НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

МЕХАНІКО-МАШИНОБУДІВНИЙ ІНСТИТУТ

КАФЕДРА ДИНАМІКИ І МІЦНОСТІ МАШИН ТА ОПОРУ МАТЕРІАЛІВ

«На правах рукопису»
УДК _____

«До захисту допущено»
Завідувач кафедри
_____ Сергій ПИСКУНОВ
«___»_____2021 р.

Магістерська дисертація

на здобуття ступеня магістра

за освітньо-професійною програмою «Динаміка і міцність машин»

зі спеціальності 131 «Прикладна механіка»

на тему: «Коефіцієнти концентрації напружень в композиційних пластинах біля отвору, що контактує з циліндром, в залежності від величин бічного зазору»

Виконав:
студент VI курсу, групи МП-01мп
Бахтоваршоєв Тимур Алігавхарович _____

Керівник:
д.т.н., проф.
Рудаков Костянтин Миколайович _____

Рецензент:
д.т.н., проф.
Данильченко Юрій Михайлович _____

Засвідчую, що у цій магістерській дисертації немає запозичень з праць інших авторів без відповідних посилань.
Студент _____

Київ – 2021 року

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
Механіко-машинобудівний інститут
Кафедра динаміки і міцності машин та опору матеріалів

Рівень вищої освіти – другий (магістерський)

Спеціальність – 131 «Прикладна механіка»

Освітньо-професійна програма – «Динаміка і міцність машин»

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри

_____ Сергій ПИСКУНОВ

«___»_____2021 р.

ЗАВДАННЯ
на магістерську дисертацію студенту
Бахтоваршоєву Тимуру Алігавхаровичу

1. Тема дисертації «Коефіцієнти концентрації напружень в композиційних пластинах біля отвору, що контактує з циліндром, в залежності від величин бічного зазору», науковий керівник дисертації Рудаков Костянтин Миколайович, д.т.н., проф., затверджені наказом по університету від 01.11.2021 р. № 3611-с

2. Термін подання студентом дисертації 10.12.2021 р.

3. Об'єкт дослідження: моделі скінченних елементів болтового з'єднання з полімерних композитних пластин

4. Предмет дослідження: коефіцієнти концентрації напружень на поверхні отвору

5. Перелік завдань, які потрібно розробити:
   1) Огляд сучасного стану проблеми болтових з'єднань пластин із полімерних композитних матеріалів.
   2) Дослідження моделювання болтових з'єднань композиційних пластин
   3) Моделювання та розрахунок напружено деформованого стану з'єднання та визначення коефіцієнтів концентрації напружень у отворах при різних умовах.
   4) Порівняння результатів розрахунку МСЕ з формулами розрахунку коефіцієнтів концентрації напружень.
   5) Розробка стартап–проекту.

6. Орієнтовний перелік графічного (ілюстративного) матеріалу – 6 і більше.

7. Орієнтовний перелік публікацій – 1 і більше.

8. Дата видачі завдання: 01.09.2021 р.

Календарний план

№ з/п	Назва етапів виконання магістерської дисертації	Термін виконання етапів магістерської дисертації	Примітка
1	Аналіз літератури	01.09.21 – 20.10.21	
2	Моделювання з’єднання	20.10.21 – 4.11.21	
3	Проведення розрахунків	4.11.21 – 17.11.21	
4	Аналіз результатів розрахунків	17.11.21 – 20.11.21	
5	Стартап-проект та висновки	20.11.21 – 10.12.21	

Студент _____ Тимур БАХТОВАРШОЄВ

Науковий керівник _____ Костянтин РУДАКОВ

Анотація

Магистерська дисертація освітньо-кваліфікаційного рівня «спеціаліст» за спеціальністю 131 Прикладна механіка, спеціалізації «Динаміка і міцність машин та опір матеріалів» на тему: «Коефіцієнти концентрації напружень в композиційних пластинах біля отвору, що контактує з циліндром, в залежності від величин бічного зазору»

Дисертація складається з вступу, чотирьох розділів, висновків, переліку посилань. Загальний обсяг роботи 59 аркушів основного тексту.

Метою роботи є дослідженні напружено-деформованого стану болтового з’єднання пластин із композиційних матеріалів.

Під час виконання роботи були проведені розрахунки на міцність за допомогою аналітичного ти чисельних методів та зроблені відповідні порівняння. У CAE-пакеті Femap змодельоване болтове з’єднання з полімерними композитними пластинами, побудована сітка скінченних елементів, задані умови закріплення та прикладенні навантаження.

Даний розрахунок дозволить знайти коефіцієнти необхідні для визначення деформацій компонентів пластин поряд з отворами та навантаження на отвори в залежності від різних факторів.

Abstract

Master's dissertation of educational qualification level "specialist" in specialty 131 Applied Mechanics, specialization "Dynamics and strength of machines and resistance of materials" on the topic: "Coefficients of stress concentration in composite plates near the hole in contact with the cylinder, depending on the lateral gap"

The dissertation consists of an introduction, four chapters, conclusions, a list of references. The total volume of work is 59 sheets of the main text.

The aim of the work is to study the stress-strain state of the bolted joint of plates made of composite materials.

During the work, strength calculations were performed using analytical and numerical methods and appropriate comparisons were made. The Femap CAE package simulates a bolted connection with polymer composite plates, a finite element grid, fixed fastening conditions and load applications.

This calculation allowed finding the coefficients needed to determine the deformations of the components of the plates near the holes and the load on the holes depending on various factors.

Зміст

ВСТУП..... 7
РОЗДІЛ 1. Розрахунок на міцність та характеристик напружено-деформованого стану у пластинах із ПКМ у контакті з циліндром 12
1.1 Механічні властивості полімерно-композиційних матеріалів 12
1.2 БЗ із ПКМ. Вплив технологічних та конструктивних факторів на втому та міцність БЗ 16
1.3 Визначення мети роботи..... 17
1.4 Коефіцієнт концентрації напружень біля круглого отвору, що контактує з болтом: формули експрес-аналізу 19
РОЗДІЛ 2. Методи розрахунку статичної міцності елементів болтових з'єднань 22
2.1 Болтові з'єднання деталей із однорідних конструкційних матеріалів 22
2.2 Болтові з'єднання з пластинами із ортотропних і композиційних матеріалів 24
РОЗДІЛ 3. Теоретичні основи моделювання болтових з'єднань композиційних пластин 29
3.1 Постановка крайової задачі лінійної пружності 29
3.2 Додаткові рівняння для постановки крайової контактної задачі 31
3.3 Алгоритм розв'язування контактної крайової задачі лінійної пружності за методом скінченних елементів 32
РОЗДІЛ 4. Створення розрахункових схем. Результати розрахунків35
4.1 Матеріали, моделі пластин, визначення номінального напруження 35
4.2 Концентрація напружень біля круглого отвору, навантаженого жорстким "болтом", при різних матеріалах та зазорах: результати розрахунків39
4.4 Обговорення результатів 47
4.5 Висновки 49
РОЗДІЛ 5. РОЗРОБЛЕННЯ СТАРТАП ПРОЕКТУ 50
5.1 Опис ідеї проекту 50
5.2 Технологічний аудит..... 50
5.3 Структура команди проекту..... 53
5.4 Часові межі проекту 54
5.5 Витрати проекту, заходи управління проекту..... 56
5.6 Контроль якості проекту..... 57
5.7 Наближені закупівлі для реалізації проекту..... 58
РОЗДІЛ 6. Загальні висновки..... 60
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ 62

ВСТУП

Робота полягає в дослідженні напружено-деформованого стану пластин із композиційних матеріалів, з'єднаних між собою титановим болтом при різних конфігураціях. Основним завданням було отримання коефіцієнтів концентрації напружень поруч з отвором, а також поведінка цих коефіцієнтів в залежності від обраних факторів. В розрахунках враховувалися різні варіанти отворів та розмірів болтів. Створено 32 скінченно-елементні моделі в залежності від напрямків укладання шарів композиційного матеріалу. Будування моделей, скінченно-елементної сітки та проведення розрахунків було зроблено в середовищі Femap.

Враховуючи різні можливі варіанти структури полімерно-композиційних матеріалів (ПКМ) з'являється потреба в виявленні закономірностей в характеристиках напружено-деформованого стану (НДС), а також підборі найбільш оптимального співвідношення між величинами отвору та циліндру, що є досить типовою ситуацією для болтових з'єднань (БЗ) у різноманітних конструкціях. ПКМ відрізняється за своїми характеристиками жорсткості та питомою міцністю від звичайних матеріалів.

Елементи конструкції в яких використовуються конструкційні матеріали стають більш популярними у повсякденні, наприклад у авіатехніці, машинобудуванні, у космічних апаратах а також у суднобудуванні, оскільки виготовляються більш високоміцними. Однак якщо порівнювати з іншими матеріалами які є однорідними, наприклад, метали або сплави, то КМ мають досить відмінні від цих матеріалів характеристики в деяких випадках, а саме з точки зору механічних властивостей, таких як зсув вздовж різних площин, розтяг або стиск. Також у пружному стані КМ досить швидко руйнується.

Серед ознак КМ є:

1) багатокомпонентність, оскільки до складу КМ обов'язково входять два чи більше різного роду матеріалів, в тому числі матриця (М) та армуючі елементи (АЕ);

2) відсутність хімічної взаємодії між компонентами, тобто між ними є тільки фізичні зв'язки;

3) відсутня взаєморозчинність між компонентами у складі КМ, оскільки між ними завжди існує границя розділу фаз;

4) компоненти КМ підібрані таким чином, щоб було досягнуто явище синергізму, при якомуякісні характеристики КМ перевершують характеристики кожного окремо взятого компонента;

5) матриця КМ утворює суцільне середовище, яке зв'язує всі інші компоненти КМ;

6) на стадії виготовлення виробів з КМ матриця часто буває у рідкому або пластичному стані, що дає можливість придавати виробам необхідної форми;

7) жорсткість матриці , як правило, нижча жорсткості АЕ, таким чином навантаження на вироби з КМ приходиться не на М, а на АЕ;

8) багатофункціональність КМ дозволяє повніше задовольняти функціональні потреби, визнані призначенням КМ.

В даній роботі розглядався вуглецевий КМ (ВКМ), зв'язуючим компонентом в якому є одна із модифікацій вуглецю, наприклад, кокс, графіт тощо.

Композиційні матеріали двухосно армовані з плоским розміщенням арматури (АН) в моношарі, в якості кою можуть виступати сітка, тканина, папір тощо: в площині укладки моношару АН ці КМ псевдоізотропні.

Деякі КМ складаються з окремих деталей або є суцільними виробами. У різних силових конструкціях, наприклад, в авіації використовуються болтові з'єднання у ролі рознімного механізму. Якщо болтове з'єднання зроблене із пластин, що є полімерними шаруватими КМ, то таке з'єднання можна позначити як БЗ із ПКМ.

В практиці конструювання сучасних виробів все частіше застосовують шаруваті полімерні композиційні матеріали (ПКМ) з армуванням вуглецевою або іншою ниткою чи тканиною. Деталі з ПКМ з'єднують з іншими частинами виробу шляхом склеювання, затискування, а також за допомогою штифтів, гвинтів та болтів. Для встановлення останніх роблять круглі отвори, а такі з'єднання узагальнено та спрощено називають болтовими з'єднаннями (БЗ).

Деякі вітчизняні та закордонні літературні джерела по різному описують напружено-деформований стан у болтових з'єднаннях елементів конструкцій, що виготовлені з композитних матеріалів. Якщо стисло підсумувати вітчизняні і

закордонні роботи, викладенні у літературі для цієї роботи, то можна визначити такі окремі положення:

Загальні властивості болтових з'єднань наступні:

- У випробуваннях БЗ на втому та міцність основним стандартом є наступна схема: дві довгі пластини, що скріплені БЗ, мають ширину, яка повинна бути більше ніж діаметр отворів у шість разів та кількість болтів для з'єднання має дорівнювати кількості рядів у реальному з'єднанні, для якого випробування і проводиться;
- якщо болтове з'єднання однозрізне, то в ньому можна побачити явище значно більшого вигину болтів та пластин, аніж у двозрізному. З цього можна зробити висновок, що у однозрізному БЗ мають місце більш жорсткі умови деформування, а у зонах отворів тенденції залежності характеристик НДС виявляються сильніше.

Окремо можна виділити у болтових з'єднаннях із ПКМ:

- Використання методів розрахунку на статичну міцність не є уніфікованим і являється невизначеним на відміну від металів де не вимагається складних розрахунків. Це призводить до використання щодо БЗ із ПКМ тих методів розрахунку, які справедливі для однорідних матеріалів. При цьому беруться завищені та довільні коефіцієнти запасу міцності;
- Публікації в яких описана та змодельована взаємодія БЗ із ПКМ не є вичерпними. Також дуже мало публікацій де структуру із ПКМ відображено саме як прошарову, а не через еквівалентні модулі;
- ПКМ є крихким матеріалом і внаслідок цього немає сенсу у застосуванні зміцнення у околі отворів у пластині та самих контактних поверхонь. Радіальний натяг БЗ також не можливий. Це відрізняє ПКМ від однорідних матеріалів, де для збільшення контактних втомної міцності використовують радіальний натяг, осьове затягування і зміцнення контактних поверхонь;
- Не дуже багато досліджень на напружено-деформований стан навколо отворів у БЗ із ПКМ, впливу структури самого композитного матеріалу, на

залежність між величиною отвору, бічними зазорів між болтом з отвором і розподілом зусиль на бічних поверхнях отворів у пластинах.

Також зазначимо, що для елементів з’єднання обов’язково проводять статичний розрахунок напружено-деформованого стану (НДС) при розрахунку на міцність БЗ. І як було вказано вище використовуючи формули та коефіцієнти для однорідних матеріалів можуть бути не коректними та їх потрібно доводити до необхідного рівня точності. Також проводяться різні практичні досліди для визначення впливу на міцність з’єднань із полімерних пластин різних характеристик матеріалу та його конструкції.

Натуральний експеримент не дозволяє "заглянути всередину матеріалу". І тому можуть використовуватися сучасні методи розрахунку, зокрема метод скінченних елементів (МСЕ). Для МСЕ характерне створення великих за обсягом систем алгебраїчних рівнянь (САР), що підвищує вимоги до комп'ютерів. У контексті необхідності масовості таких обчислень актуальна розробка досить точних спрощених розрахункових 3D-моделей БЗ із ПКМ, що дозволяють проводити розрахунки не на суперкомп'ютері, а на персональних комп'ютерах підвищеної потужності. Таким чином можна значно підвищити точність обчислювальні моделі для персонального комп'ютера. Це означає перехід до контактних моделей з пошаровим моделюванням ПКМ в зонах отворів з урахуванням можливих зазорів при установці болтів в отвори, сили згвинчування болтового з'єднання, температурних деформацій, тертя, різних технологічних дефектів, розшарувань.

З більш точними обчислювальними моделями за МСЕ можна визначати особливості болтових з’єднань із полімерних композитних матеріалів, які не характерні для БЗ із однорідних матеріалів. Але оскільки наявні розрахунки не є зараз базовими для усіх випадків, вони ще не охопили безліч можливих структур БЗ із ПКМ та їх характеристики граничного стану та НДС.

Отже у висновку, завдання з визначення коефіцієнтів концентрації напружень у пластинах ПКМ і проведення чисельного аналізу з’єднання є досить практичним та актуальним.

