{KO}} + \overline{G_3} + \overline{F_{i_3}} + \underbrace{\overline{F_{23}}}_{?} = 0.$$

У відрізках:

$$\overline{ka} + \overline{ab} + \overline{bc} + \overline{cd} + \overline{dk} = 0.$$

З'єднуємо т. d і т. k на плані сил. Отримуємо реакцію, Н:

$$F_{23} = (dk)\mu_F. \quad \overline{F_{23}} = -\overline{F_{32}}.$$

6.2. Визначення реакцій у кінематичних парах груп Ассура шестиланкового шарнірно-важільного механізму (рис. 6.2)

Даний шестиланковий механізм (в даному випадку – завантажника термічної печі – рис. 6.2, а) є статично невизначеною системою, тому розділяємо його на групи Ассура 4-5 (рис. 6.2, в), 2-3 (рис. 6.2, д) і початкову ланку (рис. 6.2, ж).

Розрахунок здійснюється за формулою будови механізму, починаючи з останньої приєднаної групи Ассура: $I(0,1) \leftarrow II_2(2,3) \leftarrow II_2(4,5)$. Це механізм 2-го класу (див. [4], с. 10-11).

6.2.1. Група 4-5 (рис. 6.2, в)

Визначаємо сили, що діють на ланки групи:

1. Сила корисного опору F_{KO} , Н, визначається за заданим графіком $F_{KO} = F_{KO}(S)$. Масштаб графіка сили корисного опору μ_F [Н/мм] заданий завданням на проектування.

Сила корисного опору F_{KO} прикладена в т. С повзуна (напрямок за завданням або проти вектора швидкості повзуна $\overline{pc_5}$ за планом швидкостей – див. кінематичний аналіз механізму).

2. Сили тяжіння ланок, Н:

$$G_5 = m_5 g; \quad G_4 = m_4 g,$$

де m_4, m_5 - маси ланок 4 і 5, кг (за завданням);

$g \cong 10 \text{ м/с}^2$ - прискорення вільного падіння.

Сили тяжіння прикладені в центрах мас ланок S_4, S_5 .

3. Сили інерції ланок, Н:

➤ повзуна С:

$$\overline{F_{i_5}} = -m_5 \overline{a_{S_5}} = -m_5 (\pi_{S_5}) \mu_a = -m_5 (\pi_{C_5}) \mu_a,$$

де $\overline{a_{S_5}} = \overline{a_{C_5}}$, т. щ. точки S_5 і C_5 збігаються. Прикладена в т. С повзуна проти вектора прискорення (π_{C_5}) - див. рис. 6.2, б.

➤ шатуна CB:

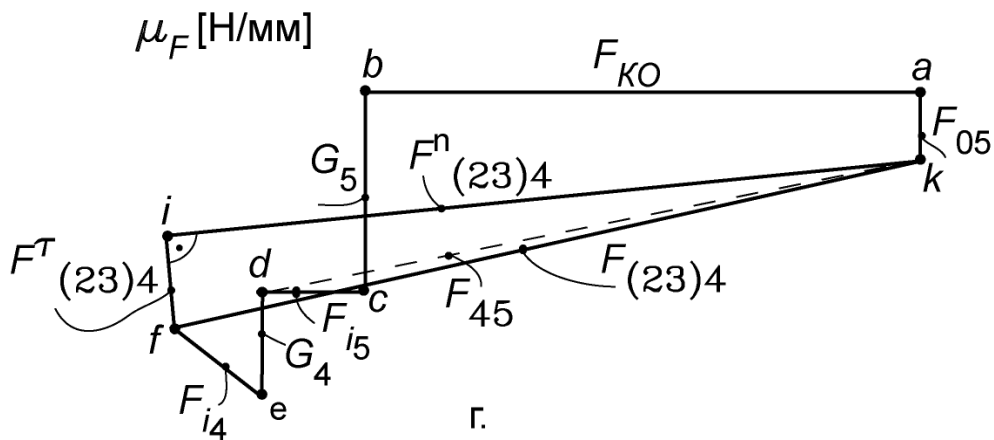
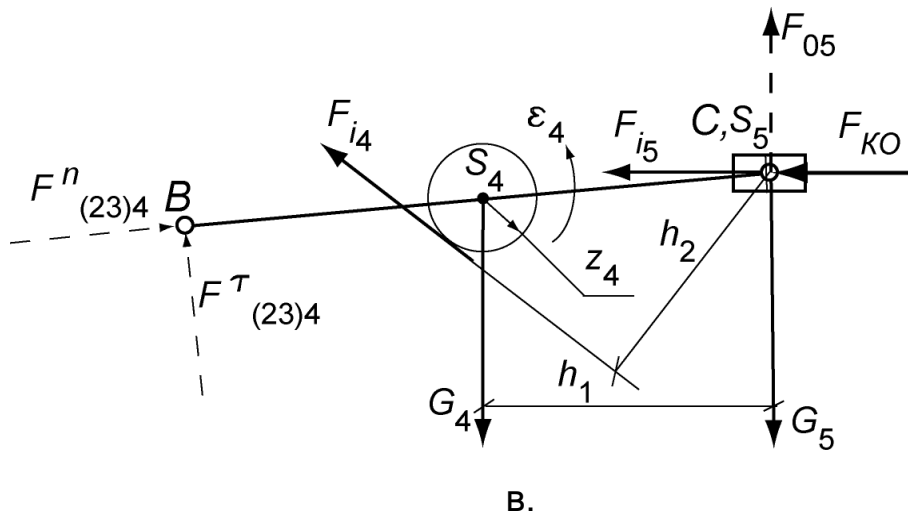
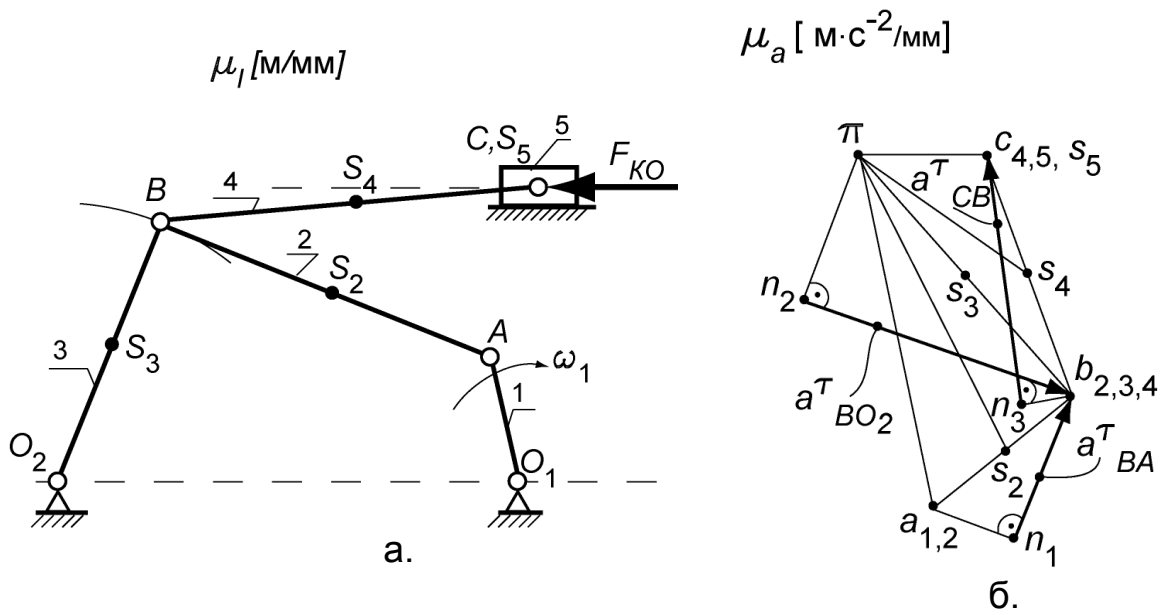
$$\overline{F_{i_4}} = -m_4 \overline{a_{S_4}} = -m_4 (\pi_{S_4}) \mu_a - \text{головний вектор сил інерції};$$

$$\overline{M_{i_4}} = -I_{S_4} \overline{\varepsilon_4} - \text{головний момент сил інерції, Нм},$$

де I_{S_4} - момент інерції, кгм^2 (за завданням); $\overline{\varepsilon_4}$ - кутове прискорення ланки, с^{-2} ;

$$\varepsilon_4 = \frac{a_{C_4B_4}^\tau}{l_{CB}} = \frac{(n_3 c_4) \mu_a}{(BC) \mu_l},$$

де $(n_3 c_4)$, (BC) - відрізки відповідно з планів прискорень і положень; μ_a, μ_l - масштаби відповідно планів прискорень і положень.



Плече результуючої сили інерції, м:

$$h_4 = \frac{M_{i_4}}{F_{i_4}} \text{ або в масштабі } \mu_l, \text{ мм: } z_4 = \frac{h_4}{\mu_l}.$$

Із центра мас ланки CB проводимо коло радіусом z_4 . Результуюча сила $\overline{F_{i_4}}$ прикладена по дотичній до цього кола паралельно та протилежно вектору (π_{S_4}) та утворює момент проти $\overline{\varepsilon_4}$ (напрямок кутового прискорення $\overline{\varepsilon_4}$ знайдений за методикою [4], с. 32-33).

Для даної групи невідомими є:

- реакція $\overline{F_{(23)4}}$ у шарнірі B (за величиною та напрямком);
- реакція $\overline{F_{05}}$ у поступальній парі “повзун - стояк” (за величиною та напрямком, але відомо, що вона перпендикулярна до осі руху повзуна C);
- внутрішня реакція $\overline{F_{45}} = -\overline{F_{54}}$ в шарнірі C .

4. Розкладаємо реакцію $\overline{F_{(23)4}}$ на нормальну та тангенціальну складові:

$$\overline{F_{(23)4}} = \overline{F_{(23)4}^n} + \overline{F_{(23)4}^\tau},$$

де $\overline{F_{(23)4}^n}$ паралельна ланці CB ; $\overline{F_{(23)4}^\tau}$ - перпендикулярна до ланки CB .

5. Для визначення тангенціальної складової $\overline{F_{(23)4}^\tau}$ складаємо рівняння суми моментів усіх сил, що діють на ланку CB , відносно т. C :

$$\sum M_{F_{4(C)}} = 0.$$

Плечі сил h беремо безпосередньо з креслення в мм (див. рис. 6.2, в).

$$G_4 h_1 - F_{i_4} h_2 - F_{(23)4}^\tau (BC) = 0.$$

Звідки:

$$F_{(23)4}^{\tau} = \frac{G_4 h_1 - F_{i_4} h_2}{BC}.$$

Примітка: УВАГА! Якщо знак отриманої реакції “-” (мінус), це означає, що справжній напрям реакції протилежний прийнятому раніше. Тоді вектор $\overline{F_{(23)4}^{\tau}}$ закреслюємо і спрямовуємо реакцію в протилежний бік (справжній вектор тоді рисується суцільною лінією).

3. Для визначення решти невідомих реакцій складаємо загальне векторне рівняння рівноваги всіх сил, що діють на групу 4-5 (невідомі реакції ставимо по кінцях рівняння):

$$\overline{F_{05}} + \overline{F_{KO}} + \overline{G_5} + \overline{F_{i_5}} + \overline{G_4} + \overline{F_{i_4}} + \overline{F_{(23)4}^{\tau}} + \overline{F_{(23)4}^n} = 0.$$

У відрізках:

$$\overline{ka} + \overline{ab} + \overline{bc} + \overline{cd} + \overline{de} + \overline{ef} + \overline{fi} + \overline{ik} = 0.$$

4. Будуємо план сил групи 4-5 (рис. 6.2, г), прийнявши масштаб плану сил $\mu_F \left[\frac{H}{мм} \right]$, і складаємо всі сили за рівнянням рівноваги. Із т. *a* проводимо лінію, паралельну лінії дії реакції $\overline{F_{05}}$ (у даному випадку – вертикальну), а з т. *i* – пряму, паралельну лінії дії реакції $\overline{F_{(23)4}^n}$ (тобто паралельно ланці *BC*). На перетині отримуємо т. *k*.

5. Визначаємо невідомі реакції:

$$F_{05} = (ka)\mu_F.$$

З'єднуємо т. *f* і *k*. Отримуємо реакцію: $F_{(23)4} = (fk)\mu_F$.

6. Для визначення *невідомої внутрішньої реакції* у шарнірі *B* складаємо векторне рівняння рівноваги однієї з ланок групи, наприклад, ланки 5 (повзуна *C*):

$$\overline{F_{05}} + \overline{F_{KO}} + \overline{G_5} + \overline{F_{i_5}} + \underbrace{\overline{F_{45}}}_{?} = 0.$$

У відрізках: $\overline{ka} + \overline{ab} + \overline{bc} + \overline{cd} + \overline{dk} = 0$.

З'єднуємо т. d і т. k на плані сил. Отримуємо реакції:

$$F_{45} = (dk)\mu_F \cdot \overline{F_{54}} = -\overline{F_{45}}.$$

6.2.2. Група 2-3 (рис. 6.2, д)

Це *двоповідкова* група.

Визначаємо сили, що діють на групу:

1. Сили тяжіння ланок 2 і 3, Н:

$$G_2 = m_2 g; G_3 = m_3 g,$$

де m_2, m_3 - маси ланок, кг (за завданням). Сили тяжіння прикладені в центрах мас ланок S_2 і S_3 .

