

Выбор функционала качества, минимизация которого обеспечивает возникновение скользящего режима 2-го порядка.

Волянский Р.С., Роечко Е.С., Калюжный К.А.

Днепропетровский государственный технический университет

Введение. Одной из приоритетных задач, связанных с успешным преодолением экономического кризиса, является совершенствование производства и его интенсификация с целью повышения качества выпускаемой продукции при одновременном снижении себестоимости и энергоемкости процесса ее производства. Решение этой задачи напрямую связано с модернизацией существующих технологических процессов в любой производственной сфере и отрасли.

Такая модернизация, наряду с совершенствованием производственных машин и установок, использованием новых материалов и технологий, создает предпосылки для уточнения существующих и разработки новых законов управления комплексами и процессами.

Анализ отечественной и иностранной научной литературы показал неослабевающий интерес к нелинейным законам управления. Одной из разновидностей таких законов является разрывное управление со скользящими режимами 2-го порядка [1, 2]. Скользящим режимам высокого порядка посвящено большое количество публикаций, освещающих процессы, происходящие в системах управления, в которых реализуются скользящие режимы второго порядка.

Однако эти работы не рассматривают условия возникновения и протекания в замкнутых системах гранично-апериодических переходных процессов, которые, как показано в [3], гарантированно возникают в системах, построенных на основании модифицированного принципа симметрии. Помимо обеспечения асимптотически устойчивых переходных процессов, модифицированный принцип симметрии однозначно определяет цель управления, заданную в виде интегрального функционала качества, и связывает ее с параметрами объекта и настройками регулятора. Недостатком модифицированного принципа симметрии является то, что используемые функционалы качества не позволяют учесть движение динамических систем, в которых возникли скользящие режимы высоких порядков.

Постановка задач исследования. Целью данной работы является определение вида и параметров интегрального функционала качества, минимизация которого в результате решения задачи АКР приведет к нахождению оптимального управления, при котором в замкнутой системе возникают скользящие режимы второго порядка.

Результаты исследования. Рассмотрим возмущенное движение обобщенного динамического объекта 3-го порядка в фазовом пространстве, которое расширено интегралом от отклонения регулируемой переменной η_1 от его желаемого значения,

$$\begin{aligned} p\eta_0 &= \eta_1; \quad p\eta_1 = a_{11}\eta_1 + a_{12}\eta_2 + a_{13}\eta_3; \\ p\eta_2 &= a_{21}\eta_1 + a_{22}\eta_2 + a_{23}\eta_3; \quad p\eta_3 = a_{31}\eta_1 + a_{32}\eta_2 + a_{33}\eta_3 + m_3U. \end{aligned} \quad (1)$$

Воспользовавшись результатами работ [2] оптимальное управления для объекта (1) представим в виде развернутой нелинейной аддитивной формы

$$U = -\text{sqrt}\left(\sum_{i=0}^3 V_{i3}\eta_i\right) = \begin{cases} -\sqrt{\frac{2m_3}{C} \left|\sum_{i=0}^3 V_{i3}\eta_i\right|} \text{sign}\left(\sum_{i=0}^3 V_{i3}\eta_i\right), & \text{при } \left|\sum_{i=0}^3 V_{i3}\eta_i\right| < 1 \\ -\text{sign}\left(\sum_{i=0}^3 V_{i3}\eta_i\right), & \text{при } \left|\sum_{i=0}^3 V_{i3}\eta_i\right| \geq 1 \end{cases} \quad (2)$$

$$\text{где } V_{i3} - \text{коэффициенты функции Ляпунова } V = \sum_{i,j=0}^3 V_{ij}\eta_i\eta_j. \quad (3)$$

Интегральный функционал качества, минимизация которого на траекториях движения (1) осуществляется оптимальным управлением (3), определим путем решения обратной задачи динамического программирования. Для этого зададим оптимизируемый функционал следующим образом

$$I = \int_0^{\infty} [F(\eta) + cU^3] dt, \quad (4)$$

где $F(\eta)$ – неизвестный интегрант.

