

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

МАТЕМАТИЧНА ЕКОНОМІКА

НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНИЙ КОМПЛЕКС ДИСЦИПЛІНИ

Навчальний посібник

Затверджено Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
як навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра
за освітньою програмою «Економічна аналітика»
спеціальності 051 «Економіка»

Укладачі: Ж. Т. Черноусова

Електронне мережне навчальне видання

Київ
КПІ ім. Ігоря Сікорського
2024

Рецензент *Войтко С.В., д.е.н., професор, завідувач кафедри міжнародної економіки КПІ ім. Ігоря Сікорського*

Відповідальний *Фартушний І.Д., к.ф.-м.н, доцент*
редактор

*Гриф надано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
(протокол № 4 від 01.02.2024 р.)
за поданням Вченої ради Факультету менеджменту та маркетингу
(протокол № 6 від 29.01.2024 р.)*

Навчальний посібник містить навчально-методичний комплекс дисципліни «Математична економіка», яка призначена для здобувачів ступеня бакалавра за освітньою програмою «Економічна аналітика» спеціальності 051 «Економіка». У посібнику наведено тематичний план дисципліни, викладено зміст та методичні поради до вивчення тем, запитання для їх опрацювання. Посібник включає тематику, орієнтовні завдання для практичних занять, а також методичні рекомендації до виконання завдань для самостійного опрацювання студентами, питання для складання екзамену з дисципліни. Надано критерії поточного та підсумкового контролю.

Навчально-методичний комплекс сприятиме засвоєнню студентами знань та набуттю практичних навичок з дослідження економічних проблем формально-математичними методами, аналізу математичних моделей економіки для обґрунтування ефективних рішень.

Реєстр. № 23/24-300. Обсяг 2 авт. арк.
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
проспект Берестейський, 37, м. Київ, 03056
<https://kpi.ua>

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру видавців, виготовлювачів
і розповсюджувачів видавничої продукції ДК № 5354 від 25.05.2017 р.

© КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2024

ЗМІСТ

Вступ.....	4
1 Тематична програма дисципліни.....	7
2 Вивчення тем дисципліни.....	10
3 Орієнтовна тематика практичних занять та методика виконання завдань	20
4 Самостійна робота студентів.....	33
5 Поточний та підсумковий контроль.....	39
6 Навчально-методичні матеріали.....	43
7 Інформаційні ресурси.....	47

ВСТУП

Математична економіка – це сфера теоретичної та прикладної наукової діяльності, яка математично формалізовано вивчає економічні об'єкти, процеси та явища. В рамках математичної економіки застосовується інструментарій інтегрального та диференціального обчислення, матричної алгебри, складаються та вирішуються рекурентні та диференціальні рівняння. Мова математики дозволяє економістам формувати змістовні та перевірені гіпотези про багато складних явищ. Понад те, суперечлива природа деяких економічних явищ унеможливорює їх дослідження без використання математики. Математична економіка дозволила вдосконалити багато методик економічного дослідження, таких, як аналіз рівноваги, порівняльна статика, динамічний аналіз.

Вивчення компоненти освітньої програми дозволяє оволодіти засобами обґрунтування економічних рішень та оцінювання їх можливих наслідків.

Метою дисципліни є вивчення дослідження економічних проблем формально-математичними методами. Для цього потрібно розглядати моделі економіки, що базуються на аксіомах, висновки з яких виводяться за допомогою дедукційних методів. За допомогою математичних моделей економічні теорії формуються строго і у загальній формі.

В ході опанування дисципліною «Математична економіка» формуються системні знання теоретичних основ побудови та аналізу математичних моделей економічних процесів, концептуальних положень виявлення тенденцій економічного розвитку та превентивного оцінювання наслідків впливу різних факторів, набуття практичних вмінь і навичок досліджувати динаміку економічних систем, пояснювати економічні та соціальні процеси і явища на основі теоретичних моделей, аналізувати і змістовно інтерпретувати отримані результати.

Предметом дисципліни є сукупність теоретичних, методичних і практичних питань щодо використання неперервних та дискретних економіко-математичних моделей для аналізу поведінки динамічних траєкторій економічного розвитку, пояснення моделей соціально-економічних явищ з погляду фундаментальних принципів і знань на основі розуміння основних напрямів розвитку економічної науки, прогнозування на основі стандартних теоретичних моделей соціально-економічні процеси.

Призначенням дисципліни є формування у студентів загальних і фахових компетентностей:

- Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу;
- Здатність пояснювати економічні та соціальні процеси і явища на основі теоретичних моделей, аналізувати і змістовно інтерпретувати отримані результати;
- Здатність застосовувати економіко-математичні методи та моделі для вирішення економічних задач;
- Здатність прогнозувати на основі стандартних теоретичних та економетричних моделей соціально-економічні процеси;
- Здатність обґрунтовувати економічні рішення на основі розуміння закономірностей економічних систем і процесів та із застосуванням сучасного методичного інструментарію;
- Здатність самостійно виявляти проблеми економічного характеру при аналізі конкретних ситуацій, пропонувати способи їх вирішення;
- Здатність аналізувати економічні системи і процеси, визначати причиннонаслідкові зв'язки, робити обґрунтовані висновки аналітичними методами;
- Здатність досліджувати економічні проблеми математичними методами, моделювати динаміку соціально-економічних процесів, виявляти тенденції та створювати сценарії еволюції подій.

Програмні результати навчання, після засвоєння дисципліни, спрямовані на набуття ряду знань, умінь і навичок вирішення складних спеціалізованих задач та практичних проблем економічної сфери фахівцями з економічної аналітики.

- Застосовувати відповідні економіко-математичні методи та моделі для вирішення економічних задач;
- Демонструвати базові навички креативного та критичного мислення у дослідженнях та професійному спілкуванні;
- Вміти абстрактно мислити, застосовувати аналіз та синтез для виявлення ключових характеристик економічних систем різного рівня, а також особливостей поведінки їх суб'єктів;
- Демонструвати гнучкість та адаптивність у нових ситуаціях, у роботі із новими об'єктами, та у невизначених умовах;
- Застосовувати методи економічної аналітики, системного аналізу, теорії ігор, математичної та експериментальної економіки аналізуючи економічні процеси на різних рівнях управління для прийняття оптимальних рішень;
- Проводити аналіз та обґрунтовувати напрями розвитку економіки та її суб'єктів на основі об'єктивних економічних законів ринку, методів математичного моделювання динаміки економічних показників і процесів.

1 ТЕМАТИЧНА ПРОГРАМА ДИСЦИПЛІНИ

Тема 1. Понятійний апарат математичної теорії споживання

Простір товарів. Теорема Дебре. Теорія споживання та її гіпотези. Переваги споживача та його функція корисності. Поняття функції корисності та її властивості. Визначення функції корисності. Її економіко-математичні властивості. Види функції корисності. Кількісна теорія корисності.

Тема 2. Моделювання поведінки споживачів

Постановка неокласичної задачі споживача. Модель поведінки споживача. Графічна інтерпретація задачі вибору споживача. Застосування теореми Куна-Такера. Пряма задача споживача за Маршалом. Двоїста задача споживача за Хіксом.

Тема 3. Порівняльна статика споживання

Зміна попиту за умови зміни ціни. Зміни попиту за умови збільшення ціни з компенсацією. Зміни попиту за умови зміни доходу. Рівняння Слуцького.

Тема 4. Класифікація типів товарів. Умови агрегації

Попит на товари різних цінових категорій. Ефект заміщення та ефект доходу за умов підвищення та зниження ціни. Умови агрегації Енгеля та Курно. Гранична норма заміщення товарів. Цінова еластичність попиту. Еластичність попиту по доходу. Еластичність та виторг продавців. Перехресна еластичність попиту.

Тема 5. Поняття виробничої функції, її властивості та типи

Простір витрат. Поняття виробничої функції. Економіко-математичні

параметри виробничих функцій. Види виробничих функцій. Властивості виробничих функцій. Поняття ізокванти та ізокошти і їх графічне зображення.

Тема 6. Моделі поведінки виробників

Модель фірми як задача нелінійного програмування з одним лінійним обмеженням та цільовою функцією на максимум прибутку. Методи розв'язування задачі фірми.

