

АНАЛІЗ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ГІДРОПІДСИЛЮВАЧА КРУТНОГО МОМЕНТУ

Разработана новая конструкция гидроусилителя крутящего момента с большим коэффициентом усиления. Представлена нелинейная и линеаризованная математическая модель нового гидроусилителя. Приведен пример применения гидроусилителя в электрогидравлической системе управления ветроэнергоагрегата.

The new design of the hydraulic booster of the twisting moment with the big factor of amplification is developed. The mathematical model of the new hydraulic booster is submitted nonlinear and linearized. The example of application of the hydraulic booster in an electro hydraulic control system wind power assembly is resulted.

В останній час для одержання великих коефіцієнтів підсилення (100 і більше) використовуються двокаскадні гідропідсилювачі крутного моменту з приводом від крокових електродвигунів [1]. Їх застосовують для безпосереднього приводу різноманітних систем, де частота обертання може змінюватись в ході технологічного процесу по заданому закону.

Розроблений у НТУУ «КПІ» гідравлічний підсилювач крутного моменту [2] має ряд переваг перед існуючими гідропідсилювачами [1]. Він включає гідромотор 1 (рис.1), вал 8 якого кінематично через муфту 2 зв'язаний з шліцями проміжного вала 3, гайку 4, втулку 5, опорні підшипники 6 та 7, чотирьохкромочний золотник 9 осьового переміщення гідророзподільника, що утворений цим золотником та втулкою 10.

Робочі порожнини 11 і 12 гідророзподільника відповідними отворами, з'єднані з гідромотором 1, робочі порожнини 15 і 16 з'єднані зі зливом 19, а робоча порожнина 20 отвором 21 з'єднана з гідролінією 22 нагнітання. Гідравлічний підсилювач має корпус 23, вхідний вал 24, різьбовий кінець 26 якого з прямокутною або трапецеїдалною різьбою встановлений з гарантовано малим зазором в циліндричній розточці 25 проміжного вала 3. Витки різьби 26 повинні повністю або частково перекривати два дроселюючих отвори 27 і 28, які виконані радіально відносно розточки 25 у проміжному валі 3.

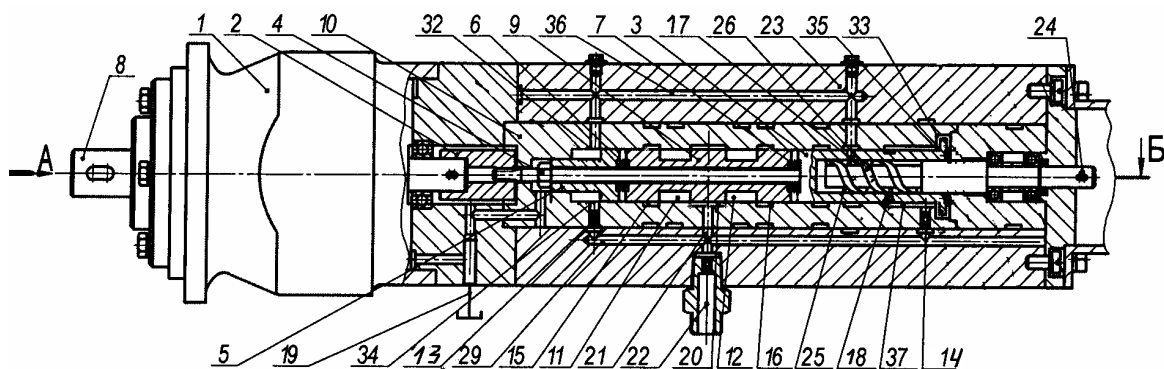


Рис. 1. Конструктивна схема гідравлічного підсилювача крутного моменту

Гідролінія 22 нагнітання через отвори 29 у корпусі 23, дроселі 30 і 31, виконані у втулці 10, з'єднана з порожнинами 32 і 33, що обмежуються відповідно торцевими поверхнями 34 втулки 5 та 35 проміжного вала 3. Порожнина 32 отворами 36 у втулці 10 і корпусі 23 з'єднана з дроселюючим отвором 27 проміжного вала 3, а порожнина 33 розточкою 37 з'єднана з дроселюючим отвором 28 проміжного вала 3. Розточка 25 проміжного вала 3 зі сторони її внутрішнього торця через отвори у втулці 10 і корпусі 23 з'єднана зі зливом 19.

