

ДОСЛІДЖЕННЯ СТАДІЇ ГІДРОДИНАМІЧНОГО РОЗШИРЕННЯ ЦЕНТРАЛЬНОГО ЗІТКНЕННЯ ВАЖКИХ ЙОНІВ

А. О. Караєв^{1, а}, О. О. Стрельнікова^{1,2}

¹ Харківський національний університет ім. В.Н. Каразіна

² Інститут проблем машинобудування ім. А.М.Підгорного НАН України

Анотація

У роботі досліджено стадію гідродинамічного розширення центрального зіткнення важких йонів. Отримано систему диференціальних рівнянь з частинними похідними, що описує еволюцію густини внутрішньої енергії кварк-глюонної плазми в системі з азимутальною симетрією в ультрарелятивістському випадку. Розв'язання цих рівнянь може надати корисну інформацію про множинне народження частинок, зокрема кутовий та енергетичний розподіл і їх еволюцію з часом.

Ключові слова: кварк-глюонна плазма, релятивістська гідродинаміка, зіткнення важких йонів, гідродинамічне розширення.

Вступ

Ми живемо в епоху, коли, якщо не людське око, то принаймні людський розум здатний проникати у загадкові таємниці адронних зіткнень. Сучасний рівень прискорювачів дозволяє досліджувати зіткнення важких ультрарелятивістських йонів, що дає змогу пролити світло на загадковий стан матерії – кварк-глюонну плазму, яка була експериментально зафіксована у 2005 році. За припущеннями, саме у такому стані перебував Всесвіт через короткий (10^{-11} с) проміжок часу після Великого вибуху. Дослідження кварк-глюонної плазми відкриває нові перспективи у фізиці високих енергій та астрофізиці.

Кварк-глюонна плазма являє собою матерію з високою густиною енергії, що складається з вільних кварків та глюонів. Взаємодія кварків за допомогою глюонів називається сильною взаємодією. Теорія сильної взаємодії описується в рамках квантової хромодинаміки, в якій кожен кварк має додаткову ступінь свободи – кольоровий заряд, а сама взаємодія є взаємодією між кварками через глюонні поля [6, стор. 571].

Для дослідження множинного народження частинок та властивостей кварк-глюонної плазми, на колайдерах виконують зіткнення важких йонів. На колайдері RHIC (США) це йони золота, на LHC (CERN) – свинцю. Згустки плазми на LHC є більш густими та довгоживучими, порівняно з RHIC, а саме: густина енергії $\approx 10 \text{ GeV} \cdot \text{fm}^{-3}$ (втричі більше за відповідну у RHIC), час життя $\approx 10 \text{ фм/с}$ (на 20% більше за відповідний на RHIC) [6, стор. 573].

З теоретичної точки зору процес зіткнення можна розділити на декілька етапів (рис. 1):

- 1) Сам процес зіткнення, який у системі центру має двох йонів може бути представлений як зу-

стрічний потік лоренц-стиснутих дисків. На колайдерах RHIC та LHC лоренц-фактор досягає відповідно $\gamma_{RHIC} = 100$, $\gamma_{LHC} = 1376$ (в енергетичних одиницях відповідно 200 GeV та 2,77 TeV) [6, стор. 572].

- 2) Утворення кварк-глюонної плазми. Так як повна енергія обох ядер концентрується у малому об'ємі, розміри якого відповідають характерним ядерним розмірам, густина енергії стає значною. В цей проміжок і утворюється кварк-глюонна плазма. Характерний час перекриття ядер може бути оцінений як $10^{-24} \div 10^{-25}$ с.
- 3) Стадія гідродинамічного розширення. Система багатьох частинок, що продовжують народжуватися, концентрується в малому об'ємі, де довжина вільного пробігу набагато менша за характерні ядерні відстані. Можна вважати у наближенні, що цей стан є станом локальної рівноваги, тому для нього можна застосовувати макроскопічний підхід системи багатьох частинок [5, стор. 661].
- 4) Стадія вільного розльоту. Система охолоджується, і, після досягнення критичної температури, розпадається на вільні адрони.

У представленій роботі розглядається стадія гідродинамічного розширення. Як було сказано вище, систему у цій стадії можна вважати макроскопічною і застосовувати для її розгляду гідродинаміку, звичайно, не класичну, а релятивістську. Рівняння релятивістської гідродинаміки суттєво нелінійні, навіть якщо застосувати ультрарелятивістське наближення. Для початку можна обмежитися випадком центрального зіткнення, що дозволяє нам використати присутню азимутальну симетрію.