Тема 7. Порівняльна статика фірми

Реакція виробника на зміну ціни випуску. Реакція виробника на зміну цін ресурсів. Реакція виробника на одночасну зміну ціни випуску та ціни ресурсів.

Тема 8. Модель Еванса взаємодії виробників та споживачів

Дискретна павутинноподібна модель Запізнення пропозиції. Умова продажу запропонованого товару. Зведення до різницевого рівняння першого порядку та його розв'язання. Графічне рішення павутинноподібної моделі попиту та пропозиції. Три стани ринку. Неперервна модель та її розв'язок і властивості в залежності від параметрів. Порівняння розв'язків неперервної та дискретної моделей. Модель Еванса в дискретному та неперервному вигляді.

Тема 9. Односекторні нелінійні моделі економіки

Моделі макроекономічної динаміки. Модель Солоу. Аналіз економіки на основі моделі Солоу. Перехідний режим у моделі Солоу. «Золоте» правило накопичення. Виграш у поточному споживанні – програш у найближчій перспективі.

Однопродуктова динамічна макроекономічна модель Рамсея зростання

в замкненій та агрегованій економіці. Норма нагромадження та норма споживання. Розв'язання моделі. Три типи економіки.

Тема 10. Класична модель ринкової економіки та модель Кейнса

Класична модель ринкової економіки. Ринок робочої сили. Ринок грошей. Ринок товарів. Загальна модель. Постановка моделі Кейнса. Вплив грошово-кредитної політики на виробництво. Встановлення рівноваги на ринках товарів та грошей. Загальна рівновага на ринку грошей та товарів.

Тема 11. Лінійні динамічні моделі

Модель Харрода-Домара. Формула взаємозв'язку між інвестиціями та швидкістю зростання доходу. Передумови моделі: інвестиційний лаг, виробнича функція, витрати праці, вибуття капіталу. Динаміка обсягу споживання. Розв'язки моделі. Темп приросту доходу. Норма накопичення. Аналіз розв'язків в залежності від параметрів моделі. Динамічна модель Леонтьєва. Передумови моделі щодо технології, норм витрат, заміщення видів продукції. Міжгалузеві потоки. Матриця капіталоємності приростів виробництва.

Тема 12. Якісні методи аналізу соціально-економічних систем і процесів

Якісні зміни в соціально-економічних системах. Якість, структура, розвиток, якісні зміни, структурні зміни. Види якісних змін системи. Закони розвитку систем.

Моделювання якісних змін в динамічних неперервних системах. Диференціальні рівняння, розв'язок диференціального рівняння, задача з початковими умовами, крайова задача. Системи диференціальних рівнянь. Скінченно-різницеві рівняння.

Якісні методи аналізу поведінки динамічних систем. Задача якісного методу. Логістична крива. Якісний аналіз диференціального рівняння за

допомогою фазового графіка. Характеристика стійкості станів рівноваги.

Тема 13. Рівновага та нерівновага, стійкість та нестійкість динамічних моделей економіки

Рівновага і стійкість. Рівноважний стан системи. Два варіанта розвитку подій. Стійкість системи. Стійкий та нестійкий стани рівноваги системи. Динамічна стійкість системи. Стаціонарність. Опис системи в перехідний період. Стаціонарні та нестаціонарні системи. Стабільність. Формалізація стійкості динамічних систем. Автономна і неавтономна системи. Стійкий за Ляпуновим стан рівноваги. Асимптотично стійка точка рівноваги динамічної системи. Аттрактор, репеллер, базис аттрактора. Теорема Ляпунова про стійкість.

Класифікація станів рівноваги динамічних систем. Лінеаризація системи в околі стану рівноваги. Вузли невинроджені, винроджені, дикритичні: стійкі та нестійкі. Сідло, сепаратиси сідла. Стійкий і нестійкий фокус. Центр. Складні стани рівноваги.

2 ВИВЧЕННЯ ТЕМ ДИСЦИПЛІНИ

Тема 1. Понятійний апарат математичної теорії споживання

Зміст заняття

Вибір та уподобання

Аксіоми порівнянності, транзитивності, порівнянності економічної теорії стосовно уподобань

Математичне формулювання цих аксіом

Поняття корисності

Визначення функції корисності

Гранична корисність. Закон спадної граничної корисності

Аксиома строгої опуклості у термінах відношення привабливості

Опуклість функції корисності. Закон Госсена

Приклад побудови ординальної прямої корисності за методом виявленого уподобання

Види функції корисності

Поверхні та криві байдужості

Типові рівняння та графіки кривих байдужості

Властивості кривих байдужості

Гранична норма заміщення та її обчислення

Контрольні питання та завдання:

1. Що таке простір товарів.
2. Теорема Дебре.
3. Гіпотези теорії споживання.
4. Економіко-математичні властивості функції корисності.
5. Побудова кардинальної корисності.

Рекомендована та використана література: [1, 3, 9–13, 16, 19]

Тема 2. Моделювання поведінки споживачів

Зміст заняття

Прагнення та обмеження: модель поведінки споживача

Графічна інтерпретація задачі вибору споживача

Рівняння рівноваги споживача: ординалістичний підхід

Оптимізація вибору споживача як задача на знаходження умовного екстремума

Властивості розв'язків такої задачі

Функції попиту на товар

Контрольні питання та завдання:

1. Застосування теореми Куна-Такера.
2. Пряма задача споживача за Маршалом
3. Двоїста задача споживача за Хіксом.
4. Знаходження функцій попиту на кожний товар

Рекомендована та використана література: [1, 3, 9–13, 16, 19]

Тема 3. Порівняльна статика споживання***Зміст заняття***

Модель «ціна-споживання»

Допоміжна бюджетна лінія

Ефекти заміщення та доходу за Хіксом

Компенсуюча бюджетна лінія за Слуцьким

Рівняння Слуцького

Ефекти заміщення та доходу за Слуцьким

Контрольні питання та завдання:

1. Зміна попиту за умови зміни ціни.
2. Зміни попиту за умови збільшення ціни з компенсацією.
3. Зміни попиту за умови зміни доходу.
4. Вивести рівняння Євгена Слуцького.

Рекомендована та використана література: [1, 3, 9–13, 16, 19]

Тема 4. Класифікація типів товарів. Умови агрегації

Зміст заняття

Розширена бюджетна лінія
 Модель та крива «дохід-споживання»
 Крива Енгеля
 Класифікація благ за Л.Торнквістом
 Цінова еластичність попиту
 Перехресна еластичність попиту
 Еластичність попиту за доходом
 Класифікація товарів за доходом

Контрольні питання та завдання:

1. Попит на товари різних цінових категорій.
2. Умови агрегації Енгеля та Курно.
3. Еластичність та виторг продавців.

Рекомендована та використана література: [1, 3, 9–13, 16, 19]

Тема 5. Поняття виробничої функції, її властивості та типи***Зміст заняття***

Визначення виробничої функції
 Властивості виробничих функцій
 Види виробничих функцій
 Показники, що пов'язані з виробничими функціями
 Крива байдужості виробництва та норми заміщення факторів виробництва
 Поняття ізокванти та її графічне зображення

Контрольні питання та завдання:

1. Що таке простір витрат.
2. Економіко-математичні параметри виробничих функцій.
3. Поняття ізокошти та її графічне зображення..

Рекомендована та використана література: [1, 3, 9–13, 14, 16, 19]

Тема 6. Моделі поведінки виробників

Зміст заняття

Максимізація прибутку фірми від виробництва товарів кількох видів
 Мінімізація витрат фірми для виробництва товарів кількох видів
 Методи розв'язування задач фірми

Контрольні питання та завдання:

1. Модель фірми як задача нелінійного програмування з одним лінійним обмеженням та цільовою функцією на максимум прибутку.
2. Методи розв'язування задачі фірми як задачі оптимізації функції декількох змінних.

