

**НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»
Приладобудівний факультет**

**Кафедра комп'ютерно-інтегрованих оптичних та навігаційних
систем**

До захисту допущено:

Завідувач кафедри

_____ Надія БУРАУ

«___» _____ 2023 р.

Дипломна робота
на здобуття ступеня бакалавра
на здобуття ступеня бакалавра за спеціальністю 151 – автоматизація та
комп'ютерно інтегровані технології

на тему: Система керування поздовжнім рухом об'єкта за кутом тангажу

Виконав:

студент 4 курсу, групи ПГ-91

Абдухамідов Руслан Тимурович

Керівник:

к.т.н

Мураховський С.А.

Рецензент:

Доцент, к.т.н,

Шевченко В.В

Засвідчую, що у цій дипломній
роботі немає запозичень з праць
інших авторів без відповідних
посилань. Студент

Київ – 2023 року

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
Приладобудівний факультет

Кафедра комп'ютерно-інтегрованих оптичних та навігаційних систем

Рівень вищої освіти – перший (бакалаврський)

Спеціальність – 151 Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології

Освітньо-професійна програма «Комп'ютерно-інтегровані технології та системи навігації і керування»

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри

_____ Надія БУРАУ

«___» _____ 20__ р.

ЗАВДАННЯ

на дипломну роботу студенту

Абдухамідову Руслану Тимуровичу

1. Тема роботи «Система керування позовжнім рухом об'єкта за кутом тангажу», керівник роботи Мураховський Сергій Анатолійович, к.т.н., затверджені наказом по університету від «___» _____ 20__ р. № _____

2. Термін подання студентом роботи 12.06.2023 р.

3. Вихідні дані до роботи

Постійна часу об'єкта керування - $T_0 = 2 - 5$ с, коефіцієнт передачі об'єкта по куту $k_0 = 0.2$, частота дискретизації - 1 кГц, постійна часу в контурі зворотного зв'язку - $T_a = 0.02$ с.

4. Зміст роботи

Вступ. Огляд динамічних моделей рухомих об'єктів та систем керування кутовим положенням. Аналіз математичної моделі об'єкта дослідження в неперервній області, розробка моделі об'єкта керування в дискретній області, аналіз перехідних та частотних характеристик в дискретній області, дослідження стійкості. Розробка програмної моделі в середовищі MATLAB, моделювання та аналіз результатів. Висновки.

5. Перелік ілюстративного матеріалу (із зазначенням плакатів, презентацій тощо)

Презентація 15-20 слайдів. Рисунки, схеми в пояснювальній записці.

6. Консультанти розділів роботи^{1*}

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	завдання прийняв

7. Дата видачі завдання _____

Календарний план

№ з/п	Назва етапів виконання дипломної роботи	Термін виконання етапів роботи	Примітка
1	Огляд літератури	26.05.2023	
2	Огляд систем керування	31.05.2021	
3	Розробка математичної моделі	05.06.2021	
4	Розробка програмної моделі. Моделювання	10.06.2021	
5	Оформлення пояснювальної записки	12.06.2021	

Студент

Руслан АБДУХАМІДОВ

Керівник

Сергій МУРАХОВСЬКИЙ

^{1*} Якщо визначені консультанти. Консультантом не може бути зазначено керівника дипломної роботи.

Анотація

Розглянуто основні системи керування поздовжнім рухом об'єкта за кутом тангажу. Об'єктом дослідження даної магістерської роботи є процес поздовжнього руху за кутом тангажу, який здійснює літак.

Мета виконання роботи полягає в дослідженні системи керування поздовжнім рухом об'єкта за кутом тангажу

У результаті проведення аналітичного огляду літератури, науково-технічних статей та електронних джерел отримано висновок, щодо системи керування поздовжнім рухом об'єкта за кутом тангажу. У процесі аналізу було розглянуто різні компоненти системи керування, такі як датчики для вимірювання кута тангажу, актуатори для впливу на рух об'єкта та алгоритми керування для генерації відповідних керуючих сигналів. Важливою складовою системи є зворотний зв'язок, який дозволяє коригувати керуючі сигнали залежно від вимірювань кута тангажу і досягати бажаної стабільності та точності.

Ключові слова: СИСТЕМА КЕРУВАННЯ, ЛІТАК, ТРАЄКТОРІЯ, ТАНГАЖ.

Abstract

The main systems for controlling the longitudinal motion of an object at the pitch angle have been considered. The object of study in this master's thesis is the process of longitudinal motion at the pitch angle performed by an aircraft.

The aim of this work is to investigate the control system for the longitudinal motion of an object at the pitch angle.

As a result of conducting an analytical review of literature, scientific and technical articles, and electronic sources, the conclusion was drawn regarding the control system for the longitudinal motion of an object at the pitch angle. During the analysis, various components of the control system were examined, such as sensors for measuring the pitch angle, actuators for influencing the object's motion, and control algorithms for generating corresponding control signals. An important component of the system is feedback, which allows adjusting the control signals based on the measurements of the pitch angle and achieving desired stability and accuracy.

Keywords: CONTROL SYSTEM, AIRCRAFT, TRAJECTORY, PITCH.

ЗМІСТ

Перелік використаних скорочень	7
ВСТУП	8
РОЗДІЛ 1. АНАЛІЗ ПРЕДМЕТНОЇ ОБЛАСТІ І ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ	10
1.1 Аналіз складових поздовжнього руху вільного літака	12
1.2 Аналіз короткоперіодичного руху	14
1.3 Аналіз довгоперіодичного збуреного руху	18
РОЗДІЛ 2. АНАЛІЗ КЕРОВАНOSTІ ПОЗДОВЖНЬОГО РУХУ ЛІТАКА	30
2.1 Динамічні характеристики поздовжньої керованості	32
2.2 Статичні показники поздовжньої керованості. Градієнти зусиль та переміщень	35
2.3 Пряма та зворотна керованість по куту нахилу траєкторії	50
РОЗДІЛ 3. МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ЛІТАКА В ПОЗДОВЖНЬОМУ РУСІ	55
3.1 Аналіз динамічних характеристик в часовій області	56
3.2 Аналіз частотних характеристик об'єкта керування	60
3.3 Розробка математичної моделі об'єкта керування в дискретній області	61
3.4 Аналіз стійкості об'єкта керування в дискретній області	67
ВИСНОВКИ	69
ВИКОРИСТАНІ ДЖЕРЕЛА:	71

Перелік використаних скорочень

АЧХ - амплітудно-частотна характеристика;

ФЧХ - фазо-частотна характеристика;

ЛАЧХ - логарифмічно амплітудно-частотна характеристика;

ЛФЧХ - логарифмічно фазо-частотна характеристика;

САУ- системи автоматичного управління

ТРД- турбореактивний двигун

ППРД- прямоточний повітряно-реактивний двигун

ЛАПЧХ-логарифмічно амплітудно-псевдо частотна характеристика

ЛФПЧХ- логарифмічно фазо-псевдо частотна характеристика

ВСТУП

Сучасне літакобудування характеризується широким використанням систем автоматичного управління (САУ). Впровадження засобів автоматизації в процес керування літаком диктується зміною пілотажних характеристик літака, головним чином, характеристик стійкості та керованості, а також збільшеною потребою забезпечення регулярності повітряного сполучення в будь-який час доби незалежно від погодних умов.

В даний час бортова система автоматичного управління перетворилася із засобу, що полегшує льотчику процес управління літаком, як це було в недалекому минулому, на засіб, що забезпечує ефективну експлуатацію сучасного літака.

Широка автоматизація процесу керування літаком не виключає льотчика з контуру керування, залишаючи за ним функції включення САУ, їх перемикання та вимкнення, а також функції контролю процесу пілотування літака. Тому завдання розробника полягає в раціональному розподілі та поєднанні в рамках єдиної системи управління функцій льотчика та САУ.

На першому етапі розвитку авіації основним засобом управління польотом літака була система механічної передачі зусиль льотчика на органи управління — керма висоти, на правління та елерони. При цьому орієнтація літака в просторі здійснювалася льотчиком візуально по видимому горизонту земної поверхні і найпростішим приладам — індикаторам висоти, швидкості польоту, варіометру, магнітному покажчику курсу та гіроскопічному покажчику повороту.

За подальшого розвитку авіації інформація льотчика про режим польоту розширювалася з допомогою застосування більшої кількості приладів. Різні прилади на приладовій дошці групувалися так, щоб звести до мінімуму простір, що охоплюється поглядом льотчика, почали застосовуватися автопілоти. Спочатку використовувалися в основному автопілоти позиційного типу, які за наявності датчиків відхилень щодо трьох осей діяли по всіх трьох каналах управління.

При подальшому розвитку виявилось, що аеродинамічні характеристики короткоперіодичної стійкості літака недостатні для демпфування рискання щодо середньої траєкторії польоту, властивій автоматичному управлінню позиційного типу. Тому в автопілот була введена керуюча функція з кутової швидкості, для того, щоб забезпечити необхідне демпфування в системі літак — автопілот. До проведення цього параметра, а особливо підсумовування сигналу кутової швидкості з сигналом відхилення по куту, викликало розвиток електричних автопілотів, оскільки ці операції найбільш просто здійснювалися при електричних сигнальних системах.

Застосування реактивних двигунів забезпечило більш високу швидкість польоту літака, що значно збільшило коротко періодичну нестійкість. Ці фактори в поєднанні з великими зусиллями на ручці керування, необхідними для керування кермами, радикально змінили вимоги до системи ручного керування і призвели до необхідності передбачити допоміжні силові пристрої в каналах ручного керування та автоматичну стабілізацію за курсом, тангажу та крену.

Перехід до надзвукових швидкостей польоту супроводжувався насамперед принципово новими формами аеродинамічного компонування надзвукового літака з метою зменшення хвильового опору та зменшення тим самим потрібної тяги двигунів, а також з метою поліпшення характеристик стійкості та керованості літака, особливо при польотах на навколосвукових та надзвукових великих висотах.

Погіршення динамічних характеристик літака виражалося у збільшенні частоти власних коливань поздовжнього руху та значному зменшенні їх згасання, у зменшенні бічної стійкості та зниженні ефективності керма напрямку та елеронів, що сильно ускладнювало управління літаком. Саме з цих причин виникла потреба в застосуванні в системі управління автоматичних пристроїв для підвищення демпфування власних коливань рискання, а потім тангажу і крену — демпферів рискання, тангажу і крену.

Сучасні системи керування рухомими об'єктами як правило передбачають наявність цифрових регуляторів та контурів керування в комплексній системі, яка виконує багато функцій. Метою даної роботи є розробка дискретної математичної моделі об'єкта керування в поздовжньому русі.

Для досягнення поставленої мети в роботі виконані наступні задачі:

1. Огляд динамічних моделей поздовжнього руху літака
2. Аналіз керованості об'єкта
3. Розробка математичної та програмної моделі в неперервній та дискретній області
4. Моделювання та аналіз результатів.

Об'єктом досліджень є процес керування поздовжнім рухом літального апарату

Предметом досліджень є дискретна система керування кутом тангажу.

РОЗДІЛ 1. АНАЛІЗ ПРЕДМЕТНОЇ ОБЛАСТІ І ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Стосовно літака управління може бути визначено, як доцільний вплив, що вносить бажані зміни у процес польоту літака, заснований на використанні певної інформації.

Управління у випадку можна уявити що з трьох основних операцій:

1) вибір бажаного ходу процесу управління, тобто завдання законів зміни (зокрема у часі) певних параметрів, що характеризують рух літака. Наприклад, завдання бажаної траєкторії польоту літака. Бажаний перебіг процесу управління називають програмою польоту.[10,с.360]

2) контроль за ходом процесу управління, тобто збирання та обробка інформації про виконання заданих законів зміни параметрів руху літака (наприклад, про точність витримування бажаної траєкторії польоту та ін.);

3) вплив на процес управління, що забезпечує його розвиток у бажаному напрямку, тобто здійснення процесу регулювання щодо заданого значення одного або кількох параметрів, що характеризують політ літака. [1.с.35-40]

Завдання бажаних законів зміни параметрів руху літака у вигляді програми польоту диктується технічним завданням. У цьому сенсі, наприклад, бажана траєкторія або профіль польоту літака є заданими, причому вони можуть характеризуватись певними (програмними) змінами в часі різних параметрів руху літака, зокрема перевантаженням, кутовим положенням літака, кутами атаки, ковзання і т.д.

Інформацією про правильність виконання програми польоту, що визначається візуально або за відповідними джерелами інформації, зазвичай служать зіставлення поточної кутової орієнтації літака

В просторі, поточних швидкості та положення центру мас літака і т. д. із заданими програмними значеннями відповідних параметрів руху. На підставі цієї інформації визначається необхідний вплив на задані параметри регулювання через органи управління літака для того, щоб його рух відповідав заданій програмі польоту.

Отже, у процесі керування літаком відповідно до умов майбутнього польоту розробляється програма польоту. Вона виконується в процесі польоту льотчиком і в разі потреби коригується ним залежно від зміни навколишнього середовища. У процесі виконання програми польоту льотчиком витримуються відповідні програмі параметри руху літака, для чого поточні значення параметрів руху безперервно порівнюються з відповідними заданими і на підставі цього порівняння виробляється вплив, що управляє,

При виконанні зазначених операцій процесу регулювання людина здійснює контроль за всім управлінням та правильністю роботи всіх систем та агрегатів, якими оснащений сучасний літак – словом, процес управління здійснюється людиною, бо саме поняття управління характеризує особливості людської діяльності.

Таким чином, у процесі управління існують керована та керуюча системи, а сам процес управління формою є процес зв'язку керованої та керуючої систем, ті. у нашому випадку є процес зв'язку літака та льотчика. Але людина пов'язана з навколишнім світом у вигляді своїх органів почуттів. Тому в процесі управління для цілеспрямованих дій льотчика потрібний певний обсяг вихідної інформації. Процес управління завжди здійснюється за замкненим контуром.

При дослідженні питань регулювання певних параметрів руху літака ми маємо справу зі складною динамічною системою літак-льотчик, якість процесу регулювання якої визначається характеристиками входять до нього ланок і узгодженістю цих характеристик.

Тому цілком природно спочатку розглянути ізольовано характеристики цих ланок, їх залежність від зовнішніх умов, та з'єднати ланки у єдину систему, що забезпечує необхідні характеристики якості процесу регулювання. [4. с. 89-92]

1.1 Аналіз складових поздовжнього руху вільного літака

При дослідженні динаміки можна розглядати в якості вихідного руху прямолінійний горизонтальний політ літака [тобто покласти на рівняння (1. 1), що описують рух, $C_{10} = 0$].

Рівняння поздовжнього збуреного руху літака прийнятих позначеннях мають такий вид:

$$\begin{cases} \ddot{\vartheta} + c_1 \dot{\vartheta} + c_5 \dot{a} + c_2 a + e_3 V + c_3 \delta_v = 0; & -\dot{\vartheta} + c_{10} \vartheta + \dot{a} + c_4 a + e_2 V + \\ c_9 \delta_v = 0; & c_7 \vartheta + c_8 a + \dot{V} + e_1 V + r_1 P = 0; \end{cases} \quad (1.1)[16]$$

рівняння бічного руху:

$$\begin{cases} \dot{\omega}_y + a_1 \omega_y + a_2 \beta + b_6 \dot{\gamma} + a_3 \delta_n + b_5 \delta_\varepsilon = 0; & a_6 \omega_y + \ddot{\gamma} + b_1 \dot{\gamma} + b_2 \beta + \\ a_5 \delta_n + b_3 \delta_\varepsilon = 0; & -\omega_y - b_7 \dot{\gamma} - b_4 \gamma + \dot{\beta} + a_4 \beta + a_7 \delta_n = 0. \end{cases} \quad (1.2) [11]$$

При всіх режимах польоту та при виконанні будь-якого маневру як у вертикальній, так і в горизонтальній площині (віраж літака) перевищення зазначеного обмеження $c_{y \text{ доп}}$ неприпустиме.

Якщо мова йдеться про режим горизонтального прямолінійного польоту, то значення $c_{y \text{ доп}}$ обмежує мінімальну можливу швидкість польоту.

Дійсно, із залежності $c_{y \text{ г.п}} = \frac{G}{qS}$, маємо

$$q_{min} = \frac{G}{Sc_{y \text{ доп}}} . \quad (1.3) [8]$$

Крім наведених вище обмежень, мають місце обмеження кутів крену $\gamma_{\text{доп}}$ і тангажу $U_{\text{доп}}$ польоту літака. Обмеження допустимого кута крену $\gamma_{\text{доп}}$ у горизонтальному польоті визначається допустимим коефіцієнтом підйомної сили $c_{y \text{ доп}}$ і режимом польоту літака. Неважко отримати наступну залежність:

$$\gamma_{\text{доп}} = \arccos \frac{G}{Sc_{y \text{ доп}} q} , \quad (1.4) [8]$$

Як відомо, стійкість визначається негативними значеннями дійсних частин коренів характеристичного рівняння, тому для дослідження стійкості

поздовжнього збуреного руху вільного літака розглянемо його характеристичне рівняння, яке неважко отримати з рівнянь (1-1), поклавши у яких $\delta v=0$; $C_{10} = 0$. Система рівнянь поздовжнього збуреного руху при цих умовах в операторній формі при нульових початкових умовах має вигляд:

$$\begin{cases} c_7\vartheta + c_8a + (p + e_1)V = 0; \\ -p\vartheta + (p + c_4)a + e_2V = 0; \\ (c_5p + c_2)a + e_3V = 0. \end{cases} \quad (1.5) [16]$$

Система рівнянь (1.5) має характеристичне рівняння четвертого порядку:

$$p^4 + A_1p^3 + A_2p^2 + A_3p + A_4 = 0, \quad (1.6) [16]$$

Де

$$\begin{aligned} A_1 &= c_1 + c_4 + c_5 + e_1; \\ A_2 &= c_2 + c_1c_4 + e_1(c_1 + c_4 + c_5) - e_2c_8; \\ A_3 &= (c_2 + c_1c_4)e_1 + c_7(e_2c_5 - e_3) - c_8(e_2c_1 - e_3); \\ A_4 &= c_7(c_2e_2 - e_3c_4). \end{aligned}$$

Коефіцієнти A_i характеристичного рівняння—дійсні, тому його чотири корені будуть або дійсними, або попарно пов'язаними комплексними.

Дослідження у загальному вигляді умов стійкості системи, має характеристичне рівняння четвертого порядку, вкрай складно.