У проміжному валі 3 зі сторони вхідного вала 24 виконаний паз у вигляді сектора, з сторонами якого може взаємодіяти палець, впресований у вхідний вал 24, що обмежує допустиму величину перерегулювання. Для забезпечення більш надійного встановлення золотника 9 у середню позицію рівноваги у порожнини 32 і 33 можуть бути встановлені пружини, не показані на рис. 1. Дроселі 13 і 14, як і дроселюючі отвори 17 та 18 у проміжному валі 3 мають відповідно однакові прохідні площі.

При розробці математичної моделі [3] нехтували зміною температури робочої рідини і втратами тиску у каналах гідропідсилювача, вважали витоки через щілини гідророзподільника пропорційними перепаду тиску у них, величину деформації рідини пропорційну швидкості зміни тиску у відповідній порожнині, сили контактного тертя пропорційні тиску, в'язкого тертя пропорційні швидкості, тиск p_n на вході та p_z на виході гідропідсилювача постійною величиною.

Нелінійна математична модель гідропідсилювача крутного моменту може бути представлена системою рівнянь (1-7);

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha - \varphi = \beta; (1) \\ \beta \leq \gamma; (2) \\ (1 - k_p) \frac{q_m}{2\pi} p_\partial = I_M \ddot{\varphi} + k_v \dot{\varphi} + M_{xx} + M_{on}; (3) \\ \frac{q_m}{2\pi} \dot{\varphi} = G_3 \dot{x}_3 \sqrt{\frac{1}{2}(p_n - p_\partial)} - k_k p_\partial - \frac{k_\partial}{2} \dot{p}_\partial; (4) \\ (1 - k_{p3}) F_3 (p_{\partial p1} - p_{\partial p2}) = m_3 \ddot{x}_3 + k_{e3} \dot{x}_3 + c x_3 + 2Q_3 \cos \gamma' \sqrt{\rho(p_n - p_\partial)}; (5) \\ \mu F_{\partial p1} \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_n - p_{\partial p1})} = \mu f(\beta) \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_{\partial p1} - p_{3l})} + k_{k1} (p_{\partial p1} - p_{3l}) + k_{d1} \dot{p}_{\partial p1} + F \dot{x}_3; (6) \\ F \dot{x}_3 = \mu f'(\beta) \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_{\partial p2} - p_{3l})} + k_{k2} (p_{\partial p2} - p_{3l}) + k_{d2} \dot{p}_{\partial p2} - \mu F_{\partial p2} \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_n - p_{\partial p2})}; (7) \end{array} \right.$$

де (1) – рівняння зворотного зв'язку; (2) – рівняння обмеження можливої величини перерегулювання; (3), (4), (5) – рівняння другого каскаду підсилення, а саме (3) – рівняння моментів на валу мотора 1 з урахуванням моменту сил інерції, контактного, в'язкого тертя, моменту M_{xx} холостого ходу та основного збудувального сигналу – момент опору M_{on} ; (4) – рівняння нерозривності потоку рідини в каналах золотника 9 з урахуванням витоків та стиснення рідини; (5) – рівняння осевих сил, що діють на золотник 9 з урахуванням сил інерції, контактного, в'язкого тертя, позиційної та гідродинамічної сил; (6), (7) – рівняння першого каскаду підсилення, а саме (6) – умова нерозривності потоку рідини через дросель 31, дросельний канал 28 з урахуванням витоків з порожнини 33 і стиснення рідини у цій порожнині; (7) – умова нерозривності потоку рідини через дросель 30, дросельний канал 27 з урахуванням витоків з порожнини 32 і стиснення рідини у цій порожнині.

