

ВПЛИВ ВЛАСТИВОСТЕЙ ПОВЕРХОНЬ ТІЛ ПРИ СПІВУДАРІ НА ХАРАКТЕРИСТИКИ ХВИЛЬ РЕЛЕЯ, ЯКІ ВИКЛИКАНІ УДАРНОМ

Вступ

Теорія співудару твердих тіл постійно привертає увагу багатьох інженерів і дослідників. Одним із аспектів цієї проблеми є вивчення локальних динамічних процесів, що виникають в тілах при їх співударі.

В статті [1] та доповіді [2] наведені результати дослідження процесу виникнення хвиль Релея при співударі пружних тіл. Основні характеристики удару отримано у вигляді функцій двох параметрів: частоти ω і параметра ϵ , який визначає залежність амплітуд і довжин хвиль Релея від геометричних характеристик поверхонь контактуючих тіл. Розв'язок задачі в [1] отримано для випадку $\epsilon < 1$, що відповідає співударові тіл, недеформовані поверхні яких мають велику кривину.

Постановка задачі

Метою даної роботи є дослідження випадку $\epsilon > 1$. Для визначення сили динамічної взаємодії $P(t)$ було застосовано метод інтегральних перетворень Лапласа - Карсона. Знайдено зображення функцій $P^*(t)$ і проведено перетворення її до оригіналу. Оригінал функції $P(t)$ розкладено в ряд по степенях параметра $\delta = \epsilon^{-1}$.

Маємо

$$\begin{aligned}
 P(t) = & \pi^{-1/2} (V_0 k^{-1})^{3/2} \{ \delta^{1/2} [2^2/(1 \cdot 3) t^{3/2} + \frac{1}{2} \omega^2 \cdot 2^4/(1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7) \cdot t^{7/2} - \\
 & 1/(2 \cdot 4) \cdot \omega^4 \cdot 2^6/(1 \cdot 3 \cdots 11) \cdot t^{11/2} + \cdots] - \delta^{3/2} \cdot (\pi V_0)^{1/2} \cdot m^{-1} k^{-3/2} (t^4/4! + \\
 & \omega^2 \cdot t^6/6! + \cdots) - \delta^{5/2} [1/2 \cdot (2^2/(1 \cdot 3) \cdot t^{3/2} + 3/2 \cdot \omega^2 \cdot 2^4/(1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7) \cdot t^{7/2} + \cdots) - \\
 & 21/8 \cdot \pi^{1/2} V_0 \cdot m^{-2} k^{-3} (2^7/(1 \cdot 3 \cdots 13) \cdot t^{13/2} + 3/2 \cdot \omega^2 \cdot 2^9/(1 \cdot 3 \cdots 17) \cdot t^{17/2} + \\
 & \cdots)] + \\
 & \delta^2 [3/2 \cdot (\pi V_0)^{1/2} \cdot m^{-1} k^{-3/2} (t^4/4! + 2 \cdot \omega^2 \cdot t^6/6! + \cdots) -
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

$$5 \cdot \pi^{1/2} V_0^{3/2} \cdot m^{-3} k^{-9/2} (t^9/9! + 2 \cdot \omega^2 \cdot t^{11}/11! + \dots) + \dots\}$$

де k – відомий коефіцієнт, що залежить від властивостей тіл, що співударяються, зокрема пружних сталих Ляме λ і μ ;

m – зведена маса тіл, що співударяються;

V_0 – початкова швидкість процесу удару.

Для визначення δ і ω застосовуємо принцип найменшого змушення (принцип Гауса) [3, 4].

В даному випадку змушення Z дорівнює

$$Z = (\delta + \cos \omega t)^{3/2} \cdot \{4/3 t^{3/2} (1 - \delta/2) + 8/105 \cdot \omega^2 \cdot t^{5/2} (1 - 3/2 \delta)\}^{4/3} \quad (2)$$

Як і раніше [1], будемо вимагати, щоб у кожній точці інтервалу T (ϵ , ω), що дорівнює тривалості удару, функція Z найменше відхилялась від нуля [5]. Тривалість удару в цьому випадку дорівнює

$$T = T_0 (1 + 1/5 \delta) \delta^{-1/5},$$

де T_0 – тривалість удару без врахування впливу поверхневих хвиль [4].

Перетворимо координати так, щоб

$$t = (\tau + T_0/2) \delta^{-1/5},$$

цим самим зведемо дану задачу до задачі Чебишева [5].

За теоремою Чебишева отримаємо систему рівнянь

$$\begin{aligned} 1/5 (\delta + 7/6 + 2/15 \cdot \psi^2 \cdot \delta^{-1} + 3/35 \psi^2) \sin \psi - 4/35 \psi (2 - 3\delta) \cdot (1 + 1/5 \psi \delta^{-1} \sin \psi) &= 0, \\ 4/35 \cdot \psi^2 (2 - 3\delta) \sin \psi - (1 - \delta/2 + 2/15 \psi^2 - 1/5 \psi \delta) \sin \psi &= 0, \end{aligned} \quad (3)$$

де $\psi = \omega (\tau + T_0/2) \delta^{1/5}$.

В результаті дослідження і розв'язання системи (3) і граничних умов для функції Z визначаємо спектр значень δ і ω .

Маємо: спектр частот поверхневих хвиль такий самий, як і у випадку $\epsilon < 1$.

Найнижча частота

$$\omega_1 \approx 2,8 (V_0 m^{-2} k^{-3})^{1/5}.$$

Висновок

Порівняння отриманих результатів з попередніми [1] дозволяє зробити висновок: при співударі пружних тіл, недеформовані поверхні

яких мають малу кривину, тобто $\epsilon > 1$, спектр частот той же самий, що і у випадку $\epsilon < 1$.

Істотно впливає кривина поверхонь тіл на амплітуду хвиль Релея і швидкість згасання їх з глибиною.

Список використаної літератури

1. *Кильчевский, Н. А.* О поверхностных волнах, возникающих при соударении упругих тел [Текст] / Н. А. Кильчевский, Д. И. Ильчишина // – Прикладная механика, 1969, т.5, в. 7.
2. *Ільчишина, Д. І.* Поверхневі хвилі при контактному динамічному стисненні пружних тіл та узагальнення теорії удару Г.Герца [Текст] / Д. І. Ільчишина, Л. М. Шальда // 8МНТК «Гіроскопічна навігація», 2011.
3. *Ланцош, К.* Вариационные принципы механики [Текст] / К. Ланцош //– Мир, М., 1965, с.408.
4. *Кильчевский, Н. А.* Динамическое контактное сжатие твердых тел. Удар [Текст] / Н. А. Кильчевский //– Наукова думка, К., 1974, с. 315.
5. *Чебышев, П. Л.* Вопросы о наименьших величинах, связанные с приближенным представлением функций [Текст] / П. Л. Чебышев // М.-Л., собр. соч., т. 2, изд. АН СССР, 1947, с. 365.