Для того щоб досягти послідовності в подальшому викладенні матеріалу, автори вважають доцільним познайомити (або нагадати) читачам базові поняття релятивістської гідродинаміки.

^аtemakara@mail.ru

1. Елементи релятивістської гідродинаміки

Релятивістська гідродинаміка є узагальненням класичної теорії не тільки у випадку швидкого (порівняно зі швидкістю світла) макроскопічного руху системи як цілого, а й коли окремі частинки набувають великих швидкостей. Нагадаємо, що предметом гідродинаміки є системи, що складаються з великого числа частинок, довжина вільного пробігу у яких набагато менша за спостережувані розміри [1, стор. 692].

Математичним об'єктом, який надає повну інформацію про густину та потік енергії та імпульсу полів матерії, є тензор енергії-імпульсу. Тензор енергії-імпульсу може бути представлений у вигляді симетричної матриці:

$$T_i^k = \begin{pmatrix} e & S_x/c & S_y/c & S_z/c \\ S_x/c & -\sigma_{xx} & -\sigma_{xy} & -\sigma_{xz} \\ S_y/c & -\sigma_{xy} & -\sigma_{yy} & -\sigma_{yz} \\ S_z/c & -\sigma_{xz} & -\sigma_{yz} & -\sigma_{zz} \end{pmatrix}$$

де e – густина внутрішньої енергії, $\vec{S}$ – вектор Пойтинга (вектор густини потоку енергії), $\sigma_{\alpha\beta}$ – тензор напруженості.

В силу релятивістської інваріантності дії (інваріантності відносно просторово-часових трансляцій та лоренцевих обертань) 4-дивергенція тензора енергії-імпульсу має дорівнювати нулю:

$$\frac{\partial}{\partial x^k} T_i^k = 0 \quad (1)$$

Для макроскопічних об'єктів, таких як ідеальна рідина, тензор енергії-імпульсу визначається виразом:

$$T_i^k = h u_i u^k - P \delta_i^k \quad (2)$$

де P – тиск, $h = e + P$ – ентальпія одиниці об'єму, $u^i = (\gamma, \gamma \vec{v}/c)$ – 4-вектор швидкості елементу об'єму, δ_i^k – символ Кронекера (абсолютно симетричний одиничний тензор), $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$ – лоренц-фактор, c – швидкість світла у вакуумі.

У випадку, коли повне число частинок в об'ємі зберігається, рівняння (1) доповнюється рівнянням неперервності:

$$\frac{\partial n u^k}{\partial x^k} = 0 \quad (3)$$

де n – концентрація частинок (кількість частинок в одиниці об'єму).

Підставляючи (2) в (1) і користуючись рівнянням (3), отримуємо:

$$h u^k \frac{\partial u_i}{\partial x^k} = \frac{\partial P}{\partial x^i} - u_i u^k \frac{\partial P}{\partial x^k} \quad (4)$$

Просторова частина рівняння (4) виражає закон збереження енергії, який в даному випадку є законом неперервності потоку ентропії:

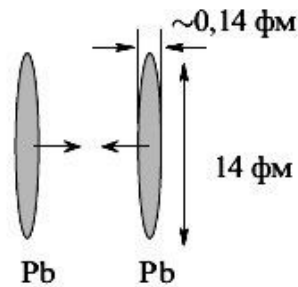
$$\frac{\partial s u^k}{\partial x^k} = 0 \quad (5)$$

де s – ентропія одиниці об'єму.

Отримані рівняння ((3), (4), (5)) можна об'єднати в систему, яка з відповідними початковими і грани-

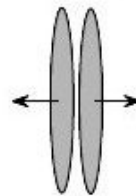
Стадії зіткнення важких йонів

1) Процес зіткнення

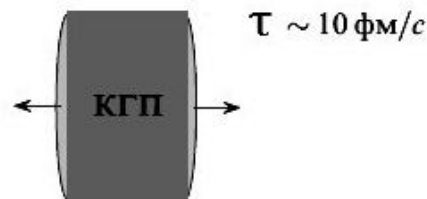


2) Утворення кварк-глюонної плазми

$$\tau \sim 1 \text{ фм}/c = 3,3 \times 10^{-24} \text{ с}$$



3) Гідродинамічне розширення



4) Вільний розліт

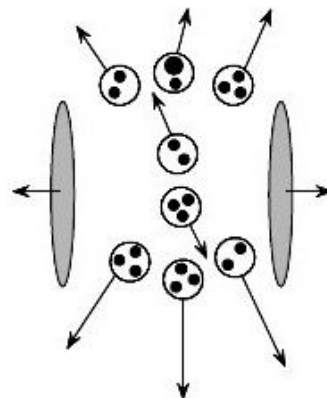


Рис. 1. Стадії зіткнення важких йонів

чними умовами та рівнянням стану є повною системою рівнянь для ідеальної релятивістської рідини:

$$\begin{cases} \frac{\partial n u^k}{\partial x^k} = 0 \\ h u^k \frac{\partial u_i}{\partial x^k} = \frac{\partial P}{\partial x^i} - u_i u^k \frac{\partial P}{\partial x^k} \\ \frac{\partial s u^k}{\partial x^k} = 0 \end{cases}$$

Перепишемо цю систему у 3-формі, користуючись відомою нам формулою з курсу векторного аналізу $\nabla v^2 = 2([\vec{v}, \text{rot } \vec{v}] + (\vec{v}, \nabla)\vec{v})$:

$$\begin{cases} \frac{\partial n}{\partial t} + \text{div}(n\vec{v}) = -\frac{n\vec{v}}{c^2 - v^2} \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}, \nabla)\vec{v} \right) \\ \frac{h}{c^2 - v^2} \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}, \nabla)\vec{v} \right) = -\nabla P - \frac{\vec{v}}{c^2} \frac{\partial P}{\partial t} \\ \frac{\partial s}{\partial t} + (\vec{v}, \nabla) \frac{s}{n} = 0 \end{cases}$$

У класичному наближенні $v/c \approx 0$, $h \approx \rho c^2$, тому ця система рівнянь переходить у звичайну систему гідродинаміки ідеальної рідини.

2. Ультрарелятивістський випадок

Якщо швидкості частинок у системі є значними, рівняння неперервності для концентрації більше не можна використовувати. Це зумовлено тим, що народження частинок активно продовжується і в цій стадії [2, стор. 51].

А втім, якщо ми вважаємо, що система знаходиться у стані локальної термодинамічної рівноваги, згідно до першого закону термодинаміки хімічний потенціал має бути рівним нулю. Ця обставина пояснює те, що і в ультрарелятивістському наближенні виконується збереження потоку ентропії [3, стор. 531].

Рівняння стану для ультрарелятивістської рідини задається рівнянням [2, стор. 57]:

$$e = 3P \quad (6)$$

Підставивши (6) в (2) отримуємо:

$$T_i^k = \frac{e}{3}(4u_i u^k - \delta_i^k) \quad (7)$$

Після виконання процедури (1) система рівнянь матиме вигляд:

$$\begin{cases} 4\frac{\partial e u^k}{\partial x^k} = u^k \frac{\partial e}{\partial x^k} \\ 4e u^k \frac{\partial u_i}{\partial x^k} = \frac{\partial e}{\partial x^i} - u_i u^k \frac{\partial e}{\partial x^k} \\ \left\{ \begin{aligned} \frac{\partial e}{\partial t} + (\vec{v}, \nabla)e &= -\frac{4}{3}e \left(\text{div} \vec{v} + \frac{\vec{v}}{c^2 - v^2} \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}, \nabla)\vec{v} \right) \right) \\ 4e \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}, \nabla)\vec{v} \right) &= -(c^2 - v^2)(\nabla e + \frac{\vec{v}}{c^2} \frac{\partial \vec{v}}{\partial t}) \end{aligned} \right. \end{cases} \quad (8)$$

Скориставшись тим, що швидкість у кожній одиниці розглянутого об'єму наближається до швидкості світла, введемо малий параметр $\alpha = 1 - \frac{v}{c}$. Тоді вектор швидкості може бути представлений як $\vec{v} = c(1 - \alpha)\vec{\tilde{v}}$, де $\vec{\tilde{v}}$ – одиничний безрозмірний вектор, що вказує напрям швидкості. Так як α – малий пара-

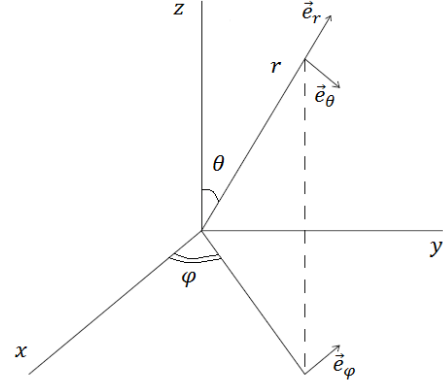


Рис. 2. Перехід із декартових координат у сферичні метр, в рівняннях (8) можна опустити члени вищого порядку малості.