Однак, як відомо, поздовжній збурений рух літака поділяється на короткоперіодичну та довгоперіодичну (фугоїдну) складові, що суттєво спрощує завдання. Такий поділ поздовжнього руху (звичайно умовний) — наслідок фізичних особливостей літака і притаманний практично всім сучасним літакам.

Рух літака, пов'язаний із встановленням рівноваги моментів щодо осі Oz_1 , зветься короткоперіодичним. Оскільки діючий на літак момент щодо осі Oz_1 в основному визначається кутом атаки α і кутовий швидкістю ω_z (при закріпленому кермі висоти), то, природно, в короткоперіодичному русі змінюються в основному кути атаки і тангажу літака. Короткоперіодичний рух літака може бути коливальним та аперіодичним. Короткоперіодичний збурений рух закінчується за кілька секунд.

У процесі довгоперіодичного руху змінюються в основному швидкість польоту та кут тангажу літака. Період його сягає кілька десятків секунд (часто 60-90 секунд і більше). Кут атаки змінюється порівняно мало.

У процесі збуреного руху на його початку інтенсивно змінюються кути атаки та тангажу літака, тобто має місце короткоперіодична складова поздовжнього руху літака.

Швидкість польоту літака за цей час практично не змінюється. Після закінчення швидкої зміни кутів атаки і тангажу починає ставати практично помітною зміна швидкості польоту літака і кута тангажу, пов'язана з відновленням порушеної рівноваги сил, що діють на літак. [7, с.13-20]

Отже, короткоперіодична і довгоперіодична складові поздовжнього руху літака як би рознесені в часі, що і обумовлює можливість роздільного їх розгляду.

Математично поділ поздовжнього руху на дві складові зводиться до того, що чотири корені характеристичного рівняння (1.6) поділяються на дві пари коренів, що істотно (у десятки разів) відрізняються за модулем, кожна з яких може містити або два дійсних, або два пов'язаних комплексних кореня. Великі корені визначають короткоперіодичний рух літака, а малі— довгоперіодичний.

1.2 Аналіз короткоперіодичного руху

З досвіду відомо, що з достатньою для практики точністю великі корені характеристичного рівняння (1.6) можна визначати, поклавши в рівняннях (1.5) $\Delta V \equiv 0$, вважаючи тим самим, що за час зміни кута атаки практично не порушується рівновага тангенціальних сил. [3.443]

При цьому перше з рівнянь (1.5) випадає з розгляду. Малі корені визначаються з рівняння (1.5) за умови, що рівновага моментів відносно осі Oz досягнута і зберігається. Це робить правомірним поділ дослідження стійкості

поздовжнього збуреного руху на дослідження стійкості короткоперіодичної та довгоперіодичної його складових.

Якщо покласти в системі рівнянь (1.5) $\Delta V \equiv 0$, отримаємо наступну систему рівнянь короткоперіодичного збуреного руху вільного літака (в операторній формі за нульових початкових умов для випадку прямолінійного горизонтального вихідного польоту):

$$\begin{cases} (p + c_1)\omega_z + (c_5p + c_2)a = 0; \\ -\omega_z + (p + c_4)a = 0. \end{cases} \quad (1.7) [11]$$

Оскільки вільний літак нейтральний за кутом тангажу, рівняння записані для кутової швидкості тангажу. Характеристичне рівняння системи (1.7) має вигляд:

$$p^2 + S_1p + S_2 = 0, \quad (1.8) [11]$$

Де

$$S_1 = c_1 + c_4 + c_5; \quad S_2 = c_2 + c_1c_4.$$

Умови стійкості для рівняння (1.8) можуть бути написані у вигляді

$$S_1 > 0; \quad S_2 > 0. \quad (1.9) [8]$$

Розглянемо здійсненність цих умов, розпочавши з умови

$$S_1 = c_1 + c_4 + c_5 > 0. \quad (1.10) [16]$$

Для цього підставимо в останню нерівність виразу коефіцієнтів c_i , що стоять у ньому. Тоді отримаємо

$$S_1 = \left(-\frac{m_z^{\omega_z}}{J_z} b_A^2 - \frac{m_z^{\dot{a}}}{J_z} b_A^2 + \frac{c_y^a}{m} \right) \frac{\rho V}{2} S. \quad (1.11) [16]$$

Умова $S_1 > 0$ виконується завжди. Розглянемо тепер здійсненність умови

$$S_2 = c_2 + c_1c_4 > 0, \quad (1.10 б)$$

або

$$S_2 = \left(-m_z^{c_y} - \frac{m_z^{\omega_z}}{m} \frac{\rho}{2} S b_A \right) \frac{q S b_A c_y^a}{J_z} > 0 \quad (1.12)$$

З урахуванням

$$m_z^a = m_z^{c_y} c_y^a$$

Очевидно, що

$$\text{sign} S_2 = \text{sign} \left(-m_z^{c_y} - \frac{m_z^{\omega_z}}{m} \frac{\rho}{2} S b_A \right).$$

Отже, умова $S_2 > 0$ еквівалентна умові

$$-m_z^{c_y} - \frac{m_z^{\omega_z}}{m} \frac{\rho}{2} S b_A > 0 \quad (1.13)$$

Яке можна переписати у вигляді

$$m_z^{c_y} < \frac{m_z^{\omega_z}}{m} \frac{\rho}{2} S b_A.$$

Аналіз останнього висловлювання дає можливість дійти висновку у тому, що умова (1. 13) свідомо виконується при $m_z^{c_y} < 0$ і більше, через невелику величину

$$\frac{m_z^{\omega_z}}{m} \frac{\rho}{2} S b_A. [8]$$

А значить і $S_2 > 0$ вноситься саме похідною $m_z^{c_y}$, що надає, як буде видно з подальшого, сильний вплив на пілотажні характеристики літака.

Оскільки умова $S_1 > 0$ виконується завжди, то, очевидно, умова стійкості короткоперіодичного руху літака зводиться до однієї умови, а саме $S_2 > 0$. Нерідко стійкість короткоперіодичного обуреного руху сприймається як стійкість по перевантаженню.

Тепер отримаємо зв'язок між варіацією кута атаки $\Delta\alpha$ і перевантаження Δn_y при постійній швидкості польоту.

Маємо

$$\Delta n_y = \frac{Y}{G} - 1,$$

де

Y - підйомна сила літака,

G - вага літака.

Оскільки

$$Y = c_y^\alpha q S (\alpha_{г.п} + \Delta\alpha)$$

Та

$$G = c_y^\alpha q S \alpha_{г.п},$$

Тоді

$$\Delta n_y = \frac{c_y^\alpha}{c_{y \text{ г.п}}} \Delta\alpha. \quad (1.14) [16]$$

Отже, для постійної швидкості польоту варіації кута атаки та нормального навантаження пов'язані один з одним через постійну величину.

Тому підстановка в рівняння (1.7) замість варіації кута атаки надлишкового перевантаження Δn_y приводить до висновку, що характеристичне рівняння в цьому випадку не змінюється, а значить не змінюється і умова стійкості. Часто в якості характеристики стійкості по перевантаженню використовується величина

$$\sigma_{n_y} = m_z^{c_y} + m_z^{\omega_z} \frac{1}{m} \frac{\rho}{2} S b_A,$$

звана коефіцієнтом (або запасом) стійкості перевантаження [11, с.50-51].

Очевидно, що для стійкості перевантаження необхідно виконання умови $\sigma_{n_y} < 0$, основний «вклад» у забезпечення якого вноситься похідною $m_z^{c_y}$. Надалі, характеризуючи стійкість короткоперіодичного обурення руху, будемо застосовувати термін стійкість (нестійкість) перевантаження.

Зауважимо, що в силу $S_1 > 0$ корені характеристичного рівняння можуть бути при $S_2 < 0$ тільки дійсними, причому один з них позитивний, а інший негативний. Справді, корені рівняння $p^2 + S_1p + S_2 = 0$ рівні

$$p_{1,2} = -\frac{S_1}{2} \pm \sqrt{\frac{S_1^2}{4} - S_2} \quad (1.15) [16]$$

і можуть бути комплексними з позитивною дійсною частиною тільки у випадку $S_1 < 0$ та $S_2 > 0$, що, як було показано вище, неможливо. Отже, нестійкість літака по перевантаженню може бути лише аперіодичною.

1.3 Аналіз довгоперіодичного збуреного руху

Якщо великі корені характеристичного рівняння літака з достатньою для практики точністю визначається з умови сталості швидкості ($\Delta V \equiv 0$), то для визначення малих коренів справедливе припущення про те, що рівновага моментів щодо осі Oz_1 встановилася і продовжує зберігатися в процесі довгоперіодичного збуреного руху літака. Для вільного літака рівняння моментів набуде вигляду

$$e_3V + c_2\Delta\alpha = 0.$$

Система рівнянь довгоперіодичного руху в операторній формі за нульових початкових умов запишеться як:

$$\{(p + e_1)\Delta V + c_8\Delta\alpha + c_7\Delta\vartheta = 0; e_2\Delta V + (p + c_4)\Delta\alpha - p\Delta\vartheta = 0; e_3\Delta V + c_2\Delta\alpha = 0. \quad (1.16) [11]$$

Характеристичне рівняння системи (1.16) має вигляд

$$p^2 + d_1p + d_2 = 0, \quad (1.17) [8]$$

Де

$$d_1 = \frac{1}{c_2} [c_2e_1 - e_3(c_7 + c_8)];$$

$$d_2 = \frac{1}{c_2} [c_7 e_2 c_2 - c_4 e_3 c_7].$$

Практика розрахунків показує, що значення коренів, отриманих з виразу (1.17), досить точно збігаються з малими коренями, отриманим з характеристичного рівняння (1.6).

Необхідні та достатні умови стійкості зводяться до нерівностей: $d_1 > 0$; $d_2 > 0$. Розглянемо здійсненність цих умов, почавши з умови $d_1 > 0$. Для цього вираз для d_1 підставимо значення вхідних до нього коефіцієнтів c_i та e_i . Після перетворень (для простоти покладемо $y_p = 0$) будемо мати

$$d_1 = e_1 - \frac{e_3}{c_2} (c_7 + c_8) = [Q^V - P^V \cos \alpha_{г.п}] \frac{1}{m} - \frac{m_z^M}{am_z^a} \left[1 + (c_x^a - c_y) q \frac{S}{G} \right]. \quad (1.18) [8]$$

Вираз (1.18) для випадку горизонтального польоту спрощується. Зважаючи на рівність $c_{кут.п} q S = G$, маємо

$$d_1 = [Q^V - P^V \cos \alpha_{г.п}] \frac{1}{m} - \frac{m_z^M}{am_z^a} q \frac{S}{G}. \quad (1.18 \text{ а}) [8]$$

Таким чином, вираз для d_1 розбивається на два доданки. Різниця похідних, що стоїть у дужках, може бути як позитивною, так і негативною. Для сучасних надзвукових літаків криві наявних і потрібних тяг мають вигляд, зображений на рис. 1.1.

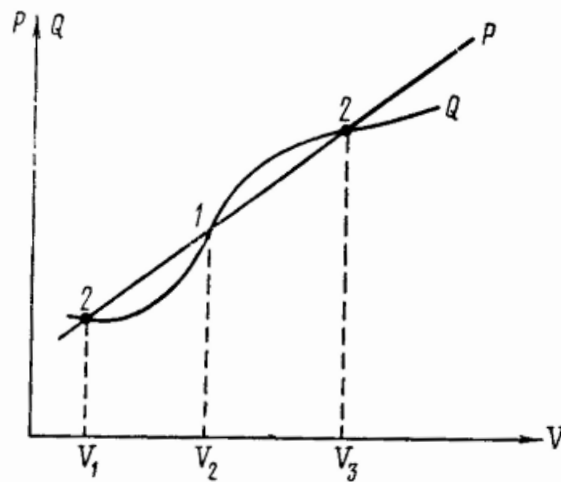


Рис. 1.1. Зразкові криві потрібних і наявних тяг для сучасного надзвукового літака з ТРД

Джерело: [4, с.30]

Очевидно, що при польоті зі швидкістю V_2 величина Q (потрібна тяга) зростає зі збільшенням швидкості польоту і зменшується зі зменшенням швидкості інтенсивніше, ніж тяга P , що розташовується, тому на цьому режимі $d_1 > 0$, якщо $V_2 < a$. При швидкостях польоту V_1 і V_3 (причому V_3 відповідає $M > 1$) має місце протилежне явище. Режими, що відповідають швидкостям польоту V_1 та V_3 , отримали назву другого режиму польоту.

Другий режим польоту має місце у всіх літаків як надзвукових, так і дозвукових, причому в останніх — на малих швидкостях польоту (тобто при U_i). Поява такого режиму при швидкості польоту V_3 (надзвукова швидкість) характерна для надзвукових літаків, оснащених ТРД і ППРД, тобто властиво практично всім сучасним надзвуковим літакам. У дозвукових літаків і в надзвукових літаків на дозвукових режимах польоту (до $M \approx 0,7$) величина d_1 визначається в основному першим доданком, другий доданок на цих режимах рідко досягає 50% від першого. Тому можна на дозвукових режимах польоту у першому наближенні покласти

$$d_1 = \frac{1}{m} [Q^V - P^V \cos \alpha_{г.п}]. \quad (1.18 \text{ б}) [16]$$

У сучасних надзвукових літаків на навколосвукових і надзвукових режимах польоту другий доданок вирази (1. 18) часто стає за абсолютною величиною порівнянним з першим, а в багатьох випадках і перевищує його. Це явище стає особливо помітним, як правило, зі збільшенням висоти польоту літака, що можна якісно пояснити таким чином.

Розглянемо рис. 1.2, на якому наведені типові залежності коефіцієнта $m_z = f(c_y, M)$, при $\delta_b = 0$ для дозвукового та надзвукового літаків. З рис. 1.2 а видно, що при малих числах M частинна похідна m_z^M дуже мала і або дорівнює нулю, або додатна і тільки при числах M , близьких до $M_{кр}$ для даного літака, похідна m_z^M стає великою і негативною, причому вона тим більше, ніж більша величина коефіцієнта c_y польоту.

Тому при малих числах M і при порівняно малих значеннях c_y величина m_z^M мала і величина і знак коефіцієнта d_1 практично повністю визначаються величиною і знаком першого доданку виразу (1.18).

Політ літака на великій висоті при порівняно великих числах M здійснюється при великих значеннях коефіцієнта c_y . За цих умов і мають місце порівняно великі значення m_z^M і, отже, саме за цих умов другий доданок виразу (1.18) може стати сумірним з першим, а в деяких випадках і перевищити його. Цьому ж сприяє і деяке зменшення різниці $(Q^v - p^v \cos \alpha_{г.п})$ зі збільшенням висоти польоту літака. Оскільки при цьому $m_z^M < 0$, то, очевидно, в останньому випадку буде $d_1 < 0$.

Політ літака з великими числами M на малій висоті (а значить і з малими значеннями c_y) в силу невеликої за цих умов значення похідної m_z^M не призводить до зазначеного ефекту.

Те саме стосується і умов польоту на великих висотах з малими швидкостями (при цьому число M порівняно мало, а коефіцієнт c_y — великий). Висловлені міркування справедливі для надзвукового літака у разі польоту його на звукових швидкостях з тією лише різницею, що критичне число $M_{кр}$ для надзвукового літака вище, ніж у дозвукового.

У цьому неважко переконатись, порівнюючи рис. 1.2 а, з 1.2,б.

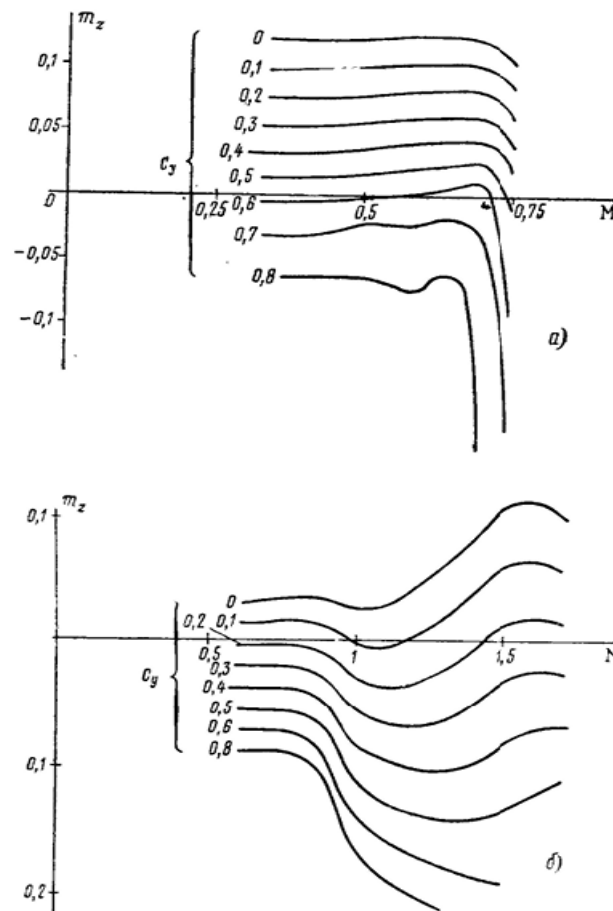


Рис. 1.2. Зразкова залежність коефіцієнта m_z від числа M при різних значеннях коефіцієнта c_y

Джерело: [14, с.17-21]

На надзвукових режимах польоту, як видно з рис. (1.2,б), частинна похідна m_z^M може бути як позитивною, так і негативною в залежності від числа M та коефіцієнта c_y . Так, при порівняно малих значеннях c_y , зі збільшенням числа M після проходження трансзвукової області похідна m_z^M спочатку стає позитивною, та був за дуже великих числах M — знову змінює знак негативний.

При збільшенні коефіцієнта c_y , діапазон чисел M , в якому має місце $m_z^M > 0$, звужується, поки, нарешті, при дуже великих значеннях c_y похідна m_z^M не залишається негативною практично у всьому діапазоні надзвукових швидкостей польоту.

З розгляду рис. 1.2,б очевидно, що при польоті на надзвукових швидкостях і великих значеннях коефіцієнта c_y (що має місце при польоті на великих висотах) похідна m_z^M , як правило, негативна, що поряд з умовою $(Q^V - p^V \cos \alpha_{г.п}) < 0$, нерідко призводить до $d_1 < 0$.