2. Сили інерції ланок 2 і 3, Н:

➤ ланки 2 (AB):

$$\overline{F_{i_2}} = -m_2 \overline{a_{S_2}} = -m_2 (\pi s_2) \mu_a - \text{головний вектор сил інерції, Н;}$$

$$\overline{M_{i_2}} = -I_{S_2} \overline{\varepsilon_2} - \text{головний момент сил інерції, Нм,}$$

де I_{S_2} - момент інерції, кгм^2 (за завданням); $\overline{\varepsilon_2}$ - кутове прискорення ланки, с^{-2} ;

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{B_2A_2}^\tau}{l_{BA}} = \frac{(n_1 b_2) \mu_a}{(BA) \mu_l}.$$

Плече результуючої сили інерції, м:

$$h_2 = \frac{M_{i_2}}{F_{i_2}} \text{ або в масштабі } \mu_l, \text{ мм: } z_2 = \frac{h_2}{\mu_l}.$$

Із центра мас ланки BA проводимо коло радіусом z_2 . Результуюча сила $\overline{F_{i_2}}$ прикладена по дотичній до цього кола *паралельно та протилежно вектору* (πs_2) та утворює момент *проти* $\overline{\varepsilon_2}$ (напрямок кутового прискорення $\overline{\varepsilon_2}$ знайдений за методикою [4], с. 32-33).

➤ ланки 3 (BO_2):

$$\overline{F_{i_3}} = -m_3 \overline{a_{S_3}} = -m_3 (\pi s_3) \mu_a - \text{головний вектор сил інерції, Н;}$$

$$\overline{M_{i_3}} = -I_{S_3} \overline{\varepsilon_3} - \text{головний момент сил інерції, Нм,}$$

де I_{S_3} - момент інерції, кгм^2 (за завданням); $\overline{\varepsilon_3}$ - кутове прискорення ланки, с^{-2} ;

$$\varepsilon_3 = \frac{a_{B_3O_2}^\tau}{l_{BO_2}} = \frac{(n_2 b_3) \mu_a}{(BO_2) \mu_l}.$$

Плече результуючої сили інерції, м:

$$h_3 = \frac{M_{i_3}}{F_{i_3}} \text{ або в масштабі } \mu_l, \text{ мм: } z_3 = \frac{h_3}{\mu_l}.$$

Примітка: Якщо величина z менше 1 мм, то результуюча сила інерції прикладається в центрі мас ланки s (поруч із групою слід указати значення z , мм, у прямокутній рамці).

Із центра мас ланки BO_2 проводимо коло радіусом z_3 . Результуюча сила $\overline{F_{i_3}}$ прикладена по дотичній до цього кола *паралельно та протилежно вектору* (πs_3) та утворює момент *проти* $\overline{\varepsilon_3}$ (напрямок кутового прискорення $\overline{\varepsilon_3}$ знайдений за методикою [4], с. 32-33).

3. У шарнірі B прикладається сила $\overline{F_{4(23)}}$, яка перенесена з плану сил групи 4-5 паралельно та протилежно $\overline{F_{(23)4}}$.

$$\overline{F_{4(23)}} = -\overline{F_{(23)4}}.$$

Для даної групи *невідомими є:*

- реакція $\overline{F_{12}}$ у шарнірі A (за величиною та напрямком);
- реакція $\overline{F_{03}}$ у шарнірі O_2 (за величиною та напрямком);
- внутрішні реакції у шарнірі B : $\overline{F_{(34)2}}$ і $\overline{F_{(24)3}}$, які разом із силою $\overline{F_{4(23)}}$ утворюють *трикутник сил*.

1. Розкладаємо реакції $\overline{F_{12}}$ і $\overline{F_{03}}$ на нормальні та тангенціальні складові:

$$\overline{F_{12}} = \overline{F_{12}^n} + \overline{F_{12}^\tau}.$$

$$\overline{F_{03}} = \overline{F_{03}^n} + \overline{F_{03}^\tau}.$$

Нормальні складові $\overline{F_{12}^n}$ і $\overline{F_{03}^n}$ спрямовані паралельно відповідно ланкам BA і BO_2 , тангенціальні $\overline{F_{12}^\tau}$ і $\overline{F_{03}^\tau}$ - перпендикулярно до цих ланок.

2. Для визначення тангенціальної складової $\overline{F_{12}^\tau}$ складаємо рівняння суми моментів сил ланки BA відносно т. B :

$$\sum M_{F_{2(B)}} = 0.$$

$$F_{12}^\tau (BA) + F_{i_2} h_4 - G_2 h_3 = 0.$$

Звідки:

$$F_{12}^\tau = \frac{G_2 h_3 - F_{i_2} h_4}{(BA)}.$$

Плечі сил h_3, h_4 беремо з креслення, в мм (див. рис. 6.2, д).

3. Для визначення тангенціальної складової $\overline{F_{03}^\tau}$ складаємо рівняння суми моментів сил ланки BO_2 відносно т. B :

$$\sum M_{F_{3(B)}} = 0.$$

$$F_{03}^\tau (BO_2) + F_{i_3} h_6 - G_3 h_5 = 0.$$

Звідки:

$$F_{03}^\tau = \frac{G_3 h_5 - F_{i_3} h_6}{(BO_2)}.$$

4. Для визначення решти невідомих реакцій складаємо загальне векторне рівняння рівноваги всіх сил, що діють на групу 2-3 (невідомі реакції ставимо по кінцях рівняння):

$$\underbrace{\overline{F_{12}^n}}_{?} + \overline{F_{12}^\tau} + \overline{G_2} + \overline{F_{i_2}} + \overline{F_{4(23)}} + \overline{G_3} + \overline{F_{i_3}} + \overline{F_{03}^\tau} + \underbrace{\overline{F_{03}^n}}_{?} = 0.$$

У відрізках:

$$\overline{op} + \overline{pr} + \overline{rs} + \overline{sk} + \overline{kf} + \overline{fl} + \overline{lm} + \overline{mn} + \overline{no} = 0.$$

5. Будуємо план сил у масштабі $\mu_F \left[\frac{H}{MM} \right]$, складаючи послідовно сили за рівнянням. Склавши всі відомі сили, з т. n проводимо пряму, паралельну ланці BO_2 , а з т. p - пряму, паралельну ланці BA . На перетині отримуємо т. o (див. рис. 6.2,е):

З'єднуємо т. m і т. o . Отримуємо повну реакцію у шарнірі O_2 :

$$F_{03} = (mo)\mu_F.$$

З'єднуємо т. o і т. r . Отримуємо повну реакцію в шарнірі A :

$$F_{12} = (or)\mu_F.$$

6. Для визначення внутрішніх реакцій $\overline{F_{(34)2}}$ і $\overline{F_{(24)3}}$ у шарнірі B складаємо векторні рівняння рівноваги ланок 2 і 3:

➤ для ланки 2 (BA):

$$\overline{F_{12}} + \overline{G_2} + \overline{F_{i_2}} + \overline{F_{4(23)}} + \underbrace{\overline{F_{(34)2}}}_{?} = 0.$$

У відрізках:

$$\overline{or} + \overline{rs} + \overline{sk} + \overline{kf} + \overline{fo} = 0.$$

З'єднавши т. f і т. o , отримуємо реакцію $\overline{F_{(34)2}}$:

$$F_{(34)2} = (fo)\mu_F.$$

➤ для ланки 3 (BO_2):

$$\overline{F_{4(23)}} + \overline{G_3} + \overline{F_{i_3}} + \overline{F_{03}} + \overline{F_{(24)3}} = 0.$$

У відрізках: $\overline{kf} + \overline{fl} + \overline{lm} + \overline{mo} + \overline{ok} = 0.$

З'єднавши т. o і т. k , отримуємо реакцію $\overline{F_{(24)3}}$:

$$F_{(24)3} = (ok)\mu_F.$$

У шарнірі B маємо трикутник сил: $\overline{F_{4(23)}}$, $\overline{F_{(34)2}}$ і $\overline{F_{(24)3}}$.

6.3. Визначення реакцій у кінематичних парах груп Ассура кулісного механізму верстата з хитною кулісою (рис. 6.3)

Силовий розрахунок виконується за формулою будови механізму (див. [4], с. 13-14), починаючи з останньої приєднаної групи Ассура 4-5.

$I(0,1) \leftarrow II_2(2,3) \leftarrow II_2(4,5)$. Це механізм 2-го класу.

6.3.1. Визначення зовнішніх сил, що діють на ланки механізму

1. Сила корисного опору F_{KO} задається в завданні на проектування графіком $F_{KO} = F_{KO}(S)$. Задано масштаб графіка сили корисного опору $\mu_F \left[\frac{H}{MM} \right]$. Визначивши значення F_{KO} для заданого робочого положення, прикладаємо на групі 4-5 вектор F_{KO} по лінії дії за заданим напрямком (або проти вектора швидкості (pb_5) (див. [4], с. 34-35)). Лінія дії сили F_{KO} задається завданням на проектування (ордината y).

Примітка: Ордината y' розраховується як різниця між відстанню від т. O_1 до лінії руху повзуна 5 та заданою ординатою y). Ураховується масштаб плану положень $\mu_l \left[\frac{M}{MM} \right]$.

2. Сили тяжіння ланок механізму, Н:

- для повзуна 5: $G_5 = m_5 g$;
- для куліси 3: $G_3 = m_3 g$,

де $g \cong 10 \text{ м/с}^2$ - прискорення вільного падіння;

m_5, m_3 - маси ланок, кг (за завданням).

Сили тяжіння прикладені в центрах мас ланок S_5 і S_3 (див. рис. 6.3). Положення центрів мас S_5 і S_3 задані завданням на проектування.

Масою каменів 2 і 4 (m_2 і m_4) нехтуємо у зв'язку з їх малістю.

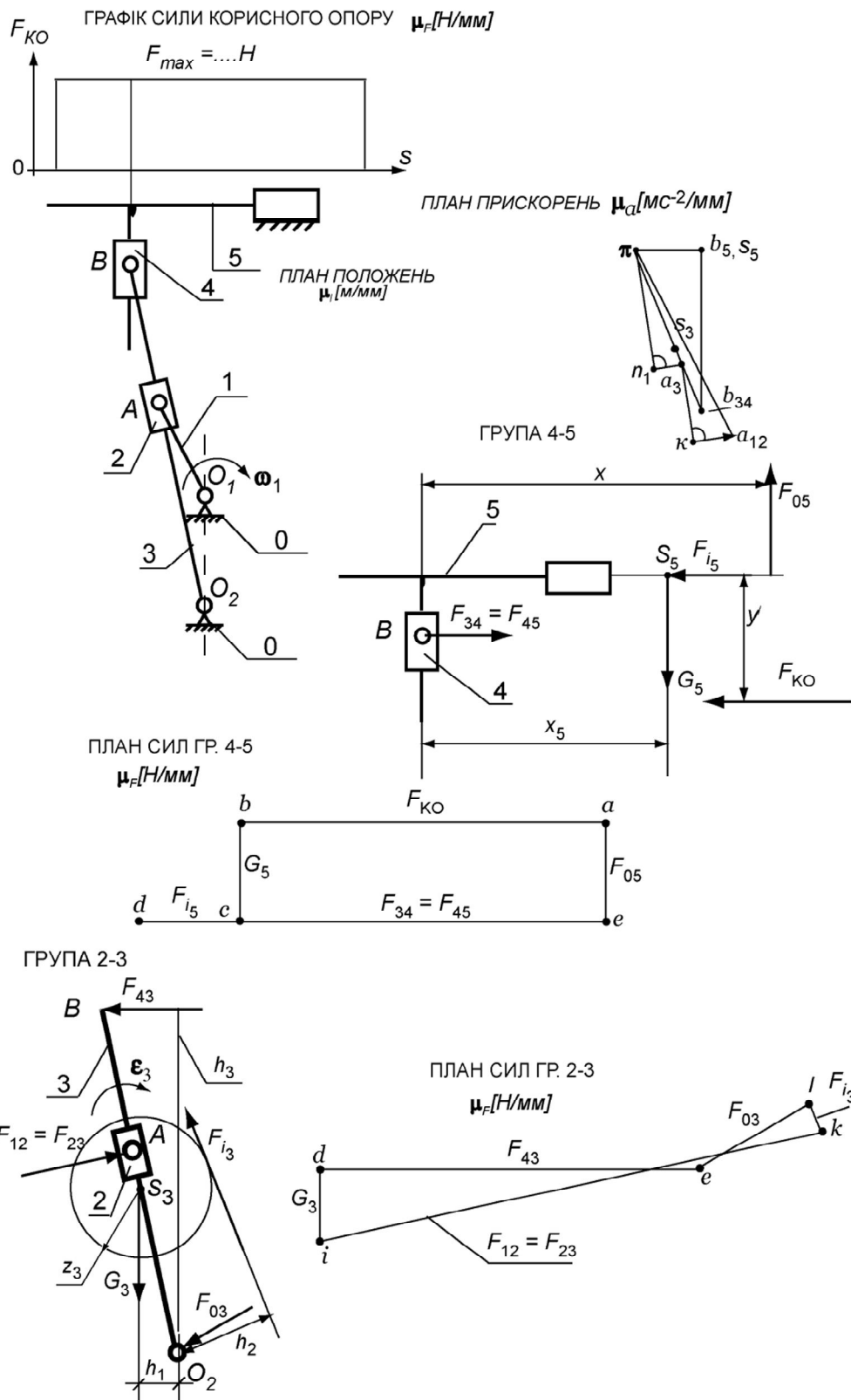


Рис. 6.3. Силовий розрахунок груп Ассур кулісного механізму верстата з хитною кулісою

6.3.2. Визначення сил інерції ланок

1. Визначаємо силу інерції повзуна B (поступальний рух):

$$\overline{F_{i5}} = -m_5 \overline{a_{S5}} = -m_5 (\pi s_5) \mu_a = -m_5 (\pi b_5) \mu_a,$$

де $\overline{a_{S5}} = \overline{a_{b5}}$, т.щ. при поступальному русі твердого тіла прискорення точок однакові. Прикладена в т. S_5 проти напрямку прискорення (πb_5) - за планом прискорень.