Після виконання цієї процедури рівняння (8) спрощуються:

$$\begin{cases} 2e \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + c(1 - \alpha)(\vec{v}, \nabla)\vec{v} \right) = -\alpha \left(c\nabla e + \vec{v} \frac{\partial e}{\partial t} \right) \\ 4 \left(\frac{\partial e}{\partial t} + c \text{div}(e\vec{v}) \right) = (2 + \alpha) \frac{\partial e}{\partial t} + c(2 - \alpha)(\vec{v}, \nabla)e \end{cases} \quad (9)$$

В нульовому наближенні, а саме $v \approx c$, $\Rightarrow \alpha \approx 0$, розв'язок рівнянь з відповідними початковими і граничними умовами дають змогу прослідкувати еволюцію густини внутрішньої енергії та напрям швидкості. Для використання у подальшому чисельних методів зручно перейти до безрозмірних змінних, а саме:

$$\vec{r} = r_0 \vec{\tilde{r}}, \quad t = t_0 \tilde{t}, \quad e = e_0 \tilde{e}, \quad \chi = \frac{ct_0}{r_0}$$

де r_0 та t_0 – характерні відстань і час зіткнення, а e_0 – енергія спокою йонів.

$$\begin{cases} \frac{\partial \vec{\tilde{v}}}{\partial \tilde{t}} + \chi(\vec{\tilde{v}}, \tilde{\nabla})\vec{\tilde{v}} = 0 \\ \frac{\partial \tilde{e}}{\partial \tilde{t}} + \chi(\vec{\tilde{v}}, \tilde{\nabla})\tilde{e} = -2\chi \tilde{e} \text{div} \vec{\tilde{v}} \end{cases} \quad (10)$$

3. Центральне зіткнення важких йонів

Центральне зіткнення є гарним наближенням реального процесу зіткнення важких йонів. До моменту взаємодії йони прискорюються до ультрарелятивістських швидкостей, і, в масштабах характерних розмірів їх локалізації, можна вважати, що в цей момент вектори швидкостей частинок направлені протилежно. Це дозволяє нам зробити припущення, що в системі присутня азимутальна симетрія.

У сферичних координатах вектор швидкості має вигляд:

$$\begin{cases} v_r = \dot{r} \\ v_\theta = r\dot{\theta} \\ v_\varphi = r\dot{\varphi} \sin \theta \end{cases}$$

Оператор «набла», в свою чергу:

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial r} \vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \vec{e}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} \vec{e}_\varphi$$

Тоді система рівнянь (10) виглядатиме так:

$$\begin{cases} \frac{\partial \tilde{v}_r}{\partial \tilde{t}} + \chi \left(\tilde{v}_r \frac{\partial \tilde{v}_r}{\partial \tilde{r}} + \frac{\tilde{v}_\theta}{\tilde{r}} \frac{\partial \tilde{v}_r}{\partial \theta} - \frac{\tilde{v}_\theta^2}{\tilde{r}} \right) = 0 \\ \frac{\partial \tilde{v}_\theta}{\partial \tilde{t}} + \chi \left(\tilde{v}_r \frac{\partial \tilde{v}_\theta}{\partial \tilde{r}} + \frac{\tilde{v}_\theta}{\tilde{r}} \frac{\partial \tilde{v}_\theta}{\partial \theta} + \frac{\tilde{v}_r \tilde{v}_\theta}{\tilde{r}} \right) = 0 \\ \frac{\partial \tilde{e}}{\partial \tilde{t}} + \chi \left(\tilde{v}_r \frac{\partial \tilde{e}}{\partial \tilde{r}} + \frac{\tilde{v}_\theta}{\tilde{r}} \frac{\partial \tilde{e}}{\partial \theta} \right) = \\ = -2\chi \tilde{e} \left(\frac{1}{\tilde{r}^2} \frac{\partial}{\partial \tilde{r}} (\tilde{r}^2 \tilde{v}_r) + \frac{1}{\tilde{r} \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta \tilde{v}_\theta) \right) \end{cases} \quad (11)$$

Для того щоб математична модель процесу набула строгості, необхідно поставити початкові та граничні умови. Граничні умови будуть задаватися на межі локалізації системи, а саме на поверхні, яку можна побудувати через два лоренц-стиснуті диски. Початкові умови визначають внутрішню енергію та швидкість в той момент, коли завершується перекриття ядер [4, стор. 150].