У дисертації описано створення скінченно-елементної моделей, із урахуванням різних шарових структур та величини бічних зазорів у отворах. За результатами розрахунків визначено характеристики НДС та розподіл напружень в зонах отворів.

РОЗДІЛ 1. Розрахунок на міцність та характеристик напружено-деформованого стану у пластинах із ПКМ у контакті з циліндром

1.1 Механічні властивості полімерно-композиційних матеріалів

Існує декілька критеріїв за якими можна поділити композитні матеріали. Наприклад, за видом армуючого компоненту:

- Волокнисті;
- Дисперсно-зміцнені.

У першому виді, волокнисті конструкційні матеріали армуються високоміцними волокнами або дротом. А армування дисперсно-зміцнених означає рівномірне розподілення дрібнодисперсних частинок іншої речовини.

Ідея створення структур армованих волокном полягає в тому, що при деформації матеріалу волокна навантажуються і використовується їх висока міцність. У волокнистих композитах високоміцні волокна приймають на себе основне навантаження і забезпечують жорсткість і міцність композиції у бік орієнтації волокон.

Комбінації властивостей які не мають аналогів у однорідних матеріалів є основною метою створення композитних матеріалів, оскільки ці комбінації дають кращі характеристики міцності у порівнянні з іншими матеріалами [1, 2, 3, 4].

Три основні параметри які є визначними для механічних властивостей композиту:

- Висока міцність волокон, що армують;
- Жорсткість матриці;
- Міцність зв’язку на розділенні матриця/волокно.

Певні комбінування цих параметрів дають характеристику матеріалу з точки зору руйнування та інших механічних властивостей [5, 6, 7, 8, 9, 3, 4]. При зміні різних складових матеріалу, наприклад кількості шарів, типу та об’ємних співвідношень волокон для армування та матриці, орієнтації армування є можливість створювати необхідні властивості композитних матеріалів.

Вибір армуючого матеріалу є досить широким. Це може бути вуглець, бор, скло (волокна) або інші органічні волокна. Для металічної основи беруть сплави в

яких є алюміній, магній, титан або нікель в залежності від робочої температури. Останній застосовують при температурі вищій за 500 °С, а алюмінієвий сплав до температури 250...300 °С. Оскільки є досить широкий діапазон робочих температур, для конструкційних матеріалів також використовують полімерні смоли в якості основи, тому саме з їх наявності вони називаються полімерними КМ, ПКМ.

Досить популярними є волокна вуглецеві, ПКМ у яких використовуються ці волокна назіваються вуглепластиками.

Це досить інноваційний та дорогий матеріал, висока вартість якого обумовлена трудомістким технологічним процесом і великою часткою ручної праці. У міру вдосконалення та автоматизації процесів виготовлення ціна карбону буде знижуватися. Наприклад: вартість 1 кг сталі — менше 1 долара, 1 кг карбону європейського виробництва коштує близько 20 доларів. Здешевлення можливе лише за рахунок повної автоматизації процесу та скорочення часу його виробництва.

Спочатку карбон був розроблений для спортивного автомобілебудування та космічної техніки, але завдяки своїм відмінним експлуатаційним властивостям, таким як мала вага та висока міцність, набув широкого поширення і в інших галузях промисловості:

- В літакобудуванні;
- для спортивного інвентарю: ключок, шоломів, велосипедів;
- Вудок;
- медичної техніки та ін.

Гнучкість вуглепластику, можливість його зручного розкрою та різання, подальшого просочення епоксидною смолою дозволяють формувати карбонові вироби будь-якої форми та розмірів.

Волокно визначає не тільки зовнішній вигляд вуглепластику, що вийшов, але і його міцнісні і технологічні характеристики. Від плетіння і щільності вуглецевого волокна залежить і те, як легко та якісно можна викласти його у формі при заливанні смолою.

Для отримання оптимальної міцності, щільності та жорсткості часто потрібне пошарове поєднання різних типів вуглецевого полотна.

Схематично види плетіння вуглецевого волокна представлені рисунку 1.1.

За рахунок наявності великого обсягу властивостей, що кращі за інші матеріали, як з точки зору опору втомі, так і міцності конструкційні матеріали стали частково і з часом суттєво замінювати в деяких ситуаціях однорідні матеріали. Наприклад у авіації із конструкційних матеріалів виготовляють деякі частини літака, від частин салону, до елеронів крила та фюзеляжу. Також ПКМ за рахунок меншої маси дозволяє більш економічно використовувати паливо, оскільки літак виходить меншої ваги з тією ж корисною вагою.

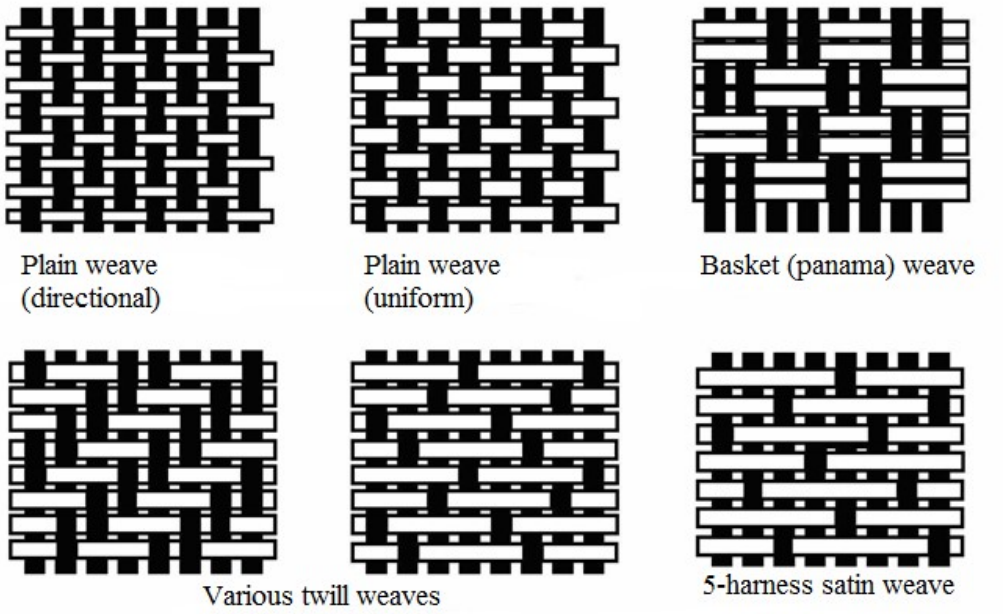


Рис 1.1. Види плетіння вуглецевого волокна

Для вуглецевих волокон основними механічними характеристиками є границя міцності на розтяг $\sigma_в$, границя міцності на одиницю об'єму, а також модуль пружності, що визначає еластичність та здатність працювати на вигин.

Механічні властивості сильно залежать від орієнтації волокон, тобто вони анізотропні. Технічні характеристики, як правило, наводяться для поздовжнього спрямування.

Вуглецеві волокна мають наступні (Таблиця 1.1.) механічні характеристики порівняно з армуючими металевими, скловолокном і полімерними волокнами.

Волокно (дріт)	ρ, кг/м^3	$T_{пл}$, °C	$\sigma_в$, МПа	$\sigma_в/\rho$, МПа/кг $*$ м$^{-3}$
Алюміній	2687	660	620	2300
Азбест	2493	1521	1380	5500
Берилій	1856	1284	1310	7100
Карбід берилію	2438	2093	1030	4200
Вуглець	1413	3700	2760	157
Скло	2548	1316	3450	136
Графіт	1496	3650	2760	184
Молібден	1166	2610	1380	14
Поліамід	1136	249	827	73
Поліефір	1385	248	689	49
Сталь	7811	1621	4130	53
Титан	4709	1668	1930	41
Вольфрам	19252	3410	4270	22

Таблиця 1.1. Механічні характеристики волокон

Існує взаємозв'язок — чим вище границя міцності, тим нижче модуль пружності.

При підборі матеріалу дуже важливо знайти оптимальний баланс між характеристиками, підбираючи шари, напрямок волокна, метод плетіння та щільність. Механічні властивості готових композитів визначаються такими параметрами:

- тип вуглецевого волокна та смоли;
- тип плетіння, орієнтація волокон;
- співвідношення волокон (тобто щільність полотна) і смоли в композиції;
- щільність, однорідність, пористість та ін.

1.2 БЗ із ПКМ. Вплив технологічних та конструктивних факторів на втому та міцність БЗ

У роботі використовується з'єднання композиційних пластин у контакті з циліндром, що є прикладом розповсюдженого прикладу з'єднання конструкції. Окрім механічного болтового з'єднання використовують також клейові або адгезійні [10, 11, 4, 12].

Зазвичай використовування останнього є дорожчим, а матеріали чутливі до температур, також розбірка таких з'єднань без руйнування часто не можлива. Болтове з'єднання не має таких недоліків і є більш технологічним. Але також має свої мінуси. Оскільки композити є крихким анізотропним матеріалом і їх міцнісні характеристики викликають ряд проблем, коли проектують БЗ і вираховують коефіцієнти запасу міцності, які повинні відповідати обраному ступеню надійності, то виставляють значення "з запасом", що веде до підвищених затрат. Але такі недоліки можна виправляти постійною оптимізацією, задля зменшення ваги та витрат не зменшуючи інші корисні характеристики.

Комплект кріплення зазвичай виготовляють із титанових сплавів або легованої сталі. В літаках цими кріпленнями елементи конструкції із ПКМ кріпляться до силових елементів, що виповнені із алюмінієвого або титанового сплаву.

БЗ працює у трьох режимах роботи:

- Коли болт знаходиться у отворі із зазором і працює на нормальне роз'єднання силою P (рис. 1.2), яка протилежна силі затяжки;
- Коли болт знаходиться у отворі із натягом або без зазорів і працює на зріз, тобто сприймає поперечне навантаження Q (рис 1.2) ;
- Коли болт знаходиться у отворі із зазором і не допускає поперечний зсув з'єднання, і також на нього діє зусилля на зріз Q, а сила затягування максимальна для того, щоб Q створювало дотичні напруження та сприймалося силами тертя.

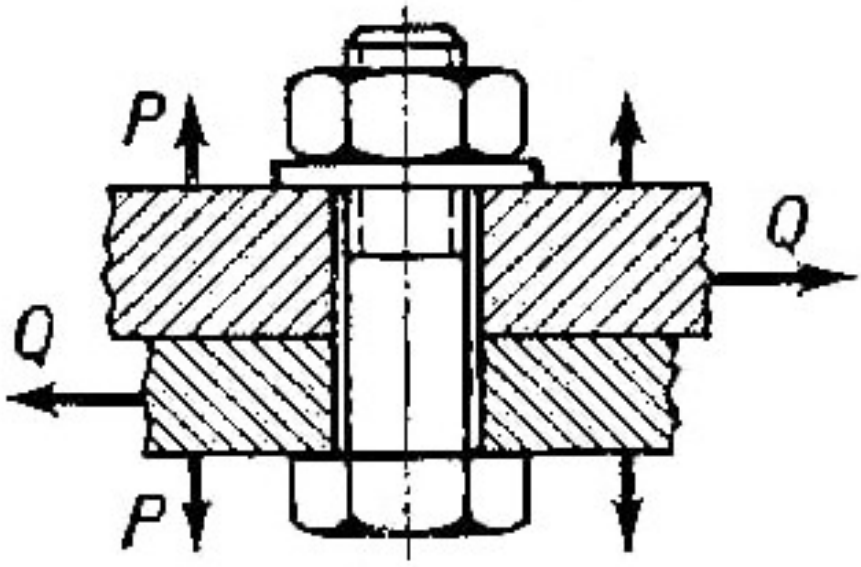


Рис.1.2 Режими роботи болтів

1.3 Визначення мети роботи

В практиці конструювання сучасних виробів все частіше застосовують шаруваті полімерні композиційні матеріали (ПКМ) з армуванням вуглецевою або іншою ниткою чи тканиною. Деталі з ПКМ з'єднують з іншими частинами виробу шляхом склеювання, затискування, а також за допомогою штифтів, гвинтів та болтів. Для встановлення останніх роблять круглі отвори, а такі з'єднання узагальнено та спрощено називають болтовими з'єднаннями (БЗ).

У процесі конструювання бажано мати прості (інженерні) формули, які дозволяють провести із задовільною точністю розрахунок міцності запропонованого конструктивного рішення, тобто так звану експрес-оцінку. Зокрема, для проведення експрес-оцінки на розрив пластини в ослабленому круглим отвором перетині традиційно застосовують формулу [1 – 4]:

$$\frac{N\underline{\alpha}}{h(w-d)} \le [\sigma]_t, \qquad (1)$$

де N – результуюче зусилля, що навантажує перетин, ослаблений отвором; $\underline{\alpha}$ – теоретичний коефіцієнт концентрації напружень (ККН) біля отвору, навантаженого болтом h, w – товщина та ширина пластини в зоні отвору; d – діаметр отвору; $[\sigma]_t$ – напруження, що допускається, на розрив матеріалу.

На момент проведення розрахунку відомі всі величини, окрім ККН $\underline{\alpha}$. Тому всі подальші дії спрямовані на визначення цієї величини.

Розрізняють три випадки для розрахунку ККН в отвору: отвір є вільним від навантаження (позначили ККН як α), отвір навантажений болтом (ККН $\underline{\alpha}$), отвір заповнений іншим матеріалом. Відомо, що завжди $\underline{\alpha} > \alpha$ [5, стор. 56; 6]. Відзначимо, що задача про навантаження отвору болтом принципово відрізняється від задачі про заповнення отвору іншим матеріалом, оскільки при заповненні передбачається нерозривність переміщень на всій границі розділу двох матеріалів [7], а контактна взаємодія має однобічний характер.

Величина теоретичного ККН (tension (net section) stress-concentration factor) визначається з відношення значень напружень у послабленому отвором перетині: максимального $\sigma_{\max}$ до номінального $\sigma_{нот}$, тобто

$$\underline{\alpha} = \sigma_{\max} / \sigma_{нот}, \tag{2}$$

причому для розрахунку $\sigma_{нот}$ використовується нетто-перетин (net section, відносно вузькі пластини) [7, 8], а також повинні використовуватися рівняння лінійної пружності. Для відносно широких пластини застосовується брутто-перетин (gross section) або навіть значення $A_b = dh$ [5] (умовної площини зминання).

Для пластин із анізотропного матеріалу, щоб відрізняти випадок від ізотропного, замість ККН $\underline{\alpha}$ будемо писати $\underline{\tilde{\alpha}}$.

Для визначення ККН в отворі необхідно розв’язати контактну негерцеву задачу [9], оскільки зазор допускається, але незначний, тому геометрія зон контакту болт/отвір є майже однаковою. Ця задача виявилася дуже складною навіть для ізотропного випадку, а у ПКМ ще додаються анізотропія й неоднорідність, тобто проблема значно ускладняється.

Шаруваті ПКМ моделюють як сукупність моношарів (далі – просто шарів). Кожний шар має дві складові: наповнювач (основа) та армування (нитка чи тканина). Вважається, що матеріал шару є ортотропним. Кожний шар має свій напрямок укладання. Призначається основний напрямок, записується схема укладання в ПКМ [10].

Шари на виході в отвір, при контакті з болтом, по-різному пручаються навантаженню. На це впливають і кути укладання, і анізотропія, і умови нерозривності переміщень в їхньому конгломераті (взаємовплив) [6, 10].

