ПРОЕКЦІЙНО-ІТЕРАТИВНИЙ МЕТОД РОЗВ'ЯЗАННЯ БАГАТОТОЧКОВОЇ ЗАДАЧІ ДЛЯ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНО-РІЗНИЦЕВИХ РІВНЯНЬ З ПАРАМЕТРАМИ

В.В. ЛИСТОПАДОВА

Нехай необхідно знайти функцію $y(x) \in W_2^2(a,b)$ і параметри $\lambda \in R^l$, які задовольняють рівняння:

$$y^{(m)}(x) + \sum_{\tau=1}^{m} g_\tau(x) y^{(m-\tau)}(x) + \sum_{\tau=1}^{m} d_\tau(x) y^{(m-\tau)}(x-\Delta) = f(x) + c(x)\lambda +$$
$$\varepsilon q(x, y(x), y'(x), ..., y^{(m-1)}(x), y(x-\Delta), y'(x-\Delta), ..., y^{(m-1)}(x-\Delta), \lambda), \tag{1}$$

для $x \in (a,b)$ і додаткові умови

$$y(x_s) = \alpha_s,\ \alpha_s \in R,\ s = \overline{1,p},\ a = x_1 < x_2 < ... < x_s < ... < x_p = b, \tag{2}$$
$$y(x-\Delta) = y'(x-\Delta) = ... = y^{(m-1)}(x-\Delta) = 0,\ x \in (a, a+\Delta), \tag{3}$$

де Δ — постійне запізнення, $\Delta > 0$, $c(x)\lambda$ — скалярний добуток вектора $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_l)$ і неперервної на $(a;b)$ вектор функції

$$c(x) = (c_1(x), c_2(x), ..., c_l(x))\,,$$

$l = p - m$, ε — малий параметр.

Припустимо, що коефіцієнти $g_\tau(x), d_\tau(x), \tau = \overline{1,m}, c(x)$ визначені й неперервні на $[a,b]\,, f \in L_2(a,b)$, а функція

$$q(x, u_1(x), u_2(x), ..., u_{2m}(x), \lambda)$$

в області $D = \left\{a \leqslant x \leqslant b, -\infty < u_i < \infty, i = \overline{1,2m},\ \lambda \in R^l\right\}$ задовольняє умову Ліпшиця

$$\left|q\left(x, u_1, u_2, ..., u_{2m}, \lambda\right) - q\left(x, \overline{u_1}, \overline{u_2}, ..., \overline{u_{2m}}, \overline{\lambda}\right)\right| \leqslant$$
$$\leqslant \sum_{i=1}^{2m} \beta_i(x)\left|u_i - \overline{u_i}\right| + \sum_{s=1}^{l} \gamma_s(x)\left|\lambda_s - \overline{\lambda_s}\right|,$$

де $\beta_i(x), \gamma_s(x)$ — відомі функції, для яких

$$\beta_i \in C(a,b),\ i = \overline{1,2m},\ \gamma_s \in L_2(a,b),\ s = \overline{1,l}.$$

В повідомленні доведено, що при зроблених припущеннях дослідження існування та єдиності розв'язку задачі (1)–(3) зведеться до дослідження сумісності рівносильного інтегрального рівняння з малою нелінійністю. Зокрема, при $\varepsilon = 0$ задача (1)–(3) перетворюється в багатоточкову задачу для лінійного диференціально-різницевого рівняння з параметрами, яка детально розглянута в [1], [2].

В даній роботі обґрунтовано застосування до задачі (1)–(3) проекційно-ітеративного методу, теоретичні основи якого викладені в роботах [3], [4]. Доведено зведення проекційно-ітеративного методу для даної задачі до проекційно-ітеративного методу розв'язання інтегрального рівняння з малою нелінійністю та одержано достатні умови збіжності методу.

Література

[1] Листопадова В.В. *Про одну багатоточкову задачу для диференціальних рівнянь з відхиленням аргументу і параметрами* // Доп. НАН України. — 2012. — № 4. — С. 30–33.

[2] Листопадова В.В. *Застосування проекційно-ітеративного методу до багатоточкових задач для диференціальних рівнянь з параметрами та запізненням* // Доп. НАН України. — 2012. — № 5. — С. 26–31.

[3] Лучка А.Ю. *Проекционно-итеративные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений.* — Київ: Наук. думка, 1980. — 264 с.

[4] Лучка А.Ю. *Проекционно-итеративные методы.* — Київ: Наук. думка, 1993. — 288 с.

КПІ ім. Ігоря Сікорського, Київ, Україна
Email address: listopadovavv@gmail.com