

**ДИНАМІЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ІНВЕСТИЦІЙНОЇ ПОЛІТИКИ
УКРАЇНИ****DYNAMIC MODELING OF INVESTMENT POLICY OF UKRAINE**

В статті розглянуто механізм функціонування інвестиційної політики України, яка б враховувала розподіл інвестицій всередині країни та відрахування на обслуговування зовнішнього боргу держави. Розглянуто методи моделювання інвестиційної політики держави. Автором була смодельована інвестиційна ситуація в країні, проаналізовано її стан та зміну в часі, використовуючи статистичні дані про інвестиційні потоки в державі та основні фонди в головних галузях країни. Запропоновано модель інвестиційного розвитку країни в вигляді системи диференціальних рівнянь. Для аналізу отриманої моделі було запропоновано її приведення до дискретного вигляду та апроксимацію правої частини рівнянь функцією зміни ВВП в вигляді функції Кобба-Дугласа. Також запропоновано використовувати метод Беллмана для більш ефективного розподілу інвестицій між галузями економіки. Отримані результати було розглянуто на прикладі економіки України в 2001-2010 рр. після чого, використовуючи метод динамічного програмування, було проаналізовано ефективність проведеної інвестиційної політики в країні.

В статье рассмотрен механизм функционирования инвестиционной политики Украины, которая бы учитывала распределение инвестиций внутри страны и отчисления на обслуживание внешнего долга государства. Рассмотрены методы моделирования инвестиционной политики государства. Автором была смоделирована инвестиционная ситуация в стране, проанализировано ее состояние и изменение во времени, используя статистические данные о инвестиционных потоках в государстве и основных фондах в главных отраслях страны. Предложена модель инвестиционного развития страны в виде системы дифференциальных уравнений. Для анализа полученной модели было предложено ее приведения к дискретному виду и аппроксимацию правой части уравнений функцией изменения ВВП в виде функции Кобба-Дугласа. Также предложено использовать метод Беллмана для более эффективного распределения инвестиций между отраслями экономики. Полученные результаты были рассмотрены на примере экономики Украины в 2001-2010 гг после чего, используя метод динамического программирования, были проанализированы эффективность проведенной инвестиционной политики в стране.

In the article was presented the mechanism of the investment policy in Ukraine, which takes into account the distribution of investment within the country and deductions on foreign debt. Also were presented methods for modelling investment policy. The author has modelled investment situation in the country, analysed its state and change in time, using statistical data on investment flows into the country and major assets in major branches of the country. The model of investment development was presented in the form of differential equations. For the analysis of

the model were proposed its transformation to a discrete form and approximation of the equations right side by the function of the change in GDP in the form of a Cobb-Douglas function. Also it was proposed to use the method of Bellman for more efficient allocation of investment across sectors. The results were applied to the economy of Ukraine in 2001-2010 years and then, using the method of dynamic programming, analysed the effectiveness of investment policy in the country.

Ключові слова: інвестиційний розвиток країни, основні фонди, зовнішній борг, апроксимація, принцип Беллмана.

Вступ. Інвестиційна політика держави останнім часом доволі часто стає об'єктом дослідження в наукових працях економістів і математиків із пострадянського простору, а усвідомлення необхідності переходу від стихійності інвестиційних потоків до їх вмотивованого регулювання виходить далеко за межі суто академічного інтересу.. Останнє, в свою чергу, приводить до нарощення суми зовнішнього боргу і навряд чи сприяє економічному зростанню. [1]

Проблема моделювання інвестиційної політики держави була розглянута багатьма науковцями, наприклад Назаренко А.М., Васильєвим А.А. В роботі було розглянуто метод моделювання інвестиційної політики держави, запропонований Назаренко А.М.. Актуальність даної роботи в тому, що методи математичного моделювання інвестиційної політики держави застосовано для України та проаналізовано отриману ситуацію. В роботі запропоновано метод аналізу та керування інвестиційною політикою України.

Постановка завдання. Математично змоделювати ситуацію в країні, проаналізувати її та надати рекомендації щодо подальшого керування.

Основний об'єкт дослідження – інвестиційні потоки в економіці країни.

