



МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

МАТЕМАТИЧНІ ЗАДАЧІ ЕНЕРГЕТИКИ

РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНА РОБОТА

*Рекомендовано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
як навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра за спеціальністю
141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка»*

Київ
КПІ ім. Ігоря Сікорського
2022

Математичні задачі енергетики: Розрахунково-графічна робота [Електронний ресурс] : навч. посіб. для студ. спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка», освітньої програми «Електричні системи та мережі» / КПІ ім. Ігоря Сікорського; уклад.: О. М. Паненко. – Електронні текстові дані (1 Файл 0,6 МБ). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. - 38 с.

*Гриф надано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
(протокол № 5 від 26.05.2022р.)
за поданням Вченої ради Факультету електроенерготехніки та автоматики
(протокол № 9 від 17.05.2022 р.)*

Електронне мережне навчальне видання

МАТЕМАТИЧНІ ЗАДАЧІ ЕНЕРГЕТИКИ

РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНА РОБОТА

Укладач: *Паненко Олена Миколаївна*

Відповідальний
редактор: *Кацадзе Т. Л., канд. техн. наук, доц.*

Рецензент: *Дмитренко О. О., канд. техн. наук, доцент кафедри
автоматизації енергосистем КПІ ім. Ігоря Сікорського*

Навчальний посібник містить теоретичний матеріал, необхідний для виконання розрахунково-графічної роботи з дисципліни "Математичні задачі енергетики" студентами всіх форм навчання та студентами-іноземцями спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» освітньої програми «Електричні системи та мережі». Матеріал навчального посібника може виявитися корисним під час виконання розрахунків усталених режимів роботи електричних систем з використанням математичних моделей в процесі рішення практичних задач та дипломного проектування студентами спеціальності.

© КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022

ЗМІСТ

ВСТУП.....	4
1. ЗАВДАННЯ ДО ВИКОНАННЯ РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНОЇ РОБОТИ З МАТЕМАТИЧНИХ ЗАДАЧ ЕНЕРГЕТИКИ НА ТЕМУ «РОЗРАХУНОК ХАРАКТЕРИСТИК УСТАЛЕНИХ РЕЖИМІВ ЕЛЕКТРИЧНИХ МЕРЕЖ ФОРМАЛІЗОВАНИМИ МЕТОДАМИ ВУЗЛОВИХ ТА КОНТУРНИХ РІВНЯНЬ»	6
2. СТИСЛІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ ДО ВИКОНАННЯ РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНОЇ РОБОТИ	10
2.1. Застосування топологічних методів для формування математичних моделей електричних мереж	10
2.4. Формування контурної розрахункової моделі усталеного режиму електричної мережі	14
2.5. Формування вузлової розрахункової моделі усталеного режиму електричної мережі	16
2.6. Застосування методу Гауса для розв’язання систем рівнянь математичних моделей усталеного режиму електричної мережі	17
3. ПРИКЛАДИ ЗАСТОСУВАННЯ ФОРМАЛІЗОВАНИХ МЕТОДІВ ВУЗЛОВИХ ТА КОНТУРНИХ РІВНЯНЬ ДЛЯ РОЗРАХУНКУ ХАРАКТЕРИСТИК УСТАЛЕНИХ РЕЖИМІВ ЕЛЕКТРИЧНИХ МЕРЕЖ	20
3.1. Розрахунок параметрів режиму електричної мережі з використанням контурної моделі.....	20
3.2. Розрахунок режимних параметрів електричної мережі з використанням вузлової моделі.....	28
ДОДАТКИ.....	37
СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ	38

ВСТУП

Навчальний посібник "Математичні задачі енергетики. Розрахунково-графічна робота" містить теоретичний матеріал, для виконання розрахунково-графічної роботи на тему "Розрахунок характеристик ustalених режимів електричних мереж формалізованими методами вузлових та контурних рівнянь" при вивченні кредитного модуля "Математичні задачі енергетики-1" студентами всіх форм навчання та студентами-іноземцями спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» освітньої програми «Електричні системи та мережі». Також матеріал даного навчального посібника може виявитися корисним при виконанні розрахунків режимів електричних систем у процесі курсового та дипломного проектування студентами спеціальності.

Виконання розрахунково-графічної роботи сприяє закріпленню у студентів теоретичних знань, отриманих студентами при вивченні лекційного матеріалу, перевірки здатності студентів застосовувати отримані теоретичні знання при вирішенні практичних задач розрахунків режимів електричних мереж, виконання розрахунків режимів роботи електричних систем з використанням формалізованого підходу на основі аналітичного опису конфігурації схем за допомогою теорії графів та алгебри матриць.

У процесі виконання розрахунково-графічної роботи студент навчається формувати матриці вузлових провідностей та контурних опорів для розрахункової схеми електричної мережі, використовувати топологічні методи для формування рівнянь вузлових та контурних моделей електричної мережі, складати математичні моделі електричних систем з застосуванням матриць інцидентів, використовувати матриці для аналітичного запису параметрів розрахункової схеми електричної системи та параметрів ustalеного режиму електричної мережі. Наприкінці роботи студент здійснює порівняльний аналіз

щодо доцільності використання тієї чи іншої моделі в залежності від заданої конфігурації електричної мережі та мети здійснюваних розрахунків.

Для виконання розрахунково-графічної роботи кожний студент отримує у викладача індивідуальний код завдання, що складається з трьох цифр.

Перша цифра вказує на варіант конфігурації схеми електричної мережі, табл. 1.1, що змінюється у діапазоні від 0 до 9. Друга цифра вказує на варіант даних щодо опорів гілок розрахункової схеми електричної мережі, табл. 1.2. Третя цифра вказує на варіант даних про електричні навантаження у вузлах схеми електричної мережі, а також значення напруги в балансуєчому пункті, табл. 1.3.

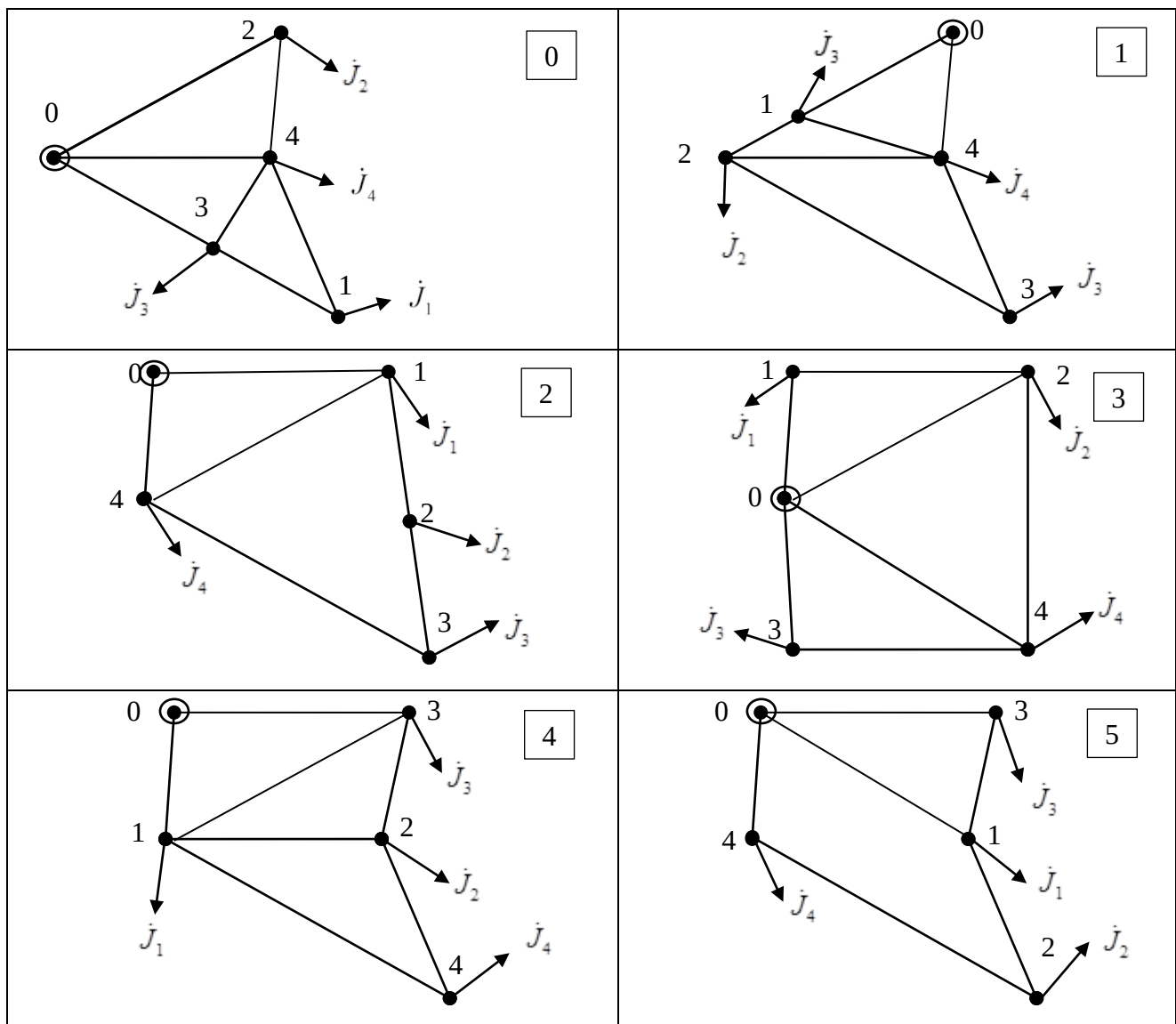
Навчальний посібник містить стислі теоретичні відомості про формування та реалізацію розрахункових моделей ustalених режимів електричних систем, які мають сприяти успішному виконанню розрахунково-графічної роботи студентами.

Результати виконання розрахунково-графічної роботи студент оформлює у вигляді пояснювальної записки. Зразок оформлення титульного аркушу розрахунково-графічної роботи наведено в Додатку 1. Пояснювальна записка повинна в короткій і чіткій формі містити зміст розрахунково-графічної роботи, опис формалізованих методів розрахунку, власне розрахунки, опис та аналіз цих розрахунків. Результати розрахунку ustalеного режиму електричної мережі необхідно представити у графічному вигляді на розрахунковій схемі електричної мережі. Розрахунки та дані до них повинні супроводжуватися короткими поясненнями і посиланнями на літературу.

