НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

Факультет менеджменту та маркетингу

Кафедра економічної кібернетики

ДО ЗАХИСТУ ДОПУЩЕНО

Завідувач кафедри

_____ Катерина БОЯРИНОВА

«____» червня 2025 р.

ДИПЛОМНА РОБОТА

на здобуття ступеня бакалавра
за освітньо–професійною програмою
«Економічна кібернетика»
спеціальності 051 «Економіка»

на тему: **«Моделювання оптимального інвестиційного портфелю підприємства»**

Виконав:
Студент IV курсу, групи УК–11
Шушпанніков Владислав Олександрович _____

Керівник:
доцент кафедри економічної кібернетики, к.т.н., доц.,
Цеслів Ольга Володимирівна _____

Рецензент:
професор кафедри міжнародної економіки, д.т.н., проф.
Гавриш Олег Анатолійович _____

Засвідчую, що у цій дипломній роботі немає запозичень з праць інших авторів без відповідних посилань.

Студент _____

Київ – 2025

Національний технічний університет України

«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

Факультет менеджменту та маркетингу

Кафедра економічної кібернетики

Рівень вищої освіти – перший (бакалаврський)

Спеціальність 051 «Економіка»

Освітньо-професійна програма «Економічна кібернетика»

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри

_____ Катерина БОЯРИНОВА

«05» лютого 2025 р.

ЗАВДАННЯ

НА ДИПЛОМНУ РОБОТУ СТУДЕНТУ

Шушпаннікову Владиславу Олександровичу

1. Тема роботи: «Моделювання оптимального інвестиційного портфелю підприємства»

керівник роботи **Цеслів Ольга Володимирівна**, к.е.н., доц.

затверджені наказом по університету від 26.05.2025 р. № 1747-с

2. Термін подання студентом роботи: 02.06.2025 р.

3. Вихідні дані до роботи: наукова та навчально-методична література, фінансова звітність підприємства ПрАТ «Оболонь» (форма №1 «Баланс», форма № 2 «Звіт про фінансові результати»), дані про ціни біржових інвестиційних фондів протягом 2013-2025 рр., дані про курс гривні до долара США протягом 2013-2025 рр.

4. Зміст дипломної роботи (перелік завдань, які потрібно розробити):

а) теоретична частина:

- розкрити сутність портфельного інвестування та принципу диверсифікації;
- проаналізувати ключові метрики для оцінки дохідності та ризикованості портфелю;
- розглянути ключові теорії та моделі, що можуть бути використані для формування оптимального інвестиційного портфелю підприємства.

б) аналітична частина:

- надати економічний аналіз фінансовому стану підприємства та оцінити передумови формування інвестиційного портфелю;
- побудувати модель оптимального інвестиційного портфелю;
- здійснити економіко-математичне моделювання оптимального інвестиційного портфелю підприємства.

в) рекомендаційна частина:

- проаналізувати результати моделювання та надати рекомендації стосовно покращення розробленої моделі;
- надати загальні рекомендації підприємству стосовно формування інвестиційного портфелю.

5. Перелік ілюстративного матеріалу

1. Класифікація інвестицій
2. Границя ефективності для портфелю з 2 активів
3. Фінансово-економічні показники ПрАТ «Оболонь»
4. Темпи зростання та приросту собівартості продукції та чистого доходу від реалізації
5. Динаміка вартості основних засобів, незавершених капітальних інвестицій та довгострокових інвестицій ПрАТ «Оболонь»
6. Порівняння метрик похибки для моделей
7. Динаміка вартості портфелю в розрізі методів прогнозування
8. Динаміка вартості портфелю в розрізі валюти
9. Динаміка часток портфелю (прогнозування ковзним середнім)
10. Ключові характеристики портфелів

6. Дата видачі завдання: «05» лютого 2025 р.

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№ з/п	Назва етапів виконання дипломної роботи	Термін виконання етапів роботи	Примітка
1.	Збір необхідної інформації теоретичного, методичного та практичного змісту, вивчення та аналіз літературних джерел щодо моделювання оптимального інвестиційного портфелю підприємства	06.02.2025 – 23.02.2025	
2.	Розгляд теоретико-методичних засад дослідження формування інвестиційного портфелю	24.02.2025 – 23.03.2025	
3.	Вибір підприємства, установи для дослідження та постановка економічної задачі	24.03.2025 – 30.03.2025	
4.	Опис господарсько-економічної характеристики та передумов формування інвестиційного портфелю	31.03.2025 – 13.04.2025	
5.	Побудова економіко-математичної моделі, методики розрахунків, вибір програмного забезпечення для моделювання оптимального інвестиційного портфелю підприємства	14.04.2025 – 27.04.2025	
6.	Економіко-математичне моделювання оптимального інвестиційного портфелю підприємства	28.04.2025 – 11.05.2025	
7.	Аналіз результатів моделювання	12.05.2025 – 18.05.2025	
8.	Розробка практичних рекомендацій щодо формування інвестиційного портфелю підприємства та вдосконалення моделі	19.05.2025 – 25.05.2025	
9.	Оформлення дипломної роботи першого (бакалаврського) рівня вищої освіти	26.05.2025 – 01.06.2025	

Студент _____ Владислав ШУШПАННІКОВ

(підпис)

Керівник дипломної роботи _____ Ольга ЦЕСЛІВ

(підпис)

РЕФЕРАТ

Дипломна робота першого (бакалаврського) рівня вищої освіти на тему: «Моделювання оптимального інвестиційного портфелю підприємства» містить 93 сторінки, 10 таблиць, 20 рисунків, 1 додаток. Перелік посилань нараховує 36 найменувань.

Метою роботи є дослідження теоретико-методичних засад портфельного інвестування, моделювання оптимального інвестиційного портфелю підприємства та розробка практичних рекомендацій підприємству.

Об'єктом дипломної роботи є процес формування та оптимізації інвестиційного портфелю.

Предмет дипломної роботи – теоретико-методичні засади портфельного інвестування та моделювання формування інвестиційного портфелю підприємства з подальшою оптимізацією.

Методи дослідження. У процесі виконання роботи були використані такі методи дослідження як: статистичні методи дослідження числових даних, збір та аналіз інформації, аналіз причинно-наслідкових зв'язків, метод економічного моделювання та економічного аналізу.

Результатом дипломної роботи *є* створена та перевірена робоча модель формування оптимального інвестиційного портфелю. Впровадження наданих рекомендацій створить позитивний економічний ефект у вигляді підвищення фінансової стійкості підприємства, зниженні фінансових ризиків від ведення основної діяльності, створенні додаткового джерела формування капіталу.

Рекомендації щодо використання результатів роботи. Отримані результати можуть бути використані для вдосконалення існуючої або створення принципово нової інвестиційної стратегії на підприємстві. Отримана модель може бути взята як базис для подальших досліджень та розробок в області формування оптимального портфелю.

Ключові слова: *моделювання, інвестиційна діяльність, аналіз даних, прогнозування, інвестиційний портфель.*

ABSTRACT

Thesis of the first (bachelor's) level of higher education on «Modelling the Optimal Investment Portfolio of an Enterprise» contains 93 pages, 10 tables, 20 figures, the list of links contains 36 items.

The purpose of the work is to study theoretical and methodological foundations of portfolio investment, modelling the optimal investment portfolio of an enterprise and developing practical recommendations for an enterprise.

The object of the work is the process of forming and optimizing an investment portfolio.

The subject of the work is a set of theoretical and methodological aspects of portfolio investment and modelling the formation of an enterprise investment portfolio with subsequent optimization.

Research methods. In the process of performing the thesis of the first (bachelor's) level of higher education, the following research methods were used: causal analysis, method of generalizations, abstract and logical method.

Result of the work is created and tested the working model of an optimal investment portfolio. The implementation of the recommendations will create a positive economic effect in the form of increasing the financial stability of the enterprise, reducing financial risks from the main activity, and creating an additional source of capital formation.

Recommendations for the use of work results. The results obtained can be used to improve the existing or create a fundamentally new investment strategy at the enterprise. The obtained model can be used as a basis for further research in the field of optimal portfolio formation.

Keywords: *modelling, investment activity, data analysis, forecasting, investment portfolio.*

ЗМІСТ

ВСТУП 8

1 ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ФОРМУВАННЯ ІНВЕСТИЦІЙНОГО ПОРТФЕЛЮ 11

1.1 Поняття інвестиційного портфелю та диверсифікації 11

1.2 Ключові метрики портфелю: оцінка дохідності та ризиків 17

1.3 Огляд портфельних теорій та моделей 23

Висновки до першого розділу 37

2 ПОСТАНОВКА ЗАВДАННЯ ТА МОДЕЛЮВАННЯ ОПТИМАЛЬНОГО ІНВЕСТИЦІЙНОГО ПОРТФЕЛЮ 38

2.1 Економічний аналіз фінансового стану підприємства та передумов формування інвестиційного портфелю 38

2.2 Концепція економіко-математичної моделі формування оптимального інвестиційного портфелю 44

2.3 Економіко-математичне моделювання оптимального інвестиційного портфелю підприємства 50

Висновки до другого розділу 55

3 ПРАКТИЧНА РЕАЛІЗАЦІЯ МОДЕЛЮВАННЯ ТА АНАЛІЗ ОТРИМАНИХ РЕЗУЛЬТАТІВ 57

3.1 Аналіз отриманих результатів моделювання 57

3.2 Розробка практичних рекомендацій щодо формування оптимального інвестиційного портфелю та вдосконалення моделі 70

Висновки до третього розділу 74

ВИСНОВКИ 76

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ 79

ДОДАТКИ 84

ВСТУП

В сучасних умовах ринкової економіки, вільного руху капіталу та частих змін вподобань споживачів, для підприємства є важливим мати подушку безпеки на випадок проблем у основній операційній діяльності. Великі промислові підприємства також потребують завчасного формування великих грошових фондів для подальших технічно-матеріальних покращень та інновацій.

З цим суттєво може допомогти процес інвестування у фінансові інструменти, такі як цінні папери або ж матеріальні активи, такі як дорогоцінні метали. Для досягнення найкращих результатів та мінімізації ризиків є доцільним складання інвестиційного портфелю та його подальша оптимізація згідно з динамічними ринковими умовами.

Актуальність теми полягає в тому, що результати дослідження процесу формування оптимального інвестиційного портфелю мають пряму прикладну цінність – збільшення фінансової стійкості підприємства, формування зовнішнього, незалежного від основної діяльності, джерела капіталу як результат отримання інвестиційного доходу від складеного портфелю. Дослідження шляхів оптимізації є важливими у контексті ефективного використання обмеженої кількості коштів та дотримання норм ризику.

Актуальність підтверджується й великою кількістю вчених, які досліджували цю тему. Загальні принципи були закладені відомими іноземними вченими, такими як Г. Марковіц та В. Шарп. Вони працювали над концепціями оптимізації портфелю, виміру ризику та оцінки справедливої ціни ризикових активів. Дж. Тобін розглядав поєднання безризикових активів з ризиковими портфелями для досягнення балансу. С. Росс є одним з авторів теорії арбітражного ціноутворення, яка теж має визначати справедливу ціну активу й відповідно давати відповідь на питання щодо можливої дохідності. Слід згадати й Нобелівського лауреата Ю. Фаму, який вивчав ефективність ринку та її вплив на стратегії формування портфелів.

Серед вітчизняних науковців відмітимо Анатолія Пересаду, який є автором робіт “Основи інвестиційної діяльності” (1996), “Інвестиційний процес в Україні” (1998) та співавтором у навчальному посібнику “Портфельне інвестування”. Випускник КПІ Дєдков В. під керівництвом Шубенокової І. у своїй дипломній роботі другого (магістерського) вищого рівня освіти досліджував використання нечітких множин та байєсівського підходу для рішення проблем інвестування, зокрема для оптимізації інвестиційного портфелю.

Окремої уваги заслуговують роботи Дзюби П. В. “Концептуальна структура теорії портфеля як парадигмальна основа сучасної теорії міжнародного портфельного інвестування” та “Концепція ефективного портфеля: ретроспективний аналіз формування основ теорії міжнародного портфельного інвестування”. Науковець розглядає портфельну теорію, застосування її в сучасному світі та проводить детальний аналіз результатів такого інвестування.

Метою дипломної роботи є: розгляд теоретичних засад і методичних положень портфельного інвестування, побудова економіко-математичної моделі формування оптимального інвестиційного портфелю підприємства та надання практичних рекомендацій стосовно покращення моделі й формування портфелю конкретному підприємству.

Відповідно до поставленої мети було вирішено такі завдання:

– розкрити економічний зміст портфельного інвестування та його переваги над класичним підходом;

– дослідити ключові показники, які є важливими в аналізі й оцінці інвестиційних портфелів;

– розглянути економіко-математичні моделі формування інвестиційних портфелів та ціноутворення фінансових інвестиційних інструментів на прикладі акцій;

– побудувати економіко-математичну модель оптимального інвестиційного портфелю підприємства;

– провести економіко-математичне моделювання оптимального інвестиційного портфелю підприємства;

– виконати аналіз результатів моделювання та обґрунтувати напрями застосування моделі у формуванні інвестиційного портфелю підприємства та проведенні ним інвестиційної діяльності;

– надати рекомендації стосовно покращення моделі та її програмної реалізації.

Об’єктом дослідження є процес формування інвестиційного портфелю підприємства.

Предмет дослідження – сукупність теоретичних, методичних положень та моделювання формування інвестиційного портфелю підприємства з подальшою оптимізацією.

База дослідження: ПрАТ «Оболонь».

Методи дослідження. Для аналізу загальної економічної діяльності підприємства застосовано статистичні методи дослідження числових даних; для постановки економічної задачі було використано метод збору та аналізу інформації, метод аналізу причинно-наслідкових зв’язків; для моделювання оптимального інвестиційного портфелю підприємства застосовано метод економічного моделювання.

Результатом дипломної роботи є створена практична реалізація моделі формування оптимального інвестиційного портфелю підприємства; обґрунтування напрямків застосування розробленої економічної моделі; формування практичних рекомендацій щодо формуванні підприємством оптимального інвестиційного портфелю.

1 ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ФОРМУВАННЯ ІНВЕСТИЦІЙНОГО ПОРТФЕЛЮ

1.1 Поняття інвестиційного портфелю та диверсифікації

Процес інвестування як такий має ключову мету – отримати прибуток в майбутньому. Досягається це шляхом виділення ресурсів, які могли б піти на споживання, у випадку людини, або ж на інші стратегічні цілі у випадку підприємства. Мотивацією може бути бажання зменшити залежність від основної діяльності, створити фонд для покриття значних витрат у майбутньому, або ж просто отримати прибуток на вільні кошти, які підприємство не може наразі ефективно освоїти.

Інвестування та інвестиції теж не є однорідним поняттям, останні класифікуються за низкою параметрів. Залежно від об’єкта інвестування матимемо реальні інвестиції, що передбачають вкладення коштів у основні засоби, нематеріальні активи, які підлягають амортизації та інші об’єкти, які є невід’ємною складовою для здійснення підприємством його операційної діяльності [1, с. 10]. Для підприємства “Оболонь” прикладом таких інвестицій є придбання промислового обладнання. Наприклад: співпраця з українським виробником конвеєрних систем KONSORT дозволила впровадити сучасне обладнання, зокрема поворотні стрічкові конвеєри, які оптимізують процес транспортування продукції на виробництві [2].

В рамках даної роботи розглядається інший тип об’єкту, а саме фінансові активи ринку капіталів. Такі інвестиції називаються фінансовими й відповідно включають в себе інвестування у цінні папери (акції, облігації) та похідні фінансові інструменти (деривативи). Також під фінансовими інвестиціями розуміється вкладення коштів у об’єкти грошового ринку [1, с. 10].

Даний напрямок інвестування теж ділять на 2 групи, а саме прямі та портфельні інвестиції. Перші передбачають пряму участь у формуванні капіталу юридичної особи й відповідно отримання корпоративних прав, а другий тип – придбання цінних паперів та деривативів, які представлені на фондовому та біржовому товарному ринках [1, с. 10].

Відповідно класифікувати інвестиції можна за доволі широким набором ознак (рис. 1.1).

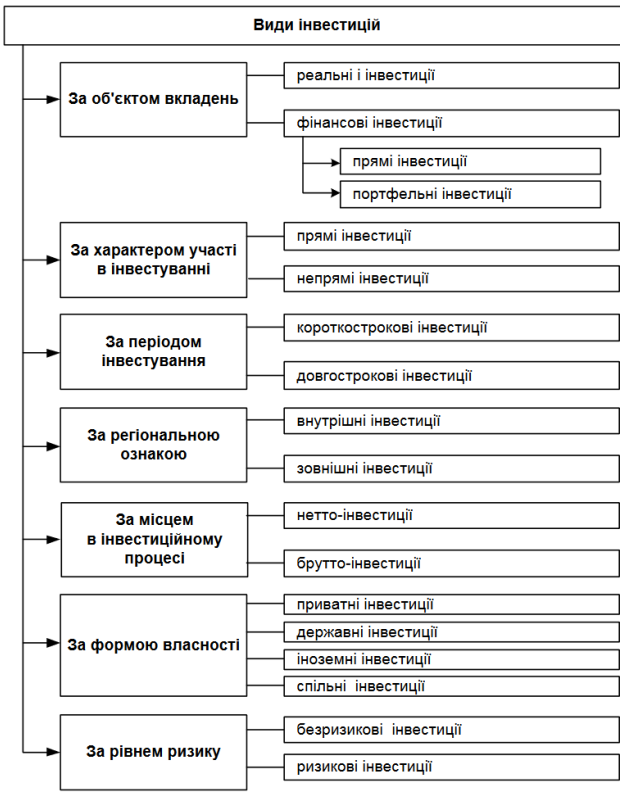

Рисунок 1.1 – Класифікація інвестицій

Джерело: [1, с. 11]

В рамках даної роботи мова йде про портфельне інвестування, тобто вкладення коштів у цінні папери з метою отримання доходу від зростання їх вартості та отримання купонного доходу у випадку боргових цінних паперів.

Очевидно, що поруч з прибутком завжди є фактор ризику. Тобто присутня деяка ймовірність, що вкладені кошти:

- не принесуть прибутку (нульова дохідність);
- будуть частково або повністю втрачені в тому числі через інфляцію (від’ємна дохідність й зменшення купівельної спроможності);
- принесуть менше прибутку ніж альтернативне їх використання (ризик альтернативних втрат).

Всі наведені вище ризики мають фінансову природу і тому з ними можна працювати, щоб мінімізувати їх шкоду. Яскравим прикладом є використання диверсифікації як інструменту захисту від ризиків конкретної інвестиції. Приклад: деяке підприємство вирішує вкластись у компанію А і аналітичний відділ оцінив можливі результати $P_{прибуток}$ = 40%, $P_{збиток}$ = 60%, а сам результат відповідно +30% та -10%. В такому разі очікуване значення прибутку буде рівним математичному сподіванню:

$$0{,}4 * 30\% + 0{,}6 * (-10\%) = 6\%,$$

тобто в середньому дохідність такої інвестиції є позитивною, але інвестиція ризикована через невеликий шанс успіху.

Тепер припустимо, що аналітики вирішили додати ще одну компанію і сформувати так званий інвестиційний портфель.

Інвестиційний портфель — цілеспрямовано сформована сукупність об'єктів реального, інтелектуального та фінансового інвестування, призначена для реалізації інвестиційної політики підприємства в майбутньому періоді (у більш вузькому, але найбільш часто вживаному значенні — сукупність фондових інструментів, сформованих інвестором) [3].

Компанія “Б” працює в секторі відмінному від А і з ймовірністю 70% інвестиція буде збитковою з результатом -5% на вкладене, а в іншому випадку прибуток становитиме 15%. Очікуване значення прибутку:

$$0{,}3 * 15\% + 0{,}7 * (-5\%) = 1\%$$

Відповідно поєднавши ці 2 інвестиції маємо матрицю результатів (табл. 1.1).

Таблиця 1.1 – Матриця результатів інвестиційного портфелю

Результат інвестиції в “А”	**Результат інвестиції в “Б”**	**Ймовірність**	**Результат**
-10%	-5%	0,6 * 0,7 = 42%	-7,5%
-10%	+15%	0,6 * 0,3 = 18%	+2,5%
+30%	-5%	0,4 * 0,7 = 28%	+12,5%
+30%	+15%	0,4 * 0,3 = 12%	+22,5%

Джерело: розраховано автором

Добре видно, що тепер ймовірність збитку становить 42%, що значно менше ніж у кожній окремій інвестиції. Разом з цим маємо й менший можливий максимальний прибуток. Але, що є найважливішим, ймовірність позитивного результату стала значно більше і абсолютний розмір можливої втрати теж зменшився, тобто диверсифікація створила певний компроміс між ризиковою компанією "А" та стабільною, але не дуже прибутковою "Б".

Сформована в такому разі інвестором сукупність об'єктів інвестування – інвестиційний портфель — набуває особливих властивостей, які не є притаманними складовим, якщо їх розглядати окремо, і досяжні лише за умови їх комбінації [4, с. 8]. Інвестиційний портфель — це принципово нова інвестиційна якість, завдяки якій суттєво поліпшуються результати інвестування і яка управляється інвестором як цілісний інвестиційний об'єкт [4, с. 8].

Крім цих економіко-математичних показників (дохідність та ризик) слід зазначити, що диверсифікація допомагає знизити можливий вплив таких ризиків, як невдалі управлінські рішення, форс-мажорні події, геополітичні чи економічні потрясіння. Таким чином, диверсифікація, як стратегія розподілу ризиків, може класифікуватися за різними критеріями (табл. 1.2), що дозволяє інвесторам отримувати гнучкі комбінації під конкретні цілі.

Таблиця 1.2 – Різновиди диверсифікації та їх сутність

Диверсифікація	Сутність	Позитивний ефект	Приклад
Географічна	Розподіл інвестицій між різними країнами та регіонами	Захист від локальних економічних криз та геополітичних подій	Портфель з включенням американських, європейських та інших інструментів
Валютна	Інвестування в активи, номіновані в різних валютах	Захист від валютних коливань та девальвації, хеджування валютного ризику	Портфель з акціями США, ЄС та країн Азії

Джерело: складено автором

Продовження табл. 1.2

За інструментом	Використання різних фінансових інструментів	Оптимізація співвідношення ризик/дохід	Портфель з рівними пропорціями акцій та облігацій
Галузева	Розподіл між різними секторами економіки	Зниження галузевих ризиків, участь у зростанні різних сфер	Портфель, що включає IT-сектор, медицину, виробництво…
Часова	Розподіл інвестицій у часі	Зниження ризику неточного вибору моменту входу, покращення середньої ціни у кризові періоди	Щомісячні інвестиції протягом року замість одноразового вкладення
За ліквідністю	Розподіл між активами з різною ліквідністю	Забезпечення швидкого доступу до коштів при потребі	Поєднання вузькопрофільних інвестицій з ліквідними державними облігаціями

Очевидно, що збільшення кількості компаній у інвестиційному портфелі буде зменшувати вплив кожної окремої на портфель в цілому. Але слід звернути увагу на те, як розподілені кошти між інвестиційними інструментами. Якщо інвестувати половину бажаної суми у цінні папери з емітентами чиє походження США, то усі події, що стосуються Сполучених Штатів будуть впливати на портфель доволі сильно й прямим чином.

Як вже стало зрозуміло, портфелі можна класифікувати залежно від ряду параметрів: рівень ризику, залучення інвестора, термін вкладення, характер отримання доходу [5]. Так за рівнем ризику матимемо портфелі з низьким, помірним (середнім) та високим рівнем ризику [5]. Рівень ризику визначатиметься пропорцією між консервативною та ризиковою складовою.

Рівень залучення характеризує необхідність участі інвестора в управлінні портфелем. До прикладу в даній роботі буде розглядатися активне втручання у пропорції складових портфелю й такий портфель можна назвати активним. Якщо ж метою є слідування за певним індексом, S&P500 як приклад, чи утримання сталих

пропорцій активів з рідкою корекцією для забезпечення підтримки сталості, матимемо пасивний портфель [5].