Рекомендована та використана література: [1, 3, 9–13, 16, 17, 19]

Тема 7. Порівняльна статика фірми

Зміст заняття

Реакція виробника на зміну ціни випуску
 Реакція виробника на зміну цін ресурсів
 Реакція виробника на одночасну зміну ціни випуску та ціни ресурсів

Контрольні питання та завдання:

1. Як знайти реакцію виробника на зміну ціни випуску.
2. Чому дорівнює реакція виробника на зміну цін ресурсів.
3. Як підрахувати реакцію виробника на одночасну зміну ціни випуску та ціни ресурсів.

Рекомендована та використана література: [1, 3, 9–13, 16, 17, 19]

Тема 8. Модель Еванса взаємодії виробників та споживачів

Зміст заняття

Павутинноподібна модель з дискретним часом. Запізнення пропозиції

Зведення до різницевого рівняння першого порядку та його розв'язання

Графічне рішення павутинноподібної моделі попиту та пропозиції

Три стани ринку

Павутинноподібна модель з неперервним часом, її розв'язок і властивості в залежності від параметрів моделі

Порівняння розв'язків неперервної та дискретної павутинноподібних моделей

Модель Еванса встановлення рівноважної ціни в неперервному вигляді

Розв'язання рівняння Самуельсона

Дискретний аналог модель Еванса. Зведення її до різницевого рівняння першого порядку

Порівняння розв'язків неперервної та дискретної моделей Еванса

Приклад моделі ринку з прогнозованими цінами та її розв'язання

Контрольні питання та завдання:

1. Розв'язання рівняння Самуельсона.
2. Розв'язання різницевого рівняння першого порядку.
3. Розв'язання моделі ринку з прогнозованими цінами.

Рекомендована та використана література: [1, 3, 9–13, 16–19]

Тема 9. Односекторні нелінійні моделі економіки

Зміст заняття

Модель Солоу в абсолютних показниках

Модель Солоу у відносних показниках

Неокласична модель економічного зростання Солоу

«Золоте» правило нагромадження

Аналіз станів рівноваги

Однопродуктова динамічна макроекономічна модель Рамсея, її розв'язання

Три типи економіки за моделлю

Контрольні питання та завдання:

1. Якими є припущення щодо валових інвестицій та виробничої функції та їх зміст.
2. Основне диференціальне рівняння неокласичної теорії економічного зростання.
3. «Золоте» правило нагромадження.
4. Аналіз станів рівноваги в залежності від рівня питомого споживання.
5. Норма нагромадження та норма споживання
6. Визначення типу розвитку економіки в залежності від параметрів моделі Рамсея

Рекомендована та використана література: [1–10, 12, 14, 15, 17, 18]

Тема 10. Класична модель ринкової економіки та модель Кейнса

Зміст заняття

Класична модель ринкової економіки

Постановка моделі Кейнса

Загальна рівновага на ринку грошей та товарів

Розв'язання динамічної моделі Кейнса. Три типи економіки

Контрольні питання та завдання:

1. Вплив грошово-кредитної політики на виробництво.
2. Встановлення рівноваги на ринках товарів та грошей.
3. Три типи економіки за динамічною моделлю Кейнса.

Рекомендована та використана література: [1–10, 12, 14, 15, 17, 18]

Тема 11. Лінійні динамічні моделі

Зміст заняття

Модель Харрода-Домара

Формула взаємозв'язку між інвестиціями та швидкістю зростання доходу

Передумови моделі: інвестиційний лаг, виробнича функція, витрати праці, вибуття капіталу

Динаміка обсягу споживання

Розв'язування моделі Харрода-Домара

Аналіз розв'язків в залежності від параметрів моделі

Динамічна модель Леонтьєва

Передумови моделі щодо технології, норм витрат, заміщення видів

продукції

Міжгалузеві потоки

Матриця капіталоємності приростів виробництва

Контрольні питання та завдання:

1. Основні положення моделі Харрода-Домара.
2. Поняття технологічного темпу приросту випуску продукції.
3. Визначення найкращого темпу приросту споживання.
4. Основні припущення моделі В.Леоньєва.
5. Загальний вигляд рівнянь динамічної моделі В.Леоньєва.
6. Поняття про допустимість стану та траєкторії моделі В.Леоньєва.
7. Розв'язок моделі В.Леоньєва у випадку відсутності екзогенного споживання та його врахуванням.
8. Відмінності в поведінці моделі В.Леоньєва при зміні структурних коефіцієнтів моделі.

Рекомендована та використана література: [1–10, 12, 14, 15, 17, 18]

Тема 12. Якісні методи аналізу соціально-економічних систем і процесів

Зміст заняття

Диференціальні рівняння, розв'язок диференціального рівняння, задача з початковими умовами, крайова задача

Системи диференціальних рівнянь

Скінченно-різницеві рівняння

Якісний аналіз диференціального рівняння за допомогою фазового графіка

Характеристика стійкості станів рівноваги

Модель зростання для сталого темпу приросту

Зростання випуску продукції в умовах конкуренції

Логістична крива

Контрольні питання та завдання:

1. Які відмінності якісних, структурних та кількісних змін в економіці.
2. Які існують механізми якісних змін.
3. В чому полягає основна задача якісного аналізу динамічних систем.
4. Як проводиться якісний аналіз.
5. Розв'язок диференціального рівняння з початковими умовами, крайової задачі
6. Вивести рівняння функції виробництва, графіком якої є логістична крива

Рекомендована та використана література: [1–10, 12, 14, 15, 17, 18]

Тема 13. Рівновага та нерівновага, стійкість та нестійкість динамічних моделей економіки

Зміст заняття

Рівновага і стійкість

Формалізація стійкості динамічних систем

Класифікація станів рівноваги динамічних систем

Лінеаризація системи в околі стану рівноваги

Вузли невинроджені, винроджені, дикритичні: стійкі та нестійкі

Сідло, сепаратриси сідла

Стійкий і нестійкий фокус

Центр

Контрольні питання та завдання:

1. Що означає стійкість системи.
2. В чому різниця понять «рівновага», «стійкість» та «стаціонарність».
3. Що являє собою рівноважний стан системи.
4. Які виокремлюються типи стійкості станів системи.
5. Що представляють собою вузол, сідло, фокус, центр.
6. Що таке автономна і неавтономна системи

Рекомендована та використана література: [1–10, 12, 14, 15, 17, 18]

З ОРІЄНТОВНА ТЕМАТИКА ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ ТА МЕТОДИКА ВИКОНАННЯ ЗАВДАНЬ

Тема 1. Вивчення розвитку економіки України за допомогою статичної моделі Леонтьєва

Методичні поради до розв'язання аналітичного завдання

1. Знайдіть статистичні дані (зі Статистичних щорічників України) за три підряд роки по галузі економіки України, яка розвивається і буде вивчатися.
2. Виходячи з міжгалузевих балансів «витрати–випуск» за два роки поспіль розрахуйте агреговані таблиці міжгалузевого балансу, які містять обрану галузь та «інші галузі», кінцеві споживчі витрати загалом, валове нагромадження капіталу загалом, сальдо експорт–імпорт по цим двом «галузям».

3. За допомогою індексів споживчих цін зведіть отримані дані за другий рік, що подані у грош.од., до цін першого (базисного) року.
4. Знайдіть вектор випуску продукції і заповніть схему міжгалузевого балансу на другий рік, виходячи з даних міжгалузевого балансу за перший рік, якщо є відомим вектор кінцевої продукції на другий рік (див. вказівки до виконання завдання на наступній сторінці).
5. За допомогою індексів споживчих цін зведіть отримані дані на другий рік у цінах першого (базисного) року до цін другого року. Порівняйте отримані дані з реальними. Зробіть висновки.

Основні галузі економіки України, які розвиваються:

1. Сільське господарство
2. Промисловість переробна
3. Добувна промисловість
4. Будівництво
5. Інформація та телекомунікації
6. Операції з нерухомим майном
7. Професійна, наукова та технічна діяльність
8. Мистецтво, спорт, розваги та відпочинок

Тема 2. Вивчення розвитку економіки України за допомогою динамічної моделі Леонтьєва

Методичні поради до розв'язання аналітичного завдання

I. Підготовчий етап

Позначимо через вектор X – валовий Випуск галузей економіки,

вектор C – кінцеві Споживчі витрати,

вектор H – валове нагромадження,

вектор E – сальдо Експорт-імпорт,

A – матрицю прямих матеріальних витрат, яка знаходиться на основі матриці Проміжного споживання,

B – матрицю коефіцієнтів капіталомісткості приростів виробництва

(b_{ij} – витрати виробничого нагромадження i - ої галузі на одиницю приросту випуску j - ої галузі).