2. Визначаємо силу інерції $\overline{F_{i3}}$, Н, і момент сил інерції $\overline{M_{i3}}$, Нм, ланки 3:

$$\overline{F_{i3}} = -m_3 \cdot \overline{a_{S3}} = -m_3 (\pi s_3) \mu_a,$$

де $\overline{a_{S3}}$ - прискорення центра мас, м/с², (πs_3) - відрізок із плану прискорень, мм.

$$\overline{M_{i3}} = -I_{S3} \overline{\varepsilon_3},$$

де I_{S3} - момент інерції, кгм²; $\overline{\varepsilon_3}$ - кутове прискорення ланки, с⁻².

Кутове прискорення визначається за формулою:

$$\varepsilon_3 = \frac{a_{A_3O_3}^\tau}{l_{A_3O_2}} = \frac{(n_1 a_3) \mu_a}{(AO_2) \mu_l},$$

де $(n_1 a_3)$, (AO_2) - відрізки відповідно з планів прискорень і положень, мм; μ_a , μ_l - масштаби відповідно планів прискорень і положень.

Плече результуючої сили інерції, м:

$$h_3 = \frac{M_{i3}}{F_{i3}} \text{ або в масштабі } \mu_l, \text{ мм: } z_3 = \frac{h_3}{\mu_l}.$$

Із центра мас S_3 ланки AO_2 проводимо коло радіусом z_3 . Результуюча сила $\overline{F_{i3}}$ прикладена по дотичній до цього кола *паралельно* та *протилежно* вектору (πs_3) та утворює момент проти $\overline{\varepsilon_3}$.

6.3.3. Визначення реакцій в кінематичних парах групи 4-5

На групу 4-5 діють наступні сили (див. рис. 6.3):

- сила корисного опору F_{KO} , Н (лінія її дії задана ординатою y');
- сила тяжіння повзуна 5: G_5 , Н;
- сила інерції повзуна 5: F_{i_5} , Н.

Для даної групи *невідомими* є:

- реакція $\overline{F_{34}}$ в шарнірі B ;
- реакція $\overline{F_{05}}$ в поступальній парі «повзун – стояк» (відомо, що вона перпендикулярна до осі руху повзуна);
- внутрішня реакція $\overline{F_{45}} = -\overline{F_{54}}$ в шарнірі B .

Невідома також точка прикладання реакції $\overline{F_{05}}$ (плече x).

Із умови рівноваги каменя 4 можна записати рівняння:

$$\overline{F_{34}} + \overline{F_{54}} = 0,$$

тоді $\overline{F_{34}} = -\overline{F_{54}}$, але ж $\overline{F_{54}} = -\overline{F_{45}}$,

отже, $\overline{F_{34}} = \overline{F_{45}}$.

Реакція $\overline{F_{34}}$ в поступальній парі перпендикулярна до осі руху каменя 4.

2. Складаємо загальне рівняння рівноваги групи 4-5 (невідомі ставимо по кінцях рівняння):

$$\overline{F_{05}} + \overline{F_{KO}} + \overline{G_5} + \overline{F_{i_5}} + \overline{F_{34}} = 0,$$

у відрізках: $\overline{ea} + \overline{ab} + \overline{bc} + \overline{cd} + \overline{de} = 0$.

Будуємо план сил за рівнянням, прийнявши масштаб плану сил μ_F [Н/мм] (див. рис. 6.3).

Із т. d проводимо горизонтальну пряму (паралельну лінії дії реакції $\overline{F_{34}}$), а з т. a - вертикальну пряму, перпендикулярну до осі руху повзуна B . На перетині отримуємо т. e , тоді:

$$F_{05} = (ea)\mu_F.$$

$$F_{34} = -F_{45} = (de)\mu_F.$$

3. Плече сили F_{05} визначаємо з умови суми моментів сил, що діють на повзун B :

$$\Sigma M_{F_5(B)} = 0:$$

$$G_5 x_5 + F_{KO} y' - F_{05} x = 0,$$

Звідки:

$$x = \frac{G_5 x_5 + F_{KO} y'}{F_{05}}.$$

Примітка: Іноді плече x може виходити за межі креслення, тоді розмірна лінія показується з розривом.

6.3.4. Визначення реакцій в кінематичних парах групи 2-3 (рис. 6.3)

На групу діють наступні сили:

- сила тяжіння: G_3 , Н;
- сила інерції: F_{i_3} , Н;
- у шарнірі B прикладена сила $\overline{F_{43}}$, паралельно та протилежно реакції $\overline{F_{34}}$ (перенесена з плану сил гр. 4-5).

Для даної групи *невідомими є*:

- реакція $\overline{F_{12}}$ в шарнірі A ;
- реакція $\overline{F_{03}}$ у шарнірі O_2 ;
- внутрішня реакція $\overline{F_{23}} = -\overline{F_{32}}$ в поступальній парі «куліса-камінь».

1. Із умови рівноваги каменя 2 запишемо рівняння:

$$\overline{F_{12}} + \overline{F_{32}} = 0, \text{ тоді } \overline{F_{12}} = -\overline{F_{32}}, \text{ але ж } \overline{F_{32}} = -\overline{F_{23}},$$

$$\text{отже, } \overline{F_{12}} = \overline{F_{23}}.$$

Відомий напрям цих реакцій – в поступальній парі вони перпендикулярні до осі руху каменя (тобто куліси).

2. Для визначення реакції $\overline{F_{12}}$ складаємо рівняння суми моментів сил ланки 3 відносно т. O_2 : $\Sigma M_{F_3(O_2)} = 0$:

$$G_3 h_1 + F_{i_3} h_2 + F_{43} h_3 - F_{12} (O_2 A) = 0.$$

Плечі сил h беремо безпосередньо з креслення в мм.

Звідки:

$$F_{12} = \frac{G_3 h_1 + F_{i_3} h_2 + F_{43} h_3}{O_2 A}.$$

3. Для визначення реакції $\overline{F_{03}}$ складаємо векторне рівняння рівноваги сил групи 2-3 (невідому реакцію ставимо в кінці рівняння):

$$\overline{F_{43}} + \overline{G_3} + \overline{F_{12}} + \overline{F_{i_3}} + \underbrace{\overline{F_{03}}}_{?} = 0.$$

у відрізках: $\overline{ed} + \overline{di} + \overline{ik} + \overline{kl} + \overline{le} = 0.$

Будуємо план сил за цим рівнянням, прийнявши масштаб сил μ_F [Н/мм].

З'єднуємо точки l і e . Отримуємо: $F_{03} = (le)\mu_F.$

Переносимо цю реакцію у точку O_2 на плані групи 2-3.

7. Силовий розрахунок початкової ланки

7.1. Силовий розрахунок початкової ланки в робочій машині

У робочій машині (прес, дробарка, насос, завантажник, верстат, конвеєр тощо) роль кривошипа виконує останнє зубчасте колесо механізму приводу з закріпленим на ньому пальцем A .

1. Для накреслювання зубчастого зачеплення зубчастої пари механізму приводу треба визначити радіуси початкових кіл шестірні та колеса.

Зазвичай задаються такі *вихідні дані*:

- вид зачеплення (*нульове, рівнозміщене, нерівнозміщене*);
- модуль зачеплення m_i , мм;
- число зубців z_i шестірні та колеса;
- розташування даної зубчастої пари (горизонтальне, вертикальне, під кутом).

2. Радіуси початкових кіл r_{w_i} (у залежності від виду зачеплення) розраховуються за формулами:

$r_{w_i} = r_i = \frac{m z_i}{2}$ - для нульового та рівнозміщеного зачеплень;

$r_{w_i} = r_i \left(1 + \frac{2y}{z_\Sigma} \right)$ - для нерівнозміщеного зачеплення ([7], с.44),

де r_i - радіус ділильного кола, мм.

3. Зубчасте зачеплення останньої пари коліс приводу накреслюється в тому ж масштабі $\mu_l \left[\frac{M}{MM} \right]$, що і план положень механізму та групи Ассур, із урахуванням розташування коліс.

4. На колесо в центр O_1 переноситься з плану положень задане положення кривошипа – точка A (див. приклад на рис. 6.2, ж).

5. У полюсі P по лінії зачеплення зубчастих коліс прикладена зрівноважувальна сила $\overline{F_{3p}}$.

Зрівноважувальна сила – це сила, яку треба прикласти до початкової ланки, щоб вона рухалася за заданим законом.

Лінія зачеплення проводиться через полюс P під кутом зачеплення α_w до дотичної $t-t$, проведеної до початкових кіл.

Кут зачеплення $\alpha_w = 20^\circ$ - для нульового та рівнозміщеного зачеплень; $\alpha_w = 25^\circ \dots 26^\circ$ - для нерівнозміщеного зачеплення.

7.2. Приклад силового розрахунку початкової ланки

Розглянемо приклад силового розрахунку початкової ланки в робочій машині (рис. 7.1).

На початкову лану діють наступні сили:

- сила тяжіння: $G_1 = m_1 g$, прикладена в центрі колеса O_1 , де m_1 - маса колеса, кг (задається або розраховується*);
 $g \cong 10 \frac{M}{c^2}$ - прискорення вільного падіння;
- у шарнірі A прикладена сила $\overline{F_{21}}$ (перенесена з плану сил групи 2-3 паралельно та протилежно силі $\overline{F_{12}}$);
- у полюсі P по лінії зачеплення прикладена зрівноважувальна сила $\overline{F_{3p}}$ таким чином, щоб утворювався момент проти моменту сили $\overline{F_{21}}$.

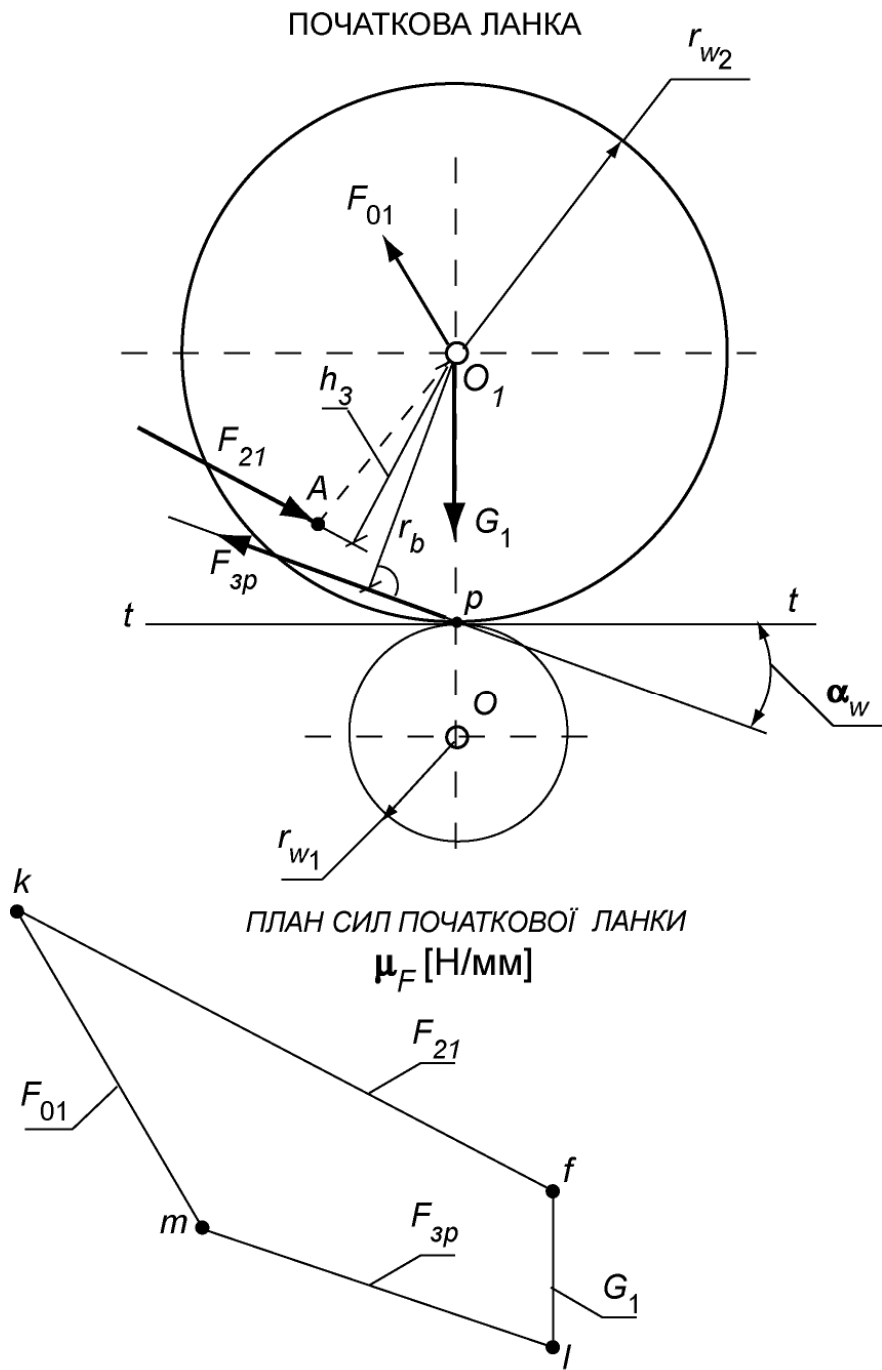


Рис. 7.1. Силовий розрахунок початкової ланки

Примітка: Методика розрахунку маси колеса за його геометричними параметрами наведена нижче*.