Составим для объекта (1) и цели управления (4), основное функциональное уравнение Беллмана

$$\sum_{i=0}^3 \frac{\partial V}{\partial \eta_i} p\eta_i + F(\eta) + cU^3 = 0, \quad (5)$$

или в развернутом виде

$$\begin{aligned} &2(V_{00} + V_{01}a_{11} + V_{02}a_{21} + V_{03}a_{33})\eta_0\eta_1 + 2(V_{01}a_{12} + V_{02}a_{22} + V_{03}a_{32})\eta_0\eta_2 + \\ &+ 2(V_{01}a_{13} + V_{02}a_{23} + V_{03}a_{33})\eta_0\eta_3 + 2(V_{11} + V_{11}a_{11} + V_{12}a_{21} + V_{13}a_{32})\eta_1^2 + \\ &+ 2(V_{02} + V_{12}a_{11} + V_{11}a_{12} + V_{22}a_{21} + V_{12}a_{22} + V_{23}a_{31} + V_{13}a_{32})\eta_1\eta_2 + \\ &+ 2(V_{03} + V_{13}a_{11} + V_{11}a_{13} + V_{23}a_{21} + V_{12}a_{23} + V_{33}a_{31} + V_{13}a_{33})\eta_1\eta_3 + \\ &+ 2(V_{12}a_{21} + V_{22}a_{22} + V_{23}a_{32})\eta_2^2 + 2(V_{13}a_{12} + V_{12}a_{13} + V_{23}a_{22} + V_{22}a_{23} + V_{33}a_{32} + V_{23}a_{33})\eta_2\eta_3 + \\ &+ 2(V_{13}a_{13} + V_{23}a_{23} + V_{33}a_{33})\eta_3^2 + 2m_3(V_{03}\eta_0 + V_{13}\eta_1 + V_{23}\eta_2 + V_{33}\eta_3)U + F(\eta) + cU^3 = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

Для определения коэффициентов функции Ляпунова приравняем к нулю выражения, стоящие при $\eta_i\eta_j$, ($i, j = 0, 1, 2, 3$)

$$\begin{aligned} V_{13} &= a_{22}a_{33} - a_{23}a_{32}; \quad V_{23} = a_{13}a_{32} - a_{33}a_{12}; \quad V_{33} = a_{12}a_{23} - a_{22}a_{13}; \quad V_{ij} = V_{i3}V_{j3}/V_{33}; \\ V_{03} &= -a_{11}a_{22}a_{33} - a_{13}a_{21}a_{32} - a_{12}a_{23}a_{31} + a_{11}a_{23}a_{32} + a_{22}a_{13}a_{31} + a_{33}a_{12}a_{21}. \end{aligned} \quad (7)$$

С учетом значений коэффициентов (7) уравнение (6) примет вид

$$2m_3(V_{03}\eta_0 + V_{13}\eta_1 + V_{23}\eta_2 + V_{33}\eta_3)U + F(\eta) + CU^3 = 0. \quad (8)$$

Необходимо отметить, что управление (2) представлено с учетом ограничения на сигнал управления, при достижении которого происходит размыкание системы и подача на объект управления максимально возможного управляющего воздействия. Поэтому для определения неизвестной подынтегральной функции интересной является первая составляющая управления (2), которая обеспечивает движение замкнутой системы.

Подстановка в уравнение (8) значения этой составляющей позволяет определить вид неизвестной подынтегральной функции

$$F(\eta) = \sqrt{\left(\frac{2m_3}{C} \left| \sum_{i=0}^3 V_{i3}\eta_i \right| \right)^3}. \quad (9)$$

Таким образом, минимизации функционала

$$I = \int_0^\infty \left[\sqrt{\left(\frac{2m_3}{C} \left| \sum_{i=0}^3 V_{i3}\eta_i \right| \right)^3} + cU^3 \right] dt \quad (10)$$

гарантирует возникновение в системе управления объектом (1) скользящего режима 2-го порядка, который при наличии ограничений на сигнал управления минимизируется управлением (2).