Тоді можемо подати міжгалузевий баланс наступним чином:

$$X = A \cdot X + H + C + E, \text{ або}$$

$$X = A \cdot X + B \frac{dX}{dt} + C + E, \text{ коли час є неперервним.}$$

У випадку дискретного часу маємо:

$X = A \cdot X + B \cdot \Delta X + C + E$, де ΔX – вектор-стовпчик приростів виробництва галузей за *наступний* рік.

Нехай $B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}$.

Знайдемо її. Вона має $2 \cdot 2 = 4$ невідомих елементів. Тому для однозначного знаходження матриці B необхідно не менше 4 рівнянь. Розглянемо міжгалузеві баланси за три послідовні роки.

Маємо $B \cdot \Delta X = H$. Тоді $B \cdot \Delta X^{(j)} = H^{(j)}$,

де $\Delta X^{(j)}$ – прирости виробництва галузей за $j+1$ - ий рік,

$$\Delta X^{(j)} = X^{(j+1)} - X^{(j)},$$

$H^{(j)}$ – валове нагромадження за j - ий рік.

$$b_{i1} \Delta x_1^{(j)} + b_{i2} \Delta x_2^{(j)} = H_i^{(j)}, \text{ де } i \text{ – номер галузі, } i = 1, 2;$$

$$b_{11} \Delta x_1^{(1)} + b_{12} \Delta x_2^{(1)} + 0 + 0 = H_1^{(1)},$$

$$b_{11} \Delta x_1^{(2)} + b_{12} \Delta x_2^{(2)} + 0 + 0 = H_1^{(2)},$$

$$0 + 0 + b_{21} \Delta x_1^{(1)} + b_{22} \Delta x_2^{(1)} = H_2^{(1)},$$

$$0 + 0 + b_{21} \Delta x_1^{(2)} + b_{22} \Delta x_2^{(2)} = H_2^{(2)},$$

де j – номер року, $j = 1, 2$.

Щоб сформувати блочну матрицю коефіцієнтів системи 4-х рівнянь, спочатку фіксуємо номер галузі, а потім змінюємо номер року.

Цей блок буде мати вигляд:

$$B = \begin{pmatrix} \Delta x_1^{(1)} & \Delta x_2^{(1)} \\ \Delta x_1^{(2)} & \Delta x_2^{(2)} \end{pmatrix}, \text{ а блочна матриця коефіцієнтів } \begin{pmatrix} B & O \\ O & B \end{pmatrix},$$

стовпчик правих частин $(H_1^{(1)}, H_1^{(2)}, H_2^{(1)}, H_2^{(2)})^T$.

2. Основний етап

1. Знайдіть матриці A та B , використовуючи дані агрегованих та зведених до базисного року таблиць «Витрати-випуск».

2. Визначте трендові залежності кінцевого споживання $C(t)$ плюс сальдо Експорт-Імпорт $E(t)$ кожної галузі у вигляді експоненційного тренду $C_0 e^{rt}$, використовуючи:

- 1) опцію вставки лінії тренда в точкову діаграму Excel або
- 2) за допомогою інструмента «Регрессия» Анализа данных (Надстройки Excel) – тут треба логарифмувати співвідношення, щоб звести до лінійної моделі: $Y = C_0 e^{rt}$, $\ln Y = \ln C_0 + rt$.

Потім, для знаходження C_0 , експоненціюйте знайдену константу в лінеаризованій моделі.

- 3) Або наступним чином.

Оскільки $r = (dC/dt) / C = (dC / C) / dt$, то

$r_1 = (C(2) - C(1)) / C(1)$ та $r_2 = (C(3) - C(2)) / C(2)$ відносно першого та другого років відповідно;

а також за формулою $r = \sqrt{(C(2)/C(1)) \cdot (C(3)/C(2))} - 1$,

оскільки $K \cdot K = K_1 \cdot K_2$, де K – середня зміна показника в певну кількість разів.

По кожній з галузей темп r може бути різний, тому можна знайти темп споживання кожної галузі за наведеними вище формулами, потім можна обчислити середнє арифметичне темпів кожної галузі для визначення спільного темпу обох галузей.

Тоді $C_{01} = C_1(1)$, $C_{02} = C_2(1)$.

3. Розв'яжіть отриману модель $X = A \cdot X + B \frac{dX}{dt} + C_0 e^{rt}$ вручну, перейшовши до Y .

В отриманому розв'язку поверніться до X .

4. Проаналізуйте отриманий розв'язок, побудуйте схематичні графіки.
5. Побудуйте графіки в Excel. Порівняйте графіки зі схематичними.
6. Перетворіть дискретну модель $X = A \cdot X + B \cdot \Delta X + C_0 e^{rt}$ до системи різницевих рівнянь першого порядку:

$$X(t+1) = B^{-1}(X(t) - AX(t) + BX(t) - C_0 e^{rt}), X_0 = X(1)$$

та розв'жіть її чисельно на два наступних роки.

Побудуйте графіки та порівняйте розв'язок такої моделі з розв'язком вручну неперервної моделі та статистикою.

Тема 3. Вивчення розвитку економіки України за допомогою
однопродуктових моделей Харрода-Домара та Кейнса

Методичні поради до розв'язання аналітичного завдання

1. Знайдіть статистичні дані (зі Статистичних щорічників України) за три поспіль роки по галузі економіки України, яка буде вивчатися.
2. В таблицях міжгалузевих балансів «витрати–випуск» знайдіть складові Валового продукту Y обраної галузі (у стовпчику): Оплата праці, Податки, Субсидії, Валовий прибуток.
3. За допомогою індексів споживчих цін зведіть дані за другий та третій роки, до цін першого (базисного) року.
4. Оскільки в моделі Харрода-Домара $Y(t)=I(t)+C(t)$ Державні витрати окремо не розглядаються, то Споживання C буде складатися з Оплати праці+Податків+ Субсидії. Інвестиції I дорівнюють Валовому прибутку.
- 4а) Із співвідношення $I(t)=B \frac{dY}{dt}$ необхідно знайти коефіцієнт приростної капіталомісткості B . Для цього знайдіть B_1 з рівняння $I(1)=B_1(Y(2)-Y(1))$ та B_2 з рівняння $I(2)=B_2(Y(3)-Y(2))$, а потім їх середнє арифметичне.
- 4б) Оскільки в моделі Харрода-Домара Споживання задається екзогенно, знайдіть трендову залежність Споживання від часу у вигляді $C(t)=C(1)e^{rt}$, де темп зміни споживання r знайдіть як :
 - 1) середнє арифметичне темпів $r_1=(C(2)-C(1))/C(1)$ та $r_2=(C(3)-C(2))/C(2)$;
 - 2) а також за формулою $r=\sqrt{(C(2)/C(1)) \cdot (C(3)/C(2))} -1$;
 оскільки $r = (dC/dt) / C = (dC / C) / dt$.
- 4в) Зведена модель Харрода-Домара має вигляд $Y(t)= B \frac{dY}{dt}+C(t)$. Розв'яжіть отриману модель вручну.
- 4г) Проаналізуйте отриманий розв'язок, побудуйте схематичні графіки. Побудуйте графіки в Excel. Порівняйте графіки.

5. Оскільки в моделі Кейнса Валовий внутрішній продукт $Y(t)=I(t)+C(t)+E(t)$, де E – Державні витрати, то Споживання C буде складатися тільки з Оплати праці, Державні витрати $E=\text{Податки}+\text{Субсидії}$. Інвестиції I дорівнюють Валовому прибутку.

5а) Зі співвідношення $I(t)=B \frac{dY}{dt}$ необхідно знайти коефіцієнт приростної капіталомісткості B . Для цього знайдіть B_1 з рівняння $I(1)=B_1(Y(2)-Y(1))$

та B_2 з рівняння $I(2)=B_2(Y(3)-Y(2))$, а потім їх середнє арифметичне.