Очевидно, що руйнування найбільш навантаженого шару "потягне" за собою руйнування інших [10]. Тому для застосування формул (1) і (2), необхідно врахувати специфіку шаруватих ПКМ. Це може відбуватися тільки через ККН $\underline{\tilde{\alpha}}$ для шару. Таких досліджень в літературі небагато, а з урахуванням наявності бічних зазорів болт/отвір – тим паче. Тому **метою** роботи була перевірка точності трьох відомих формул експрес-розрахунку величини ККН $\underline{\tilde{\alpha}}$ при контакті отвору з жорстким циліндром ("болтом"), на контрастних прикладах матеріалів та схем армування пластини із ПКМ, з урахуванням наявних бічних зазорів болт/отвір в практично актуальному діапазоні: від нульового до 1% від діаметра.

1.4 Коефіцієнт концентрації напружень біля круглого отвору, що контактує з болтом: формули експрес-аналізу

У статті [11] відзначено, що є декілька варіантів аналітичних розв’язків для пластини одиничної товщини з ортотропного матеріалу, через функції комплексного змінного. Але на практиці їхнє застосування утруднене. У статті [12] запропонували наближений варіант (без зазору й тертя, з нерухомим жорстким циліндром (pin-loaded hole)), заснований на розв’язку DeJong [13]. Обговорено обмеження $\varsigma = d / w \le 0.5$, яке задовольняє практичні потреби. З отриманого розв’язку [12] шляхом нескладних перетворень в [11] отримана формула для визначення ККН у болтовому з'єднанні, в ослабленому отвором перетині шару:

$$\underline{\tilde{\alpha}}(\varsigma) = \frac{1-\varsigma}{\varsigma}\left[\frac{\varsigma}{2} + \left(\frac{\varsigma}{2} + \frac{4}{\pi^2}\right)\frac{\sqrt{2\left(\sqrt{E_{YY}/E_{XX}} - \mu_{YX}\right) + E_{YY}/G_{YX}}}{\sqrt{E_{YY}/E_{XX}}}\right], \qquad (3)$$

де напрямок X відповідає напрямку дії сили, що розтягує, у площині пластини та збігається з напрямком головної осі ортотропії 1 (або 2); Y напрямок,

ортогональний напрямку X і також лежить у площині пластини, збігається з напрямком головної осі ортотропії 2 (або 1); E_{XX}, E_{YY}, G_{XY}, μ_{YX} – модулі Юнга, зсуву й коефіцієнт Пуассона відповідно. Якщо відомо значення μ_{XY}, а не μ_{YX}, то підраховується $\mu_{YX} = E_{YY}\mu_{XY} / E_{XX}$. У [14] наведено формули, що є розвитком формул [12] на випадок, коли враховується вплив відстані (позначено як e) від центра отвору до торця пластини. Але, згідно з виразом (5) із [14], ця відстань не впливає на ККН, визначений формулою (3) при застосованому обмеженні $e \geq 2d$. Це не дуже збігається з літературними результатами, наприклад з наведеними у [15] графіками (fig.19), отриманими за МСЕ, на яких такий вплив практично відсутній для так званих "квазі-ізотропних" шаруватих пластин з ПКМ з відношенням $\varsigma = d / w = 20$ вже приблизно при $e \geq 3d$, а для інших схем укладання – при значно більших значеннях e. До речі, величина e, згідно з виразом (1) із [14], впливає на пікове значення $\sigma_1 = \sigma_{\max}$ в зоні, що розташована під кутом 90 градусів від перерізу (далі буде позначатися написом понизу $_{(90)}$), тобто при Y=0.

Для ізотропного матеріалу формула (3) вироджується у

$$\underline{\tilde{\alpha}}(\varsigma) = \frac{1-\varsigma}{\varsigma}\left[\frac{\varsigma}{2} + 2\left(\frac{\varsigma}{2} + \frac{4}{\pi^2}\right)\right], \tag{4}$$

оскільки при цьому частина виразу (3) із модулями пружності точно дорівнює двійці.

Ще один варіант визначення ККН для практично важливого діапазону відносної ширини пластини $0.15 \leq \varsigma \leq 0.5$ запропонований у роботі [11]. Формула є компіляцією добре обґрунтованих апроксимацій та формул, отриманих експериментально та теоретично:

$$\underline{\tilde{\alpha}}(\varsigma) \approx \underline{\alpha}(\varsigma) \cdot \{1 + (1-\varsigma) \cdot [\tilde{\alpha}(0) - 3] / \alpha(\varsigma)\}, \tag{5}$$

де

$$\alpha(\varsigma) \approx 3.000 - 3.140\varsigma + 3.667\varsigma^2 - 1.527\varsigma^3; \quad \text{[8, табл. 17.1];} \tag{6}$$

$$\underline{\alpha}(\varsigma) \approx 12.882 - 52.714\varsigma + 89.762\varsigma^2 - 51.667\varsigma^3; \quad \text{[16, стор. 358];} \tag{7}$$

$$\tilde{\alpha}(0) = 1 + \sqrt{2\left(\sqrt{E_{XX} / E_{YY}} - \mu_{XY}\right) + E_{XX} / G_{XY}}\ ; \quad [17]. \tag{8}$$

Для ізотропного матеріалу формула (5) вироджується у формулу (7), оскільки вираз (8) буде дорівнювати трьом, та значення виразу у фігурних дужках у (5) – одиниці.

Ще один варіант визначення ККН для "складно армованих" шаруватих ПКМ запропонований у роботі [2] як результат застосування правила суміші Фойхта (Fought), в наших позначеннях:

$$\underline{\tilde{\alpha}} = \frac{1}{(E_{XX})_{ekv} h} \cdot \sum_n \underline{\tilde{\alpha}}_n h_n (E_{XX})_n , \tag{9}$$

де n – номер шару; $(E_{XX})_{ekv}$ – "еквівалентний" модуль Юнга в напрямку дії сили; $(E_{XX})_n$ – модуль Юнга n–го шару в тому же напрямку; $h,\ h_n$ – загальна товщина пластини та товщина n–го шару; $\underline{\tilde{\alpha}}_n$ – значення ККН для n–го шару, отриманого за МСЕ або в інший спосіб. У цій формулі для кутів укладання шарів $0, \pm 45,\ 90$ градусів відношення

$$\eta_0 = \frac{h_0 (E_{XX})_0}{(E_{XX})_{ekv} h}; \quad \eta_{\pm 45} = \frac{h_{\pm 45} (E_{XX})_{\pm 45}}{(E_{XX})_{ekv} h}; \quad \eta_{90} = \frac{h_{90} (E_{XX})_{90}}{(E_{XX})_{ekv} h};$$

$$\eta_0 + \eta_{\pm 45} + \eta_{90} = 1, \tag{10}$$

як це показано у статті [6], визначають ту частину зусилля, що діє з нульового напрямку, яку сприймають на себе шари зі вказаними кутами укладення. З урахуванням позначень (10) формула (9) набуває вигляд

$$\underline{\tilde{\alpha}} = \underline{\tilde{\alpha}}_0 \eta_0 + \underline{\tilde{\alpha}}_{\pm 45} \eta_{\pm 45} + \underline{\tilde{\alpha}}_{90} \eta_{90} = \sum_n \underline{\tilde{\alpha}}_n \eta_n . \tag{11}$$

Вона постулює, що загальний ККН $\underline{\tilde{\alpha}}$ складається з окремих ККН $\underline{\tilde{\alpha}}_n$, зважених відповідно тій частині зусилля, яку сприймають на себе шари. Очевидно, що фізичний зміст такого твердження обґрунтувати складно.

РОЗДІЛ 2. Методи розрахунку статичної міцності елементів болтових з'єднань

2.1 Болтові з'єднання деталей із однорідних конструкційних матеріалів

Інженерні методи розрахунку на статичну міцність БЗ основані на формулах опору матеріалів (теорії пружності).

У БЗ із конструкційних матеріалів зазвичай вважається, що елементи з'єднання зроблені з ізотропних матеріалів (металів). Тому умови міцності елементів таких БЗ [10, 13, 4, 14]

– на зрізання і-го болта:

$$\frac{4|N_i|}{\pi d_i^2} \le [\tau]_{shear}; \qquad (12)$$

– на зминання контактної поверхні -го отвору або -го болта:

$$\frac{|N_i|}{hd_i} \le [\sigma]_{bearing}; \qquad (13)$$

– на зсув смуги до краю від -го отвору:

$$\frac{|N_i|}{2he} \le [\tau]_{shear_plate}; \qquad (14)$$

– на розрив (стиск) смуги в ослабленому і -м отвором перетині:

$$\frac{|N_i|\alpha_i}{h(w - md_i)} \le [\sigma]_{tensile}. \qquad (15)$$

У формулах (12) – (15) величини:

N_i – сумарне зусилля, сприймане -м болтом у перетині зрізу;

i – номер болта (отвору);

d_i – номінальний діаметр і -го болта (отвору);

h, w – товщина та ширина пластини в зоні отвору;

e – відстань від центра отвору до краю пластини;

α_i – теоретичний коефіцієнт концентрації напружень (ККН) в і-му отворі;

M – кількість болтів ряду в розглянутому перетині шириною b;

$[\tau]_{shear}$, $[\sigma]_{bearing}$, $[\tau]_{shear_plate}$ й $[\sigma]_{tensile}$ – допустимі напруження на зсув (для матеріалу болта), зминання, зріз і на розрив (стиск) матеріалу пластини відповідно.

Окрім вказаних, у БЗ, при наявності різьблення, застосовують декілька умов міцності, пов'язаних саме з різьбленням. Але в цій роботі питання міцності різьблень не розглядаються, оскільки це не стосується ПКМ.

Важливо для формули (15) вірно призначити теоретичний ККН α_i в отворі. Крім теоретичного ККН застосовують і ефективний ККНе, який вважається більшим за теоретичний.

При розрахунках на втому величину α_i призначають таку ж, як і в ненавантаженому отворі, спираючись на існуючий аналітичний розв'язок.

Для нескінченної пластини (задача Кірша) ККН біля отвору не залежить від пружних властивостей ізотропного матеріалу, причому як номінальне напруження використовується напруження σ, прикладене до пластини на нескінченності. Тобто розглядається перетин без врахування ослаблення отвором – брутто-перетин. Тоді ККН часто позначають буквою К, і в задачі Кірша $К = \alpha = 3$. Якщо пластина має обмежену ширину, то величини К та α змінюються. Наприклад, при співвідношенні ширина/діаметр $w/d = 6$ (фактично стандартне для зразків БЗ при випробуваннях на втому), величина $К \approx 3{,}12$. У неширокій пластині при використанні нетто-перетину ККН $\alpha = К * (1 - \varsigma)$, де введено позначення $\varsigma = d/w$. При $\varsigma = 1/6$ маємо $\alpha = К * 0{,}8(3) = К/1{,}2$, тобто $\alpha \approx 2.60$.

Методами фотопружності в діапазоні $0 \leq \varsigma \leq 1$ отримана апроксимація ККН α, яка, як вважається, має точність у 2%:

$$\alpha(\varsigma) \approx 3{,}000 - 3{,}140\varsigma + 3{,}667\varsigma^2 - 1{,}527\varsigma^3; \quad 0 \leq \varsigma \leq 1. \qquad (16)$$

При $\varsigma = 1/6$ маємо $\alpha(1/6) \approx 2.57$. Через формулу зв'язку між двома коефіцієнтами маємо $К(1/6) = \alpha/(1 - \varsigma) \approx 2{,}57/(1 - 1/6) \approx 3{,}08$. Порівняно з $К \approx 3{,}12$ із [40, 60] відмінність складає біля 1,2%, тобто несуттєва.

Іноді замість розв'язку для навантаженого болтом отвору використовують розв'язок для отвору із заповненим отвором. Але при цьому величина є дещо меншою, ніж для пластини з вільним отвором.

У статтях [15, 16] за допомогою розрахунків у ANSYS виявлено, що в зразках однозрізних (внапуск) БЗ, в якому пластини – з алюмінієвого сплаву Д16, а болти – зі сталі, узагальнений ККН, який ще додатково враховує згин пластини, досягає значення 10.

Важливо, що ККН у навантаженому отворі (контактна взаємодія) є більшими, ніж у ненавантаженому отворі (ізотропній матеріал).

2.2 Болтові з'єднання з пластинами із ортотропних і композиційних матеріалів

Запишемо ланцюжок формул для обчислення величини ККН в 2D-ортотропному матеріалі, позначимо як K та $\tilde{\alpha}$:

$$k=\sqrt{E_{11}/E_{22}};\ m=E_{11}/G_{12}-2\mu_{12};\ n=\sqrt{2k+m};\ \tilde{K}=n+1;\ \tilde{\alpha}=\tilde{K}\cdot(1-\varsigma) \quad (17)$$

в яких перший напрямок є єдиним як для напрямку дії навантаження, так і для одної з головних осей ортотропії.

З (17) очевидно, що ККН $\tilde{\alpha}$ буде збільшуватися, у першу, чергу, при збільшенні відношення модулів у двох головних напрямках: E_{11}/E_{22}. Якщо композит є односпрямованим, то це відношення зазвичай має доволі велике значення. Якщо композит є ламінатом із симетричною структурою, наприклад, [90/45/0/-45], то "еквівалентні" модулі $E_{11}\approx E_{22}$, тому розрахований "еквівалентний" ККН $\tilde{\alpha}$ буде мати таке ж значення, як і в ізотропному матеріалі або близьке до цього. Але очевидно, що в шарах ПКМ, де насправді "еквівалентні" модулі не реалізуються, значення ККН $\tilde{\alpha}$ будуть мати деякі проміжні значення між розв'язками Лехніцького та Кірша, оскільки буде проявлятися ефект взаємовпливу різноспрямованих шарів ламіната.

Формули (17) для реальних КМ можуть давати значення, наближені до 10 та навіть вищі, тому застосовуються при розрахунках пластин із КМ з ненавантаженими отворами [13, 17, 14].

У навантаженому болтом отворі (контактна взаємодія) коефіцієнт концентрації напружень повинен бути іншим та вищим за той, що реалізується в отворі без болта.

Виявлено декілька варіантів аналітичних розв’язків для пластини одиничної товщини, через функції комплексного змінного [18, 19, 20]. Через їх складність їхнє практичне застосування є проблематичним. Тому у статті [21] запропонували "полегшений" (наближений) варіант, заснований на теорії зі статті [18]. Контактна задача не розглядається, а на контурі отвору (у зоні контакту) задається синусоїдальний характер розподілу напружень за законом $(4ph/\pi)\sin\theta$ (він близький до того розподілу, що отримують при розв’язуванні контактної задачі). Тоді діюча на отвір (болт) результуюча сила $F = \pi dh$. Розв’язок розглядали як суперпозицію двох розв’язків: перший – про 2D-ортотропну пластину з вільним отвором, розтягнуту на значній відстані розподіленим зусиллям *q/2*; другий – про таку ж пластину з отвором, що контактує (без зазору) з нерухомим твердим стрижнем (pin-loaded hole) і при "потоковому" навантаженні таким же розподіленим зусиллям *q/2* (рис 2.1). З умови рівноваги $q = p * \varsigma$.