У системі рівнянь (1)-(7) прийняті такі позначення змінних величин: α – кут повороту вала 24 – управляючий сигнал; $\varphi, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi}$ – кут повороту, кутова швидкість, кутове прискорення вала 8 гідромотора 1 гідропідсилювача – регульовані величини; β – величина перерегулювання (помилка); $p_\partial, \dot{p}_\partial$ – перепаду тиску та швидкість зміни тиску на гідромоторі між каналами 13 і 14; $x_3, \dot{x}_3, \ddot{x}_3$ – поточне переміщення, швидкість руху та прискорення золотника 9; $p_{\partial p1}, \dot{p}_{\partial p1}, p_{\partial p2}, \dot{p}_{\partial p2}$ – тиск та швидкість зміни тиску відповідно на виході дроселів 30 та 31, а саме у порожнинах 32 і 33; Q_3 – витрата через золотник 9; $f(\beta), f'(\beta)$ – поточні площі дроселів, утворених дроселюючими отворами 27, 28 і різьбою 26.

Постійними величинами прийняті такі позначення: γ – максимально допустима величина перерегулювання; q_m – робочий об'єм гідромотора 1; I_M – момент інерції всіх деталей, що обертаються, приведений до вала 8; k_p, k_e – коефіцієнти контактного та в'язкого тертя гідромотора; $G_3 = \mu \pi d_3 \sqrt{\frac{2}{\rho}}$ – провідність золотника 9, де μ, d_3, ρ –

коефіцієнт витрати через дросельну щілину золотника, діаметр золотника та густина робочої рідини; $p_n = p_n - p_{31}$ – перепад тиску на гідропідсилювачі; k_k, k_d – коефіцієнти ковзання (витоків) та деформації рідини і трубопроводів основного розподільника з золотником 9; F_3 – площа торцевої поверхні золотника; m_3, k_{p3}, k_{e3}, c – маса, коефіцієнти контактного, в'язкого тертя та позиційного навантаження золотника; $\gamma' \approx 69^\circ$ – кут нахилу струменя рідини у золотнику; F_{dp1}, F_{dp2} – площі прохідного перерізу дроселів 30 і 31; $k_{k1}, k_{k2}, k_{d1}, k_{d2}$ – коефіцієнти ковзання (витоків) і деформації рідини у порожнинах 32 і 33.