Нехай маємо економічну систему відкритого типу, що складається з n галузей, кожна з яких виробляє продукти як для ринку кінцевого споживання, так і для інвестиційного ринку. Споживчі товари або споживаються домогосподарствами в національній економіці, або експортуються за кордон. Інвестиційні ресурси також спрямовуються за двома напрямками: для інвестування будь-яких з n галузей національної економіки та для інвестування закордонних проектів. Споживчі товари та інвестиції надходять також ззовні у вигляді імпорту іноземних споживчих товарів та іноземних інвестицій відповідно.

Змінні керування будемо вибирати у відповідності до кінцевої мети моделювання. У нашому випадку інструментами прийняття рішень мають бути потоки інвестицій, адже за мету поставлено регулювання інвестиційною політикою держави.

Методологія. Результати дослідження отримані на основі економіко-математичного моделювання, економічної теорії та теорії керування. Для

формування статистичної бази для аналізу було використано дані Державного комітету управління статистики журналу «Основні фонди України».

Результати дослідження. Нехай $x_i(t)$ – основні фонди (реальний капітал) i -го сектора в момент часу t ($i = 1, 2, \dots, n$), тоді капітальні вкладення вимірюються швидкістю зміни основних фондів (чистими інвестиціями) $\dot{x}_i(t) = \frac{dx_i(t)}{dt}$.

Припустимо, що в кожний момент часу t необхідно замінити $f_i(t)$ амортизованого капіталу i -го сектора. Функція $f_i(t)$ називається функцією амортизації і часто має вигляд $f_i(t) = \mu_i(t)x_i(t)$, де $\mu_i(t)$ – норма амортизації для i -го сектора в момент часу t . [3]

Якщо валові інвестиції $I_i(t)$ в i -й сектор економіки йдуть на заміну амортизованого капіталу та на чисте прирощення існуючого капіталу, то динаміку зміни основних фондів i -го сектора можна описати диференціальним рівнянням

$$\dot{x}_i(t) + f_i(t) = I_i(t), i = 1, 2, \dots, n. \quad (1)$$

Позначимо $x_{n+1}(t)$ – зовнішній борг держави в момент часу t , тоді $\dot{x}_{n+1}(t) = \frac{dx_{n+1}(t)}{dt}$ швидкість зміни зовнішнього боргу (валовий приріст).

Будемо вважати, що в кожний момент часу t існують витрати $f_{n+1}(t)$, які додаються до суми заборгованості як відсоток за користування зовнішніми запозиченнями.

Функція $f_{n+1}(t)$ називається функцією обслуговування зовнішнього боргу і часто має вигляд $f_{n+1}(t) = \mu_{n+1}(t)x_{n+1}(t)$, де $\mu_{n+1}(t)$ – ставка зовнішніх запозичень в момент часу t (як правило, асоціюється зі світовою процентною ставкою). [3]

Чистий приріст зовнішнього боргу (валовий приріст мінус величина обслуговування) пов'язаний з необхідністю фінансування дефіциту платіжного балансу держави $BPD(t)$. Тоді динаміка зміни зовнішнього боргу може бути описана диференціальним рівнянням

$$\dot{x}_{n+1}(t) - f_{n+1}(t) = BPD(t). \quad (2)$$

Отже, в загальному випадку для n - секторної економіки динаміку системи будемо описувати неперервною моделлю, що складається з $n + 1$ диференціальних рівнянь (1)-(2).

Охарактеризуємо функції $I_i(t)$ ($i=1, 2, \dots, n$) та $BPD(t)$. Припустимо, що в кожний момент часу t існує m інвестиційних та споживчих потоків $u_k(t)$, таких, що $I_i(t)$ та $BPD(t)$ можуть бути представлені як лінійні комбінації таких потоків:

$$I_i(t) = \sum_{k=1}^m \lambda_k u_k(t), i = 1, 2, \dots, n, \quad (3)$$

$$BPD(t) = \sum_{k=1}^m \eta_k u_k(t), \quad (4)$$

де λ_k, η_k – деякі сталі вагові коефіцієнти.

З урахуванням (3)-(4) модель (1)-(2) набуває вигляду:

$$\sum_{k=1}^m \lambda_k u_k(t) = \dot{x}_i(t) + f_i(t), i = 1, 2, \dots, n, \quad (5)$$

$$\sum_{k=1}^m \eta_k u_k(t) = \dot{x}_{n+1}(t) - f_{n+1}(t), \quad (6)$$

Модель (5)-(6) є базовою для дослідження динамічних характеристик описаної системи і розв'язання численних оптимізаційних задач залежно від мети подальшого моделювання.