При польоті з дуже малими значеннями c_y знак похідної m_z^M змінюється, що може призвести до зміни знака і d_1 , причому частіше він буває від'ємним при дуже великих числах M , що посилюється ще й наявністю на цих режимах умови $(Q^V - p^V \cos \alpha_{г.п}) < 0$. Отже, на надзвукових швидкостях польоту похідна змінюється в досить широких межах як за величиною, так і за знаком, нерідко визначаючи, тим самим, знак і величину коефіцієнта d_1 .

Навколозвукові режими польоту (тобто в діапазоні чисел M приблизно від 0,8-0,9 до 1,1 -1,2) для різних літаків характерні негативною похідною m_z^M , причому нерідко досить великий за абсолютною величиною. Тому при розрахунку коефіцієнта d_1 для режимів польоту на великих числах M (приблизно при $M \geq 0,7-0,8$) і висотах (приблизно при $H \geq 8-10$ км) слід користуватися повним виразом (1.18а).

Для режимів польоту, що характеризуються меншими числами M і меншими висотами, досить точні результати дає розрахунок коефіцієнта d_1 за спрощеною формулою (1.18б).

Зауважимо, що залежність $m_z = f(c_y, M)$ для сучасних надзвукових літаків дещо спотворюється при $\delta_v \neq 0$ через істотну залежність $m_z^{\delta_v} = f(M)$ при $M > 1$. Однак ця залежність недостатньо сильна, щоб змінити принципово наведену на рис. 1. 2, б залежність і змінити зроблені висновки. Це тим більше справедливо для дозвукових літаків і надзвукових літаків при польоті з $M < M_{кр}$. У цьому випадку похідна $m_z^{\delta_v}$ так мало залежить від числа M , що відповідні криві на рис. 1.2 переміщуються еквідистантно вгору чи вниз залежно від напрямку відхилення керма висоти.

Розглянемо тепер, чим визначаються величина і знак коефіцієнта d_2 для чого підставимо вирази, що входять до нього коефіцієнтів. Після скорочень (для простоти покладемо також $y_p=0$) маємо

$$d_2 = c_7 \left(e_2 - \frac{c_4 e_3}{c_2} \right) = \frac{g}{m} \rho S \left[\left(c_y + \frac{c_y^M M}{2} \right) - \frac{m_z^M M}{2m_z^{c_y}} \right]. \quad (1.19) [16]$$

Неважко показати, що для літака, стійкого по перевантаженню, величина і знак d_2 визначаються повною похідною $\frac{dm_{z\pi}}{dM}$ взятої за умови $Y=G$. Дійсно, відомо, що

$$m_{z\pi} = f(c_y, M),$$

Або

$$m_{z\pi} = f(\alpha, M).$$

Запишемо $m_{z\pi}$ у вигляді

$$m_{z\pi} = m_{za} + m_{zp} = m_{za} - \frac{P_{yP}}{qSb_a}, \quad (1.20) [16]$$

де

M_{za} – коефіцієнт аеродинамічного моменту;

M_{zp} – коефіцієнт моменту від сили тяги двигуна.

Знайдемо повну похідну по M від т., за умови, що $P = f(V)$ і $Y = G$ ($y_u = -1$) і в русі, що встановився $P = Q$.

Тоді враховуючи, що $\frac{d}{dM} = a \frac{d}{dV}$, де

$$\frac{dm_{z\pi}}{dM} = \frac{dm_{za}}{dM} - \frac{P^V y_P}{a q S b_a V} \frac{2}{M} + c_x \frac{y_P}{b_a} \frac{2}{M}, \quad (1.21) [16]$$

$$\frac{dm_{za}}{dM} = \frac{\partial m_{za}}{\partial a} \frac{\partial a}{\partial M} + \frac{\partial m_{za}}{\partial M} \quad (1.22) [16]$$

Для визначення значення $\frac{d}{dM} = a \frac{d}{dV}$ використовуємо умовно $Y = Q$ або

$$c_y \frac{\rho V^2}{2} S = G \quad (1.23) [8]$$

Диференціюючи вираз (1.23) з урахування $\frac{dv}{dM} = A$ після перетворень отримаємо:

$$\frac{da}{dM} = -\frac{2c_y}{c_y^a M} - \frac{c_y^M}{c_y^a}. \quad (1.24) [8]$$

Підставляючи вираз (1.24) в формулу (1.22) отримаємо:

$$\frac{dm_{za}}{dM} = -m_{za}^a \left(\frac{2c_y}{c_y^a M} + \frac{c_y^M}{c_y^a} \right) + m_z^M, \quad (1.25) [8]$$

$$\text{де } m_{za}^a = \frac{\partial m_{za}}{\partial a}; \quad m_{za}^M = \frac{\partial m_{za}}{\partial M}.$$

Далі, підставляючи вираз (1.25) у формулу (1.21) і беручи до уваги, що $m_z^a = m_z^{c_y} c_y^a$, в результаті отримаємо:

$$\begin{aligned} \frac{dm_{z_{\Pi}}}{dM} = & -m_{za}^{c_y} \left(\frac{2c_y}{M} + c_y^M \right) + m_{za}^M + \\ & + c_x \frac{y_P}{b_A} \frac{2}{M} - \frac{P^V y_P}{aQ S b_A V} \frac{2}{M}. \end{aligned} \quad (1.26) [16]$$

Порівнюючи вираз (1. 19) з (1.26), не важко побачити, що вирази в дужках збігаються, а для стійких по перевантаженню літаків знак d , збігається зі знаком $\frac{dm_{z_{\Pi}}}{dM}$.

Зауважимо, що прийняте у висновках спрощуюче припущення $u_r=0$ не змінює принципової сторони питання.

Повна похідна $\frac{dm_{z\Pi}}{dM}$ суттєво залежить від числа M та висоти польоту літака. Типова залежність її від зазначених параметрів для дозвукового та надзвукового літаків показано на рис. 1.3. Для дозвукового літака (рис. 1.3, а) похідна, як правило, позитивна і може змінити знак на негативний при швидкостях польоту, близьких до $M_{кр}$. [8, с.150-155]

Залежність від висоти польоту визначається залежністю $M_z=f(C_y)$, а величина, як відомо, залежить від інших параметрів і від висоти польоту літака. Як видно з рис 1.3, а зі збільшенням висоти польоту літака похідна $\frac{dm_{z\Pi}}{dM}$ інтенсивніше змінюється зі зміною числа M і, крім того, вона більша за абсолютною величиною.

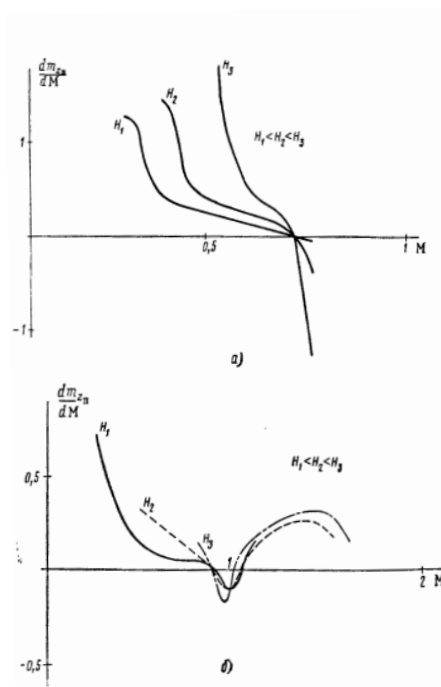


Рис. 1.3. Приблизна залежність $\frac{dm_{z\Pi}}{dM}$ від числа M на різних висотах
Джерело: [2, с.300-302]

Для надзвукових літаків характерна позитивна похідна $\frac{dm_{z\Pi}}{dM}$ на дозвукових швидкостях польоту. Її знак змінюється на негативний у діапазоні навіколозвукових швидкостей польоту (відповідних середньому $M=0,8-1,2$),

причому абсолютна величина похідної $\frac{dm_{zп}}{dM}$ в деяких літаків може досягати досить великих значень, в інших - дуже малих.

На надзвукових швидкостях польоту похідна знову стає позитивною, проте за більших числах M польоту вона може змінити знак на негативний. (У деяких літаків така зміна похідної знака (при $M > 1$ може мати місце кілька разів).

Природно, що так само змінюється і знак коефіцієнта, тобто у дозвукових літаків, як правило, $d^2 > 0$ і може стати негативним на швидкостях польоту, близьких до швидкостей, відповідним $M_{кр}$ у районі так званої «ложки» на криву балансування. У надзвукового літака коефіцієнт d^2 позитивний на дозвукових швидкостях польоту і, як правило, негативний на навіколозвукових швидкостях. На надзвукових швидкостях польоту може бути як позитивний, і негативний знак коефіцієнта d^2 ($d^2 < 0$, зазвичай, має місце великих надзвукових швидкостях польоту).

Вплив висоти польоту характер залежності похідної $\frac{dm_{zп}}{dM}$ як для надзвукового літака, так і для дозвукового, визначається залежністю M_z , як від числа M , так і від C_y .

Як видно із рис. 1.3б, на дозвукових швидкостях польоту надзвукового літака характер залежності похідної від висоти польоту такий самий, як і для дозвукового літака, На навіколозвукових швидкостях похідна $\frac{dm_{zп}}{dM}$ негативна. На надзвукових швидкостях польоту залежність від висоти польоту виражена менш явно, ніж на дозвукових, причому на великих надзвукові швидкості помітна тенденція до зменшення абсолютного значення похідної з наступною зміною знака.

Зауважимо, що і в цьому випадку вплив відхилення керма висоти на дозвуковому літаку на величину і знак похідної $\frac{dm_{zп}}{dM}$ практично не помітно через малу залежність числа M . Однак у надзвукових літаків ця залежність

може бути досить помітною, але, як правило, все-таки малою, щоб змінити результати принципово.

У тих випадках, коли політ при великому числі M відбувається за великого балансувального відхилення керма висоти, вплив залежності M_z^2 від числа M може призвести навіть до зміни знака $\frac{dm_{zп}}{dM}$ при більших надзвукових швидкостях польоту літака.

Отже, при певних умовах обидва коефіцієнти рівняння (1.17) можуть мати різні знаки. Отже, у разі довгоперіодичного руху може мати місце як стійкий рух, коливальний або аперіодичний, так і нестійкий коливальний, або аперіодичний. Якщо при $d_1 < 0$, $d_2 < 0$, то нестійкість аперіодична, а якщо $d_2 > 0$, то коливальна. При $d_2 < 0$ літак аперіодично нестійкий за швидкістю при будь-якому знаку $\frac{dm_{zп}}{dM}$, що і має місце при явищі, відомому як «затягування в пікірування». Воно в тій чи іншій ступені має місце у всіх літаків у діапазоні навколосвукових швидкостей.

Якщо знак d_1 , для стійких по перевантаженню літаків визначається знаком похідної $\frac{dm_{zп}}{dM}$ визначається і періодична стійкість літака за швидкістю. Стійкість довгоперіодичного збуреного руху нерідко розглядають як стійкість за швидкістю, що є визначальним параметром у довгоперіодичному русі літака.

Якщо довгоперіодичний збурений рух літака стійкий, то він, як правило, має коливальний характер з дуже слабким згасанням. Практично відносний коефіцієнт загасання довгоперіодичного руху, дорівнює

$$\zeta_{дп} = \frac{d_1}{2\sqrt{d_2}},$$

та не перевищує 0,1.

З виразів (1.18) і (1.19) очевидно, що істотний вплив на показники довгоперіодичного руху має величина $M_z^{C_y}$, що визначає, як було показано вище, стійкість короткоперіодичного обуреного руху літака.

Наведені міркування були проведені для випадку горизонтального прямолінійного вихідного режиму польоту, причому в рівняннях (1.16) ми знехтували зміною висоти польоту літака.

Якщо кут нахилу траєкторії вихідного руху $\theta_0 \neq 0$, то може мати місце збільшення демпфування з одночасним збільшенням частоти довгоперіодичних коливань при $\theta_0 < 0$ (тобто при зниженні літака), і, навпаки, зменшення демпфування зі зменшенням частоти коливань при $\theta_0 > 0$ (тобто при наборі висоти).

Врахування зміни висоти польоту літака призводить до суттєвого зростання частоти довгоперіодичних коливань літака без істотної зміни їх загасання.

Слід мати на увазі, що наведені вище міркування справедливі лише досить великих негативних значень $M_z^{C_y}$, (наприклад, $M_z^{C_y} < 0,02 - 0,05$), у яких справедливо поділ поздовжнього руху на довгоперіодичний і короткоперіодичний. При $M_z^{C_y} > 0$ такий поділ неможливий, і характеристичне рівняння літака має, як правило, два дійсних кореня (один із них позитивний) і два спряжених комплексних, що займають проміжне положення між великим і малим коренем характеристичного рівняння того ж літака, але має $M_z^{C_y} < 0$. Оскільки завжди у літаків забезпечується (або засобами аеродинаміки, або автоматики) $M_z^{C_y} < 0$, ми не будемо докладно розглядати це питання.

РОЗДІЛ 2. АНАЛІЗ КЕРОВАНOSTІ ПОЗДОВЖНЬОГО РУХУ ЛІТАКА

Кінцевою метою зусиль, прикладених льотчиком до важелів управління (в даному випадку до штурвальної колонки або ручці управління), та переміщення самого важеля управління є зміна траєкторії польоту. Це відбувається в результаті зміни величини підземної сили Y , вираз, який зазвичай представляють у вигляді:

$$Y = c_y \frac{\rho V^2}{2} S \quad (2.1) [16]$$

З виразу (2.1) випливає, що зміна величини підйомної сили може статися за рахунок зміни коефіцієнта підйомної сили c_y або зміни швидкості польоту V .

Як зазначалося, в поздовжньому обуреному рух першорядну роль грає короткоперіодичний збурений рух, що виявляється досить швидко, тобто за будь-яких впливів на штурвальну колонку чи ручку управління літак спочатку реагує зміною кута атаки α , зміна ж швидкості польоту V починається значно пізніше, коли траєкторія польоту вже суттєво змінилася. Тому координатою регулювання, за перехідною функцією якої визначатимемо характеристики поздовжньої керованості, є збільшення нормального навантаження Δn_y . Остання в короткоперіодичному збуреному русі пов'язана із збільшенням кута атаки співвідношенням.

$$\Delta n_y = \frac{c_y^a}{c_{y_{г.п}}} \Delta \alpha.$$

Підставляючи в систему рівнянь замість збільшення кута атаки $\Delta \alpha$ його вираз через збільшення перевантаження Δn_y , і вважаючи, що перед початком маневру літак був збалансований ($\delta_v = \delta_{v,бал}$), а зусилля на штурвальній колонці стримовано ($P=0$), отримаємо такі передатні функції:

$$W_{\frac{\Delta n_y}{\Delta P}}(p) = -\frac{k'_{\Delta n_y}}{T_a^2 p^2 + 2\zeta_a T_a p + 1}; \quad (2.2)$$

$$W_{\frac{\Delta n_y}{\Delta X}}(p) = -\frac{k^*_{\Delta n_y}}{T_a^2 p^2 + 2\zeta_a T_a p + 1}; \quad (2.3)$$

$$k'_{\Delta n_y} = \frac{c_y^a c_3}{c_{y_{г.п}} k_{ш} M_{ш}^{\delta_n} (c_2 + c_1 c_4)}; \quad (2.4)$$

$$k''_{\Delta n_y} = \frac{k_{ш}^* c_y^a c_3}{c_{y_{г.п}} (c_2 + c_1 c_4)}; \quad (2.5)$$

$$T_a = \frac{1}{\sqrt{c_2 + c_1 c_4}}; \quad (2.6)$$

$$\zeta_a = \frac{c_1 + c_4 + c_5}{2\sqrt{c_2 + c_1 c_4}}, \quad (2.7) [16]$$

причому, як правило, фізичні властивості літака такі, що $\delta_a < 1$.

Таким чином, передатна функція збільшення нормального навантаження на одиничне збурення у вигляді докладання зусилля до штурвальної колонки або переміщення цієї колонки є передатна функція коливальної ланки, характер перехідного процесу якого повністю визначається величинами власної частоти

$$\Omega_a = \frac{1}{T_a} \quad (2.8) [16]$$

і відносного коефіцієнта згасання δ_a . Отже, характеристиками поздовжньої керованості є:

Динамічними:

- 1) власна частота короткоперіодичного збуреного руху ω_a
- 2) відносний коефіцієнт загасання короткоперіодичного руху δ_a

Статичними:

- 1) градієнти зусиль та переміщень (величини, зворотні коефіцієнтам посилення $k_{\Delta n_y}$ та $k_{\Delta n_y}$)
- 2) балансувальні криві;
- 3) пряма та зворотна керованість по куту нахилу траєкторії ст.

Розглянемо їх окремо. [6, с. 99-106]

2.1 Динамічні характеристики поздовжньої керованості

Оскільки під динамічними характеристиками керованості по суті розуміється якість перехідного процесу по координаті управління при одиничному збуренні, то першою необхідною умовою гарної керованості є стійкість руху обуреного літака. Цілком природно, що умова стійкості є необхідною, але недостатньою, бо стійкий у обуреному русі літак може виявитися погано керованим. Розглянемо першу динамічну характеристику поздовжньої керованості. [15, с. 17-21]

Власна частота короткоперіодичного збуреного руху (ω_a) визначає час реакції літака по перевантаженню на одиничне відхилення керма висоти. Як випливає з виразів (2.6) та (2.8), величина власної частоти залежить від величини коефіцієнта c_2 та добутку коефіцієнтів $c_1 c_4$. Зазвичай власні властивості літаків такі (особливо на надзвукових швидкостях польоту), що абсолютна величина добутку $c_1 c_4$ є набагато меншою за величину c_2 , тобто $c_1 c_4 < c_2$

Отже, приблизно можна записати, що $\omega_a \approx \sqrt{c_2}$,

або, розкриваючи вираз для коефіцієнта, отримаємо:

$$\omega_a \approx \sqrt{-m_z^{c_y} \frac{c_y^a S b_A}{J_z} \frac{q V^2}{2}}. \quad (2.9) [8]$$

Таким чином, частота ω_a визначається величиною коефіцієнта $n_z^{c_y}$, розмірами літака (b_A), режимом польоту ($q = \frac{\rho V^2}{2}$ і навантаженням на крило (так як J , пропорційний вазі літака). Розглянемо вплив кожного чинника окремо.