Класифікація за терміном є інтуїтивно зрозумілою: довгий очікуваний горизонт інвестування – довгостроковий портфель. Наостанок характер отримання доходу часто нерозривно пов'язаний з ризиковістю портфелю. Якщо інвестор очікує отримати прибуток головним чином від зростання капіталізації (вартості), то маємо портфель "росту" (англ. growth portfolio). Складовими такого часто є більш ризикові компанії з малою капіталізацією та високим потенціалом зростання або ж представники більш ризикових секторів – IT, фармацевтика та інші. З іншої сторони портфель "доходу" (англ. income portfolio) робить акцент на отриманні стабільних грошових потоків в поточний момент часу [6]. Відповідно більшу частину займатимуть боргові цінні папери та акції з високими ставками дивідендних виплат.

Резюмуючи, склад самого портфелю буде суттєво залежати від того, якою є кінцева мета цього інвестора. На першому місці, майже завжди, буде стояти прибуток, але спосіб його отримання та допустимий рівень ризиків суттєво коригуватимуть складові портфелю. Не менш важливими є й економічні умови, під час яких формується портфель. Так у кризові періоди портфель "росту" буде показувати себе значно гірше альтернатив. Гарним прикладом є криза 2007-2008 рр. Добре видно, що портфель не лише показував негативну динаміку, але й повільніше почав своє відновлення ближче до завершення кризи (рис. 1.2).

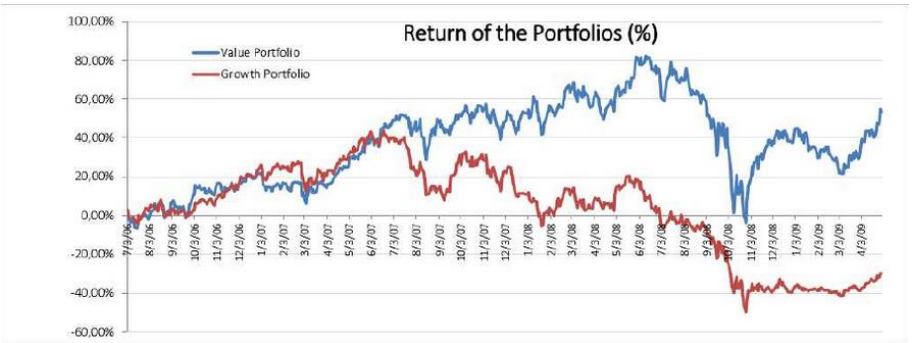

Рисунок 1.2 – Динаміка портфелів вартості та росту протягом 2006-2009 рр.

Джерело: [7, с. 119]

Якщо компанія має фокус на фондовий ринок України, то поняття диверсифікації спроститься до вибору цінних паперів чи прямих інвестицій виключно в рамках однієї країни. Безумовно, на фоні диверсифікації глобальної, такий підхід є більш ризиковим, але він є оптимальним з погляду менеджерів, які цілеспрямовано охоплювали виключно ринок України.

1.2 Ключові метрики портфелю: оцінка дохідності та ризиків

Протягом всього життєвого циклу інвестиційного портфелю, критично необхідно оцінювати його як мінімум по двом характеристикам: дохідності та ризикованості. Це дозволяє приймати раціональні інвестиційні рішення стосовно зміни складу портфелю.

З метою такої оцінки існує велика кількість метрик, коефіцієнтів та показників. Розглянемо деякі з них й почнемо з того, яким чином можна виміряти залежність портфелю від ринкових тенденцій.

Коефіцієнт β (бета) служить ключовим індикатором поведінки портфелю відносно тенденцій ринку [8, 9 с. 114]. По суті, цей параметр відображає ступінь реакції конкретного фінансового інструменту або інвестиційного портфелю на зміни загального ринкового середовища [8, 9 с. 114]. Нульове значення бета-коефіцієнта свідчить про повну відсутність зв'язку між рухом активу та ринковими флуктуаціями. Одиничне значення демонструє пропорційний зв'язок – кожен відсоток ринкового руху супроводжується аналогічною зміною портфелю. Від'ємне одиничне значення характеризує протилежну динаміку активу щодо ринкових тенденцій. Математичне визначення бета-коефіцієнта [10]:

$$\beta = \frac{\mathrm{Cov}(R_i, R_m)}{\sigma_{\mathrm{m}}^2} = \rho_{i,m} * \frac{\sigma_i}{\sigma_m}, \tag{1.1}$$

де R_i – дохідність портфелю або акції;

R_m – дохідність ринку (наприклад, індекс всіх акцій США);

σ_{m}^2 – дисперсія ринкової дохідності;

$\rho_{i,m}$ – кореляція між дохідністю ринку та портфелю (акції).

Таке визначення випливає з моделі CAPM, що буде розглянута пізніше. Важливо зазначити: даний показник не є сталим і може суттєво змінюватись протягом часу та особливо у кризові періоди. Тому використовуючи його в якості орієнтира при оцінюванні ризику, слід розглядати не лише останні обраховані значення, а й історичні значення. Це може відкрити зовсім іншу ситуацію й призвести до протилежних інвестиційних рішень. Так зокрема для гіганту у сфері торгівлі Walmart даний показник змінювався у діапазоні від 0,1 до майже 0,82 і середнє значення не точно відображало реальну ситуацію (рис. 1.3).

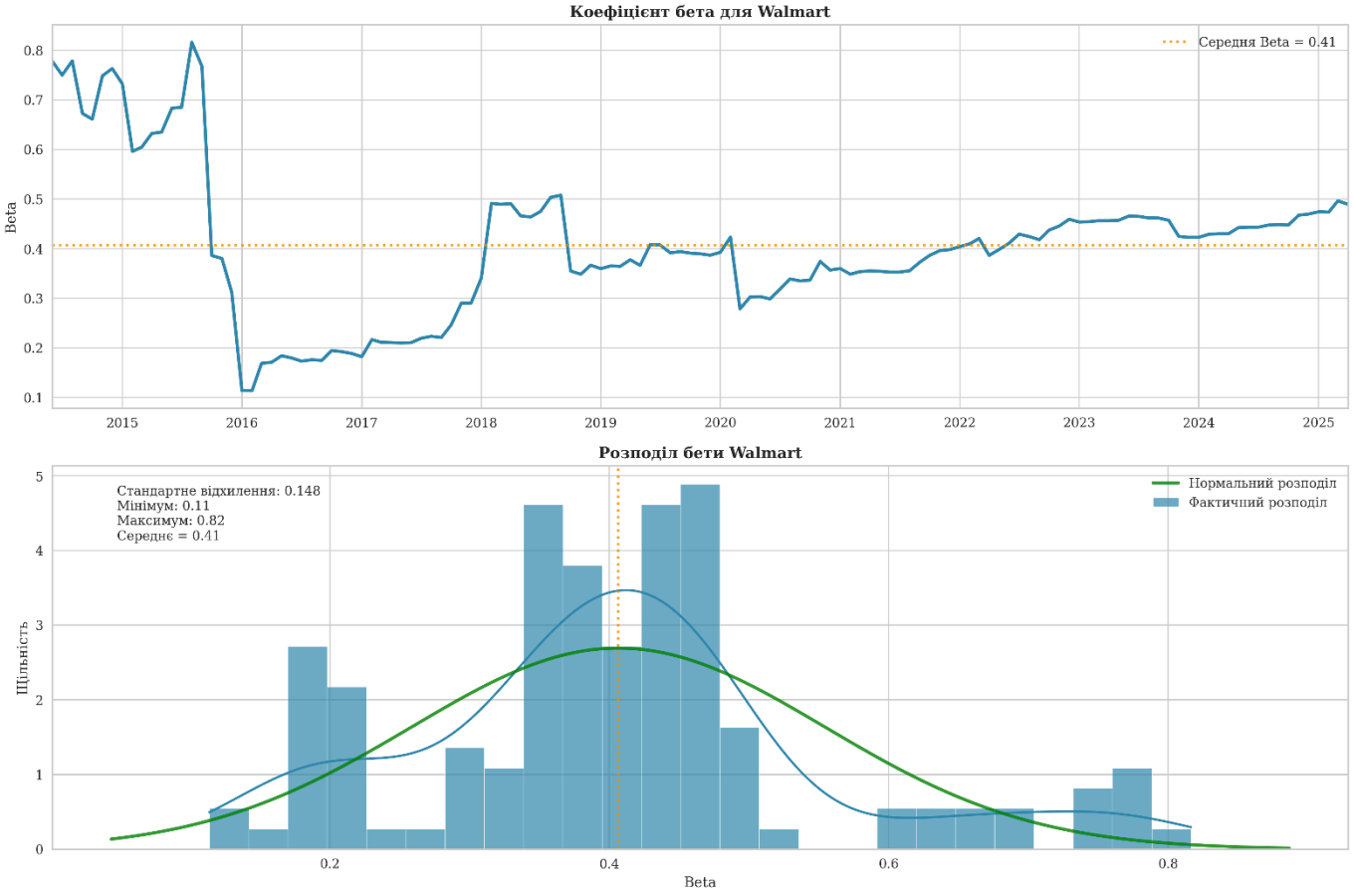

Рисунок 1.3 – Динаміка та розподіл коефіцієнта бета для акцій Walmart

Джерело: розроблено автором

Компоненту, що включає результативне керування портфелем або підприємством і створює додаткову дохідність (або збитковість), яка не обумовлюється ринковими факторами (бета-складова), позначають α-коефіцієнтом (альфа) [9 с. 114]. У рамках портфельного інвестування цей показник підвищується внаслідок ефективного перерозподілу активів у портфелі, своєчасного здійснення торгових операцій, коли результат, що перевищує ринкові показники, досягається не завдяки прийняттю додаткових ризиків, а через професійні управлінські рішення.

Ризиковість портфелю або його складової можна оцінити через призму двох видів аналізу: якісного та кількісного. Якісна оцінка визначає ступінь важливості ризику і також визначає як на нього реагувати [11, с. 65]. Це необхідно для формування стратегії протидії. З іншої сторони, кількісні методи передбачають чисельне визначення величин окремих ризиків й тому базуються на ключових математичних напрямах: теорії ймовірностей та математичний статистиці [11, с. 68]. Такий підхід, особливо в портфельному інвестуванні, є максимально прикладним та дозволяє порівнювати портфелі між собою на основі історичних даних.

У вимірюванні ризиків стандартне відхилення залишається одним з найбільш поширених інструментів. Воно показує мінливість дохідності портфелю. Більші значення цього показника сигналізують про підвищений рівень ризику, адже дохідність складових портфелю демонструє значніші коливання відносно середньої величини. Попри широку популярність, застосування стандартного відхилення базується на припущенні про нормальний розподіл дохідності [12]. Подібне допущення не завжди відповідає реальним ринковим умовам, особливо коли мова йде про інвестування у фінансові ринки країн з економікою, що розвивається [13].

Метод Value at Risk (укр. вартість під ризиком, VaR) широко застосовується у практиці управління ризиками. Він визначає максимальні очікувані збитки за певний період часу з визначеним рівнем довіри. Наприклад, VaR у розмірі 10 у. о. на один місяць із 95% довірчою ймовірністю означає, що з 95% шансом втрати не перевищать 10 у. о. у цей період. Водночас цей метод не надає інформації про масштаб можливих

втрат у разі перевищення порогового рівня. Для портфелю з одного активу розраховується:

$$VaR_i = V_i * \left(-\mu_i T + z_\alpha \sigma_i \sqrt{T}\right), \quad (1.2)$$

де V_i – розмір (вартість) портфелю;

μ_i – дохідність за одиницю часу;

σ_i – волатильність за одиницю часу;

T – оцінюваний горизонт;

z_α – квантиль нормального розподілу при рівні довіри α.

Для подолання цього обмеження застосовується показник очікуваних втрат у найгірших сценаріях – Expected Shortfall (або Conditional VaR, cVaR), який обчислює середні збитки за випадків, коли втрати перевищують рівень VaR. Це дає повніше уявлення про ризик, бо характеризує “катастрофічні” наслідки, якщо ризики перевищать стандартний поріг. Пов’язати з VaR даний показник можна таким чином:

$$ES_\alpha = \frac{1}{1-\alpha} \int_\alpha^1 VaR_u(L)du\,, \quad (1.3)$$

де (L) – функція розподілу збитків L.

Коефіцієнт Шарпа (англ. Sharpe ratio) дозволяє оцінити ефективність портфелю з урахуванням ризику. Він відображає відношення надлишкової дохідності (понад безризикову ставку) до ризику, виміряного стандартним відхиленням. Чим вище це значення, тим ефективніше портфель компенсує інвестору взятий на себе ризик.

$$S = \frac{R_p - R_f}{\sigma_p}, \quad (1.4)$$

де R_p – дохідність портфелю;

R_f – ставка безризикової дохідності;

σ_p – стандартне відхилення дохідності портфелю.

В якості ставки безризикової дохідності зазвичай беруть купон казначейських векселів США або ж місцеві державні облігації, якщо портфель номіновано у місцевій валюті.

Коефіцієнт Сортіно є удосконаленою версією коефіцієнта Шарпа. Останній знижується при будь-якому зростанні волатильності портфелю, в тому числі й коли портфель показує аномально позитивні результати. Разом з цим, така поведінка є скоріше бажаною для інвестора, адже ймовірність надприбутків це однозначно краще ніж просто посередній результат [14, с. 99]. З цієї причини коефіцієнт Сортіно “штрафує” портфель лише за відхилення негативних дохідностей (менше ніж безризикова ставка). Даний показник є одним з найважливіших в постмодерній портфельній теорії, що буде розкрито в наступному розділі. Таким чином маємо:

$$\text{Sortino Ratio} = \frac{R_p - R_f}{\sigma_d}, \tag{1.5}$$

де σ_d – стандартне відхилення лише негативних дохідностей (англ. downside deviation) й обраховується:

$$\sigma_d = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \min\left(R_p - R_f, 0\right)^2}, \tag{1.6}$$

де n – кількість спостережень (періодів).

Співвідношення Калмара допомагає розрахувати одиницю прибутку, яка припадає на одиницю максимального історичного ризику (падіння). Чим він вищий – тим краще. Відповідна формула:

$$\text{Calmar Ratio} = \frac{R_p}{\text{MD}}, \tag{1.7}$$

де R_p – середньорічна дохідність;

MD – максимальне зниження від піку до найнижчої точки. В якості середньорічної дохідності часто використовують величину CAGR:

$$\mathrm{CAGR} = \left(\frac{V_{\mathrm{end}}}{V_{\mathrm{start}}}\right)^{\frac{1}{t}} - 1, \tag{1.8}$$

де V_{end} та V_{start} – відповідно кінцева та початкова вартості портфелю;

t – кількість років.

Максимальне зниження (англ. max drawdown, MD) знаходиться як:

$$\mathrm{MD} = \max_{t\in[0,T]}\left(\frac{P_{\mathrm{peak}} - P_t}{P_{\mathrm{peak}}}\right), \tag{1.9}$$

де P_{peak} – максимальна ціна (або ж вартість);

P_t – ціна (вартість) в момент t.

Аналіз дохідності інвестиційного портфелю теж є важливим аспектом управління капіталом, оскільки надає інвестору можливість встановити результативність своїх вкладень та здійснити порівняльний аналіз стратегій чи фінансових інструментів. Методологія вимірювання прибутковості включає декілька підходів, проте їхня базова логіка залишається подібною.

Найпростішим індикатором виступає абсолютна (номінальна) дохідність, котра демонструє зміну вартості портфелю або окремого активу протягом визначеного часового проміжку. Розрахунок здійснюється через співвідношення приросту капіталізації до первинної вартості інвестиції. Цей метод не враховує вплив інфляційних процесів, тривалості інвестиційного циклу або механізму реінвестування отриманих прибутків.

Більшою точністю та інформативністю характеризується середньорічний показник дохідності (англ. annualized return), який уможливлює порівняння інвестицій з відмінними часовими горизонтами. Параметр може бути представлений у формі простого арифметичного усереднення (для зіставлення ідентичних періодів) або середнього геометричного, що враховує механізм складних відсотків і застосовується для аналізу інвестиційної ефективності на довгих часових проміжках.

Сукупна дохідність (англ. total return) інтегрує не тільки збільшення капіталізації активу, але й всі надходження у формі дивідендних виплат або купонного доходу, що набуває особливої важливості при роботі з борговими цінними паперами (в тому числі з облігаціями) чи акціями дивідендного типу. Такий підхід формує більш об'єктивну картину прибутковості, особливо для портфелів, що складаються з індивідуальних цінних паперів, а не інвестиційних фондів.

Дохідність зважена по часу (англ. time-weighted return, TWR) необхідна для оцінки управлінської майстерності портфельного менеджера. Цей метод дозволяє відокремити вплив зовнішніх грошових потоків (внески та вилучення коштів) на розрахунок дохідності, дозволяючи оцінити винятково інвестиційні рішення [15, с. 1]. Підхід є важливим при інвестуванням з подальшими внесками. Формула виглядає наступним чином [15, с. 13]:

$$TWR = \prod_{i=1}^{n} \frac{M_i}{M_{i-1} + C_{i-1}} - 1, \tag{1.10}$$

де M_i – ринкова вартість портфелю в кінці i-того субперіоду;

C_{i-1} – чистий зовнішній грошовий потік на початок i-того субперіоду;

n – кількість субперіодів.

Наостанок слід згадати про дохідність скориговану на інфляцію. Цей показник набуває критичного значення в умовах підвищеної інфляції та на довгих горизонтах інвестування, коли номінальні значення прибутковості можуть створювати хибне уявлення про фактичне зростання купівельної спроможності інвестиційного капіталу.

1.3 Огляд портфельних теорій та моделей

Значна частина науковців вже протягом багатьох десятиліть зосереджує свою увагу на дослідженні принципів систематизації інвестиційних підходів та конструювання інвестиційних портфелів. Деякі з цих концепцій досягли суттєвого

розвитку і в наш час широко застосовуються як у теоретичних дослідженнях, так і в практичній діяльності фінансових інститутів. Розглянемо найвпливовіші з них.

Піонером та найбільш відомою концепцією є *Сучасна портфельна теорія* (англ. Modern Portfolio Theory, MPT). Вона розпочала свій шлях у 1952 році завдяки праці американського економіста Гаррі Марковіца під назвою “Portfolio Selection” [16, с. 13]. Сам вчений разом із своїми колегами були удостоєні Нобелівської премії з економічних наук за фундаментальний внесок у розвиток цієї теоретичної платформи.

MPT надає інструментарій для конструювання портфелю, який максимізує очікувану прибутковість для визначеного рівня ризику або, альтернативно, мінімізує ризик для заданого рівня дохідності [16, с. 14]. Це робить теорію універсально придатною як для агресивних інвесторів, орієнтованих на високу дохідність, так і для консервативних учасників ринку, які ставлять збереження капіталу за мету. По суті, теорія являє собою математичну формалізацію та поглиблення концепції диверсифікації, а також є новаторством Марковіца [16, с. 14].

Кожна портфельна теорія базується на певних фундаментальних припущеннях, і MPT не є винятком. По-перше, теорія допускає, що інвестори діють раціонально і ринок в цілому є ефективним. Це означає, що кожен учасник ринку здійснює послідовний аналіз співвідношення ризик-дохідність перед прийняттям інвестиційних рішень.

По-друге, оптимальне співвідношення активів у портфелі не є універсальним для всіх інвесторів. Кожен інвестор має унікальні фінансові цілі, часовий горизонт інвестування та обставини, які впливають на його інвестиційні преференції. По-третє, різні інвестори визначатимуть свою оптимальну точку балансу виходячи з індивідуальної толерантності до ризику та фінансового стану.

Тепер перейдемо до детального розгляду базових понять та математичного апарату цієї теорії. Розпочнемо з визначення активу як фундаментальної одиниці аналізу. Актив представляє собою будь-яку економічну сутність, яка може бути

придбана та реалізована інвестором, характеризується ринковою ціною та демонструє цінові флуктуації протягом часу під впливом динаміки попиту та пропозиції на ринку.

Очікувана дохідність активу:

$$E(R) = \frac{\hat{P} - P_0}{P_0}, \tag{1.11}$$

де $\hat{P}$ – прогнозована ціна;

P_0 – поточна ціна.

Очікувана дохідність портфелю:

$$E(R_p) = \sum_i \omega_i * E(R_i), \tag{1.12}$$

де ω_i – частка активу у портфелі.

Спрогнозувати точну дохідність фактично неможливо, тому поруч із очікуваною дохідністю існує поняття ризику. Для прикладу фондовий ринок є доволі волатильним, тобто ціни на акції чи облігації мають властивість змінюватись протягом часу, інколи доволі суттєво. Власне ця зміна і є ключовим ризиком – інвестор не може бути впевнений, що обрані активи принесуть наперед прогнозований прибуток.

Сучасна портфельна теорія визначає ризик через дисперсію очікуваної дохідності портфелю.

$$\sigma_p^2 = \sum_i \omega_i^2 \sigma_i^2 + \sum_i \sum_{j \neq i} \omega_i \omega_j \sigma_i \, \sigma_j p_{ij}, \tag{1.13}$$

де σ_i – стандартне відхилення дохідності i-го активу;

де σ_j – стандартне відхилення дохідності j-го активу;

p_{ij} – коефіцієнт кореляції дохідності активів i та j за певний період.

Революційне відкриття Марковіца полягало в математичному доведенні того, що ризик портфелю не є простою сумою ризиків індивідуальних активів. Натомість, загальний ризик портфелю значною мірою залежить від кореляції між активами. З цього випливає, що зменшити ризик портфелю шляхом додання нових активів можна лише за умови відсутності сильної кореляції між ними. Також через використання

стандартного відхилення для дохідності, додається припущення про її нормальний розподіл.

Теорія Марковіца дозволяє побудувати ефективну границю (англ. efficient frontier) – геометричне місце точок, що представляють портфелі з максимальною очікуваною дохідністю для кожного рівня ризику [17]. Математично це досягається через розв'язання оптимізаційної задачі з обмеженнями. Інвестор може вибрати будь-яку точку на цій межі залежно від своєї схильності до ризику, при цьому жоден портфель нижче ефективної межі не буде оптимальним, оскільки завжди існуватиме альтернатива з кращим співвідношенням ризик-дохідність.

Нижче (рис. 1.4) продемонстровано приклад такої ефективної межі для портфелю, що складається з двох категорій активів: американських акцій та державних облігацій США, побудованого на основі історичних даних з 1987 року. Звернемо увагу на портфель із співвідношенням 25.6% акцій та 74.4% облігацій, який позначений як “Tangency portfolio”. Цей портфель займає унікальну позицію на ефективній межі, оскільки характеризується найвищим значенням коефіцієнта Шарпа серед усіх можливих комбінацій цих двох активів.

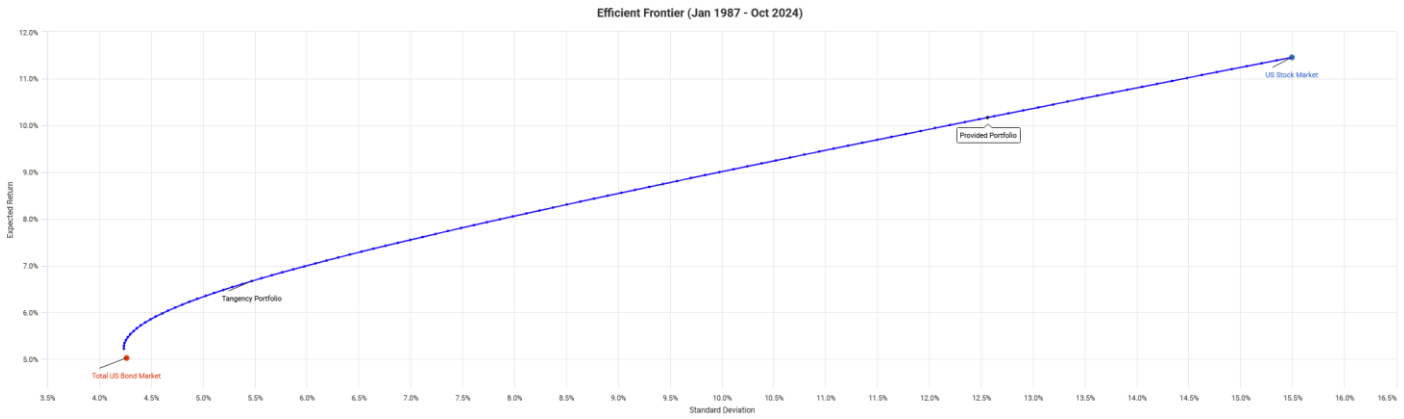

Рисунок 1.4 – Границя ефективності для портфелю з 2 активів

Джерело: складено автором з використанням [18]

Концепція дотичного портфелю має глибоке теоретичне та практичне значення. Якщо провести пряму лінію від точки безризикової ставки до ефективної межі

(дотичну), точка дотику відповідає портфелю з оптимальним співвідношенням ризик-дохідність. Цей математичний принцип означає, що будь-який раціональний інвестор може використовувати дотичний портфель як базову одиницю для конструювання свого індивідуального портфелю. Залежно від особистої толерантності до ризику, інвестор може поєднувати цей оптимальний портфель з безризиковими активами, такими як короткострокові державні облігації або депозитні сертифікати.