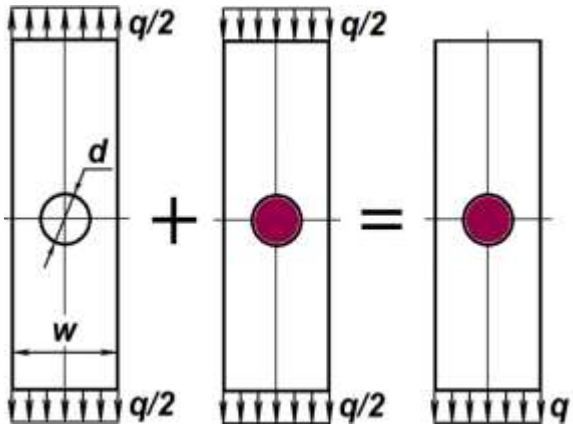


Рис. 2.1 – Схема отримання розв’язку [88, 90] про напружений стан при контакті в отворі пластини

У підсумку [21], максимальне напруження в ослабленому отвором перетині пластини (у наших позначеннях; вісь X – повздовжня, вісь Y – поперечна)

$$\sigma_{\max}(\varsigma) = p \cdot \left[\frac{\varsigma}{2} + \left(\frac{\varsigma}{2} + \frac{4}{\pi^2} \right) \frac{\sqrt{2\left(\sqrt{E_{YY}/E_{XX}} - \mu_{YX}\right) + E_{YY}/G_{XY}}}{\sqrt{E_{YY}/E_{XX}}} \right] =$$

$$= p \cdot \left[\frac{\varsigma}{2} + \left(\frac{\varsigma}{2} + \frac{4}{\pi^2} \right) \cdot M \right] = p \cdot S, \qquad (18)$$

де символом *M* замінили дробовий вираз з модулями пружності, а символом *S* – вираз у квадратних дужках. Номінальне напруження ослабленого перетину

$\sigma_{nom} = phd / (h(w-d)) = pd / (w(1-\varsigma)) = p\varsigma / (1-\varsigma)$, тому вираз для ККНк у навантаженого болтом отвору в ортотропній пластині має вигляд

$$\tilde{\alpha}(\varsigma) = \frac{\sigma_{\max}(\varsigma)}{\sigma_{nom}} = \frac{1-\varsigma}{\varsigma}\left[\frac{\varsigma}{2} + \left(\frac{\varsigma}{2} + \frac{4}{\pi^2}\right)\frac{\sqrt{2\left(\sqrt{E_{YY}/E_{XX}} - \mu_{YX}\right) + E_{YY}/G_{XY}}}{\sqrt{E_{YY}/E_{XX}}}\right] =$$

$$= \frac{1-\varsigma}{\varsigma}\left[\frac{\varsigma}{2} + \left(\frac{\varsigma}{2} + \frac{4}{\pi^2}\right)\cdot M\right] = \frac{1-\varsigma}{\varsigma}\cdot S. \qquad (19)$$

З формули (19) очевидно, що "ліва" асимптота $\tilde{\alpha}(0) = \infty$, і це є вірним. Що стосується "правої" асимптоти, яка в (19) очевидно дорівнює нулю (а це є невірним), то автори [21] обмежили застосування формули (19) величинами $\varsigma \leq 0.5$, що для практичного застосування достатньо. Як видно з таблиці 3 статті [21], де розв'язки представлені у формі $\sigma_{\max}(\varsigma) = p \cdot S$ при розглянутих $\varsigma = 0, \varsigma = 0.2$ та $\varsigma = 0.4$, погрішності становили від 2.4% до 15%, у середньому – близько 8% (усього дев'ять випадків: для трьох випадків різного ступеня ортотропії (зокрема, і для квазі-ізотропної композитної пластини) і при трьох вказаних вище значеннях ς). У пластині з односпрямованим композитом погрішності склали від 9% до 15%, причому систематично збільшувалися при зменшенні ς. Порівняння проводили з результатами зі статті [18]. Автори статті [21] вважали отриману точність достатньою для практичного застосування.

У статті [22] наведені численні графіки, зокрема й ККНк, для декількох конкретних орієнтацій 2D-ортотропних моношарів (0, 90, ±45 градусів) і їхніх комбінацій. Розв'язки отримані із застосуванням МСЕ. Навколо отвору застосовували трикутні СЕ другого порядку апроксимації (плоска деформація), уздовж половини дуги окружності використали 28 СЕ, але зі змінним кроком, у підсумку мінімальний відносний розмір СЕ склав приблизно 0.03d у зоні концентрації напружень. Зазор і тертя в отворі не задавали. Контакт моделювали як "вузол у вузол", за допомогою коротких (довжиною 0,002d) СЕ типу Spring (пружина), у частині з них (з появою в них напружень, що розтягують) в ітераціях їхньої жорсткості призначали

нульовими, щоб урахувати звуження зони контакту. Тобто, з огляду на рівень розвитку ЕОМ і програм із МСЕ на 1981 рік, задача розв'язувалася в контактній постановці й зі значною точністю.

Підводячи підсумок, можемо констатувати, що саме для важливого в практичному застосуванні випадку пластини обмеженої ширини та з ортотропного матеріалу, проблема визначення ККНк, можливо, не вирішена достатньо точно й у вигляді простих формул, доводиться застосовувати або складні, або разові рішення, одержувані чисельними методами, тому проблема визначення ККНк в таких пластинах є актуальною.

Композиційні матеріали при натурних випробуваннях перед повним руйнуванням руйнуються частково у доволі складному процесі руйнування своїх складових. При цьому апаратура фіксує акти часткового руйнування як у звуковому діапазоні (потріскування), так і на діаграмі деформування (стрибки, розриви) [23]. Але є доволі великий діапазон навантажень, в якому часткових руйнувань ще не спостерігається, і цей діапазон вважають безпечним. Рівень навантажень (напружень), при якому з'являються перші ознаки часткового руйнування, фіксують як характеристику композита з назвою "початкове навантаження руйнування", або "нижня границя несучої спроможності композита (конструкції)" [2] (композиційний матеріал завжди є конструкцією). За межами такої границі розрахунки на міцність потрібно проводити за критеріями механіки тріщин.

Для багатьох конструкцій (авіаційних, космічних, автомобільних тощо) навіть часткове руйнування є неприйнятним. Тому в цій роботі будемо вважати, що ПКМ навантажується лише до межі "початкового навантаження руйнування". Тоді для розрахунків БЗ, в яких застосовуються композиційні матеріали, теж використовують умови міцності (12) – (15) [10, 13, 14]. Але є суттєва різниця: композиційні матеріали є анізотропними (зазвичай вважаються ортотропними) та структурно неоднорідними матеріалами. Тому зазвичай ліву (або праву) частину умов міцності (12) –(15) помножують на так званий "сукупний фактор виправлення" (cumulative correction factor – CCF), та ще на "фактор припасування" (fitting factor – FF), тобто використовують поправочні функції, які повинні

враховувати всі відмінності, що пов’язані із наявністю в БЗ композиційного матеріалу. Щодо CCF та FF, то є вкрай обмежені дані про ці функції.Є відомості [68], що в практиці проектування літальних та космічних апаратів США (Air Force USA, NASA) використовують програму BJSFM, яка інтегрована у програмний код HyperSizer. Вона перераховує отримані в HyperSizer результати розрахунків 3D МСЕ-моделі на так звану "загальну мембрану". Для цього BJSFM дозволяє вводити (призначати) різні значення коефіцієнтів впливу (є рекомендації та графіки), які відображають конкретні ситуації БЗ із КМ, щоб наприкінці обчислити CCF та FF. Наприклад, якщо відстань від центра отвору до краю пластини перевищує значення трьох діаметрів отвору, то відповідний коефіцієнт (фактор впливу) дорівнює одиниці, а якщо менше трьох, то його потрібно призначити з діапазону (0.8-0.9). У BJSFM ще є такі фактори впливу: тип голівки болта (що виступає або втоплена), кількість площин зрізування, кількість рядів болтів, композит має стільниковий шар або ні, відношення товщини пластини з КМ до діаметра болта, відносна відстань між болтами, інші. Також призначається критерій обчислення еквівалентних напружень. Ця програма призначена для прискорення розробок нових конструкцій з БЗ із КМ і інтегрує, в першу чергу, накопичений досвід спостереження за БЗ із КМ.

РОЗДІЛ 3. Теоретичні основи моделювання болтових з'єднань композиційних пластин

3.1 Постановка крайової задачі лінійної пружності

Теоретичну постановку задачі формулюємо в декартовій системі координат (ДСК). Вона містить систему рівнянь статичної рівноваги, геометричні та фізичні співвідношення, а також початкові та граничні умови.

Початковий стан вважаємо ненапруженим та недеформованим.

Три рівняння статичної рівноваги елементарного об'єму такі [Рудаков - Femap]:

$$\nabla_n \sigma_{mn} + O_m = 0; \quad m,n = 1,2,3, \tag{20}$$

де $\nabla_n = \partial / \partial x_n$ – оператор обчислення градієнта за вказаним напрямком; σ_{mn} – компоненти тензора напружень; O_m – компоненти об'ємної сили.

Шість рівнянь, що пов'язують деформації з переміщеннями у припущенні про малі деформацій (геометричні рівняння Коші) [Рудаков - Femap]:

$$\varepsilon_{ij} = \left(\nabla_i U_j + \nabla_j U_i\right) / 2; \quad i,j = 1,2,3, \tag{21}$$

де U_i – компоненти вектору переміщень.

Шість рівнянь співвідношень між напруженнями та пружними деформаціями (лінійний закон Гука) [Рудаков - Femap]:

$$\sigma_{mn} = E_{mnij}\varepsilon_{ij}; \quad i,j,m,n = 1,2,3, \tag{22}$$

де E_{mnij} – тензор модулів пружності.

Далі будуть розглядатися ізотропний та ортотропні матеріали (3-D та 2-D моделі).

У випадку *ортотропного* матеріалу, у матричній формі запису) [Рудаков - Femap]:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{12} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/E_{11} & -\nu_{21}/E_{22} & -\nu_{31}/E_{33} & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{12}/E_{11} & 1/E_{22} & -\nu_{32}/E_{33} & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{13}/E_{11} & -\nu_{23}/E_{22} & 1/E_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{23} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{31} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{12} \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \end{Bmatrix} \qquad (23)$$

(варіант 3-D) та

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{11}/(1-\nu_{12}\nu_{21}) & \nu_{12}E_{22}/(1-\nu_{12}\nu_{21}) & 0 \\ \nu_{12}E_{22}/(1-\nu_{12}\nu_{21}) & E_{22}/(1-\nu_{12}\nu_{21}) & 0 \\ 0 & 0 & 1/G_{12} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \gamma_{12}^{e} \end{Bmatrix} \qquad (24)$$

(варіант 2-D). У цих співвідношеннях $2\gamma_{ij} = \varepsilon_{ij}$ при $i \neq j$, а всі осі – головні осі анізотропії. Відомі ще такі зв'язки:

$$\nu_{12}/E_{11} = \nu_{21}/E_{22}; \quad \nu_{13}/E_{11} = \nu_{31}/E_{33}; \quad \nu_{23}/E_{22} = \nu_{32}/E_{33}, \qquad (25)$$

тому в матриці (23) є 9 незалежних констант: $E_{11}, E_{22}, E_{33}, G_{12}, G_{23}, G_{31}, \nu_{12}, \nu_{23}, \nu_{31}$, а в матриці (24) $\nu_{12}/E_{11} = \nu_{21}/E_{22}$; $G_{12} = E_{11}E_{22}/(E_{11}+E_{22}+2E_{11}\nu_{12})$, тому незалежні константи лише такі: E_{11}, E_{22}, ν_{12}. В ізотропному матеріалі 2 незалежні пружні характеристики: модуль Юнга E та коефіцієнт Пуассона ν. Для обчислення модуля зсуву є формула: $G = E/[2(1+\nu)]$.

Рівняння ГУ (граничних умов) [Рудаков - Femap]:

$$U_i\big|_{S_U} = q_i; \quad i = 1,2,3 \qquad (26)$$

$$\sigma_{mn}\nu_n\big|_{S_P} = P_m; \quad m,n = 1,2,3, \qquad (27)$$

де q_i – переміщення на поверхні тіла S_U; P_m – сили на поверхні S_P; ν_n – напрямні косинуси зовнішньої нормалі до поверхні. Усі ці величини мають відомі значення.

Інший варіант постановки цієї же крайової задачі – із застосуванням принципу можливих переміщень [Рудаков - Femap]:

$$F = \int_{\Omega} \sigma_{mn}\delta\varepsilon_{mn} d\Omega - \int_{\Omega} O_m \delta U_m d\Omega - \int_{S_P} P_m \delta U_m dS = 0, \qquad (28)$$

де δ - позначення операції варіювання. До цього функціоналу ще потрібно додати рівняння зв'язку напружень з деформаціями та ГУ (26).

3.2 Додаткові рівняння для постановки крайової контактної задачі

При контактній взаємодії твердих тіл виникають поверхні контакту відомої (стабільної) або невідомої (нестабільної) конфігурації. На цих поверхнях немає взаємопроникнення тіл, а передані (в результаті контакту) зусилля не можуть бути такими, що розтягують. Сили контакту на двох спряжених контактних поверхнях мають бути рівними за величинами та протилежними за напрямками. Моделюють силовий контакт без тертя та з тертям [Рудаков - Femap].

Для крайової контактної задачі її постановка відрізняється від постановки, наведеної вище, наявністю на поверхнях контакту S_C додаткових ГУ та обмежень. Розглянемо їх відповідно до [Рудаков - Femap]. Зазвичай тіла, що контактують, нумерують: 1, 2, …

Умови сполучення на S_C тіл з номерами 1 та 2:

- напружень

$$(\sigma_{mn(1)} - \sigma_{mn(2)})\nu_{m(j)} = 0, \quad j = 1, 2, \quad m,n = 1,2,3; \tag{29}$$

- кінематичні, при зчепленні

$$[(x_m + U_m)_{(1)} - (x_m + U_m)_{(2)}]\nu_m = 0; \quad m = 1,2,3; \tag{30}$$

$$[(x_m + U_m)_{(1)} - (x_m + U_m)_{(2)}]\tau_m = 0; \quad m = 1,2,3, \tag{31}$$

де ν_m, τ_m – компоненти векторів зовнішньої нормалі до точки поверхні контакту і дотичної до поверхні, у тій же точці (відповідно). При прослизанні, незалежно від наявності або відсутності тертя, умову (31) не використовують;

- умова від'ємності значень контактних зусиль у напрямку нормалі

$$(\sigma_{mn}\nu_m\nu_n)_{(j)} < 0; \quad j = 1,2; \quad m,n = 1,2,3; \tag{32}$$

- умова відсутності взаємного проникнення

$$[(x_m + U_m)_{(1)} - (x_m + U_m)_{(2)}]\nu_m \le 0; \quad m = 1,2,3. \tag{33}$$

Ці дві умови надають можливості для визначення поточної S_C.

Додатково до ГУ (26) та (27) виникають контактні ГУ. При відсутності тертя:

$$\sigma_\nu = \sigma_{mn}\nu_m\nu_n\big|_{S_K} = P_\nu; \quad \text{або} \quad U_\nu = U_m\nu_m\big|_{S_K} = q_\nu; \quad m,n = 1,2,3. \tag{34}$$

Вираз функціоналу принципу можливих переміщень (28) залишається незмінним, додаються лише ГУ (34).

Контактна крайова задача є нелінійною, оскільки містить нерівності.

3.3 Алгоритм розв'язування контактної крайової задачі лінійної пружності за методом скінченних елементів

Перейдемо до матричного позначення, як це зазвичай робиться у МСЕ.