Зі зростанням числа M понад $M_{кр}$ фокус літака різко переміщається назад, що призводить до збільшення абсолютної величини коефіцієнта $n_z^{c_y}$ і тим самим до збільшення ω_a . Зі зростанням швидкості польоту V власна частота коливань ω_a збільшується; з підвищенням висоти польоту літака частота ω_a зменшується (через зменшення щільності повітря ρ), зі зростанням навантаження на крило G/S , що характерно для сучасних літаків, частота ω_a також зменшується.

Таким чином, власна частота коливань короткоперіодичного збуреного руху збільшується зі зростанням числа M та швидкості польоту V і зменшується зі збільшенням висоти польоту H та навантаження на крило G/S . Для сучасних дозвукових літаків $\omega_a = 1 \div 2$ рад/сек, що відповідає $[-0,15; 0,3]$ гц; для надзвукових літаків $\omega_a = 1,3 \div 10$ рад/сек, що відповідає $[0,3 \div 1,5]$ гц.

Типові приклади залежності своєї частоти коливань від режимів польоту і типу літаків показано на рис. 2.1.

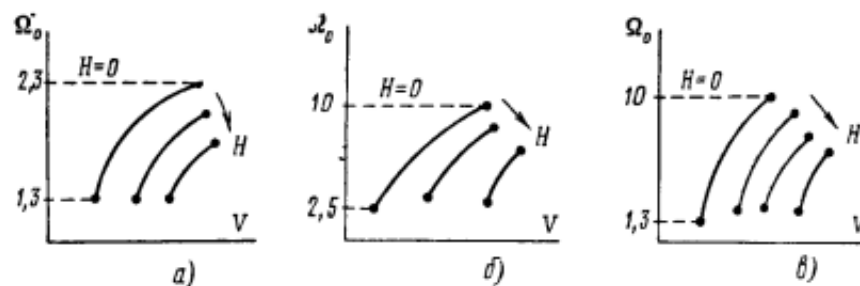


Рис. 2.1. Зразкова залежність власної частоти короткоперіодичного руху літаків від швидкості та висоти польоту літаків

Джерело: [12, с.129-132]

Відносний коефіцієнт згасання короткоперіодичного збуреного руху повністю визначає вид перехідного процесу, його коливання. З виразу (2.7) слідує, що відносний коефіцієнт загасання δ а дорівнює:

$$\zeta_a = \frac{c_1 + c_4 + c_5}{2\sqrt{c_2 + c_1 c_4}} = \frac{c_1 + c_4 + c_5}{2\Omega_a}. \quad (2.10) [8]$$

Розкривши дужки отримаємо:

$$\zeta_a \approx \frac{\left(-\frac{m_z^{\omega z}}{J_z} b_A^2 - \frac{m_z^{\dot{a}}}{J_z} b_A^2 + \frac{c_y^a}{m} \right) \rho S}{4 \sqrt{-m_z^{\omega z} \frac{S b_A c_y^a}{J_z^2}}}. \quad (2.11) [16]$$

Коефіцієнти $m_z^{\omega z}$ та m_z^a завжди негативні, тому величина δa менше 0 і більше $\delta a < 0$ неможлива, але малі величини δa є цілком реальними.

Як видно з виразу (2.11), величина відносного коефіцієнта загасання δa практично не залежить від швидкості польоту (параметр V у вираз (2.11) у явному вигляді не входить). Вона зменшується зі збільшенням висоти польоту H (зменшується) та збільшенням числа M (коефіцієнти $m_z^{\omega z}$ та m_z^a зі збільшенням числа M зменшуються, а коефіцієнт M -збільшується).

Таким чином, з переходом на надзвукові швидкості та режими польоту на великих висотах, що характерно для сучасної авіації, відносний коефіцієнт загасання короткоперіодичного руху обуреного літака зменшується. Для сучасних літаків відносний коефіцієнт загасання $\delta a = (0,05; 0,1)$

Типова залежність відносного коефіцієнта загасання короткоперіодичного збуреного руху від режимів польоту та типу літака показано на рис. 2.2.

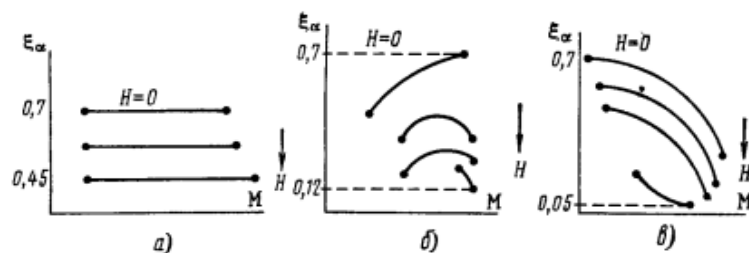


Рис. 2.2. Зразкова залежність відносного коефіцієнта згасання короткоперіодичного руху літаків від числа M та висоти польоту
Джерело: [13, с.22-29]

Як впливає з рисунку, відносний коефіцієнт згасання короткоперіодичного обуреного руху для сучасних літаків різко зменшується,

що призводить до збільшення коливальності перехідних процесів при стабілізації літака, особливо на великих висотах польоту і великих числах М.

2.2 Статичні показники поздовжньої керованості. Градієнти зусиль та переміщень

Розглянемо коефіцієнти підсилення передатних функцій (2.4). (2.5) - $k_{\Delta n_y}$ та $k_{\Delta n_y}$

Ці коефіцієнти характеризують співвідношення між збільшенням навантаження і зусиллям на штурвальній колонці або переміщенням штурвальної колонки в режимі, що встановився, тобто після закінчення перехідного процесу: $\Delta n_y = k_{\Delta n_y} P_{ш.к}$; $\Delta n_y = k_{\Delta n_y} X_{ш.к}$

На практиці більшого поширення отримали величини, зворотні коефіцієнтам підсилення $k_{\Delta n_y}$, і $k_{\Delta n_y}$, а саме:

$$P_{ш.к}^{n_y} = \frac{1}{k'_{\Delta n_y}} \text{ та } X_{ш.к}^{n_y} = \frac{1}{k''_{\Delta n_y}}.$$

відповідно названі градієнтом зусилля з перевантаження та градієнтом відхилення штурвальної колонки перевантаження.

Градієнт зусилля перевантаження ($P_{ш.к}$) визначає зусилля, яке необхідно докласти до штурвальної колонки, щоб змінити навантаження на одиницю при постійній швидкості польоту ($\Delta n_y = 1$). Надто велика абсолютна величина градієнта $P_{ш.к}$ не прийнятна через фізичні труднощі пілотування літака. Для виведення літака на задане навантаження Δn_y доводиться докладати великих зусиль, що швидко втомлює льотчика. Такі літаки тяжкі в управлінні. Непридатні і дуже малі величини градієнта зусилля по перевантаженню $P_{ш.к}$ так як льотчику важко порівняти малі зусилля, що прикладаються до штурвальної колонки, з реакцією літака. Будь-які докладені льотчиком зусилля, малі за величиною, будуть задавати зайві маневри літака. Такі літаки

«суворі в управлінні». Однак іноді свідомо йдуть на збільшення $P_{ш.к}$ до таких величин, щоб льотчик не міг вивести літак на небезпечні навантаження.

Розглянемо, від яких параметрів літака та режиму його польоту залежить градієнт зусилля перевантаження. Розкриємо вираз:

$$P_{ш.к}^{n_y} = \frac{1}{k'_{\Delta n_y}} = -k_{ш} M_{ш}^{\delta_b} \frac{c_{y_{г.п}} (c_2 + c_1 c_4)}{c_y^a c_3}.$$

Відомо що

$$M_{ш}^{\delta_b} = \underline{m}_{ш}^{\delta_b} q k_{г.о} S_{\delta_n} b_{\delta_b},$$

причому в загальному випадку коефіцієнт шарнірного моменту записується в наступному вигляді:

$$\underline{m}_{ш} = m_{ш}^{a_{г.о}} a_{г.о} + m_{ш}^{\delta_b} \delta_b + m_{ш}^{\tau} \tau,$$

Вважатимемо, що перед початком маневру (зусилля на штурвальній колонці відтримано), тоді:

$$\underline{m}_{ш} = m_{ш}^{a_{г.о}} \left(1 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha}\right) \Delta \alpha + m_{ш}^{\delta_b} \Delta \delta_b. \quad (2.12) [16]$$

Оскільки статична характеристика, то з рівнянь короткоперіодичного руху виходить зв'язок між значенням кута атаки, що встановився, і відхиленням керма висоти:

$$\Delta \alpha = \frac{c_3}{c_2 + c_1 c_4} \Delta \delta_b. \quad (2.13) [16]$$

Підставляючи вираз (2.13) залежність (2.12) і диференціюючи по отримаємо

$$\underline{m}_{ш}^{\delta_b} = \left[m_{ш}^{\delta_b} + m_{ш}^{a_{г.о}} \left(1 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha}\right) \frac{c_3}{c_2 + c_1 c_4} \right]. [11]$$

Далі розкриваючи вирази c_1 , c_2 , c_3 та c_4 остаточно матимемо:

$$P_{ш.к}^{ny} = - \frac{\frac{G}{S} \left(m_z^{c_y} + m_z^{\omega_z} \frac{\rho}{2m} S b_A \right) m_{ш}^{\delta_b} k_{г.о} S_{\delta_b} b_{\delta_b} k_{ш}}{m_z^{\delta_b}}$$

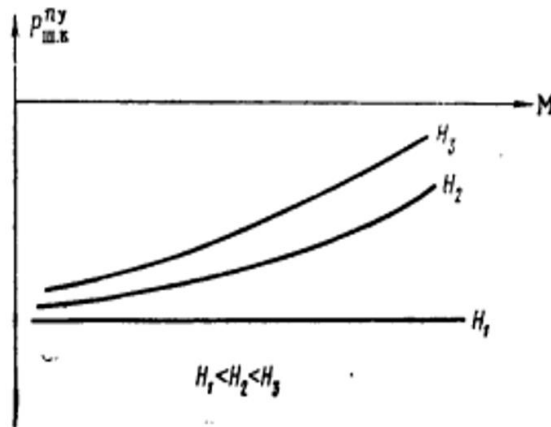


Рис. 2.3. Зразкова залежність градієнта $P_{ш.к}$ від числа M для різних висот польоту

Джерело: [9, с.12-19]

Оскільки майже завжди

$$m_z^{c_y} \gg m_z^{\omega_z} \frac{\rho}{2m} S b_A,$$

То

$$P_{ш.к}^{ny} \approx - \frac{\frac{G}{S} m_z^{c_y} m_{ш}^{\delta_b} k_{г.о} S_{\delta_b} b_{\delta_b} k_{ш}}{m_z^{\delta_b}} \quad (2.14) [11]$$

Таким чином, градієнт зусилля перевантаження є функцією навантаження на крило G/S , коефіцієнта $m_z^{c_y}$, коефіцієнта $m_z^{\delta_b}$ та конструктивних параметрів літака.

На надзвукових режимах польоту літак стає важким в управлінні- градієнт $P_{ш.к}$ зростає за рахунок збільшення коефіцієнтів $m_z^{c_y}$ та $m_z^{\delta_b}$ та

зменшення ефективності керма висоти $m_z^{\delta_b}$. Для сучасних літаків $P_{ш.к} = -(3+12)$ кг/1п. Зразкова залежність $P_{ш.к}$ від числа M показано на рис. 2.3.

Гradient відхилення штурвальної колонки на одиницю навантаження ($X_{ш.к}^{ny}$). Розкриємо вираз для $X_{ш.к}^{ny}$

$$X_{ш.к}^{ny} = \frac{1}{k''_{\Delta n_y}} = -\frac{c_{y_{г.п}}(c_2 + c_1 c_4)}{k_{ш}^* c_y^a c_3},$$

або наближено

$$X_{ш.к}^{ny} \approx \frac{c_{y_{г.п}} c_2}{k_{ш}^* c_y^a c_3}.$$

Підставляючи значення c_2 і c_3 і враховуючи, що $c_{y_{г.п}} = \frac{G}{S_q}$ та $m_z^{c_y} = \frac{m_z^a}{c_y^a}$

та $k=573 \cdot 10^{-4}$, перепишемо вираз як:

$$X_{ш.к}^{ny} = -\frac{(G/S)m_z^{c_y}}{0,0573 m_z^{\delta_b} k_{ш} q}. \quad (2.15) [11]$$

Таким чином, gradient відхилення штурвальної колонки на одиницю навантаження є функцією навантаження на крило, коефіцієнтів $m_z^{c_y}$ та $m_z^{\delta_b}$, режиму польоту q та кінематичного відношення $k_{ш}$.

На надзвукових режимах польоту для виходу певне навантаження потрібно більше переміщення штурвальної колонки, ніж дозвукових режимах. Це пояснюється тим, що з зростанням числа M коефіцієнт $m_z^{c_y}$ збільшується, а коефіцієнт $m_z^{\delta_b}$ зменшується. Крім цього, польоти на надзвукових швидкостях, як правило, відбуваються на великих висотах при малих швидкісних напорах (q - зі зростанням висоти падає), що також сприяє збільшенню gradientа $X_{ш.к}^{ny}$

Зворотна картина спостерігається на великих дозвукових швидкостях польоту, особливо у літаків, оснащених керованим стабілізатором, так як на

великих дозвукових швидкостях ефективність керма збільшується, і оскільки ефективність стабілізатора суттєво більша за ефективність керма висоти ($m_z^\phi \gg m_z^{\delta_b}$), то відбувається різке зменшення градієнта відхилення штурвальної колонки на одиницю перевантаження $X_{ш.к}$ і літак стає «строгим в управлінні», наприклад, при польоті на малих висотах з числом $M=0,8$, $X_{ш.к}$ може дорівнювати лише кільком міліметрам. Для усунення подібного явища на сучасних літаках роблять кінематичне передатне відношення змінним за допомогою нелінійної передачі від штурвальної колонки до керма, причому величина робиться менше на початку ходу штурвальної колонки (рис. 2.4).

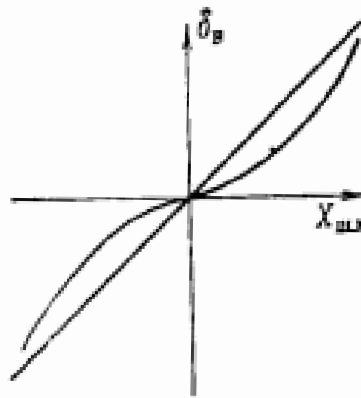


Рис. 2.4. Приблизна залежність відхилення руля висоти від переміщення штурвальної колонки

Джерело: [11, с.50-51]

Недоліком нелінійної передачі і те, що нейтральне положення штурвальної колонки відповідає балансуєчому становищу. Цього недоліку позбавлені механізми зміни кінематичного передатного відношення на дозвукових і надзвукових режимах польоту, які, щоправда, допускають одноступінчасте регулювання $k_{ш}$. Більш сучасний метод зміни кінематичного передавального відношення можна здійснити за допомогою автомата зміни кінематичного передавального відношення, що працює за законом залежно від режиму польоту літака.

Зразкова залежність градієнта відхилення штурвальної колонки $X_{ш.к}$ від швидкісного напору показана на рис. 2.5.

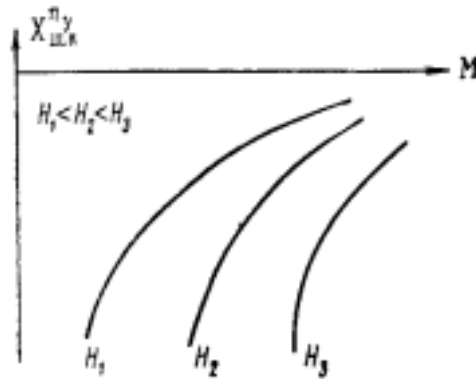


Рис. 2.5. Приблизна залежність градієнта

$X_{ш.к}$ від числа M для різних висот польоту

Джерело: [5, с.49-58]

Градiєнт зусилля на штурвальній колонці щодо її переміщення $P_{ш.к}^{X_{ш.к}}$ можна отримати, знаючи градієнти $X_{ш.к}$ та $P_{ш.к}$ тобто знаючи коефіцієнт посилення передавальних функцій - $k_{\Delta n_y}$, і $k_{\Delta n_y}$, Дійсно,

$$P_{ш.к}^{X_{ш.к}} = \frac{\partial P_{ш.к}}{\partial X_{ш.к}} = \frac{\partial P_{ш.к}}{\partial n_y} \frac{\partial n_y}{\partial X_{ш.к}} = \frac{P_{ш.к}^{n_y}}{X_{ш.к}^{n_y}},$$

Або

$$P_{ш.к}^{X_{ш.к}} = 0,0573 \underline{m_z}^{\delta_b} k_{г.о} S_{\delta_n} b_{\delta_n} k_{ш}^2 q, \quad (2.16) [11]$$

тобто, величина $P_{ш.к}^{X_{ш.к}}$ визначається параметрами керма висоти (навантаженням на кермо висоти та його розмірами), квадратом кінематичного відношення від штурвальної колонки до керма та режимом польоту q .

Як зазначалося, на надзвукових швидкостях польоту літак стає «важко керованим», причому засобами аеродинамічної компенсації не вдається забезпечити прийнятні величини градієнта $P_{ш.к}^{n_y}$ у всьому діапазоні робочих режимів польоту сучасних літаків, не допустивши перекомпенсації.

Управління літаком на великих надзвукових швидкостях можливе лише за наявності бустера (гідропідсилювача) у проводці керування.

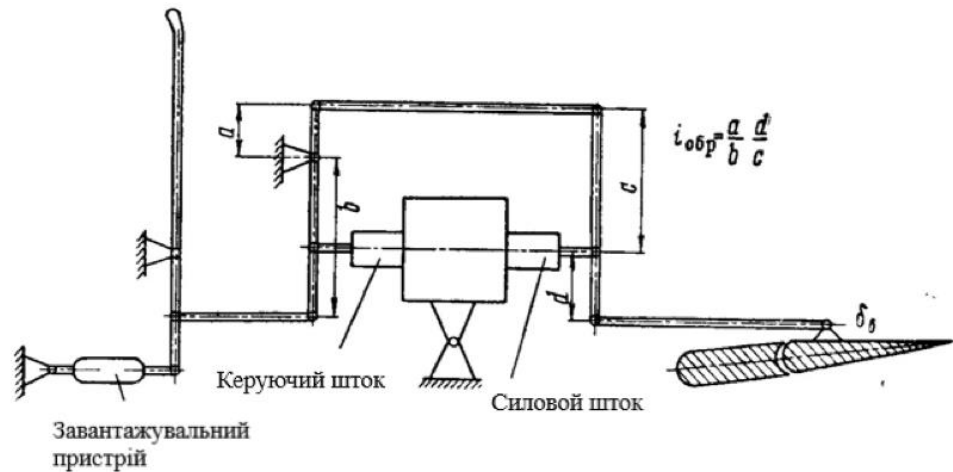


Рис. 2.6. Принципова схема включення оборотного бустера у проведення управління літаком

Джерело: [13, с.20-25]

Бустер є спеціальним сервоприводом з великим коефіцієнтом посилення по зусиллю. Зазвичай він забезпечує відхилення керма пропорційно до ходу штурвальної колонки. Залежно від включення в проводку керування літаком розрізняють оборотні та незворотні бустери. Оборотний бустер сприймає шарнірний момент керма лише частково. Схема його включення у проводку управління показано на рис. 2.6.