5б) Оскільки в моделі Кейнса Державні витрати задаються екзогенно, задайте Державні витрати у вигляді $E(t)=\text{const}$ як середнє арифметичне значень за три роки.

5в) В моделі Кейнса Споживання задається ендогенно: $C(t)=aY(t)+b$, де a – коефіцієнт схильності до споживання, b –кінцеве споживання.

Цю залежність знайдіть двома способами. 1)знайшовши лінійний тренд;

2) розв'язавши три системи рівнянь, де a_i та b_i – невідомі, $i=1, 2, 3$.

$$C(1)=a_1Y(1)+b_1, C(2)=a_1Y(2)+b_1;$$

$$C(2)=a_2Y(2)+b_2, C(3)=a_2Y(3)+b_2;$$

$$C(1)=a_3Y(1)+b_3, C(3)=a_3Y(3)+b_3;$$

та знайшовши середні арифметичні a та b .

5г) Модель Кейнса можна звести до вигляду $\frac{dY}{dt} = \frac{1-a}{B} Y(t) - \frac{1}{B} (b + E(t))$.

Розв'яжіть отриману модель вручну.

5д) Проаналізуйте отриманий розв'язок, побудуйте схематичні графіки.

Побудуйте графіки в Excel. Порівняйте графіки.

6. Порівняйте моделі Харрода-Домара та Кейнса та зробіть висновки.

Тема 4. Вивчення динаміки замкненої та агрегованої економіки за допомогою моделі Солоу-Свена

1. Підготовчий етап

1. Знайдіть статистичні дані по рокам (зі Статистичних щорічників України) по галузі економіки України, яка буде вивчатися, по Валовому продукту Y ((Оплата праці+Податки+Субсидії)+Валовий прибуток) (зі Стовпчику),

по основним засобам K (наприклад, див. стор.246 Статистичного щорічника «Україна в цифрах» за 2016 р.),

по середньообліковій кількості штатних працівників L (наприклад, див. стор.63 Статистичного щорічника «Україна в цифрах» за 2016 р. і порівняйте з даними на стор.51),

2. За допомогою індексів цін зведіть дані до цін базисного року.
3. За статистичними даними оцініть по рокам норму амортизації μ (див. стор.248 Статистичного щорічника «Україна в цифрах» за 2016 р. про ступінь Зносу Основних засобів).
4. За статистичними даними оцініть по рокам темп приросту n середньорічної кількості працівників *в еквіваленті повної зайнятості*.
Річний темп приросту $n(t+1) = \Delta L / L = (L(t+1) - L(t)) / L(t)$, $t=1, 2$.
Потім знайдіть середнє арифметичне.

5. За допомогою надбудови Excel «Аналіз даних/ Регресія» знайдіть виробничу функцію (Кобба-Дугласа) галузі економіки, яка вивчається.

Необхідно знайти оцінки коефіцієнтів виробничої функції вигляду:

$$Y = A \cdot K^{\alpha} \cdot L^{1-\alpha},$$

де A – технологічний коефіцієнт;

α , $1 - \alpha$ – коефіцієнти еластичності по капіталу та праці відповідно.

Приведіть виробничу функцію до лінійного вигляду шляхом логарифмування:

$$\ln(Y) = \ln(A) + \alpha \cdot \ln(K) + (1 - \alpha) \cdot \ln(L).$$

Звідки отримаєте:

$$\ln(Y/L) = \ln(A) + \alpha \cdot \ln(K/L).$$

Тоді $\ln(Y/L)$ грає роль Y , а $\ln(K/L)$ грає роль X_1 , $\ln(A)$ – константа.

Потім, щоб знайти A , необхідно знайдену константу експоненціювати (тобто знайти експоненту від значення $\ln(A)$).

Проведіть аналіз отриманої моделі за даними, що містяться в звіті програми «Аналіз даних/Регресія».

2. Основний етап

1. Запишіть рівняння $0 = f(k) - (\mu + n)k - c = f(k) - \lambda k - c$, де $\lambda = \mu + n$,
із своїми даними та побудуйте графік залежності питомого споживання c від капіталооснащеності k в стані рівноваги, тобто $c = f(k) - \lambda k$.
2. Знайдіть Максимальне значення Питомого Споживання та відповідне значення капіталооснащеності; Максимальне значення Капіталооснащеності (це досягається при нульовому питомому споживанні).
3. За статистичними даними оцініть рівень питомого споживання $\bar{c} = C/L$ галузі економіки, яка досліджується. Візьмемо Споживання=Валовий внутрішній продукт-Валовий прибуток (в стовпчику). Він знаходиться між нульовим та максимальним значеннями. Для цього проміжного рівня питомого споживання знайдіть (розрахуйте за формулою та покажіть на графіку) відповідні значення капіталооснащеності $\bar{k}$.
Тобто розв'яжіть рівняння $\bar{c} = f(\bar{k}) - \lambda \bar{k}$.

4. За статистичними даними оцініть рівень капіталооснащеності $k=K/L$ галузі економіки, яка вивчається.
5. Порівняйте знайдені з рівняння значення зі статистичним значенням. Зробіть висновки щодо стану економіки галузі й напрямку її розвитку. Проілюструйте графічно.

Тема 5. Вивчення динаміки замкненої та агрегованої економіки
за допомогою моделі оптимального економічного зростання
Солоу-Свена-Рамсея

Методичні поради до розв'язання аналітичного завдання

Розглянемо односекторну модель оптимального економічного зростання – модель Солоу-Свена-Рамсея.

Варіаційне формулювання завдання управління економічною системою на проміжку $[0, T]$ має наступний вигляд: вимагається максимізувати функціонал

$$J[k(\cdot)] = \int_0^T e^{-\delta t} U\{f[k(t)] - \lambda k(t) - \dot{k}(t)\} dt, \quad (3.1)$$

де δ, λ – коефіцієнти, на множині допустимих траєкторій $k(t) \in R_+$ таких, що $k(0)=k_0, k(T)=k_T$.

Тут k_0, k_T – задані додатні сталі. (3.2)

Якщо знехтувати умовою (3.2), то завдання максимізації функціонала є простою варіаційною задачею, причому інтегрант має спеціальний вигляд:

$$F(t, k, \dot{k}) = U[f(k) - \lambda k - \dot{k}]. \quad (3.3)$$

Для пошуку екстремалей в задачі (1) запишемо рівняння Ейлера, яке набуде вигляду:

$$\frac{d}{dt}\{F'_k(t, k, \dot{k})\} - F'_k(t, k, \dot{k}) = 0, \quad (3.4)$$

де функція $F(t, k, \dot{k})$ визначена співвідношенням (3.3). Введемо позначення

$$c(t) = f(k) - \lambda k - \dot{k}. \quad (3.5)$$

За допомогою позначення (3.5) рівняння (3.4) можна переписати у вигляді:

$$\frac{dc(t)}{dt} = -\frac{U'(c(t))}{U''(c(t))}\{f'[k(t)] - (\lambda + \delta)\}. \quad (3.6)$$

Сукупність співвідношень (3.5), (3.6) еквівалентна рівнянню (4) і є необхідною умовою екстремуму для даної варіаційної задачі. Якщо сукупність змінних задовольняє цій системі, то вона (а також траєкторія економічної системи, що відповідає їй) називається Ейлеровою.

Враховуючи вигляд міри відносної несхильності до ризику в сенсі Эрроу-

Пратта
$$\sigma(c) = -c \frac{U''(c)}{U'(c)} = -\frac{\partial(U'(c))}{U'(c)} : \frac{\partial c}{c} \text{ еластичність} \quad (3.7)$$

запишемо отриману систему рівнянь у вигляді:

$$\frac{dk(t)}{dt} = f[k(t)] - \lambda k(t) - c(t) = Q(k, c); \quad \frac{dc(t)}{dt} = \frac{c(t)}{\sigma[c(t)]}\{f'[k(t)] - (\lambda + \delta)\} = P(k, c). \quad (3.8)$$

Система (3.8) доповнюється граничними умовами $k(0)=k_0, k(T)=k_T$.

Часто в задачах економічного зростання можна обмежитися функціями корисності спеціального виду. Вважається, що економічні агенти поведуться таким чином, що їх відносна несхильність до ризику (3.7) може вважатися сталою: $\sigma(c) = \text{const} > 0$.