У програмному коді Nastran застосовується варіант МСЕ у переміщеннях. Компоненти вектору переміщень у вигляді вектору-стовпця [Рудаков - Femap]:

$$\{U\} = \{U_1;\, U_2;\, U_3\}^T. \tag{35}$$

Ці компоненти обчислюються наближено, використовуючи вузлові значення компонент вектору вузлових переміщень $\{q\}_e$ та вузлові базисні функції, що містяться у матриці $[\phi]$:

$$\{U\} = [\phi]\{q\}_e, \tag{36}$$

де вектор (випадок 3-D)

$$\{q\}_e = \{(q_1)_1, (q_2)_1, (q_3)_1, ..., (q_1)_{M_e}, (q_2)_{M_e}, (q_3)_{M_e}\}^T = \{q_1, q_2, ..., q_{3M_e}\}^T, \tag{37}$$

в якому q_k, $k = 1,2,...,3M_e$ – ті ж самі вузлові переміщення, але з наскрізною у СЕ нумерацією. Матриця $[\phi]$ є блочною:

$$[\phi] = \Big[[\varphi]_1, [\varphi]_2, ..., [\varphi]_{M_e}\Big], \tag{38}$$

де блок для m -го вузла (3-D СЕ)

$$[\varphi]_m = \begin{bmatrix} \varphi_m^e & 0 & 0 \\ 0 & \varphi_m^e & 0 \\ 0 & 0 & \varphi_m^e \end{bmatrix}. \tag{39}$$

Вектори напружень на деформацій для 3-D СЕ:

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon_{11},\ \varepsilon_{22},\ \varepsilon_{33},\ \gamma_{12},\ \gamma_{23},\ \gamma_{31}\}^T; \tag{40}$$

$$\{\sigma\} = \{\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \sigma_{12}, \sigma_{23}, \sigma_{31}\}^T. \tag{41}$$

де $\gamma_{mn} = 2\varepsilon_{mn}$ при $m \neq n$.

Шість рівнянь (26) у матричному вигляді записуються [Рудаков - Femap] через матрицю диференціювання $[B]$ як

$$\{\varepsilon\} = [B]\{q\}_e . \tag{42}$$

Позначимо:

$$p_{im} = \partial\varphi_m^e / \partial x_i . \tag{43}$$

Матриця диференціювання теж блочна:

$$[B] = \left[[B]_1, [B]_2, ..., [B]_{M_e} \right], \tag{44}$$

де блок для m -го вузла (3-D СЕ)

$$[B]_m = \begin{bmatrix} p_{1m} & 0 & 0 \\ 0 & p_{2m} & 0 \\ 0 & 0 & p_{3m} \\ p_{2m} & p_{1m} & 0 \\ 0 & p_{3m} & p_{2m} \\ p_{3m} & 0 & p_{1m} \end{bmatrix}. \tag{45}$$

Лінійний закон Гука (3.43) [Рудаков - Femap]

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\}, \tag{46}$$

де матриця модулів пружності $[D]$ для ізотропного матеріалу має такі компоненти

$$[D] = 2G \cdot \begin{pmatrix} a & b & b & 0 & 0 & 0 \\ b & a & b & 0 & 0 & 0 \\ b & b & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c \end{pmatrix}, \tag{47}$$

де $2G = E/(1+\mu)$; $a = (1-\mu)/(1-2\mu)$; $b = \mu/(1-2\mu)$; $c = 0.5$; E – модуль Юнга; μ – коефіцієнт Пуассона.

СЕ взаємно не перетинаються, тому (28) можна записати як алгебраїчну суму результатів інтегрування в окремих СЕ [Рудаков - Femap]:

$$F = \sum_e \int_{\Omega^e} \sigma_{mn} \delta\varepsilon_{mn} d\Omega - \sum_e \int_{\Omega^e} O_m \delta U_m d\Omega - \sum_e \int_{S_P^e} P_m \delta U_m dS = 0 . \tag{48}$$

Матрична форма запису:

$$F=\sum_e \int_{\Omega^e} \{\delta\varepsilon\}^T\{\sigma\}d\Omega-\sum_e \int_{\Omega^e} \{\delta U\}^T\{O\}d\Omega-\sum_e \int_{S_P^e} \{\delta U\}^T\{P\}dS=0. \quad (49)$$

З використанням (30) та (36) записують, що

$$\delta\{\varepsilon\}=\{\delta\varepsilon\}=[B]\{\delta q\}_e; \quad \{\delta\varepsilon\}^T=\{\delta q\}_e^T[B]^T. \quad (50)$$

$$\delta\{U\}=\{\delta U\}=[\phi]\{\delta q\}_e; \quad \{\delta U\}^T=\{\delta q\}_e^T[\phi]^T. \quad (51)$$

З огляду на (40), (44) та (45), маємо такий вираз функціоналу:

$$F=\sum_e \int_{\Omega^e} \{\delta q\}_e^T[B]^T[D][B]\{q\}_e d\Omega-\sum_e \int_{\Omega^e} \{\delta q\}_e^T[\phi]^T\{O\}d\Omega- \\ -\sum_e \int_{S_P^e} \{\delta q\}_e^T[\phi]^T\{P\}dS=0. \quad (52)$$

Оскільки вектори вузлових переміщень $\{q\}_e$ та їхніх варіацій $\{\delta q\}_e$ не залежать від параметрів інтегрування, то виносяться за межі інтегралів:

$$F=\sum_e \{\delta q\}_e^T\left(\int_{\Omega^e}[B]^T[D][B]d\Omega\right)\{q\}_e-\sum_e \{\delta q\}_e^T\int_{\Omega^e}[\phi]^T\{O\}d\Omega- \\ -\sum_e \{\delta q\}_e^T\int_{S_P^e}[\phi]^T\{P\}dS=0. \quad (53)$$

Вводять матрицю жорсткості та вектор навантаження для СЕ [Рудаков - Femap]:

$$[K]_e=\int_{\Omega^e}[B]^T[D][B]d\Omega; \quad (54)$$

$$\{P\}_e=\int_{\Omega^e}[\varphi]^T\{O\}d\Omega+\int_{S_p^e}[\varphi]^T\{P\}dS. \quad (55)$$

Вираз (3.74) перетворюється на

$$F=\sum_e \{\delta q\}_e^T\left([K]_e\{q\}_e-\{P\}_e\right)=0 \quad (56)$$

Оскільки варіації переміщень – довільні, то залишається система алгебраїчних рівнянь (САР):

$$[K]\{q\}=\{P\} \quad (57)$$

відносно вектору $\{q\}$ вузлових переміщень, причому у (57) збірки за ступенями свободи:

$$[K]=\sum_e [K]_e; \quad \{P\}=\sum_e \{P\}_e. \quad (58)$$

У цю САР залишилося ввести ГУ 1-го роду.

Для контактної задачі поверхня з навантаженням S_P може містити додаткову складову, а саме поверхню контакту S_C, а також поверхня S_U з ГУ 1-го роду – теж [Рудаков - Femap].

Після отримання розв'язку САР (57) для кожного СЕ спочатку з вектору $\{q\}$ вибираються компоненти $\{q\}_e$, потім для кожної актуальної точки СЕ за виразами (32), (33) та (37) – (39), а також за виразами (29), (36) й (40) послідовно обчислюються компоненти векторів переміщень, деформацій та напружень.

Висновки з розділу 3

У розділі 3 наведені формули для чисельного моделювання болтових з'єднань композиційних пластин:

- формули постановки крайових задач лінійної пружності;
- додаткові умови та формули постановки крайових контактних задач лінійної пружності;
- формули методу скінченних елементів для проведення розрахунків пружного стану болтового з'єднання композиційних пластин в контактній постановці.

РОЗДІЛ 4. Створення розрахункових схем. Результати розрахунків

4.1 Матеріали, моделі пластин, визначення номінального напруження

Для визначення характеру впливу розмірів зазору "болт/отвір", а також для перевірки формул (3), (4), (5), (7) та (9) моделювали пластини, шари якої виконані на основі таких матеріалів:

- ізотропний;
- ортотропний, армований вуглецевою стрічкою ТС 36S-12K;
- ортотропний, армований вуглецевою стрічкою УОЛ-300-1А.

Модулі пружності матеріалів пластин наведені в таблиці 4.1. Значення для ортотропних матеріалів узяли із статей [18] та [19], з перерахуванням $\mu_{21} = \mu_{12}E_{22} / E_{11}$. Гіпотетичний ізотропний матеріал пластини (матеріал 1) мав модуль Юнга та коефіцієнт Пуассона, відповідні композиційним, хоча це не повинне було вплинути на визначені ККН. "Болт" – титановий сплав ВТ-16 з модулем Юнга E=1.15·10^5 МПа та коефіцієнтом Пуассона μ=0.3, причому для значного підвищення жорсткості "болта" модуль Юнга збільшили у 1000 разів. Тобто робили його дуже жорстким, щоб практично виключити вигин "болта" та наблизити розв'язок до умов отримання формули (3).

Таблиця 4.1

Модулі пружності матеріалів шарів (1 – ізотропний; 2 – ТС 36S-12K; 3 – УОЛ-300-1А)

Матеріал	Модулі Юнга ·10^{-5}, МПа			Модулі зсуву ·10^{-5}, МПа			Коефіцієнти Пуассона		
	E_{11}	E_{22}	E_{33}	$G_{12} = G_{21}$	$G_{13} = G_{31}$	$G_{23} = G_{32}$	$\mu_{12} = \mu_{13}$	$\mu_{23} = \mu_{32}$	$\mu_{21} = \mu_{31}$
1	1.500	-	-	-	-	-	0.2900	-	-
2	1.497	0.1756	0.1756	0.1683	0.1683	0.0763	0.2637	0.1504	0.0314
3	1.500	0.0800	0.0800	0.0440	0.0440	0.0270	0.2900	0.4800	0.0155

Розміри:

- пластина 62.5 х 30 х 5.04 мм. Отвір діаметром d=5 мм на відстані e=17.5 мм від торця;

- циліндр ("болт") діаметром 5 мм та довжиною 8.5 мм.

У схемах укладання шарів, наприклад, за формулою $[0/45/-45/90]_S$ цифри є градусами від поздовжньої осі пластини (напрямку дії сили), а індекс понизу вказує на симетричну повторюваність вказаної комбінації схеми. Кількість шарів по товщині пластин – 24, тобто товщина кожного шару – 0.21 мм.

У статті [6, табл. 1] у чисельних розрахунках було отримано, що скінченно-елементна модель (один СЕ по товщині пластини) з отвором $d = 5$ мм у пластині

шириною w=30 мм, з розміром гексагонального СЕ другого порядку апроксимації біля поверхні отвору 0.025 мм на 0.025 мм (відносний розмір СЕ – 0.005 d) давала точність визначення ККН не гірше 2%. Тому взяли цей розмір СЕ за орієнтир, що дало 720 СЕ вздовж окружності отвору (приблизно 0.22 мм на 0.22 мм). Розмножили шари в кількості 12 (по 1 СЕ по товщині кожного з шарів), вони заповнили половину товщини пластини, кожному шару матеріалу задавали необхідний кут укладання.

У моделі (рис.1) використали наявність двох площин симетрії: XoY (у центральній площині пластини) і XoZ (вертикальна уздовж пластини), тобто модель містила ¼ з'єднання. Всі вузли скінченно-елементної моделі, що лежали на площинах розсічення, закріплювали в напрямку нормалі. Крім того, вузлам, що лежали на виступаючому (на 1.73 мм вище поверхні пластини) торці циліндра, забороняли переміщення в напрямку осі X.

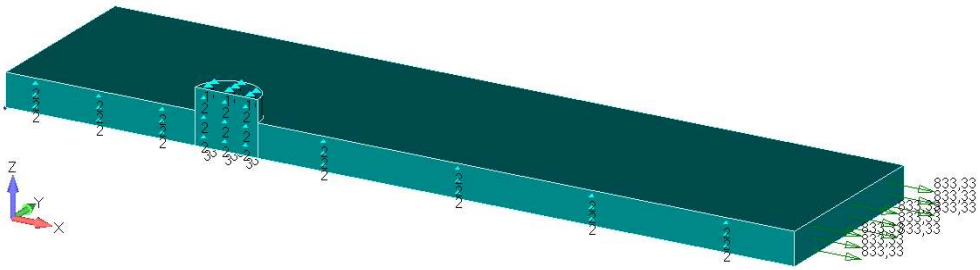


Рис.4.1 Розрахункова модель пластини у контакті з циліндром ("болтом")

Тертя, не задавали. Початковий зазор між циліндром та отвором моделювали зменшенням діаметра "болта". Тобто умови відповідали умовам отримання формули (3), окрім наявності зазорів. Застосовували сучасну модель контакту типу "поверхня-поверхня", з автоматичним визначенням і коректуванням зони контакту. Моделі мали приблизно 190 тис. вузлів та 63 тис. СЕ. В залежності від кількості контактних ітерацій час отримання розв’язку 30-45 хв. На ПЕОМ з процесором i5-6500, об’єм операційної пам’яті під задачу – біля 20 ГБ.

Номінальне напруження σ_{nom} в найбільш навантаженому шарі пластини визначали у спосіб, наведений у статтях [20, 21]. Для формули (2) в однорідній пластині з ізотропного матеріалу σ_{nom} обчислювали як

$$\sigma_{nom} = N / (h(w-d)) = N / [A(1-\varsigma)] = q / (1-\varsigma). \quad (12)$$

У пластинах із ПКМ в кожному n-му шарі – свої значення зусилля N_n й товщини h_n. Значення h_n відомі, а для визначення складових N_n для $N = \sum N_n$, згідно з [20], маємо формулу

$$\sigma_{nom} = \frac{N}{A} \cdot \frac{1}{1-\varsigma} \cdot \frac{(E_{XX})_0}{(E_{XX})_{ekv}}, \quad (13)$$

з якої прикладене на торці пластини розподілене навантаження, що розтягує:

$$q = \frac{N}{A} = \sigma_{nom}(1-\varsigma) \cdot \frac{(E_{XX})_{ekv}}{(E_{XX})_0}. \quad (14)$$

Тут позначені $(E_{XX})_0$ – модуль Юнга в найбільш навантаженому шарі в напрямку дії сили N; $(E_{XX})_{ekv}$ – "еквівалентний" модуль Юнга в тому же напрямку, який можна отримати з використанням "інструмента" діалогу Layups із Femap [22].

За формулою (14) розрахували значення q, причому для полегшення аналізу результатів майбутніх розв'язків задавали $\sigma_{nom} = 10^3$ МПа. Ці значення такі: q =349.77 МПа для схеми укладання шарів $[0/45/-45/90]_S$, та q=833.3(3) МПа – для схем $[0/0/0/0]_S$, $[90/90/90/90]_S$, $[45/-45/45/-45]_S$ та ізотропного матеріалу.

У таблиці 2 для формули (9) наведені значення еквівалентних модулів пружності (отримані з використанням "інструмента" діалогу Layups із Femap).

Таблиця 2

Значення еквівалентних модулів пружності $(E_{XX})_n \cdot 10^{-5}$ й $(E_{XX})_{ekv} \cdot 10^{-5}$ (МПа), для формули (9)

Матеріал	Кути (схеми) укладання шарів				
	0	± 45	90	$[45/-45/45/-45]_S$	$[45/90/-45/0]_S$

2	1.497	0.33467	0.1756	0.48668	0.66800
3	1.500	0.11265	0.0800	0.15862	0.52475

Значення $\sigma_{\max} = \sigma_1$ отримували із розв'язків контактної задачі за методом скінченних елементів.