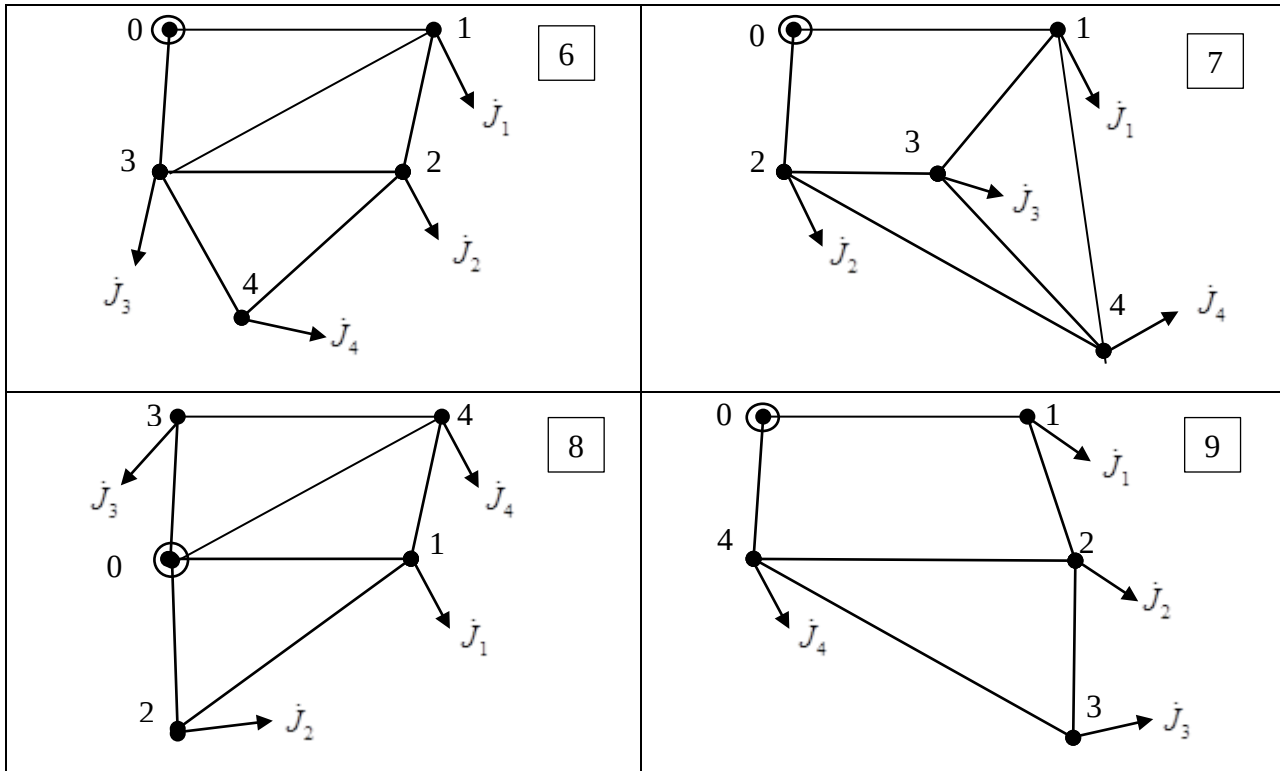
1 ЗАВДАННЯ ДО ВИКОНАННЯ РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНОЇ РОБОТИ НА ТЕМУ «РОЗРАХУНОК ХАРАКТЕРИСТИК УСТАЛЕНИХ РЕЖИМІВ ЕЛЕКТРИЧНИХ МЕРЕЖ ФОРМАЛІЗОВАНИМИ МЕТОДАМИ ВУЗЛОВИХ ТА КОНТУРНИХ РІВНЯНЬ»

Варіанти конфігурації схем електричної мережі наведено в табл. 1.1.

Таблиця 1.1 – Дані про конфігурацію схеми електричної мережі



Таблиця 1.1 – Продовження



Варіанти даних про опори гілок електричної мережі наведено в табл. 1.2.

Таблиця 1.2– Дані про опори гілок схеми

Гілки		0	1	2	3	4
0-1	$\underline{Z} = R + jX$	3,2+j5,1	2,1+j4,9	6,6+j8,3	7,1+j9,4	2,3+j5,7
0-2	$\underline{Z} = R + jX$	8,2+j9,1	2,3+j4,7	1,6+j3,3	7,1+j9,4	5,3+j7,4
0-3	$\underline{Z} = R + jX$	2,2+j4,1	2,7+j5,3	4,6+j7,1	3,1+j5,7	6,5+j9,9
0-4	$\underline{Z} = R + jX$	2,2+j4,1	3,3+j5,7	4,6+j7,3	2,1+j3,4	5,3+j7,4
1-2	$\underline{Z} = R + jX$	4,2+j6,5	4,3+j7,7	2,6+j3,9	2,1+j4,4	5,9+j8,4
1-3	$\underline{Z} = R + jX$	5,2+j7,9	4,3+j6,7	2,6+j3,3	7,1+j9,4	8,9+j9,5
1-4	$\underline{Z} = R + jX$	4,5+j8,1	3,7+j5,7	3,6+j6,3	2,4+j6,7	5,3+j8,1
2-3	$\underline{Z} = R + jX$	2,4+j6,1	1,3+j3,7	7,6+j9,3	4,1+j6,4	5,3+j8,9
2-4	$\underline{Z} = R + jX$	5,2+j8,1	2,6+j4,9	4,6+j7,5	5,1+j7,4	3,8+j5,9
3-4	$\underline{Z} = R + jX$	2,4+j4,1	3,7+j5,7	4,6+j7,8	2,1+j3,9	5,3+j8,4

Таблиця 1.2– Продовження

Гілки		5	6	7	8	9
0-1	$\underline{Z} = R + jX$	7,2+j9,8	5,3+j7,7	4,6+j8,3	2,1+j4,4	1,8+j3,4
0-2	$\underline{Z} = R + jX$	4,5+j7,1	5,3+j7,7	3,6+j6,7	2,1+j4,4	2,9+j5,8
0-3	$\underline{Z} = R + jX$	6,2+j9,1	3,3+j5,7	2,6+j4,8	4,1+j5,7	3,3+j5,9
0-4	$\underline{Z} = R + jX$	3,8+j6,1	1,3+j2,7	5,6+j7,3	4,1+j7,4	5,3+j8,4
1-2	$\underline{Z} = R + jX$	5,2+j8,1	4,3+j6,7	5,6+j8,3	3,1+j6,4	2,8+j4,4
1-3	$\underline{Z} = R + jX$	4,5+j6,1	3,7+j5,7	4,6+j7,3	2,6+j4,4	5,3+j7,4
1-4	$\underline{Z} = R + jX$	2,5+j4,1	3,3+j6,7	5,6+j7,3	6,1+j8,4	4,3+j7,4
2-3	$\underline{Z} = R + jX$	3,2+j6,1	2,3+j6,7	5,6+j8,3	2,1+j4,4	4,3+j7,4
2-4	$\underline{Z} = R + jX$	5,2+j7,1	5,3+j8,7	4,6+j6,1	7,1+j9,9	2,5+j4,7
3-4	$\underline{Z} = R + jX$	1,2+j3,1	4,3+j8,7	6,6+j9,3	5,1+j7,4	3,8+j5,9

Варіанти даних про електричні навантаження у вузлах схеми та напругу на шинах балансуєного пункту наведено в табл. 1.3.

Таблиця 1.3 – Дані про електричні навантаження у вузлах схеми

Варіант	U_n , кВ	$U_{\text{бп.}}$, кВ	J_1 , кА	J_2 , кА	J_3 , кА	J_4 , кА
0	110	112	0.273-j0.2	0.218-j0.136	0.273-j0.173	0.191-j0.10
1	110	113	0.2-j0.136	0.164-j0.109	0.182-j0.109	0.227-j0.136
2	110	114	0.336-j0.2	0.273-j0.173	0.2-j0.136i	0.273-j0.182
3	110	115	0.218-j0.145	0.109-j0.073	0.145-j0.082	0.20-j0.136
4	110	116	0.182-j0.091	0.136-j0.10	0.164-j0.109	0.245-j0.173
5	110	117	0.136-j0.091	0.20-j0.136	0.209-j0.118	0.173-j0.1
6	110	118	0.282-j0.182	0.255-j0.136	0.2-j0.127	0.218-j0.136
7	110	119	0.145-j0.082	0.245-j0.155	0.273-j0.182	0.2-j0.145
8	110	120	0.318-j0.245	0.245-j0.136	0.227-j0.136	0.155-j0.091
9	110	121	0.164-j0.10	0.209-j0.136	0.164-j0.091	0.20-j0.10

ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

Робота виконується згідно наступних пунктів. Для обраного варіанта завдання необхідно виконати наступні задачі:

1. Виділити систему базисних контурів, пронумерувати гілки, вибрати додатні напрямки гілок та контурів.
2. Скласти матриці інциденцій $[M]$, $[N]$, $[C]$ та розбити їх на блоки.
3. Сформувати систему рівнянь контурної моделі електричної мережі у матричному вигляді.
4. Знайти розв'язок системи рівнянь контурної моделі методом Гауса без зворотного ходу.
5. Знайти значення струмів у гілках електричної мережі та значення рівнів напруги у вузлах схеми електричної мережі.
6. Результати розрахунку параметрів усталеного режиму електричної мережі показати графічно на розрахунковій схемі електричної мережі.
7. Сформувати систему рівнянь вузлової моделі електричної мережі в матричному вигляді.
8. Знайти розв'язок системи рівнянь вузлової моделі методом Гауса без зворотного ходу.

2 СТИСЛІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ ДО ВИКОНАННЯ РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНОЇ РОБОТИ

2.1. ЗАСТОСУВАННЯ ТОПОЛОГІЧНИХ МЕТОДІВ ДЛЯ ОПИСУ ЕЛЕКТРИЧНОЇ СИСТЕМИ

Розрахунки режимів роботи електричної системи виконуються на основі математичних моделей. Математична модель – це інформаційне відображення реальної електричної системи засобами математичних рівнянь, що в повному обсязі відображають властивості всіх елементів системи.

Найпростіші математичні моделі – лінійні. Такі моделі, зазвичай, формуються у матричному вигляді.