Для початкової ланки *невідомими* є:

- зрівноважувальна сила $\overline{F_{3p}} = ?$
- реакція в шарнірі O_1 $\overline{F_{01}} = ?$

Зрівноважувальну силу $\overline{F_{3p}}$ визначаємо з рівняння суми моментів усіх сил, що діють на початкову ланку відносно т. O_1 : $\sum M_{F_i(O_1)} = 0$:

$$F_{21} h_3 - F_{3p} r_b = 0.$$

Звідки:
$$F_{3p} = \frac{F_{21} h_3}{r_b},$$

де плечі h_3, r_b беремо безпосередньо з креслення в мм.

r_b - радіус основного кола (перпендикуляр, опущений на лінію зачеплення).

Для визначення реакції $\overline{F_{01}}$ складаємо векторне рівняння рівноваги початкової ланки:

$$\overline{F_{21}} + \overline{G_1} + \overline{F_{3p}} + \underbrace{\overline{F_{01}}}_{?} = 0.$$

У відрізках:
$$\overline{kf} + \overline{fl} + \overline{lm} + \overline{mk} = 0.$$

Примітка: Позначення відрізків відбувається латинськими літерами за позначенням реакції $\overline{F_{21}}$ (з попереднього плану сил групи 2-3).

Будуємо план сил за рівнянням, прийнявши масштаб $\mu_F \left[\frac{H}{мм} \right]$

З'єднуємо т. m і т. k , отримуємо реакцію: $F_{01} = (mk)\mu_F$. Остаточну прикладаємо її в точку O_1 .

***Маса зубчастого колеса** визначається наступним чином:

$m_1 = 1,3m_g$, де m_g - маса вінця колеса, кг; $m_g = \pi d_{f2} S \rho$, де d_{f2} - діаметр кола западин колеса, м; S - площа поперечного перерізу колеса, м²; ρ - густина матеріалу колеса (наприклад, чавун); $\rho = 7100$ кг/м³; $S = 3mb_2$, де b_2 - ширина вінця колеса, мм; орієнтовно $b_2 = 40$, мм; m - модуль зачеплення, мм. Діаметр западин $d_{f2} = 2r_{f2}$, де r_{f2} - радіус кола западин, мм, визначається з урахуванням виду зачеплення зубчастої пари: $r_{f2} = r_2 - m(h_a^* + c^* - x_2)$, де r_2 - радіус ділильного кола колеса, мм; $r_2 = \frac{mz_2}{2}$, де z_2 - число зубців колеса.

7.3. Силовий розрахунок початкової ланки в машині-двигуні

У машині-двигуні кривошипний вал і головний вал робочої машини з'єднані за допомогою муфти.

Муфта - це пристрій для з'єднання валів і передачі обертального руху без зміни величини та знака обертового моменту.

У цьому випадку невідомим є зрівноважувальний момент, а не зрівноважувальна сила.

Зрівноважувальний момент - це момент пари сил, який необхідно прикласти до початкової ланки, щоб вона рухалася за заданим законом.

Нехай маємо ланку з прикладеними до неї силами (рис. 7.2, а) та її план прискорень (рис. 7.2, б).

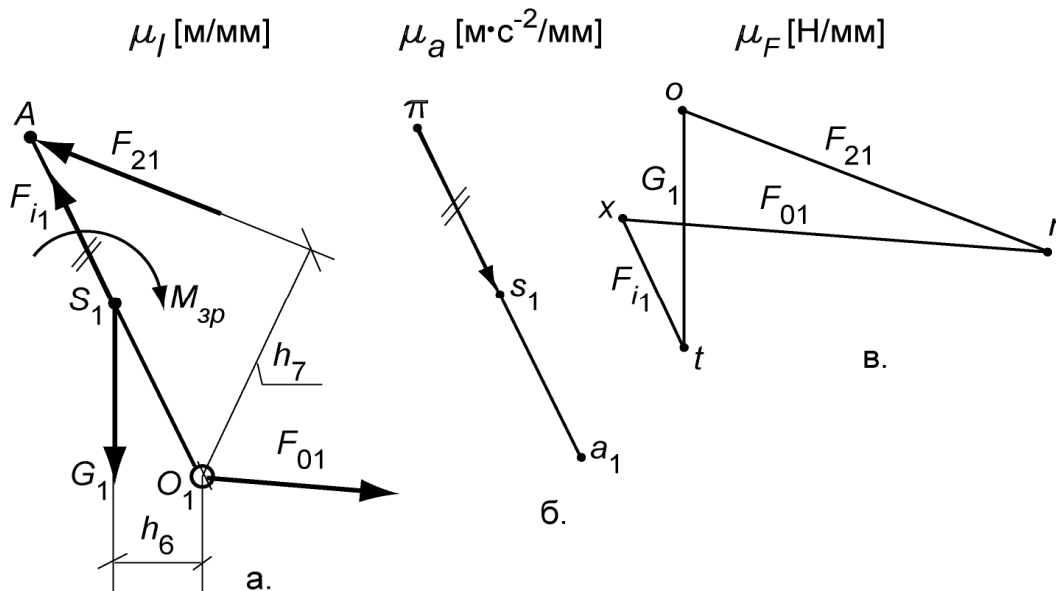


Рис. 7.2:

а – початкова ланка; б. – її план прискорень;
в. – план сил початкової ланки

На початкову ланку діють такі сили:

- у шарнірі A прикладена сила $\overline{F_{21}}$ (перенесена з плану сил групи 2-3 паралельно та протилежно силі $\overline{F_{12}}$);
- сила тяжіння: $G_1 = m_1 g$, прикладена у центрі мас ланки S_1 ; де m_1 - маса ланки (задається або розраховується за вихідними даними);

➤ сила інерції ланки: $\overline{F_{i_1}} = -m_1 \overline{a_{S_1}} = -m_1 (\pi s_1) \mu_a$.

Невідомими є:

- зрівноважувальний момент $M_{зп} = ?$
- у шарнірі O_1 реакція $\overline{F_{01}} = ?$

1. Зрівноважувальний момент $M_{зп}$ знаходимо з рівняння суми моментів усіх сил, що діють на початкову ланку (треба враховувати масштаб $\mu_l \left[\frac{M}{MM} \right]$):

$$\sum M_{F_i(O_1)} = 0.$$

$$F_{21} h_6 \mu_l - G_1 h_7 \mu_l - M_{зп} = 0.$$

Звідки:

$$M_{зп} = F_{21} h_6 \mu_l - G_1 h_7 \mu_l.$$

2. Для визначення реакції $\overline{F_{01}}$ складаємо рівняння рівноваги початкової ланки:

$$\overline{F_{21}} + \overline{G_1} + \overline{F_{i_1}} + \overline{F_{01}} = 0.$$

У відрізках:

$$\overline{ro} + \overline{ot} + \overline{tx} + \overline{xr} = 0.$$

3. Будуємо план сил за рівнянням, прийнявши масштаб $\mu_F \left[\frac{H}{MM} \right]$ (рис. 7.2, в). З'єднуємо т. x і т. r , отримуємо реакцію:

$$F_{01} = (xr) \mu_F.$$

8. Визначення зрівноважувальної сили методом «жорсткого» важеля Жуковського

8.1. Теоретичні положення

М.Є.Жуковський – видатний російський вчений у галузі механіки, аеродинаміки та гідродинаміки, теорії авіації.

У курсі ТММ розглядаються дві його теореми. Розглянемо одну з них.

Якщо зрівноважену систему сил, що діють на ланки механізму, перенести в однойменні точки повернутого на 90^0 плану швидкостей механізму, то сума моментів цих сил відносно полюса плану дорівнює нулю.

Доведемо теорему Жуковського (див. рис. 8.1):

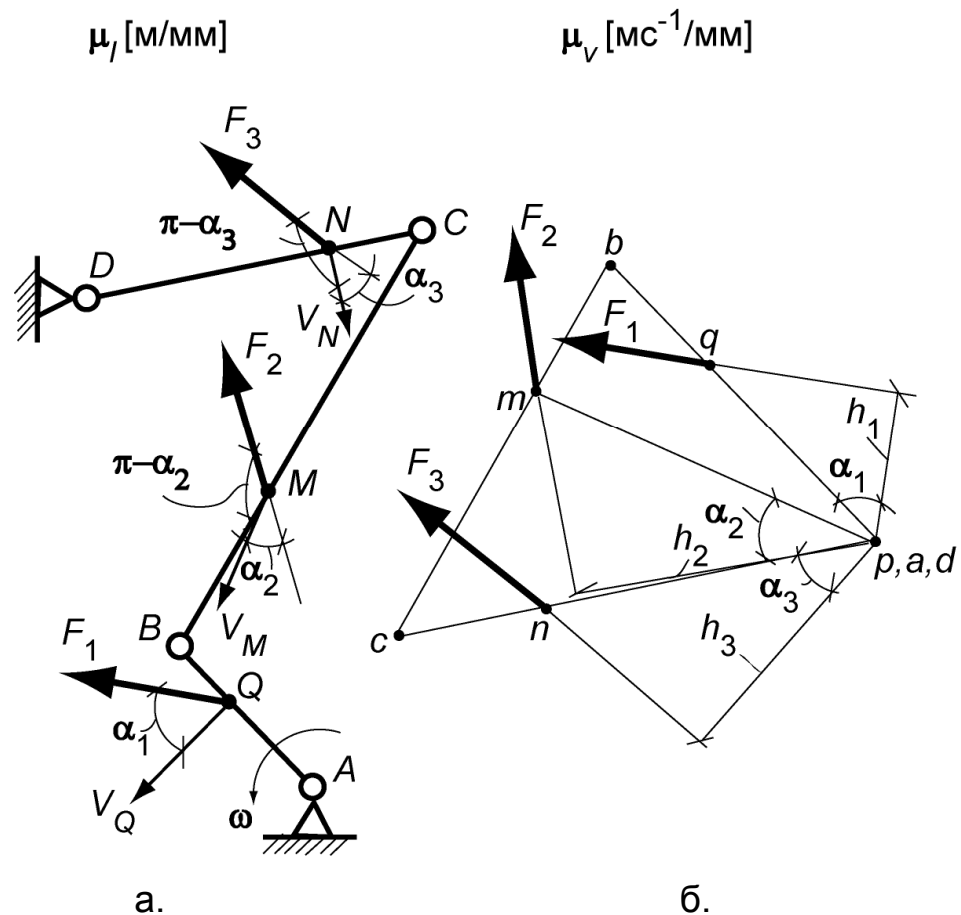


Рис. 8.1. До теореми Жуковського:

а. – план механізму; б. – план швидкостей, повернутий на 90^0

1. Нехай маємо механізм $ABCD$, на ланки якого діють сили $\overline{F_1}, \overline{F_2}, \overline{F_3}$, що є рівнодіючими всіх сил і прикладені відповідно в т. Q, M, N (рис. 8.1, а).

2. На повернутий на 90^0 план швидкостей у однойменні точки (знайдені за подібністю) переносимо сили $\overline{F_1}, \overline{F_2}, \overline{F_3}$ (рис. 8.1, б).

3. Для доведення теореми скористаємося принципом можливих переміщень, відомим з курсу теоретичної механіки, яка визначає, що:

Сума елементарних робіт на можливих переміщеннях дорівнює нулю.

$$\sum F_i \delta s_i \cos[\overline{F_i}, \wedge \overline{\delta s_i}] = 0. \quad (8.1)$$

Треба довести, що $\sum M_{F(p)} = 0$.

4. Позначимо плечі сил h_1, h_2, h_3 , а також кути $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ між векторами швидкостей $(pq), (pm)$ і (pn) та цими плечима.

5. Складаємо рівняння суми моментів усіх сил відносно полюса плану p .

Скористаємося поняттям *доведення від зворотного*, тобто прирівнюємо суму моментів сил не нулю, а деякій величині A , далі *треба довести, що $A = 0$* .