4.2 Концентрація напружень біля круглого отвору, навантаженого жорстким "болтом", при різних матеріалах та зазорах: результати розрахунків

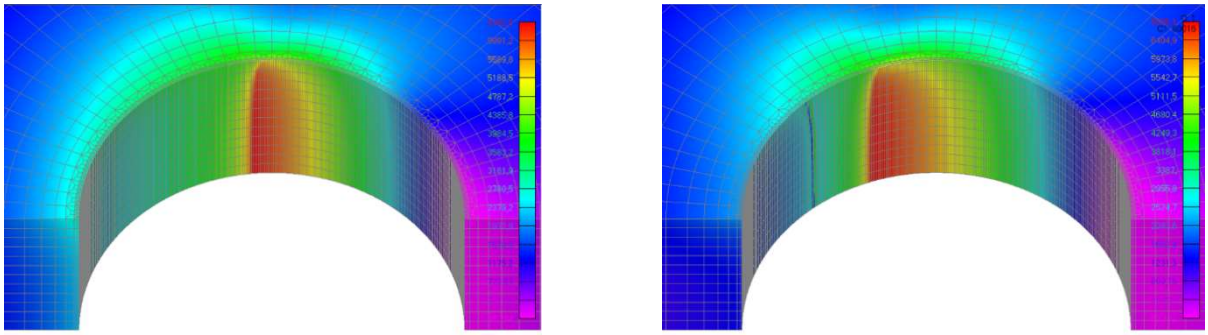
Перші розрахунки за МСЕ провели для випадку ізотропного матеріалу при розширеному діапазоні величин зазорів. Виявилося, що отримання хорошої відповідності тренду у вигляді кривої другого порядку, значенням ККН при різних зазорах, досягається при задаванні точності спряження контактних зусиль у $\varepsilon = 0.1\%$: див. рис.4.2 та формули (15). Наведені ККН визначали в околі нейтральної площини пластини, тобто максимальні в отворі. Вже при точності $\varepsilon = 0.2\%$ квадратична оцінка відповідності R^2 знижувалася приблизно до 0.95, хоча кількість контактних ітерацій зменшувалася всього лише на одну-дві. Тому всі наступні розв'язки були отримані за умови $\varepsilon \le 0.1\%$, а для деяких схем укладання – навіть $\varepsilon \le 0.01\%$ (щоб збільшити кількість контактних ітерацій хоча б до 10).

δ	α
0	6.39
5	6.45
10	6.49
15	6.52
20	6.55
25	6.57
40	6.65
45	6.67
50	6.71
75	6.80
100	6.84

Рис.4.2 Таблиця та графік залежності ККН $\underline{\alpha}_{izo}$ від величини бічного зазору (між отвором в ізотропній пластині та жорстким "болтом") δ, мкм, $\varsigma = 1/6$ (червона – лінія тренду)

$$\underline{\alpha}_{izo} = 6.4063 + 0.0076 \cdot \delta - 3 \cdot 10^{-5} \cdot \delta^2;$$

$$\underline{\alpha}_{izo}(\delta) / \underline{\alpha}_{izo}(0) = 1.0025 + 0.0012 \cdot \delta - 5 \cdot 10^{-6} \cdot \delta^2; \quad R^2 = 0.996. \qquad (15)$$



а б

Рис.4.3 Максимальне напруження $\sigma_{\max} = \sigma_1$ на поверхні отвору в пластині , "навантаженому болтом", МПа. Ізотропний матеріал. Бічний зазор $\delta = 0$ (а) та $\delta = 100$ мкм (б)

Крім того, на рис.4.3 видно (зображення циліндра ("болта") видалені, навантаження діяло горизонтально у правий бік, як показано на рис.4.1), що в ізотропній пластині прямим слідством появи та збільшення бічного зазору

"болт"/отвір є деяке зменшення кута розташування зони максимальних напружень $\sigma_{\max} = \sigma_1$.

У таблиці 4.3 привели розрахункові (за МСЕ) пікові значення максимального напруження σ_1 на поверхні отвору в характерних місцях (див. додаткові пояснення після таблиці): максимальне (поверху) та мінімальне (понизу). Причому максимальні пікові значення (поверху) частіше реалізувалися у шарах, що ближче до зовнішньої поверхні пластини (наближений до плоского напружений стан), а мінімальні (понизу) – що ближче до серединної площини пластини (наближений до плоского деформований стан). За виключенням: випадки III та IV, а також II й $V_{(90)}$ для стрічки ЭДТ-10 / ТС 36S-12K – ситуація обернена.

Таблиця 4.3

Значення максимального напруження $\sigma_1 \cdot 10^{-3}$, МПа, на поверхні отвору в пластини, який взаємодіє з жорстким "болтом" (без тертя), при навантаженні q, яке викликає в послабленому перерізі $\sigma_{пот} = 10^3$ МПа

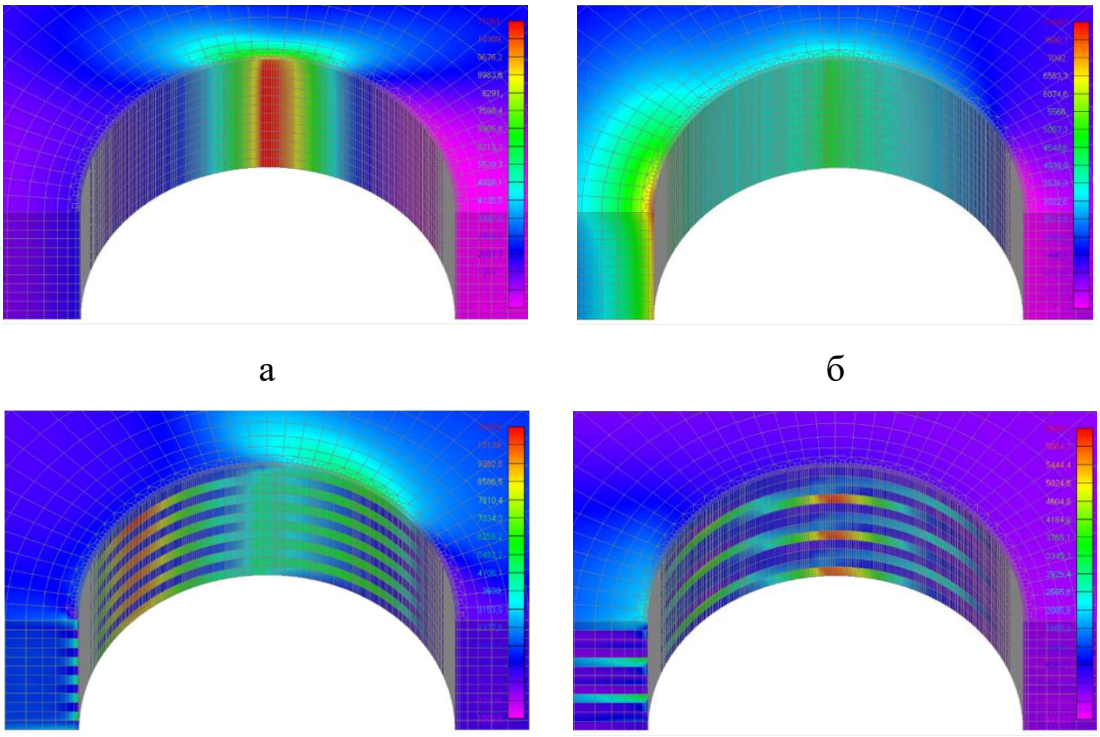
Позначення	**Схема армування**	**Бічний зазор δ, мкм (МСЕ)**			
		0	**10**	**25**	**50**
Ізотропний матеріал					
I	-	6.39	6.49	6.57	6.71
ПКМ зі стрічки ЭДТ-10 / TC 36S-12K					
II	$[0/0/0/0]_S$	**11.1** 10.9	11.0 10.9	11.0 10.8	11.0 10.8
III	$[90/90/90/90]_S$	4.83 4.72	4.87 4.74	4.92 4.83	5.02 4.88
$III_{(90)}$		**8.22** 6.98	8.17 7.27	8.16 7.22	7.91 6.66
IV	$[45/-45/45/-45]_S$	5.08 4.45	4.96 4.33	4.99 4.47	5.33 4.75
$IV_{(45)}$		**10.8** 9.62	10.7 9.41	10.6 9.38	10.6 9.24
V	$[0/45/-45/90]_S$	**6.29** 5.94	6.28 5.91	6.16 5.91	5.96 5.90
$V_{(90)}$		4.72 2.85	4.71 3.05	4.25 2.44	3.91 2.31
$V_{(45)}$		4.57 4.42	4.44 4.23	4.38 4.16	4.27 4.04
ПКМ зі стрічки УОЛ-300-1А					
II	$[0/0/0/0]_S$	**20.64** 20.60	20.63 20.59	20.61 20.56	20.59 20.53

III	$[90/90/90/90]_S$	7.16 6.20	7.15 6.19	7.04 6.18	7.06 6.27
$\mathrm{III}_{(90)}$		**24.7** 16.2	24.7 16.1	24.7 16.2	24.6 15.9
IV	$[45/-45/45/-45]_S$	4.90 3.79	4.87 3.70	4.77 3.78	4.59 3.61
$\mathrm{IV}_{(45)}$		**26.5** 23.3	26.5 23.2	26.4 23.1	26.4 23.2
V	$[0/45/-45/90]_S$	9.11 8.19	9.03 8.19	8.85 8.19	8.59 8.20
$\mathrm{V}_{(90)}$		9.23 8.84	9.19 8.71	9.25 8.62	9.28 8.36
$\mathrm{V}_{(45)}$		**9.42** 9.03	9.35 8.99	9.28 8.90	9.20 8.80

Примітка 1: позначення $_{(90)}$ або $_{(45)}$ вказує, на скільки градусів повернуті точки з наведеними значеннями σ_1 відносно послабленого перерізу, для якого призначені формули (1), (2), (3), (5) та (9).

Примітка 2: в роботі [20] в чисельні розрахунки за МСЕ показали (див. таблицю 4.4 з [20]), що зміна порядку слідування кутів укладання у матеріалі V (кути 0, -45, +45 та 90 градусів) не призводить до суттєвих змін у значеннях ККН, відмінності не перевищували 3%.

На рис.4.4 та рис.4.5 привели кольорові зображення напружень $\sigma_{\max} = \sigma_1$ на поверхні отвору в пластині. Зображення циліндра ("болта") видалено. Від зміни величини бічного зазору характер зображень не змінюється.



а б

в г

Рис.4.4 Максимальне напруження $\sigma_{\max} = \sigma_1$ на поверхні отвору в пластини, навантаженому жорстким циліндром ("болтом") без зазору, МПа. Шари та схеми армування: а) – II ($[0/0/0/0]_S$); б) – III ($[90/90/90/90]_S$); в) – IV ($[45/-45/45/-45]_S$); г) – V ($[0/45/-45/90]_S$) (ПКМ із стрічки ЭДТ-10 / TC 36S-12K)

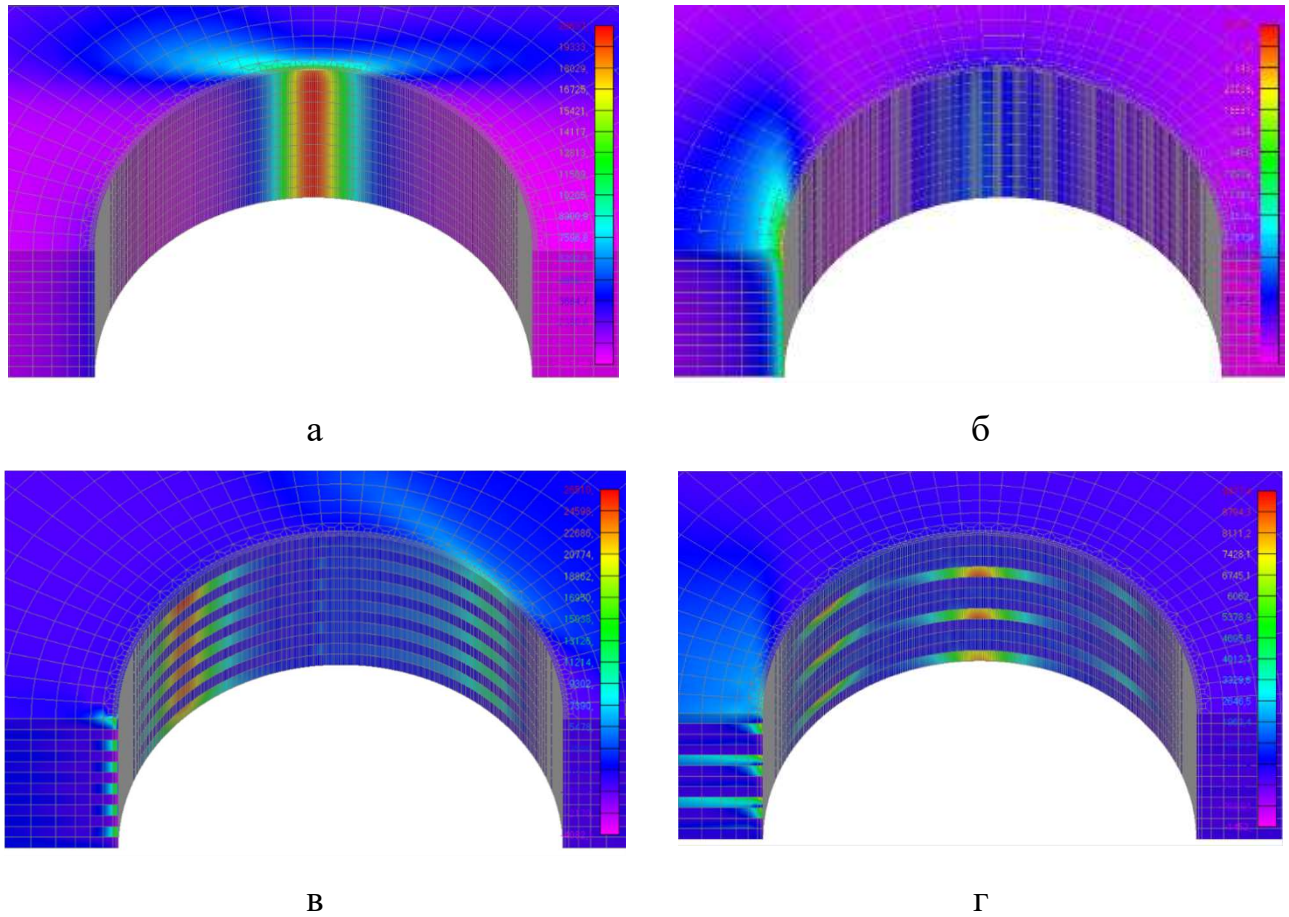


Рис.4.5 Максимальне напруження $\sigma_{max} = \sigma_1$ на поверхні отвору в пластини, навантаженому жорстким циліндром ("болтом") без зазору, МПа. Шари та схеми армування: а) – II ($[0/0/0/0]_S$);

б) – III ($[90/90/90/90]_S$); в) – IV ($[45/-45/45/-45]_S$); г) – V ($[0/45/-45/90]_S$)

(ПКМ із стрічки УОЛ-300-1А)

У таблиці 4.4 привели розрахункові значення ККН для формули (1), а також відхилення у відсотках відносно результатів, отриманих за МСЕ.