Електрична система складається з джерел живлення, споживачів електроенергії, ліній електропередачі, трансформаторів. Структура електричної системи та взаємозв'язок її елементів зображуються графічно за допомогою принципової схеми електричної системи.

Складання математичної моделі електричної системи засновано на поданні кожного з її елементів деякою схемою заміщення. Для опису симетричних режимів системи трифазного змінного струму всі величини визначаються комплексними числами і схеми заміщення елементів складаються на одну фазу з нейтраллю.

Джерело живлення може бути представлене як джерело напруги з ЕРС $\dot{E}_d$ та внутрішнім опором $\underline{Z}_d$, або як джерело струму $\dot{J}_d$ (рис.2.а). При розрахунках усталених режимів використовують представлення через струми, а представлення за допомогою ЕРС та опорів використовують при розрахунках струмів замикання та перехідних режимів. Споживачі електроенергії (електричні навантаження) мають схему заміщення або у вигляді провідності $\underline{Y}_n$, або у вигляді струму навантаження $\dot{J}_n$ (рис.2.б). Лінії електропередачі представлені П-подібною схемою заміщення (рис.2.в), а трансформатори (рис.2.г) представлені Г-подібною схемою заміщення.

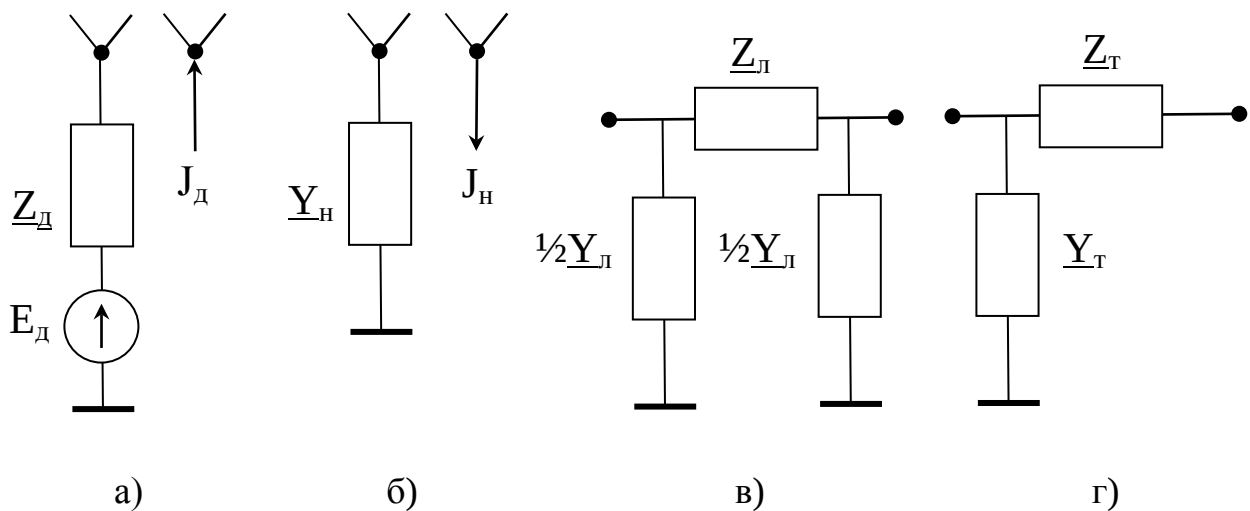


Рисунок 2.1 – Схеми заміщення елементів електричної системи

Схеми заміщення окремих елементів електричної системи об'єднують в такий самій послідовності, що і в принциповій схемі, і враховують те, що шунти трансформаторів, ліній електропередачі можна об'єднувати з шунтами споживачів та джерел електроенергії. Отримана схема називається розрахунковою схемою електричної системи.

Розрахункова схема електричної системи являє собою електричне коло, складовими якого є гілки, вузли та контури. Гілкою називається ділянка електричного кола, що складається з послідовно з'єднаних ЕРС та опору (активна гілка), або тільки з опору (пасивна гілка), вздовж якої струм має одне і те ж значення. Вузол визначається як пункт з'єднання гілок. Один з вузлів приймається за балансуєчий пункт з відомим рівнем напруги $U_{БП}$. Зазвичай, це пункт приєднання потужного джерела живлення. Контуром називається ділянка електричного кола, що була отримана з послідовно з'єднаних декількох гілок таким чином, що початок першої гілки контуру з'єднується з кінцем останньої гілки в одному вузлі.

Топологічні методи аналізу це методи, в яких зображення геометричної схеми електричного кола здійснюється за допомогою графів, а знаходження невідомих струмів і напруг кола зводиться до формальних перетворень таких

графів методами топології.

Схеми заміщення сучасних електричних систем містять сотні гілок та вузлів. Для розрахунків режимів роботи електричних систем доцільно використовувати формалізований підхід на основі аналітичного опису конфігурації схем за допомогою теорії графів та алгебри матриць.

Формалізовані методи аналізу електричних кіл базуються на використанні основних понять топології, забезпечують формування математичних моделей електричних систем, які дозволяють ефективно моделювати процеси, що протікають в електричних системах.

Конфігурація електричної системи відтворюється за допомогою графів, а матриці використовують для аналітичного запису структури графів, параметрів розрахункової схеми електричної системи, параметрів усталеного режиму електричної мережі.

Граф становить множину вершин (вузлів) та ребер (гілок), що з'єднують пари вершин. Якщо ребра графа мають фіксований напрямок, то цей граф називається спрямованим. Схема заміщення електричної системи є зв'язаним графом. Вона складається з гілок, з'єднаних у вузли. Гілки складають ланцюги, що можуть бути замкненими. Усі величини, що характеризують стан гілок – струми, ЕРС, падіння напруги – повинні мати певний напрям, і тому доцільно кожній гілці надати певний, довільно обраний, напрямок.

При зображенні схем у вигляді графа гілка зображується прямою з зазначенням її напрямку. Таким чином, напрямок гілки від початкового вузла до кінцевого одночасно є додатним напрямком і для інших величин – ЕРС, струму та падіння напруги.

Матрицею називається спрощена таблиця однорідних величин, що записані у визначеній послідовності. Матриця може бути одномірною – вектор-рядок, або вектор-стовпчик, наприклад, матриця вузлових струмів $[j]$ – вектор-стовпчик; прямокутною розміру $(m \times n)$; діагональною розміру $(n \times n)$.

Матриця називається діагональною, якщо всі елементи, крім елементів на головній діагоналі, дорівнюють нулю. Наприклад, матриця опорів гілок розрахункової схеми є діагональною матрицею, позначають її наступним чином:

$$\underline{Z} = \text{diag} [\underline{Z}_d] = \begin{vmatrix} \underline{Z}_1 & & & 0 \\ & \underline{Z}_2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & \underline{Z}_{n-1} \\ & & & & \underline{Z}_n \end{vmatrix}$$

Діагональна матриця з діагональними елементами, що дорівнюють одиниці, називається одиничною матрицею.

Для аналітичного опису схеми електричної системи застосовують матриці інциденцій. Матрицями інциденцій називаються матриці, у яких елементи приймають одне з трьох значень: 1; -1; 0.

Існує три матриці інциденцій $[\mathbf{M}]$, $[\mathbf{N}]$, $[\mathbf{C}]$.

Перша матриця інциденцій – матриця $[\mathbf{M}]$. Матриця, що показує з'єднання гілок і вузлів. Це прямокутна матриця розміру $(m \times n)$, де m – дорівнює числу розрахункових вузлів, а n – відповідає числу гілок. Правило її формування: на перетині j -го рядка та i -го стовпця ставлять 1, якщо j -й вузол є початковою вершиною i -ої гілки; -1, якщо j -й вузол є кінцевою вершиною i -ої гілки і ставлять 0, якщо вузол j не зв'язаний з гілкою i .

Друга матриця інциденцій – матриця $[\mathbf{N}]$. Матриця з'єднання контурів та гілок. Це прямокутна матриця розміру $(k \times n)$, де k – дорівнює числу контурів, а n – числу гілок. Правило її формування: на перетині k -го рядка та i -го стовпця ставлять 1, якщо i -та гілка входить до k -го контуру та співпадає з ним за додатним напрямком; ставлять -1, якщо i -та гілка входить до k -го контуру та не співпадає з ним за додатним напрямком; ставлять 0, якщо i -та гілка не належить до k -го контуру.

Третя матриця інциденцій – матриця $[\mathbf{C}]$. Матриця коефіцієнтів

розподілу вузлових струмів по гілках схеми електричної мережі.

Правильність складання матриць $[M]$ та $[N]$ перевіряють за загальною топологічною властивістю графа схеми, а саме:

$$N \cdot M^T = 0$$

де: M^T - транспонована матриця M .

Матриці $[M]$ та $[N]$ дають змогу записати рівняння стану електричної системи в матричному вигляді, і сформувати моделі електричної системи.

2.2 ФОРМУВАННЯ КОНТУРНОЇ РОЗРАХУНКОВОЇ МОДЕЛІ УСТАЛЕНОГО РЕЖИМУ ЕЛЕКТРИЧНОЇ МЕРЕЖІ

При формуванні контурної моделі електричної системи з вихідної замкненої схеми умовно видаляють деякі гілки і мережа перетворюється у розімкнену та розподіляється на «дерево» та «хорди».

Дерево – розімкнена частина схеми, всі вузли якої зв'язані з балансуєчим вузлом. Хорди – це гілки, що були умовно видалені. У результаті розділення на дерево і хорди, матриці інцидентій розпадаються на відповідні блоки:

$$\begin{aligned} M &= [M_\alpha : M_\beta]; \\ N &= [N_\alpha : N_\beta]; \end{aligned} \tag{2.1}$$

де індекс α – вказує на належність до дерева мережі, а індекс β – на належність до хорд.

Для розділення розрахункової схеми електричної системи на дерево та хорди необхідно вибирати хорди таким чином, щоб кожна хорда входила тільки до одного контуру. При нумерації гілок спочатку нумерують гілки дерева, а потім хорд, тобто хорди необхідно нумерувати останніми. Крім того, нумерація хорд виконується відповідно до нумерації контурів і додатні напрямки хорди та контуру повинні співпадати. За умови виконання цих вимог, отримують

базисну систему контурів, де матриця $\mathbf{N}_\beta$ є одиничною матрицею.