У нашому випадку метою є регулювання потоками u_k ($k = 1, 2, \dots, m$). Тоді виникає питання про апроксимацію функцій правих частин системи (5)-(6). Для цього будемо використовувати економетричний підхід, описаний у [4].

Дискретна модель досліджуваної системи для моментів часу $t=1, 2, \dots, N$ набуває вигляду:

$$\sum_{k=1}^m \lambda_k u_k(t) = I_i(t) = x_i(t+1) - x_i(t) + f_i(t), i = 1, 2, \dots, n, \quad (7)$$

$$\sum_{k=1}^m \eta_k u_k(t) = BPD(t) = x_{n+1}(t+1) - x_{n+1}(t) - f_{n+1}(t), \quad (8)$$

Маючи для кожного з n секторів економіки статистичні дані з основних фондів $x_i(t)$ і функцій амортизації $f_i(t)$, а також зовнішнього боргу держави $x_{n+1}(t)$ і функцій його обслуговування $f_{n+1}(t)$ праві частини рівнянь (7)-(8) можна апроксимувати функцією регресії з якомога більшою точністю. Для цього валові інвестиції $I_i(t)$ в основні фонди i -го сектора економіки та дефіцит платіжного балансу держави $BPD(t)$ представимо як частки від ВВП (Y) країни. В результаті приходимо до такої економетричної моделі:

$$x_i(t+1) - x_i(t) + f_i(t) = \vartheta_i(t) Y_t, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (9)$$

$$x_{n+1}(t+1) - x_{n+1}(t) - f_{n+1}(t) = \vartheta_{n+1}(t) Y_t, \quad t = 1, 2, \dots, n. \quad (10)$$

де $\vartheta_i(t)$ – деякі неперервні функції, які будемо шукати у вигляді многочленів:

$$\vartheta_i(t) = b_{i0} + b_{i1}t + b_{i2}t^2 + \dots + b_{ik}t^{k_i}, \quad i = 1, 2, \dots, n+1 \quad (11)$$

Тут степені ik встановлюються експериментально.

Функцію $\vartheta_i(t)$ ($i=1, 2, \dots, n$) можна інтерпретувати як показник інвестиційної активності в i -му секторі економіки. Чим більше значення $\vartheta_i(t)$, тим більша частка у ВВП інвестицій, залучених в i -й сектор, а отже, більший внесок i -го сектора в оновлення і модернізацію економіки. Зростання темпів

модернізації буде відбуватися за умови, що темпи зростання інвестування в основний капітал будуть вищі за темпи зростання ВВП.

ВВП Y у даному випадку є екзогенним параметром, який в кожний момент часу будемо наближувати функцією Кобба-Дугласа:

$$Y = a_0 p^{a_1} q^{a_2} \dots, \quad (12)$$

де $p, q, \dots$ – деякі фактори (основні фонди, трудові ресурси, матеріальні витрати тощо), які впливають на ВВП, забезпечуючи якомога більший коефіцієнт детермінації R^2 для моделі (12).

Продемонструємо наведений вище підхід до апроксимації правих частин моделі (7)-(8) на прикладі динаміки економічного розвитку України в період 2001-2010 рр. Всі статистичні дані – з офіційного сервера статистичної інформації України [5] і журналу «Основні фонди України».

Розглянемо випадок двогалузевої економічної системи, умовно розділивши економіку України на промислову галузь і сільськогосподарську галузь.

ВВП України будемо наближати функцією виду (12), обравши як фактори основні фонди (p) та чисельність робочої сили (q).

Метод найменших квадратів оцінки невідомих параметрів дає такі результати:

$$Y = 0,9989 \cdot K^{0,7011} q^{0,2989} R^2 = 0,9801$$

Високе значення коефіцієнта детермінації R^2 дозволяє використовувати функцію для подальшого дослідження.