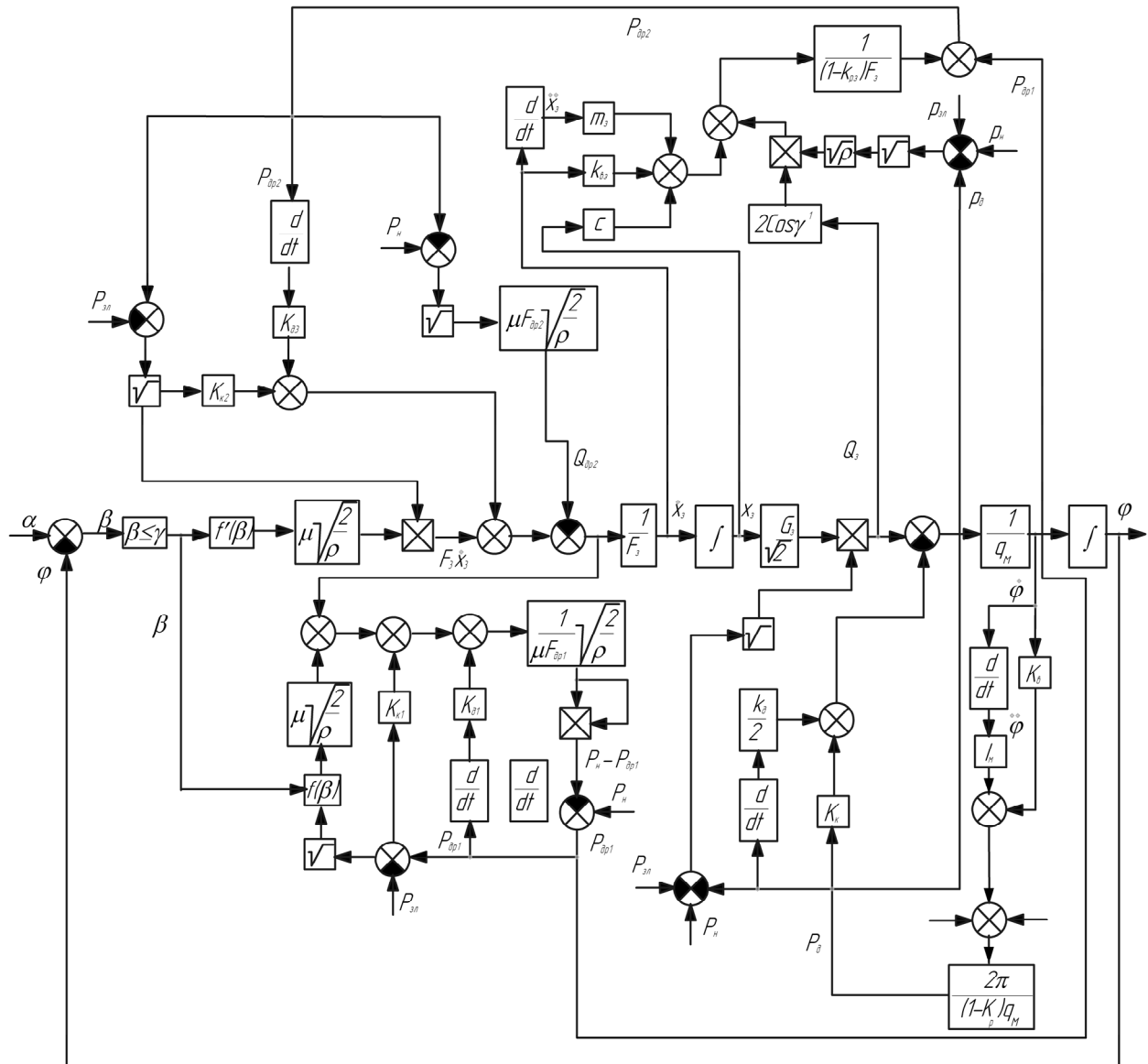


Рис. 2. Нелінійна структурна схема гідропідсилювача крутного моменту

По системі рівнянь (1)-(7) побудована структурна схема (рис. 2.) нелінійної математичної моделі гідропідсилювача крутного моменту, яка являє собою алгоритм розрахунку статичних і динамічних характеристик такого гідропідсилювача, де введені такі позначення: $Q_{dp1} = \mu F_{dp1} \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_n - p_{dp1})}$ – витрата через дросель 31 (рис. 1.); $Q_{dp2} = \mu F_{dp2} \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_n - p_{dp2})}$ – витрата через дросель 30; $Q_{dp3} = \mu f(\beta) \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_{dp1} - p_{31})}$ –

витрата через дросельну щілину, утворену дроселюючим отвором 28 і різьбою 26; $Q_{dp4} = \mu f'(\beta) \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_{dp2} - p_{3l})}$

– витрата через дросельну щілину, утворену дроселюючим отвором 27 і різьбою 26.

З метою розробки лінеаризованої математичної моделі гідропідсилювача проведено лінеаризацію нелінійностей системи (1)-(7), розклавши їх у ряд Тейлора при нульових початкових умовах. Якщо початкові умови не нульові, спочатку перейдемо до нових змінних, для яких початкові умови нульові. Нехай в момент початку розглядаємого перехідного процесу при часі $t=0$ позначення змінних буде:

$$\begin{aligned} \alpha &= \alpha_0; \Delta\alpha = \alpha - \alpha_0; \varphi = \varphi_0; \Delta\varphi = \varphi - \varphi_0; \Delta\dot{\varphi} = \dot{\varphi}; \Delta\ddot{\varphi} = \ddot{\varphi}; \\ p_{\partial} &= p_{\partial 0}; \Delta p_{\partial} = p_{\partial} - p_{\partial 0}; \Delta\dot{p}_{\partial} = \dot{p}_{\partial}; M_{on} = M_{ono}; \Delta M_{on} = M_{on} - M_{ono}; \\ x_3 &= x_{30}; \Delta x_3 = x_3 - x_{30}; \Delta\dot{x}_3 = \dot{x}_3; \Delta\ddot{x}_3 = \ddot{x}_3; \beta = \beta_0; \Delta\beta = \beta - \beta_0; \end{aligned} \quad (8)$$