6. Із плану швидкостей (рис. 8.1, б) бачимо, що плечі сил h_1, h_2, h_3 , можна виразити таким чином:

$$F_1(pq) \cos \alpha_1 - F_2(pm) \cos \alpha_2 - F_3(pn) \cos \alpha_3 = A. \quad (8.2)$$

7. Якщо помножити всі складові цього рівняння на масштаб швидкості μ_v , маємо швидкості точок Q, M, N :

$$F_1(pq) \times \mu_v \cos \alpha_1 - F_2(pm) \times \mu_v \cos \alpha_2 - F_3(pn) \times \mu_v \cos \alpha_3 = A \times \mu_v$$

або:

$$F_1 v_Q \cos \alpha_1 - F_2 v_M \cos \alpha_2 - F_3 v_N \cos \alpha_3 = A \mu_v. \quad (8.3)$$

8. Розглянемо, що це за кути $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$. Для цього переносимо вектори швидкостей $\overline{v_Q}, \overline{v_M}, \overline{v_N}$ на план механізму у точки Q, M, N , повертаючи їх попередньо на кут 90° проти напрямку повороту плану швидкостей (рис. 8.1, б). Як бачимо, це кути між векторами сил $\overline{F_1}, \overline{F_2}, \overline{F_3}$ і векторами швидкостей $\overline{v_Q}, \overline{v_M}, \overline{v_N}$ (два останніх – між їх продовженнями).

9. Помножимо всі частини попереднього рівняння на dt (у лівій частині отримаємо елементарні переміщення точок Q, M, N), а також урахуємо знаки "cos":

$$\begin{aligned} & F_1 (v_Q \times dt) \cos \alpha_1 + F_2 (v_M \times dt) \cos(\pi - \alpha_2) + F_3 (v_N \times dt) \cos(\pi - \alpha_3) = \\ & = A \mu_v \times dt. \end{aligned}$$

або:

$$F_1 ds_Q \cos \alpha_1 + F_2 ds_M \cos(\pi - \alpha_2) + F_3 ds_N \cos(\pi - \alpha_3) = A \mu_v \times dt. \quad (8.4)$$

Примітка: знаки “+” з’явилися за рахунок напрямів швидкостей.

10. Запишемо остаточно рівняння у формі “елементарних переміщень”:

$$F_1 ds_Q \cos[\overline{F_1}, \wedge \overline{ds_Q}] + F_2 ds_M \cos[\overline{F_2}, \wedge \overline{ds_M}] + F_3 ds_N \cos[\overline{F_3}, \wedge \overline{ds_N}] = A \mu_v dt. \quad (8.5)$$

11. У реальному механізмі всі елементарні переміщення є й *можливими*, отже:

$$A \mu_v dt = 0,$$

але $\mu_v \neq 0$, $dt \neq 0$, отже, $A = 0$, що й треба було довести.

8.2. Приклади визначення зрівноважувальної сили методом «жорсткого важеля» Жуковського

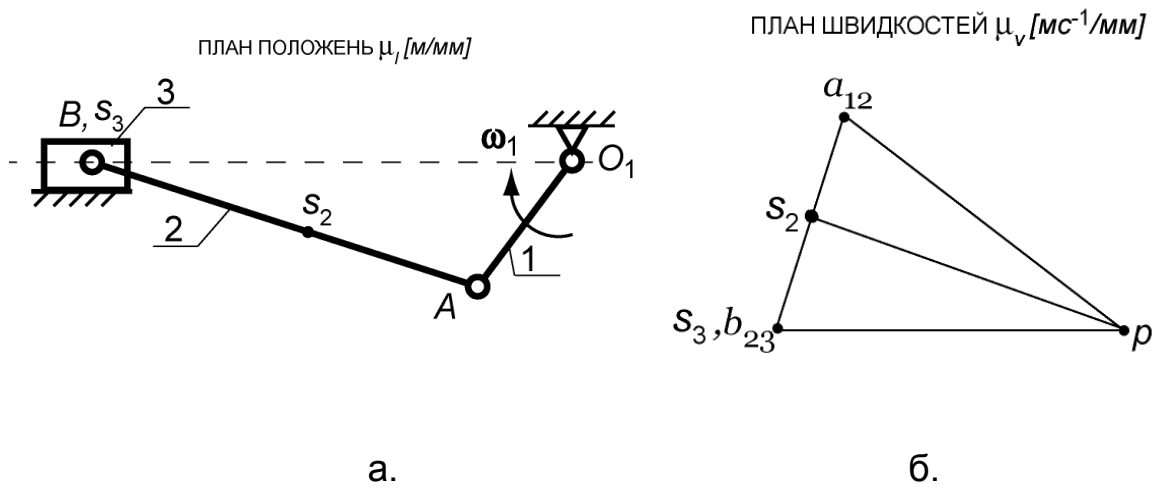
8.2.1. Чотириланковий шарнірно-важільний механізм

На рис. 8.2, а і б наведено плани положень і швидкостей чотириланкового шарнірно-важільного механізму, а на рис. 8.2, в – повернутий на 90^0 план швидкостей з прикладеними до нього силами (силовий розрахунок цього механізму проведено в п. 6.1).

1. На повернутий на 90^0 план швидкостей механізму переносимо в однойменні точки всі зовнішні сили та сили інерції, в т. a_1 прикладаємо зрівноважувальну силу перпендикулярно до вектора (pa_1) .

Примітка: Напрямок F'_{zp} визначається напрямом найбільшої сили, що прикладена до цього важеля (тобто F'_{zp} має утворювати момент, протилежний моменту цієї сили, в даному прикладі – результуючої $(F_{KO} - F_{i3})$).

2. Точки прикладання сили інерції F_{i2} знаходимо за подібністю.



Важіль М.Є. Жуковського $\mu_v = \dots$ мс⁻¹/мм

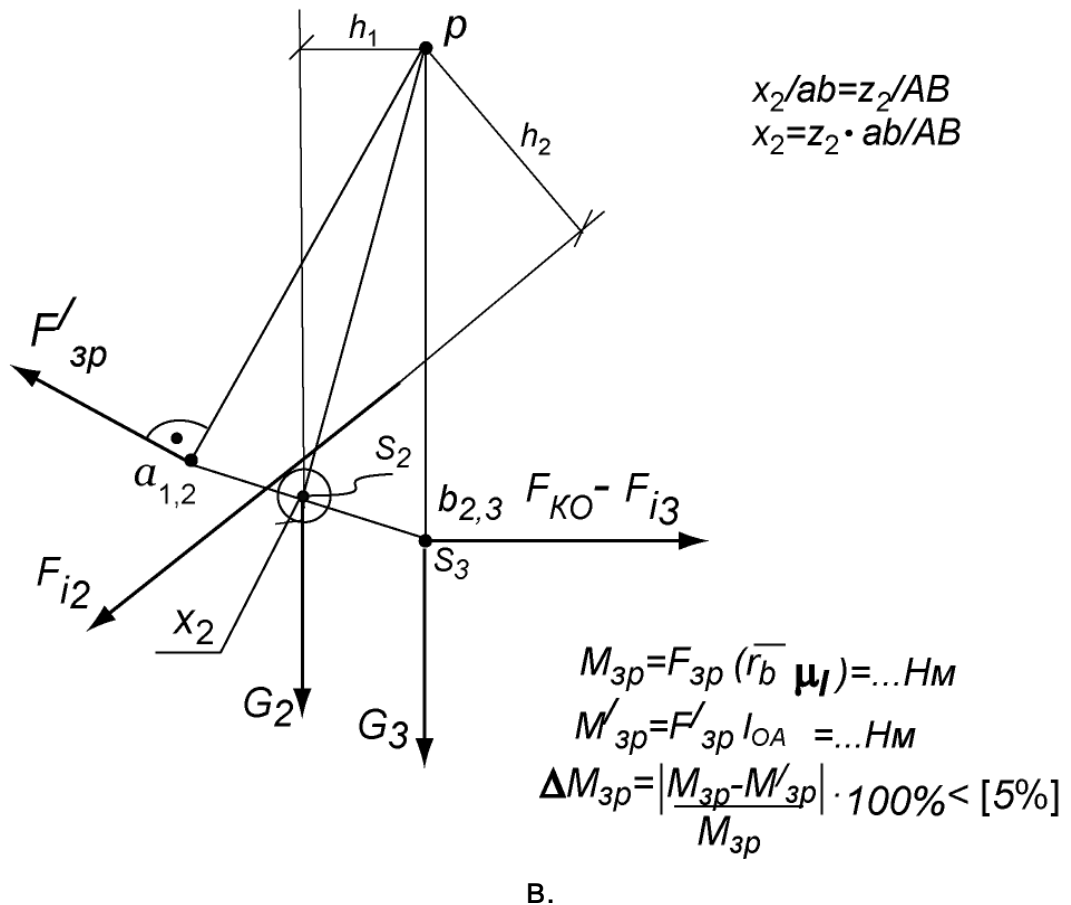


Рис. 8.2. Визначення зрівноважувальної сили для чотириланкового шарнірно-важільного механізму

$$\frac{x_2}{ab} = \frac{z_2}{AB}, \text{ тоді } x_2 = \frac{(ab)z_2}{AB}.$$

Усі відрізки беремо безпосередньо з креслення в мм.

3. Згідно з теоремою Жуковського важіль знаходиться у рівновазі, якщо сума моментів усіх сил відносно полюса плану p дорівнює нулю.

4. Складаємо рівняння суми моментів усіх сил відносно полюса p : $\sum M_{F(p)} = 0$.

$$(F_{KO} - F_{i_3})(pb_3) + G_2 h_1 - F_{i_2} h_2 - F'_{zp}(pa_1) = 0.$$

Звідки:
$$F'_{zp} = \frac{(F_{KO} - F_{i_3})(pb_3) + G_2 h_1 - F_{i_2} h_2}{(pa_1)}.$$

5. Зрівноважувальні сили, знайдені методом плану сил F_{zp} і методом Жуковського F'_{zp} не рівні, бо прикладені в різних точках: F_{zp} в полюсі зачеплення p , а F'_{zp} в точці A кривошипа, тому треба порівнювати моменти цих сил.

$$M_{zp} = F_{zp} r_b = F_{zp} (\overline{r_b} \mu_l).$$

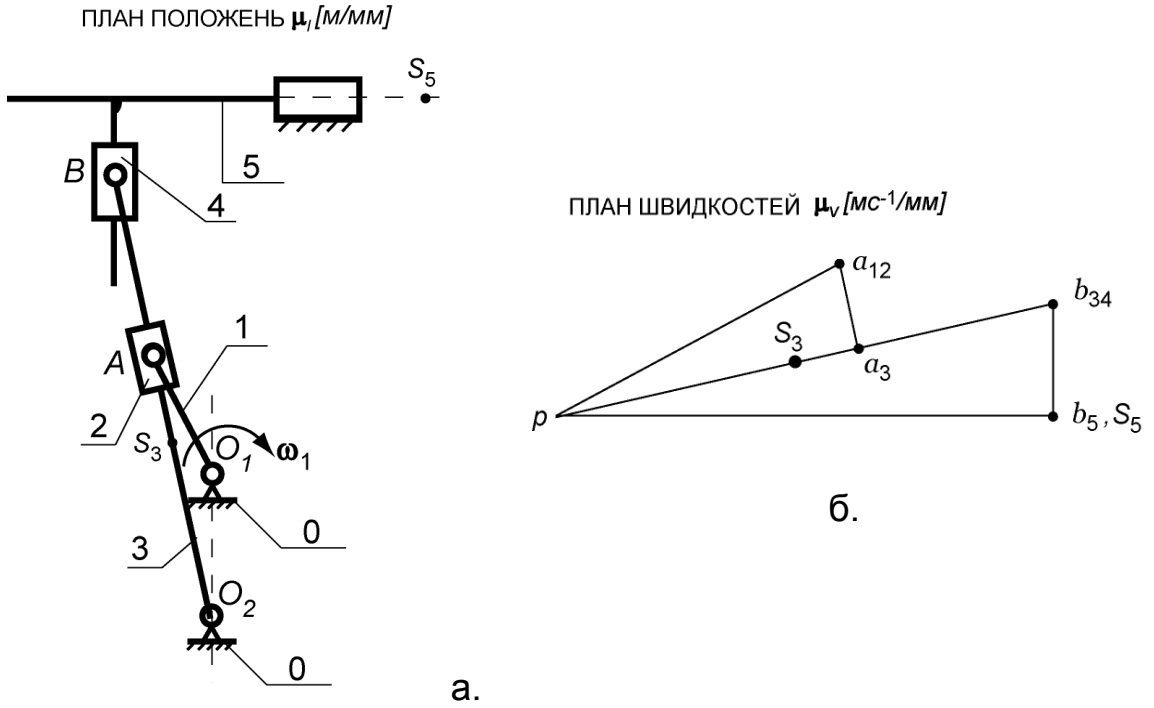
$$M'_{zp} = F'_{zp} l_{O_1A}.$$

$$\Delta M_{zp} = \frac{|M_{zp} - M'_{zp}|}{M_{zp}} \cdot 100\% \leq [5\%].$$

8.2.2. Кулісний механізм верстата з хитною кулісою

На рис. 8.3, а і б наведено плани положень і швидкостей кулісного механізму верстата з хитною кулісою, а на рис. 8.3, в - повернутий на 90° план швидкостей з прикладеними до нього силами (силовий розрахунок цього механізму проведено в п. 6.3).