Контурна модель електричної системи базується на виконанні другого закону Кірхгофа і в матричному вигляді може бути представлена наступною системою рівнянь:

$$\underline{\mathbf{Z}}_k \cdot \dot{\mathbf{I}}_k = \dot{\mathbf{E}}_k \quad (2.2)$$

де: $\underline{\mathbf{Z}}_k$ – квадратна матриця власних та взаємних опорів контурів; $\dot{\mathbf{I}}_k$ – вектор-стовпчик струмів контурів; $\dot{\mathbf{E}}_k$ – вектор-стовпчик контурних ЕРС.

Матрицю власних та взаємних опорів контурів знаходять за виразом:

$$\underline{\mathbf{Z}}_k = \mathbf{N} \cdot \underline{\mathbf{Z}}_o \cdot \mathbf{N}^T \quad (2.3)$$

де: $\mathbf{N}$ – друга матриця інциденцій; $\underline{\mathbf{Z}}_o$ – діагональна матриця опорів гілок розрахункової схеми; $\mathbf{N}^T$ – транспонована матриця $\mathbf{N}$.

Вектор-стовпчик ЕРС контурів розраховують за виразом:

$$\dot{\mathbf{E}}_k = \mathbf{N} \cdot \dot{\mathbf{E}} - \mathbf{N}_\alpha \cdot \underline{\mathbf{Z}}_\alpha \cdot \mathbf{C}_\alpha \cdot \dot{\mathbf{J}}, \quad (2.4)$$

де: $\dot{\mathbf{E}}$ – вектор-стовпчик ЕРС у гілках; $\mathbf{N}_\alpha$ – матриця $\mathbf{N}$, що відноситься до дерева схеми; $\underline{\mathbf{Z}}_\alpha$ – діагональна матриця опорів дерева; $\mathbf{C}_\alpha$ – матриця $\mathbf{C}$ дерева мережі; $\dot{\mathbf{J}}$ – вектор-стовпчик вузлових струмів.

Матриця $\mathbf{C}_\alpha$ – матриця коефіцієнтів розподілу вузлових струмів по дереву мережі. Це третя матриця інциденцій. Правило формування матриці наступне: на перетині i -го рядка та j -го стовпця матриці ставлять 1, якщо в i -й гілці дерева протікає струм j -го вузла та співпадає з додатним напрямком гілки; якщо напрямок не співпадає, ставлять -1 і ставлять 0, якщо вказаний вузловий струм в даній гілці не протікає.

Складену систему рівнянь контурної моделі розв'язують будь-яким відомим методом і отримують значення контурних струмів. Далі визначають параметри режиму електричної системи, а саме: струми у гілках та рівні напруги у вузлах розрахункової схеми.

Струми у гілках розрахункової схеми знаходять за виразом:

$$\dot{\mathbf{I}} = \mathbf{N}^T \cdot \dot{\mathbf{I}}_K + \mathbf{C} \cdot \dot{\mathbf{J}} \quad (2.5)$$

де $\mathbf{N}^T$ – транспонована матриця $\mathbf{N}$; $\dot{\mathbf{I}}_K$ – вектор-стовпчик контурних струмів.

Рівні напруги у вузлах розрахункової схеми електричної системи:

$$\dot{\mathbf{U}} = \mathbf{U}_{БП} - \mathbf{C}_\alpha^T \cdot \underline{\mathbf{Z}}_\alpha \cdot \dot{\mathbf{I}}_\alpha, \quad (2.6)$$

де: $\mathbf{U}_{БП}$ – напруга в балансуєчому пункті; $\mathbf{C}_\alpha^T$ – транспонована матриця $\mathbf{C}_\alpha$;

$\underline{\mathbf{Z}}_\alpha$ – діагональна матриця опорів дерева мережі; $\dot{\mathbf{I}}_\alpha$ – вектор-стовпчик струмів гілок дерева.

2.3 ФОРМУВАННЯ ВУЗЛОВОЇ РОЗРАХУНКОВОЇ МОДЕЛІ УСТАЛЕНОГО РЕЖИМУ ЕЛЕКТРИЧНОЇ МЕРЕЖІ

Вузлова модель електричної системи заснована на першому законі Кірхгофа. В загальному вигляді її можна представити як систему рівнянь:

$$\underline{\mathbf{Y}}_e \cdot \dot{\mathbf{U}} = \dot{\mathbf{J}} + \underline{\mathbf{Y}}_e \cdot \dot{\mathbf{U}}_{БП} - \mathbf{M} \cdot \underline{\mathbf{Y}}_d \cdot \dot{\mathbf{E}}, \quad (2.7)$$

де: $\underline{\mathbf{Y}}_e$ – матриця власних та взаємних провідностей у вузлах; $\dot{\mathbf{U}}$ – вектор-стовпчик невідомих напруг у вузлах схеми електричної системи; $\dot{\mathbf{J}}$ – вектор-стовпчик струмів у вузлах; $\dot{\mathbf{U}}_{БП}$ – модуль напруги у балансуєчому пункті; $\mathbf{M}$ – перша матриця інциденцій; $\underline{\mathbf{Y}}_d$ – діагональна матриця провідностей гілок; $\dot{\mathbf{E}}$ – вектор-стовпчик ЕРС гілок.

Власна провідність вузла складається з провідностей всіх гілок розрахункової схеми, що з'єднані з даним вузлом.

Матрицю $\underline{\mathbf{Y}}_e$ власних та взаємних провідностей у вузлах розраховують за виразом:

$$\underline{\mathbf{Y}}_e = -\mathbf{M} \cdot \underline{\mathbf{Y}}_d \cdot \mathbf{M}^T. \quad (2.8)$$

де: $\mathbf{M}^T$ – транспонована матриця $\mathbf{M}$.

Складену систему рівнянь (2.7) вузлової моделі розв'язують будь-яким відомим методом розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь, наприклад, методом Гауса, та отримують значення невідомих рівнів напруги у вузлах розрахункової схеми.

Таким чином, вузлова модель електричної системи – це система рівнянь, де невідомими є рівні напруги у вузлах розрахункової схеми. Кількість рівнянь в системі дорівнює кількості незалежних вузлів в схемі електричної мережі.

2.4 ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ ГАУСА ДЛЯ РОЗВ'ЯЗАННЯ СИСТЕМ РІВНЯНЬ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ УСТАЛЕНОГО РЕЖИМУ ЕЛЕКТРИЧНОЇ МЕРЕЖІ

Метод Гауса – метод послідовного виключення невідомих. Відноситься до класу прямих методів рішення систем лінійних алгебраїчних рівнянь.

Основна ідея методу Гауса полягає в послідовному виключенні невідомих із складу рівнянь і зведення матриці коефіцієнтів при невідомих у системі рівнянь до трикутного вигляду. Існує два різновиди методу Гауса: зі зворотним ходом та без нього.

Процедура розв'язку системи рівнянь методом Гауса зі зворотним ходом вміщує два етапи. На першому етапі (прямий хід) вихідна система рівнянь за n однотипних кроків еквівалентно перетворюється таким чином, що матриця коефіцієнтів при невідомих в системі рівнянь стає верхньою трикутною матрицею, тобто матрицею, у якій елементи на головній діагоналі дорівнюють одиниці, а елементи, розташовані нижче головної діагоналі, дорівнюють нулю. На другому етапі (зворотний хід) послідовно знаходять значення невідомих напруг у вузлах розрахункової схеми, починаючи з $\dot{U}_n$ і до $\dot{U}_1$.

Процедура розв'язку системи рівнянь методом Гауса без зворотного ходу вміщує один етап, в результаті виконання якого матрицю коефіцієнтів при

Система лінійних алгебраїчних рівнянь у загальному вигляді може бути записана наступним чином:

де $[A]$ - матриця коефіцієнтів при невідомих; $[X]$ - вектор стовпець невідомих; $[B]$ - вектор-стовпець вільних членів.

$$\begin{aligned} &a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ &a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ &\text{\ldots\ldots\ldots} \\ &a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m \end{aligned} \tag{2.9}$$

На першому кроці у вихідній системі рівнянь виду (2.9) перше рівняння ділять на коефіцієнт при першому невідомому a_{11} . Далі виключаємо змінну x_1 з усіх наступних рівнянь ($i=2,...,n$) шляхом множення першого рівняння кожного разу на коефіцієнт a_{i1} та віднімання від i -го рівняння.

$$a_{ij}^{(1)} = a_{ij}^{(1)} - a_{i1}^{(1)} a_{1j}^{(1)}; \quad b_i^{(1)} = b_i^{(1)} - a_{i1}^{(1)} b_1^{(1)}; \quad i, j = 2, \dots, n.$$

18

елемент a_{11} матриці коефіцієнтів системи рівнянь (2.9) був відмінним від нуля. Такий елемент називається ведучим на першому кроці виключення.

Другий крок полягає в виключенні змінної x_2 з рівнянь системи, що була отримана на першому кроці, шляхом виконання аналогічних операцій. В якості ведучого приймають елемент $a_{22}^{(1)}$. Перераховують коефіцієнти усіх рівнянь системи, включаючи перше рівняння.

Третій та наступні кроки виконуються в такий самий спосіб.

Формули розрахунку коефіцієнтів системи рівнянь на довільному k -му кроці наступні:

$$a_{kj}^{(k)} = \frac{a_{kj}^{(k-1)}}{a_{kk}^{(k-1)}}; \quad b_k^{(k)} = \frac{b_k^{(k-1)}}{b_{kk}^{(k-1)}}; \quad (2.11)$$

$$a_{ij}^{(k)} = a_{ij}^{(k-1)} - a_{ik}^{(k-1)} a_{kj}^{(k)}; \quad b_i^{(k)} = b_i^{(k-1)} - b_{ik}^{(k-1)} b_k^{(k)}.$$

На останньому кроці ($k = n$) отримують вектор-стовпець вільних членів, що являє собою значення невідомих величин $[X]$. Таким чином, при виконанні кожного кроку ведучими елементами послідовно виступають елементи $a_{11}^{(1)}, a_{22}^{(2)}, a_{33}^{(3)}, \dots, a_{nn}^{(n-1)}$. Метод Гауса без зворотного ходу за n кроків дозволяє знайти значення невідомих величин.