Проте, незважаючи на математичну строгість та теоретичну логічність, підхід Марковіца, який отримав назву “модель середнє-дисперсія” (англ. mean-variance model), має ряд суттєвих обмежень.

Першим фундаментальним недоліком є віддаленість базових припущень теорії від реалій. Припущення про повну раціональність інвесторів суперечить численним емпіричним дослідженням поведінкової економіки, які демонструють систематичні когнітивні упередження у прийнятті фінансових рішень. Люди та навіть великі інвестиційні компанії періодично діють під впливом емоцій та роблять ірраціональні вибори, особливо в умовах стресу або невизначеності.

Наявне припущення про нормальний розподіл дохідності також викликає серйозні сумніви. Фінансові ринки регулярно демонструють явища “товстих хвостів” та асиметрії, що означає значно вищу ймовірність екстремальних подій, ніж передбачає нормальний розподіл. Фінансові кризи 2008 року, пандемія 2020 року та інші “чорні лебеді” підтверджують неадекватність нормального розподілу для моделювання ринкових ризиків.

Припущення про сталість кореляцій між активами також не відповідає реальності [23, с. 223]. Під час кризових періодів кореляції між різними класами активів мають тенденцію до зростання, що означає втрату диверсифікаційних переваг саме тоді, коли вони найбільш потрібні інвесторам [23, с. 224]. Цей феномен отримав назву “кореляційного зламу” та становить серйозну загрозу для портфелів, побудованих на основі історичних кореляційних зв’язків (див. рис. 1.3).

Другим фундаментальним недоліком є надзвичайна чутливість моделі до точності вхідних даних, особливо очікуваних дохідностей та коваріаційних матриць. Невеликі помилки в оцінці очікуваних дохідностей можуть призводити до радикально різних оптимальних портфелів. На практиці точне прогнозування майбутніх дохідностей є складним завданням, що робить результати оптимізації Марковіца нестабільними.

Менш значущі припущення як доступ до однакової інформації у всіх інвесторів та поділ цінних паперів на менші частини без обмежень просто не відповідають реальності.

Базуючись на принципах, закладених Марковіцем, економісти Вільям Шарп та Джон Лінтнер паралельно розробили альтернативний підхід для визначення очікуваної дохідності акцій та портфелів – модель оцінки капітальних активів (англ. Capital Asset Pricing Model, CAPM). Центральна формула CAPM виражає очікувану дохідність через лінійну залежність від ринкового ризику [19, с.3]:

$$E(R_i) = R_f + \beta_i\big(E(R_m) - R_f\big), \tag{1.14}$$

де $E(R_i)$ – очікувана дохідність;

R_f – дохідність безризикового активу;

β_i – коефіцієнт бета;

$E(R_m)$ – очікувана ринкова дохідність.

Саме з моделі CAPM почалось введення та активне використання коефіцієнту бета, що згадувався у минулому розділі. Вираз $E(R_m) - R_f$ отримав назву ринкової премії за ризик – це додаткова дохідність, яку інвестори вимагають за прийняття ринкового ризику замість інвестування у безризикові активи [19, с. 3]. Множення цієї премії на бета-коефіцієнт дає індивідуальну премію за ризик для конкретного активу, яка додається до безризикової ставки для отримання загальної очікуваної дохідності.

Фундаментальна ідея CAPM полягає у тому, що інвестори отримують компенсацію лише за систематичний (ринковий) ризик, оскільки несистематичний

(специфічний для компанії) ризик може бути зведений до нуля через диверсифікацію. Це означає, що якщо інвестор утримує достатньо диверсифікований портфель, єдиний ризик, за який він отримує додаткову дохідність, – це ризик, пов'язаний з коливаннями ринку в цілому.

Слід також згадати альтернативну версію, розроблену Фішером Блеком, яка отримала назву Black CAPM або Zero-Beta CAPM. У цій модифікації замість безризикового активу використовується концепція активу з нульовою бетою – фінансового інструменту, який має нульову (або дуже близьку до неї) кореляцію з ринковим портфелем. Така зміна дозволяє позбутися нереалістичного припущення про існування справжнього безризикового активу, адже навіть державні облігації несуть певні ризики, включаючи інфляційний та ризик зміни процентних ставок.

Модель Блека виявилася особливо цінною з практичної точки зору, оскільки вона краще відображає реальні ринкові умови. Емпіричні дослідження неодноразово демонстрували, що Black CAPM показує кращі результати у статистичних тестах та більш точно пояснює спостережувані ринкові явища [20, с. 65]. Це покращення значною мірою сприяло поширенню CAPM у професійній спільноті та її інтеграції у практику оцінки активів, управління портфелями та корпоративних фінансів.

Говорячи про припущення моделі CAPM, бачимо, що вона успадковує багато концептуальних основ від теорії Марковіца, але водночас вводить додаткові умови, які більше віддаляють модель від реальних ринкових умов.

Перше додаткове припущення стосується того, що окремі інвестори не можуть впливати на ринкові ціни своїми діями – кожен учасник ринку приймає ціни як задані ззовні. Судження є актуальним для дрібних роздрібних інвесторів, але великі інституційні інвестори (пенсійні фонди, страхові компанії, великі корпорації) безперечно мають можливість впливати на ціни, особливо у менш ліквідних сегментах ринку.

Друге припущення стосується можливості необмеженого позичання та кредитування за безризиковою ставкою. У практичних умовах кредитні спреди

існують навіть для найнадійніших позичальників, а доступ до кредитних ресурсів залежить від кредитоспроможності, застави та інших факторів.

Третє припущення про повну ліквідність та можливість купівлі цінних паперів у будь-яких, навіть мінімальних кількостях, також не відповідає реаліям більшості фондових ринків та бірж. Багато цінних паперів, особливо маловідомих, торгуються з широкими спредами між ціною покупки та продажу, а деякі активи взагалі можуть бути недоступними для покупки у певні періоди.

Таким чином, модель успадковує значну частину недоліків mean-variance model Марковіца. Однією з критичних проблем CAPM є розрахунок “бети” на основі минулих спостережень. В стандартному вигляді припускається, що коефіцієнт є сталим. Емпіричні спостереження показують повністю протилежну ситуацію. Спроби вирішити цю проблему привели до розвитку динамічних версій CAPM, які дозволяють бета-коефіцієнту змінюватися у часі. Ці моделі використовують ковзні вікна для розрахунку бети, що є найпростішим способом отримати динаміку.

Ще один суттєвий недолік стосується концептуального підходу до визначення ризику в моделі. Хоча CAPM використовує бета-коефіцієнт як основну міру ризику для ціноутворення, сама бета розраховується на основі коваріації дохідності активу з ринковою дохідністю, що в свою чергу пов'язане з дисперсією. Модель передбачає, що інвестори отримують компенсацію лише за систематичний ризик, ігноруючи той факт, що багато інвесторів турбуються про загальну волатильність своїх інвестицій, включаючи і несистематичні ризики.

Більше того, використання бета-коефіцієнта як єдиної міри ризику не враховує асиметричність ризиків. Інвестори зазвичай більше переймаються негативними відхиленнями від очікуваної дохідності, ніж позитивними “сюрпризами” у випадках сильного росту. CAPM трактує високу волатильність однаково незалежно від того, чи пов'язана вона з можливістю великих прибутків, чи з ризиком значних втрат.

Очевидно, що лише фактором ринкового ризику неможливо в повній мірі описати дохідність конкретного фінансового інструменту. Якби модель CAPM

повністю відображала реальність, ми б спостерігали ідеальну лінійну залежність між бета-коефіцієнтом та дохідністю, де всі акції з однаковою чутливістю до ринку демонстрували б ідентичні результати. Проте емпіричний аналіз різних ринків протягом останніх десятиліть виявив стійкі та статистично значущі аномалії, які змусили переосмислити підходи до моделювання дохідності.

Найбільш помітною з цих закономірностей виявився так званий “ефект розміру” – систематична тенденція акцій малих за капіталізацією компаній демонструвати вищу дохідність порівняно з великими корпораціями [21, с. 12]. Тенденція зберіглась навіть після коригування на ринковий ризик згідно з CAPM. Іншими словами, дві компанії з однаковою бетою, але різного розміру, показували систематично різні результати, причому менша компанія зазвичай випереджала більшу.

Паралельно з ефектом розміру, виявили ще одну закономірність, пов'язану з оцінкою компаній ринком. Компанії з високою внутрішньою вартістю відносно їхньої ринкової капіталізації, так звані “value” компанії (компанії вартості), на довгому горизонті систематично перевершували компанії з низькими показниками внутрішньої вартості (“growth” компанії або ж компанії росту) [21, с. 12]. Цей суперечило інтуїтивним очікуванням багатьох інвесторів, які природно схилялися до швидкозростаючих компаній з високими оцінками.

Ці емпіричні спостереження стали каталізатором для створення ще однієї моделі оцінки активів. Юджин Фама та Кеннет Френч у 1992 році представили свою *3-х факторну модель Фами-Френча.*

Згідно цієї моделі дохідність акції може бути визначена наступним чином:

$$E(R) = \alpha + R_f + \beta\left(R_m - R_f\right) + b_s SMB + b_v HML + \varepsilon, \qquad (1.15)$$

де SMB (***s***mall **m**inus **b**ig) та HML (**h**igh **m**inus **l**ow) – фактори, що показують історичну наддоходність акцій small-cap компаній та акцій value-компаній над акціями large-cap та growth-компаній відповідно;

ε – похибка;

α – коефіцієнт альфа;

b_s та b_v є коефіцієнтами чутливості до факторів і знаходяться шляхом лінійної регресії.

Для побудови фактору SMB Фама та Френч використовують метод подвійного сортування. Спочатку всі акції сортуються за ринковою капіталізацією та діляться на дві групи: малі (S) та великі (B) компанії за медіанним значенням. Потім кожна з цих груп додатково сортується за показником book-to-market та ділиться на три категорії: низькі (L), середні (M) та високі (H) значення. Це створює шість портфелів: S/L, S/M, S/H, B/L, B/M, B/H.

Фактор SMB розраховується як:

$$SMB = \frac{\frac{S}{L} + \frac{S}{M} + \frac{S}{H}}{3} - \frac{\frac{B}{L} + \frac{B}{M} + \frac{B}{H}}{3} \quad (1.16)$$

Така конструкція забезпечує, що фактор SMB відображає чистий ефект розміру, контролюючи при цьому вплив фактору вартості. Аналогічно, фактор HML конструюється як:

$$HML = \frac{\frac{S}{H} + \frac{B}{H}}{2} - \frac{\frac{S}{L} + \frac{B}{L}}{2} \quad (1.16)$$

Фактично віднімаються дохідності портфелів й результуюча різниця у частках (або відсотках) показуватиме компанії якого розміру дають більший дохід і на скільки (в середньому).

У 2015 році Фама та Френч представили розширення своєї моделі, додавши два нові фактори: фактори прибутковості RMW (**r**obust **m**inus **w**eak) та інвестицій CMA (**c**onservative **m**inus **a**ggressive) з відповідними коефіцієнти чутливості. Фактор RMW відображає фундаментальну різницю між компаніями з високою та низькою операційною ефективністю й розраховується як різниця між дохідністю портфелю компаній з високими показниками операційного прибутку та портфелю компаній зі слабкою прибутковістю. Логіка ґрунтується на розумінні того, що компанії з вищою

операційною ефективністю зазвичай мають більш стійкі конкурентні переваги, кращі бізнес-моделі та вищу здатність генерувати довгострокову вартість для акціонерів.

Фактор CMA захоплює різницю між дохідністю компаній з консервативною та агресивною інвестиційною політикою. Розраховується через різницю між портфелем фірм, які обережно підходять до капітальних вкладень, та портфелем компаній, що активно інвестують у розширення бізнесу.

Таким чином, 5-ти факторна модель Фами-Френча дозволяє розрахувати очікуваний прибуток на основі фундаментальних фінансових факторів й не орієнтуватись виключно на ринок та його дохідність. Проте академічна спільнота неоднозначно сприйняла розширену модель, висунувши ряд зауважень. 3-х факторна модель у свій час була сприйнята краще зокрема через більшу актуальність факторів тодішнім економіко-фінансовим умовам. Розглянемо критику стосовно більш сучасної версії.

Перший пункт стосується географічної неоднорідності ефективності факторів. Дослідження показали, що фактори, які добре працюють на розвинених ринках, таких як США або Західна Європа, можуть демонструвати значно слабші або навіть протилежні результати на ринках країн, що розвиваються. Це створює проблему для глобальних інвесторів, які намагаються застосовувати єдину модель для різних географічних регіонів. Структурні відмінності економік, різні рівні ефективності ринків, відмінності в корпоративному управлінні та регулятивному середовищі можуть кардинально змінювати роботу факторів.

Друга критика торкається внутрішньої суперечності моделі, особливо для американського ринку. Емпіричний аналіз періоду з 1963 по 2013 рік виявив, що додавання факторів RMW та CMA майже повністю нівелює пояснювальну силу традиційного фактору HML. Кореляція між CMA та HML сягає 0.7, що означає значне перекриття в інформації, яку ці фактори надають. Це ставить під сумнів доцільність використання всіх п'яти факторів одночасно і вказує на можливу надмірну

параметризацію моделі [22, с. 3,8]. Подібні спостереження фіксуються і в інших розвинених країнах, що свідчить про системний характер цієї проблеми.

Третьою важливою критикою є відсутність фактору моментуму в 5-ти факторній моделі [22, с. 3,7]. Ефект моментуму теж є емпірично доведеною закономірністю для акцій, які показували високі результати в недавньому минулому, продовжувати перевершувати ринок у короткостроковій перспективі. Багато дослідників вважають, що ігнорування цього фактору значно обмежує пояснювальну силу моделі [22, с. 3].

Четверта критика стосується втрати актуальності фактору HML в сучасних ринкових умовах. Останнє десятиліття характеризувалося стрімким зростанням технологічних компаній, які традиційно класифікуються як growth-компанії через високі мультиплікатори та низькі показники book-to-market. Домінування таких гігантів, як Amazon, Google, Apple, Microsoft, призвело до того, що традиційна премія малих компаній не лише зникла, але в деякі періоди навіть стала негативною. Це поставило під сумнів фундаментальні припущення про перевагу відповідних стратегій і змусило переосмислити роль цього фактору в сучасному інвестуванні.

П'ята критика торкається зменшення значущості фактору SMB на розвинених ринках. Структурні зміни в економіці, зростання ролі технологічних платформ, ефект масштабу та мережевих ефектів призвели до того, що великі компанії почали демонструвати результати не гірші, а часом і кращі за малі компанії. Це особливо помітно на американському ринку, де найбільші за капіталізацією компанії забезпечили левову частку ринкових доходів протягом останніх років.

На останок розглянемо одну з найновіших портфельних теорій, яка є прямим продовженням сучасної портфельної теорії – *Постсучасну (постмодерну) портфельну теорію* (англ. Post-Modern Portfolio Theory, PMPT). Авторами початкової концепції є Брайан Ром та Кетлін Фергюсон. Теорія покликана вирішити окремі проблеми своєї попередниці, особливо в аспектах наближення її до реальності.

Ключові проблеми, які вимагали вирішення є такими:

- однорідні очікування інвесторів стосовно дохідності [23, с. 224];
- використання стандартного відхилення та дисперсії як надійних мір ризику [23, с. 224];
- припущення, що дохідність розподілена нормально [23, с. 224].

Нова теорія вводить поняття мінімально прийнятної дохідності (англ. minimum acceptable return, MAR) яка слугує еталоном для інвестора й встановлює планку, нижче якої результат вважається поганим. В аспекті вимірювання ризиків, оригінальна теорія орієнтується на просте відхилення від середнього. І в моделі Марковіца не є суттєвим чи це відхилення в зону менше ніж середнє чи більше ніж середнє. Зрозуміло, що інвестора завжди більше турбують погані сценарії. Тобто навіть незначне збільшення негативної волатильності є значно гіршим ніж зростання позитивної. Останнє явище певною мірою навіть є бажаним – воно дозволяє без ризиків отримати додатковий дохід.

Таким чином, якщо МРТ визначає ризик у широкому сенсі, тобто як можливість того, що інвестовані кошти принесуть дохід, *відмінний від очікуваного*, то РМРТ розглядає ризик у вузькому сенсі, тобто як можливість того, що інвестовані кошти принесуть дохід, *нижчий за очікуваний* [23, с. 224]. Ця фундаментальна різниця вже кардинально змінює підхід до формування портфелю адже волатильність тепер розрізняється на “гарну” та “погану” [23, с. 224]. Будь-які відхилення вище MAR – позитивна волатильність, а нижче – негативна (рис. 1.5).

Різниця у принципах була раніше названа фундаментальною, бо й процес відбору портфелів теж зазнає змін. Якщо у МРТ, легко могли бути відсіяні портфелі, які часто показували великі доходи й не були стабільними (висока дисперсія), то у РМРТ такої проблеми не буде. Саме поняття “оптимальний портфель” змінилося.

Разом з цим, оскільки звичайна дисперсія та стандартне відхилення тепер не розглядаються як адекватні міри ризику, то виникає потреба у нових. Так з’являється напівдисперсія (англ. semi-variance) та напіввідхилення (англ. semi-deviation).

Концептуально вони схожі на свої оригінальні версії, але рахуються виключно для негативної дохідності, тобто тієї, яка нижче MAR.

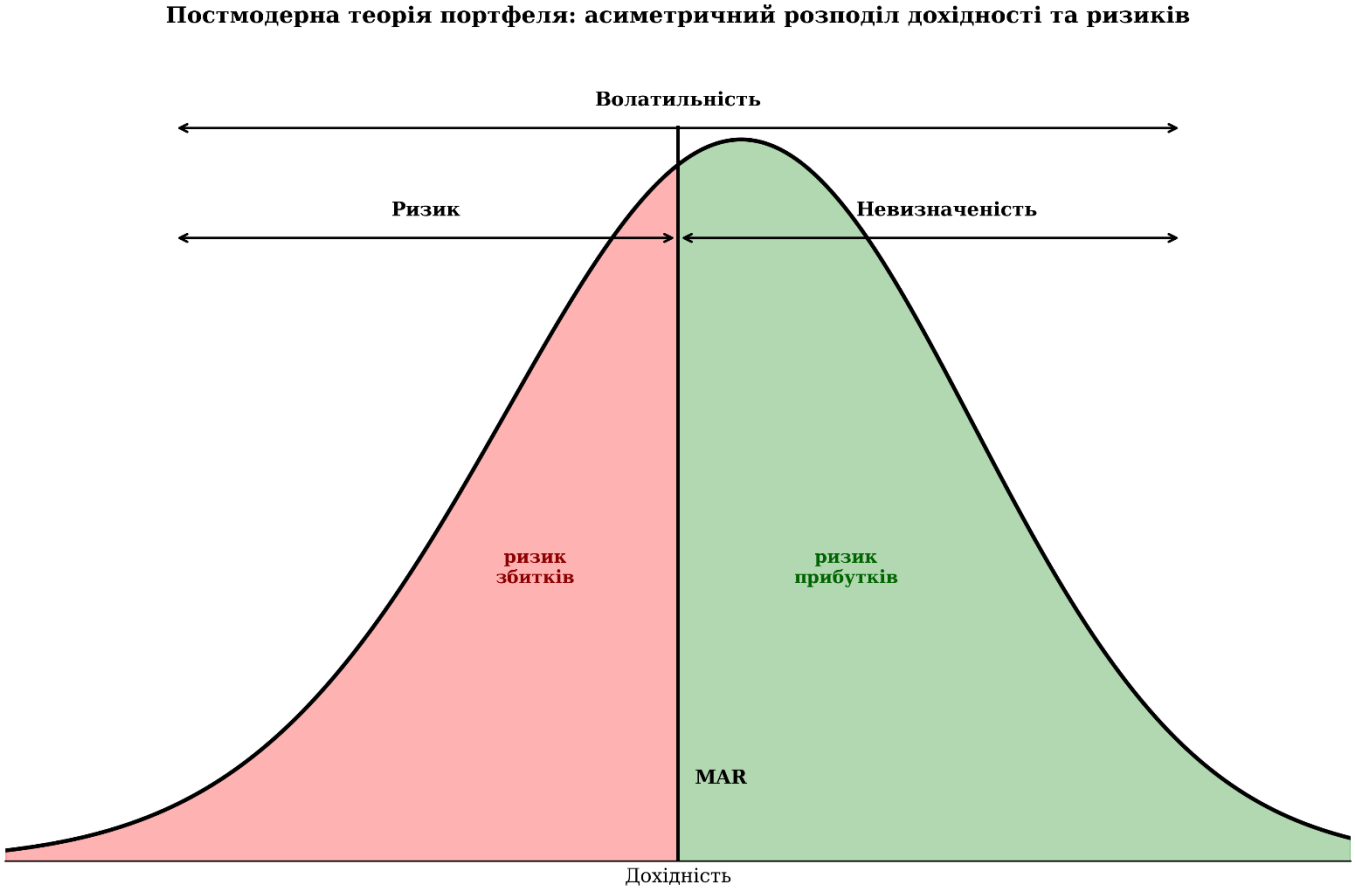

Рисунок 1.5 – Позитивна та негативна волатильність в рамках постмодерної теорії

Джерело: розроблено автором на основі [24]

Аналогічно зазнають зміни й інші показники. Коефіцієнт альфа замінюється на омега й відображає додаткову дохідність над рівнем MAR, коефіцієнт Шарпа замінюється коефіцієнтом Сортіно й кінцева оптимізаційна задача зводиться до мінімізації ризику збитків (зниження) за сталого рівня дохідності. Таким чином, PMPT вирішує всі три раніше згадані проблеми адже тепер: кожен інвестор має власний еталон й очікування не є гомогенними, дисперсія та стандартне відхилення не використовується й замінені, а з цього виходить відсутність потреби допускати, що дохідність має нормальний розподіл.

Висновки до першого розділу

Проведений аналіз ключових портфельних теорій та моделей оцінки активів демонструє еволюцію від простих інтуїтивних підходів до складних факторних, що намагаються пояснити механізми ціноутворення на фінансових ринках й дати відповідь на питання яка ж буде очікувана дохідність.

Сучасна портфельна теорія Гаррі Марковіца заклала фундаментальні основи для розуміння співвідношення ризику та дохідності, запровадивши концепцію ефективної диверсифікації та математичне обґрунтування оптимізації портфелю. Головним досягненням цієї теорії стало доведення того, що ризик портфелю значною мірою залежить від кореляційних взаємозв'язків між ними.

Еволюція у постмодерну портфельну теорію дозволило позбавитись деяких найбільш проблемних та нереалістичних припущень МРТ, а також наблизити загальні математичні оцінки до інтуїтивно зрозумілих інвестору.

Модель оцінки капітальних активів представила революційний підхід до визначення справедливої дохідності активів через концепцію систематичного ризику, вимірюваного бета-коефіцієнтом. Факторні моделі Фами-Френча стали кроком вперед у розумінні детермінантів дохідності акцій, емпірично продемонструвавши, що деякі фактори мають самостійну пояснювальну силу й ринковий ризик не є єдиною складовою.

Розгляд різних підходів до вимірювання ризику демонструє наочну проблему поєднання людської психології з математичними трактуваннями. Традиційне використання стандартного відхилення як універсальної міри ризику виявляється недостатнім для адекватного відображення асиметричних та нелінійних ризиків, характерних для сучасних фінансових ринків. Загальним висновком є те, що жодна з розглянутих моделей не забезпечує повного та універсального пояснення поведінки фінансових ринків. Сучасний підхід до управління портфелем повинен поєднувати різні кількісні методи і, за можливості враховувати якісний аналіз.