Таблиця 4.4

Значення коефіцієнтів концентрації напружень біля круглого отвору в пластині, навантаженому жорстким болтом (без зазору й тертя, для послабленого перерізу), із вказівкою відсотків відхилення

Пластина з шарів	Схема армування	Спосіб отримання			
		Формула (3)	Формула (5)	Формула (9)	МСЕ
Ізотропний матеріал					
I	-	5.30 / -17.1	6.35 / -0.63	6.35 / -0.63	6.39
ПКМ зі стрічки ЭДТ-10 / TC 36S-12K					
II	$[0/0/0/0]_S$	9.62 / -13	10.0 / -9.9	10.0 / -9.9	11.1
III	$[90/90/90/90]_S$	3.57 / -27	4.89 / +1.2	4.89 / +1.2	4.83
IV	$[45/45/45/45]_S$	5.30 / +4.3	6.35 / +25	3.04 / -40	5.08
V	$[0/45/-45/90]_S$	9.62 / +53	10.0 / +59	7.62 / +21	6.29
ПКМ зі стрічки УОЛ-300-1А					
II	$[0/0/0/0]_S$	16.3 / -21	15.6 / -24	15.6 / -24	20.6
III	$[90/90/90/90]_S$	4.08 / -43	5.32 / -26	5.32 / -26	7.16
IV	$[45/45/45/45]_S$	5.30 / +8.2	6.35 / +30	4.30 / -12	4.90
V	$[0/45/-45/90]_S$	16.3 / +79	15.6 / +71	15.3 / +68	9.11

Для ізотропного матеріалу I замість формул (3) та (5) застосували їхні вироджені варіанти – формули (4) та (7).

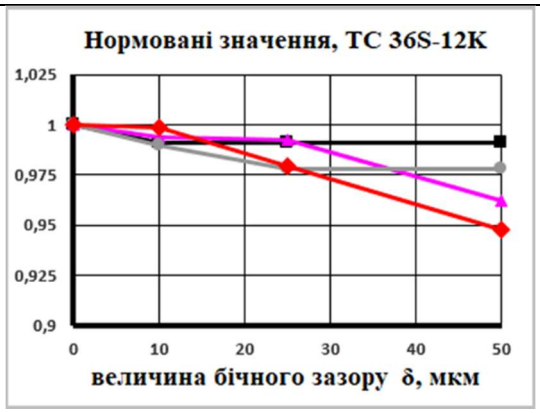
Матеріал пластин з шарів IV $[45/-45/45/-45]_S$ вважається квазі-ізотропним в площині, а також є майже однорідним по товщині, тому для нього теж застосували формули (4) та (7).

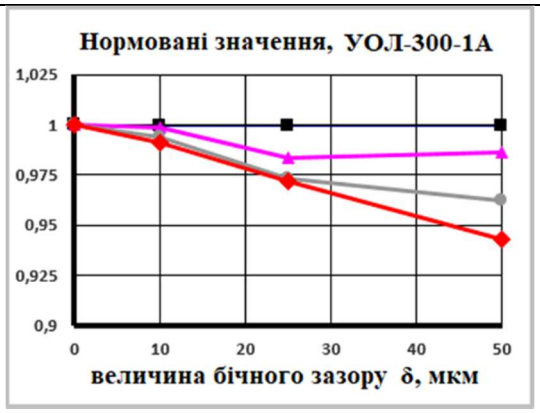
Матеріал пластин з шарів V вважається квазі-ізотропним в площині, але не є однорідним по товщині, тому у цьому випадку застосували формули (3) та (5) для шару з кутом укладання нуль градусів.

4.4 Обговорення результатів

Для випадку пластини з ізотропного матеріалу таблиця та графіки на рис.5.2 показують систематичне збільшення ККН при збільшенні величини бічного зазору δ. У діапазоні $\delta \in [0, 100]$ мкм це збільшення невелике: усього приблизно до 7%.

У пластинах з ПКМ незалежно від схеми укладання шарів при збільшенні величини бічного зазору δ спостерігалася стійка тенденція до зменшення $\sigma_{\max} = \sigma_1$ (при фіксованому σ_{nom}), а також ККН: див. рис.4.6. У діапазоні $\delta \in [0, 50]$ мкм це зменшення невелике, приблизно до 6% для практично значимої схеми укладання $[0/45/-45/90]_S$. Отримання загальної апроксимації таких зменшень на цій базі даних не проводили.





а	**б**

Рис. 4.6 Нормовані (відносно значення при бічному зазорі δ=0) максимальне напруження $\sigma_{\max} = \sigma_1$ на поверхні отвору в пластини, навантаженому жорстким циліндром ("болтом"). Схеми армування: ■ – II ($[0/0/0/0]_S$); ● – III ($[90/90/90/90]_S$); ▲ – IV ($[45/-45/45/-45]_S$); ♦ – V ($[0/45/-45/90]_S$).

ПКМ зі стрічки: (а) – УОЛ-300-1А; (б) – ЭДТ-10 / ТС 36S-12K

Усі розв’язки МСЕ показують, що пікові значення $\sigma_{\max} = \sigma_1$ реалізуються не строго в ослабленому отвором перерізі пластини, тобто не там, де застосовується

формула (1). Але, оскільки експрес-аналіз є перевірочним на міцність, то в таблицю 4.3 помістили й пікові значення $\sigma_{\max}$, не зважаючи на їхнє реальне розташування на поверхні отвору.

Стрічка 2 (ЭДТ-10 / ТС 36S-12K) має значно менше значення співвідношення E_{11}/E_{22}, ніж стрічка 3 (УОЛ-300-1А). Тому дані таблиць 3 та 4 показують, що для зменшення пікових значень $\sigma_{\max}=\sigma_1$ потрібно зменшувати співвідношення E_{11}/E_{22} у матеріалі шарів ПКМ.

Формула (3) для однорідної по товщині пластини дала занижені результати, навіть для ізотропного матеріалу. Формула (5) для однорідної по товщині пластини дала результати з більшою точністю. Для пластини зі схемою укладання шарів $[0/45/-45/90]_S$ формули (3), (5) та (9) дали значно завищенні результати, причому найменші відхилення дала формула (9).

Оскільки ортотропні шари з різними напрямками укладання повинні деформуватися без розривів в площинах сполучення, то виникає взаємовплив шарів, який знижує пікові значення напружень, що спостерігається у пластині з шарів V (схема укладання $[0/45/-45/90]_S$). Це позитивно впливає на міцність БЗ. Але, внаслідок взаємовпливу, як про це свідчать дані таблиці 3, при цій схемі укладання формуються зони з концентраціями $\sigma_{\max}=\sigma_1$ під *трьома* різними кутами, в яких пікові значення $\sigma_{\max}=\sigma_1$ відрізняються не дуже значно. А це означає, що руйнування (розрив) ниток, що армують, може початися в будь-якій з цих зон, яких у отворі налічується не три, а $K=3k$, де k є кількістю повторів схеми укладки по товщині пластини. Тобто статистично ймовірність виникнення такого руйнування зростає у K разів. Враховуючи останню обставину, можна рекомендувати відійти від оцінювання міцності БЗ за формулою (1), а провести компіляцію формул (2) та (13) й отримати, згідно з критерієм міцності за максимальним напруженням, таку формулу:

$$\sigma_{\max}=\underline{\tilde{\alpha}}_{\max}\sigma_{nom}=\underline{\tilde{\alpha}}_{\max}\frac{N}{A}\cdot\frac{1}{1-\varsigma}\cdot\frac{(E_{XX})_0}{(E_{XX})_{ekv}}\le[\sigma]_t, \qquad (14)$$

для якої $\underline{\tilde{\alpha}}_{\max}$ можна отримати будь-яким способом, зокрема застосуванням формул, або за МСЕ. Той факт, що всі три формули (3), (5) та (9) прогнозують для

цієї схеми укладання значно завищені $\underline{\tilde{\alpha}}_{\max}$, можна трактувати як додатковий запас міцності.

4.5 Висновки

З результатів дослідження можна зробити такі висновки (у порівнянні з розрахунками за МСЕ):

1. У пластині з ізотропного матеріалу виявлено систематичне збільшення ККН при збільшенні величини бічного зазору δ. У діапазоні $\delta \in [0, 100]$ мкм це збільшення невелике, приблизно на 7%, а лінія тренду описується наближенням (14).
2. Для практично значимої схеми укладання $[0/45/-45/90]_S$ можна прийняти, що відносно невеликі бічні зазори "болт"/отвір не змінюють величини пікових значень $\sigma_{\max} = \sigma_1$, оскільки незначне (приблизно до 6%) зменшення йде у запас міцності.
3. Для зменшення пікових значень $\sigma_{\max} = \sigma_1$ потрібно зменшувати співвідношення E_{11} / E_{22} в шарах ПКМ.
4. Взаємовплив шарів значно знижує реальне значення ККН у шарах у випадку неоднорідної по товщині композитної пластини.

Потрібні додаткові дослідження для встановлення більш точних формул експрес-аналізу міцності пластин із шаруватих ПКМ з отворами, які контактують з болтами, зокрема, при наявності вторинного вигину.

РОЗДІЛ 5. РОЗРОБЛЕННЯ СТАРТАП ПРОЕКТУ

5.1 Опис ідеї проекту

В даному розділі описано аналіз стартап проекту, його зміст та доцільність впровадження на ринок.

Таблиця 5.1 Опис стартап-проекту

Зміст проекту	Напрямки застосування	Вигоди для користувача
Розрахунок і аналіз з'єднань із ПКМ	Машинобудівна галузь	1) Пропонування рішень для оптимізації з'єднань
		2) Заощадження витрат на виробництві та збірці

Запропонований проект дозволяє визначати коефіцієнти напружень при різній компоновці матеріалу та визначати необхідний для завдання техпроцес та характеристики матеріалів із ПКМ. Із цими коефіцієнтами можна буде підібрати необхідні для заданних навантажень кріплення та провести оцінку їх міцності.

5.2 Технологічний аудит

В цьому пункті представлено розрахунки та умови задля реалізації проекту.

В табл. 5.2 проведено SWOT-аналіз (аналіз сильних та слабких сторін, можливості та виклики) проекту

Таблиця 5.2 Аналіз діючих факторів

Мета проекту		
	S	O
+	Досвідчена проектна команда Ясність поставлених завдань	Вироблення продукції для великої кількості замовників

	Висококваліфіковані ментори	Відкриття замовлень для закордону
–	W Суворо обмежений час на реалізацію Низькі навички комунікації команди	T Промислове шпигунство Висока конкуренція зі схожими ідеями

Вирішення проблем проекту, а також можливих покращень наведено у таблиці 5.3

Таблиця 5.3 Пошук конструктивних рішень

	Мета проекту	
	O	T
S	Передавання досвіду Можливість вибору альтернативних шляхів вирішення проблем.	Підвищення перевірок та захисту інформації Постачання рішень на більш вигідніших умовах або навіть у збиток на початку
W	Домовленності з замовниками та інвесторами, складання індивідуального плану дій Проведення зустрічей та тренінгів	

Одним із важливих пунктів аудиту є визначення потенційних груп клієнтів.

Потенційні групи клієнтів можна умовно поділити на первинних та вторинних споживачів продукту. Первинною групою є залізничний транспорт. Надалі визначимо потенційні групи клієнтів (табл. 5.4)

Таблиця 5.4 Характеристика потенційних клієнтів стартап-проекту

№ п/п	Потреба, що формує ринок	Цільова аудиторія	Відмінності у поведінці різних потенційних цільових груп клієнтів	Вимоги споживачів до товару
1.	Розрахунки болтових з'єднань у авіації	Машинобудівна галузь	фінанси	Точність та швидкість виконання робіт для впровадження продукції

Також для аудиту можна визначити чим зацікавлені сторони проекту протягом роботи над проектом та як впливають на проект, яких заходів потрібно вживати для збереження впливу та хто є відповідальною особою. (табл. 5.5)

Таблиця 5.5 Реєстр зацікавлених сторін проекту

Особа/ Організація	Рівень впливу (від 1-min до 3- max)	Ступінь зацікавленості (від 1-min до 3-max)	Заходи щодо задоволення потреб зацікавлених сторін (стратегія управління)	Відпові-дальний, коментарі
Замовник-інвестор	1	3	Систематичне (щомісячне) інформування щодо ходу проекту	Менеджер проекту
Керівник підприємства	3	2	Інформування, погодження планів та задач	Менеджер проекту
Члени команди	3	3	Тісна співпраця, контроль зацікавленості	Головний інженер
Конкуренти	2	1	Контроль витоку публічної інформації щодо ходу проекту	Головний інженер

Після визначення потенційних груп клієнтів можна визначити ризики ринкового середовища, що можуть завадити імплементації стартапу, які можна згрупувати і призначити їм рівні (табл. 4.6)

Таблиця 5.6 Ризики проекту

Ризикована подія (ризик)	Вірогідність події (у	Вплив події (у балах від 1 до 5)	Рівень ризику	Рівень ризику (незначний,

	балах від 1 до 5)		(вірогідність х вплив)	середній, недопустимий)
Помилковість у розробці концепції проекту	1	5	5	незначний
Поява альтернативного продукту	5	3	15	недопустимий
Нестача кваліфікованого персонала	1	4	4	незначний
Неплатоспроможність Замовника	2	5	10	середній
Невиконання контрактних зобов'язань підрядниками	1	5	5	незначний
Вихід із ладу потужностей підприємства або його закриття	2	4	8	середній
Коливання цін на продукцію та устаткування та валютних курсів	2	3	6	середній

5.3 Структура команди проекту

Для реалізації проекту потрібна укомплектована команда, яка зможе повністю покривати потреби завдань. Кожен буде мати своє коло відповідальностей, серед яких може бути як консультування так і затвердження будь-яких робіт.

Перелік посадових осіб, що задіяні у проекті:

- Менеджер проекту;
- Головний інженер;
- Інженер з міцності;
- Головний технолог.

Для кращого розуміння відповідальності у команді, розроблена матриця (табл. 5.7)

Таблиця 5.7 Матриця відповідальності проекту

Робота	Менеджер проекту	Головний інженер	Інженер-з міності	Головний технолог
1. Планування робіт проекту та формування команди проекту	ОВ (В)			
2. Аналіз аналогів та визначення концепції розрахунку	З	ОВ	В	П
3. Розробка документації для розрахункових заключень	З	ОВ	В	П
4. Узгодження документації, виконання основних цілей і передача результатів у виробничий відділ Замовника	ОВ	С	С	В
6. Внесення змін до документації	З			
7. Налагодження підтримки оптимізаційної роботи із замовниками	ОВ			В
9.Завершення проекту	ОВ (В)	С		С

Позначення: ОВ – основна відповідальність, В – виконання, С – співвиконання, Е – експертиза, К – консультування, П – необхідно погодження, З – необхідно затвердження тощо.

5.4 Часові межі проекту

Календарне планування – процес визначення календарних дат виконання всіх робіт проекту з урахуванням можливості їх ресурсного забезпечення.

Послідовність розробки календарного плану проекту включає наступні кроки:

1) визначення складу робіт;

2) оцінка тривалості робіт;

3) визначення ключових віх та зовнішніх обмежень;

4) визначення послідовності виконання робіт і розрахунок календарного плану;

5) коригування календарного плану з урахуванням ресурсних обмежень та ризиків проекту.

Розроблено календарний план (табл. 5.8), який містить дати початку та завершення робіт.