На повернутий на 90° план швидкостей механізму переносимо в однойменні точки всі зовнішні сили та сили інерції, в т. a_1 прикладаємо зрівноважувальну силу F'_{zp} перпендикулярно до вектора (pa_1) .



Важіль М.Є.Жуковського $\mu_v = \dots$ мс⁻¹/мм

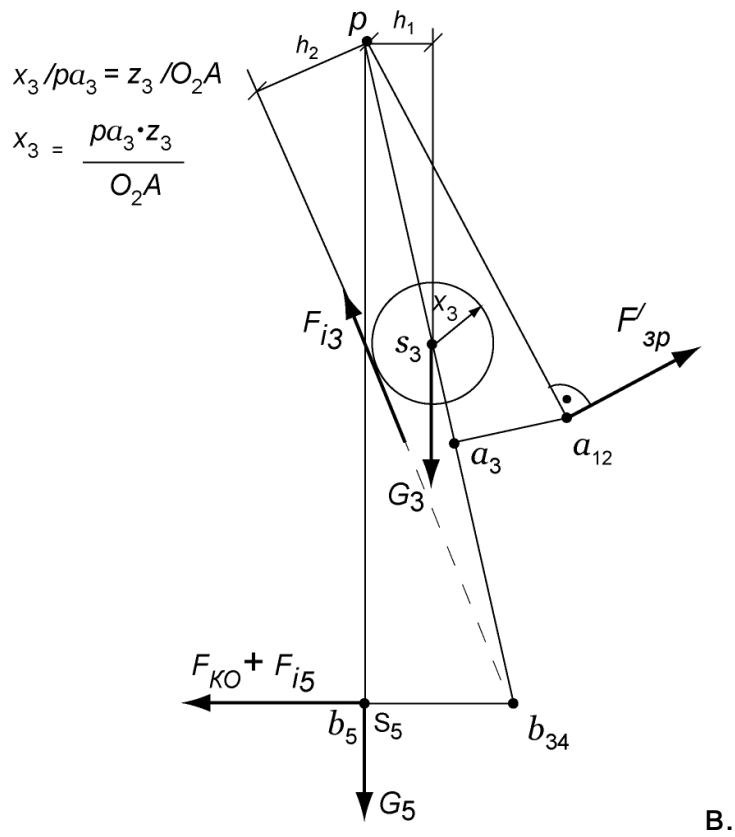


Рис. 8.3. Визначення зрівноважувальної сили для кулісного механізму верстата з хитною кулісою

Примітка: Напрямок F'_{3p} визначається напрямом найбільшої сили, що прикладена до цього важеля (тобто F'_{3p} має утворювати момент, протилежний моменту цієї сили, в даному прикладі – результуючої ($F_{KO} + F_{i5}$)).

Точки прикладання сили інерції F_{i3} знаходимо за подібністю:

$$\frac{x_3}{pa_3} = \frac{z_3}{O_2A}, \text{ тоді } x_3 = \frac{(pa_3)z_3}{O_2A}.$$

Усі відрізки беремо безпосередньо з креслення в мм.

1. Згідно з теоремою Жуковського важіль знаходиться у рівновазі, якщо сума моментів усіх сил відносно полюса плану p дорівнює нулю.

2. Складаємо рівняння суми моментів усіх сил відносно полюса p (див. рис. 8.3, в):

$$\sum M_{F(p)} = 0.$$

$$(F_{KO} + F_{i5})(pb_5) + G_3h_1 + F_{i3}h_2 - F'_{3p}(pa_1) = 0.$$

Звідки:

$$F'_{3p} = \frac{(F_{KO} + F_{i5})(pb_5) + G_3h_1 + F_{i3}h_2}{(pa_1)}.$$

3. Зрівноважувальні сили, знайдені методом плану сил F_{3p} і методом Жуковського F'_{3p} не рівні, бо прикладені в різних точках: F_{3p} в полюсі зачеплення p , а F'_{3p} в точці A кривошипа, тому треба порівнювати моменти цих сил.

$$M_{3p} = F_{3p} r_b = F_{3p} (\overline{r_b} \mu_l).$$

$$M'_{3p} = F'_{3p} l_{O_1A}.$$

$$\Delta M_{3p} = \frac{|M_{3p} - M'_{3p}|}{M_{3p}} \cdot 100\% \leq [5\%].$$

Список літератури

1. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин: учебник для студ. высших техн. учебн. завед. / И.И. Артоболевский. - М. : Наука, 1988. – 640 с.: ил.
2. Кіницький Я.Т. Теорія механізмів і машин: підручник / Я.Т. Кіницький. – К. :. Видавництво “Наукова думка”, 2002. – 660 с.: іл.
3. Кірієнко О.А. Теорія механізмів і машин: навчальний посібник для студентів ВНЗ / О.А.Кірієнко ; М-во освіти і науки, молоді та спорту України, Нац. техн. ун-т України «Київ. політехн. ін.-т». – К. : НТУУ «КПІ», 2013. – 232 с. : іл.
4. Кірієнко О.А. Теорія механізмів і машин. Розділ: «Кінематичний аналіз механізмів». Навчальний посібник з кредитного модуля для студентів техн. спец. Рекомендовано Метод. радою НТУУ «КПІ ім. Ігоря Сікорського». Протокол № 5 від «25» січня 2018 р. К.: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018. – 72с. :, іл.
5. Теорія механізмів і машин. Методичні вказівки до виконання курсової роботи для студентів інженерно-хімічних спеціальностей /Укл. О.А.Кірієнко. – К.: НТУУ «КПІ». 2010. – 76 с.
6. Теорія механізмів і машин. Методичні вказівки до виконання курсового проекту для студентів інженерно-хімічних спеціальностей /Укл. О.А.Кірієнко. - К.: НТУУ «КПІ». 2011. – 72 с.
7. Теорія механізмів і машин. Синтез та аналіз механізму приводу. Методичні вказівки до виконання курсового проекту для студентів машинобудівних спеціальностей /Укл. О.А.Кірієнко, Л.Г.Овсієнко. - К.: НТУУ «КПІ». 2011. – с.76.

Питання для самоконтролю

1. Класифікація сил, що діють на ланки механізму.
2. Які сили називаються рушійними?
3. Які сили називаються силами опору?
4. Що таке сили корисного, шкідливого опору?
5. У чому полягає принцип кінетостатики?
6. Як урахуються сили інерції при плоскопаралельному русі ланки?
7. Як урахуються сили інерції при поступальному русі ланки?
8. Як урахуються сили інерції при обертальному русі ланки навколо центральної осі?
9. Як урахуються сили інерції при обертальному русі ланки навколо довільної осі?
10. Як урахуються сили інерції при просторовому русі ланки?
11. Як урахуються сили інерції при аналітичних методах силового розрахунку?
12. Умови статичної визначуваності кінематичного ланцюга з нижчими парами.
13. Умови статичної визначуваності кінематичного ланцюга з вищими парами.
14. Умови статичної визначуваності просторового кінематичного ланцюга.
15. Визначення реакцій у кінематичних парах груп Ассур 2-го класу.
16. Силовий розрахунок початкової ланки в робочій машині.
17. Силовий розрахунок початкової ланки в машині - двигуні.
18. Що називається зрівноважувальною силою? По якій лінії вона діє?
19. Теорема М.Є.Жуковського.

ПРИКЛАД КІНЕТОСТАТИЧНОГО АНАЛІЗУ КУЛІСНОГО МЕХАНІЗМУ З ОБЕРТОВОЮ КУЛІСОЮ

На рис. Д.1 наведено приклад кінетостатичного аналізу кулісного механізму верстата з обертовою кулісою.

Даний кулісний механізм є механізмом 2-го класу, його формула будови: $I(0,1) \leftarrow II_2(2,3) \leftarrow II_2(4,5)$.

Силовий розрахунок починається з останньої приєднаної групи Ассура, тобто, групи 4-5.

1. Сили, що діють на ланки механізму

1.1. Сила корисного опору задається графіком $F_{KO} = F_{KO}(S)$ в завданні на проектування; визначаємо для даного робочого положення механізму силу корисного опору F_{KO}, H . Прикладена проти вектора швидкості (pc_5), лінія її дії задана параметром a .

1.2. Сили тяжіння ланок механізму, H :

- для ланки BA (куліса): $G_3 = m_3 g$;
- для ланки BC (шатун): $G_4 = m_4 g$;
- для ланки C (повзун): $G_5 = m_5 g$.

де $g \cong 10 \text{ м/с}^2$ - прискорення вільного падіння.

Примітка: Масою m_2 каменя A нехтуємо у зв'язку з його малістю.

Сили тяжіння прикладені в центрах мас ланок S .

1.3. Роль кривошипа в робочій машині (верстат) виконує останнє зубчасте колесо привода із закріпленням на ньому пальцем (центр мас знаходиться на осі обертання). Маса колеса m_1 визначається при силовому розрахунку початкової ланки.

2. Сили інерції ланок

1. Силу інерції кривошипа не визначаємо, тому що центр мас зубчастого колеса лежить на осі його обертання.

2. Масою каменя куліси A та його силою інерції нехтуємо у зв'язку з їх малістю.

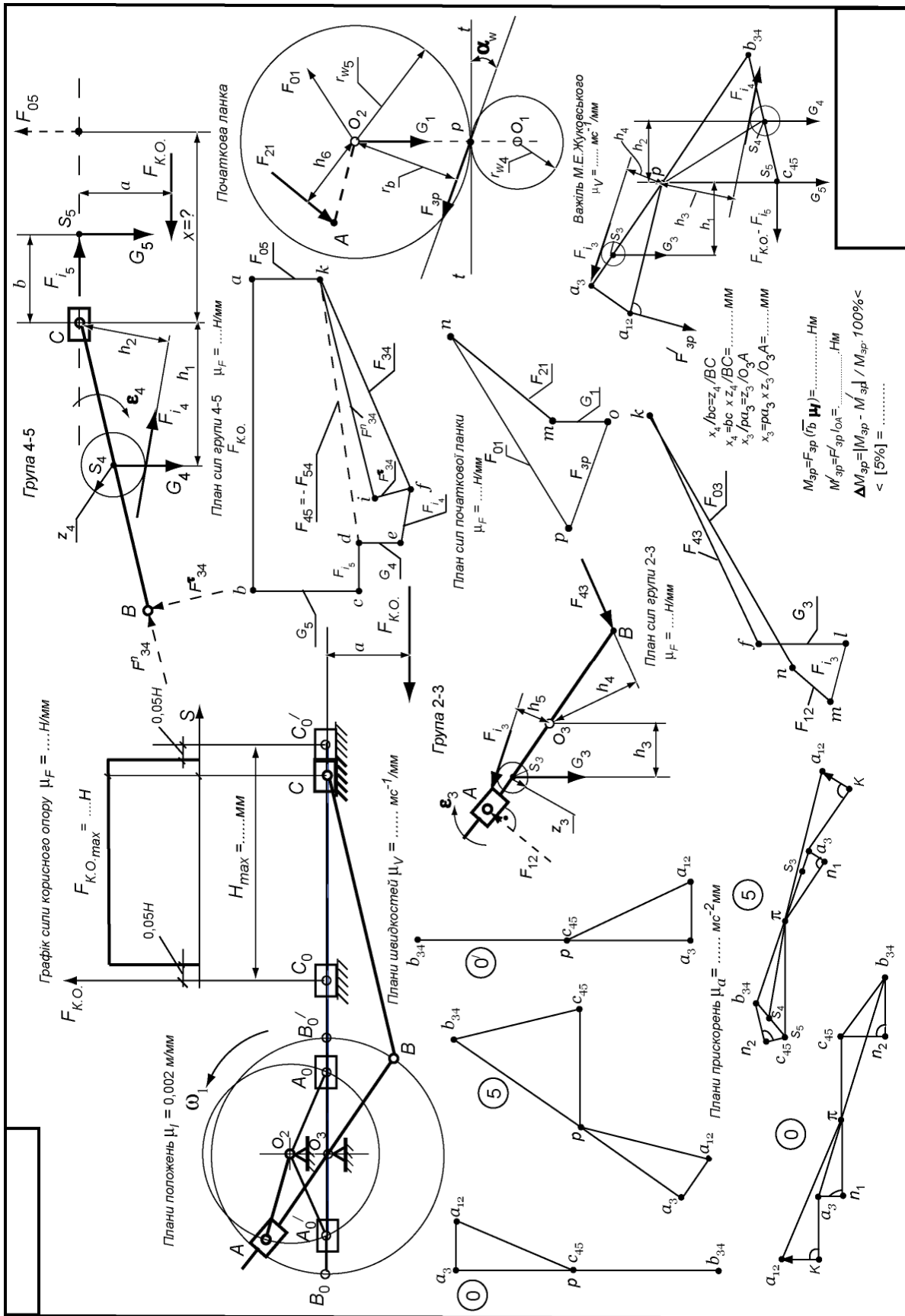


Рис. Д.1. Приклад кінестатичного аналізу кулісного механізму з обертовою кулісою

3. Визначаємо силу інерції $\overline{F_{i_3}}$, Н, і момент сил інерції $\overline{M_{i_3}}$, Нм, ланки 3 (куліси BA):

$$\overline{F_{i_3}} = -m_3 \cdot \overline{a_{S_3}} = -m_3 (\pi_{S_3}) \mu_a,$$

де $\overline{a_{S_3}}$ - прискорення центра мас, м/с², (π_{S_3}) - відрізок із плану прискорень, мм.

$$\overline{M_{i_3}} = -I_{S_3} \overline{\varepsilon_3},$$

де I_{S_3} - момент інерції, кгм² (за завданням);

$\overline{\varepsilon_3}$ - кутове прискорення ланки, с⁻².

$$\overline{\varepsilon_3} = \frac{a_{A_3O_3}^\tau}{l_{A_3O_3}} = \frac{(n_1 a_3) \mu_a}{(AO_3) \mu_l},$$

де $(n_1 a_3)$, (AO_3) - відрізки відповідно з планів прискорень і положень, мм;

μ_a , μ_l - масштаби відповідно планів прискорень і положень.