2 ПОСТАНОВКА ЗАВДАННЯ ТА МОДЕЛЮВАННЯ ОПТИМАЛЬНОГО ІНВЕСТИЦІЙНОГО ПОРТФЕЛЮ

2.1 Економічний аналіз фінансового стану підприємства та передумов формування інвестиційного портфелю

ПрАТ «Оболонь» (Приватне акціонерне товариство «Оболонь») — один із найбільших виробників пива, безалкогольних і слабоалкогольних напоїв в Україні. Компанія заснована в 1980 році, головний офіс і основне виробництво розташовані в Києві, в районі Оболонь (що й дало назву підприємству). Всього компанія володіє 120 торговими марками та 35 земельними ділянками.

«Оболонь» є одним з лідерів в країні. Активи та загальні доходи підприємства стабільно зростають вражаючими темпами (рис. 2.1).

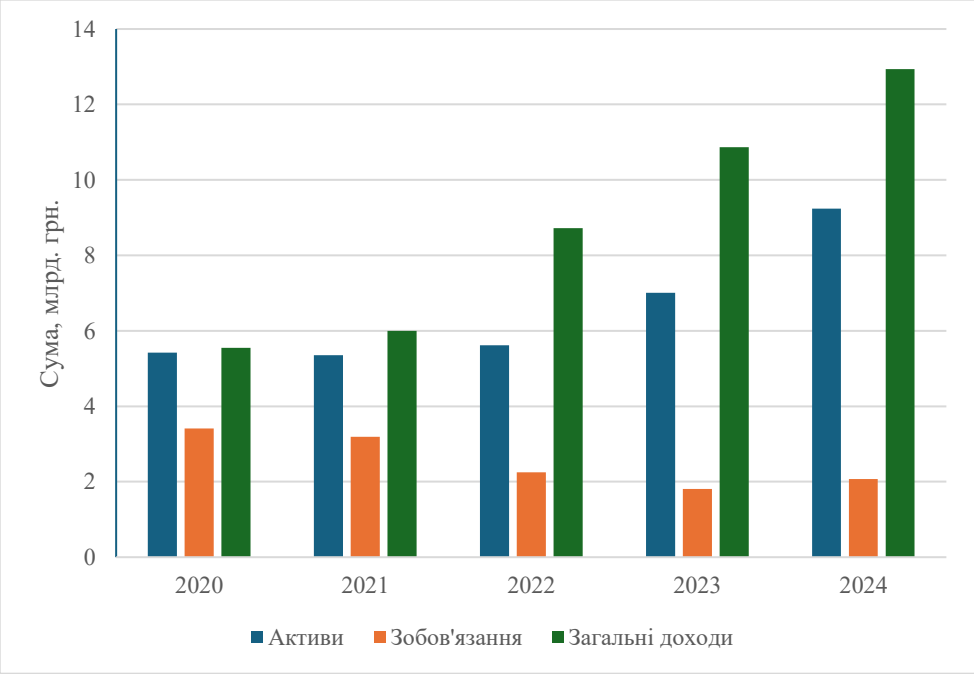

Рисунок 2.1 – Динаміка активів, зобов’язань та загальних доходів підприємства

Джерело: складено автором з використанням [18]

Вже з цих даних можемо зробити висновок про стійке зростання компанії попри початок війни та активні бойові дії. За 5 років компанія фактично подвоїла загальні доходи, у півтора рази зменшила зобов'язання та майже вдвічі збільшили власні активи.

Розглянемо детальніше фінансові показники останніх 3 років (табл. 2.1).

Таблиця 2.1 – Фінансово-економічні показники ПрАТ «Оболонь»

Показники	**Абсолютні величини, тис. грн**			**Абсолютне відхилення, тис. грн**		**Відносне відхилення, %**	
	2022	2023	2024	2022/2023	2023/2024	2022/ 2023	2023/ 2024
Чистий дохід від реалізації продукції	8 661 928	10 763 029	12 784 705	2 101 101	2 021 676	24,3%	18,8%
Собівартість реалізованої продукції	6 030 487	7 500 990	9 800 435	1 470 503	2 299 445	24,4%	30,7%
Інші операційні доходи	37 683	46 587	73 984	8 904	27 397	23,6%	58,8%
Валовий прибуток від реалізованої продукції	2 631 441	3 262 039	2 984 270	630 598	-277 769	24,0%	-8,5%
Інші операційні витрати	56 526	54 768	101 074	-1 758	46 306	-3,1%	84,5%
Адміністративні витрати	376 851	458 709	531 853	81 858	73 144	21,7%	15,9%
Фінансовий результат до оподаткування	1 456 414	2 159 304	1 540 578	702 890	-618 726	48,3%	-28,7%
Чистий прибуток/збиток	1 197 966	1 775 997	1 248 254	578 031	-527 743	48,3%	-29,7%

Джерело: складено автором на основі фінансової звітності підприємства

Бачимо, що підприємство є прибутковим, чистий дохід від продукції зростає, але ще більшими темпами зростає собівартість. Також у 2024 році суттєво зросли адміністративні та операційні витрати, що призвели до падіння чистого прибутку.

Тобто останній рік для ПрАТ «Оболонь» поставив питання щодо можливої оптимізації робочих процесів та управління капіталом.

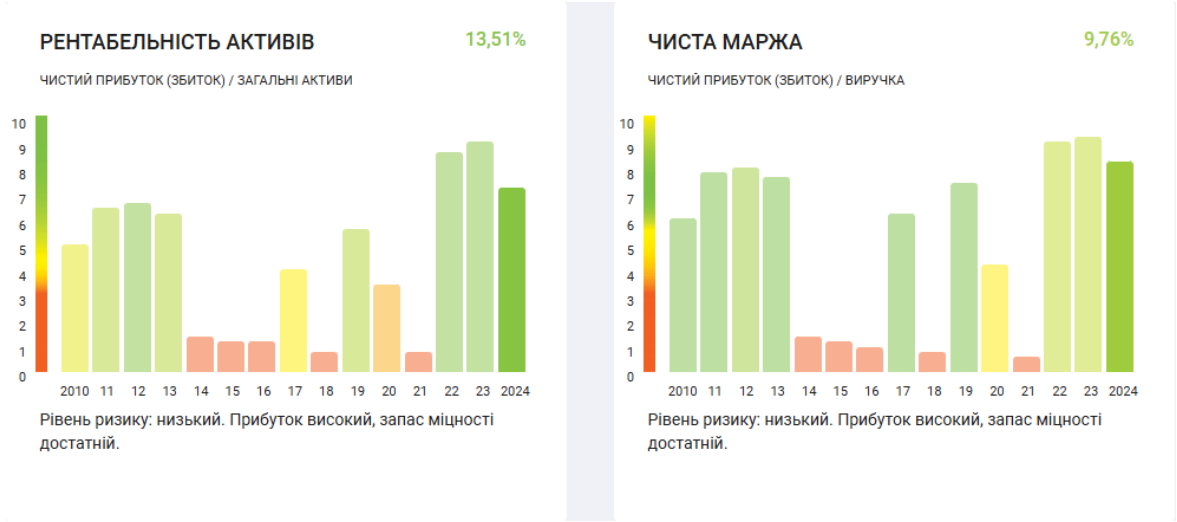

Рисунок 2.2 – Діаграми рентабельності та чистої маржі

Джерело: [25]

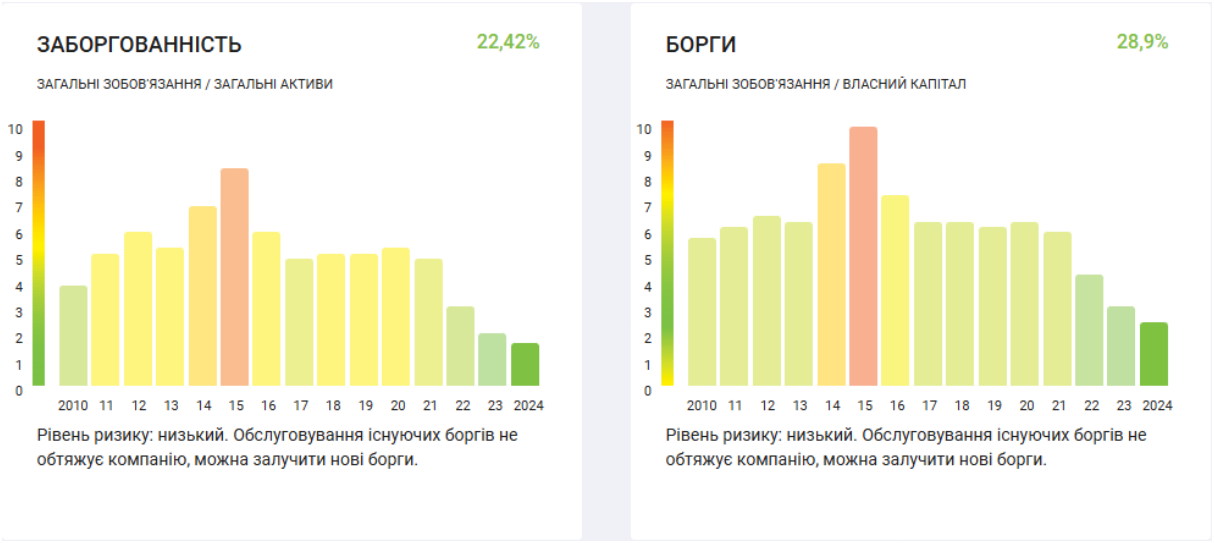

Рисунок 2.3 – Діаграми заборгованості та боргів

Джерело: [25]

Останні роки загальний фінансовий стан компанії має сильну тенденцію на покращення та є стабільно-позитивним (рис. 2.2 та рис. 2.3). Детальніше розглянемо формування доходів підприємства в розрізі джерела. Протягом останніх 6 років,

підприємство демонструє стабільне зростання чистого доходу від реалізації продукції (рис. 2.4). Разом з цим зростає й собівартість, але дещо швидше.

Рисунок 2.4 – Діаграма динаміки собівартості та чистого доходу від реалізації продукції підприємства ПрАТ «Оболонь»

Джерело: складено автором на основі фінансової звітності підприємства.

Дане судження знаходить підтвердження у розрахованих темпах зростання та приросту відповідних показників (табл. 2.2).

Таблиця 2.2 – Темпи зростання та приросту собівартості продукції та чистого доходу від реалізації

	2019	2020	2021	2022	2023	2024
Собівартість продукції, тис. грн.	4215809	4136008	4915830	6030487	7398205	9800435
Чистий дохід від реалізації, тис. грн.	5276795	5464827	5909426	8661928	10763029	12784705
Темп росту собівартості	-	98,1%	118,9%	122,7%	122,7%	132,5%
Темп росту чистого доходу	-	103,6%	108,1%	146,6%	124,3%	118,8%

Продовження табл. 2.2

	2019	2020	2021	2022	2023	2024
Темп приросту собівартості	-	-	21,1%	3,2%	0,0%	8,0%
Темп приросту чистого доходу	-	-	4,4%	35,6%	-15,2%	-4,4%

Джерело: складено автором на основі фінансової звітності підприємства

Середньорічний темп приросту собівартості реалізованої продукції становить 8,1% в той час як для чистого доходу від реалізованої продукції лише 5,1%. Така динаміка не є позитивною і хоча розрив не є значним, але завжди лишається ризик зниження рентабельності виробництва. З цієї причини підприємство може розглядати створення стороннього джерела доходу та формування капіталу – інвестиції. Оглянемо цей різновид діяльності в контексті “Оболоні”, щоб зрозуміти який вид інвестування наразі присутній на підприємстві.

Аналізувати будемо наступні рядки балансу (табл. 2.3):

- Основні засоби (код 1010)
- Незавершені капітальні інвестиції (код 1005)
- Інші фінансові інвестиції (довгострокові) (код 1035).

Таблиця 2.3 – Вартість основних засобів, незавершених капітальних інвестицій та довгострокових фінансових інвестиції ПрАТ «Оболонь»

	2019	2020	2021	2022	2023	2024
Основні засоби, тис. грн.	4250000	4070903	3857695	3602670	3530159	4666856
Незавершені капітальні інвестиції, тис. грн.	18500	13175,5	28036	65975	67033,5	86814
Довгострокові фінансові інвестиції, тис. грн.	135000	90431,5	71014,5	69955	69137,5	69482

Джерело: складено автором на основі фінансової звітності підприємства

Основні засоби підприємства протягом досліджуваного періоду демонстрували нелінійну динаміку з чіткими періодами росту та спаду. Найбільш інтенсивне скорочення спостерігалося у 2020-2022 роках. Кумулятивне зниження за чотири роки

склало близько 650 000 тис. грн. (15% від початкової вартості). Ймовірно в цей час підприємство зачиняло виробництво окремих товарів з асортименту та проводило модернізацію обладнання. На користь цієї тези свідчить стабільне зростання незавершених капітальних інвестицій протягом 2020-2022 рр.

Довгострокові фінансові інвестиції підприємства характеризувалися протилежною тенденцією, демонструючи стійке скорочення протягом усього аналізованого періоду. Найбільш сильне скорочення відбулося з 2019 на 2020 рік, коли обсяг фінансових інвестицій скоротився на 33%, а після нього ще на 21,5% відповідно з 2020 на 2021.

Робимо висновок, що протягом досліджуваного періоду підприємство активно інвестувало у власні виробничі потужності, в той час як фінансові інвестиції навпаки скоротились та тримаються на одному рівні (рис. 2.5). Можна допустити, що з точки зору менеджменту компанії, розширення виробництва та його модернізація виглядають економічно доцільніше та менш ризиковано.

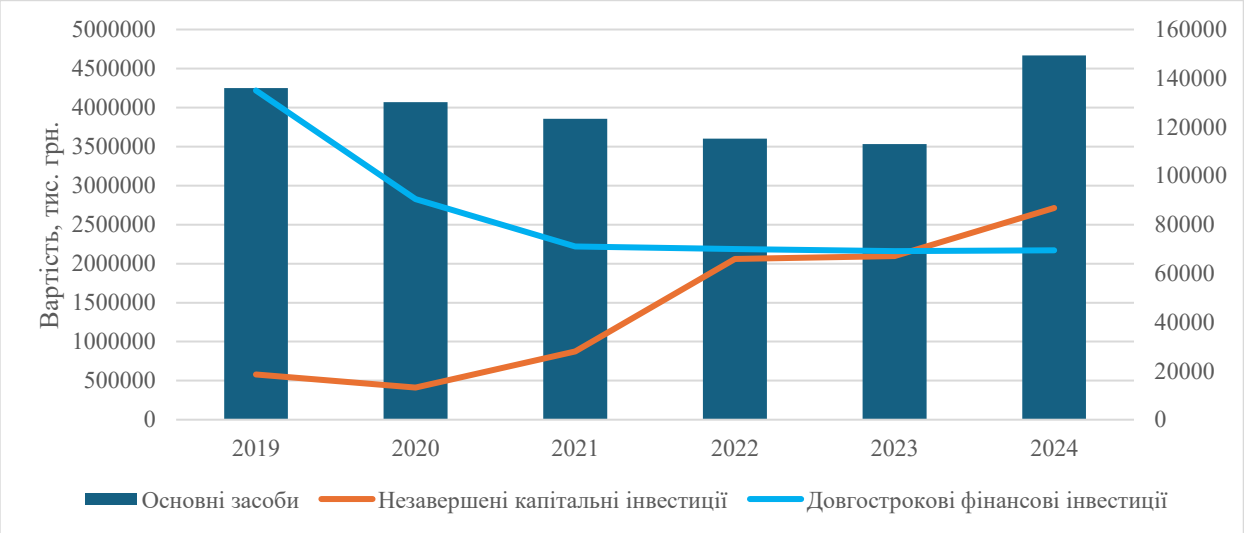

Рисунок 2.5 – Динаміка вартості основних засобів, незавершених капітальних інвестицій та довгострокових інвестицій ПрАТ «Оболонь»

Джерело: складено автором на основі фінансової звітності підприємства

Разом з цим, введення нової інвестиційної стратегії може відкрити нові можливості для підприємства та зменшити його залежність від основної діяльності.

Останнє буде дуже доцільно у випадку змінення ринкової кон'юнктури чи переорієнтації виробництва, що вимагатиме додаткових капітальних інвестицій.

2.2 Концепція економіко-математичної моделі формування оптимального інвестиційного портфелю

Процес формування інвестиційного портфелю підприємства передбачає вибір оптимального набору фінансових інструментів, який забезпечить досягнення стратегічних цілей за заданого рівня прибутковості та прийнятного рівня ризику. Враховуючи обмеженість фінансових ресурсів, необхідно розподілити доступний капітал між альтернативними інвестиційними активами таким чином, щоб максимізувати очікувану дохідність при мінімізації ризиків або досягти найкращого компромісу між цими показниками.

Підводячи підсумок, кінцева мета моделювання – отримання такі частки активів, що задовольняють інвестиційні потреби підприємства як інвестора, що керується своїми потребами та можливостями. Самі частки можуть бути як статичними, так і змінюватись протягом часу, тобто здійснюватиметься коригування портфелю.

Перший варіант може бути легко отриманий звичайним розв'язанням оптимізаційної задачі з моделі Марковіца на основі історичних даних. Динамічний, в свою чергу, вимагатиме більш сучасних методів та підходів, щоб забезпечити певну прогнозуючу здатність. Вона є необхідною, щоб здійснювати корекцію не постфактум, а з упередженням.

Відповідно в якості робочої моделі буде використана модель Марковіца з додатковими модифікаціями. Розрахунок доходу лишаємо без змін, як в оригінальній моделі, аналогічно з визначенням поняття ризику. Проте звернемо увагу на механізм прогнозування очікуваної дохідності складових портфелю.

Класичний підхід передбачає використання історичних даних та їх усереднення. Але це повністю лишає модель гнучкості та не дає можливості адаптуватись до динамічних ринкових умов. Ми однозначно не можемо сказати що найкраща акція

сьогодні лишатиметься такою протягом наступних 10 років. З цієї ж причини першим й найбільш простим механізмом стане використання ковзного вікна. Тоді раніше згадана формула (див. 1.10) матиме вигляд:

$$E(R) = \frac{\left(\frac{1}{n} * \sum_{i=1}^{n} P_i\right) - P_0}{P_0}, \tag{2.1}$$

де n – розмір ковзного вікна, який може бути змінено залежно від кількості даних та розміру одного періоду. Ризик задається через дисперсію дохідності, яку виразимо аналогічно формулі 1.13, але через коваріацію:

$$\sigma_p^2 = \sum_i \sum_j \omega_i \omega_j \mathrm{Cov}\left(R_i, R_j\right), \tag{2.2}$$

де R_i – дохідність i-того активу;

R_j – дохідність j-того активу;

$Cov\left(R_i, R_j\right)$ – коваріація дохідностей активів, яку рахуватимемо теж ковзним вікном. Формула:

$$\mathrm{Cov}\left(R_i, R_j\right) = \frac{1}{n-1} \sum_{t=1}^{n} (R_i^t - \bar{R}_i)\left(R_j^t - \bar{R}_j\right), \tag{2.3}$$

де n – кількість періодів;

R_i^t та R_j^t – дохідність i-того та j-того активів в період i;

$\bar{R}_i$ та $\bar{R}_j$ – середня дохідність i-того та j-того активів за n періодів.

Обмеження ризику:

$$\sigma_p^2 \leq \sigma_{target}^2, \tag{2.3}$$

де σ_{target}^2 – цільова дисперсія дохідності.

Додаємо обмеження на мінімальну частку для інвестиційного інструменту, щоб дотримуватись концепції диверсифікації:

$$w_i^t \geq w_{min} \geq 0, \tag{2.4}$$

де w_{min} – мінімальна частка інструменту, що має бути в портфелі і вона більше нуля, тобто короткі продажі заборонені;

w_i^t– частка i-го інструменту в період t.

Важливим також є обмеження ліквідності. Компанія в один період не може купити або продати дуже велику кількість акцій чи інших фінансових інструментів. Інакше це може призвести до впливу на ціну та погіршити результат. Сформуємо це обмеження наступним чином:

$$|w_t - w_{t-1}|_1 \leq \tau, \tag{2.5}$$

де w_t– вектор нових ваг активів у портфелі для періоду t;

w_{t-1} – вектор ваг активів у попередньому періоді;

$|\cdot|_1$ – сума абсолютних значень компонентів вектору;

τ – коефіцієнт максимально допустимого обсягу обороту;

Таким чином вирішуючи оптимізаційну задачу максимізації прибутку за сталого рівня ризику, матимемо вектор з вагами інвестиційних інструментів в кожний період. Тобто маємо процес формування та подальшої оптимізації інвестиційного портфелю через зміну часток.

Оскільки вирішення цієї задачі критично залежить від прогнозованої дохідності, то ключовим викликом є не стільки розв’язок самої задачі, скільки прогнозування. З метою отримання кращих результатів, скористаємося не лише ковзним вікном, а й більш просунутими техніками. Зокрема розглянемо:

- алгоритм машинного навчання Random Forest (укр. випадковий ліс);
- алгоритм машинного навчання XGBoost;
- авторегресію з L2-регуляризацією.

Випадковий ліс є нелінійною моделлю яка включає в себе велику кількість звичайних дерев рішень [26, с. 3]. Особливість його є в тому, що кожне дерево навчається на своїй, випадково обраній, вибірці даних [26, с. 3]. Далі кожне дерево

робить свій незалежний від інших прогноз [26, с. 3]. Після цього проявляється друга особливість моделі – голосування. Серед всіх прогнозів обирається той, який зустрічався найчастіше [26, с. 3]. Цей принцип актуальний для задач класифікації. В нашому ж випадку буде братись середнє арифметичне значення від прогнозів всіх дерев.

Проблемою може бути те, що при малій кількості дерев результати їх прогнозів будуть сильно різнитися. Тоді кінцевий результат не буде адекватним через вплив великих значень на арифметичне середнє. Щоб цього уникнути достатньо використати велику кількість дерев в рамках лісу. Більша кількість дерев – більше проміжних результатів між крайніми значеннями, тобто результат піддається згладжуванню.

XGBoost (eXtreme Gradient Boosting) – програмна бібліотека, що реалізує систему градієнтного підсилення [27]. Сутність в тому, що алгоритм послідовно (ітеративний підхід) будує дерева рішень і кожне наступне дерево корегує похибку (залишки) попереднього [27]. Таким чином спочатку будуть йти прості дерева з високою похибкою, але чим далі – тим краще ставатиме точність.

Відповідно маємо альтернативні формули для розрахунку прогнозованої дохідності. Для моделей на основі авторегресії:

$$E(R) = \beta_0 + \beta_1 r_{t-1} + \beta_2 r_{t-2} + \cdots + \beta_p r_{t-p}, \tag{2.6}$$

де r_{t-1} – дохідність у попередньому періоді;

β_1 – вагові коефіцієнти ознак (попередніх значень);

β_0 – вільний член.

Для випадкового лісу, який є ансамблем рішень дерев:

$$E(R_t) = \frac{1}{T} * \sum_{i=1}^{T} f_i(x_t), \tag{2.7}$$

де f_i – і-те дерево;

x_t – вектор ознак, який в нашому випадку буде складатись з попередніх значень дохідності в період t;

T – загальна кількість дерев у лісі.

Для XGBoost:

$$E(R_t) = \sum_{k=1}^{K} \eta * f_k(x_t), \tag{2.8}$$

де f_k – k-те дерево;

η – коефіцієнт learning rate, який визначає важливість результату кожного дерева;

K – загальна кількість дерев у лісі.

В даному випадку прогноз “накопичується” і кожне окремо дерево намагається виправити помилки попереднього.

Обрання саме цих алгоритмів не є випадковим. Так Random Forest вже показав свій високий прогностичний потенціал та відсутність проблем у прогнозуванні даних нелінійного характеру [28, с. 14,18]. Random Forest виправляє звичку дерев рішень до перенавчання на навчальних й це зменшує ризик перенавчання, упередженості та загальну дисперсію, що призводить до більш точних прогнозів.

Якісна підтримка можливості нелінійних прогнозів підтверджується й тим, що випадковий ліс не залежить від розподілу вихідних даних, а ризик перенавчання, згаданий раніше, частково усувається самим механізмом формування навчальних вибірок для дерев [29].

Ключем до якісного прогнозу є попередня обробка даних, зазвичай згладжування, та виявлення корисних ознак (англ. features), які можуть бути використані для здійснення прогнозу. Так для даних щодо акцій це можуть бути технічні індикатори, такі як RSI (вимірює швидкість та величину нещодавніх змін цін), стохастичний осцилятор (порівнює ціну закриття з діапазоном цін протягом періоду часу), ковзні середні [28, с. 4-5].