Рівняння

$$i_{\text{обр.}} = \frac{a}{b} \frac{c}{d}$$

називається коефіцієнтом оборотності і зазвичай

$$i_{\text{обр.}} = \frac{1}{10} + \frac{1}{20}$$

Залежність градієнта $P_{\text{ш.к}}^{n_y}$ за наявності оборотного бустера аналогічна безбустерному управлінню. У виразі для $P_{\text{ш.к}}^{n_y}$ необхідно лише запровадити коефіцієнт оборотності $i_{\text{обр.}}$, тобто.

$$(P_{\text{ш.к}}^{n_y})_{\text{обр. буст}} = i_{\text{обр.}} P_{\text{ш.к}}^{n_y}$$

Оборотні бустери застосовуються на дозвукових літаках. Незворотний бустер сприймає – шарнірний момент повністю. І тут льотчик при керуванні літаком переміщає тільки золотник бустера, прикладаючи у своїй зусилля, необхідне подолання тертя у проводці управління. Схема його включення показано на рис. 2.7. Він встановлюється на надзвукових літаках.

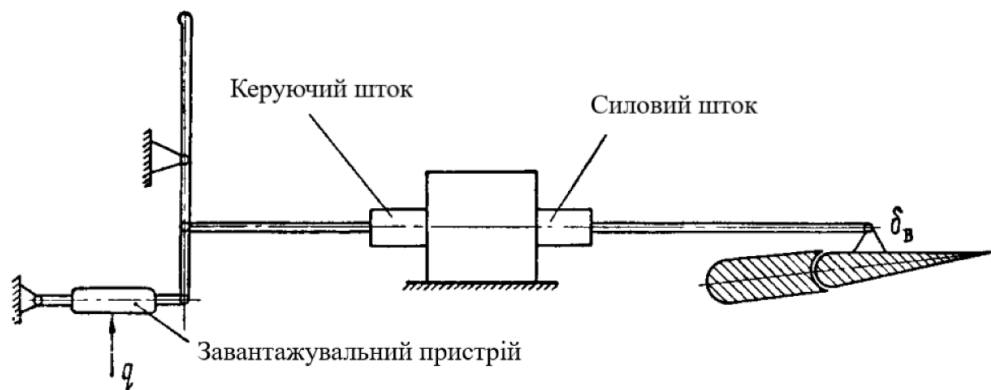


Рис. 2.7. Принципова схема включення незворотного бустера у проведення управління літаком.

Джерело: [13, с.14-19]

За наявності незворотного бустера льотчик втрачає звичне почуття управління (градієнт зусилля з навантаження $P_{\text{ш.к}}^{n_y} \sim 0$).

Це призводить до того, що коефіцієнт посилення передавальної функції стає дуже великим, що означає можливість створення великих перевантажень, які можуть призвести навіть до пошкодження літака (літак «суворий в управлінні»). Отже, при незворотному бустері для забезпечення льотчика

«почуттям управління» необхідно штучно створити прийнятну величину зусилля градієнта по перевантаженню $P_{ш.к}^{n_y}$ [Тобто обмежити величину коефіцієнта посилення $k\Delta n_y$ передавальної функції]. Для цього в проведення управління літаком вводять завантажуючий механізм. Найпростішим завантажуючим механізмом є пружинний завантажувач, який задає градієнт $P_{ш.к}^{n_y}$ за законом:

$$\Delta P_{ш.к} = C \Delta X_{ш.к},$$

де C -сумарна жорсткість пружинного завантажувача робиться змінною (більшої величини на початку ходу штурвальної колонки). Орієнтовна характеристика пружинного завантажувача показана на рис. 2.8.

Недоліком даного типу пружинного завантажувача є те, що зі збільшенням швидкості при числах $M < 1$ величина $P_{ш.к}^{n_y}$, що забезпечується завантажувачем, падає, що є небажаним, тому що у літака з безбустерним керуванням градієнт $P_{ш.к}^{n_y}$ на цих режимах збільшується (внаслідок зростання шарнірного моменту збільшується $m_{ш}^{\partial}$ в). Дійсно, за наявності такого пружинного завантажувача градієнт $P_{ш.к}^{n_y}$ визначається жорсткістю пружин C та градієнтом $X_{ш.к}^{n_y}$.

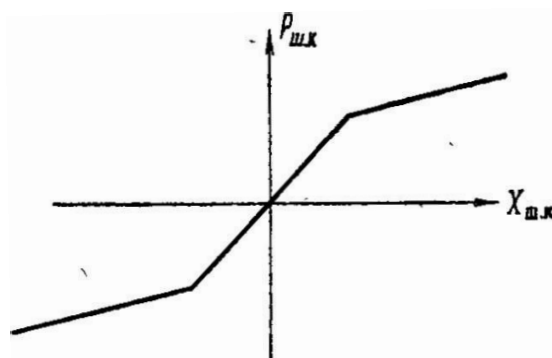


Рис. 2.8. Зразковий вид залежності зусилля на штурвальній колонці від пружинного завантажувального пристрою з переміщення штурвальної колонки

Джерело: [7, с.39-65]

Оскільки $C = \text{const}$, то характер зміни градієнта $P_{\text{ш.к}}^{n_y}$ визначається градієнтом $X_{\text{ш.к}}^{n_y}$. Зменшення градієнта $P_{\text{ш.к}}^{n_y}$ створює умови мимовільного виведення літака на небезпечні навантаження, оскільки льотчику важко дозувати величину відхилення штурвальної колонки. Для виправлення цього недоліку нерідко застосовують завантажувальні механізми з корекцією за швидкісним напором (числом M) та ін. Такі механізми забезпечують прийнятні величини градієнта $P_{\text{ш.к}}^{n_y}$.

Балансувальні криві визначають зусилля на штурвальній колонці і відхилення штурвальної колонки, необхідні для здійснення балансування літака в різних режимах польоту, що встановилися. Оскільки зазвичай режим польоту характеризується числом M , чи приладовою швидкістю $V_{\text{пр}}$ (або швидкісним натиском q), а також величиною навантаження n_y , або коефіцієнтом c_y , то будують сімейство кривих, що визначають характер зміни балансувальних зусиль і відхилень у функції, принаймні двох з вищенаведених параметрів, що характеризують режим польоту (наприклад, за швидкістю V і перевантаженням n_y). На практиці як балансувальні криві великого поширення набули криві, що визначається залежностями:

$$\begin{aligned}\delta_{\text{в.бал}} &= f(q \text{ або } V) \text{ при } n_y = \text{var} \\ \delta_{\text{в.бал}} &= f(c_y) \text{ при } n_y = \text{var}.\end{aligned}$$

Ми розглянемо лише залежності, що відповідають $n_y = 1$ ($\Delta n_y = 0$), тобто балансувальні криві горизонтального прямолінійного польоту.

Величина $\delta_{\text{в.бал}}$ називається балансувальним кутом відхилення керма висоти (при відхиленні керма висоти, що дорівнює балансувальному для

даного режиму польоту, величина поздовжнього моменту щодо центру тяжкості літака дорівнює нулю). Рівняння моментів щодо осі Oz1 запишеться так:

$$M_{z_A} - Py_P \cos \alpha_0 = 0,$$

де $M_{za} = m_z q S b_A$ - аеродинамічний момент щодо осі Oz1

В режимі польоті з прибраними закрилками ($\delta_{зак} = 0$) коефіцієнт поздовжнього моменту $m_z = f(c_y, \varphi, \delta_b)$, тобто коефіцієнт m_z , можна подати у вигляді:

$$m_z = m_{z0} + m_z^{c_y} c_y + m_z^{\varphi} \varphi + m_z^{\delta_b} \delta_b$$

і позначити

$$m_{z_A \underline{x}_{реж}} = m_{z0} + m_z^{c_y} c_y + m_z^{\varphi} \varphi;$$

$$m_{z_T} = -\frac{Py_P \cos \alpha_0}{q S b_A} = -(c_x + c_y \operatorname{tg} \theta_0) \frac{y_P}{b_A},$$

Отримаємо

$$\delta_{в.бал} = -\frac{m_{z_A \underline{x}_{реж}} + m_{z_T}}{m_z^{\delta_b}}. \quad (2.17) [16]$$

Таким чином, балансувальне положення керма висоти визначається:

1) центруванням літака (через коефіцієнт $m_z^{c_y}$),

2) кутом установки стабілізатора φ

3) коефіцієнтом $m_z^{\delta_b}$

4) режимом польоту, що характеризується:

- кутом атаки або коефіцієнтом підйомної сили c_{y+} в даному режимі;

- числом М режиму через коефіцієнти m_{z0} , $m_z^{c_y}$ і $m_z^{\delta_b}$, які є функціями

числа М;

- швидкісним напором режиму або $V_{\text{приб}}$, оскільки коефіцієнт підйомної сили c_y можна для прямолінійного горизонтального польоту виразити через швидкісний натиск, вагу та розміри літака, тобто:

$$c_y = \frac{Y}{qS} = \frac{G}{S} \frac{1}{q}.$$

Розгорнутий вираз для балансувального положення керма висоти записується у вигляді:

$$\delta_{\text{в.бал}} = \frac{1}{n_b} \left[\frac{m_{z0 \text{ б.г.о}}}{kA_{\Gamma.0}a_{\Gamma.0}} - \alpha - \varphi + \varepsilon_{\phi} + \frac{m_z^{c_y}}{kA_{\Gamma.0}a_{\Gamma.0}} c_y \right]; \quad (2.18)$$

$$\delta_{\text{в.бал}} = \frac{1}{n_b} \left[\frac{m_{z0 \text{ б.г.о}}}{kA_{\Gamma.0}a_{\Gamma.0}} - \alpha - \varphi + \varepsilon_{\phi} + \frac{G}{S} \frac{m_z^{c_y}}{kA_{\Gamma.0}a_{\Gamma.0}} \frac{1}{q} \right]. \quad (2.19) [16]$$

Для стійкого перевантаження літака вид балансувальних кривих показаний на рис. 2.9 (суцільною лінією – балансувальні криві дозвукового літака, пунктирною – надзвукового літака).

Для балансувальних кривих надзвукового літака при $M=0,8/1,05$ характер порушення монотонності їх протікання, або, як часто кажуть, характерна наявність «ложки»,

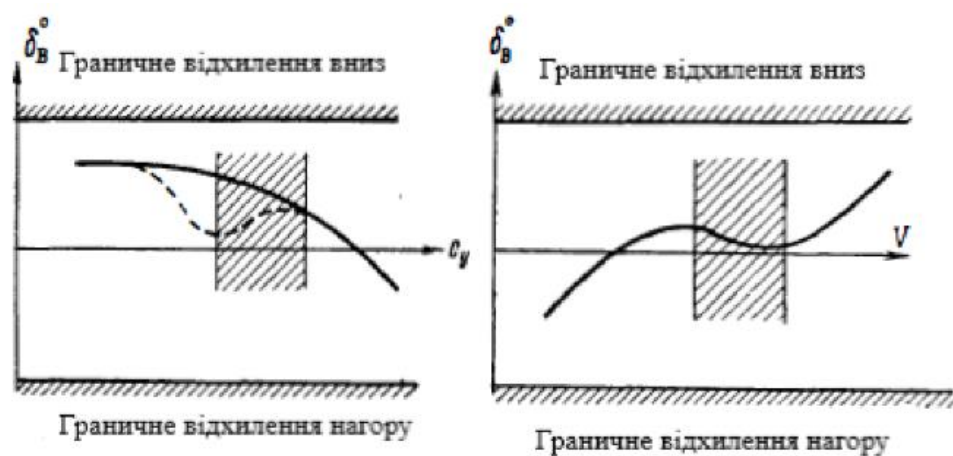


Рис. 2.9. Зразковий вид кривальних балансувальних за коефіцієнтом c_y і швидкості польоту

Джерело: [14, с.33-43]

обумовленої появою нестійкості за швидкістю (в цьому діапазоні чисел M), яка викликана в основному різким усуненням фокусу літака назад і зменшенням впливу скошу потоку. Це призводить до порушення звичних для льотчика рухів штурвальною колонкою для здійснення балансування літака при переході з одного режиму польоту на інший до появи подвійних рухів важелів управління.

Дійсно, при збільшенні швидкості польоту для запобігання викривленню траєкторії необхідно зменшити кут атаки, ніби притиснути літак і для цього перемістити штурвальну колонку від себе (створити позитивне збільшення кута відхилення керма). Таким чином, при розгонах льотчик, переміщуючи штурвальну колонку від себе, ніби підштовхує літак уперед. При зменшенні швидкості необхідно збільшити кут атаки, для чого потрібно перемістити колонку на себе, тобто льотчик ніби утримує літак. Такі рухи штурвальною колонкою менімонічно зручні і тому льотчики до них звикли. Таким чином, для нормального пілотування вид балансувальних кривих повинен бути таким, щоб у всьому діапазоні робочих режимів забезпечувалися такі умови:

$$\frac{\partial \delta_{\text{в.бал}}}{\partial V} > 0 \text{ та } \frac{\partial \delta_{\text{в.бал}}}{\partial c_y} < 0.$$

Під час проходження «ложки» мнемоніка управління порушується. У цьому діапазоні чисел M , щоб змінити режим польоту, льотчик повинен відхилити штурвальну колонку, наприклад, при розгоні від себе, і для того, щоб зберегти режим горизонтального польоту, він змушений залежно від поточного значення швидкості змінювати напрямок переміщення колонки. Ці зміни напрямку руху штурвальної колонки тим інтенсивніше, чим інтенсивніше відбувається розгін (гальмування) літака і чим «глибше» ложка у даного літака.

За наявності «ложки» і за порівняно повільні: розгонах льотчик, здійснюючи звичні рухи штурвальною колонкою (тобто переміщуючи її від себе), посилюватиме властиве літаку «затягування в пікірування». При проходженні навколосвукової швидкості при гальмуванні фокус також інтенсивно переміщається, але тільки вперед, що призводить до появи моменту, що кабриює. При здійсненні льотчиком звичних рухів для забезпечення балансування може відбутися суттєве закидання нормального навантаження. Це ускладнюється ще й тим, що часто процес гальмування відбувається інтенсивно, за короткий проміжок часу, тому льотчику не так просто встигнути зреагувати на зміну фокусу літака. У цьому сенсі через закидання нормального перевантаження гальмування літака може виявитися небезпечнішим за розгін. Все це потребує спеціальної підготовки льотчика для проходження навколосвукових швидкостей. Крім цього, величини градієнтів $\partial\delta_{\text{в.бал}}/\partial V$ та $\partial\delta_{\text{в.бал}}/\partial c_y$ повинні бути строго лімітовані, бо інакше при надмірно малих значеннях цих градієнтів літак буде «суворий в управлінні», а при надмірно великих - важкий в управлінні. Таким чином, забезпечення нормального виду балансувальних кривих є одним із найважливіших завдань при виборі параметрів літака.

На сучасних надзвукових літаках для нормальної керованості при розгонах і гальмуваннях в діапазоні навколосвукових швидкостей до системи поздовжнього управління іноді включають спеціальний автомат балансування, який дозволяє льотчику при проходженні «ложки» здійснювати звичні для нього рухи штурвальною колонкою.

І так, для нормальної керованості балансувальні криві літака повинні відповідати таким вимогам:

- 1) завжди виконується умова

$$\partial\delta_{\text{в.бал}} < \partial\delta_{\text{в.пред}};$$

- 2) у всіх діапазонах робочих режимів має бути

$$\frac{\partial \delta_{\text{в.бал}}}{\partial V} > 0 \text{ та } \frac{\partial \delta_{\text{в.бал}}}{\partial c_y} < 0; \quad (2.20)$$

3) величини градієнтів $\partial \delta_{\text{в.бал}}/\partial V$ та $\partial \delta_{\text{в.бал}}/\partial c_y$ повинні бути строго лімітовані.

Градiєнти $P_{\text{ш.к}}^V$ і $X_{\text{ш.к}}^V$. На практиці потрібно іноді визначити зусилля на штурвальній колонці та витрату переміщення штурвальної колонки, необхідні для переведення літака з одного режиму польоту, що встановився на інший, що відрізняється на одиницю швидкості при $n_y = 1$. Використовуючи залежність $f(V)$, за допомогою співвідношень.

$$\delta_b = \frac{P_{\text{ш.к}}}{k_{\text{ш}} M_{\text{ш}} \delta} \text{ та } \delta_b = k_{\text{ш}}^* X_{\text{ш.к}},$$

легко перейти до залежностей

$$P_{\text{ш.к бал}} = f(V); X_{\text{ш.к бал}} = f(V),$$

де

$P_{\text{ш.к бал}}$ - зусилля, необхідне для балансування літака на даному режимі;

$X_{\text{ш.к бал}}$ - балансування відхилення штурвальної колонки на даному режимі польоту літака.

Маючи ці залежності, можна визначити ще два градієнти - $P_{\text{ш.к}}$ і $X_{\text{ш.к}}$, а саме:

$$P_{\text{ш.к}}^V = \frac{\partial P_{\text{ш.к}}}{\partial V}; X_{\text{ш.к}}^V = \frac{\partial X_{\text{ш.к}}}{\partial V},$$

звані відповідно коефіцієнтом витрати зусилля на штурвальній колонці на швидкість і коефіцієнтом витрати переміщення штурвальної колонки на швидкість. З наведених виразів очевидно, перший градієнт характеризує зміна зусилля, а другий - ходу штурвальної колонки за швидкістю польоту.

Для нормальної керованості характерно, щоб при розгонах $P_{ш.к}^V > 0$ і $X_{ш.к}^V > 0$, при тормозіннях $P_{ш.к}^V < 0$ і $X_{ш.к}^V < 0$.