Для подальших досліджень (якщо не зробити спеціальних часткових припущень про характер продуктивності праці $y=f(k)$, що пов'язаний з виглядом виробничої функції) вимагається провести якісний аналіз системи. Такий аналіз припускає визначення станів рівноваги та їх типів, а також побудову «полів напрямів».

Стани рівноваги системи (3.8) визначаються рівняннями:

$$f(k) - \lambda k - c = 0, \quad c\{f'(k) - (\lambda + \delta)\} / \sigma(c) = 0.$$

Дуже зручним є графічний аналіз цих рівнянь, що ґрунтується на властивостях неокласичної виробничої функції $y=f(k)$. На площині (k, c) для економічного аналізу представляє інтерес розташування станів рівноваги і траєкторій тільки в першому квадранті.

- 1) Виберіть функцію корисності $U(c)$ таку, щоб $\sigma(c)=const$. Та норму дисконтування δ .
- 2) Запишіть модель оптимального економічного зростання із власними показниками.
- 3) Визначте стан рівноваги (k^*, c^*) системи (3.8), або, по іншому, траєкторію збалансованого економічного зростання.

Запишіть (K^*, C^*) .

Стани рівноваги системи (3. 8) визначаються рівняннями:

$$f(k) - \lambda k - c = 0, \quad c\{f'(k) - (\lambda + \delta)\} / \sigma(c) = 0.$$

Основна проблема полягає в тому, щоб за даним k_0 знайти таке c_0^* , щоб дістатися по сепаратрисі BS до (k^*, c^*) .

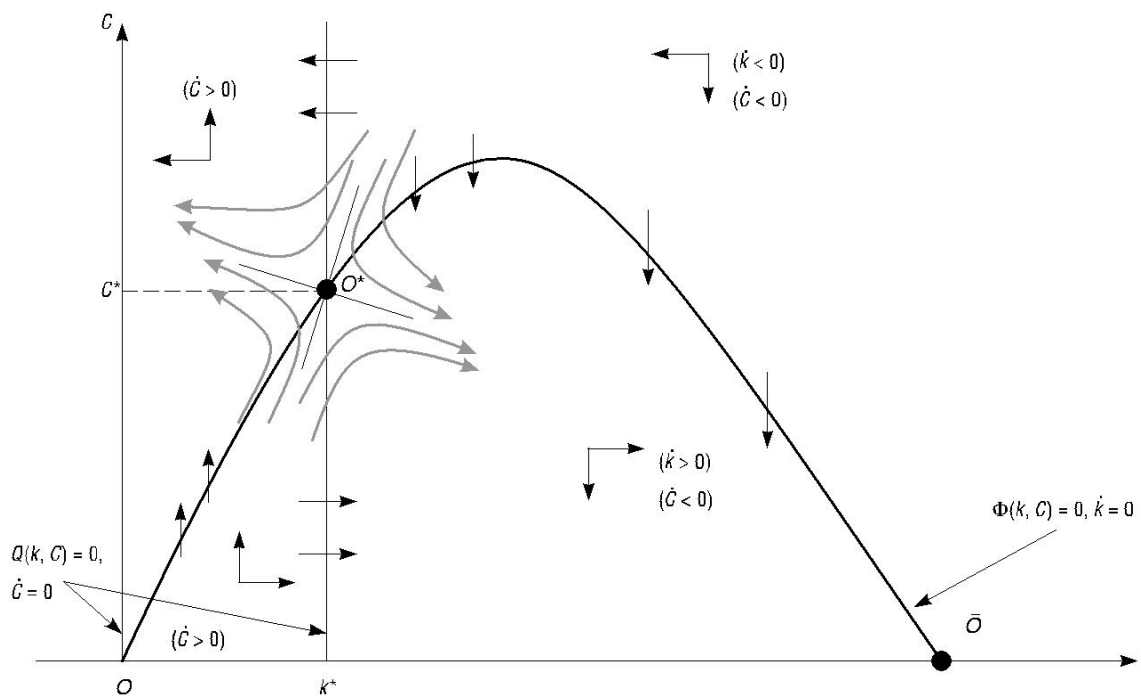


Рисунок 3.1 – Структура фазового портрету моделі Солоу-Свена-Рамсея

- 4) Лінеаризуйте детально систему 3.8 в околі стану рівноваги (k^*, c^*) .
- 5) Знайдіть власні числа і вектори, та сепаратиси матриці лінеаризованої системи. Побудуйте їх на координатній площині. Визначте тип положення рівноваги.

4 САМОСТІЙНА РОБОТА СТУДЕНТІВ

Самостійна робота студентів є обов'язковою для формування глибоких знань з дисципліни і набуття практичних навичок з побудови та використання моделей економіки на основі формально-математичного підходу. На самостійну роботу студента виноситься поглиблене вивчення дисципліни шляхом підготовки аналітичних завдань та вивчення лекційних матеріалів, підготовки до модульної контрольної роботи та складання екзамену.

Тема 1. Лінійні моделі попиту та пропозиції

Завдання. Якою є рівноважна ціна для павутинноподібної моделі, якщо пропозиція і попит на ринку задаються функціями $S(p)$ і $D(p)$ відповідно, $p'(t)$ – похідна ціни за часом,

$$S(p(t))=3p(t)+19; D(p(t))= -5p(t)+27+2 p'(t); p(0)=3.$$

Варіанти відповідей:

- 1) $\bar{p} = 1$, 2) $\bar{p} = 2$, 3) $\bar{p} = 3$, 4) $\bar{p}$ – немає.

Методичні поради до розв'язання аналітичного завдання

Якщо $p'(t) > 0$, то в цей момент $D(p(t))$ зростає ($\uparrow$),

якщо $p'(t) < 0$, то в цей момент $D(p(t))$ спадає ($\downarrow$), тобто є певні очікування цін на ринку.

Умова повного продажу запропонованого товару: $S(p(t)) = D(p(t))$.

$$3 \cdot p(t) + 19 = -5 \cdot p(t) + 27 + 2 \cdot p'(t)$$

Для рівноважної ціни $p'(t)=0$, тоді $p=1$.

$$2 \cdot p'(t) - 8 \cdot p(t) = -8,$$

$$2 \cdot p'(t) - 8 \cdot p(t) = 0.$$

Використаємо метод підстановки (метод Ейлера) для розв'язання однорідного диференціального рівняння. Тоді загальний розв'язок однорідного рівняння шукаємо у вигляді: $p(t)_{\text{з.о.}} = \text{Const} \cdot \exp(a \cdot t)$, де параметр a – ?

$$2 \cdot a \cdot \text{Const} \cdot \exp(a \cdot t) - 8 \cdot \text{Const} \cdot \exp(a \cdot t) = 0,$$

$$\text{Const} \cdot (2 \cdot a - 8) = 0 \leftrightarrow a = 4.$$

Знайдемо частковий розв'язок неоднорідного диференціального рівняння у вигляді $p(t)_{\text{ч.н.}} = A$ – константа, оскільки права частина рівняння є сталою.

$$2 \cdot A' - 8 \cdot A = -8, 0 - 8 \cdot A = -8 \leftrightarrow A = 1.$$

Загальний розв'язок неоднорідного диференціального рівняння представляється у вигляді: $p(t) = p(t)_{\text{з.о.}} + p(t)_{\text{ч.н.}} = \text{Const} \cdot \exp(4 \cdot t) + 1$, Const - ?

Для знаходження константи використаємо початкову умову:

$$p(0) = \text{Const} \cdot \exp(4 \cdot 0) + 1,$$

$$3 = \text{Const} + 1 \leftrightarrow \text{Const} = 2.$$

$$\text{Отже, } p(t) = 2 \cdot \exp(4 \cdot t) + 1.$$

Тепер побудуйте схематично графік – ціна зростає ($\uparrow$) з часом.

Отже, $p=1$ не є рівноважною ціною.