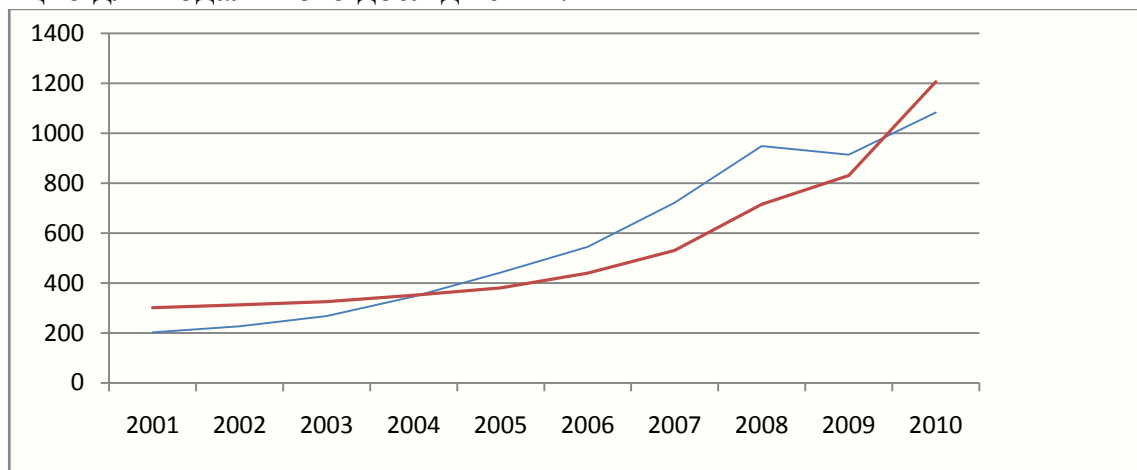


Рис. 1. ВВП України: статистичні дані та наближені значення.

Аналізуємо статистичні по промисловій галузі. Перепишемо рівняння динаміки інвестицій в цій галузі як:

$$\vartheta_1(t) = \frac{x_1(t+1) - x_1(t) + f_1(t)}{Y_t}$$

Таким чином отримаємо приблизні значення даного показника і можемо знайти многочлен, який його описує:

$$\vartheta_1(t) = -0,0002t^6 + 0,0043t^5 - 0,0467t^4 + 0,2482t^3 - 0,6573t^2 + 0,8096t - 0,2292$$

$$R^2 = 0,914$$

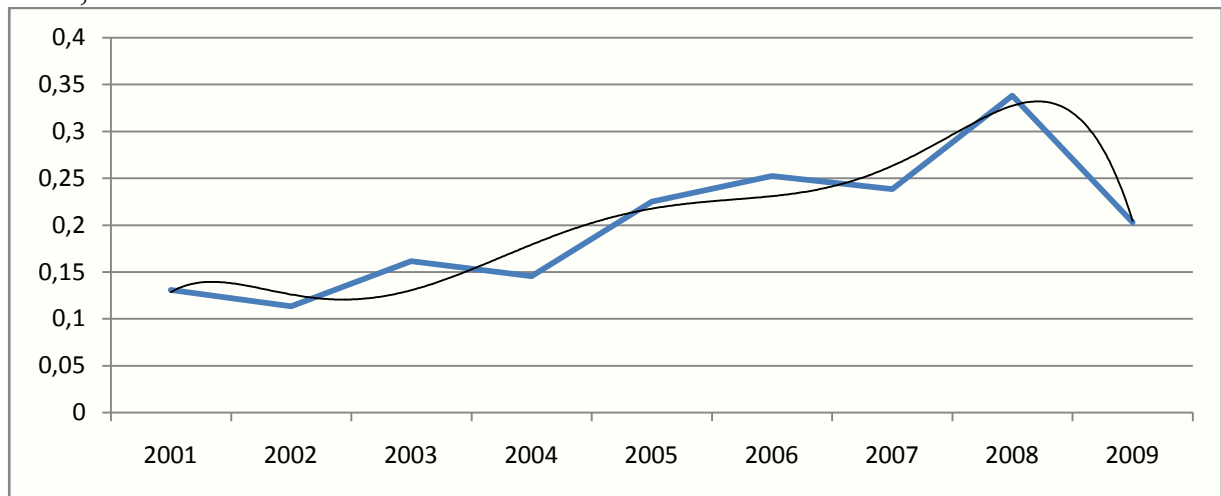


Рис. 2. Промислова галузь України: статистичні дані та наближені дані.