Природно, що за проходження «ложки» ці умови при безбустерному управлінні порушуватимуться. І тут льотчику доводиться утримувати літак від мимовільного зміни швидкості польоту, що ускладнює звичні при розгонах і гальмування маніпуляції льотчика.

Загалом, градієнт $P_{ш.к}^V$ грає в пілотуванні літака меншу роль, ніж градієнти так як $P_{ш.к}^{n_y}$ і $P_{ш.к}^{X_{ш.к}}$ він переважно характеризує керованість літака лише за малих відхиленнях від встановленого режиму польоту. Це пояснюється тим, що процес зміни швидкості польоту повільніший, ніж процес зміни вертикального навантаження, і льотчик встигає стримувати зусилля на штурвальній колонці.

2.3 Пряма та зворотна керованість по куту нахилу траєкторії

Вище зазначалося, що хороша керованість літака дозволяє легко і швидко здійснити повернення літака до вихідного режиму при впливі на нього зовнішніх збурень і без особливої напруги витримувати точно задану траєкторію польоту.

У вертикальній площині траєкторний рух часто характеризується кутом нахилу траєкторії θ . З погляду керованості нас цікавитиме лише знак статичного значення кута нахилу траєкторії при відхиленні керма висоти. Тому цю характеристику віднесемо до статичних характеристик керованості.

Прямою керованістю літака по куту нахилу траєкторії називається така керованість літака, при якій негативному відхиленню керма висоти $\delta_b < 0$ (кермо відхиляється вгору) відповідає позитивне зміна кута нахилу траєкторії (літак набирає висоту), тобто:

$$\text{sign}\theta \neq \text{sign}\delta_b. \quad (2.21) [16]$$

В іншому випадку буде зворотна керованість. Розглянемо, за яких умов у літака може мати місце зворотна керованість по куту нахилу траєкторії.

Отримана з рівнянь короткоперіодичного збуреного руху передатна функція кута нахилу траєкторії на одиничне збурення (стрибкоподібне переміщення штурвальної колонки) записується в такому вигляді:

$$W_{\frac{\theta}{X_{ш.к}}}(p) = -\frac{k_{ш}^* k_c}{p(T_a^2 p^2 + 2\zeta_a T_a p + 1)}, \quad (2.22) [11]$$

де $k_c = \frac{c_3 c_4}{c_2 + c_1 c_4}$ - коефіцієнт посилення літака

Нехтуючи динамікою встановлення кута атаки літака при переміщенні штурвальної колонки, вираз (2.22) можна подати у вигляді:

$$W_{\frac{\theta}{X_{ш.к}}}(p) = -\frac{k_{ш}^* k_c}{p}. \quad (2.23) [11]$$

Оскільки коефіцієнт кінематичної передачі $k_{ш}^*$ - величина позитивна, то знак передавальної функції (2.23) повністю визначається коефіцієнтом посилення літака $k_c > 0$

Таким чином, якщо величина коефіцієнта $k_c > 0$, то керованість літака по куту нахилу траєкторії пряма в короткоперіодичному русі, якщо $k_c < 0$, то керованість – зворотна. У літаків, стійких до перевантаження, літаки завжди $k_c > 0$. Отже стійкі по перевантаженню літаки завжди мають короткопрямую періодичну керованість обуреному по кутку руху. нахилу траєкторії. Оскільки як правило, у літаків нестійкість короткоперіодичного обуреного руху усувається, то надалі в основному розглядатимемо літак, стійкий у короткоперіодичному русі.

$$r_1 = 0, \quad (2.24) [16]$$

Отримаємо передатну функцію по куту нахилу траєкторії θ при відхиленні керма висоти δ_b . Вона записується так:

$$W_{\delta_b}^{\theta}(p) = -\frac{c_3[c_4p - e_2(c_7 + c_8) + e_1c_4]}{c_2p^2 + [c_2e_1 - e_3(c_7 + c_8)p + c_2c_7e_2 + c_4c_7e_3]} \quad (2.25) [11]$$

З цієї передатної функції можна отримати вираз для значення кута нахилу траєкторії, що встановився.

$$\theta_{уст} = -\frac{c_3[e_1c_4 - e_2(c_7 + c_8)]}{c_2c_7e_2 + c_4c_7e_3} \delta_{в.уст} \quad (2.26) [11]$$

Таким чином, з виразу (2.26) слід, що зворотна керованість літака по куту нахилу траєкторії θ у довгоперіодичному обуреному русі може насупити у двох випадках, коли знаки чисельника та знаменника протилежні, ті при:

$$c_3[e_1c_4 - e_2(c_7 + c_8)] > 0; \quad c_2c_7e_2 + c_4c_7e_3 < 0,$$

При

$$c_3[e_1c_4 - e_2(c_7 + c_8)] < 0; \quad c_2c_7e_2 + c_4c_7e_3 > 0.$$

Перший випадок відповідає аперіодичної нестійкості довгоперіодичного збуреного руху. Оскільки аперіодичну нестійкість довгоперіодичного збуреного руху літака прагнуть не допускати, то вважатимемо, що літак аперіодично стійкий. Це справедливо більшості режимів польоту літака. Тому розглянемо випадок, як у виразі (2.26) знаменник позитивний, тобто $(c_2c_7e_2 + c_4c_7e_3) > 0$. (Відповідно, знак збільшення кута нахилу траєкторії $\Delta\theta$ при відхиленні руля висоти $\Delta\theta_v$ визначиться знаком чисельника виразу (2.26), а саме:

$$\text{sign}\theta \neq \text{sign}c_3[e_1c_4 - e_2(c_7 + c_8)]$$

Таким чином, якщо поєднання коефіцієнтів дає

$$c_3[e_1c_4 - e_2(c_7 + c_8)] > 0,$$

то літак має пряму керованість по куту нахилу траєкторії θ в довгоперіодичному обуреному русі. В іншому випадку. При

$$c_3[e_1 c_4 - e_2(c_7 + c_8)] < 0 \quad (2.27) [8]$$

буде спостерігатись обернена керованість літака по куту нахилу траєкторії. Уявимо вираз в квадратних дужках у розгорнутому вигляді [коефіцієнт c_3 завжди позитивний, тому знаку виразу (2.27) він змінити не може]. Маємо

$$\begin{aligned} & \frac{c_y^a}{m^2} \frac{QV}{2} S \left(c_x S QV + c_x^M M S \frac{QV}{2} - P^V \cos a_{\Gamma.П} \right) - \\ & - \frac{57,3}{m} \left(c_y + \frac{c_y^M M}{2} \right) \left(\frac{\sigma}{57,3} + \frac{c_x^a - c_y}{57,3 m} qS \right), \quad (2.28) [8] \end{aligned}$$

$$c_y = \frac{mg}{qS}; \quad c_x S QV + M S \frac{QV}{2} = \frac{\partial Q}{\partial V} = Q^V.$$

Враховуючи це і відкидаючи завідомо позитивні загальні множники, а також вважаючи $\cos a_{\Gamma.П} \approx 1$ вираз (2.28) можна записати наступним чином:

$$c_y^a \frac{V}{2} (Q^V - P^V) - \left(1 + \frac{c_y^M M}{2c_y} \right) g c_x^a m. \quad (2.29) [11]$$

Власні властивості літаку такі, що при $M < M_{кр}$ завжди мають місце нерівності:

$$c_y^M > 0; \quad c_x^a > 0, \quad (2.30) [16]$$

а при $M < M_{кр}$ можливі як нерівності (2.30), так і обернені їм нерівності, тобто $c_y^M \geq 0$ і $c_x^a > 0$. Окрім цього, як правило, на надзвукових швидкостях польоту величина другого доданку

$$1 + \frac{c_y^M M}{2c_y} \approx 1. [16]$$

Таким чином, знак другого доданку виразу (2.29) завжди позитивний. Відповідно, воно з точки зору прямої керованості по куту нахилу траєкторії є не сприятливим.

Знак першого доданку виразу (2.29) визначається знаком різності похідних по швидкості від сили лобового опору (потрібної тяги) та наявної тяги, тобто знак першого доданку на даному режимі польоту залежить від характеру кривих потрібної та наявної тяги. При несприятливому характері зміни кривих потрібної та наявної тяг, коли $(Q^v - P^v) < 0$ літак матиме зворотну керованість довгоперіодичному русі по куту нахилу траєкторії при відхиленні штурвальної колонки. На дозвукових режимах польоту точка 2 відповідає так званому другому режиму планування. Точка 2 може бути і на надзвукових режимах польоту.

Зворотна керованість по куту нахилу траєкторії виявляється в тому, що при відхиленні керма висоти протягом декількох перших секунд (у короткоперіодичному русі) літак матиме нормальну реакцію на переміщення штурвальної колонки, а потім зі зміною швидкості польоту почне змінюватися знак збільшення кута нахилу траєкторії. Це явище істотно ускладнює пілотування літака. Внаслідок цього, впливаючи лише на штурвальну колонку, льотчик мимоволі розгойдує літак під час стабілізації траєкторії польоту. Говорити в цьому випадку про точність витримування траєкторії польоту немає сенсу. [12, с.129-132]

Несприятливий характер зміни кривих потрібної і наявної тяг, за наявності невеликого по абсолютній величині коефіцієнта m_z^M може призвести, як відомо, до коливальної нестійкості літака в довгоперіодичному обуреному русі. Все це разом взяте робить процес стабілізації такого літака на заданій траєкторії вкрай стомлюючим, і якщо врахувати, що горизонтальний політ літака є одним з основних режимів польоту, то, цілком природно, про такий літак не можна сказати, що він добре керований.

РОЗДІЛ 3. МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ЛІТАКА В ПОЗДОВЖНЬОМУ РУСІ

В представленій роботі будемо досліджувати виключно короткоперіодичний рух об'єкта керування в поздовжньому напрямку. В такому випадку рівняння динаміки можна уявити в наступному вигляді:

$$\{p(p + c_2)\theta + (c_5p + c_2)\alpha = -c_3\delta_B + M_Z - p\theta + (p + c_4)\alpha = 0$$

θ – кут тангажа

α – кут атаки

δ_B – відхилення рулів висоти

M_Z – момент збурення по осі Z

$$\begin{aligned} c_1 &= -\frac{m_z^{w_z}}{\tau_{zz}} \frac{\rho v}{2} S b_A^Z \\ c_2 &= -\frac{m_z^{\alpha}}{\tau_{zz}} \frac{\rho v^2}{2} S b_A^A \\ c_4 &= -\frac{c_y^{\alpha} + c_x}{m} \frac{\rho v}{2} S \\ c_5 &= -\frac{m_z^{\alpha}}{\tau_{zz}} \frac{\rho v}{2} S b_A^Z \\ c_1 &= -\frac{m_z^{\delta_B}}{\tau_{zz}} \frac{\rho v^2}{2} S b_A \end{aligned}$$

$$W(p) = \frac{p + c_4}{p(p^2 + (c_1 + c_4 + c_5)p + (c_2 + c_1 c_4))} = \frac{k(T_1 p + 1)}{p(T_2^2 p^2 + 2z T_2 p + 1)} \quad (3.1) [16]$$

Передатна функція об'єкта керування

Позначено:

$$\begin{aligned} k &= \frac{c_4}{c_2 + c_1 c_4} \quad \text{— коефіцієнт передачі} \\ T_1 &= \frac{1}{c_4} \quad \text{— постійна часу} \\ T_2 &= \frac{1}{\sqrt{c_2 + c_1 c_4}} \quad \text{— постійна часу} \end{aligned}$$

$$\varepsilon = \frac{c_1 + c_4 + c_5}{2\sqrt{c_2 + c_1 c_4}} - \text{відносний коефіцієнт згасання}$$

Значення коефіцієнтів передатної функції прийемо відповідно до таб.3.1

Таб. 3.1 Значення коефіцієнтів

Позначення	Значення
k	0,1 $\frac{1}{c}$
T_1	5 с
T_2	2 с
з	0,02

3.1 Аналіз динамічних характеристик в часовій області

Розглянемо вагову характеристику ОК, яка визначається:

$$W(t) = L^{-1}\{w(p)\} = L^{-1}\left\{\frac{k(T_1 p + 1)}{p(T_2^2 + p^2 + 2zT_2 p + 1)}\right\}$$

Розкладемо вираз у фігурних дужках:

$$\frac{k(T_1 p + 1)}{p(T_2^2 p^2 + 2zT_2 p + 1)} = \frac{A}{p} + \frac{B_p + c}{T_2^2 p^2 + 2zT_2 p + 1}$$

$$A(T_2^2 p^2 + 2zT_2 p + 1) + p(B_p + c) = k(T_1 p + 1)$$

$$\begin{array}{l|l} p^2 & AT_2^2 + B = 0 \quad \rightarrow B = -kT_2^2 \\ p^1 & A2zT_2 + c = kT_1 \rightarrow c = kT_1 - k2zT_2 \\ p^0 & A = k \end{array}$$

Тоді

$$W(t) = L^{-1}\left\{\frac{k}{p} - \frac{kT_2^2 - kT_1 + k2zT_2}{T_2^2 p^2 + 2zT_2 p + 1}\right\} = k\left[1(t) - L^{-1}\left\{\frac{p + \frac{2z}{T_2} - \frac{kT_1}{T_2^2}}{(p + \frac{z}{T_2})^2 + \frac{1-z^2}{T_2^2}}\right\}\right]$$

Позначимо $a = \frac{\varepsilon}{T_2}$

$$W\theta = \frac{\sqrt{1 - \zeta^2}}{T_2}$$

$$W(t) = k \left[1(t) - L^{-1} \left\{ \frac{p+a}{(p+a)^2 + w_\theta^2} + \frac{\frac{\zeta^2}{T_2} - \frac{kT_1}{T_2^2}}{(p+a)^2 + w_\theta^2} \right\} \right] = k \left[1(t) - e^{-at} \cos w_\theta t - \frac{1}{w_\theta^2} \left(\frac{\zeta^2}{T_2} - \frac{kT_1}{T_2^2} \right) e^{-at} \sin w_\theta t \right]$$

Для побудови вагової характеристики скористаємось Simulink-моделлю системи, яка представлена на рис. 3.1.

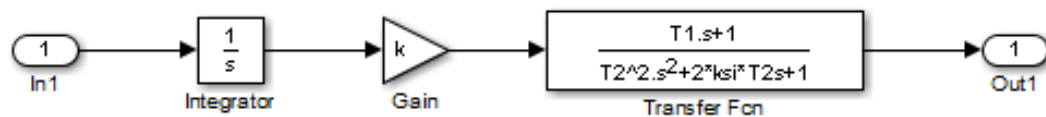


Рис. 3.1. Неперервна модель об'єкта керування в Simulink

Графік вагової характеристики наведено на рис. 3.2

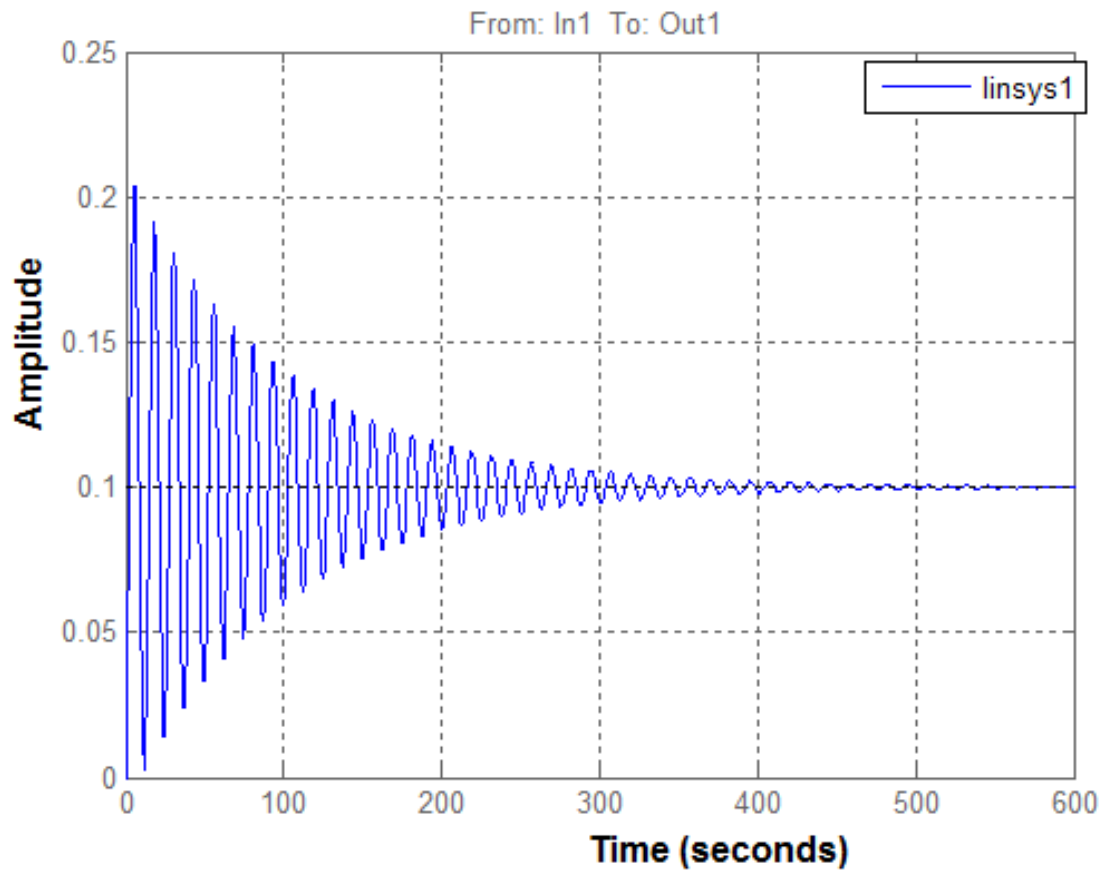


Рис. 3.2. Вагова характеристика

Розглянемо також перехідну характеристику ок, яка визначається:

$$h(t) = L^{-1} \left\{ \frac{W(p)}{p} \right\} = L^{-1} \left\{ \frac{k(T_1 p + 1)}{p(T_2^2 + p^2 + 2\zeta T_2 p + 1)} \right\};$$

$$\frac{k(T_1 p + 1)}{p(T_2^2 + p^2 + 2\zeta T_2 p + 1)} = \frac{A}{p} + \frac{B}{p^2} + \frac{C_p + D}{T_2^2 p^2 + 2\zeta T_2 p + 1}$$

$$A p(T_2^2 p^2 + 2\zeta T_2 p + 1) + B(T_2^2 p^2 + 2\zeta T_2 p + 1) + p^2(C_p + D) = k(T_1 p + 1)$$

p^3	$AT_2^2 + c = 0$	$\rightarrow C = -(kT_1 - k2\zeta T_2)T_2^2$
p^2	$A2\zeta T_2 + BT_2^2 + D = 0$	$\rightarrow D = -kT_2^2 - 2\zeta T_2(kT_1 - k2\zeta T_2)$
p	$A + B2\zeta T_2 = kT_1$	$\rightarrow A = kT_1 - k2\zeta T_2$
p^0	$B = k$	