Звичайна авторегресія з регуляризацією була додана в роботу з метою порівняння. Важливо зазначити: використовується авторегресійна модель на в чистому вигляді, а з додаванням регуляризації. Загалом моделі машинного навчання

часто стикаються з проблемою перенавчання. В контексті авторегресійних моделей це означає, що модель може надто точно адаптуватися під шум та випадкові коливання в історичних даних, намагаючись відтворити кожну дрібну деталь замість того, щоб вловити справжні закономірності й використовувати їх.

Регуляризація працює як своєрідний “обмежувач” для моделі. Вона додає штрафну складову до функції втрат, яка “карає” модель за надто складні або екстремальні параметри. Це змушує модель шукати баланс між точністю на тренувальних даних з однієї сторони та простотою з іншої. Два найпопулярніших підходи це L1-регуляризація, яку ще називають Lasso-регуляризація та L2-регуляризація або ж Ridge іншою назвою.

Lasso додає штраф, пропорційний сумі абсолютних значень параметрів. L1-регуляризація має цікаву властивість – вона може “вимикати” менш важливі параметри, встановлюючи їх рівними нулю, тим самим здійснюючи автоматичний відбір ознак. Це може бути як перевагою (простіша модель), так і недоліком (втрата інформації, нестабільність вибору).

Ridge додає штраф, пропорційний сумі квадратів параметрів. Це формує тенденцію рівномірно розподіляти вагу між змінними, що мають кореляцію. Якщо є дві майже ідентичні ознаки, Ridge призначить кожній з них приблизно половину ваги.

В нашому сценарії, маємо прогнозування дохідності, де не є очевидним, які ознаки є більш важливими ніж інші, тобто маємо ситуацію наявності великої кількості ознак, де кожна лише частково може пояснювати кінцеву змінну. З цієї причини в роботі використовується L2-регуляризація.

Це не означає, що буде подолана фундаментальна невідповідність між характером даних та призначенням цієї моделі, але дозволить принаймні частково ігнорувати можливий шум, якого багато в досліджуваних часових рядах дохідності інвестиційних інструментів.

2.3 Економіко-математичне моделювання оптимального інвестиційного портфелю підприємства

Для проведення моделювання було розроблено програмне забезпечення з використанням мови програмування Python та супутніх бібліотек: NumPy, Pandas, Plotly, CVXPy, Scikit-learn, XGBoost.

NumPy є фундаментальною бібліотекою для наукових обчислень у Python. Вона забезпечує підтримку великих багатовимірних масивів та матриць, а також широкий спектр математичних функцій для роботи з ними.

Pandas представляє собою потужний інструмент для маніпуляції та аналізу структурованих даних. Ця бібліотека особливо корисна для роботи з часовими рядами фінансових даних, оскільки надає зручні структури даних (Data Frame та Series) та функціональність для читання, очищення, трансформації та агрегації даних. Pandas ефективно обробляє дати, індекси та пропущені значення, що є типовими задачами при роботі з фінансовими наборами даних.

Plotly необхідний для створення інтерактивних візуалізацій високої якості. На відміну від статичних графіків, Plotly дозволяє створювати динамічні діаграми, які користувачі можуть досліджувати інтерактивно. В рамках роботи це надає можливість створення інтерактивних графіків, що значно покращує інтерпретацію результатів моделювання.

CVXPy є спеціалізованою бібліотекою для вирішення задач оптимізації. У контексті управління портфелем вона надає інструменти для формулювання та розв'язання оптимізаційних задач, таких як мінімізація ризику при заданому рівні дохідності або максимізація очікуваної дохідності при обмеженнях на ризик. Саме через неї в роботі реалізується розв’язання задачі Марковіца.

Scikit-learn надає алгоритми машинного навчання та інструменти для їх оцінки. Бібліотека включає методи для класифікації, регресії, кластеризації та зменшення розмірності. XGBoost в свою чергу надає технічну реалізацію градієнтного бустингу.

Коригування здійснюватиметься теж програмно за допомогою сіткової оптимізації. Усі дані щодо цін були взяті з сервісу Yahoo Finance [30], а дані щодо інфляції з офіційної бази даних Федерального резерву США (FRED) [31].

Загальний формат вхідних даних включає в себе:

- дату у форматі 2000-01-01 00:00:00;
- ціну при відкритті торгової сесії;
- найвищу ціну протягом торгової сесії;
- найнижчу ціну протягом торгової сесії;
- ціну закриття торгової сесії;
- обсяг торгів;
- виплачені дивіденди.

Далі вони будуть оброблені таким чином, щоб отримати середню ціну та врахувати в неї виплачені дивіденди. За це відповідають раніше згадані бібліотеки NumPy та Pandas. Для використання готівкових коштів, необхідно додати дані з часовим рядом індексу інфляції. А для конвертації та розрахунків у розрізі валюти – дані щодо курсу відповідно.

Отримані в результаті моделювання портфелі будемо порівнювати між за собою за ключовими показниками та набором метрик, які згадувались у першому розділі роботи. В якості активів, що будуть включені у портфель, наявні наступні:

- біржовий фонд VTI (Vanguard Total Stock Market), який є корзиною, що включає весь ринок акцій США й відслідковує індекс CRSP US Total Market;
- біржовий фонд VXUS (Vanguard Total International Stock), який є корзиною, що покриває акції решти світу й відслідковує індекс FTSE Global All Cap x US;

- біржовий фонд BND (Vanguard Total Bond Market), який є корзиною, що включає весь ринок облігацій США й відслідковує індекс Bloomberg US Aggregate – Float Adjusted;
- біржовий фонд BNDX (Vanguard Total International Bond), який є корзиною, що покриває облігації решти світу й відслідковує індекс Bloomberg Global Aggregate x USD Float Adjusted RIC Capped;
- біржовий фонд GLD (SPDR Gold Shares), який є проксі на золото й відслідковує індекс ціни LBMA Gold Price PM;
- долар США, як представник готівкових коштів.

ETF-фонди (англ. exchange traded funds) були обрані в рамках даної роботи через свою здатність охоплювати фактично цілий напрямок. Зокрема VTI та VXUS дозволяють моделювати включення акцій у портфель і дають усереднений результат для світового ринку акцій. З цієї ж причини вони є дуже популярними серед інвесторів по всьому світу, які бажають досягти диверсифікації і при цьому не платити надто багато комісійних. Ключові характеристики фондів це підтверджують, усі фонди мають позитивні грошові потоки та керують дуже суттєвими сумами коштів (табл. 2.4).

Таблиця 2.4 – Характеристики ETF

	VTI	VXUS	BND	BNDX	GLD
Кошти під управлінням (AUM) , млрд. дол. США	479	92,85	128,86	65,99	100,28
Комісійні, %	0,03	0,05	0,03	0,07	0,4%
Зміна AUM за 1 рік, млрд. дол. США	86,73	20,55	20,14	10,43	37,46
Зміна AUM за 3 роки, млрд. дол. США	214,91	42,74	45,6	21,43	37,07

Джерело: складено автором на основі [32]

В контексті моделювання нас цікавить успішність портфелю в розрізі нашого ним керування, тобто зміни часток. З цієї причини такі фонди є фактично найкращим варіантом. Якщо ж включати окремі акції, то є висока ймовірність отримати в кінцевому результаті від'ємний або додатній коефіцієнт альфа. Тобто портфель покаже гарний результат більше через вдачу, а не вдалі дії підприємства. Відповідно альфа портфелю буде змінена. Аналогічні міркування маємо й для облігацій.

Наочно побачити цю різницю можна порівнявши динаміку конкретної акції, наприклад, корпорації Walmart та фонду VTI (рис. 2.6). Звичайно, в окремих моментах будуть співпадіння, адже локальна економіка впливає на бізнес всіх підприємств, але відсоткова зміна та окремі періоди підтверджують раніше наведений тезис.

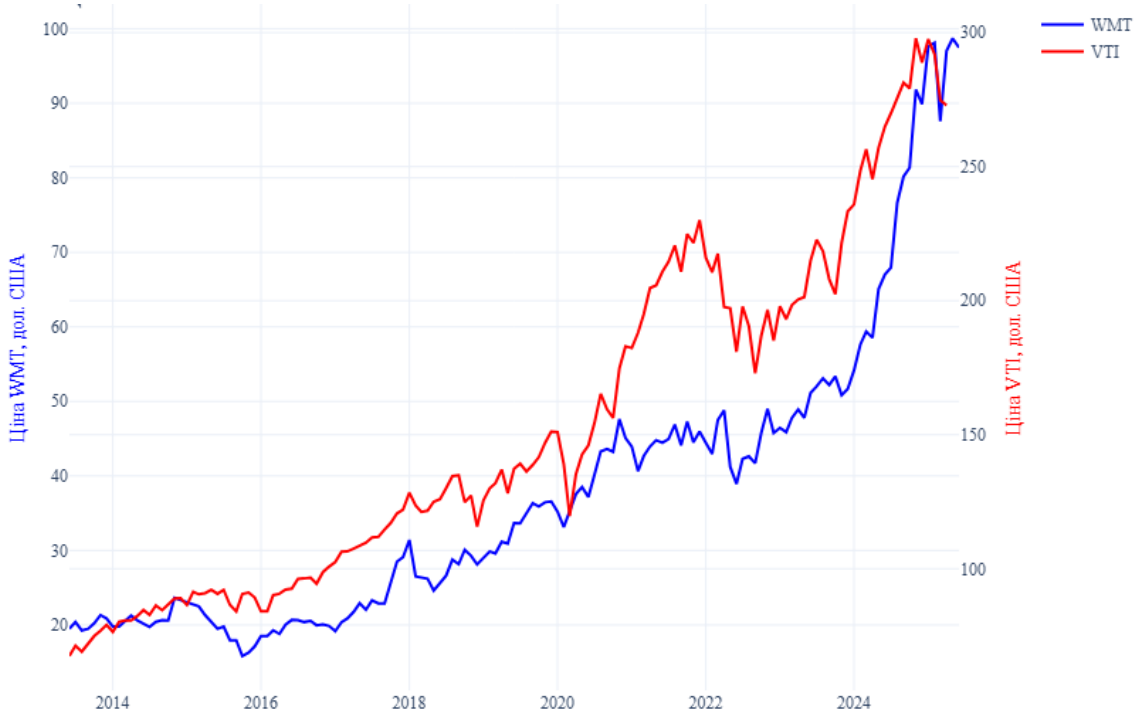

Рисунок 2.6 – Динаміка цін на акції корпорації Walmart та фонду VTI

Джерело: розроблено автором

Також слід згадати, що вище згадані фонди відслідковують індекси, тобто майже нічого не зміниться, якщо замінити їх на прямий склад цих індексів. Проте технічна реалізація такого сценарію вимагає значно більше зусиль та доступу до даних.

Золото та долар США були обрані через свою надзвичайно високу популярність серед інвесторів. Золото є відомим інвестиційним активом й славиться своєю стійкістю до кризових ситуацій. Додання готівки необхідне, щоб моделювати вихід з позиції. Також валюта має свою дохідність, але вона є від'ємною. Тобто моделюється наявність інфляції та її вплив на купівельну спроможність. З цієї ж причини стає не вигідно довго "сидіти в готівці".

Стосовно таких характеристик наших даних як стаціонарність, наявність автокореляції та нормальність розподілу, маємо не ідеальну, але очікувану ситуацію (табл. 2.4).

Таблиця 2.5 – Характеристики часових рядів дохідності інструментів

	VTI	VXUS	BND	BNDX	USD	GLD
Стаціонарний	Так				Ні	Так
Присутня автокореляція	Ні				Так	Ні
Розподіл є нормальним	Ні					Так

Джерело: складено автором

Нелінійні Random Forest та XGBoost не матимуть особливих проблем з навчанням на цих даних та їх подальшому прогнозуванні. Вони є стійкими до викидів та підтримують дані з ненормальним розподілом. А ось для авторегресійної моделі ці дані не є "зручними". Автокореляція присутня лише для помісячної інфляції долара США. Тим не менш, модель лишаємо для порівняння з іншими та демонстрації їх можливостей.

ПЗ також підтримує регулярні додаткові внески на щомісячній або щорічній основі (параметр *contribution amount* та *contribution frequency*). Це відповідає реально прийнятій інвестиційній практиці. Підприємство, маючи вільні кошти, може збільшувати розмір свого портфелю й отримувати кращу середню ціну активів в ньому. Економічний ефект таких внесків буде розглянуто у наступному розділі.

Наостанок задаємо цільовий ризик (волатильність) на рівні 4% (параметр *target volatility*), мінімальна вага для кожного інструменту – 3.5% (параметр *min weight*).

Всього інструментів 6, тому обов'язкова частина складатиме 21%. Коефіцієнт обмеження обороту складає 40% (параметр *max turnover*).

Параметр *rebalance frequency* відповідає за частоту перерахунку часток. По замовчуванню встановлено 1, тобто портфель може змінюватися кожен період. Якщо підприємство бажає довше утримувати наявну позицію, то є сенс збільшити показник.

Initial amount відповідає за початкову суму інвестиції, тобто за основне тіло і є обов'язковим параметром для розрахунку прибутку у фіатній валюті. Додатково є метод, що приймає часовий ряд з курсом певної валюти до долара США і повертає результат вже у цій валюті. Таким чином реалізовано моделювання дохідності у гривні.

Окрім раніше згаданих методів прогнозування, було введено комбінований. Він втілює у собі всі ML-алгоритми. Принцип такий, що кожен актив прогнозується найкращим для нього методом, тобто таким, де похибка є найменшою.

Висновки до другого розділу

Проведений економічний аналіз звітності підприємства показав, що воно є фінансово стійким, не має проблем з боргами та активно інвестує у власний розвиток. Проте наявна тенденція до зростання собівартості продукції і це зростання є швидшим за аналогічне для чистого доходу від реалізації. Крім того, підприємству необхідно акумулювати велику кількість коштів для оновлення основних засобів та придбання нових. Відповідно сформувати інвестиційний портфель, який не буде залежати від операційної діяльності є доцільним і може допомогти підприємству в майбутньому.

Побудована економіко-математична модель має вирішити поставлену проблему формування портфелю та його подальшої оптимізації. Базуючись на класичній портфельній теорії, вона додає обмеження ліквідності для симуляції реальних ринкових обмежень ліквідності та передбачає можливі додаткові грошові внески, які допомагають отримати кращу середню ціну й відповідно збільшити абсолютний прибуток.

Проведене моделювання дасть змогу наочно оцінити можливі портфелі, результативність роботи моделі та дасть змогу отримати загальне уявлення щодо наявних інвестиційних можливостей. Використання біржових фондів замість конкретних акцій чи облігацій дозволяє нівелювати сторонній вплив й сфокусуватись виключно на ринковій динаміці інструментів з різних груп.

Програмна реалізація надає широкий функціонал для моделювання й включає можливість задавати:

- початкове тіло інвестиції;
- цільовий рівень волатильності;
- мінімальну вагу для одного інструмента;
- регулярні внески на щомісячній або щорічній основі;
- офіційний курс обміну валют для перерахунку дохідності та порівняння динаміки;
- коефіцієнт максимально можливого обороту;
- розмір ковзного вікна для обрахунку коваріаційної матриці та обрахунку очікуваної дохідності.

3 ПРАКТИЧНА РЕАЛІЗАЦІЯ МОДЕЛЮВАННЯ ТА АНАЛІЗ ОТРИМАНИХ РЕЗУЛЬТАТІВ

3.1 Аналіз отриманих результатів моделювання

Розглянемо отримані внаслідок моделювання результати. Їх можна поділити на дві групи: перша стосується власне моделювання портфелю й представляє собою його показники та їх динаміку протягом досліджуваного періоду, друга фокусується на прогностичній складовій моделі й необхідна для розуміння, наскільки є доцільним використання розробки на практиці.

Почнемо з метрик для моделей (табл. 3.1), щоб обрати серед них дві такі, що є найточнішими в плані прогнозування дохідності.

Таблиця 3.1 – Порівняння метрик похибки для моделей

Показник/Модель	Random Forest	XGBoost	AR + Ridge	Комбінована	Ковзне середнє	Середнє
MAE	0,0253	0,0253	0,0237	0,0256	0,0238	0,0236
Точність визначення напрямку, %	57,3810	56,1905	59,7619	57,1429	61,4286	61,4286
Theil's U	0,7507	0,7605	0,8614	0,7545	0,7629	0,8517
Середня похибка зміщення	-0,0011	-0,0008	-0,0017	-0,0007	-0,0001	-0,0008

Джерело: складено автором

Середня абсолютна похибка (англ. mean absolute error, MAE) вимірює середню абсолютну помилку прогнозів [33]. Її головна перевага полягає в стійкості до викидів, але водночас MAE не показує напрямок систематичних помилок і не розрізняє між завищенням та заниженням прогнозів. Чим менше – тим краще [33].

Точність визначення напрямку показує відсоток правильно передбачених напрямків зміни між періодами [34]. Ця метрика не залежить від масштабу даних і дає відповідь на питання, чи може модель передбачити зростання або падіння. Значення понад 50% вказує на наявність прогнозної здатності, що перевищує випадкове

вгадування. Основний недолік полягає в тому, що вона не враховує величину помилки – правильний напрямок з великою помилкою оцінюється так само, як і точний прогноз.

Theil's U являє собою нормалізовану метрику точності, що порівнює модель з наївним прогнозом [35]. Її головна цінність полягає в незалежності від масштабу даних та можливості порівняння моделей для різних часових рядів. Значення менше 1 означає, що модель працює краще за простий наївний підхід.

Середня похибка зміщення виявляє систематичне зміщення в прогнозах, показуючи середню тенденцію до завищення (позитивне значення) або заниження (негативне значення). Ідеальне значення близьке до нуля свідчить про відсутність систематичного зміщення, але модель може мати гарне значення при низькій загальній точності, якщо великі позитивні та негативні помилки взаємно компенсуються.

Присвоїмо ранги моделям по кожній метриці (табл. 3.2).

Таблиця 3.2 – Ранги моделей в розрізі метрик

Метрика/Модель	Random Forest	XGBoost	AR + Ridge	Комбінована	Ковзне середнє	Середнє
MAE Rank	5	4	2	6	3	1
DA Rank	4	6	3	5	1	1
Theil's U Rank	1	3	6	2	4	5
Mean Bias Error Rank	5	4	6	2	1	3
Сума	**15**	17	17	**15**	**9**	**10**

Джерело: складено автором

Для визначення найкращого підходу скористаємося методом згортки критеріїв. У найпростішій реалізації просто складемо ранги й далі обираємо мінімальне значення, оскільки одиниця це перше місце. За таким розрахунком першість належить комбінованому підходу, друге місце ковзному середньому й третє звичайному середньому. Якщо ж поставити окремі метрики в пріоритет, то при співвідношенні 30:40:20:10, де акцент робиться на точність напрямку та абсолютну похибку) лідером буде звичайне середнє, далі йде ковзне середнє і після цього авторегресія з Ridge-регуляризацією. Альтернативний, більш збалансований, підхід з вагами 35:25:25:15

теж віддає першість історичному середньому, друге місце ковзному середньому, але третє місце займає випадковий ліс

Відповідно для подальшого розгляду однозначно лишається ковзне середнє та звичайне середнє, а також візьмемо випадковий ліс. Перед їх розглядом слід поясним можливі причини невдач класичних ML-моделей. Фінансові часові ряди характеризуються високим рівнем стохастичності, де співвідношення сигнал/шум часто є проблематичним для складних моделей. Алгоритми машинного навчання, такі як Random Forest та XGBoost, можуть демонструвати схильність до перенавчання на шумових компонентах, інтерпретуючи випадкові коливання як значущі закономірності.

Розглянемо різницю між випадковим лісом та історичним середнім на прикладі фонду VTI (рис. 3.1), а також між випадковим лісом та ковзним середнім на прикладі золота (рис. 3.2).

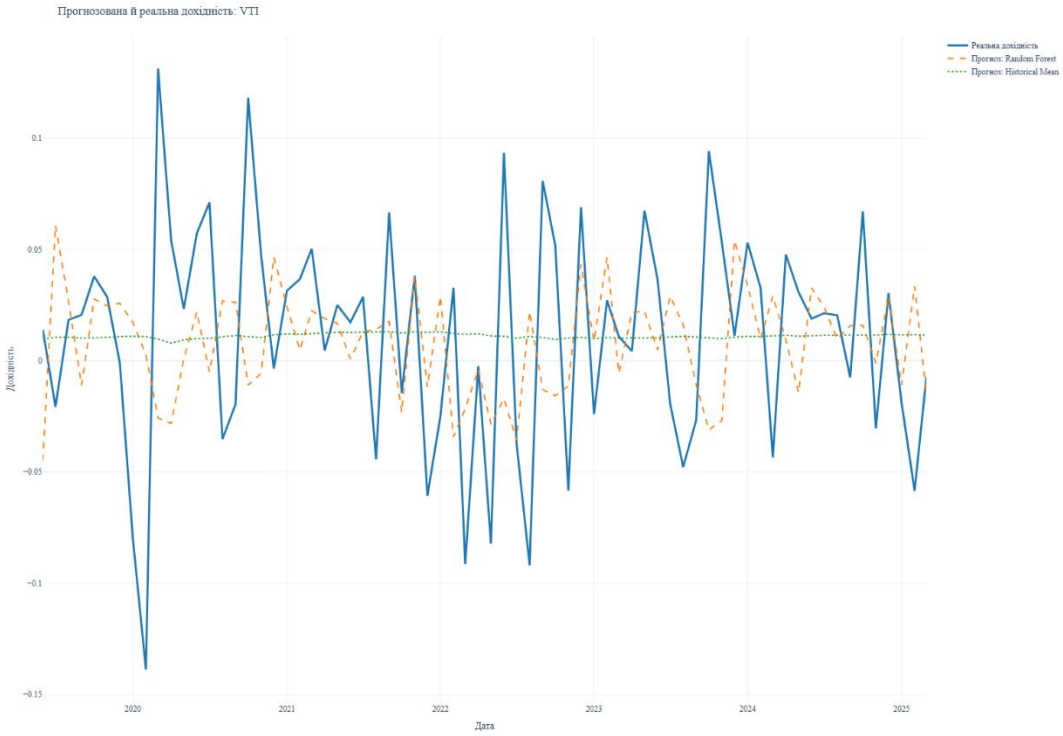

Рисунок 3.1 – Порівняння прогнозу методами випадковий ліс та історичне середнє для фонду на акції США

Джерело: розроблено автором

Одразу бачимо, що обидві моделі не передають реальну динаміку дохідності фонду на акції США. Однак наявна суттєва різниця у форматі прогнозу. В той час як випадковий ліс генерує прогнози, що мають подібну за формою структуру до реальних даних, історичне середнє майже не змінюється й генерує значення у дуже близькому діапазоні – майже константу.