3 ПРИКЛАДИ ЗАСТОСУВАННЯ ФОРМАЛІЗОВАНИХ МЕТОДІВ ВУЗЛОВИХ ТА КОНТУРНИХ РІВНЯНЬ ДЛЯ РОЗРАХУНКУ ХАРАКТЕРИСТИК УСТАЛЕНИХ РЕЖИМІВ ЕЛЕКТРИЧНИХ МЕРЕЖ

3.1 Розрахунок параметрів режиму електричної мережі з використанням контурної моделі

Для схеми електричної мережі, наведеної на рис.3.1, розрахувати параметри усталеного режиму електричної мережі, використовуючи контурну модель. Розрахункова схема електричної мережі подана у вигляді спрямованого графа.

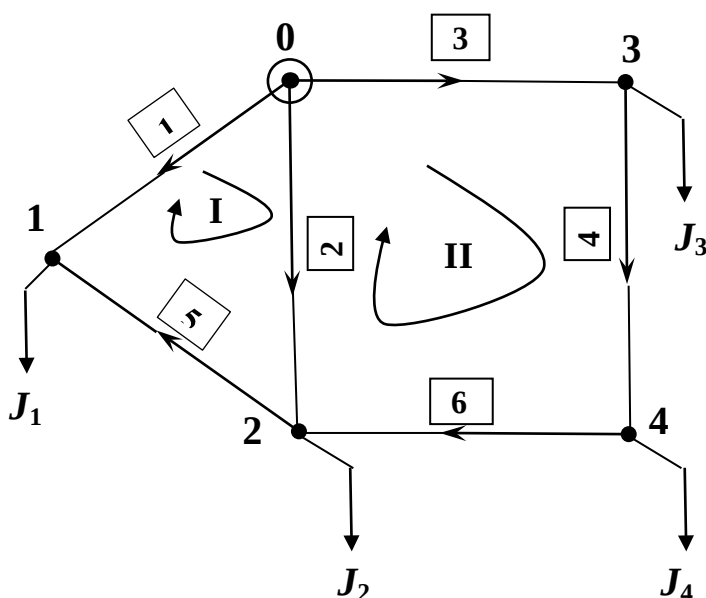


Рисунок 3.1 – Розрахункова схема електричної мережі

Для подання розрахункової схеми електричної мережі у вигляді спрямованого графа необхідно виконати упорядковану нумерацію гілок, вузлів та контурів. При використанні контурної моделі електричної мережі спочатку необхідно виділити незалежні контури і гілки, які будуть умовно видалені із замкнутого контуру – хорди. Для схеми, представленої на рис. 3.1, вибираємо два контури: перший 0-2-1-0, де в якості хорди вибрана гілка 1-2, та другий контур 0-3-4-2-0, де хордою вибрана гілка 2-4. Виконуємо упорядковану

нумерацію спочатку гілок дерева мережі, а потім хорд. Напрямки контуру і відповідної хорди повинні збігатися.

Параметри розрахункової схеми електричної мережі наступні.

Номінальна напруга електричної мережі $U_{\text{ном}} = 110 \text{ кВ}$, напруга в балансуєчому пункті $U_0 = 121 \text{ кВ}$.

Опори гілок розрахункової схеми:

$$\begin{aligned} \underline{z}_1 &= 5,8 + j12,0 \text{ Ом}; & \underline{z}_2 &= 3,4 + j8,5 \text{ Ом}; \\ \underline{z}_3 &= 2,7 + j5,3 \text{ Ом}; & \underline{z}_4 &= 2,1 + j4,9 \text{ Ом}; \\ \underline{z}_5 &= 4,3 + j10,6 \text{ Ом}; & \underline{z}_6 &= 2,9 + j6,8 \text{ Ом}; \end{aligned}$$

У матричному вигляді – це діагональна матриця опорів гілок:

$$[\underline{Z}_d] = \begin{bmatrix} 5,8 + j12,0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3,4 + j8,5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2,7 + j5,3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2,1 + j4,9 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4,3 + j10,6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2,9 + j6,8 \end{bmatrix}$$

Навантаження у вузлах розрахункової схеми електричної мережі:

$$\begin{aligned} \dot{J}_1 &= 0.229 - j0.138 \text{ кА}; & \dot{J}_2 &= 0.184 - j0.117 \text{ кА}; \\ \dot{J}_3 &= 0.275 - j0.169 \text{ кА}; & \dot{J}_4 &= 0.168 - j0.092 \text{ кА}. \end{aligned}$$

В матричному вигляді - це вектор-стовпець навантаження у вузлах:

$$[\dot{J}] = \begin{bmatrix} \dot{J}_1 \\ \dot{J}_2 \\ \dot{J}_3 \\ \dot{J}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.229 - j0.138 \\ 0.184 - j0.117 \\ 0.275 - j0.169 \\ 0.168 - j0.092 \end{bmatrix}$$

Для формування контурної моделі електричної мережі складаємо матриці інциденцій для заданої розрахункової схеми.

Перша матриця інциденцій $[M]$:

$$M = \begin{array}{c} \left| \begin{array}{cccccc} -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{array} \right| \\ \mathbf{M}_\alpha \qquad \mathbf{M}_\beta \end{array}$$

Друга матриця інциденцій $[N]$:

$$[N] = \begin{array}{c} \left| \begin{array}{cccccc} -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{array} \right| \\ N_\alpha \qquad N_\beta \end{array}$$

Третя матриця інциденцій $[C]$:

$$[C] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Знаходимо власні та взаємні опори контурів, згідно з виразом (2.3):

$$\underline{Z}_\kappa = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{z}_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \underline{z}_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \underline{z}_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \underline{z}_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \underline{z}_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \underline{z}_6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} (\underline{z}_1 + \underline{z}_2 + \underline{z}_5) & -\underline{z}_2 \\ -\underline{z}_2 & (\underline{z}_2 + \underline{z}_3 + \underline{z}_4 + \underline{z}_6) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (13,5 + j31,1) & -(3,4 + j8,5) \\ -(3,4 + j8,5) & (11,1 + j25,5) \end{bmatrix}$$

Розраховуємо праву частину системи рівнянь (2.2), вектор-стовпець контурних ЕРС $[\mathbf{E}_\kappa]$.

Знаходимо значення коефіцієнта $N_\alpha \cdot \underline{Z}_\alpha \cdot C_\alpha \cdot j$:

$$\begin{aligned}
 N_\alpha \cdot \underline{Z}_\alpha &= \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{z}_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \underline{z}_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \underline{z}_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \underline{z}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\underline{z}_1 & \underline{z}_2 & 0 & 0 \\ 0 & -\underline{z}_2 & \underline{z}_3 & \underline{z}_4 \end{bmatrix}; \\
 N_\alpha \cdot \underline{Z}_\alpha \cdot C_\alpha &= \begin{bmatrix} -\underline{z}_1 & \underline{z}_2 & 0 & 0 \\ 0 & -\underline{z}_2 & \underline{z}_3 & \underline{z}_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\underline{z}_1 & \underline{z}_2 & 0 & 0 \\ 0 & -\underline{z}_2 & \underline{z}_3 & (\underline{z}_3 + \underline{z}_4) \end{bmatrix}; \\
 N_\alpha \cdot \underline{Z}_\alpha \cdot C_\alpha \cdot j &= \begin{bmatrix} -\underline{z}_1 & \underline{z}_2 & 0 & 0 \\ 0 & -\underline{z}_2 & \underline{z}_3 & (\underline{z}_3 + \underline{z}_4) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} j_1 \\ j_2 \\ j_3 \\ j_4 \end{bmatrix} = \\
 &= \begin{bmatrix} (-5,8 - j12) & 3,4 + j8,5 & 0 & 0 \\ 0 & 3,4 + j8,5 & 2,7 + j5,3 & 4,8 + j10,2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0,229 - j0,138 \\ 0,184 - j0,117 \\ 0,275 - j0,169 \\ 0,168 - j0,092 \end{bmatrix} = \\
 &= \begin{bmatrix} -1,364 - j0,781 \\ 1,763 + j1,107 \end{bmatrix}.
 \end{aligned}$$

Відповідно до виразу (2.4), з урахуванням того, що ЕРС у гілках відсутні, отримуємо:

$$[\dot{E}_\kappa] = -N_\alpha \cdot \underline{Z}_\alpha \cdot C_\alpha \cdot j = \begin{bmatrix} 1,364 + j0,781 \\ -1,763 - j1,107 \end{bmatrix}.$$

Складаємо систему рівнянь контурної моделі електричної мережі вигляду (2.2), де невідомими величинами є контурні струми.

У загальному вигляді:

$$\begin{bmatrix} (z_1 + z_2 + z_5) & -z_2 \\ -z_2 & (z_2 + z_3 + z_4 + z_6) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{I}_{k1} \\ \dot{I}_{k2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{E}_{k1} \\ \dot{E}_{k2} \end{bmatrix};$$

і з обчисленими коефіцієнтами:

$$\begin{bmatrix} (13,5 + j31,1) & -(3,4 + j8,5) \\ -(3,4 + j8,5) & (11,1 + j25,5) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{k1} \\ I_{k2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,364 + j0,781 \\ -1,763 - j1,107 \end{bmatrix}.$$

Розв'язуємо дану систему рівнянь методом Гауса без зворотного ходу.

Виконуємо перший крок перетворення системи з метою виключення змінної $\dot{I}_{k1}$. Розділимо всі елементи першого рядка системи рівнянь на елемент a_{11} :

$$\begin{aligned} a'_{11} &= \frac{a_{11}}{a_{11}} = \frac{13,5 + j31,1}{13,5 + j31,1} = 1; \\ a'_{12} &= \frac{a_{12}}{a_{11}} = \frac{-3,4 - j8,5}{13,5 + j31,1} = -0,27 - j0,0078; \\ b'_1 &= \frac{b_1}{a_{11}} = \frac{1,364 + j0,781}{13,5 + j31,1} = 0,037 - j0,028. \end{aligned}$$

Елементи другого рядка необхідно перерахувати, відповідно до виразів (2.11).

Для другого рядка нові значення елементів :

$$\begin{aligned} a'_{21} &= a_{21} - a_{11} \cdot a'_{11} = (-3,4 - j8,5) - (-3,4 - j8,5) \cdot 1 = 0; \\ a'_{22} &= a_{22} - a_{11} \cdot a'_{12} = (11,1 + j25,5) - (-3,4 - j8,5) \cdot (-0,27 - j0,0078) = 10,249 + j23,178j; \\ b'_2 &= b_2 - a_{11} \cdot b'_1 = (-1,763 - j1,107) - (-3,4 - j8,5) \cdot (0,037 - j0,028) = -1,401 - j0,886. \end{aligned}$$

Результатом виконання першого кроку перетворення буде система рівнянь наступного вигляду:

$$\begin{bmatrix} 1 & -0,27 - j0,008 \\ 0 & 10,249 + j23,178 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{I}_{k1} \\ \dot{I}_{k2} \end{bmatrix}^{(1)} = \begin{bmatrix} 0,037 - j0,028 \\ -1,401 - j0,886 \end{bmatrix}$$

Далі виконуємо другий крок перетворення системи з метою виключення змінної $\dot{I}_{k2}$.