Отже, перехідна характеристика:

$$h(t) = kL^{-1} \left\{ \frac{T_1 - 2\zeta T_2}{p} + \frac{1}{p^2} - (T_1 - 2\zeta T_2) \frac{T_2^2 p + 2\zeta T_2 + \frac{T_2^2}{T_1 - 2\zeta T_2}}{T_2^2 p^2 + 2\zeta T_2 p + 1} \right\} = k \left[(T_1 - 2\zeta T_2) * 1(t) + t - (T_1 - 2\zeta T_2) L^{-1} \left\{ \frac{p + \frac{2\zeta}{T_2} + \frac{1}{T_1 - 2\zeta T_2}}{(p + \frac{\zeta}{T_2}) + \frac{1 - \zeta^2}{T_2^2}} \right\} \right] = k \left[(T_1 - 2\zeta T_2) 1(t) + t - (T_1 - 2\zeta T_2) \frac{e^{-at} \cos w_\theta t - (1 + \frac{\zeta}{T_2} (T_1 - 2\zeta T_2)) e^{-at} \sin w_\theta t}{w_\theta} \right]$$

Графік перехідної характеристики наведено на рис. 3.3

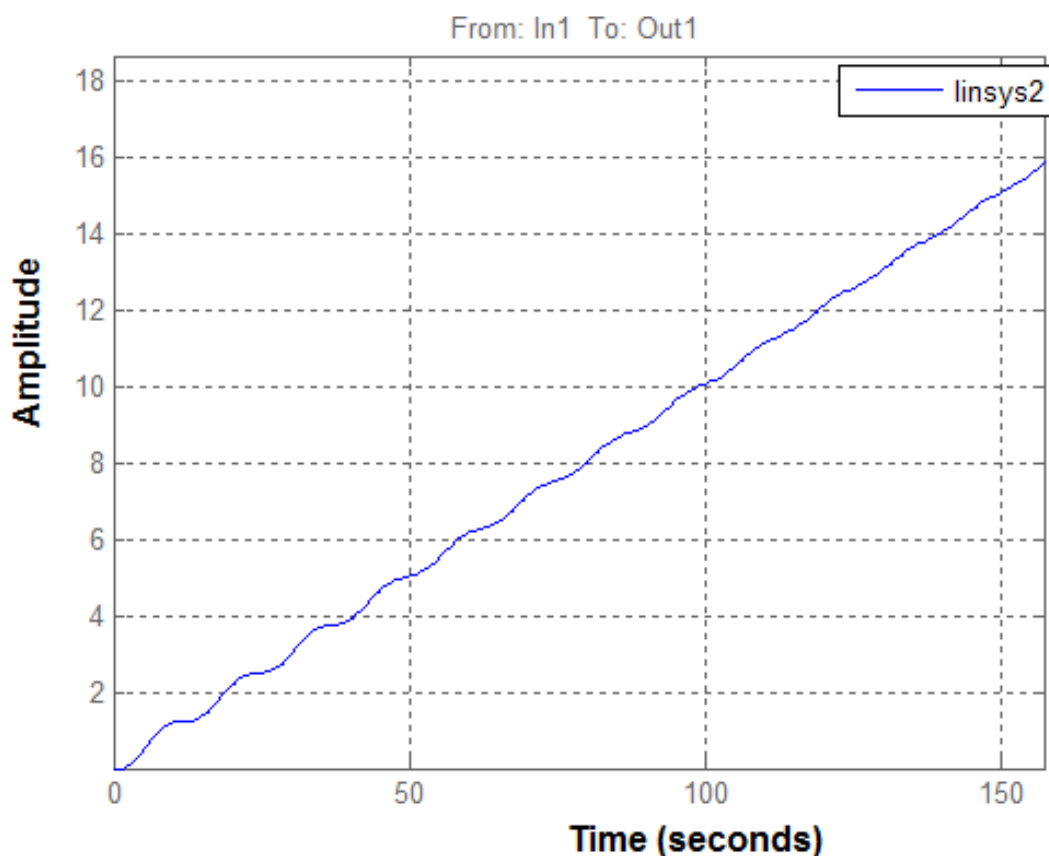


Рис. 3.3. Перехідна характеристика

З аналізу графіків вагової та перехідної характеристик видно, що об'єкт керування є інерційною інтегруючою ланкою. Інерційність визначається постійною часу T_2 та відповідною їй частотою w_θ . Малі значення відносного

коефіцієнта згасання $\zeta = 0,02$ визначає затягнутий перехідний процес в розімкненій системі

3.2 Аналіз частотних характеристик об'єкта керування

Для визначення частотних характеристик ОК зробимо заміну

$$P=jw$$

$$W(jw)=\frac{k(T_1 jw+1)}{jw(-T_2^2 w^2+2\zeta T_2 jw+1)} \quad (3.2) [16]$$

Частотна передатна функція (3.2) може бути зображена у вигляді амплітудно-фазової частотної характеристики (Годографа Найквіста). Для цього виділимо в ній дійсну та уявну частини:

$$W(jw)=\frac{k(T_1 jw+1)}{-2\zeta T_2 w^2+j(1-T_2^2 w^2)} \frac{-2\zeta T_2 w^2-j(1-T_2^2 w^2)}{-2\zeta T_2 w^2-j(1-T_2^2 w^2)}$$

$$P(w)=\frac{k(-T_1 w 2\zeta T_2 w^2 - w^2(1-T_2^2 w^2))}{4\zeta^3 T_2^2 w^4 + (1-T_2^2 w^2)w^2};$$

$$P(w)=\frac{k-(T_1 w 2\zeta T_2 w^2 - w^2(1-T_2^2 w^2))}{4\zeta^3 T_2^2 w^4 + (1-T_2^2 w^2)w^2}$$

Амплітудно-частотна характеристика є модулем частотної передатної функції:

$$N(w)=|W(jw)| = \frac{k\sqrt{1+T_1^2 w^2}}{w\sqrt{(1-T_2^2 w^2)^2 + 4\zeta^3 T_2^2 w^2}}$$

Фазочастотна характеристика є аргументом частотної передатної функції:

$$\gamma(w) = \arg w(jw) = \arctg T_1 w - 90^\circ - \arctg \frac{2\zeta T_2 w}{1 - T_2^2 w^2}$$

Враховуючи наявність трьох динамічних ланок: форсуючої, інтегруючої та аперіодичної в передатній функції ОК будемо розглядати графіки АЧХ та ФЧХ в логарифмічному масштабі. Логарифмічна АЧХ визначається виразом:

$$L(\omega) = 20 \lg k + 20 \lg \sqrt{1 + T_1^2 \omega^2} - 20 \lg \lg \omega - 20 \lg \lg \sqrt{(1 - T_2^2 \omega^2)^2 + 4\zeta^2 T_2^2 \omega^2}$$

Графіки ЛАЧХ та ЛФЧХ представлені на рис 3.4

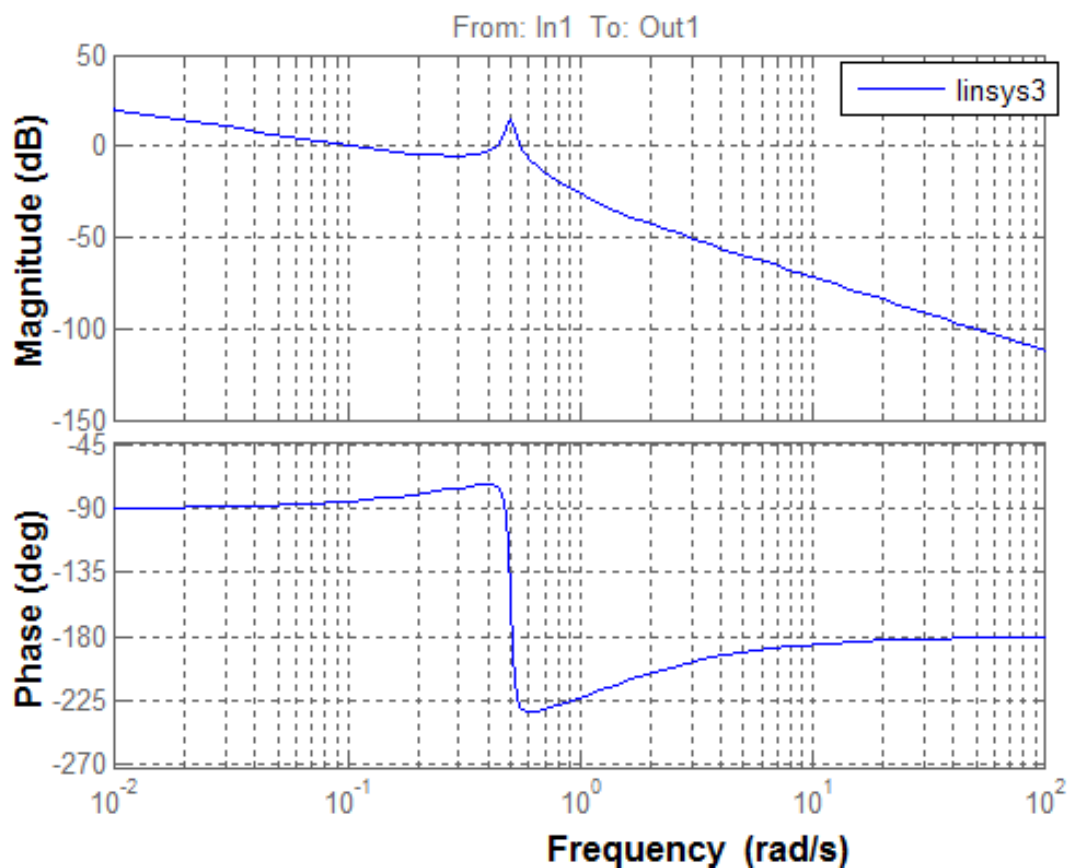


Рис. 3.4. Логарифмічні частотні характеристики

3.3 Розробка математичної моделі об'єкта керування в дискретній області

Враховуючи сучасні тенденції розвитку систем автоматичного керування рухомими об'єктами, розглянемо досліджуваний об'єкт керування в дискретній області. Для створення математичної моделі будемо використовувати відомий апарат Z-перетворення неперервних передатних функцій з врахуванням екстраполяра нульового порядку:

$$W_e(p) = \frac{1 - z^{-1}}{p}$$

Дискретна передатна функція об'єкта може бути представлена у вигляді:

$$W(z) = Z\{W(p) * W_e(p)\} = Z\left\{\frac{1-z^{-1}}{p} * \frac{k(T_1 p + 1)}{p(T_2^2 p^2 + 2zT_2 p + 1)}\right\}$$

Враховуючи властивості перетворення:

$$W(z) = \frac{z-1}{z} Z\left\{\frac{k(T_1 p + 1)}{p(T_2^2 p^2 + 2zT_2 p + 1)}\right\}$$

Скористаємось розкладанням, яке було отримане при визначенні перехідної характеристики:

$$\begin{aligned} \frac{k(T_1 p + 1)}{p(T_2^2 p^2 + 2zT_2 p + 1)} &= \frac{1}{p^2} + \frac{T_1 - 2zT_2}{p} - (T_1 - 2zT_2) \frac{p + a}{(p + a)^2 + w_\theta^2} - \\ &\quad - \frac{1(-\frac{3}{T_2}(T_1 - 2zT_2))}{w_\theta} * \frac{w_\theta}{(p + a)^2 + w_\theta^2} \end{aligned}$$

Відповідно до таблиці Z-перетворення:

$$Z\left\{\frac{1}{p^2}\right\} = \frac{T_0 z}{T(z-1)^2};$$

$$Z\left\{\frac{1}{p}\right\} = \frac{z}{z-1};$$

$$Z\left\{\frac{p+a}{(p+a)^2+w_\theta^2}\right\}=\frac{z^2-z\,dcoscos\,w_\theta\,T_0}{z^2-2z\,dcoscos\,w_\theta\,T_0+d^2};$$

$$Z\left\{\frac{w_\theta}{(p+a)^2+w_\theta^2}\right\}=\frac{z\,dT_0}{z^2-2z\,dcoscos\,w_\theta\,T_0+d^2};$$

де T_0 – період дискретизації

$$d = e^{-aT_0}$$

Таким чином:

$$W(z)=\left[\frac{T_0z}{(z-1)^2}+\frac{(T_1-2zT_2)z}{z-1}-\frac{(T_1-2zT_2)(z^2-z\,dcoscos\,w_\theta\,T_0)}{z^2-2z\,dcoscos\,w_\theta\,T_0+d^2}-\frac{1-\frac{3}{T_2}(T_1-2zT_2)}{w_\theta}\right]*$$

$$\frac{z\,dsinw_\theta T_0}{z^2-2z\,dcosw_\theta T_0+d^2}\Bigg]*\frac{z-1}{z}=\frac{b_1z^2+b_1z+b_0}{(z-1)(z^2-2z\,dcoscos\,w_\theta\,T_0+d^2)}$$

$$b_2 = \left[T_0 - (T_1 - 2zT_2)dcos\omega_\theta T_0 - \frac{1 + a(T_1 - 2zT_2)}{\omega_\theta} dsin\omega_\theta T_0 + (T_1 - 2zT_2) \right]$$

$$b_1 = [-2dT_0cos\omega_\theta T_0 + (T_1 - 2zT_2)2dcos\omega_\theta T_0 + (T_1 - 2zT_2)d^2 - 2(T_1 - 2zT_2)dcos\omega_\theta T_0 + 2\frac{1 + a(T_1 - 2zT_2)}{\omega_\theta} dsin\omega_\theta T_0 - (T_1 - 2zT_2)]$$

$$b_0 = [T_0d^2 - (T_1 - 2zT_2)d^2 + (T_1 - 2zT_2)dcos\omega_\theta T_0 - \frac{1 + a(T_1 - 2zT_2)}{\omega_\theta} dsin\omega_\theta T_0]$$

Для аналізу дискретної моделі ОК в області дискретного часу побудуємо перехідну характеристику. Для цього використаємо засоби пакету Simulink систем MATLAB.

Модель ОК представимо блоком дискретної передатної функції (рис. 3.5). Для порівняння у верхній частині схеми також наведено неперервну модель об'єкта керування.

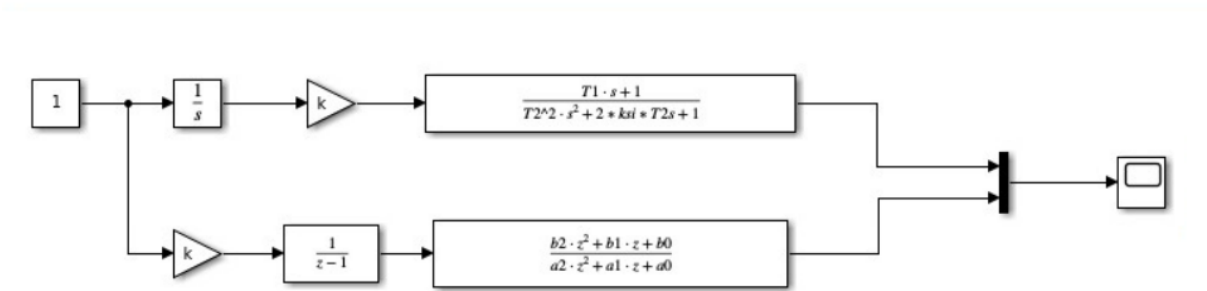


Рис. 3.5. Модель дискретної системи

Результат моделювання при одиночному входному сигналі наведено на рис.3.6

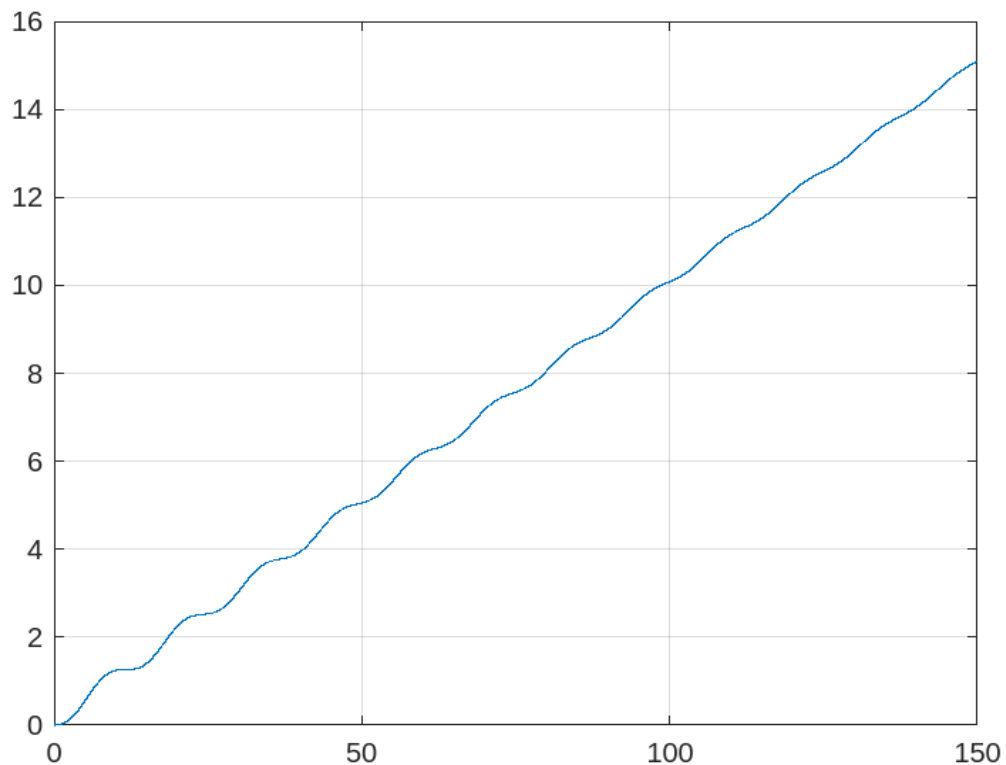


Рис.3.6. Перехідна характеристика дискретної системи

Порівнюючи графіки перехідних характеристик неперервної та дискретної систем можна зробити висновок, що отримана дискретна передатна функція ОК може використовуватися при побудові цифрових контурів керування об'єктом за кутом тангажу.