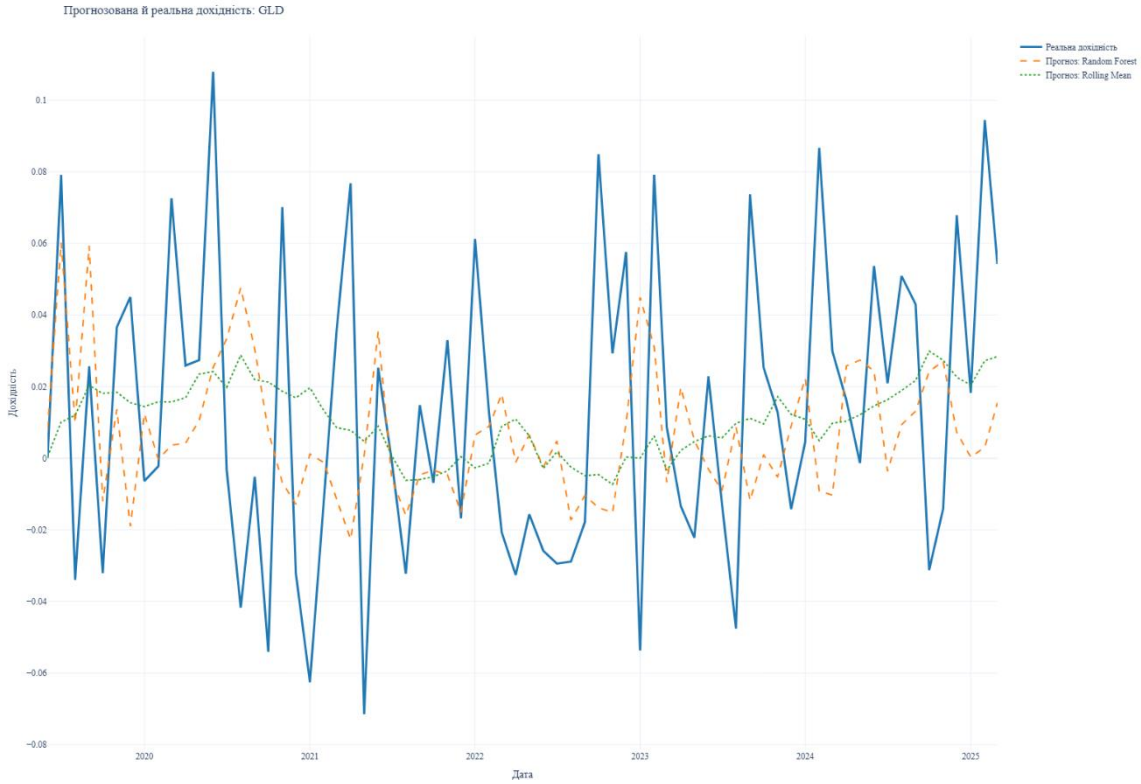

Рисунок 3.2 – Порівняння прогнозу методами випадковий ліс та ковзне середнє для фонду на золото

Джерело: розроблено автором

Ситуацію із золотом можна охарактеризувати як гіршу. Випадковий ліс знову намагається передати загальний формат руху (стрімкі злети та падіння), але реальна дохідність систематично більша або менша. Ковзне середнє в даному випадку дещо точніше передає загальні тенденції, але пояснюється це його математичним обґрунтуванням. Фактично цей метод повертає згладжений оригінальний часовий ряд, але з лагом. Це має сенс якщо прогнозувати тренд в цілому, але для точних значень не є змістовним.

Доповнимо аналіз вже математично розрахованою метрикою точності – коефіцієнтом детермінації. Коефіцієнт детермінації є статистичною метрикою, яка вимірює пропорцію варіації залежної змінної, що пояснюється моделлю. Ця метрика показує, наскільки добре модель апроксимує реальні спостереження порівняно з простою базовою лінією у вигляді середнього арифметичного.

Значення 0,75 означає, що модель пояснює 75% варіації залежної змінної, тоді як решта 25% обумовлена факторами, не врахованими в моделі, або випадковою компонентою. R^2 рівний одиниці вказує на ідеальну відповідність моделі даним, що на практиці може свідчити про перенавчання і дуже рідко є реальним результатом.

Маємо наступні значення:

- ковзне середнє: -0,04;
- історичне середнє: -0,05;
- авторегресія: -0,08;
- XGBoost: -0,19;
- Random Forest: -0,21;
- комбінований: -0,21.

Отримані результати демонструють фундаментальну проблему прогнозування фінансових часових рядів. Коефіцієнт детермінації може приймати від'ємні значення лише коли прогнозна модель демонструє гіршу ефективність порівняно з найпростішою базовою лінією середнього на всі дані. Математично це відбувається за умови перевищення сумою квадратів залишків моделі загальної суми квадратів відхилень від середнього арифметичного спостережень.

Найкращі результати серед усіх методів демонструють ковзне середнє -0,04 та історичне середнє зі значенням -0,05. Обидва підходи генерують прогнози, які лише незначно гірші за просте використання загального середнього як константного прогнозу. Від’ємність показників для цих двох підходів також пов’язана з округленням

в обчисленнях, що веде до незначної похибки, яка накопичується із збільшенням кількості періодів.

Авторегресійна модель та просунуті алгоритми машинного навчання мають дуже погані результати, які вказують на більшу неефективність порівняно з простими методами усереднення. Це може здаватися парадоксальним, оскільки, теоретично, ці методи мають краще працювати через свою більшу складність.

Однак у контексті фінансових ринків, які часто демонструють характеристики, близькі до випадкового блукання, складніші статистичні моделі можуть страждати від надлишкової складності та неспроможності адаптуватися до мінливих ринкових умов.

Перейдемо до розгляду того, як змінюються частки активів залежно від методу прогнозування дохідності.

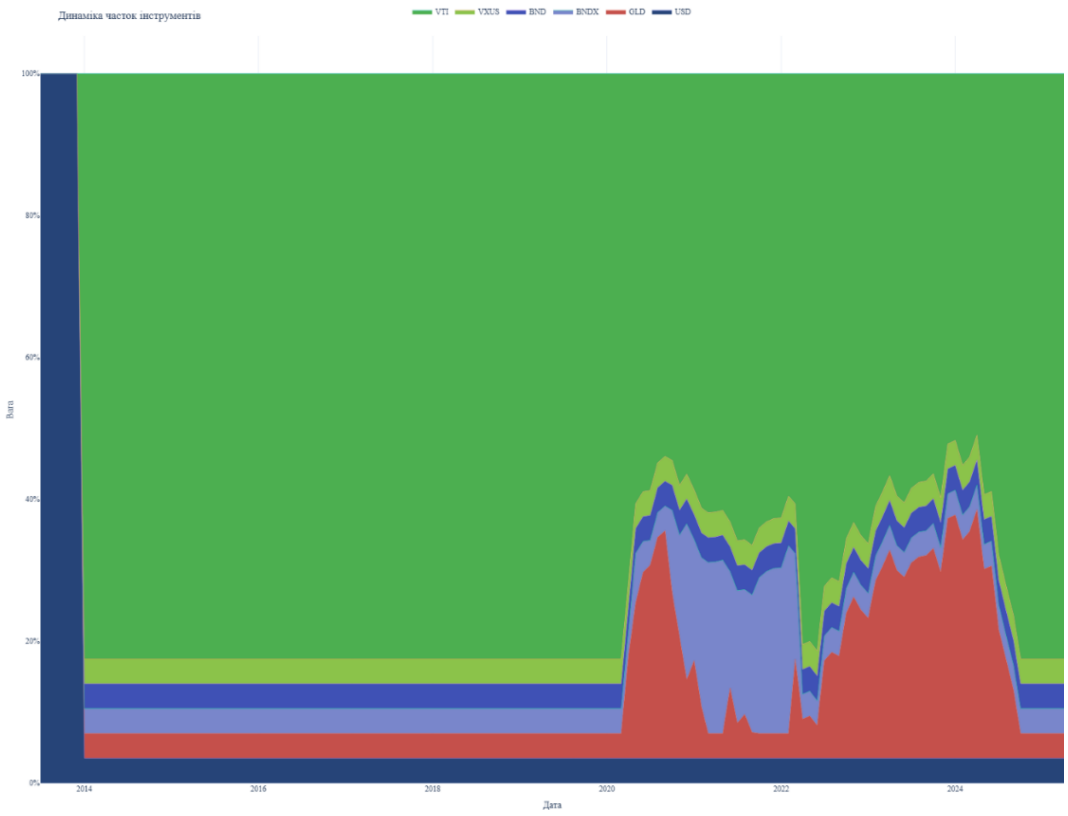

Рисунок 3.3 – Динаміка часток портфелю (прогнозування статичним середнім)

Джерело: розроблено автором

Одразу стає помітним синій прямокутник на початку графіку (рис. 3.3). Він займає 5 періодів (місяців) і протягом цього часу підприємство тримає лише готівку. Цей стартовий період необхідний для формування стартових вхідних даних для моделей. Крім того, це моделює реальну ситуацію: підприємство лише починає формувати свій портфель, тобто на рахунках наявна лише готівка. Далі бачимо сплески, коли підприємство мало б накопичувати золото та облігації й зменшувати частки акцій. Важливо зазначити, що у випадку розрахунку коваріаційної матриці аналогічним чином – середнім на всі доступні дані, зміни були б іншими.

Рисунок 3.4 – Динаміка часток портфелю (прогнозування ковзним середнім)

Джерело: розроблено автором

Прогнозування методом ковзного середнього дає суттєво іншу ситуацію (рис. 3.4). Бачимо значно більше різких змін часток, вони є агресивнішими та тримаються значно довше. Останнє є ефектом обмеження обороту – набір позиції та її подальший

продаж не можуть бути здійснені миттєво. Цікавим є дуже активне використання захисного активу – золота. Крім того, період з квітня 2017 до вересня 2018 характеризується суттєвим збільшенням частки міжнародних акцій у портфелі.

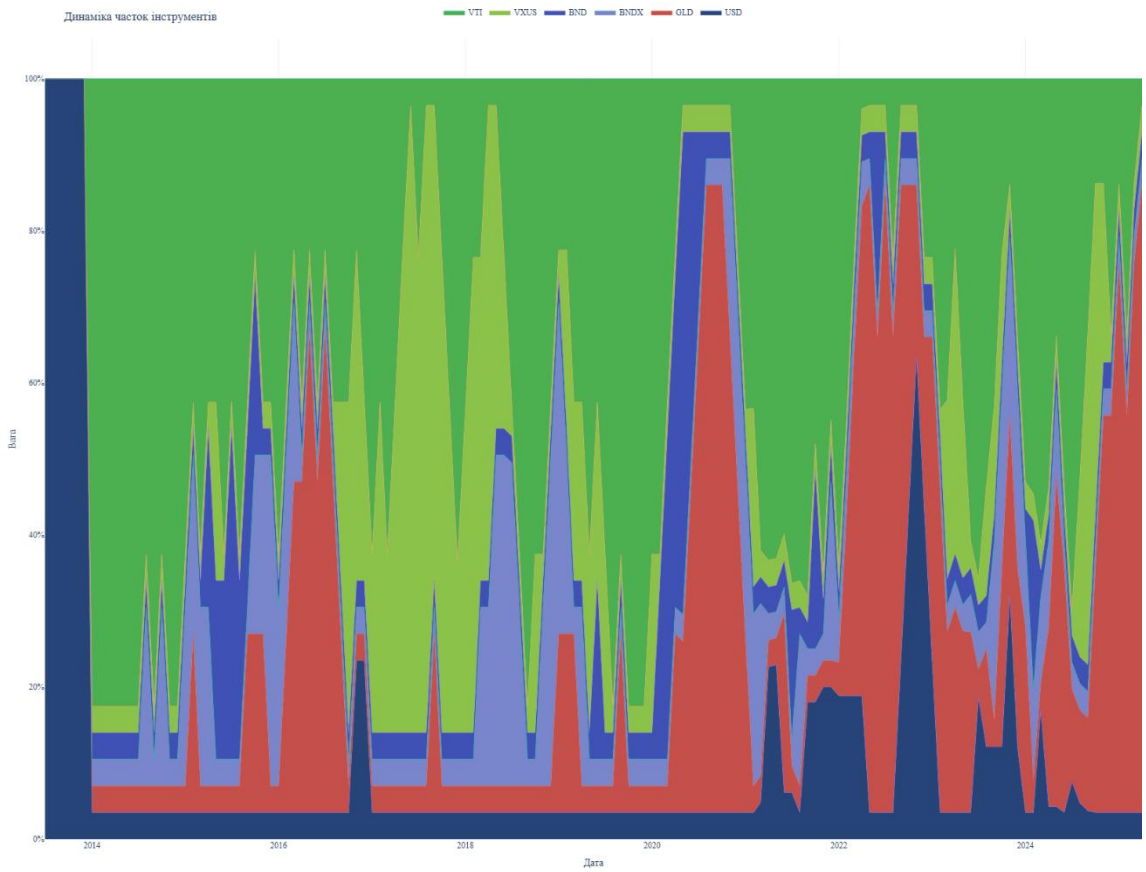

Рисунок 3.5 – Динаміка часток портфелю (прогнозування випадковим лісом)

Джерело: розроблено автором

Останній із способів прогнозування, що розглядається, ще агресивніше пропонує керувати портфелем (рис. 3.5). Частки активів змінюються сильно та часто, що візуально відображається великою кількістю “гострих шпилів”. Крім золота, бачимо активне використання готівкових коштів для зменшення очікуваного рівня ризику. Водночас з цим, є часті сплески міжнародних акцій. Проаналізуємо реальну економічну ситуацію у періодах, коли спостерігався набір захисних інвестиційних інструментів.

У 2015-2016 рр. спостерігався значне падіння цін на нафту, що стало шоком для фондового ринку, підвищення ставки ФРС (вперше з 2006) та референдум Brexit у Великобританії у черні 2016. Тобто у цьому періоду облігації почали показувати більшу дохідність, але не менш важливим була їх менша волатильність: для дотримання норми ризику необхідно було зменшити кількість акцій у портфелі.

Частина 2019 року характеризується початком торгової війни США-Китай та остаточний вихід Великобританії з ЄС (ратифікація угоди), а також зниженням прогнозів зростання світової економіки. Тобто знову ситуація, коли стабільніші цінні папери ставали привабливими.

2020 рік приніс економічний шок у вигляді початку пандемії COVID-19, що в моменті обрушило фондові ринки всього світу на десятки відсотків. Разом з цим відбулось стрімке зменшення попиту на велику кількість різних товарів, що навіть призвело до від’ємних котирувань ф’ючерсів на нафту.

Кінцевий змодельований проміжок часу (з 2022 р.) реалізував геополітичний ризик – війну. Вторгнення РФ в Україну спричинило значні потрясіння, зокрема енергетичну кризу в ЄС, суттєве зростання інфляції (частково спричинене монетарними програмами підтримки після COVID) та агресивне підняття ставок ФРС. Таким чином, утримання акцій в цей період було достатньо ризиковим.

Різниця в частках призводить до суттєвої відмінності у дохідності портфелів. Розглянемо динаміку вартості для обраних трьох методів (рис. 3.6). Бачимо, що історичне середнє демонструє значно кращий абсолютний результат. Це стало можливим, зокрема, через стабільно високу частку акцій США у портфелі. Історично склалось так, що на досліджуваному проміжку часу, вони показували найкращий, серед обраних активів, результат.

Рисунок 3.6 – Динаміка вартості портфелю в розрізі методів прогнозування
Джерело: розроблено автором

Для всіх методів загальна тенденція та зовнішній вигляд будуть схожими. В якості прикладу візьмемо історичне середнє в якості методу прогнозування. Воно дає найбільший з усіх підходів дохід й це добре показує зелена площа на графіку (рис. 3.7). Жовтий прямокутник є початковим тілом інвестиції, яке є постійним весь час, а синьо-фіолетова площина відповідно помісячними внесками. Остання лінійно зростає через високу частоту внесків.

Звернемо увагу, що в даному сценарії сумарно було інвестовано 2 995 000 дол. США, а інвестиційний прибуток складає 3 699 817 дол. США, тобто він є більшим ніж усі внески разом взяті. Це підтверджує ефективність інвестування у цінні папери як можливого застосування вільних коштів. Навіть без детального аналізу, звичайна

стратегія довгострокового утримання приносить дуже гарний результат. Ключовий фактор успіху – розвиток світової економіки.

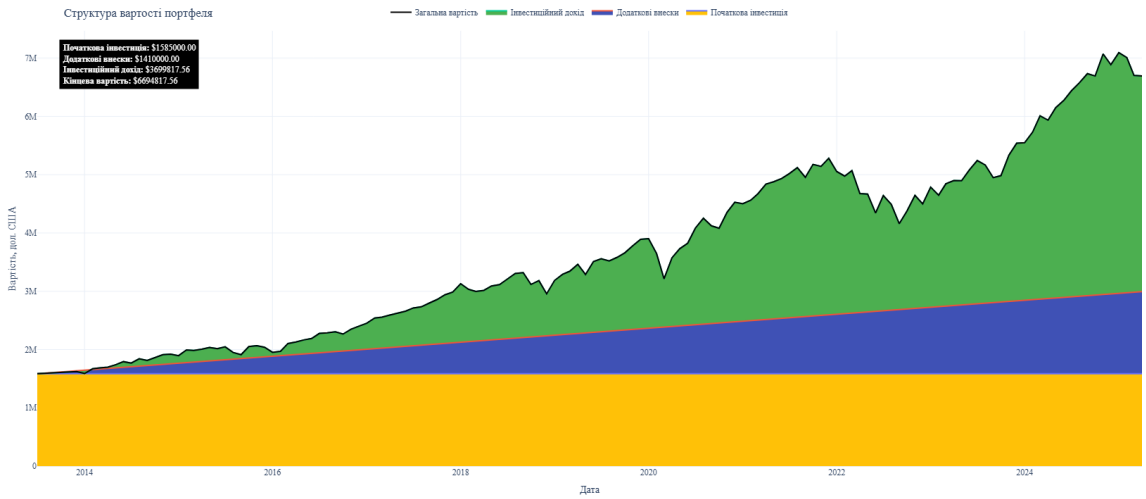

Рисунок 3.7 – Динаміка вартості портфелю в розрізі внесків

Джерело: розроблено автором

Вплив девальвації гривні теж заслуговує на увагу, особливо у кризові для України моменти, такі як 2014 чи 2022 рік. Бачимо сплески на помаранчевій лінії (рис. 3.8), які припадають на часи суттєвого зниження курсу гривні. В той час як більшість часу динаміка є доволі схожою, ці кризові моменти наочно демонструють реалізацію валютних ризиків. Разом з цим, 100% позиція у доларі чи іншій іноземній валюті теж не є рішенням проблеми, особливо для підприємств, що активно займаються ЗЕД. Досліджуване підприємство не є таким й значною мірою орієнтується на місцевий ринок, тому тут валютний портфель є доцільним, а керування валютними ризиками не буде надто складним.

Підсумовуючи, чисто з фінансової проблематики питання, інвестування у міжнародні активи є більш стабільним та дохідним ніж виключно утримання місцевих цінних паперів та інших інвестиційних інструментів. Разом з цим, валютна диверсифікація у портфелі теж є важливою, особливо для експортерів та імпортерів.

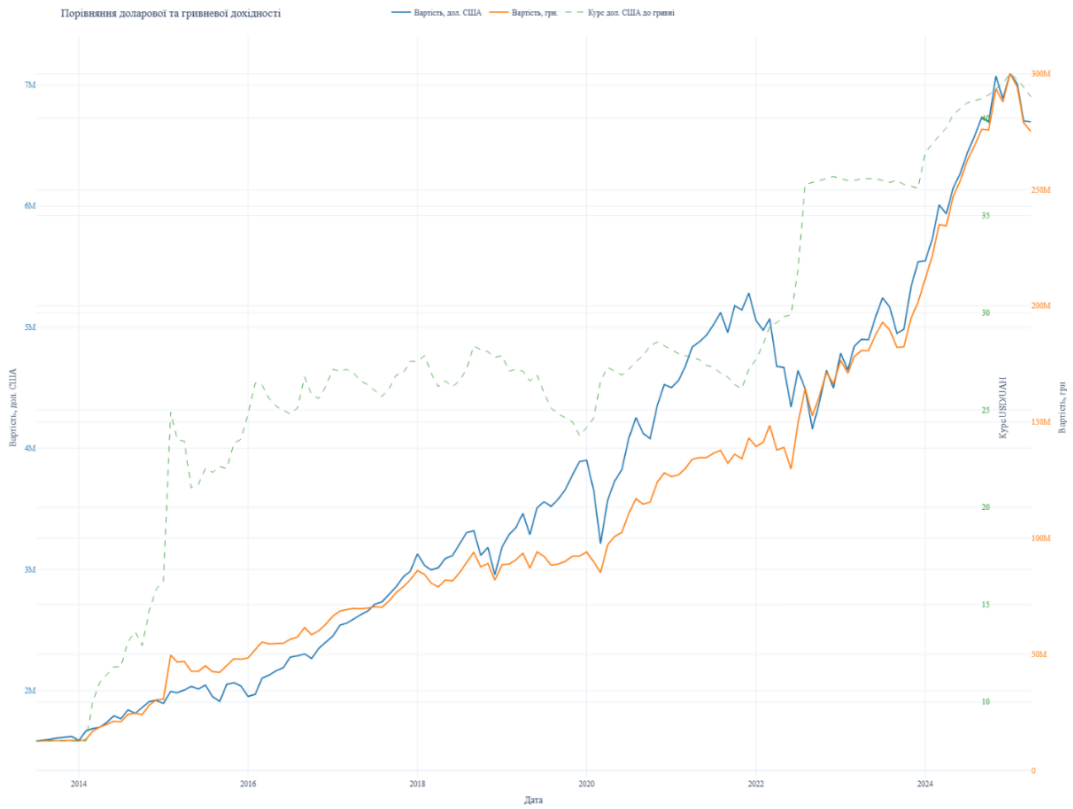

Рисунок 3.8 – Динаміка вартості портфелю в розрізі валюти

Джерело: розроблено автором

Наостанок порівняємо портфелі, сформовані всіма моделями між собою для визначення переможця (табл. 3.3).

Таблиця 3.3 – Ключові характеристики портфелів

	Random Forest	Комбінований	XGBoost	Ridge	Середнє	Ковзне середнє
Щомісячна дохідність	0,5%	0,5%	0,5%	0,7%	0,7%	0,5%
Річна дохідність	6,0%	5,8%	6,5%	8,5%	9,4%	6,7%
Щомісячна волатильність	2,6%	2,5%	2,7%	3,4%	3,5%	3,1%
Річна волатильність	8,9%	8,7%	9,3%	11,8%	12,0%	10,8%
Коеф. Шарпа	0,54	0,53	0,57	0,61	0,66	0,50
Коеф. Сортіно	0,84	0,80	0,87	0,91	1,00	0,79
Максимальна просадка	-17%	-19%	-20%	-22%	-23%	-21%
Коеф. Калмара	0,35	0,31	0,33	0,38	0,41	0,32

Джерело: складено автором

Продовження табл. 3.3

VaR щорічний (95%)	-0,09	-0,09	-0,09	-0,11	-0,11	-0,11
CVaR щорічний (95%)	-0,12	-0,12	-0,13	-0,16	-0,16	-0,16
Асиметрія	-0,24	-0,32	-0,30	-0,55	-0,53	-0,06
Ексцес	0,34	0,42	0,50	1,45	1,31	-0,06

Усі моделі демонструють скромні, але позитивні результати від 0,5% до 0,7% на місяць. Річна дохідність розкриває більші відмінності між моделями. Тут ми бачимо розкид від 5,8% для комбінованого підходу до 9,4% для моделі на основі середнього. Це доволі значний розрив і поки історичне середнє займає першу позицію.

Щомісячна волатильність є першим індикатором ризику. Random Forest та комбінований підхід показують найнижчі значення 2,6% та 2,5% відповідно, що є навіть меншим ніж задане на початку моделювання обмеження. Ridge піднімається до 3,4%, а історичне середнє тримає планку на рівні 3,5%. Таким чином, жоден з портфелів не перевищив початкове обмеження. Річна дохідність лише підтверджує загальне правильно: високі доходи – високі ризики.

Коефіцієнт Шарпа для XGBoost становить 0,57, що є гарним результатом, особливо враховуючи його низьку волатильність. Ridge та історичне середнє показують вищі коефіцієнти 0,61 та 0,66 відповідно. Тут важливо зазначити, що вищий коефіцієнт Шарпа не завжди означає кращий вибір, особливо якщо розподіл дохідностей не є нормальним як в нашому випадку.

Коефіцієнт Сортіно в цьому плані є більш релевантним для оцінки ризикованих портфелів. Модель на основі авторегресії та метод історичного середнього лишаються в лідерах й по цьому показнику.

Інші показники теж не вносять нових результатів й цікавим є розгляд останніх двох метрик – коефіцієнта асиметрії та ексцесу. Обидва показники орієнтовані на опис розподілу дохідностей, але перший характеризує “нахил” розподілу, а другий “товщину хвостів”. Бачимо, що всі моделі генерують такі доходи, що їх розподіл має

довший лівій хвіст, тобто маємо більше екстремальних негативних значень і особливо це видно для більш дохідних портфелів на основі авторегресії та історичного середнього. Аналогічно й з коефіцієнтом ексцесу. Розподіли для цих двох портфелів свідчать про високу ймовірність екстремальних результатів. Звернемо увагу, що ковзне середнє, яке до цього явно не було в лідерах, має обидва показника близькі до нуля. Це свідчить про те, що це єдиний метод прогнозування, чиї результати є досить стабільними.

Висновок: лінійні моделі, які показують найвищу дохідність, мають серйозні структурні проблеми. Ковзне середнє, попри найнижчу дохідність, може бути привабливим для реалізації консервативної інвестиційної політики, де важливим буде передбачуваність результату.