Плече результуючої сили інерції, м:

$$h_3 = \frac{M_{i_3}}{F_{i_3}}$$

або в масштабі μ_l , мм:

$$z_3 = \frac{h_3}{\mu_l}.$$

Примітка: Якщо величина z менша від 1 мм, то результуюча сила інерції прикладається в центрі мас ланки S (поруч із групою слід указати значення z , мм, у прямокутній рамці).

Із центра мас ланки AO_3 проводимо коло радіусом z_3 . Результуюча сила $\overline{F_{i_3}}$ прикладена по дотичній до цього кола паралельно та протилежно вектору (π_{S_3}) та утворює момент проти $\overline{\varepsilon_3}$ (напрямок кутового прискорення $\overline{\varepsilon_3}$ знайдений за методикою [4], стор. 32-33).

4. Визначаємо силу інерції $\overline{F_{i_4}}$, Н, і момент сил інерції $\overline{M_{i_4}}$, Нм, ланки 4 (шатуна CB):

$$\overline{F_{i_4}} = -m_4 \overline{a_{S_4}} = -m_4 (\pi s_4) \mu_a,$$

де $\overline{a_{S_4}}$ - прискорення центра мас, м/с²,
 (πs_4) - відрізок із плану прискорень, мм.

$$\overline{M_{i_4}} = -I_{S_4} \overline{\varepsilon_4},$$

де I_{S_4} - момент інерції, кгм² (за завданням);
 $\overline{\varepsilon_4}$ - кутове прискорення ланки, с⁻²;

$$\overline{\varepsilon_4} = \frac{a_{C_4B_4}^\tau}{l_{CB}} = \frac{(n_3 c_4) \mu_a}{(BC) \mu_l},$$

де $(n_3 c_4)$, (BC) - відрізки відповідно з планів прискорень і положень, мм;

μ_a , μ_l - масштаби відповідно планів прискорень і положень.

Плече результуючої сили інерції, м:

$$h_4 = \frac{M_{i_4}}{F_{i_4}}$$

або в масштабі μ_l , мм:

$$z_4 = \frac{h_4}{\mu_l}.$$

Із центра мас ланки CB проводимо коло радіусом z_4 . Результуюча сила $\overline{F_{i_4}}$ прикладена по дотичній до цього кола паралельно та протилежно вектору (πs_4) та утворює момент проти $\overline{\varepsilon_4}$ (напрямок кутового прискорення $\overline{\varepsilon_4}$ знайдений за методикою [4], стор. 32-33).

5. Визначаємо силу інерції повзуна C (поступальний рух):

$$\overline{F_{i_5}} = -m_5 \overline{a_{S_5}} = -m_5 (\pi s_5) \mu_a = -m_5 (\pi c_5) \mu_a,$$

де $\overline{a_{S_5}} = \overline{a_{C_5}}$ (для поступально рухомого абсолютно твердого тіла).
Прикладена в т. S_5 повзуна.

3. Визначення реакцій у кінематичних парах

Силовий розрахунок проводиться по групах Ассура, починаючи з останньої приєднаної групи 4-5.

3.1. Група 4-5

На групу діють наступні сили:

- корисного опору F_{KO} , Н, прикладена в точці S_5 повзуна; її лінія дії задана координатою a .
- сили тяжіння: G_5 , Н; G_4 , Н; прикладені в центрах мас S_5 і S_4 ; положення т. S_5 задано координатою b (див. рис. Д.1).
- сили інерції: F_{i_5} , Н; F_{i_4} , Н.

Для даної групи невідомими є:

- реакція $\overline{F_{34}}$ в шарнірі B (за величиною та напрямком);
- реакція $\overline{F_{05}}$ в поступальній парі “повзун - стояк” (за величиною та напрямком, але відомо, що вона перпендикулярна до осі руху повзуна C);
- внутрішня реакція $\overline{F_{45}} = -\overline{F_{54}}$ в шарнірі C .

1. Розкладаємо реакцію $\overline{F_{34}}$ на нормальну та тангенціальну складові:

$$\overline{F_{34}} = \overline{F_{34}^n} + \overline{F_{34}^\tau},$$

де $\overline{F_{34}^n}$ паралельна ланці CB ; $\overline{F_{34}^\tau}$ - перпендикулярна до ланки CB .

2. Для визначення тангенціальної складової $\overline{F_{34}^\tau}$ складаємо рівняння суми моментів усіх сил, що діють на ланку CB , відносно т. C :

$$\sum M_{F_{4(C)}} = 0.$$

$$G_4 h_1 + F_{i_4} h_2 - F_{34}^\tau (BC) = 0.$$

Плечі сил беремо безпосередньо з креслення в мм.

Звідки:

$$F_{34}^{\tau} = \frac{G_4 h_1 + F_{i_4} h_2}{BC}.$$

Примітка: УВАГА! Якщо знак отриманої реакції “мінус”, це означає, що справжній напрям реакції протилежний прийнятому раніше. Тоді вектор \overline{F}_{34}^{τ} закреслюємо і спрямовуємо реакцію в протилежний бік (справжній вектор тоді рисується суцільною лінією).

3. Для визначення решти невідомих реакцій складаємо загальне векторне рівняння рівноваги всієї групи 4-5 (невідомі реакції ставимо по кінцях рівняння):

$$\overline{F}_{05} + \overline{F}_{KO} + \overline{G}_5 + \overline{F}_{i_5} + \overline{G}_4 + \overline{F}_{i_4} + \underbrace{\overline{F}_{34}^{\tau} + \overline{F}_{34}^n}_{F_{34}} = 0,$$

у відрізках:

$$\overline{ka} + \overline{ab} + \overline{bc} + \overline{cd} + \overline{de} + \overline{ef} + \underbrace{\overline{fi} + \overline{ik}}_{fk} = 0.$$

4. Будуємо план сил групи 4-5, прийнявши масштаб плану сил μ_F [Н/мм], і складаємо всі сили за рівнянням рівноваги. Із т. a проводимо пряму, паралельну лінії дії реакції \overline{F}_{05} (в даному випадку – вертикальну), а з т. i – пряму, паралельну лінії дії реакції \overline{F}_{34}^n (тобто паралельно ланці BC). На перетині отримуємо т. k .

5. Визначаємо невідомі реакції, H :

$$F_{05} = (ka)\mu_F.$$

З'єднуємо т. f і k . Отримуємо реакцію:

$$F_{34} = (fk)\mu_F.$$

6. Для визначення невідомої внутрішньої реакції в шарнірі B складаємо векторне рівняння рівноваги однієї з ланок групи, наприклад, ланки 5 (повзуна C):

$$\overline{F_{05}} + \overline{F_{KO}} + \overline{G_5} + \overline{F_{i5}} + \underbrace{\overline{F_{45}}}_{?} = 0.$$

У відрізках:

$$\overline{ka} + \overline{ab} + \overline{bc} + \overline{cd} + \overline{dk} = 0.$$

7. З'єднуємо т. d і т. k на плані сил. Отримуємо реакції:

$$F_{45} = (dk)\mu_F.$$

$$\overline{F_{54}} = -\overline{F_{45}}.$$

8. Плече реакції $\overline{F_{05}}$ - x , м, визначаємо з умови суми моментів сил, що діють на повзун 5:

$$\Sigma M_{F_5(C)} = 0.$$

$$G_5 b + F_{K.O.} a - F_{05} x = 0.$$

Звідки:

$$x = \frac{G_5 b + F_{K.O.} a}{F_{05}}.$$

3.2. Група 2-3

На групу «куліса-камінь» діють наступні сили:

- сила тяжіння: G_3 , Н;
- сила інерції: F_{i3} , Н.
- у шарнірі B прикладена сила $\overline{F_{43}}$, Н, яка перенесена з плану сил групи 4-5 паралельно та протилежно силі $\overline{F_{34}}$.

Для даної групи невідомими є:

- реакція $\overline{F_{12}}$ в шарнірі A (за величиною та напрямком);
- реакція $\overline{F_{03}}$ в шарнірі O_3 (за величиною та напрямком);
- внутрішні реакції в шарнірі B : $\overline{F_{23}} = -\overline{F_{32}}$.

1. Із умови рівноваги каменя A_2 :

$$\overline{F_{12}} + \overline{F_{32}} = 0,$$

$$\text{але } \overline{F_{32}} = -\overline{F_{23}},$$

$$\text{тоді } \overline{F_{12}} = \overline{F_{23}}.$$

2. Для визначення реакції $\overline{F_{12}}$ складаємо рівняння суми моментів сил відносно т. O_3 :

$$\sum M_{F_3(O_3)} = 0.$$

$$F_{12}(O_3A) - F_{i_3} h_5 - G_3 h_3 + F_{43} h_4 = 0.$$

Звідки:

$$F_{12} = \frac{F_{i_3} h_5 + G_3 h_3 - F_{43} h_4}{O_3A}.$$

Плечі сил h_3, h_4, h_5 беремо безпосередньо з креслення, в мм.

3. Для визначення решти невідомих реакцій складаємо загальне векторне рівняння рівноваги всіх сил, що діють на групу 2-3 (невідому реакцію ставимо в кінці рівняння):

$$\overline{F_{43}} + \overline{G_3} + \overline{F_{i_3}} + \overline{F_{12}} + \overline{F_{03}} = 0.$$

У відрізках:

$$\overline{kf} + \overline{fl} + \overline{lm} + \overline{mn} + \overline{nk} = 0.$$

4. Будуємо план сил у масштабі μ_F [Н/мм], складаючи послідовно сили за рівнянням.

5. З'єднуємо т. n і т. k . Отримуємо реакцію, Н:

$$F_{03} = (nk)\mu_F.$$

4. Силовий розрахунок початкової ланки (див. рис. Д.1)

У стругальному верстаті, як у робочій машині, роль кривошипа виконує останнє зубчасте колесо привода з закріпленим на ньому пальцем (в даному завданні – колесо 5).

Для накреслювання зубчастого зачеплення треба визначити радіуси початкових кіл коліс.

За завданням відомі:

- модуль зачеплення m_{II} , мм;
- числа зубців коліс z_4 і z_5 ;
- вид зачеплення (нульове, рівнозміщене, нерівнозміщене);
- розташування коліс (вертикальне, горизонтальне, під кутом).

Ураховуємо вид зачеплення та розташування коліс. Нехай в даному прикладі вид зачеплення – *рівнозміщене*, розташування коліс – *вертикальне*.

1. Визначаємо радіуси початкових кіл, мм:

$$r_{w_4} = r_4 = \frac{m_{II} z_4}{2}.$$

$$r_{w_5} = r_5 = \frac{m_{II} z_5}{2}.$$

Примітка: Вказані формули придатні для розрахунку радіусів початкових кіл для *нульового* та *рівнозміщеного* зачеплень; для *нерівнозміщеного* зачеплення радіуси початкових кіл розраховуються

за формулою: $r_{w_i} = r_i \left(1 + \frac{2y}{z_\Sigma} \right)$ (див. [7], стор. 44 - 47).

2. Накреслюємо зачеплення в тому ж масштабі μ_l [м/мм], що й групи 4-5 і 2-3, з урахуванням заданого розташування коліс, в даному прикладі – вертикального.

3. Переносимо на колесо 5 з плану положень механізму кривошип O_2A .

4. Розглядаємо сили, що діють на початкову ланку:

- сила тяжіння, Н:

$$G_1 = m_1 g,$$

де m_1 - маса колеса, кг; $g \cong 10 \frac{M}{c^2}$ - прискорення вільного падіння.

$$m_1 = 1,3m_6,$$

де m_6 - маса зубчастого вінця колеса 5, кг; (розраховується за вихідними даними колеса, див. п. 7).

- у шарнірі A прикладена сила $\overline{F_{21}}$ (перенесена з плану сил групи 2-3 паралельно та протилежно силі $\overline{F_{12}}$);
- у полюсі P прикладена зрівноважувальна сила $\overline{F_{3p}}$ таким чином, щоб утворювався момент проти моменту від сили $\overline{F_{21}}$.

Зрівноважувальна сила – це сила, яку треба прикласти до початкової ланки, щоб вона рухалася за заданим законом. Діє по лінії зачеплення, яка проводиться під кутом зачеплення α_w до дотичної $t-t$, проведеної до початкових кіл.

Примітка: Кут зачеплення $\alpha_w = 20^\circ$ – для нульового та рівнозміщеного зачеплень $\alpha_w = 25 \dots 26^\circ$ – для нерівнозміщеного зачеплення.