Для иллюстрации работы системы управления, реализующей скользящий режим 2-го порядка, рассмотрим позиционный электропривод (ЭП) постоянного тока по системе ТП-Д. Возмущенное движение такого ЭП описывается следующими уравнениями

$$p\eta_1 = b_{12}\eta_2; p\eta_2 = b_{23}\eta_3; p\eta_3 = b_{32}\eta_2 + b_{33}\eta_3 + b_{34}\eta_4; p\eta_4 = b_{44}\eta_4 + m_4 U. \quad (11)$$

Выбрав в качестве цели управления интегральный функционал

$$I = \int_0^\infty \left[\sqrt{\left(\frac{2m_4}{C} \left| \left(\frac{V_{04}}{p} + V_{14} \right) \eta_1 + V_{24}\eta_2 + V_{34}\eta_3 + V_{44}\eta_4 \right| \right)^3} + cU^3 \right] dt \quad (12)$$

найдем оптимальное управление объектом (11)

$$U = - \begin{cases} \text{sign} \left(\frac{2m_4}{C} \left| \left(\frac{V_{04}}{p} + V_{14} \right) \eta_1 + V_{24}\eta_2 + V_{34}\eta_3 + V_{44}\eta_4 \right| \right), & \text{при } \left| \sum_{i=0}^4 V_{i4}\eta_i \right| \geq 1; \\ \sqrt{\left(\frac{2m_4}{C} \left| \left(\frac{V_{04}}{p} + V_{14} \right) \eta_1 + V_{24}\eta_2 + V_{34}\eta_3 + V_{44}\eta_4 \right| \right)}, & \text{при } \left| \sum_{i=0}^4 V_{i4}\eta_i \right| < 1, \end{cases} \quad (13)$$

$$\text{где } V_{04} = 0; V_{14} = b_{23}b_{32}b_{44}; V_{24} = b_{12}b_{33}b_{44}; V_{34} = -b_{12}b_{23}b_{44}; V_{44} = b_{12}b_{23}b_{34}. \quad (14)$$

Результаты математического моделирования синтезированной системы управления позиционным ЭП на базе двигателя ДПР-72 показаны на рис.1 (кривая 1). Там же для

сравнения кривыми 2 и 3 соответственно показаны переходные процессы в системах, реализующих управления

$$\begin{aligned} U_2 &= -\text{sign}\left(\frac{2m_4}{C}\left|\left(\frac{V_{04}}{p} + V_{14}\right)\eta_1 + V_{24}\eta_2 + V_{34}\eta_3 + V_{44}\eta_4\right|\right); \\ U_3 &= -\text{sat}\left(\frac{2m_4}{C}\left|\left(\frac{V_{04}}{p} + V_{14}\right)\eta_1 + V_{24}\eta_2 + V_{34}\eta_3 + V_{44}\eta_4\right|\right). \end{aligned} \quad (15)$$

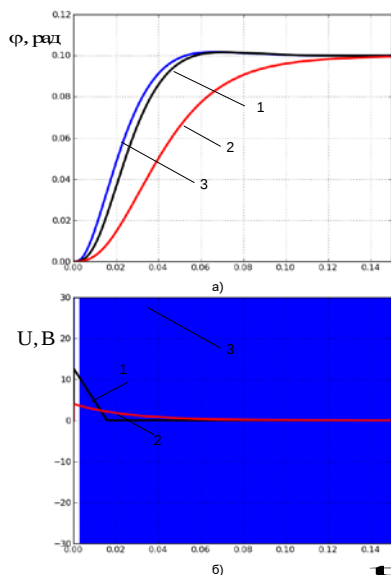


Рис.1 Переходные процессы в синтезированной системе:
а)угловое положение,
б)напряжение управления

Как следует из анализа приведенных на рис.1 переходных процессов система управления, синтезированная из условия минимизации функционала (12), обеспечивает качество переходных процессов, сравнимое по быстродействию с переходными процессами в релейной системе управления. Однако управляющее воздействие в такой системе изменяется непрерывно, что исключает возникновение больших перенапряжений на обмотках электрической машины в скользящем режиме.

Приведенные в работе выкладки и результаты моделирования показывают, что для возникновения в системе управления скользящего режима второго порядка интегральный функционал должен содержать два слагаемых: линейную комбинацию переменных состояния объекта, возведенную в степень 1,5, и управляющее воздействие, возведенное в 3 степень.

Список литературы

1. Уткин В.И. Скользящие режимы и их применение в системах с переменной структурой, М.: Наука, 1974г., 272 с.
2. С.В.Емельянов, С.К.Коровин, Л.В.Левантовский. Новый класс алгоритмов скольжения второго порядка. Математическое моделирование, М.:Наука,2007,том19,№1, с. 89-100
3. Садовой А.В. , Сухинин Б.В., Сохина Ю.В. Системы оптимального управления прецизионными электроприводами. - К.: ИСИМО, 1996. – 298 с.