3.2 Розробка практичних рекомендацій щодо формування оптимального інвестиційного портфелю та вдосконалення моделі

На основі отриманих результатів моделювання та аналізу, можна сформувати ряд рекомендацій. Перша їх частина буде стосуватись використання наявної моделі, її покращення для подальшого практичного застосування.

Розроблений програмний продукт може бути використаний для отримання загальних уявлень щодо можливої динаміки та ключових характеристик портфелю з певного набору інвестиційних інструментів. Нинішня реалізація дозволяє підприємству отримати загальні уявлення щодо можливої динаміки та ключових характеристик портфелю з певного набору інвестиційних інструментів. Таким чином маємо перший крок до формування повноцінної стратегії.

Як інструмент для прийняття фінансових рішень, розроблений програмний продукт ще не відповідає всім вимогам та не покриває складних сценаріїв моделювання. Однією з ключових особливостей для покращення є додавання користувацької групи інвестиційних інструментів, таких як окремі боргові цінні папери з фіксованою дохідністю та деривативи, зокрема ф’ючерсні та опціонні

контракти. Ці інструменти відіграють важливу роль у сучасному портфельному менеджменті, оскільки вони дозволяють реалізовувати складні стратегії хеджування.

Крім того, до перегляду слід додати коефіцієнт обмеження ліквідності, оскільки нинішня реалізація не відповідає складним ринковим умовам, коли обмеження формуються в динаміці й залежать від кількості економічних агентів, а не від константних значень. У реальності ліквідність активів може кардинально змінюватися залежно від ринкових умов, часу доби, економічних подій та багатьох інших факторів. Статичні обмеження ліквідності можуть призводити до обмеженості моделі в досягненні оптимального співвідношення активів.

Нинішня реалізація дозволяє підприємству отриману орієнтовну динаміку, але лише на основі історичних даних. Для покриття більшої кількості сценаріїв, слід додати користувацькі методи для оцінки очікуваної дохідності та ризику. Прикладами таких можуть бути 3-х та 5-ти факторна моделі Фами-Френча або ж просунута модель Блека-Літтермана. Остання починає з припущення, що поточні ринкові ціни відображають колективну оцінку усіх учасників ринку. Це створює базовий сценарій або “нейтральну” позицію. Потім інвестор може додати свої власні оцінки щодо очікуваних дохідностей окремих активів або груп активів, вказавши рівень впевненості в цих оцінках.

Модель математично поєднує ці елементи, що створює більш стабільні та математично обґрунтовані комбінації інвестиційних інструментів. Це дозволить підприємству не розраховувати виключно на статистично-математичний аналіз. Відповідно, як продовження використання факторних моделей та користувацьких оцінок, слід закласти фундаментальні показники як основу для оцінки інвестиційної привабливості активів.

Моделювання також показало, що прогнозування помісячних даних без дуже великої початкової вибірки даних з використанням машинного навчання у вигляді моделей Random Forest, XGBoost та авторегресії з регуляризацією не є доцільним. Звичайне середнє дозволяє отримати кращий результат. Фінансові дані, як вже

згадувалося, характеризуються високим рівнем шуму відносно сигналу, особливо на коротких часових проміжках. Обмежена кількість спостережень та висока кількість шуму є настільки несприятливими факторами, що складні моделі машинного навчання починають враховувати випадкові коливання замість справжніх закономірностей. Простіше кажучи, вони намагаються знайти закономірності там, де їх насправді немає.

Звичайне середнє в цьому контексті працює як природний регуляризатор. Воно не намагається вловити кожну дрібну деталь в даних, натомість дає стабільну оцінку центральної тенденції.

Зі сторони оцінки ризиків, слід звернути особливу увагу на використання моделі GARCH (Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity) та їй подібних, що спеціалізуються на прогнозуванні волатильності. Періоди високої волатильності, як правило, слідують за періодами високої волатильності, а періоди низької волатильності – за періодами низької волатильності. Це явище, відоме як кластеризація волатильності (англ. volatility clustering), є фундаментальною характеристикою фінансових часових рядів (рис. 3.9).

Використання GARCH моделей дозволить отримати більш чіткі рамки можливої варіації дохідності та більш точні оцінки Value at Risk та Conditional Value at Risk. Це особливо важливо для ризик-менеджменту, оскільки недооцінка волатильності може призводити до неадекватних часток активів, що буде створювати надто консервативні або агресивні портфелі.

Практична цінність цього підходу також полягає в тому, що він дозволяє динамічно коригувати оцінки ризику. Якщо сьогодні на ринку спостерігаються великі коливання, GARCH модель автоматично підвищить очікувану волатильність на найближчі періоди. Перейдемо до загальних рекомендацій підприємству.

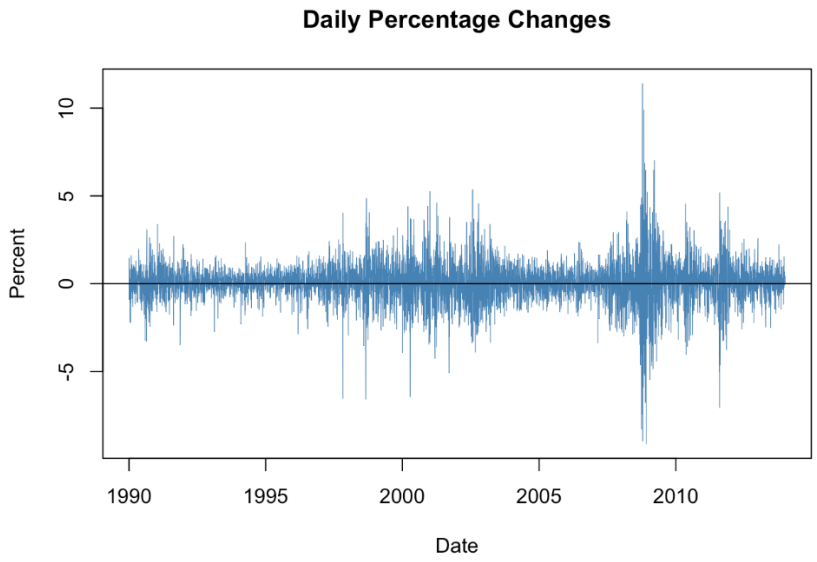

Рисунок 3.9 – Кластеризація волатильності на прикладі щоденної дохідності індексу Wilshire 5000

Джерело: [36]

Перший та найважливіший крок у формуванні портфелю полягає у чіткому визначенні інвестиційних цілей підприємства. Цілі мають бути конкретними, вимірюваними та узгодженими із загальною корпоративною стратегією. Наприклад, підприємство може прагнути забезпечити ліквідність для покриття операційних потреб протягом наступних 12 місяців, накопичити кошти для майбутніх капітальних інвестицій або створити резервний фонд для непередбачених ситуацій. Як було видно з аналізу у другому розділі роботи, ПрАТ «Оболонь» робило акцент на оновленні своїх виробничих потужностей. Формування фонду для подальших капітальних інвестицій може бути такою ціллю.

Кожна з цих цілей вимагає різного підходу до управління ризиками та вибору активів. Згідно поставленої цілі підприємство формуватиме довгострокові резерви, які можуть бути інвестовані більш агресивно, оскільки часовий горизонт дозволяє перечекати короткострокові коливання ринку.

Друга рекомендація – врахування галузі (сектору). ПрАТ «Оболонь» є великим виробничим підприємством на ринку напоїв України. Відповідно для зменшення

загальних ризиків, підприємству бажано уникати великих часток акцій чи облігацій компаній з цього самого сектору. Це дозволить уникнути ефекту концентрації ризиків, коли підприємство саме постраждало від зовнішніх факторів (наприклад, суттєве дорожчання сировини чи падіння попиту), а його інвестиційний портфель теж показує негативну динаміку через поганий результат схожих підприємств.

Географічна диверсифікація для українського підприємства набуває особливого значення в контексті геополітичних ризиків. Інвестування в активи різних країн та валют може служити природним хеджем проти локальних економічних шоків та потрясінь. Крім того, локальний ринок є мінливим і не факт, що підприємство кожен раз буде вчасно та вдало проходити адаптацію до нових умов.

Висновки до третього розділу

Було проведено детальний аналіз та огляд результатів моделювання. Це дозволило виявити більш успішні в прогнозування дохідності моделі та порівняти результати портфелів, які були ними побудовані. Спочатку була розглянута прогностична складова моделі і зроблені висновки по точності всіх використаних моделей.

Незважаючи на поточні від'ємні показники R^2, все ще існує потенціал для підвищення якості прогнозування як мінімум через удосконалення методології. Зокрема для моделей машинного навчання результати можуть суттєво покращитися через ретельне налаштування гіперпараметрів. Оптимізація глибини дерев, кількості дерев у ансамблі, швидкості навчання та параметрів регуляризації може значно знизити ефект перенавчання та покращити якість прогнозів на тестових даних. Крім того, впровадження техніки перехресної валідації з часовими рядами дохідності дозволить більш точно оцінити оптимальні параметри моделей та уникнути витоку інформації з майбутніх періодів.

Після огляду результатів підприємству були надані рекомендації стосовно формування інвестиційного портфелю та його подальшої оптимізації. Крім того, були надані детальні рекомендації стосовно вдосконалення моделі в аспекті математичної логіки та програмної реалізації. Таким чином підприємство отримує значний потенціал в покращенні розробки та її реальному використанні з метою отримання рекомендацій щодо оптимальних часток складових портфелю.

Це дозволить в повній мірі реалізувати точне та якісне моделювання оптимального інвестиційного портфелю підприємства та отримати прикладні результати для подальшого використання при реалізації інвестиційної стратегії.

ВИСНОВКИ

В рамках цієї роботи було проведено дослідження теми портфельного інвестування в розрізі формування портфелю та його подальшої оптимізації. Для наочної демонстрації роботи розглянутих принципів та моделей було розроблено власну економіко-математичну модель на основі відомої моделі Г. Марковіца та апробовано з використанням реальних даних про цінні папери та фінансовий стан виробничого підприємства ПрАТ «Оболонь».

Протягом роботи був проведений аналіз фінансового стану підприємства, виявлено ризикові тенденції в операційній діяльності та розглянуто інвестиційну діяльність підприємства, що дало ґрунтовні підстави розглянути портфельне інвестування у цінні папери.

В якості таких паперів було розглянуто біржові інвестиційні фонди в якості простої можливості досягти максимальної диверсифікації без великих витрат та складнощів відслідковування індексів.

Розроблена модель використовує реальні дані щодо цін на акції цих фондів для розрахунку оптимальних ваг, які мають максимізувати прибуток за сталого рівня ризику. Це дозволяє моделювати реальні портфельні інвестиції у широкі класи інвестиційних інструментів: акції, облігації, дорогоцінні метали.

Прогностична складова була представлена, як простими алгоритмами на основі середнього арифметичного, так і просунутими на базі машинного навчання. Це дає можливість розглядати різні сценарії та отримувати усереднену оцінку, що є важливим для надійності та стабільності результатів. Після розгляду отриманих метрик точності та порівняння прогнозів з реальними даними, були надані рекомендації стосовно покращення якості моделей та розробленого програмного продукту, а також конкретні рекомендації для досліджуваного підприємства. Останні можуть бути враховані при складанні нової інвестиційної стратегії.

Практична цінність розробленого програмного продукту полягає в можливості швидкого тестування різних комбінацій активів та оцінки їхнього потенціального впливу на загальні характеристики портфелю. Підприємство може експериментувати з додаванням тих цінних паперів, які є релевантними в нинішній фінансовій ситуації та відповідають стратегічним планам. Теоретична ж складова роботи є корисною в контексті розуміння загальних принципів портфельного інвестування, формування уявлення щодо наявних економіко-математичних моделей, які використовуються у цій сфері та демонстрації адаптації реальної моделі під конкретну економічну задачу інвестування.

Візуалізація та аналіз отриманих результатів показали, що без подальшої роботи з вихідними даними та детального налаштування алгоритмів машинного навчання, їх ефективність може бути поставлена під сумнів. І в наявній реалізації, вони не сильно відрізняються від альтернативних простих методів усереднення. Проте це не є доказом недоцільності їх використання, а скоріше особливістю методології та технічної реалізації. Остання пояснюється фокусом на основній цілі роботи – моделюванні портфелю, а не прогнозі очікуваних цін чи дохідності. В нинішній реалізації алгоритми Random Forest та XGBoost використовувались для передбачення очікуваної дохідності на основі минулих даних. Проте такий підхід не є для них типовим.

Впевнено можна сказати, що кращою альтернативою буде використання їх за класичним напрямком – класифікацією. В рамках даної роботи це може бути передбачення майбутнього тренду, тобто отримання не точної ціни, а лише очікуваного напрямку руху – зростання чи спадання цін або відразу дохідності. Тоді роль цих алгоритмів зведеться до коригування й на таких задачах їх точність буде значно вищою.

Альтернативно поточні результати можуть частково покращитися через ретельне налаштування гіперпараметрів. В роботі це було пророблено методом сіткової оптимізації, але він допомагає знайти лише основні налаштування в той час як Random Forest та XGBoost мають їх значно більше. Оптимізація глибини дерев,

кількості дерев у ансамблі, швидкості навчання та параметрів регуляризації може значно знизити ефект перенавчання та покращити якість прогнозів. Крім того, впровадження техніки перехресної валідації дозволить більш точно оцінити оптимальні параметри моделей та уникнути витоку інформації з майбутніх періодів при тестуванні та навчанні.

Стосовно розглянутих інвестиційних інструментів, то в трьох основних розглянутих сценаріях модель активно використовувала їх всі. Це є підтвердженням того, що різні за природою активи: акції, облігації, дорогоцінні метали та готівка показують найкращий результат за умови їх комбінації та використання у відповідних економічних умовах. Безумовно диверсифікація не є єдиним правильним рішенням та способом інвестування, але для більшості загальних сценаріїв, вона є необхідною й дозволяє знизити ризики.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Алексеєнко І. І., Слуцька О. В. Інвестування: навчальний посібник. Харків: ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2018. 206 с. URL: https://repository.hneu.edu.ua/bitstream/123456789/23736/1/2018-%D0%90%D0%BB%D0%B5%D0%BA%D1%81%D0%B5%D1%94%D0%BD%D0%BA%D0%BE%20%D0%86.%D0%86.,%20%D0%A1%D0%BB%D1%83%D1%86%D1%8C%D0%BA%D0%B0%20%D0%9E.%D0%92.pdf (дата звернення: 01.05.2025).
2. Поворотний стрічковий конвеєр для ПрАТ «Оболонь». *KONSORT*: вебсайт. URL: https://konsort.com.ua/povorotnyj-strichkovyj-konveyer-dlya-prat-obolon/ (дата звернення: 12.05.2025).
3. Мойсеєнко І. П. Інвестування: навчальний посібник. Київ: Знання, 2006. 490 с. URL: https://westudents.com.ua/glavy/27013-rozdl-10-formuvannya-ta-upravlshnya-nvestitsynim-portfelem-pdprimstva.html (дата звернення: 02.05.2025).
4. Портфельне інвестування: підручник / О. Г. Шевченко, Т. В. Майорова, О. М. Юркевич [та ін.]; за наук. ред. О. Г. Шевченко, Т. В. Майорової. Київ: КНЕУ, 2010. 407 с. URL: https://ir.kneu.edu.ua/items/372467cb-d409-40a2-9181-f4466995a186 (дата звернення: 05.05.2025).
5. Біржовий університет. *Buniversity*: вебсайт. URL: https://buniversity.com.ua/blog/portfelni-investiciyi-viznacennya-ta-rizni-tipi (дата звернення: 06.05.2025).
6. Портфель дохода. *Discovered*: вебсайт. URL: https://discovered.com.ua/glossary/portfel-doxoda/ (дата звернення: 06.05.2025).
7. Tavares M., Barbedo C., Araujo G. The Influence of information asymmetry on the return and volatility of value and growth stock portfolios. *Brazilian Business Review*. 2014. Vol. 11. P. 111-129. URL:

https://www.researchgate.net/publication/287416558_The_Influence_of_information_asymmetry_on_the_return_and_volatility_of_value_and_growth_stock_portfolios (дата звернення: 04.05.2025).

8. Portfolio Beta. *Wall Street Prep*: вебсайт. URL: https://www.wallstreetprep.com/knowledge/portfolio-beta/ (дата звернення: 07.05.2025).
9. Векленко А. В., Лісовенко М. М. Оптимізаційне моделювання портфелю цінних паперів учасника фондового ринку. Економічний вісник НГУ. 2006. № 2. С. 111–117. URL: https://ev.nmu.org.ua/docs/2006/2/EV20062_111-117.pdf (дата звернення: 09.05.2025).
10. Beta (finance). *Wikipedia, the free encyclopedia*: вебсайт. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Beta_(finance) (дата звернення: 07.05.2025).
11. 10. Shurda K. Methods of qualitative and quantitative risk analysis. *Balanced nature using*. 2020. No. 4. P. 64–72. URL: https://doi.org/10.33730/2310-4678.4.2020.226622 (дата звернення: 10.05.2025)
12. Deviation Risk Measure. *Corporate Finance Institute*: вебсайт. URL: https://corporatefinanceinstitute.com/resources/data-science/deviation-risk-measure/ (дата звернення: 10.05.2025).
13. Naumoski A., Gaber S., Gaber-Naumoska V. Empirical Distribution Of Stock Returns of Southeast European Emerging Markets. *UTMS Journal of Economics*. 2017. Vol. 8(2). P. 67-77. URL: http://utmsjoe.mk/files/Vol.%208%20No.%202/UTMSJOE-2017-0802-02-Naumoski-Gaber-GaberNaumoska.pdf (дата звернення: 15.05.2025).
14. Srivastava P., Mazhar S. S. Comparative Analysis of Sharpe and Sortino Ratio with reference to Top Ten Banking and Finance Sector Mutual Funds. *International Journal of Management Studies*. 2018. Vol. V, № 4(2). P. 93. URL: https://www.researchgate.net/publication/328141918_Comparative_Analysis_of_S

harpe_and_Sortino_Ratio_with_reference_to_Top_Ten_Banking_and_Finance_Sector_Mutual_Funds (дата звернення: 15.05.2025).

15. Magni C. A., Marchioni A. Performance Attribution, Time-Weighted Rate of Return, and Clean Finite Change Sensitivity Index. *Journal of Asset Management*. 2022. Vol. 23. P. 62–72. URL: https://ssrn.com/abstract=4140634 (дата звернення: 15.05.2025).
16. Дзюба П. В. Концепція ефективного портфеля: ретроспективний аналіз формування основ теорії міжнародного портфельного інвестування. *Вісник Одеського національного університету. Серія: Економіка*. 2017. Т. 22, Вип. 5. С. 13-19. URL: http://nbuv.gov.ua/UJRN/Vonu_econ_2017_22_5_4 (дата звернення: 16.05.2025).
17. Efficient frontier. *Wikipedia, the free encyclopedia*: вебсайт. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Efficient_frontier (дата звернення: 16.05.2025).
18. Portfolio Visualizer. *Portfolio Visualizer*: вебсайт. URL: https://www.portfoliovisualizer.com/ (дата звернення: 17.05.2025).
19. Гулик Т., Кравець В. Сфера застосування моделі CAPM у аналізі методів оцінки ризиків. *Економіка та суспільство*. 2024. № 69. URL: https://doi.org/10.32782/2524-0072/2024-69-132 (дата звернення: 17.05.2025).
20. Koseoglu S., Adiguzel Mercangoz. Testing the Validity of Standard and Zero Beta Capital Asset Pricing Model in Istanbul Stock Exchange. 2013. URL: https://www.researchgate.net/publication/329916785_Testing_the_Validity_of_Standard_and_Zero_Beta_Capital_Asset_Pricing_Model_in_Istanbul_Stock_Exchange (дата звернення: 20.05.2025).
21. Fama E. F., French K. R. Common risk factors in the returns on stocks and bonds. *Journal of Financial Economics*. 1993. Vol. 33, Issue 1. P. 3-56. URL: https://www.bauer.uh.edu/rsusmel/phd/Fama-French_JFE93.pdf (дата звернення: 19.05.2025).

22. Blitz D., Hanauer M. X., Vidojevic M., van Vliet P. Five Concerns with the Five-Factor Model. 2016. URL: https://ssrn.com/abstract=2862317 (дата звернення: 18.05.2025).
23. Leković M. Historical development of portfolio theory. Tehnika. 2021. Т. 76, № 2. С. 220–227. URL: https://doi.org/10.5937/tehnika2102220l (дата звернення: 07.06.2025).
24. Rom B., Ferguson K. Post-modern portfolio theory comes of age. *The Journal of Investing.* 1993. Vol. 2, Issue 4, P. 27-33.
25. ПРАТ “ОБОЛОНЬ” – Досьє. *Ю-Контрол*: вебсайт. URL: https://youcontrol.com.ua/catalog/company_details/05391057/ (дата звернення: 19.05.2025).
26. Zheng J., Xin D., Cheng Q., Tian M., Yang L. The Random Forest Model for Analyzing and Forecasting the US Stock Market in the Context of Smart Finance. 2024. URL: https://arxiv.org/abs/2402.17194 (дата звернення: 21.05.2025).
27. Kavlakoglu E., Russi E. What is XGBoost? *IBM - United States*: вебсайт. URL: https://www.ibm.com/think/topics/xgboost (дата звернення: 21.05.2025).
28. Khaidem L., Saha S., Dey S. R. Predicting the direction of stock market prices using random forest. 2016. URL: https://arxiv.org/abs/1605.00003 (дата звернення: 21.05.2025).
29. Random Forest Regression – How it Helps in Predictive Analytics? *AnalytiXLabs*: вебсайт. URL: https://www.analytixlabs.co.in/blog/random-forest-regression/ (дата звернення: 22.05.2025).
30. Yahoo Finance - Stock Market Live, Quotes, Business & Finance News. *Yahoo Finance*: вебсайт. URL: https://finance.yahoo.com/ (дата звернення: 24.05.2025).
31. Consumer Price Index for All Urban Consumers: All Items in U.S. City Average. *Federal Reserve Economic Data | FRED | St. Louis Fed*: вебсайт. URL: https://fred.stlouisfed.org/series/CPIAUCSL (дата звернення: 24.05.2025).
32. *Etfdb*: вебсайт. URL: https://etfdb.com/etf/ (дата звернення: 23.05.2025).

33. Mean Absolute Error (MAE). *Developer Guide · Testing with Kolena*: вебсайт. URL: https://docs.kolena.com/metrics/mean-absolute-error/ (дата звернення: 24.05.2025).
34. Mean directional accuracy. *Wikipedia, the free encyclopedia*: вебсайт. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Mean_directional_accuracy (дата звернення: 24.05.2025).
35. Forecast Evaluation using Theil's Inequality Coefficients. *The Economics Network*: вебсайт. URL: https://economicsnetwork.ac.uk/showcase/cook_theil (дата звернення: 24.05.2025).
36. Volatility Clustering and Autoregressive Conditional Heteroskedasticity. Introduction to Econometrics with R: вебсайт. URL: https://www.econometrics-with-r.org/16.4-volatility-clustering-and-autoregressive-conditional-heteroskedasticity.html (дата звернення: 25.05.2025).