$$p_{\partial 1} = p_{\partial 10}; \Delta p_{\partial 1} = p_{\partial 1} - p_{\partial 10}; \Delta\dot{p}_{\partial 1} = \dot{p}_{\partial 1}; p_{\partial 2} = p_{\partial 20}; \Delta p_{\partial 2} = p_{\partial 2} - p_{\partial 20}; \Delta\dot{p}_{\partial 2} = \dot{p}_{\partial 2};$$

Суттєвою нелінійністю рівняння (2) будемо зневажати, бо вона має зону насичення, яку не можна розкласти у ряд Тейлора. Розкладемо у ряд Тейлора нелінійності моделі в околиці значення $t=0$. Витрата через золотниковий розподільник

$$Q_3 = G_3 x_3 \sqrt{\frac{1}{2}(p_n - p_{\partial})} \approx Q_{30} + k_x(x_3 - x_{30}) - k'_d(p_{\partial} - p_{\partial 0})$$

Гідродинамічна сила

$$P_{z\partial} = 2Q_3 \text{Cos}\gamma' \sqrt{\rho(p_n - p_{\partial})} = 2G_3 x_3 (p_n - p_{\partial}) \sqrt{\frac{\rho}{2}} \approx P_{z\partial 0} + k'_x(x_3 - x_{30}) - k''_d(p_{\partial} - p_{\partial 0})$$

Витрата через дроселі

$$\begin{aligned} Q_{dp1} &= \mu F_{dp1} \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_n - p_{dp1})} \approx Q_{dp10} - k'_{dp1}(p_{dp1} - p_{dp10}); \\ Q_{dp2} &= \mu F_{dp2} \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_n - p_{dp2})} \approx Q_{dp20} - k'_{dp2}(p_{dp2} - p_{dp20}); \\ Q_{dp3} &= \mu f(\beta) \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_{dp1} - p_{3l})} \approx Q_{dp30} + k_{\beta}(\beta - \beta_0) + k''_{dp1}(p_{dp1} - p_{dp10}); \\ Q_{dp4} &= \mu f'(\beta) \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_{dp2} - p_{3l})} \approx Q_{dp40} + k'_{\beta}(\beta - \beta_0) + k''_{dp2}(p_{dp2} - p_{dp20}), \end{aligned} \quad (9)$$

$$\text{де } Q_{30} = Q_3 \Big|_{\substack{x_3 = x_{30} \\ p_{\partial} = p_{\partial 0}}}; k'_k = \left(\frac{\partial Q_3}{\partial x_3} \right) \Big|_{\substack{x_3 = x_{30} \\ p_{\partial} = p_{\partial 0}}}; k'_d = - \left(\frac{\partial Q_3}{\partial p_{\partial}} \right) \Big|_{\substack{x_3 = x_{30} \\ p_{\partial} = p_{\partial 0}}};$$

$$P_{z\partial 0} = P_{z\partial} \Big|_{\substack{x_3 = x_{30} \\ p_{\partial} = p_{\partial 0}}}; k'_k = \left(\frac{\partial P_{z\partial}}{\partial x_3} \right) \Big|_{\substack{x_3 = x_{30} \\ p_{\partial} = p_{\partial 0}}}; k''_d = - \left(\frac{\partial P_{z\partial}}{\partial p_{\partial}} \right) \Big|_{\substack{x_3 = x_{30} \\ p_{\partial} = p_{\partial 0}}};$$

$$Q_{dp10} = Q_{dp1} \Big|_{p_{dp1} = p_{dp10}}; k'_{dp1} = - \left(\frac{\partial Q_{dp1}}{\partial p_{dp1}} \right) \Big|_{p_{dp1} = p_{dp10}};$$