5. Для початкової ланки *невідомими є:*

- зрівноважувальна сила $\overline{F_{3p}} = ?$
- реакція в шарнірі O_2 $\overline{F_{01}} = ?$

6. Зрівноважувальну силу $\overline{F_{3p}}$ визначаємо з рівняння суми моментів усіх сил, що діють на початкову ланку відносно т. O_2 :

$$\sum M_{F_i(O_2)} = 0.$$

$$F_{21}h_6 - F_{3p}r_b = 0.$$

Звідки:

$$F_{3p} = \frac{F_{21} h_6}{r_b}.$$

де плечі h_6, r_b беремо з креслення в мм.

7. Для визначення реакції $\overline{F_{01}}$ складаємо векторне рівняння рівноваги початкової ланки:

$$\overline{F_{21}} + \overline{G_1} + \overline{F_{3p}} + \underbrace{\overline{F_{01}}}_{?} = 0.$$

У відрізках:

$$\overline{nt} + \overline{to} + \overline{op} + \overline{pn} = 0.$$

8. Будуємо план сил за рівнянням, прийнявши масштаб μ_F [Н/мм]. З'єднуємо т. p і т. t , отримуємо реакцію, Н:

$$F_{01} = (pn)\mu_F.$$

Прикладаємо знайдену реакцію на початкову ланку в т. O_2 .

5. Важіль М.Є.Жуковського (рис. Д.1)

На повернутий на 90^0 план швидкостей механізму (для заданого положення) переносимо паралельно самим себе в зображуючі точки всі сили і сили інерції. Зображуючі точки знаходимо за *подібністю*. Зрівноважувальну силу прикладаємо перпендикулярно до вектора pa_1 в т. a_1 .

Згідно з теоремою Жуковського важіль знаходиться в рівновазі, якщо сума моментів усіх сил відносно полюса плану p дорівнює нулю.

Складаємо рівняння суми моментів усіх сил відносно полюса p :

$$\sum M_{F(p)} = 0.$$

$$(F_{KO} - F_{i_5})(pc_5) - F_{i_4}h_3 + G_4h_2 - G_3h_1 - F_{i_3}h_4 - F'_{3p}(pa_1) = 0.$$

Звідки:

$$F'_{3p} = \frac{(F_{KO} - F_{i_5})(pc_5) - F_{i_4}h_3 + G_4h_2 - G_3h_1 - F_{i_3}h_4}{(pa_1)}.$$

Зрівноважувальні сили $\overline{F_{zp}}$ і $\overline{F'_{zp}}$ не рівні, тому що прикладені в різних точках: $\overline{F_{zp}}$ у полюсі зачеплення зубчастих коліс, а $\overline{F'_{zp}}$ - у точці A кривошипа, тому порівнювати їх не можна, а треба порівнювати зрівноважувальні моменти цих сил:

$$M_{zp} = F_{zp} r_b = F_{zp} (\overline{r_b} \mu_l),$$

де r_b - радіус основного кола колеса, м;

$\overline{r_b}$ - масштабне значення радіуса основного кола колеса на кресленні, мм;

μ_l - масштаб довжини, м/мм.

$$M'_{zp} = F'_{zp} l_{O_2A},$$

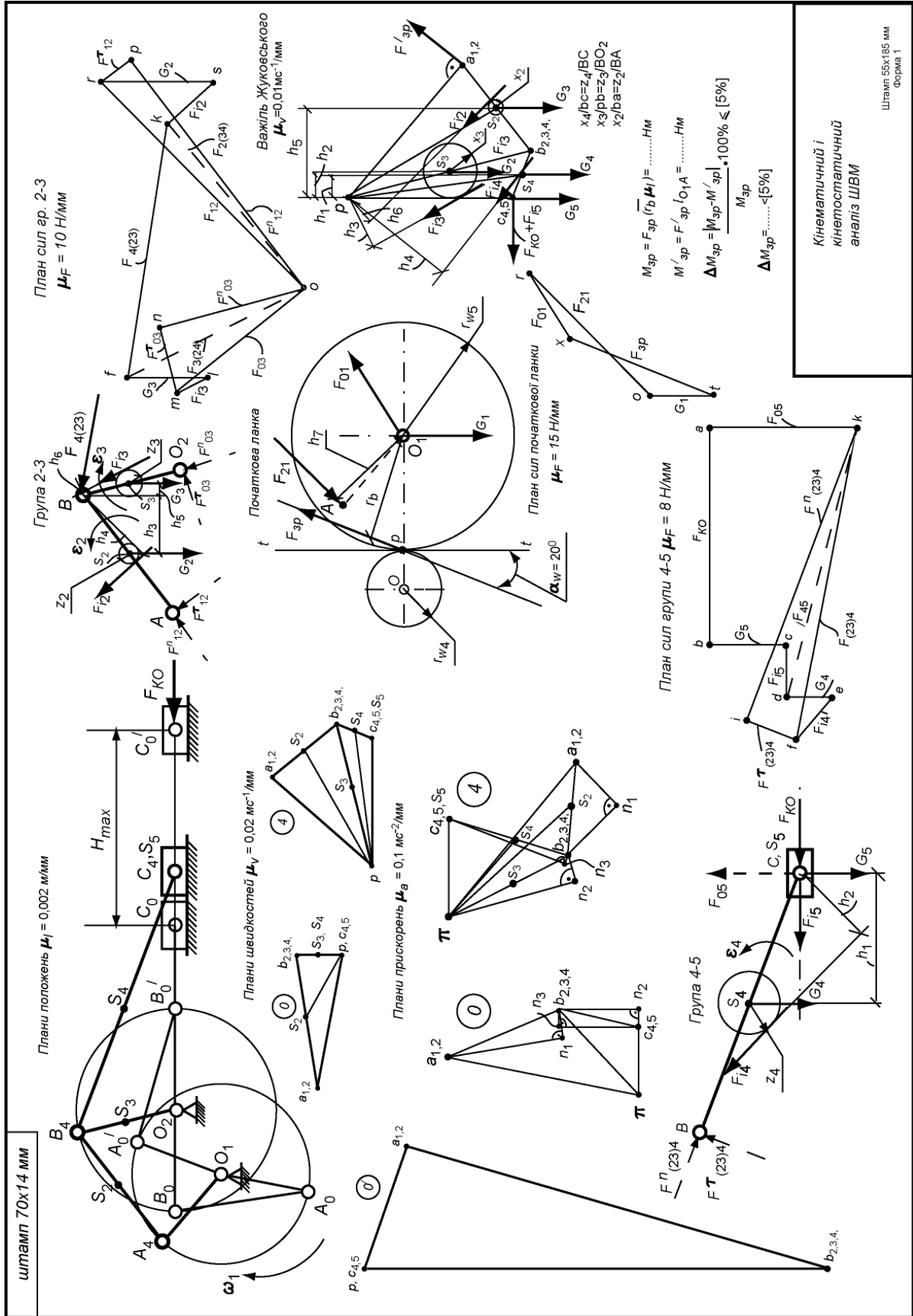
де l_{O_2A} - довжина кривошипа, м.

Розбіжність:

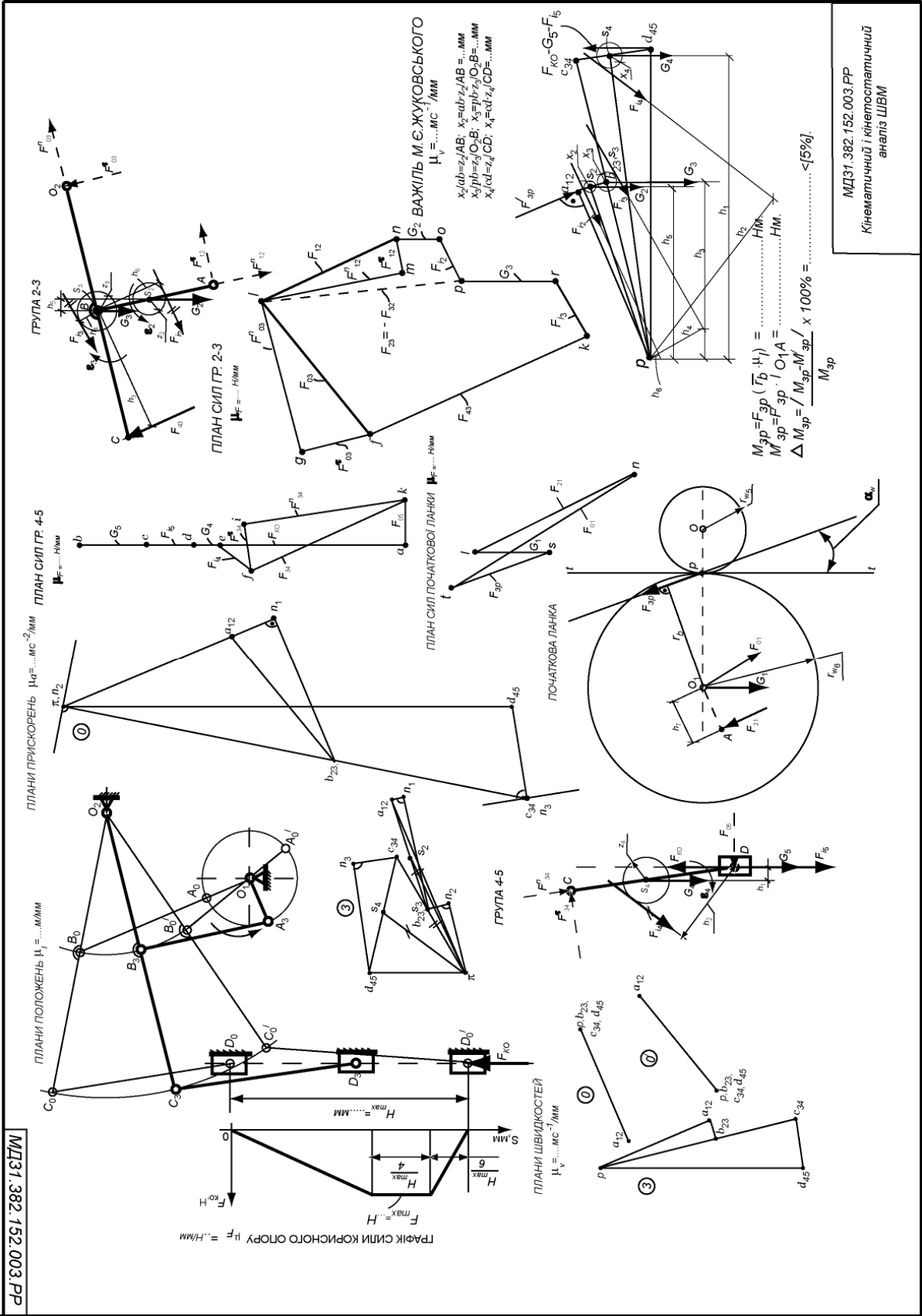
$$\Delta M_{zp} = \frac{|M_{zp} - M'_{zp}|}{M_{zp}} \cdot 100\% \leq [5\%].$$

Розбіжність незначна та пов'язана з неточністю графічних методів дослідження.

2. ХИТНИЙ КОНВЕЄР



3. Важільний прес



З М І С Т

ВСТУП.....	3
1. Задачі кінетостатичного аналізу механізмів.....	4
2. Сили, що діють на ланки механізму.....	4
3. Принцип кінетостатики.....	6
4. Урахування сил інерції.....	6
4.1. Плоскопаралельний рух ланки.....	6
4.2. Поступальний рух ланки.....	9
4.3. Обертальний рух ланки навколо центральної осі.....	9
4.4. Обертальний рух відносно довільної осі.....	9
4.5. Урахування сил інерції при аналітичних методах кінетостатичного аналізу механізмів (метод заміщаючих мас).....	10
4.6. Урахування сил інерції при просторовому русі ланки.....	11
5. Умови статичної визначуваності кінематичного ланцюга (КЛ).....	12
5.1. Кінематичний ланцюг із нижчими парами.....	12
5.2. Кінематичний ланцюг із вищими парами.....	13
5.3. Умова статичної визначуваності просторового кінематичного ланцюга (КЛ).....	13
6. Силовий розрахунок груп Ассура.....	13
6.1. Визначення реакцій у кінематичних парах груп Ассура шарнірно-важільного механізму.....	14
6.2. Визначення реакцій у кінематичних парах груп Ассура шестиланкового шарнірно-важільного механізму.....	18
6.3. Визначення реакцій у кінематичних парах груп Ассура кулісного механізму верстата з хитною кулісою.....	28
7. Силовий розрахунок початкової ланки.....	33
7.1. Силовий розрахунок початкової ланки в робочій машині.....	33
7.2. Приклад силового розрахунку початкової ланки.....	34
7.3. Силовий розрахунок початкової ланки в машині-двигуні.....	37
8. Визначення зрівноважувальної сили методом «жорсткого» важеля Жуковського.....	38
8.1. Теоретичні положення.....	38
8.2. Приклади визначення зрівноважувальної сили методом «жорсткого важеля» Жуковського.....	41

8.2.1. Чоториланковий шарнірно-важільний механізм.....	41
8.2.2. Кулісний механізм верстата з хитною кулісою.....	43
Список літератури.....	46
Питання для самоконтролю.....	47
ДОДАТОК 1. Приклад кінетостатичного аналізу кулісного механізму з обертовою кулісою.....	48
ДОДАТОК 2. Приклади креслень, що містять кінетостатичний аналіз різних механізмів.....	60