Завдання самостійної роботи: Якою є рівноважна ціна для павутинноподібної моделі, якщо пропозиція і попит на ринку задаються функціями $S(p)$ і $D(p)$ відповідно, $p'(t)$ – похідна ціни за часом:

$$1) S(p(t)) = 3p(t) + 19; D(p(t)) = -5p(t) + 27 - 2p'(t); p(0) = 2;$$

$$2) S(p(t)) = 3p(t) + 19; D(p(t)) = -5p(t) + 27 - 2p'(t); p(0) = 0.$$

Проаналізуйте та побудуйте схематичні графіки.

Тема 2. Якісні методи аналізу поведінки динамічних систем

Завдання. Якою є точка рівноваги динамічної системи

$$\frac{dx}{dt} = A \cdot X, \text{ де } A = \begin{pmatrix} -4 & 6 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}.$$

Варіанти відповідей:

1) вузол, 2) сідло, 3) фокус, 4) центр.

Методичні поради до розв'язання аналітичного завдання

У випадку фокуса власні числа матриці комплексні, дійсна частина їх не 0.

Для центра – власні числа матриці комплексні, їх дійсна частина дорівнює 0.

Потрібно знайти власні числа матриці A:

$$\det \begin{pmatrix} -4 - \lambda & 6 \\ -3 & 5 - \lambda \end{pmatrix} = 0, \lambda_1 = 2, \lambda_2 = -1 - \text{дійсні, різних знаків} - \text{маємо сідло.}$$

Якщо дійсні, однакових знаків – вузол.

Завдання самостійної роботи:

$$1) A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, 2) A = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, 3) A = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, 4) A = \begin{pmatrix} -1 & -4 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}.$$

Тема 3. Формалізація стійкості динамічних систем

Завдання. Якими є розв'язки, щодо стійкості, динамічної системи

$$\frac{dx}{dt} = A \cdot X, \text{ де } A = \begin{pmatrix} -4 & 6 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}.$$

Варіанти відповідей:

1) стійкі, 2) асимптотично стійкі, 3) нестійкі, 4) інше.

Методичні поради до розв'язання аналітичного завдання

Одне з власних чисел матриці: $\lambda_1 = 2$ – має додатну дійсну частину (див. їх знаходження вище). Це означає нестійкість розв'язку.

Маємо розв'язки асимптотично стійкі, якщо дійсні частини всіх власних чисел матриці коефіцієнтів від'ємні.

Для просто стійкості необхідно, щоб дійсні частини всіх власних чисел матриці були недодатними.

Завдання самостійної роботи:

$$1)A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad 2)A = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \quad 3)A = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad 4)A = \begin{pmatrix} -1 & -4 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}.$$

Тема 4. Модель Харрода-Домара

Завдання. Функція виробництва Y для моделі Харрода-Домара має наступний вигляд: $Y(t) = BY'(t) + C(0)e^{rt}$, де $B = 2$, $C(0) = 300$, $r = 0.4$, $Y(0) = 1000$.

Чому дорівнює коефіцієнт приростної капіталовіддачі:

- a) 2, b) 0.4, c) 0.5, d) 0.001.

Знайти норму накопичення та темп приросту доходу в початковий момент часу.

Методичні поради до розв'язання аналітичного завдання

$B \cdot Y'(t) = I(t)$, де $I(t)$ – інвестиції, B – капіталоємність для приросту на 1 ум.гр.од., $Y'(t)$ – похідна виробництва за часом.

Тоді $Y'(t) = (1/B) \cdot I$, де $(1/B)$ – капіталовіддача від 1 ум.гр.од. інвестицій щодо приросту виробництва.

Дохід від виробництва $Y(t) = I(t) + C(t)$, де $C(t)$ – споживання.

Норма накопичення $y(t) = I(t) / Y(t) = (Y(t) - C(t)) / Y(t) = 1 - C(t) / Y(t)$.

$$y(0) = 1 - C(0) / Y(0) = 1 - 300/1000 = 0,7.$$

$$\text{Темп приросту доходу } Y'(t) / Y(t) = ((Y(t) - C(t))/B) / Y(t) = y(t) / B.$$

$$\text{Темп приросту доходу в початковий момент часу } y(0) / B = 0,7 / 2 = 0,35.$$

МКР

Підготовка до модульної контрольної роботи. Контрольна робота поділяється на 2 частини, кожна з частин включає 2 аналітичних завдання по 5 балів кожне

Екзамен

(семестровий контроль) відбувається за наступними питаннями:

Понятійний апарат математичної теорії споживання

Теорія споживання та її гіпотези.

Кількісна теорія корисності.

Моделювання поведінки споживачів

Пряма задача споживача за Маршалом

Двоїста задача споживача за Хіксом

Зміна попиту за умови зміни ціни

Зміна попиту за умови збільшення ціни з компенсацією

Зміна попиту за умови зміни доходу

Рівняння Слуцького

Класифікація типів товарів

Ефект заміщення та ефект доходу за умов зміни ціни

Умови агрегації Енгеля та Курно

Гранична норма заміщення товарів

Цінова еластичність попиту

Еластичність попиту по доходу

Перехресна еластичність попиту

Поняття виробничої функції, її властивості та типи

Поняття ізокванти та ізокошти та їх графічне зображення

Моделі поведінки виробників

Методи розв'язування задачі фірми

Реакція виробника на зміну ціни випуску та ціни ресурсів

Модель Еванса взаємодії виробників та споживачів

Павутинноподібна модель з неперервним часом, її розв'язок та існування рівноважної ціни

Павутинноподібна модель з дискретним часом, її розв'язок та три стани ринку

Неокласична модель економічного зростання Солоу. Чотири припущення для моделі. «Золоте» правило накопичення

Однопродуктова динамічна макроекономічна модель Рамсея зростання в замкненій та агрегованій економіці. Розв'язання моделі. Три типи економіки

Класична модель ринкової економіки та модель Кейнса

Три типи динаміки доходу за моделлю Кейнса

Модель Харрода-Домара. Аналіз розв'язків в залежності від параметрів моделі

Статична модель Леонтьєва. Міжгалузеві потоки

Динамічна модель Леонтьєва. Матриця капіталоємності приростів виробництва

Зростання випуску продукції в умовах конкуренції. Логістична крива

Якісні методи аналізу поведінки динамічних систем

Рівновага і стійкість динамічних систем

Формалізація стійкості динамічних систем

Класифікація станів рівноваги динамічних систем другого порядку

Якісний аналіз диференціального рівняння за допомогою фазового графіка

Теорема Гробмана-Хартмана про коректність методу лінеаризації.

Лінеаризація нелінійної динамічної системи в околі стану рівноваги.

Системи лінійних різницевих рівнянь та їх розв'язання.

Типи лінійних різницевих рівнянь другого порядку. Їх розв'язки.

Модель Самуельсона-Хікса. Чотири типи динаміки доходу

5 ПОТОЧНИЙ ТА ПІДСУМКОВИЙ КОНТРОЛЬ

Оцінювання ґрунтується на застосуванні рейтингової системи оцінювання (згідно Положення про систему оцінювання результатів навчання в КПІ ім. Ігоря Сікорського (<https://osvita.kpi.ua/index.php/node/37>), яка передбачає систематичну роботу здобувача протягом семестру і складається з наступних заходів:

Рейтинг з кредитного модуля складається з балів:

1. Стартові бали (max 50 балів):

- виконання та захист 10-ти аналітичних завдань;
- виконання розрахункової роботи;
- модульна контрольна робота.

2. Екзамен (max 50 балів).

3. Критерії нарахування балів:

3.1. Виконання аналітичного завдання:

- за умови якісного виконання завдання, результати обґрунтовані й доведені, правильно оформленого розв'язку, гарного і своєчасного захисту роботи – 2 бали;
- завдання виконано з певними неточностями, що має вплив на результат – 1 бал;
- робота не виконана або не захищена – 0 балів.