$$Q_{dp20} = Q_{dp2} \Big|_{p_{dp2} = p_{dp20}}; k'_{dp2} = - \left(\frac{\partial Q_{dp2}}{\partial p_{dp2}} \right) \Big|_{p_{dp2} = p_{dp20}};$$

$$Q_{dp30} = Q_{dp3} \Big|_{\substack{\beta = \beta_0 \\ p_{dp1} = p_{dp10}}}; k'_{\beta} = \left(\frac{\partial Q_{dp3}}{\partial \beta} \right) \Big|_{\substack{\beta = \beta_0 \\ p_{dp1} = p_{dp10}}}; k''_{dp1} = \left(\frac{\partial Q_{dp3}}{\partial p_{dp1}} \right) \Big|_{\substack{\beta = \beta_0 \\ p_{dp1} = p_{dp10}}};$$

$$Q_{dp4o} = Q_{dp4} \Big|_{\beta = \beta_o, P_{dp2} = P_{dp2o}}; k'_{\beta} = \left(\frac{\partial Q_{dp4}}{\partial \beta} \right) \Big|_{\beta = \beta_o, P_{dp2} = P_{dp2o}}; k''_{dp2} = \left(\frac{\partial Q_{dp4}}{\partial P_{dp2}} \right) \Big|_{\beta = \beta_o, P_{dp2} = P_{dp2o}}$$

Після підстановки у систему (1), (3)-(7) лінеаризованих значень (9) нелінійностей, одержимо лінеаризовану систему рівнянь у старих змінних. Підставивши у одержану систему значення змінних при $t=0$, знайдемо рівняння системи статички. Віднявши від лінеаризованих рівнянь динаміки відповідні рівняння статички, одержимо систему лінеаризованих рівнянь у нових змінних, для яких початкові умови нульові. Провівши перетворення Лапласа при нульових початкових умовах, одержимо лінеаризовану математичну модель гідропідсилювача крутного моменту, приведену нижче:

$$\begin{cases} \Delta\alpha - \Delta\varphi = \Delta\beta; \\ (1 - k_p) \frac{q_M}{2\pi} \Delta p_{\partial} = k_e \left(\frac{I_M}{k_e} S + 1 \right) S \Delta\varphi + \Delta M_{on}; \\ \frac{q_M}{2\pi} S \Delta\varphi = k_x \Delta x_3 - (k'_d + k_k) \left[\frac{k_d}{2(k'_d + k_k)} S + 1 \right] \Delta p_{\partial}; \\ (1 - k_{p3}) F_3 (\Delta p_{dp1} - \Delta p_{dp2}) = (c + k'_x) \left(\frac{m_3}{c + k'_x} S^2 + \frac{k_e}{c + k'_x} S + 1 \right) \Delta x_3 - k''_d \Delta p_{\partial}; \\ (k'_{dp1} - k'_k - k''_{dp1}) \left(\frac{k_{d1}}{k'_{dp1} - k'_k - k''_{dp1}} S + 1 \right) \Delta p_{dp1} = k_{\beta} \Delta\beta + F_3 S \Delta x_3; \\ F_3 S \Delta x_3 = k'_{\beta} \Delta\beta + (k_{k2} + k''_{dp2}) \left(\frac{k_{d2}}{k_{k2} + k''_{dp2}} S + 1 \right) \Delta p_{dp2}. \end{cases} \quad (10)$$