Контрольна точка	**Виконання за розкладом**	**Фактичне виконання**	**Відхи-лення**	**Причини, план дій, коментарі**
Визначена концепція надання послуг	08.08.2022			
Розроблена типова документація	10.12.2022			
Документація узгоджена з Замовником та початок робіт	15.01.2023			
Заключення видано замовнику	18.03.2023			
Підтримка та оптимізація реалізації рішення	3.04.2023			
Допрацювання документації	5.05.2023			
Перше замовлення виконано	2.06.2023			
Аналіз виконаного замовлення для імплементації циклів замовлень виконано	17.06.2023			

Проект завершений	25.06.2023			

5.5 Витрати проекту, заходи управління проекту

У цілому проект передбачає використання ресурсів для реалізації проекту наступним чином:

1) Витрати на оплату праці;

2) Витрати на матеріали;

3) Витрати на розрахункові (виробничі) потужності;

4) Витрати на обладнання;

5) Витрати на експлуатацію приміщення та оренду;

6) Накладні витрати;

7) Виплати і податки;

8) Витрати на супровід робіт.

Оскільки команда проекту є виконавцем проекту, то слідкувати за виконанням робіт, вирішенням проблем та брати участь в усіх обговореннях є дуже важливим завданням. Менеджер проекту має відігравати ключову роль у формуванні ефективної команді: керує прийняттям рішень, визначає правила роботи, проводить збори і тд.

У результаті основними заходами з управління є:

1) Визначення складу команди проекту;

2) Проведення установчих зборів з визначенням завдань для кожного члена команди;

3) Проведення планових зборів з оцінкою поточної діяльності, обговоренням та вирішенням конфліктних питань;

4) Проведення індивідуальних зустрічей "керівник проекту-члени команди" з вирішенням конфліктних питань;

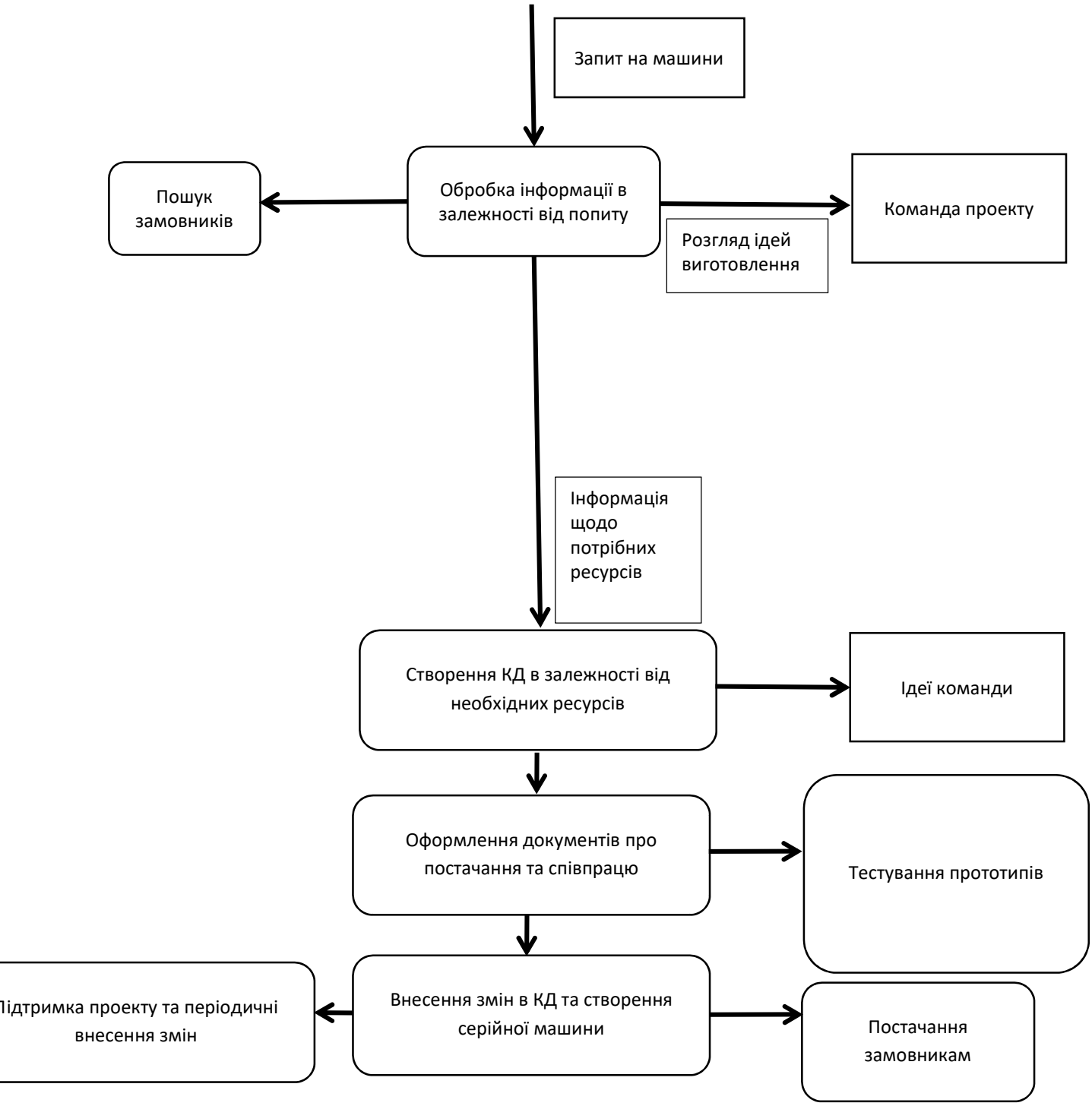
5) Організація функціювання системи мотивації та заохочення;

6) Організація підвищення кваліфікації членів команди (тренінги, семінари, профільні виставки);

7) Спостереження за атмосферою в команді;

8) Прислухування членів команди один до одного.

Для своєчасного збору проектної інформації, її збереження та розподілу розроблено діаграму із потоків даних, що допомагає в управлінні комунікаціями проекту



5.6 Контроль якості проекту

Результати проекту визначаються на основі фактичних показників виконаної роботи та порівняння з планом. Головним завданням контролю проекту є

перевірка виконання планових показників та підвищення загальної ефективності роботи.

Основні заходи для контролю якості та список відповідальних:

1) Побудова діаграми Парето для виявлення дефектів якості проведення планових нарад з оцінки поточної діяльності. Відповідальний – менеджер проекту.

2) Участь у інспекції (контроль якості) на предмет помилок спільно з представниками Замовника. Відповідальні: головний інженер.

3) Оцінка результатів виготовленої конструкції на основі розрахунків. Відповідальний – головний технолог

5.7 Наближені закупівлі для реалізації проекту

Перелік робіт проекту	**Рішення щодо реалізації робіт (виконуються самостійно або замовляються зовнішньому постачальнику)**	**Перелік основних закупівель, що здійснюються для реалізації робіт проекту (канцелярські товари, оргтехніка, обладнання, програмне забезпечення, комплектуючі тощо)**
Планування робіт проекту, формування команди проекту, управління проектом	Виконуються самостійно	Комп'ютери, принтери, канцелярські товари, розхідні матеріали для оргтехніки, послуги з впровадження системи з управління проектами, послуги з системного адміністрування ПК, послуги з охорони, послуги телефонного та інтернет-зв'язку, послуги з банківського обслуговування, послуги з юридичного консультування
Аналіз аналогів та визначення концепції робіт	Виконуються самостійно	Канцелярські товари, розхідні матеріали для оргтехніки, доступ до інформаційних ресурсів
Розробка документації для задач	Виконуються самостійно	Програмне забезпечення, канцелярські товари, розхідні матеріали для оргтехніки
Документація узгоджена з	Виконуються самостійно	Канцелярські товари, розхідні матеріали для оргтехніки

Замовником та початок робіт		
Заключення видано замовнику	Виконуються самостійно	Канцелярські товари, розхідні матеріали для оргтехніки
Підтримка та оптимізація реалізації рішення	Виконуються самостійно	Програмне забезпечення
Внесення змін до документації	Виконуються самостійно	Канцелярські товари, розхідні матеріали для оргтехніки
Аналіз виконаного замовлення для імплементації циклів замовлень виконано	Виконуються самостійно	Компоненти, комплектуючі машини, оренда станків, інструментів тощо
Завершення проекту	Виконуються самостійно	Канцелярські товари, розхідні матеріали для оргтехніки

РОЗДІЛ 6. Загальні висновки

Було досліджено напружено-деформований стан пластин із композиційних матеріалів, з’єднаних між собою титановим болтом при різних конфігураціях. Описали теоретичну складову полімерних композитних матеріалів та їх властивостей. Розглянули методи розрахунку статичної міцності елементів болтових з’єднань. Навели формули для чисельного моделювання болтових з’єднань композиційних пластин:

-формули постановки крайових задач лінійної пружності;

-додаткові умови та формули постановки крайових контактних задач лінійної пружності;

-формули методу скінченних елементів для проведення розрахунків пружного стану болтового з’єднання композиційних пластин в контактній постановці.

Отримано коефіцієнти концентрації напружень поруч з отвором, а також поведінка цих коефіцієнтів в залежності від обраних факторів. В розрахунках враховувалися різні варіанти отворів та розмірів болтів. Створено 32 скінченно-елементні моделі в залежності від напрямків укладання шарів композиційного матеріалу. Будування моделей, скінченно-елементної сітки та проведення розрахунків було зроблено в середовищі Femap.

У результаті дослідження дійшли до наступних висновків:

1.У пластині з ізотропного матеріалу виявлено систематичне збільшення ККН при збільшенні величини бічного зазору . У діапазоні мкм це збільшення невелике, приблизно на 7%, а лінія тренду описується наближенням (14).

2.Для практично значимої схеми укладання можна прийняти, що відносно невеликі бічні зазори "болт"/отвір не змінюють величини пікових значень , оскільки незначне (приблизно до 6%) зменшення йде у запас міцності.

3.Для зменшення пікових значень потрібно зменшувати співвідношення в шарах ПКМ.

4.Взаємовплив шарів значно знижує реальне значення ККН у шарах у випадку неоднорідної по товщині композитної пластини.

5.Потрібні додаткові дослідження для встановлення більш точних формул експрес-аналізу міцності пластин із шаруватих ПКМ з отворами, контактуючими з болтами, зокрема, при наявності вторинного вигіну.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Болотин В.В. Механика многослойных конструкций / В.В. Болотин, Ю.Н. Новичков. – М. : Машиностроение, 1980. – 375 с.

2. Немировский Ю.В. Прочность элементов конструкций из композитных материалов / Ю.В. Немировский, Б.С. Резников. – Новосибирск: Наука, 1986. – 166 с.

3. Победря Б.Е. Механика композиционных материалов / М.: Изд-во Моск. ун-та, 1984. – 336 с.

4. Проектирование и конструирование изделий из композиционных материалов. Теория и практика: учебник / П.М. Гагауз, Ф.М. Гагауз, Я.С. Карпов, С.П. Кривенда; под общ. ред. Я.С. Карпова – Х. : Нац. аэрокосм. ун-т им. Н.Е. Жуковского "Харьк. авиац. ин-т", 2015. – 672 с.

5. Васильев В.В. Механика конструкций из композитных материалов. – М. : Машиностроение, 1988. – 269 с.

6. Гузь А.Н., Хорошун Л.П., Ванин Г.А. и др. Механика композитных материалов и элементов конструкций. Том 1: Механика материалов / Киев: Наук. думка, 1982. – 368 с.

7. Гузь А.Н., Григоренко Я.М., Бабич И.Ю. и др. Механика композитных материалов и элементов конструкций. Том 2: Механика элементов конструкций / Киев: Наукова думка, 1983. – 464 с.

8. Композиционные материалы. Справочник / Под общ. ред. В.В. Васильева, Ю.М. Тарнопольского. – М. : Машиностроение, 1990. – 512 с.

9. Композиционные материалы. Справочник/Л.Р. Вишняков, Т.В. Грудина, В.Х. Кадыров, Д.М. Карпинос, В.И. Олейник, А.Б. Сапожникова, Л.И. Тучинский. – К.:Наукова думка, 1984. – 592 с.

10. Василевский Е.Т. Система экспериментального обеспечения расчета на прочность механических соединений деталей из композитов / Е.Т. Василевский, А.З. Двейрин, Я.С. Карпов, С.П. Кривенда // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. – Х.: НАКУ "ХАИ", 2010. – № 47. – С. 42-52.

11. Карпов Я.С. Соединения деталей и агрегатов из композиционных материалов / Я.С. Карпов. – Харьков: Нац. аэрокосм, ун-т "Харьк. авиац. ин-т", 2006. – 359 с.

12. Gleich, D.M. (2002), Stress Analysis of Structural Bonded Joints / Delft : Delft University Press, Netherlands.

13. Двейрин А.З. Обзор и анализ состояния проблемы расчетно-экспериментального обеспечения проектирования агрегатов самолета из полимерных композитов с механическими соединениями деталей / А.З. Двейрин // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. – 2014. – № 66. – С. 5-19.

14. Collings, T.A. (1977), The Strength of Bolted Joints in Multi-Directional CFRP Laminates. // Procurement executive, ministry of defence. Aeronautical research council current papers. London. C.P. No. 1380.

15. Решетникова Р.Ю. Влияние осевого натяга на локальное напряженное состояние в односрезных болтовых соединениях / Р.Ю. Решетникова // Вопросы проектирования и производства конструкций летательных аппаратов: сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун-та им. Н.Е. Жуковского «ХАИ». – Вып. 1 (73). – Х., 2013. – С. 87-99.

16. Фомичев П.А. Учет концентрации напряжений в расчете долговечности элементов конструкций по номинальным напряжениям / П.А. Фомичев, Т.С. Бойко // Вопросы проектирования и производства конструкций летательных аппаратов: сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун-та им. Н.Е. Жуковского "ХАИ", 2009. – Вып. 4 (60). – С.53-63.

17. ASTM D6742/D6742M-07 Standard Practice for Filled-Hole Tension andCompression Testing of Polymer Matrix Composite Laminates. –7 p.

18. De Jong, T. (1977), Stresses around pin–loaded holes in elastically orthotropic or isotropic plates. J. Compos. Mater. vol.11. pp. 313–331

19. Waszczak, J.P. and Cruse, T.A. (1971), Failure mode and strength predictions of anisotropic bolt bearing specimens. J. Compos. Mater. vol. 5. pp. 421–425.

20. Zhang, K. and Ueng, C. (1985), Stresses around a pin–loaded hole in orthotropic plates with arbitrary loading direction. Compos. Struct. Vol. 3. pp.119–125

21. Echavarrı´a, C., Haller, P. and Salenikovich, A. (2007), Analytical study of a pin–loaded hole in elastic orthotropic plates. Composite Structures. vol.79. pp. 107–112. http://dx.doi.org/10.1016/j.compstruct.2005.11.038.

22. Crews, John H., Hong, Jr.C.S. and Raju, I.S. (1981), Stress-Concentration Factors for Finite Orthotropic Laminates With a Pin-Loaded Hole. NASA Technical Paper 1862.

23. Вильдеман В.Э. Механика неупругого деформирования и разрушения композиционных материалов / В.Э. Вильдеман, Ю.В. Соколкин, А.А. Ташкинов // Под ред. Ю.В. Соколкина. М. : Наука – Физматлит, 1997. – 288 с.

24. Ainsworth, J., Collier, C., Yarrington, P. and Lucking, R. (2011), Automated Analysis and Failure Load Prediction of Bolted Composite Joints. Society for the Advancement of Material and Process Engineering. Collier Research Corporation, Hampton, VA.