Аналізуємо статистичні по сільському господарству. Перепишемо рівняння динаміки інвестицій в цій галузі як:

$$\vartheta_2(t) = \frac{x_2(t+1) - x_2(t) + f_2(t)}{Y_t}$$

Таким чином отримаємо приблизні значення даного показника і можемо знайти многочлен, який його описує:

$$\vartheta_2(t) = 4E-05t^6 - 0,0013t^5 + 0,0153t^4 - 0,0927t^3 + 0,2875t^2 - 0,4121t + 0,1937$$

$$R^2 = 0,974$$

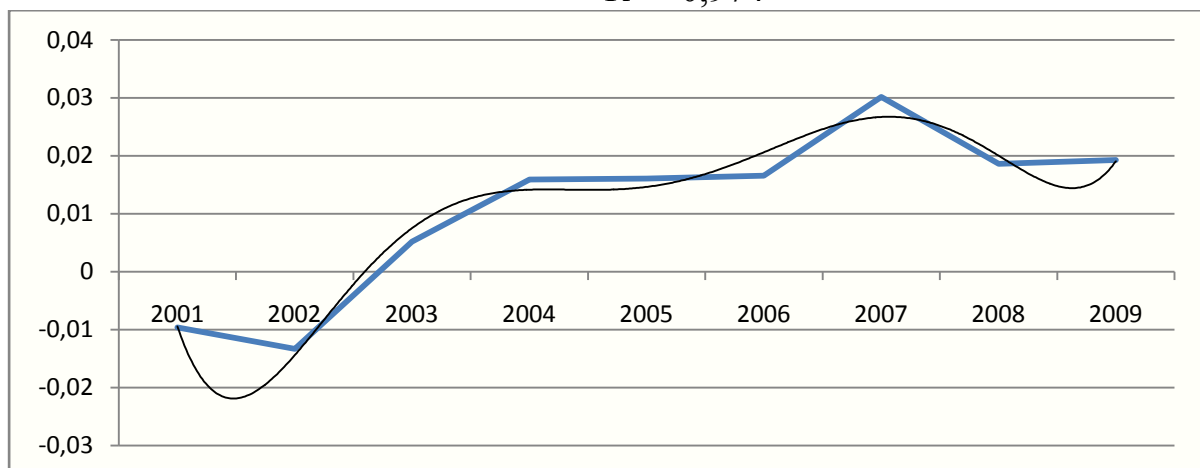


Рис. 3. Сільське господарство України: статистичні дані та наближені дані.

Аналізуємо статистичні по зовнішньому боргу держави (нехай світова ставка – 10%). Формула приймає вигляд:

$$\vartheta_{n+1}(t) = \frac{x_{n+1}(t+1) - x_{n+1}(t) - f_{n+1}(t)}{Y_t}$$

Отримуємо многочлен:

$$\vartheta_3(t) = -0,0001t^6 + 0,0032t^5 - 0,0346t^4 + 0,1853t^3 - 0,512t^2 + 0,6741t - 0,3276$$