Висновки

Даний підхід є яскравим прикладом макроскопічного погляду на процеси у фізиці елементарних частинок. Не дивлячись на те, що система складається з великої кількості сильновзаємодіючих елементів, які в мікроскопічному розгляді описуються апаратом квантової хромодинаміки, загалом вона поводить себе як дуже щільна гаряча рідина, що добре підтверджується експериментами. Першим, хто це усвідомив і застосував релятивістську гідродинаміку для опису ядерних процесів, був лауреат Нобелівської премії 1962 року, видатний радянський фізик Лев Давидович Ландау (1908-1968), який значний час працював у стінах Харківського університету.

Експериментальне дослідження властивостей кварк-глюонної плазми відкриває нові горизонти в фізиці високих енергій. Припущення на основі деяких дослідів стверджують, що у стані кварк-глюонної плазми знаходиться субстанція всередині нейтронних зірок, її «краплі» присутні в атомних ядрах тощо. Є великі надії на успіхи у цій сфері, пов'язані, перш за все, з функціонуванням Великого адронного колайдери (ЛНС), на якому планується один місяць кожного року проводити експерименти з ультрарелятивістськими йонами свинцю.

Система рівнянь (11) є суттєво нелінійною. Вона ускладнюється тією обставиною, що проміжок часу, в якому існує кварк-глюонна плазма, досить малий $\approx 10 \text{ фм}/c = 3 \cdot 10^{-23} \text{ сек}$. Це накладає суттєві умови на чисельні методи, які будуть використовуватися для розв'язання цих рівнянь, перш за все, на стійкість методів. Можна помітити, що перші два рівня-

ння системи є незалежними окремими рівняннями, тому їх відомі розв'язки треба підставляти в рівняння для енергії. Цей факт може значно прискорити процес розрахунків.

Інформація, яка стає доступною після розв'язку системи (11) – напрямок швидкості та густина внутрішньої енергії в кожній точці розглянутого простору – демонструє еволюцію в часі кварк-глюонної плазми у стадії гідродинамічного розширення. Нагадаємо, що у представленій роботі розглядається лише нульове наближення за малим параметром $\alpha = 1 - \frac{v}{c}$. Для більш точного аналізу ситуації в майбутніх дослідженнях необхідно враховувати вплив членів першого та більшого порядку малості. Однак найпершою задачею, яку треба буде вирішити, є чисельне розв'язання системи, що, сподіваємось, буде освітлено в майбутніх доповідях і статтях.

Окрім того, цікавою задачею, що дасть змогу більш точно описати поведінку кварк-глюонної плазми, є використання формалізму релятивістської гідродинаміки з урахуванням дисипативних явищ, таких як в'язкість та теплопровідність. Це допоможе дослідити залежності у системі від вибору початкових умов [6, стор.578].

Перелік використаних джерел

1. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Гидродинамика: Теоретическая физика т. VI — М. : Наука. Гл.ред.физматлит., 1986 . — 736 с.
2. Ландау Л. Д. О множественном образовании частиц при столкновении быстрых частиц — Известия АН СССР Серия физ.. — 1953. — Т. 17 — с. 51–65.
3. Халатников И. М. Некоторые вопросы релятивистской гидродинамики — ЖЭТФ. — 1954. — Т. 27 — с. 529–544.
4. Розенталь И. Л., Снигирев А. М. Гидродинамическая интерпретация взаимодействия частиц высоких энергий и космических γ -всплесков — Физика элементарных частиц и атомного ядра. — 2003. — Т. 34, Вып.1 — с. 142–178.
5. Лохтин И. П., Сарычева Л. И., Снигирев А. М. Диагностика сверхплотной материи в ультрарелятивистских столкновениях ядер — Физика элементарных частиц и атомного ядра. — 1999. — Т. 30, Вып.3 — с. 661–712.
6. Арефьева И. Я. Голографическое описание кварк-глюонной плазмы, образующейся при столкновениях тяжёлых ионов — Успехи физических наук. — 2014. — Т. 184, № 6 — с. 569–596.