На другому кроці повторюємо обчислення за такою ж схемою, але починаючи з другого рядка. Ділимо всі елементи другого рядка на коефіцієнт a_{22} :

$$a'_{22} = \frac{a_{22}}{a_{22}} = \frac{10,249 + j23,178}{10,249 + j23,178} = 1;$$

$$b'_2 = \frac{b_2}{a_{22}} = \frac{-1,401 - j0,886}{10,249 + j23,178} = -0,054 + j0,036.$$

Перераховуємо елементи першого рядка матриці коефіцієнтів при невідомих та вектор-стовпчика вільних членів за виразами (2.11).

$$a'_{12} = a_{12} - a_{12} \cdot a'_{22} = (-0,27 - j0,008) - (-0,27 - j0,008) \cdot 1 = 0;$$

$$b'_1 = b_1 - a_{12} \cdot b'_2 = (0,037 - j0,028) - (-0,27 - j0,008) \cdot (-0,054 + j0,036) = 0,022 - j0,018.$$

Результатом виконання другого кроку перетворення буде система рівнянь наступного вигляду:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{I}_{k1} \\ \dot{I}_{k2} \end{bmatrix}^{(2)} = \begin{bmatrix} 0,022 - j0,018 \\ -0,054 + j0,036 \end{bmatrix}$$

Таким чином, за два кроки матриця коефіцієнтів при невідомих перетворена в одиничну матрицю, і значення елементів вектор-стовпця вільних членів відповідає значенням невідомих контурних струмів $\dot{I}_{k1}$ та $\dot{I}_{k2}$.

$$\dot{I}_{k1} = 0,022 - j0,018;$$

$$\dot{I}_{k2} = -0,054 + j0,036.$$

Далі розраховуємо струми у гілках та значення напруги у вузлах розрахункової схеми електричної мережі.

Відповідно до виразу (2.5), знаходимо струми у гілках схеми електричної мережі:

$$\begin{aligned}
\dot{\mathbf{I}} &= \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{I}_{K1} \\ \dot{I}_{K2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{J}_1 \\ \dot{J}_2 \\ \dot{J}_3 \\ \dot{J}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{I}_{K1} \\ \dot{I}_{K1} - \dot{I}_{K2} \\ \dot{I}_{K2} \\ \dot{I}_{K2} \\ \dot{I}_{K1} \\ \dot{I}_{K2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{J}_1 \\ \dot{J}_2 \\ \dot{J}_3 + \dot{J}_4 \\ \dot{J}_4 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \\
&= \begin{bmatrix} -\dot{I}_{K1} + \dot{J}_1 \\ \dot{I}_{K1} - \dot{I}_{K2} + \dot{J}_2 \\ \dot{I}_{K2} + \dot{J}_3 + \dot{J}_4 \\ \dot{I}_{K2} + \dot{J}_4 \\ \dot{I}_{K1} \\ \dot{I}_{K2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(0,022 - j0,018) + (0,229 - j0,138) \\ (0,022 - j0,018) - (-0,054 + j0,036) + (0,184 - j0,117) \\ (-0,054 + j0,036) + (0,275 - j0,169) + (0,168 - j0,092) \\ (-0,054 + j0,036) + (0,168 - j0,092) \\ 0,022 - j0,018 \\ -0,054 + j0,036 \end{bmatrix} = \\
&= \begin{bmatrix} 0,207 - j0,120 \\ 0,261 - j0,172 \\ 0,389 - j0,225 \\ 0,114 - j0,056 \\ 0,022 - j0,018 \\ -0,054 + j0,036 \end{bmatrix}.
\end{aligned}$$

Значення напруг у вузлах розрахункової схеми електричної мережі отримуємо відповідно до виразу (2.6):

$$\begin{aligned}
[\dot{\mathbf{U}}] &= \begin{bmatrix} U_0 \\ U_0 \\ U_0 \\ U_0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \dot{I}_3 \\ \dot{I}_4 \end{bmatrix} = \\
&= \begin{bmatrix} 121 \\ 121 \\ 121 \\ 121 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0,207 - 0,12j \\ 0,261 - 0,172j \\ 0,389 - 0,225j \\ 0,114 - 0,056j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 118,359 - j1,788 \\ 118,651 - j1,634 \\ 118,757 - j1,454 \\ 118,243 - j1,895 \end{bmatrix}.
\end{aligned}$$

Результати розрахунку усталеного режиму електричної мережі представлено на рис. 3.2.:

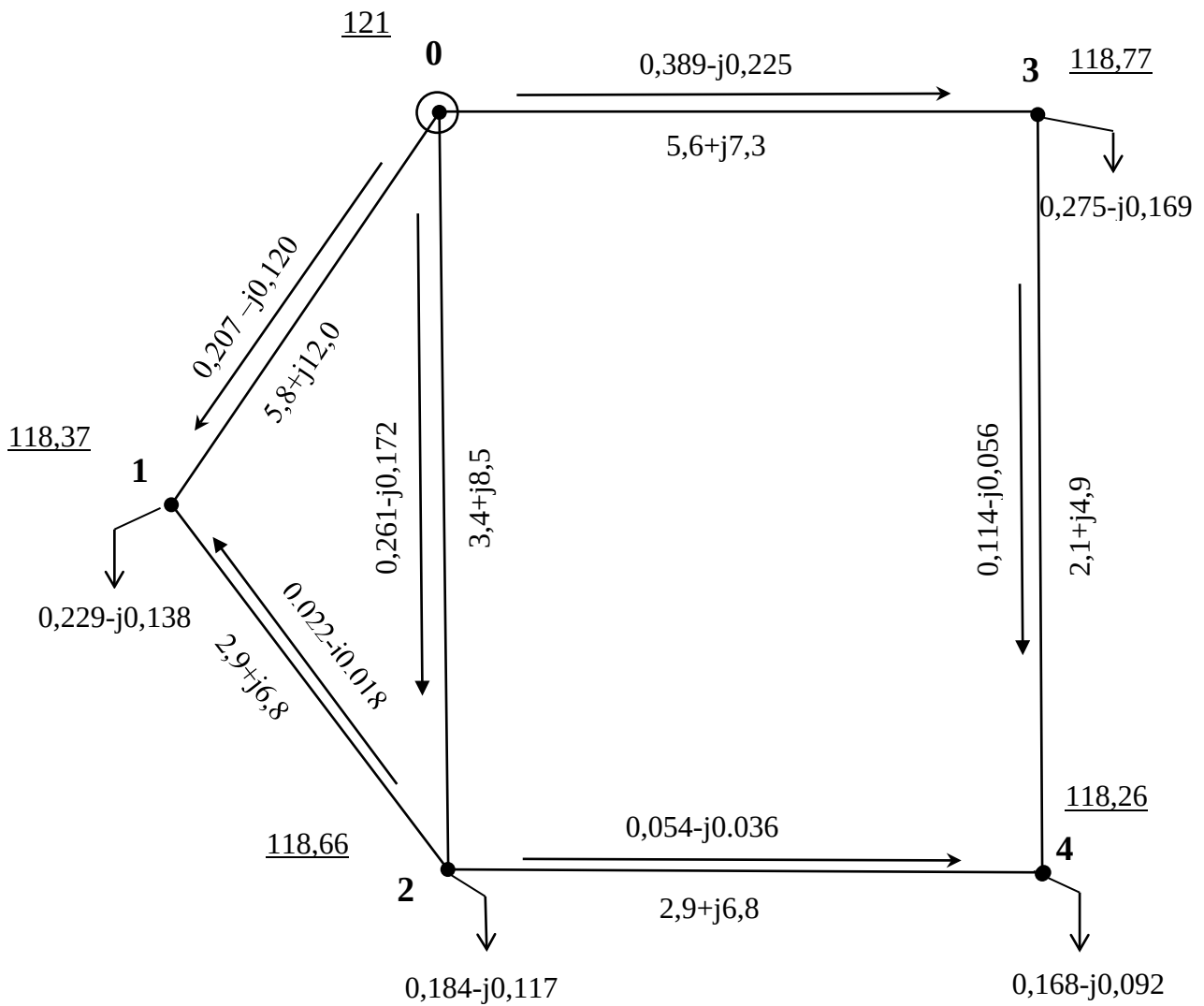


Рисунок 3.2 – Результати розрахунку усталеного режиму електричної мережі.

3.2 РОЗРАХУНОК ПАРАМЕТРІВ РЕЖИМУ ЕЛЕКТРИЧНОЇ МЕРЕЖІ З ВИКОРИСТАННЯМ ВУЗЛОВОЇ МОДЕЛІ

Розрахувати параметри усталеного режиму електричної мережі, розрахункова схема якої представлена на рис.3.1, використовуючи вузлову модель. Дані про параметри розрахункової схеми електричної мережі наведені у розділі 3.1.

Для формування вузлової моделі електричної мережі необхідно знайти власні та взаємні провідності вузлів.