$$R^2 = 0,9893$$

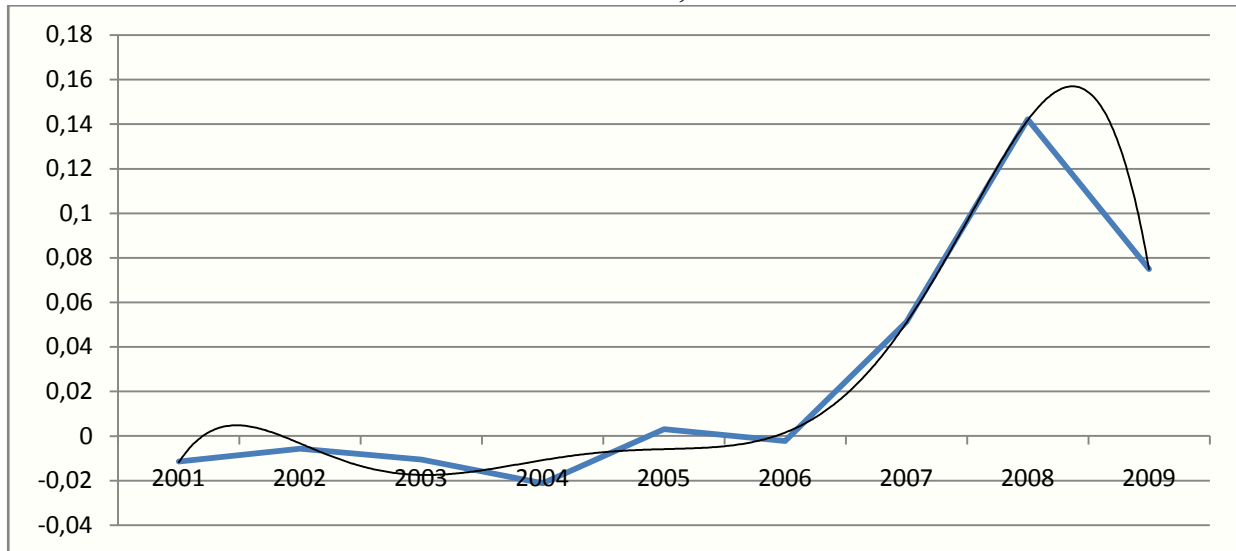


Рис. 4. Зовнішній борг України: статистичні дані та наближені дані.

Динаміка розвитку величин інвестицій $I_1(t)$ в першу галузь, $I_2(t)$ в другу галузь та дефіциту платіжного балансу країни $BPD(t)$ описується моделлю (9)-(10). Розрахунки показують, що як функція $v_i(t)$ ($i=1, 2, 3$) можна обрати такі многочлени:

$$\vartheta_1(t) = -0,0002t^6 + 0,0043t^5 - 0,0467t^4 + 0,2482t^3 - 0,6573t^2 + 0,8096t - 0,2292$$

$$\vartheta_2(t) = 4E-05t^6 - 0,0013t^5 + 0,0153t^4 - 0,0927t^3 + 0,2875t^2 - 0,4121t + 0,1937$$

$$\vartheta_3(t) = -0,0001t^6 + 0,0032t^5 - 0,0346t^4 + 0,1853t^3 - 0,512t^2 + 0,6741t - 0,3276$$

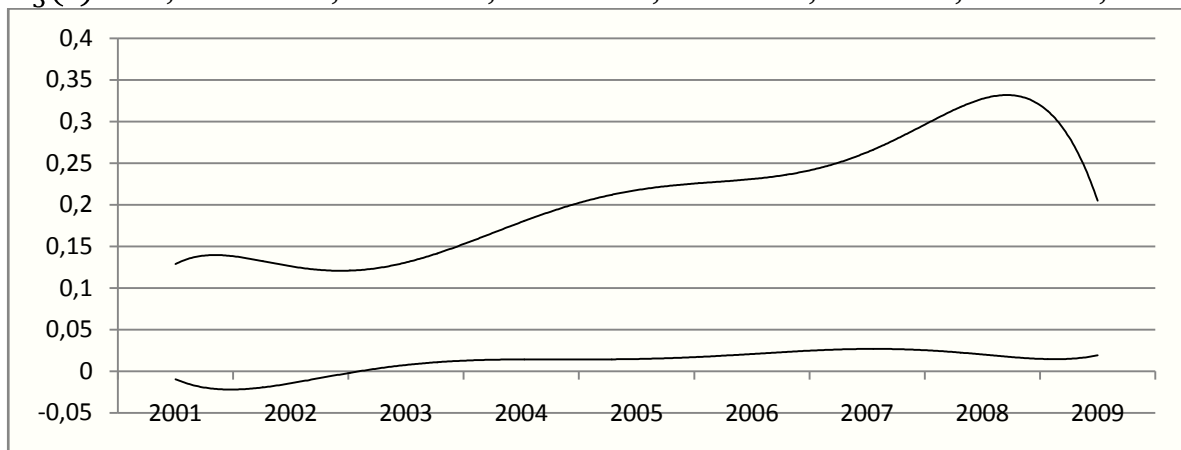


Рис. 5. Динаміка розвитку величин інвестицій.

Як бачимо, інвестиційна активність $\vartheta_1(t)$ у галузі послуг на даному етапі розвитку країни перевищувала інвестиційну активність $\vartheta_2(t)$ у сільськогосподарській галузі і, маючи домінуюче значення, в більшій мірі сприяла модернізації економіки країни. Також треба відзначити майже синхронне коливання цього показника для обох галузей, що може свідчити

про відсутність дисбалансів під час економічного спаду чи підйому в межах економічної циклічності.