3.2. Виконання модульної контрольної роботи (МКР) (max 20 балів):

МКР включає 2 аналітичних завдання по 5 балів кожне:

МКР поділяється на 2 частини, кожна з частин включає 2 аналітичних завдання по 5 балів кожне:

5 балів	Аналітичне завдання виконане правильно, результати обґрунтовані
4 бали	Витримано логіку вирішення аналітичного завдання, але допущено несуттєвих помилок
3 бали	Допущено помилки при виконанні аналітичного завдання, відповіді недостатньо обґрунтовані
0 балів	Завдання контрольної роботи не виконано, або виконано неправильно

3.3. Виконання розрахункової роботи, максимальне значення – 10 балів:

- бездоганна творча робота, якісне оформлення – 10-9 балів;
- роботу виконано з незначними недоліками – 18-15 бали;
- роботу виконано з певними помилками – 7-6 балів;
- роботу не зараховано (завдання не виконане або є грубі помилки) – 0 балів.

- **Календарний контроль:** Умовою позитивної атестації (7-й тиждень) є отримання не менше 15 балів за виконання аналітичних завдань та модульної контрольної роботи (1-а частина) (на час атестації).

5. Умовою допуску до екзамену є зарахування розрахункової роботи та стартовий рейтинг не менше 30 балів.

- **Семестровий контроль (екзамен) (max 50 балів).**

Умова допуску: стартовий рейтинг не менше 30 балів, зарахована всі аналітичні завданнярозрахункова робота.

Білет екзаменаційної роботи складається з трьох частин: теоретичні питання (2 питання); тестові завдання (15); аналітичне завдання (1):

Теоретичні питання	
5 балів	Відповідь на питання викладено правильно, всебічно, безпомилково і логічно
4 бали	Відповідь на питання викладено безпомилково, не достатньо повно проте з застосуванням набутих теоретичних знань
3 бали	Відповідь на питання викладено не повністю, але основні аспекти розкрито
0 балів	Не має відповіді
Тестові завдання	
2 бали	Відповідь вірна
0 балів	Відповідь не вірна
Аналітичне завдання	
10 балів	Продемонстровано знання матеріалу і вдало його застосовано для аналізу та доведення аналітичного завдання, наведено висновки з застосуванням набутих знань та вмінь
9 балів	Аналітичне завдання пояснене вірно, логічно, однак не наведено висновків за результатами або допущено несуттєві помилки у твердженнях
8 балів	Обґрунтоване рішення вірне, отримані дані мають суттєві помилки в поясненні або доведенні
7 балів	Аналітичне завдання виконане, але визначене рішення необґрунтоване
6 балів	Аналітичне завдання виконане частково, не містить обґрунтувань, застосування набутих теоретичних міркувань та аналітики, відповідної пройденому курсу

0 балів	Завдання не виконано
---------	----------------------

Максимальний бал за курс – 100 балів.

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

Бали: аналітичні завдання + МКР + екзамен	Оцінка
100...95	Відмінно
94...85	Дуже добре
84...75	Добре
74...65	Задовільно
Бали: аналітичні завдання + МКР + екзамен	Оцінка
64...60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Є не зараховані аналітичні завдання тастартовий рейтинг < 30 балів	Не допущено

6 НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНІ МАТЕРІАЛИ

Базова література:

1. Капустян, В. О. Моделювання економіки [Електронний ресурс] : підручник для студентів спеціальності 051 Економіка / В. О. Капустян, Г. А. Мажара, І. Д. Фартушний ; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електронні текстові дані (1 файл: 2,43 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. – 265 с. – Назва з екрана.
2. Капустян В. О. Оптимальне керування та теорія ігор в економіці. Курс лекцій [Електронний ресурс] : навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра за освітньою програмою «Економічна аналітика» спеціальності 051 економіка / В. О. Капустян, Г. А. Мажара ; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електронні текстові дані (1 файл: 679 Кб). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2023. – 120 с.
<https://ela.kpi.ua/handle/123456789/62311>
3. Григорків В.С. Моделювання економіки: підручник. Чернівці : Чернівецький нац. ун-т ім. Ю. Федьковича, 2019. 360 с.
4. Лось В.О. Моделі економічної динаміки: навчальний посібник для здобувачів ступеня вищої освіти бакалавра спеціальності «Економіка» освітньо-професійної програми «Економічна кібернетика». Запоріжжя: ЗНУ, 2020. 78 с.
5. Ніколіна І.І. Моделі економічної динаміки: конспект лекцій. Вінниця: Вінницький торговельно-економічний інститут, 2019. 81 с.
6. Здрок В.В., Лагоцький, Т.Я., Паславська, І.М. Моделювання економічної динаміки : практикум. Львів : Магнолія, 2018. 252 с.

7. Моделі економічної динаміки: навчально-методичний комплекс дисципліни [Електронний ресурс] : навч. посіб. для здобувачів ступеня бакалавра за освітньою програмою «Економічна кібернетика» спеціальності 051 «Економіка» / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад. В. О. Капустян, Ж. Т. Черноусова. – Електронні текстові дані (1 файл: 1,06 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2023. – 46 с. – Назва з екрана.
8. Бродський Ю. Б., Молодецька К. В. Моделювання економічної динаміки: підручник. Житомир: Вид-во «Житомирський національний агроекологічний університет», 2016. 132 с.

Додаткова література:

9. Баранкевич М.М. Антонів В.Б. Вступ до математичної економіки. Фундаментальні моделі: Навч. посіб. Дрогобич: Коло, 2009. 348 с.
10. Блудова, Т. В. Математична економіка: Навч. посіб. Київ: КНЕУ, 2009. 464 с.
11. Козицький В.А. Основи математичної економіки. Теорія фірми: Теорія споживання: Навч. посіб. / Козицький В.А., Лавренюк С.П., Олісневич Н.О. Львів: Піраміда, 2005. 323 с.
12. Мацкул В.М. Вища математика для економістів.: Підручник. Одеса: ОНЕУ, 2018. 472с.
13. Пономаренко О.І. Сучасний економічний аналіз: У 2-х ч. Ч.1. Мікроекономіка: Навч. посіб. / О.І. Пономаренко, М.О. Перестюк, В.М. Бурим. Київ: Вища школа, 2004. 262 с.
14. Пономаренко О.І. Сучасний економічний аналіз: У 2-х ч. Ч.2. Макроекономіка: Навч. посіб. / О.І. Пономаренко, М.О. Перестюк, В.М. Бурим. Київ: Вища школа, 2004. 207 с.
15. Пістунів І. М. Збірник індивідуальних завдань для дисциплін «Моделювання економічної динаміки» [Електронний ресурс]: Навч. посібник. Дніпро: Державний НТУ «ДП», 2020. URL: http://pistunovi.inf.ua/OBG_GOSP_RiIII_TASK.pdf
16. Ковальчук Т.В., Мартиненко В.С. Вища математика для економістів: Підручник. Ч.1. Київ: Київ.нац.торг.-екон.ун-т, 2005. 395с.
17. Ковальчук Т.В., Вища математика для економістів: Підручник/ Т.В. Ковальчук, В.С. Мартиненко, В.І Денисенко. Ч.2. Київ: Київ.нац.торг.-екон.ун-т, 2007. 342с.
18. Самойленко А.М. Диференціальні рівняння в задачах; Навч. посіб./ А.М. Самойленко, С.А. Кривошея, М.О. Перестюк. Київ: Либіль, 2003. 504 с.

19. Теорія корисності та попит: Навч.-метод. посіб./ Уклад.: В.С. Мельник, О.В. Солонуха. Київ: Політехніка, 2001. 68 с.

7 ІНФОРМАЦІЙНІ РЕСУРСИ

1. Міністерство економіки України: офіційний: вебсайт. URL: <http://www.me.gov.ua/>
2. Державна служба статистики України: офіційний: вебсайт. URL: www.ukrstat.gov.ua
3. Прозорро: вебсайт. URL: <https://prozorro.gov.ua/>
4. Агентство з розвитку інфраструктури фондового ринку України (АРІФРУ): вебсайт URL: <https://www.smida.gov.ua/about>
5. Національний інститут стратегічних досліджень. Офіційний вебсайт: URL: <http://www.niss.gov.ua>
6. Нормативні акти України. Офіційний вебсайт: URL: www.nau.kiev.ua
7. Сервер Верховної Ради України. Офіційний вебсайт: URL: <http://www.rada.gov.ua>
8. Національний банк України. Офіційний вебсайт: URL: <https://bank.gov.ua/>
9. Міністерство Фінансів України. Офіційний вебсайт: URL: <https://www.mof.gov.ua/uk>