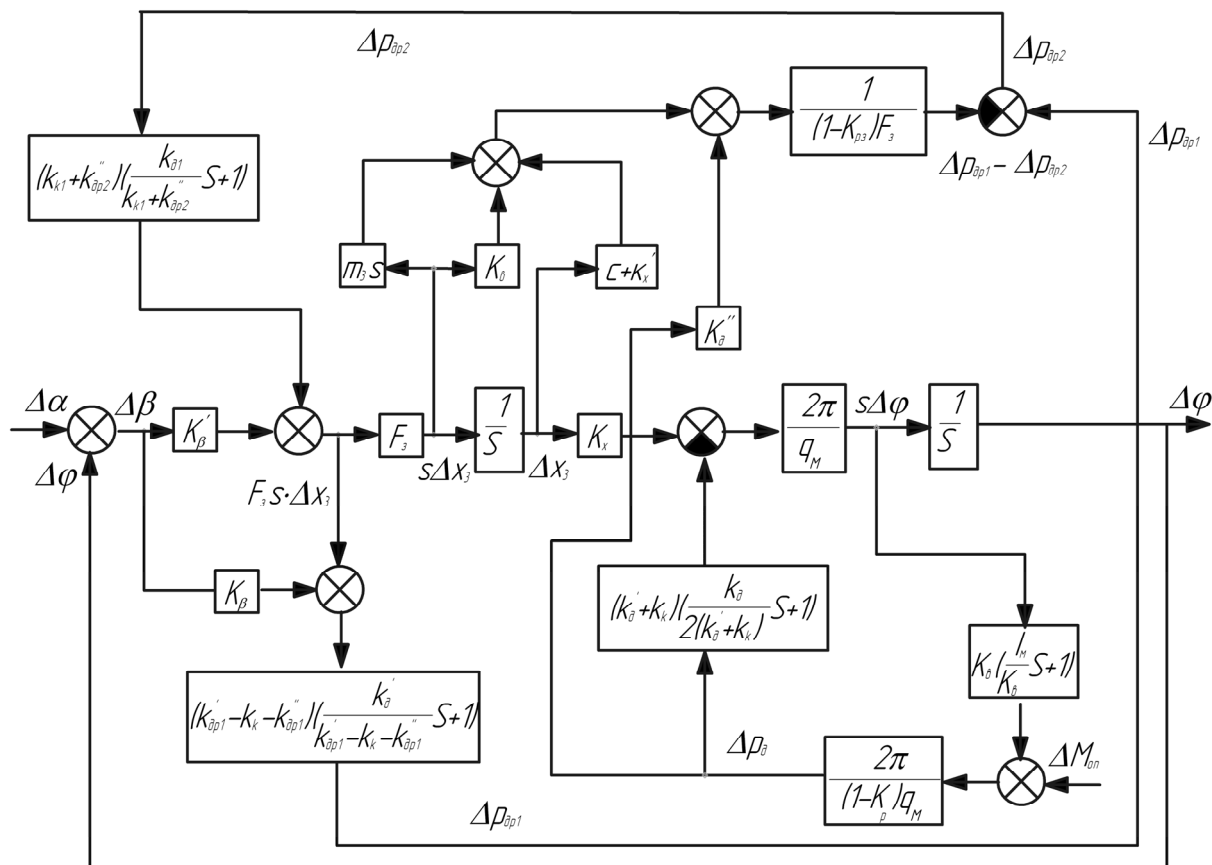


Рис. 3. Лінеаризована структурна схема гідропідсилювача крутного моменту

По системі рівнянь (10) побудована структурна схема (рис. 3.) лінеаризованої математичної моделі гідропідсилювача крутного моменту, яка являє собою алгоритм розрахунку статичних і динамічних характеристик такого гідропідсилювача.

Як приклад застосування розробленого гідропідсилювача крутного моменту у техніці може бути розглянута система автоматичного управління вітроенергоагрегата, (рис. 4.), де 1 – вітроколесо, 2 – вал, 3 – редуктор, 4 – насос, 5 – гідромотор гідроідемпфування, 6 – генератор, 7 – гальмо, 8, 9 – датчики швидкості вітроколеса та генератора, 10 – гідророзподільник гідропідсилювача, 11 – гідробак, 12 – блок управління, 13 – запобіжний клапан, 14 – дросель з пропорційним управлінням, 15 – кроковий двигун, 16 – споживач енергії, 17 – датчик швидкості вітру.