За умови задачі відомо значення опорів гілок, тому спочатку обчислюємо значення провідностей всіх гілок схеми електричної мережі за виразом:

$$\underline{y}_i = \frac{1}{\underline{z}_i},$$

де i – індекс номера гілки.

$$\underline{y}_1 = \frac{1}{\underline{z}_1} = \frac{1}{5,8 + j12,0} = 0.033 - j0.068;$$

$$\underline{y}_4 = \frac{1}{\underline{z}_4} = \frac{1}{2,1 + j4,9} = 0.074 - j0.172;$$

$$\underline{y}_2 = \frac{1}{\underline{z}_2} = \frac{1}{3,4 + j8,5} = 0.041 - j0.101;$$

$$\underline{y}_5 = \frac{1}{\underline{z}_5} = \frac{1}{4,3 + j10,6} = 0.033 - j0.081;$$

$$\underline{y}_3 = \frac{1}{\underline{z}_3} = \frac{1}{2,7 + j5,3} = 0.076 - j0.150;$$

$$\underline{y}_6 = \frac{1}{\underline{z}_6} = \frac{1}{2,9 + j6,8} = 0.053 - j0.124.$$

Матриця провідностей гілок має наступний вигляд:

$$[\underline{Y}_a] = \begin{bmatrix} 0.033-0.068j & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.041-0.101j & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.076-0.15j & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.074-0.172j & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.033-0.081j & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.053-0.124j \end{bmatrix}$$

Перша матриця інциденцій $[M]$:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$\mathbf{M}_\alpha$
 $\mathbf{M}_\beta$

Знаходимо власні та взаємні провідності вузлів, згідно з виразом (2.9):

$$\begin{aligned} \underline{Y}_e &= - \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{y}_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \underline{y}_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \underline{y}_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \underline{y}_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \underline{y}_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \underline{y}_6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} -(\underline{y}_1 + \underline{y}_5) & \underline{y}_5 & 0 & 0 \\ \underline{y}_5 & -(\underline{y}_1 + \underline{y}_5 + \underline{y}_6) & 0 & \underline{y}_6 \\ 0 & 0 & -(\underline{y}_3 + \underline{y}_4) & \underline{y}_4 \\ 0 & \underline{y}_6 & \underline{y}_4 & -(\underline{y}_4 + \underline{y}_6) \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} -0,066 + j0,149 & 0,033 - j0,081 & 0 & 0 \\ 0,033 - j0,081 & -0,126 + j0,307 & 0 & 0,053 - j0,124 \\ 0 & 0 & -0,150 + j0,322 & 0,074 - j0,172 \\ 0 & 0,053 - j0,124 & 0,074 - j0,172 & -0,127 + j0,297 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Розраховуємо праву частину системи рівнянь, відповідно до виразу (2.8).

Спочатку визначаємо складову $[\underline{Y}_e] \cdot [\dot{U}_{БП}]$:

$$[\underline{Y}_e] \cdot [\underline{U}_{БП}] = \begin{bmatrix} -(\underline{y}_1 + \underline{y}_5) & \underline{y}_5 & 0 & 0 \\ \underline{y}_5 & -(\underline{y}_1 + \underline{y}_5 + \underline{y}_6) & 0 & \underline{y}_6 \\ 0 & 0 & -(\underline{y}_3 + \underline{y}_4) & \underline{y}_4 \\ 0 & \underline{y}_6 & \underline{y}_4 & -(\underline{y}_4 + \underline{y}_6) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_0 \\ U_0 \\ U_0 \\ U_0 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} -0,066 + j0,149 & 0,033 - j0,081 & 0 & 0 \\ 0,033 - j0,081 & -0,126 + j0,307 & 0 & 0,053 - j0,124 \\ 0 & 0 & -0,150 + j0,322 & 0,074 - j0,172 \\ 0 & 0,053 - j0,124 & 0,074 - j0,172 & -0,127 + j0,297 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 121 \\ 121 \\ 121 \\ 121 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} -3.951 + j8.174 \\ -4.909 + j12.272 \\ -9.234 + j18.126 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Відповідно до виразу (2.8), з урахуванням того, що ЕРС у гілках відсутні, отримуємо вектор-стовпець вільних членів системи рівнянь вузлової моделі:

$$J + Y_g \cdot U_{БП} = \begin{bmatrix} 0.229-0.138j \\ 0.184-0.117j \\ 0.275-0.169j \\ 0.168-0.092j \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3.951 + j8.174 \\ -4.909 + j12.272 \\ -9.234 + j18.126 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3.722 + j8.036 \\ -4.725 + j12.155 \\ -8.959 + j17.957 \\ 0.168 - j0.092 \end{bmatrix}$$

Складаємо систему рівнянь вузлової моделі електричної мережі вигляду (2.8), де невідомими величинами є напруги у вузлах.

В загальному вигляді:

$$\begin{bmatrix} -(\underline{y}_1 + \underline{y}_5) & \underline{y}_5 & 0 & 0 \\ \underline{y}_5 & -(\underline{y}_1 + \underline{y}_5 + \underline{y}_6) & 0 & \underline{y}_6 \\ 0 & 0 & -(\underline{y}_3 + \underline{y}_4) & \underline{y}_4 \\ 0 & \underline{y}_6 & \underline{y}_4 & -(\underline{y}_4 + \underline{y}_6) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \\ J_4 \end{bmatrix} +$$

$$+ \begin{bmatrix} -(\underline{y}_1 + \underline{y}_5) & \underline{y}_5 & 0 & 0 \\ \underline{y}_5 & -(\underline{y}_1 + \underline{y}_5 + \underline{y}_6) & 0 & \underline{y}_6 \\ 0 & 0 & -(\underline{y}_3 + \underline{y}_4) & \underline{y}_4 \\ 0 & \underline{y}_6 & \underline{y}_4 & -(\underline{y}_4 + \underline{y}_6) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_0 \\ U_0 \\ U_0 \\ U_0 \end{bmatrix}$$

і з обчисленими коефіцієнтами:

$$\begin{bmatrix} -0,066 + j0,149 & 0,033 - j0,081 & 0 & 0 \\ 0,033 - j0,081 & -0,126 + j0,307 & 0 & 0,053 - j0,124 \\ 0 & 0 & -0,150 + j0,322 & 0,074 - j0,172 \\ 0 & 0,053 - j0,124 & 0,074 - j0,172 & -0,127 + j0,297 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \\ \dot{U}_3 \\ \dot{U}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3.722 + j8.036 \\ -4.725 + j12.155 \\ -8.959 + j17.957 \\ 0.168 - j0.092 \end{bmatrix}$$

Розв'язуємо дану систему рівнянь методом Гауса без зворотного ходу.

Виконуємо перший крок перетворення системи з метою виключення змінної

$\dot{U}_1$. Розділимо всі елементи першого рядка системи рівнянь на елемент a_{11} :

$$a'_{11} = \frac{a_{11}}{a_{11}} = \frac{-0,066 + j0,149}{-0,066 + j0,149} = 1;$$

$$a'_{12} = \frac{a_{12}}{a_{11}} = \frac{0,033 - j0,081}{-0,066 + j0,149} = -0.538 + j0.016;$$

$$a'_{13} = \frac{a_{13}}{a_{11}} = \frac{0}{-0,066 + j0,149} = 0$$

$$a'_{14} = \frac{a_{14}}{a_{11}} = \frac{0}{-0,066 + j0,149} = 0$$

$$b'_1 = \frac{b_1}{a_{11}} = \frac{-3.722 + j8.036}{-0,066 + j0,149} = 54.532 + j1.003.$$

Елементи другого, третього та четвертого рядків необхідно перерахувати, відповідно до виразів (2.11).

Для другого рядка нові значення елементів :

$$a'_{21} = a_{21} - a_{21} \cdot a'_{11} = (0,033 - j0,081) - (0,033 - j0,081) \cdot 1 = 0;$$

$$a'_{22} = a_{22} - a_{21} \cdot a'_{12} = (-0,126 + j0,307) - (0,033 - j0,081) \cdot (-0.538 + j0.016) = -0.11 + j0.263;$$

$$a'_{23} = a_{23} - a_{21} \cdot a'_{13} = 0 - (0,033 - j0,081) \cdot 0 = 0;$$

$$a'_{24} = a_{24} - a_{21} \cdot a'_{14} = (0,053 - j0,124) - (0,033 - j0,081) \cdot 0 = 0,053 - j0,124;$$

$$b'_2 = b_2 - a_{21} \cdot b'_1 = (-4.725 + j12.155) - (0,033 - j0,081) \cdot (54.532 + j1.003) = -6.598 + j16.539.$$

Для третього рядка нові значення елементів :

$$a'_{31} = a_{31} - a_{31} \cdot a'_{11} = 0;$$

$$a'_{32} = a_{32} - a_{31} \cdot a'_{12} = 0;$$

$$a'_{33} = a_{33} - a_{31} \cdot a'_{13} = (-0,150 + j0,322) - 0 \cdot 0 = -0,150 + j0,322;$$

$$a'_{34} = a_{34} - a_{31} \cdot a'_{14} = (0,074 - j0,172) - 0 \cdot 0 = 0,074 - j0,172;$$

$$b'_3 = b_3 - a_{31} \cdot b'_1 = (-8.959 + j17.957) - 0 \cdot (54.532 + j1.003) = -8.959 + j17.957.$$

Для четвертого рядка нові значення елементів :

$$a'_{41} = a_{41} - a_{41} \cdot a'_{11} = 0;$$

$$a'_{42} = a_{42} - a_{41} \cdot a'_{12} = (0,053 - j0,124) - 0 \cdot (-0.538 + j0.016) = 0,053 - j0,124;$$

$$a'_{43} = a_{43} - a_{41} \cdot a'_{13} = (0,074 - j0,172) - 0 \cdot 0 = 0,074 - j0,172;$$

$$a'_{44} = a_{44} - a_{41} \cdot a'_{14} = (-0,127 + j0,297) - 0 \cdot 0 = -0,127 + j0,297;$$

$$b'_4 = b_4 - a_{41} \cdot b'_1 = (0.168 - 0.092j) - 0 \cdot (54.532 + j1.003) = 0.168 - j0.092.$$

Результатом виконання першого кроку перетворення буде система рівнянь наступного вигляду:

$$\begin{bmatrix} 1 & -0.538+0.016i & 0 & 0 \\ 0 & -0.11+0.263i & 0 & 0.053-0.124i \\ 0 & 0 & -0,150 + j0,322 & 0,074 - j0,172 \\ 0 & 0,053 - j0,124 & 0,074 - j0,172 & -0,127 + j0,297 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \\ \dot{U}_3 \\ \dot{U}_4 \end{bmatrix}^{(1)} = \begin{bmatrix} 54.532 + j1.003 \\ -6.598 + j16.539 \\ -8.959 + j17.957 \\ 0.168 - j0.092 \end{bmatrix}$$

Далі виконуємо другий крок перетворення системи з метою виключення змінної $\dot{U}_2$.