Проаналізуємо також частотні характеристики дискретної системи.
Зробимо підстановку

$$Z = \frac{1 + \frac{wT_0}{2}}{1 - \frac{wT_0}{2}} \quad \text{в дискретну передатну функцію } W(z)$$

$$W(w) = W(z) = \frac{1 + \frac{wT_0}{2}}{1 - \frac{wT_0}{2}} + \frac{b_2 \left(\frac{1 + \frac{wT_0}{2}}{1 - \frac{wT_0}{2}} \right)^2 + b_1 \left(\frac{1 + \frac{wT_0}{2}}{1 - \frac{wT_0}{2}} \right) + b_0}{\left(\frac{1 + \frac{wT_0}{2}}{1 - \frac{wT_0}{2}} - 1 \right) \left(\frac{1 + \frac{wT_0}{2}}{1 - \frac{wT_0}{2}} \right)^2 - 2 \left(\frac{1 + \frac{wT_0}{2}}{1 - \frac{wT_0}{2}} \right) d \cos \cos w_\theta T_0 + d^2}$$

Після перетворень отримаємо:

$$W(w) = \frac{k(T_3 w + 1) \left(-\frac{wT_0}{2} + 1 \right)}{w(T_4^2 w^2 + 2z_d T_4 w + 1)}$$

Для отримання псевдочастотних характеристик підставимо $w = j\lambda$

$$W(j\lambda) = \frac{k(T_3 j\lambda + 1) \left(-\frac{j\lambda T_0}{2} + 1 \right)}{j\lambda(-T_4^2 \lambda^2 + 2z_d T_4 j\lambda + 1)}$$

тоді

$$L(\lambda) = 20 \lg |W(j\lambda)|$$

$$\varphi(\lambda) = \arg W(j\lambda)$$

Побудову псевдочастотних характеристик дискретної моделі об'єкта керування будемо проводити за допомогою програмних засобів MATLAB:

$$k = 0.1;$$

$$T_2 = 2;$$

$$T_1 = 1;$$

$$k_{si} = 0.02;$$

$$T_0 = 0.01;$$

$$d = \exp(-T_0 * k_{si} / T_2);$$

$$a = k_{si} / T_2;$$

```

w0 = sqrt(1-ksi^2)/T2;
t = 0:0.1:150;
b2 = T0-(T1-2*ksi*T2)*d*cos(w0*T0)-(1+a*(T1-2*ksi*T2))/w0*d*sin(w0*
T0)+(T1-2*ksi*T2)
b1 = -2*T0*d*cos(w0*T0)+(T1-2*ksi*T2)*d^2+2*(1+a*(T1-2*ksi*T2))/w0
*d*sin(w0*T0)-(T1-2*ksi*T2)
b0 = T0*d^2-(T1-2*ksi*T2)*d^2+(T1-2*ksi*T2)*d*cos(w0*T0)-(1+a*(T1-
2*ksi*T2))/w0*d*sin(w0*T0)
a2 = 1
a1 = -2*d*cos(w0*T0)
a0 = d^2
lm = logspace(-2,4,500);
w = 1i*lm;
z = (1+w*T0/2)./(1-w*T0/2);
Wz = k*(b2*z.^2+b1*z+b0)./((z-1).*(a2*z.^2+a1*z+a0));
Lz = 20*log10(abs(Wz));
Wn=k*sqrt(1+T1^2*lm.^2)./(lm.*sqrt((1-T2^2*lm.^2).^2+ 4*ksi^2*T2^2*lm.^2));
Ln = 20*log10(abs(Wn));
fiz = unwrap(angle(Wz));
fin = unwrap(angle(Wn));
fin2 = atan(T1*lm)-pi/2-atan2(2*ksi*T2*lm,(1-T2^2*lm.^2));
subplot(2,1,1)
semilogx(lm,Lz,lm,Ln),grid
subplot(2,1,2)
semilogx(lm,fiz*180/pi,lm,fin2*180/pi),grid

```

В результаті, побудовані ЛАПЧХ та ЛФПЧХ дискретної моделі об'єкта (рис 3.7 - синій графік) в області низьких частот повторюють ЛАЧХ та ЛФЧХ неперервної передатної функції (рис 3.7 - червоний графік).

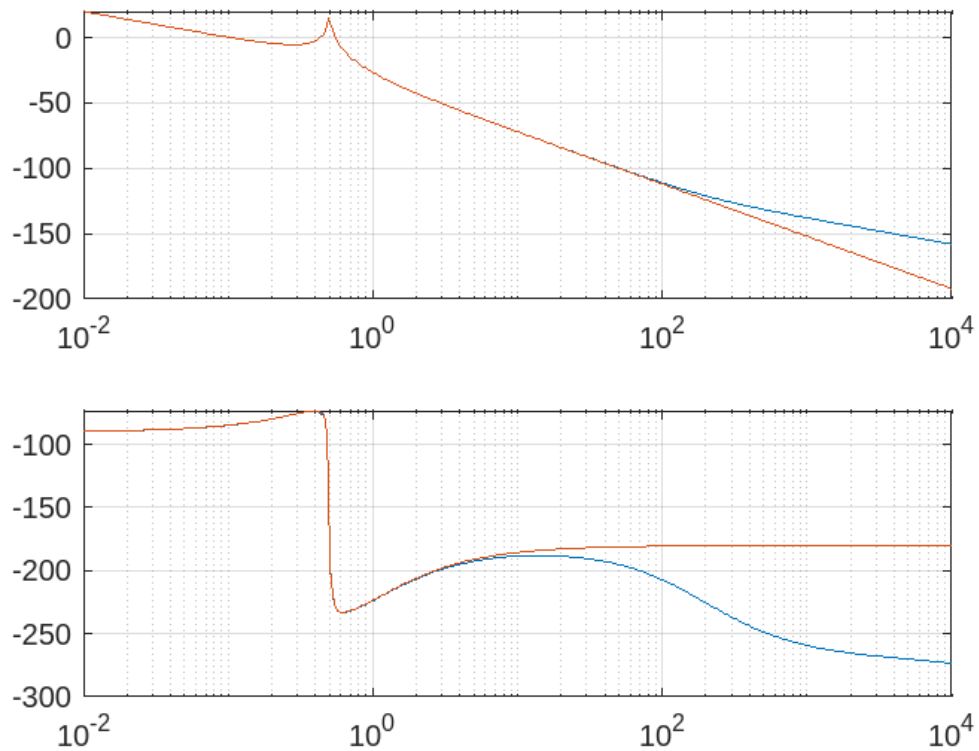


Рис. 3.7. Логарифмічні псевдочастотні характеристики

Таким чином, отримана дискретна модель об'єкта керування в часовій та частотній області відповідає вихідній неперервній передатній функції.

3.4 Аналіз стійкості об'єкта керування в дискретній області

Розімкнена система, очевидно, є нейтральною, що визначається наявністю множника $(z - 1)$ в знаменнику передатної функції $W(z)$.

Для аналізу стійкості дискретного об'єкта в замкненому контурі скористаємось критерієм Михайлова. Характеристичний поліном замкненої дискретної системи має вигляд:

$$D(z) = (z - 1)(z^2 - 2z d \cos w_{\theta} T_0 + d^2) + k(b_1 z^2 + b_1 z + b_0)$$

Побудуємо годограф Михайлова замкненої дискретної системи в діапазоні частот $[0; \pi/T_0]$, підставивши $z = \exp(jwT_0)$. Результат наведено на рис. 3.8

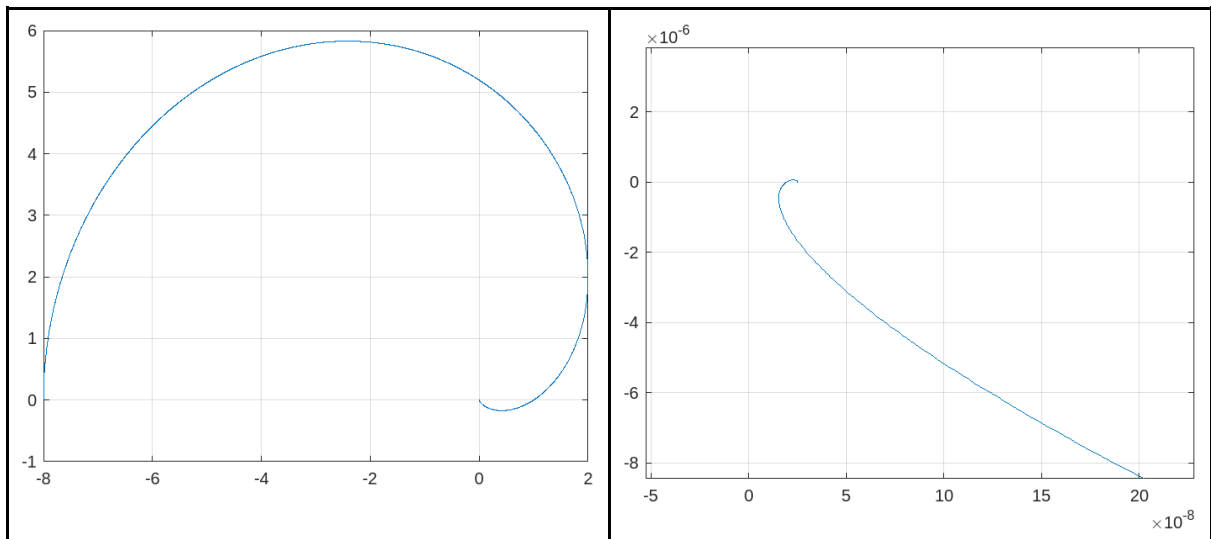


Рис. 3.8. Годограф Михайлова при $k=0,1$

Отже, при заданих значеннях параметрів об'єкта керування, замкнена система буде нестійкою, оскільки годограф не проходить 2 та 3 квадранти. Для забезпечення стійкості замкненої системи можна запропонувати зменшити коефіцієнт передачі $k=0,01$. В результаті отримаємо графік годографа Михайлова, представлений на рис 3.9.

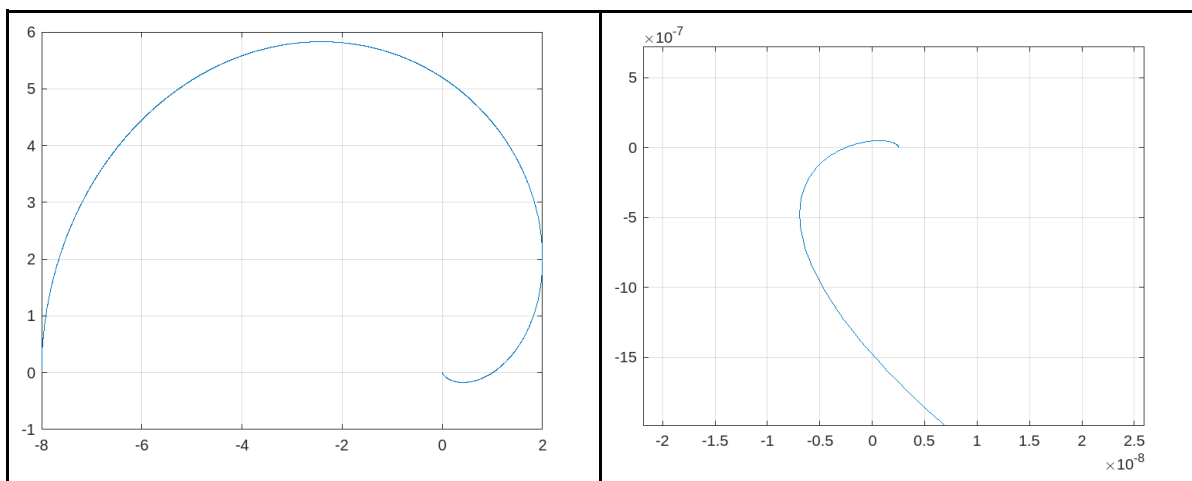


Рис. 3.9. Годограф Михайлова при $k=0,01$

Як видно з отриманого графіка, в даному випадку замкнена система буде стійкою, оскільки годограф послідовно проходить 1,2,3,4,1,2 квадранти при порядку характеристичного полінома $n=3$.

ВИСНОВКИ

У рамках даної роботи було проведено дослідження системи керування поздовжнім рухом об'єкта за кутом тангажу. Для досягнення цієї мети був виконан огляд динамічних моделей рухомих об'єктів та систем керування кутовим положенням, що надало необхідну теоретичну базу для подальших досліджень.

Під час аналізу було встановлено, що система керування поздовжнім рухом об'єкта за кутом тангажу має велике значення для забезпечення стабільності, маневреності та безпеки руху об'єкта. Вона відповідає за підтримання заданого кута тангажу та стабілізацію об'єкта у вертикальній площині.

У процесі аналізу було розглянуто різні компоненти системи керування, такі як датчики для вимірювання кута тангажу, актуатори для впливу на рух об'єкта та алгоритми керування для генерації відповідних керуючих сигналів. Важливою складовою системи є зворотний зв'язок, який дозволяє коригувати керуючі сигнали залежно від вимірювань кута тангажу і досягати бажаної стабільності та точності.

На основі аналізу математичної моделі була розроблена модель об'єкта керування в дискретній області. Були проведені дослідження перехідних та частотних характеристик цієї моделі, а також вивчена її стійкість. Для практичної реалізації була розроблена програмна модель в середовищі MATLAB, що дозволило провести моделювання та аналіз результатів.

На основі отриманих результатів можна зробити висновок, що розроблена система керування демонструє задовільні характеристики поздовжнього руху об'єкта за кутом тангажу. Вона забезпечує точність та стабільність керування, а також показує стійкість відносно впливу зовнішніх перешкод та випадкових збурень.

Отже, розроблена система керування поздовжнім рухом об'єкта за кутом тангажу є прогресивним та перспективним напрямком в області автоматизації та керування. Її застосування може знайти широке

використання в різних сферах, включаючи авіацію, космічну техніку, робототехніку та інші галузі, де точний та стабільний поздовжній рух об'єкта є важливим.

ВИКОРИСТАНІ ДЖЕРЕЛА:

1. Синєглазов В.М. Автоматизовані системи управління повітряних суден: Підручник / В.М. Синєглазов, М.К. Філяшкін – К.: НАУ, 2003. – 502 с.
2. Ільїн О.Ю.Пілотажно-навігаційні системи та комплекси./О.Ю. Ільїн, М.К Філяшкін, Ю.О. Черних – К.: Вид-во КІ ВПС, 1999.– 335 с
3. Аблесімов О.К., Александров Є.Є., Александрова І.Є. Автоматичне керування рухомими об'єктами й технологічними процесами. - Харків: НТУ “ХП”, 2008. - 443с.
4. Дослідження контурів автоматичного керування рухом повітряних суден, А.П. Козлов, М.К. Філяшкін, К.: НАУ, 2012, 128с.
5. Лисенко В. М. Теорія польоту / В. М. Лисенко, В. І. Грабчак, Д. А. Новак. – Суми : Видавництво СумДУ, 2006.
6. Дунай О. Б., Бурнашев В. В. (2020). Ідентифікація параметрів математичної моделі руху літального апарату. «АВІА-РАКЕТОБУДУВАННЯ: ПЕРСПЕКТИВИ ТА НАПРЯМКИ РОЗВИТКУ»: зб. наукових праць міжнародної наукової конференції, 23-25
7. Гайда П. І. Основи теорії польоту і конструкції ракет : навчальний посібник / П. І. Гайда, П. Є. Трофименко, М. М. Ляпа. – Суми : Сумський державний університет, 2011. – 248с.
8. Дослідження динаміки руху літака / Лабораторний практикум // - К,: НТУУ «КП», 211- 101с.
9. Топогеодезична прив'язка елементів бойового порядку артилерії : навч. посіб. / П. Є. Трофименко, А. І. Приходько, А. М. Кривошеєв, О. П. Мешков ; за заг. ред. П. Є. Трофименка. – Суми : Сумський державний університет, 2020. – 463 с.
10. Управління високошвидкісними рухомими об'єктами та професійна підготовка операторів складних систем : матеріали ІХ Міжнародної науково-практичної конференції (м. Кропивницький, 15 листопада 2020 року). - Кропивницький : ЛА НАУ, 2020. - 360 с.

11. Синеглазов В.М., Решетняк Є.П., Зіатдинов Ю.К. Активне управління як засіб підвищення ресурсу повітряного суду. – К.: Техніка, 1998. – 232 с
12. Павленко М. А., Шило С. Г., Борозенець І. О., Дмитрієв О. М. Формалізація знань про ситуації обстановки в системі підтримки прийняття рішень автоматизованої системи управління повітряним рухом. Актуальні проблеми інформаційних технологій : тези доп. наук.-техніч. конф. Молодих учених, м. Київ, 20-21 лист. 2018 р. Київ, 2015. С. 50–51
13. Нестеренко К., Рагулін С., Сироїжка І., Дмитрієв О., Живицький Н., Шарабайко А. Застосування інформаційних технологій під час технічного обслуговування для забезпечення надійності роботи авіаційної техніки. Системи управління, навігації та зв'язку. Полтава, 2019. Вип. 1(53). С. 129–132.
14. Герасимов С., Белевщук Ю., Ряполов І., Тимочко О., Павленко М., Дмитрієв О., Живицький М., Гончаренко Н. Характеристики радіолокаційного розсіювання моделі штурмовика Су-25Т в різних діапазонах довжин хвиль. Східно-Європейський журнал підприємницьких технологій. Харків, 2018. Вип. 6, № 9(96). Р. 22–29
15. Павленко М. А., Шило С. Г., Дмитрієв О. М. Модель функціональної діяльності оператора автоматизованої системи управління повітряним рухом. Системи управління, навігації та зв'язку. Полтава, 2018. Вип. 4(50). С. 17–21. [Електронний ресурс], - Режим доступу до ресурсу: : http://nbuv.gov.ua/UJRN/suntz_2018_4_6
16. В.М. Синеглазов, М.К. Філяшкін. Автоматизовані системи управління повітряних суден. 2003. Ст 502