Отримуємо систему, яка описує інвестиційну ситуацію в країні в період з 2000-2010 рр.:

$$\begin{cases} I_1(t) = (-0,0002t^6 + 0,0043t^5 - 0,0467t^4 + 0,2482t^3 - 0,6573t^2 + 0,8096t - 0,2292)(0,9989 * K^{0,7011} * L^{0,2989}) \\ I_2(t) = (4E - 05t^6 - 0,0013t^5 + 0,0153t^4 - 0,0927t^3 + 0,2875t^2 - 0,4121t + 0,1937)(0,9989 * K^{0,7011} * L^{0,2989}) \\ BPD(t) = (-0,09t^6 + 2,478t^5 - 26,486t^4 + 139,64t^3 - 377,5t^2 + 484,91t - 226,66)(0,9989 * K^{0,7011} * L^{0,2989}) \end{cases}$$

Загальній тенденції інвестиційної активності відповідає і функція $v_3(t)$, яка, як вже відзначалося, відображає ступінь залежності країни від зовнішньої кон'юнктури. А оскільки для економіки України цей показник був досить високим майже до 2005 р., то не дивно, що чим вище значення мала величина $v_3(t)$, тим вищими були показники інвестиційної активності в обох галузях економіки.

Розглянемо 2009 рік. Ми знайшли, що для цього року $\vartheta_1 = 20\%$, а $\vartheta_2 = 2\%$.

Проаналізуємо чи є такий набір частин ВВП в інвестиції оптимальним. Для цього застосуємо метод динамічного програмування Беллмана.

Нехай, максимум, який може виділитись з ВВП України в 2009 р. буде 30%

Задача полягає у визначенні таких часток ϑ_1 та ϑ_2 , які максимізують приріст основних фондів в галузях, тобто функції $W = \sum_{i=1}^2 f_i(\vartheta_i)$ і задовольняють умові: $\sum_{i=1}^2 \vartheta_i = 30\%$.

Таблиця 1.

Таблиця відповідності часток та приросту основних фондів

Частка	Приріст в промисловості	Приріст в с/г
0	0	0
5	18,93185	53,89585
10	79,21969	114,1837
15	139,5075	174,4715
20	199,7954	234,7594
25	260,0832	295,0472
30	320,3711	355,3351

Складемо рівняння Беллмана:

$$F_2(\square^{(2)}) = f_2(\square_2), \quad \square_2 = \square^{(2)},$$

де $X^{(2)}$ - допустимий стан на 2-му кроці, тобто остаточна частка інвестицій в промисловій галузі. Допустимі значення F_2 наведені в стовпчику з f_2 .

$$F_1(\vartheta^{(1)}) = \max_{0 \leq \vartheta_1 \leq \vartheta^{(1)}} (f_1(\vartheta_1) + F_2(\vartheta^{(2)})),$$

де $\vartheta^{(1)}$ - допустимий стан на 1-му кроці, тобто остаточна частка інвестицій в с/г галузь,

$$\vartheta^{(2)} = \vartheta^{(1)} - \vartheta_1,$$

де $\vartheta^{(1)} = 30\%$.

Аналізуючи дані таким методом – отримуємо, що всі 30% інвестицій потрібно віднести до сільськогосподарської галузі, так як амортизаційні відрахування набагато менші.

Висновки. Наукова новизна дослідження полягає в таких основних положеннях:

- запропоновано модель інвестиційного розвитку країни в вигляді системи диференційних рівнянь;
- запропоновано проводити перевірку прийнятих рішень інвестиційної політики за допомогою динамічного програмування;

Практичне значення одержаних результатів полягає в тому, що використовуючи приведений математичний механізм можна удосконалити інвестиційний розвиток країни.

Література:

1. Мойсеєнко І. П. Інвестування: Навчальний посібник – К.: Знання. – 2006. – 490 с.
2. Основи інвестиційно-інноваційної діяльності: Навчальний посібник / За ред. В.Г. Федоренко. – К.: Алерта, 2004. – 431 с
3. Назаренко А.М., Васильев А.А. Моделирование макроэкономических систем эконометрико-игровым методом // Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології. – 2006. – Вип. 4. – С. 161-171.
4. Назаренко А.М., Динамічне моделювання інвестиційного розвитку та оптимальної макроекономічної інвестиційної політики // Механізм регулювання економіки. – 2006. - Вип. 4 - С. 187-195.
5. Державний комітет управління статистики [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://www.ukrstat.gov.ua/>