ДОДАТКИ

ДОДАТОК А

Програмний код модулю завантаження даних

```
# model/data/DataLoader.py
from enum import Enum
from pathlib import Path
import pandas as pd
class AssetType(Enum):
    STOCK = "STOCK"
    GOOD = "GOOD"
    CURRENCY = "CURRENCY"
class DataLoader:
    @staticmethod
    def load_asset_info(ticker: str, asset_type: AssetType, daily: bool = False) -> pd.DataFrame:
        data_path = Path(__file__).parent.parent.parent / "data" / f"{ticker}_monthly_data.csv"
        if daily:
            data_path = Path(__file__).parent.parent.parent / "data" / "daily" / f"{ticker}_daily_data.csv"
        raw_data = pd.read_csv(data_path, parse_dates=['Date'], index_col='Date')
        processors = {
            AssetType.STOCK: lambda: DataLoader.process_stock_info(raw_data),
            AssetType.GOOD: lambda: DataLoader.process_good_info(raw_data),
            AssetType.CURRENCY: lambda: DataLoader.process_currency_info(raw_data)
        }
        return processors[asset_type]()
    @staticmethod
    def process_stock_info(raw_data: pd.DataFrame):
        df = raw_data[['Close', 'Dividends']].copy()
        df['Total'] = df['Close'] + df['Dividends'].fillna(0)
        return df[['Total']]
    @staticmethod
    def process_good_info(raw_data: pd.DataFrame):
        return raw_data[['Close']].rename(columns={'Close': 'Total'})
    @staticmethod
    def process_currency_info(raw_data: pd.DataFrame):
        return raw_data[['Inflation']]
```

ДОДАТОК Б

Програмний код модулю обробки даних

```
from typing import List
import pandas as pd
class DataProcessor:
    @staticmethod
    def unify_assets_data(*args: pd.DataFrame) -> List[pd.DataFrame]:
        normalized_dfs = []
        for df in args:
            if 'Date' in df.columns:
                normalized_dfs.append(df.copy())
            elif df.index.name == 'Date':
                normalized_dfs.append(df.reset_index())
            else:
                raise ValueError("Треба DataFrame з колонкою 'Date' або індексом 'Date'")
        common_dates = set.intersection(*[set(df['Date']) for df in normalized_dfs])
        if not common_dates:
            return []
        filtered_dfs = []
        for i, df in enumerate(normalized_dfs):
            filtered_df = df[df['Date'].isin(common_dates)].copy()
            if i > 0:
                filtered_df = filtered_df.rename(columns={col: f"{col}_{i}" for col in filtered_df.columns if col != 'Date'})
            filtered_dfs.append(filtered_df)
        result = filtered_dfs[0]
        for df in filtered_dfs[1:]:
            result = pd.merge(result, df, on='Date', how='inner')
        result = result.sort_values('Date').reset_index(drop=True)
        assets = {}
        for col in result.columns:
            if col == 'Date': continue
            base_name, asset_index = col, 0
            if asset_index not in assets:
                assets[asset_index] = {'Date': result['Date']}
            assets[asset_index][base_name] = result[col]
        return [pd.DataFrame(data).set_index('Date') for data in assets.values()]
```

ДОДАТОК В

Програмний код модулю оптимізації

```
import warnings
from dataclasses import dataclass
from enum import Enum
import cvxpy as cp
import numpy as np
import pandas as pd
warnings.filterwarnings('ignore')

class PredictionProcessors(Enum):
    RANDOM_FOREST = "RandomForest"
    XGBOOST = "XGBoost"
    RIDGE = "AR + Ridge"
    COMBINED = "Combined"
    ROLLING_MEAN = "RollingMean"
    HISTORICAL_MEAN = "HistoricalMean"

@dataclass
class OptimizerConfig:
    prediction_method: PredictionProcessors
    covariance_window: int
    rolling_mean_window: int | None = 6
    target_volatility: float = 0.04
    min_weight: float = 0.035
    max_turnover: float = 0.4
    rebalance_frequency: int = 1

class MarkowitzOptimizer:
    @staticmethod
    def calculate_weights_rolling(optimizer_config: OptimizerConfig, returns: pd.DataFrame, pretrained_models: dict = None) -
> pd.DataFrame:
        results = []
        start_idx = 6
        previous_weights = None
        assets = returns.columns.tolist()
        cash_weights = np.zeros(len(assets))
        cash_weights[5 if len(assets) > 5 else 0] = 1.0
        for i in range(0, start_idx):
            period_weights = pd.Series(cash_weights, index=assets)
            period_weights.name = returns.index[i]
            results.append(period_weights)
        for i in range(start_idx, len(returns), optimizer_config.rebalance_frequency):
            train_data = returns.iloc[:i]
            weights = MarkowitzOptimizer.calculate_weights(optimizer_config, train_data, previous_weights, pretrained_models)
            period_weights = pd.Series(weights['Weight'].values, index=assets)
            period_weights.name = returns.index[i]
            results.append(period_weights)
            previous_weights = weights['Weight'].values
        return pd.DataFrame(results)
```

Продовження додатку В

```
    @staticmethod
    def calculate_weights(optimizer_config: OptimizerConfig, returns: pd.DataFrame, previous_weights, pretrained_models: dict = None) -> pd.DataFrame:
        mu = MarkowitzOptimizer._calculate_expected_returns(optimizer_config.prediction_method, returns, pretrained_models, optimizer_config)
        window = min(optimizer_config.covariance_window, len(returns) - 1)
        if len(returns) > window:
            rolling_cov = returns.rolling(window=window).cov().dropna()
            if len(rolling_cov) > 0:
                last_date = rolling_cov.index.get_level_values(0)[-len(returns.columns)]
                cov = rolling_cov.loc[last_date]
            else:
                cov = returns.cov()
        else:
            cov = returns.cov()
        weights_values = MarkowitzOptimizer._solve_optimization(mu, cov, optimizer_config.target_volatility, optimizer_config.min_weight, previous_weights, optimizer_config.max_turnover)
        return pd.DataFrame({'Asset': returns.columns, 'Weight': weights_values})

    @staticmethod
    def _calculate_expected_returns(method: PredictionProcessors, returns: pd.DataFrame, pretrained_models: dict = None, config: OptimizerConfig = None) -> pd.Series:
        if method in [PredictionProcessors.RANDOM_FOREST, PredictionProcessors.XGBOOST, PredictionProcessors.RIDGE]:
            return MarkowitzOptimizer._pretrained_models_forecast(returns, pretrained_models, method)
        elif method == PredictionProcessors.COMBINED:
            return MarkowitzOptimizer._combined_models_forecast(returns, pretrained_models)
        elif method == PredictionProcessors.ROLLING_MEAN:
            return MarkowitzOptimizer._rolling_mean_forecast(returns, config)
        elif method == PredictionProcessors.HISTORICAL_MEAN:
            return returns.mean()
        else:
            raise ValueError(f"Unknown prediction method: {method}")

    @staticmethod
    def _rolling_mean_forecast(returns: pd.DataFrame, config: OptimizerConfig) -> pd.Series:
        window = min(config.rolling_mean_window if config else 6, len(returns))
        return returns.mean() if window <= 0 else returns.tail(window).mean()

    @staticmethod
    def _pretrained_models_forecast(returns: pd.DataFrame, pretrained_models: dict = None, method: PredictionProcessors = None) -> pd.Series:
        predictions = {}
        for asset in returns.columns:
            if asset in pretrained_models:
                model = pretrained_models[asset]
                if method in [PredictionProcessors.RANDOM_FOREST, PredictionProcessors.XGBOOST]:
                    prediction = MarkowitzOptimizer._predict_ml_model(model, returns, asset)
                elif method == PredictionProcessors.RIDGE:
                    prediction = MarkowitzOptimizer._predict_ridge(model, returns, asset)
                else:
                    print(f"Warning: Unknown prediction method {method} for {asset}")
                    prediction = returns[asset].mean()
                predictions[asset] = prediction
        return pd.Series(predictions, index=returns.columns)
```

Продовження додатку В

```
@staticmethod
    def _combined_models_forecast(returns: pd.DataFrame, pretrained_models: dict = None) -> pd.Series:
        predictions = {}
        for asset in returns.columns:
            if asset in pretrained_models:
                model_type, model = pretrained_models[asset]
                if model_type in ["RandomForest", "XGBoost"]:
                    prediction = MarkowitzOptimizer._predict_ml_model(model, returns, asset)
                elif model_type == "RIDGE":
                    prediction = MarkowitzOptimizer._predict_ridge(model, returns, asset)
                predictions[asset] = prediction
        return pd.Series(predictions, index=returns.columns)
    @staticmethod
    def _predict_ml_model(model, returns: pd.DataFrame, asset: str) -> float:
        features = MarkowitzOptimizer._create_features_multi_asset(returns, asset)
        X_pred = features.iloc[-1:].values
        return model.predict(X_pred)[0]
    @staticmethod
    def _predict_ridge(model, returns: pd.DataFrame, asset: str) -> float:
        last_vals = returns[asset].tail(model['lags']).values
        X_pred = last_vals[::-1].reshape(1, -1)
        return model['model'].predict(X_pred)[0]
    @staticmethod
    def _create_features_multi_asset(data: pd.DataFrame, target_asset: str, lookback: int = 12) -> pd.DataFrame:
        features = pd.DataFrame(index=data.index)
        asset_names = data.columns.tolist()
        for asset in asset_names:
            for lag in range(1, lookback + 1):
                features[f'{asset}_lag{lag}'] = data[asset].shift(lag)
        for window in [3, 6]:
            ma = data[target_asset].rolling(window).mean()
            features[f'{target_asset}_ma{window}'] = ma
            features[f'{target_asset}_ma{window}_dev'] = (data[target_asset] - ma) / ma
            features[f'{target_asset}_vol{window}'] = data[target_asset].rolling(window).std()
        features[f'{target_asset}_mom_1v3'] = data[target_asset].shift(1) - data[target_asset].shift(3)
        rank = data.rolling(3).mean().rank(axis=1, pct=True)
        features[f'{target_asset}_rank3'] = rank[target_asset]
        if 'BND' in asset_names and 'BNDX' in asset_names:
            features['bond_spread'] = data['BND'] - data['BNDX']
        if 'VTI' in asset_names and 'VXUS' in asset_names:
            features['equity_momentum'] = data['VTI'] - data['VXUS']
        return features.dropna()
    @staticmethod
    def _solve_optimization(mu, cov, target_volatility, min_weight, previous_weights = None, max_turnover = None):
        n = len(mu)
        w = cp.Variable(n)
        constraints = [cp.sum(w) == 1, cp.quad_form(w, cov.values) <= target_volatility ** 2, w >= min_weight]
        if previous_weights is not None and max_turnover is not None:
            constraints.append(cp.norm(w - previous_weights, 1) <= max_turnover)
        problem = cp.Problem(cp.Maximize(mu.values @ w), constraints)
        problem.solve()
        if problem.status != "optimal":
            print(f"Увага: Задачу вирішено неоптимально. Статус: {problem.status}")
            return np.ones(n) / n if previous_weights is None else previous_weights
        return w.value
```

ДОДАТОК Г

Програмний код модулю обрахунку результативності

```
from typing import Optional, Tuple, List
import pandas as pd

class PerformanceCalculator:
    @staticmethod
    def _get_returns_and_dates(returns: pd.DataFrame, weights: pd.DataFrame) -> Tuple[pd.Series, pd.DatetimeIndex]:
        common_dates = returns.index.intersection(weights.index); returns_aligned = returns.loc[common_dates]; weights_aligned = weights.loc[common_dates]; portfolio_returns = (returns_aligned * weights_aligned).sum(axis=1)
        return portfolio_returns, common_dates
    @staticmethod
    def _create_contribution_schedule(dates: pd.Index, frequency: str) -> list:
        schedule = [True]
        if frequency == 'monthly':
            for i in range(1, len(dates)):
                prev_month = dates[i - 1].month; curr_month = dates[i].month; schedule.append(prev_month != curr_month)
        elif frequency == 'yearly':
            for i in range(1, len(dates)):
                prev_year = dates[i - 1].year; curr_year = dates[i].year; schedule.append(prev_year != curr_year)
        return schedule
    @staticmethod
    def calculate_portfolio_performance(returns: pd.DataFrame, weights: pd.DataFrame, initial_amount: float = 0.0, contribution_amount: float = 0.0, contribution_frequency: str = 'monthly', exchange_rates: Optional[pd.DataFrame] = None) -> pd.DataFrame:
        portfolio_returns, dates = PerformanceCalculator._get_returns_and_dates(returns, weights); contribution_schedule = None
        if contribution_amount > 0:
            contribution_schedule = PerformanceCalculator._create_contribution_schedule(dates, contribution_frequency)
        portfolio_value = initial_amount; total_contributions = initial_amount; results = []
        for i, date in enumerate(dates):
            if contribution_amount > 0 and i > 0 and contribution_schedule[i]:
                portfolio_value += contribution_amount; total_contributions += contribution_amount
            if i > 0:
                portfolio_value *= (1 + portfolio_returns.iloc[i])
            return_pct = ((portfolio_value - total_contributions) / total_contributions) * 100 if total_contributions > 0 else 0; uah_value = None; exchange_rate = None
            if exchange_rates is not None:
                exchange_rates_indexed = exchange_rates.set_index('Date')
                try:
                    if date in exchange_rates_indexed.index: exchange_rate = exchange_rates_indexed.loc[date, 'Rate']
                    else: nearest_date = exchange_rates_indexed.index[exchange_rates_indexed.index.get_indexer([date], method='nearest')[0]]; exchange_rate = exchange_rates_indexed.loc[nearest_date, 'Rate']
                except: exchange_rate = exchange_rates_indexed['Rate'].iloc[0]
                uah_value = portfolio_value * exchange_rate
            result = {'Date': date, 'Total_Value_USD': portfolio_value, 'Total_Contributions_USD': total_contributions, 'Total_Return_Pct': return_pct}
            if uah_value is not None:
                result.update({'Total_Value_UAH': uah_value, 'Exchange_Rate': exchange_rate})
            results.append(result)
        df = pd.DataFrame(results)
        return df
```

ДОДАТОК Д

Програмний код модулю навчання моделей

```
import warnings
import numpy as np
import pandas as pd
import xgboost as xgb
from sklearn.ensemble import RandomForestRegressor
from sklearn.linear_model import Ridge
warnings.filterwarnings('ignore')

class MLTrainer:
    ASSET_PARAMS = {
        'VTI': {'RandomForest': {'max_depth': 3, 'min_samples_split': 5, 'n_estimators': 100}, 'XGBoost': {'n_estimators': 10, 'max_depth': 3, 'learning_rate': 0.1}, 'RIDGE': {'lags': 2, 'alpha': 0.1}},
        'VXUS': {'RandomForest': {'max_depth': 3, 'min_samples_split': 5, 'n_estimators': 100}, 'XGBoost': {'n_estimators': 10, 'max_depth': 3, 'learning_rate': 0.1}, 'RIDGE': {'lags': 1, 'alpha': 0.01}},
        'BND': {'RandomForest': {'max_depth': 3, 'min_samples_split': 2, 'n_estimators': 100}, 'XGBoost': {'n_estimators': 10, 'max_depth': 3, 'learning_rate': 0.1}, 'RIDGE': {'lags': 2, 'alpha': 1}},
        'BNDX': {'RandomForest': {'max_depth': 3, 'min_samples_split': 5, 'n_estimators': 50}, 'XGBoost': {'n_estimators': 10, 'max_depth': 3, 'learning_rate': 0.1}, 'RIDGE': {'lags': 2, 'alpha': 1}},
        'GLD': {'RandomForest': {'max_depth': 3, 'min_samples_split': 2, 'n_estimators': 100}, 'XGBoost': {'n_estimators': 10, 'max_depth': 3, 'learning_rate': 0.1}, 'RIDGE': {'lags': 1, 'alpha': 1}},
        'USD': {'RandomForest': {'max_depth': 3, 'min_samples_split': 2, 'n_estimators': 100}, 'XGBoost': {'n_estimators': 10, 'max_depth': 3, 'learning_rate': 0.2}, 'RIDGE': {'lags': 1, 'alpha': 0.01}}
    }

    def __init__(self, returns_df: pd.DataFrame, split_ratio: float = 0.7):
        self.returns_df = returns_df; self.split_ratio = split_ratio; self.rf_models = {}; self.xgb_models = {}; self.ridge_models = {}
        print(f"Тренер ствоерно з датасетом: {returns_df.shape}")
        print(f"Активи: {list(returns_df.columns)}")
        print(f"Поділ вибірки: {split_ratio}")

    @staticmethod
    def _create_features_multi_asset(data: pd.DataFrame, target_asset: str, lookback: int = 12) -> pd.DataFrame:
        features = pd.DataFrame(index=data.index)
        asset_names = data.columns.tolist()
        for asset in asset_names:
            for lag in range(1, lookback + 1):
                features[f'{asset}_lag{lag}'] = data[asset].shift(lag)
        for window in [3, 6]:
            ma = data[target_asset].rolling(window).mean(); features[f'{target_asset}_ma{window}'] = ma; features[f'{target_asset}_ma{window}_dev'] = (data[target_asset] - ma) / ma; features[f'{target_asset}_vol{window}'] = data[target_asset].rolling(window).std()
        features[f'{target_asset}_mom_1v3'] = data[target_asset].shift(1) - data[target_asset].shift(3); rank = data.rolling(3).mean().rank(axis=1, pct=True); features[f'{target_asset}_rank3'] = rank[target_asset]
        if 'BND' in asset_names and 'BNDX' in asset_names:
            features['bond_spread'] = data['BND'] - data['BNDX']
        if 'VTI' in asset_names and 'VXUS' in asset_names:
            features['equity_momentum'] = data['VTI'] - data['VXUS']
        return features.dropna()

    def train_random_forest_models(self) -> dict:
        for asset in self.returns_df.columns:
```

Продовження додатку Д

```
 print(f"  Навчаю Random Forest для {asset}..."); params = self.ASSET_PARAMS[asset]['RandomForest']; features = MLTrainer._create_features_multi_asset(self.returns_df, asset); target = self.returns_df[asset].loc[features.index]; split_idx = int(len(features) * self.split_ratio); X_train = features.iloc[:split_idx]; y_train = target.iloc[:split_idx]; rf_model = RandomForestRegressor(n_estimators=params['n_estimators'], max_depth=params['max_depth'], min_samples_split=params['min_samples_split'], random_state=42, n_jobs=-1); rf_model.fit(X_train, y_train); self.rf_models[asset] = rf_model
        print("Random Forest готоий!")
        return self.rf_models

    def train_xgboost_models(self) -> dict:
        print("Навчаю XGBoost")
        for asset in self.returns_df.columns:
            print(f"  Навчаю для {asset}..."); params = self.ASSET_PARAMS[asset]['XGBoost']; features = MLTrainer._create_features_multi_asset(self.returns_df, asset); target = self.returns_df[asset].loc[features.index]; split_idx = int(len(features) * self.split_ratio); X_train = features.iloc[:split_idx]; y_train = target.iloc[:split_idx]; xgb_model = xgb.XGBRegressor(n_estimators=params['n_estimators'], max_depth=params['max_depth'], learning_rate=params['learning_rate'], random_state=42, n_jobs=-1, objective='reg:squarederror'); xgb_model.fit(X_train, y_train, verbose=False); self.xgb_models[asset] = xgb_model
        print("XGBoost готово!")
        return self.xgb_models

    def train_ridge_models(self) -> dict:
        print("Треную AR+Ridge...")
        for asset in self.returns_df.columns:
            print(f"  Треную AR+Ridge для {asset}..."); ridge_params = self.ASSET_PARAMS[asset]['RIDGE']; lags = ridge_params['lags']; alpha = ridge_params['alpha']; split_idx = int(len(self.returns_df) * self.split_ratio); train_data = self.returns_df[asset].iloc[:split_idx]; X = []; y = []
            for i in range(lags, len(train_data)):
                X.append([train_data.iloc[i - j] for j in range(1, lags + 1)]); y.append(train_data.iloc[i])
            X = np.array(X); y = np.array(y); model = Ridge(alpha=alpha, fit_intercept=True); model.fit(X, y); self.ridge_models[asset] = {'model': model, 'lags': lags, 'last_values': train_data.tail(lags).values}
        print("AR+Ridge готово!")
        return self.ridge_models

    def train_all_models(self) -> tuple:
        self.train_random_forest_models(); self.train_xgboost_models(); self.train_ridge_models()
        return self.rf_models, self.xgb_models, self.ridge_models

    def create_combined_models_dict(self, best_models_per_asset: dict) -> dict:
        combined_models = {}
        for asset, model_type in best_models_per_asset.items():
            if model_type == "RandomForest": combined_models[asset] = ("RandomForest", self.rf_models.get(asset))
            elif model_type == "XGBoost": combined_models[asset] = ("XGBoost", self.xgb_models.get(asset))
            elif model_type == "RIDGE": combined_models[asset] = ("RIDGE", self.ridge_models.get(asset))
        return combined_models
```

ДОДАТОК Е

Програмний код модулю обрахунку метрик

```
from typing import Tuple
import numpy as np
import pandas as pd
from scipy import stats

class PortfolioAnalyzer:
    @staticmethod
    def analyze_portfolio(returns: pd.DataFrame, weights: pd.DataFrame, risk_free_rate: float = 0.01, confidence_level: float = 0.95) -> pd.DataFrame:
        portfolio_returns = (returns * weights.values).sum(axis=1); monthly_rf = risk_free_rate / 12; mean_return, std_return = PortfolioAnalyzer._calculate_basic_stats(portfolio_returns); annual_return, annual_std = PortfolioAnalyzer._annualize_metrics(mean_return, std_return); sharpe = PortfolioAnalyzer._calculate_sharpe_ratio(mean_return, std_return, monthly_rf); sortino = PortfolioAnalyzer._calculate_sortino_ratio(portfolio_returns, monthly_rf); max_dd, calmar = PortfolioAnalyzer._calculate_drawdown_metrics(portfolio_returns, annual_return); var_monthly, var_annual = PortfolioAnalyzer._calculate_var(portfolio_returns, confidence_level); cvar_monthly, cvar_annual = PortfolioAnalyzer._calculate_cvar(portfolio_returns, confidence_level); skew, kurt = PortfolioAnalyzer._calculate_distribution_stats(portfolio_returns)
        metrics_data = {'Monthly Return': mean_return, 'Annual Return': annual_return, 'Monthly Volatility': std_return, 'Annual Volatility': annual_std, 'Sharpe Ratio': sharpe, 'Sortino Ratio': sortino, 'Max Drawdown': max_dd, 'Calmar Ratio': calmar, 'VaR Annual (95%)': var_annual, 'CVaR Annual (95%)': cvar_annual, 'Skewness': skew, 'Kurtosis': kurt}
        return pd.DataFrame(metrics_data, index=['Value']).T

    @staticmethod
    def _calculate_basic_stats(returns: pd.Series) -> Tuple[float, float]:
        return returns.mean(), returns.std()

    @staticmethod
    def _annualize_metrics(monthly_return: float, monthly_std: float) -> Tuple[float, float]:
        annual_return = (1 + monthly_return) ** 12 - 1; annual_std = monthly_std * np.sqrt(12)
        return annual_return, annual_std

    @staticmethod
    def _calculate_sharpe_ratio(mean_return: float, std_return: float, risk_free: float) -> float:
        if std_return == 0: return 0
        return (mean_return - risk_free) / std_return * np.sqrt(12)

    @staticmethod
    def _calculate_sortino_ratio(returns: pd.Series, risk_free: float) -> float:
        excess_returns = returns - risk_free; mean_excess_return = excess_returns.mean(); downside_deviations = np.minimum(excess_returns, 0); downside_variance = (downside_deviations ** 2).mean()
        if downside_variance == 0: return float('inf') if mean_excess_return > 0 else 0
        downside_std = np.sqrt(downside_variance)
        return mean_excess_return / downside_std * np.sqrt(12)

    @staticmethod
    def _calculate_drawdown_metrics(returns: pd.Series, annual_return: float) -> Tuple[float, float]:
        cumulative_returns = (1 + returns).cumprod(); running_max = cumulative_returns.expanding().max(); drawdown = (cumulative_returns - running_max) / running_max; max_drawdown = drawdown.min(); calmar_ratio = annual_return / abs(max_drawdown) if max_drawdown != 0 else 0
        return max_drawdown, calmar_ratio
```

Продовження додатку Е

```
 @staticmethod
    def _calculate_var(returns: pd.Series, confidence_level: float) -> Tuple[float, float]:
        var_percentile = (1 - confidence_level) * 100; var_monthly = np.percentile(returns, var_percentile); annual_mean = returns.mean() * 12; annual_std = returns.std() * np.sqrt(12); var_annual = stats.norm.ppf(var_percentile / 100, annual_mean, annual_std)
        return var_monthly, var_annual

    @staticmethod
    def _calculate_cvar(returns: pd.Series, confidence_level: float) -> Tuple[float, float]:
        var_percentile = (1 - confidence_level) * 100; var_threshold = np.percentile(returns, var_percentile); tail_returns = returns[returns <= var_threshold]
        if len(tail_returns) == 0: return 0, 0
        cvar_monthly = tail_returns.mean(); annual_mean = returns.mean() * 12; annual_std = returns.std() * np.sqrt(12); cvar_annual = annual_mean - annual_std * stats.norm.pdf(stats.norm.ppf(var_percentile / 100)) / (var_percentile / 100)
        return cvar_monthly, cvar_annual

    @staticmethod
    def _calculate_distribution_stats(returns: pd.Series) -> Tuple[float, float]:
        return returns.skew(), returns.kurtosis()
```