На другому кроці повторюємо обчислення за такою ж схемою, але починаючи з другого рядка. Ділимо всі елементи другого рядка на коефіцієнт y_{22} :

$$a'_{22} = \frac{a_{22}}{a_{22}} = \frac{-0.11+0.263i}{-0.11+0.263i} = 1;$$

$$a'_{23} = \frac{a_{23}}{a_{22}} = \frac{0}{-0.11+0.263i} = 0;$$

$$a'_{24} = \frac{a_{24}}{a_{22}} = \frac{0.053-0.124i}{-0.11+0.263i} = -0.475 - 2.961i * 10^{-3};$$

$$b'_2 = \frac{b_2}{a_{22}} = \frac{-6.598+16.539i}{-0.11+0.263i} = 62.499-1.08i$$

Перераховуємо елементи першого рядка матриці коефіцієнтів при невідомих та вектор-стовпчика вільних членів за виразами (2.11):

$$a'_{12} = a_{12} - a_{12} \cdot a'_{22} = (-0.538+0.016i) - (-0.538+0.016i) \cdot 1 = 0;$$

$$a'_{13} = a_{13} - a_{12} \cdot a'_{23} = 0;$$

$$a'_{14} = a_{14} - a_{12} \cdot a'_{24} = 0 - (-0.538+0.016i) \cdot (-0.475 - 2.961i * 10^{-3}) = -0.256 + 6.063i * 10^{-3};$$

$$b'_1 = b_1 - a_{12} \cdot b'_2 = (54.532+1.003i) - (-0.538+0.016i) \cdot (62.499-1.08i) = 88.15-0.585i.$$

Для третього рядка нові значення елементів :

$$a'_{32} = a_{32} - a_{32} \cdot a'_{22} = 0;$$

$$a'_{33} = a_{33} - a_{32} \cdot a'_{23} = (-0,150 + j0,322) - 0 = -0,150 + j0,322;$$

$$a'_{34} = a_{34} - a_{32} \cdot a'_{24} = (0,074 - j0,172) - 0 \cdot (-0.475 - 2.961i * 10^{-3}) = 0,074 - j0,172;$$

$$b'_3 = b_3 - a_{32} \cdot b'_2 = (-8.959+17.957j) - 0 \cdot (62.499-1.08) = -8.959+17.957j.$$

Для четвертого рядка нові значення елементів :

$$a'_{42} = a_{42} - a_{42} \cdot a'_{22} = (0,053 - j0,124) - (0,053 - j0,124) \cdot 1 = 0;$$

$$a'_{43} = a_{43} - a_{42} \cdot a'_{23} = (0,074 - j0,172) - (0,053 - j0,124) \cdot 0 = 0,074 - j0,172;$$

$$a'_{44} = a_{44} - a_{42} \cdot a'_{24} = (-0,127 + j0,297) - (0,053 - j0,124) \cdot (-0,475 - 2,961i \cdot 10^{-3}) = -0,101 + 0,238i;$$

$$b'_4 = b_4 - a_{42} \cdot b'_2 = (0,168 - 0,092j) - (0,053 - j0,124) \cdot (62,499 - 1,08i) = -3,014 + 7,742i.$$

Результатом виконання другого кроку перетворення буде система рівнянь наступного вигляду:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -0,256 + 0,006 \\ 0 & 1 & 0 & -0,475 - 0,0029 \\ 0 & 0 & -0,150 + j0,322 & 0,074 - j0,172 \\ 0 & 0 & 0,074 - j0,172 & -0,101 + 0,238i \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \\ \dot{U}_3 \\ \dot{U}_4 \end{bmatrix}^{(2)} = \begin{bmatrix} 88,15 - j0,585 \\ 62,499 - j1,08 \\ -8,959 + j17,957 \\ -3,014 + j7,742 \end{bmatrix}$$

Далі виконуємо третій крок перетворення системи з метою виключення змінної $\dot{U}_3$.

На третьому кроці повторюємо обчислення за такою ж схемою. Ділимо всі елементи третього рядка на коефіцієнт $\underline{y}_{33}$:

$$a'_{33} = \frac{a_{33}}{a_{33}} = \frac{-0,150 + j0,322}{-0,150 + j0,322} = 1;$$

$$a'_{34} = \frac{a_{34}}{a_{33}} = \frac{0,074 - j0,172}{-0,150 + j0,322} = -0,527 + 0,017i;$$

$$b'_3 = \frac{b_3}{a_{33}} = \frac{-8,959 + 17,957j}{-0,150 + j0,322} = 56,429 + 1,501i$$

Для першого рядка нові значення елементів :

$$a'_{13} = a_{13} - a_{13} \cdot a'_{23} = 0;$$

$$a'_{14} = a_{14} - a_{13} \cdot a'_{24} = -0,256 + 6,063i \cdot 10^{-3} - 0 \cdot (-0,527 + 0,017i) = -0,256 + 6,063i \cdot 10^{-3};$$

$$b'_1 = b_1 - a_{13} \cdot b'_3 = (88.15 - 0.585i) - 0 \cdot (56.429 + 1.501i) = 88.15 - 0.585i.$$

Для другого рядка нові значення елементів :

$$a'_{23} = a_{23} - a_{23} \cdot a'_{33} = 0;$$

$$a'_{24} = a_{24} - a_{23} \cdot a'_{34} = (-0.475 - 2.961i \cdot 10^{-3}) - 0 \cdot (-0.527 + 0.017i) = -0.475 - 2.961i \cdot 10^{-3};$$

$$b'_2 = b_2 - a_{23} \cdot b'_3 = (62.499 - 1.08i) - 0 \cdot (56.429 + 1.501i) = 62.499 - 1.08i.$$

Для четвертого рядка нові значення елементів :

$$a'_{43} = a_{43} - a_{43} \cdot a'_{33} = (0.074 - j0.172) - (0.074 - j0.172) \cdot 1 = 0;$$

$$a'_{44} = a_{44} - a_{43} \cdot a'_{34} = (-0.101 + j0.238) - (0.074 - j0.172) \cdot (-0.527 + j0.017) = -0.065 + j0.146;$$

$$b'_4 = b_4 - a_{43} \cdot b'_3 = (-3.014 + j7.742) - (0.074 - j0.172) \cdot (56.429 + j1.501) = -7.442 + j17.36.$$

Результатом виконання третього кроку перетворення буде система рівнянь наступного вигляду:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -0.256 + j6.063 \cdot 10^{-3} \\ 0 & 1 & 0 & -0.475 - j2.961 \cdot 10^{-3} \\ 0 & 0 & 1 & -0.527 + j0.017 \\ 0 & 0 & 0 & -0.065 + j0.146 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \\ \dot{U}_3 \\ \dot{U}_4 \end{bmatrix}^{(3)} = \begin{bmatrix} 88.15 - j0.585 \\ 62.499 - j1.08 \\ 56.429 + j1.501 \\ -7.442 + j17.36 \end{bmatrix}$$

Далі виконуємо четвертий крок перетворення системи з метою виключення змінної $\dot{U}_4$.

На четвертому кроці повторюємо обчислення за такою ж схемою. Ділимо всі елементи четвертого рядка на коефіцієнт $\underline{y}_{44}$:

$$a'_{44} = \frac{a_{44}}{a_{44}} = \frac{-0.065 + j0.146}{-0.065 + j0.146} = 1;$$

$$b'_4 = \frac{b_4}{a_{44}} = \frac{-7.442 + j17.36}{-0.065 + j0.146} = 118.25 - j1.893.$$

Для першого рядка нові значення елементів :

$$a'_{14} = a_{14} - a_{14} \cdot a'_{44} = 0;$$

$$b'_1 = b_1 - a_{14} \cdot b'_4 = (88.15 - j0.585) - (-0.256 + j6.063 \cdot 10^{-3}) \cdot (118.25 - j1.893) = 118.363 - j1.786.$$

Для другого рядка нові значення елементів :

$$a'_{24} = a_{24} - a_{24} \cdot a'_{44} = (-0.475 - j2.961 \cdot 10^{-3}) - (-0.475 - j2.961 \cdot 10^{-3}) \cdot 1 = 0;$$

$$b'_2 = b_2 - a_{24} \cdot b'_4 = (62.499 - j1.08) - (-0.475 - j2.961 \cdot 10^{-3}) \cdot (118.25 - j1.893) = 118.654 - j1.628.$$

Для третього рядка нові значення елементів :

$$a'_{34} = a_{34} - a_{34} \cdot a'_{44} = (-0,527 + j0,017) - (-0,527 + j0,017) \cdot 1 = 0;$$

$$b'_3 = b_3 - a_{34} \cdot b'_4 = (56,429 + j1,501) - (-0,527 + j0,017) \cdot (118,25 - j1,893) = 118,761 - j1,452.$$

Результатом виконання четвертого кроку перетворення буде система рівнянь наступного вигляду:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \\ \dot{U}_3 \\ \dot{U}_4 \end{bmatrix}^{(4)} = \begin{bmatrix} 118,363 - j1,786 \\ 118,654 - j1,628 \\ 118,761 - j1,452 \\ 118,250 - j1,893 \end{bmatrix}$$

Таким чином, за чотири кроки матриця коефіцієнтів при невідомих була перетворена в одиничну матрицю, і значення елементів вектор-стовпця вільних членів відповідає значенням невідомих напруг у вузлах схеми:

$$\dot{U}_1 = 118,363 - j1,786; \quad \dot{U}_2 = 118,654 - j1,628;$$

$$\dot{U}_3 = 118,761 - j1,452; \quad \dot{U}_4 = 118,250 - j1,893.$$

**ДОДАТОК 1. ЗРАЗОК ОФОРМЛЕННЯ ТИТУЛЬНОГО АРКУШУ
РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНОЇ РОБОТИ**

**НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»**

Кафедра електричних мереж та систем

РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНА РОБОТА

з дисципліни:

«МАТЕМАТИЧНІ ЗАДАЧІ ЕНЕРГЕТИКИ»

Варіант №_____

Виконав

Студент _____ курсу

Група _____

(ПІБ)

Перевірив

КИЇВ-20____

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Бурбело М.Й. Математичні задачі електроенергетики. Математичне моделювання електропостачальних систем: навч. посібник / М.Й.Бурбело. - Вінниця: ВНТУ, 2016. - 185 с.
2. Перхач В.С. Математичні задачі енергетики. – Львів.: Вища шк. Вид. при Львів. Ун-ті, 1989. – 464 с.
3. Кириленко О.В. Математичне моделювання в електроенергетиці: Підручник / О.В. Кириленко, М.С. Сегеда, О.Ф. Буткевич, Т.А. Мазур. - Львів: Вид-во НУ «Львівська політехніка», 2010. – 608 с.
4. Мельник В.П. Математичні моделі електроенергетичних систем. – К.: ІСДО, 1993. – 336 с.