Вітроенергоагрегат дозволяє одержати електричну енергію як при порівняно великих, так і при малих швидкостях вітру, бо тут тиск у працюючій системі не обмежується налаштуванням клапана, а залежить від навантаження генератора. Встановлення такого двигуна у систему та його зв'язок з валом гідромотора через слідкуючий гідророзподільник дозволяє змінювати частоту обертання генератора по заданому закону управління, що задається блоком управління, який може являти собою електронну обчислювальну машину. Вітроенергоагрегат може застосовуватись як у малих, так і у великих фермерських господарствах для живлення електричних та механічних систем.

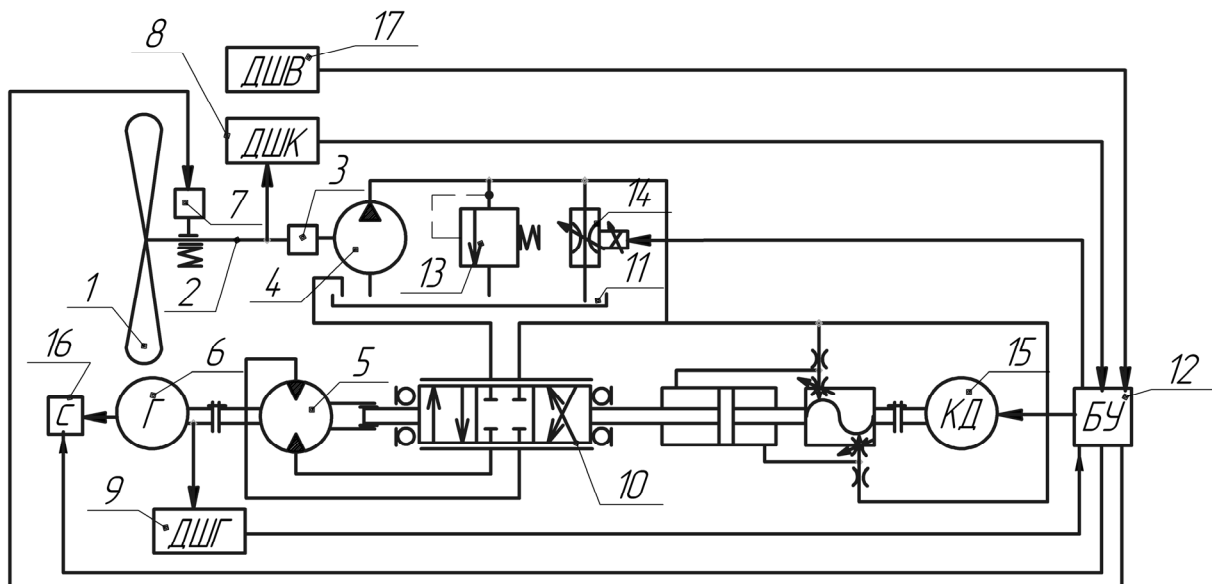


Рис. 4. Принципова схема системи управління вітроенергоагрегата по заданому закону

Висновок Математичні моделі та структурні схеми розробленого гідропідсилювача крутного моменту дозволяють, користуючись методами теорії автоматичного управління, визначити якість гідропідсилювача крутного моменту по перехідним або частотним характеристикам відносно управляючого чи збудовального сигналів, а також створюють можливість розробки автоматичних систем з наперед заданими показниками якості.

Список літератури

1. Свешников В. К., Усов А. А. Станочные гидроприводы: Справочник. - М.:Машиностроение, 1982.-464 с.
2. Пат. 43939 Україна, МПК (2009) F15B 9/00. Гідравлічний підсилювач крутного моменту / Луговський О. Ф., Лисенко В. С., Буслів В. К., Таурит Т. Г., Козак В. В.; заявник та патентовласник Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут». -№ u2009 03198; заявл. 03.04.2009; опубл. 10.09.2009; бюл. № 17.
3. Математическая модель гидравлического усилителя крутящего момента / [Буслів В. К., Лысенко В.С., Таурит Т. Г.]; Прикладные задачи математики и механики: материалы XVII международной научно-технической конференции, (Севастополь, 14-18 сентября 2009г.)- С.141-145.