

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

**РОБОТА ЕНЕРГЕТИЧНИХ УСТАНОВОК
З ВІДНОВЛЮВАНИМИ ДЖЕРЕЛАМИ ЕНЕРГІЇ
В ЦЕНТРАЛЬНИХ МЕРЕЖАХ:
розрахунково-графічна робота**

*Рекомендовано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
як навчальний посібник для здобувачів ступеня магістра
освітньо-професійної програми «Нетрадиційні та відновлювані джерела
енергії» спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка
та електромеханіка»*

Київ 2023

Робота енергетичних установок з відновлюваними джерелами енергії в центральних мережах: розрахунково-графічна робота [Електронний ресурс] : навч. посіб. для студ. Спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» / КПІ ім. Ігоря Сікорського /уклад.: О.Ю. Гаєвський – Електронні текстові дані (1 файл: 3 Мбайт). – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2023. – 32 с.

*Гриф надано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
(протокол № 8 від 02.06.2023 р.)*

*за поданням Вченої ради Факультету електроенерготехніки та автоматики
(протокол № 11 від 29.05.2023 р.)*

Електронне мережеве навчальне видання
**РОБОТА ЕНЕРГЕТИЧНИХ УСТАНОВОК
З ВІДНОВЛЮВАНИМИ ДЖЕРЕЛАМИ ЕНЕРГІЇ
В ЦЕНТРАЛЬНИХ МЕРЕЖАХ:
розрахунково-графічна робота**

Укладач:

Гаєвський Олександр Юлійович, д.ф.-м.н, проф. каф. відновлюваних джерел енергії,

Рецензент: Кацадзе Теймураз Луарсабович, к.т.н, доцент каф. електричних мереж та систем.

Відповідальний редактор: Будько Василь Іванович, д.т.н, доцент, завідувач каф. відновлюваних джерел енергії

Зміст

1.	Вступ	4
2.	Мета роботи	4
3.	Теоретичні відомості	5
3.1	Загальні фактори підключення ВДЕ до мережі	5
3.2	Розрахунок ustalених режимів модельної енергосистеми	6
3.2.1	Система рівнянь метода вузлових напруг. Лінійне наближення	6
3.2.2	Система нелінійних рівнянь метода вузлових напруг. Потоки потужності	10
3.2.3	Методи наближеного рішення нелінійних рівнянь для потоків потужності	15
3.2.3.1	Прості ітерації	15
3.2.3.2	Метод Гауса-Зейделя	16
3.2.3.3	Алгоритм рішення системи без PV-вузлів	17
3.2.3.4	Алгоритм розв'язання для системи з PV-вузлами	19
4.	Завдання	22
4.1	Загальна постановка задач	22
4.2	Етапи рішення задач	22
4.3	Варіанти завдань	24
5	Рекомендації до виконання	28
6	Література	32
6.1	Основна література	32
6.2	Додаткова література	32

1. Вступ

Студенти, що навчаються за освітньо-професійною програмою «Нетрадиційні та відновлювані джерела енергії» мають бути підготовлені до професійної діяльності, пов'язаної з розрахунками і проектуванням вітроелектричних і фотоелектричних систем у складі енергосистем. Вони повинні володіти необхідними знаннями і навичками в області основних методів розрахунку електричних схем та мереж, визначенні стійкості по напрузі, обчисленні потоків потужності та електричних втрат. Особливе значення ці питання набувають, коли к існуючим мережам і енергосистемам приєднуються потужні генератори на відновлюваних джерелах енергії (ВДЕ). Розумінню цих проблем та набуттю професійних навичок сприяє виконання студентами розрахункової роботи.

Даний навчальний посібник забезпечує можливість систематичного протягом семестру виконання завдань. Завдання охоплюють основні теми курсу: математичні методи розрахунків режимів роботи енергосистеми, характеристики енергосистем, вплив роботи ВДЕ у складі електричних мереж на стійкість по напрузі, баланс потужності, питання вибору точки підключення ВДЕ-генераторів до мережі та інші.

2. Мета роботи

Метою цієї розрахунково-графічної роботи є моделювання приєднання відновлюваних джерел електроенергії до електричної мережі, визначення і аналіз впливу ВДЕ на рівні напруги та втрати потужності в мережі. Моделювання здійснюється у пакеті MATLAB або з використанням мови програмування (наприклад, C++, C#) на основі алгоритмів розрахунку ustalених режимів модельної енергосистеми, яка складається з невеликого числа вузлів.

3. Теоретичні відомості

Широке використання ВДЕ, представлених вітроелектростанціями (ВЕС) і фотоелектричними станціями (ФЕС), являє собою приклад впровадження розподіленої генерації (РГ) в енергосистеми.

3.1 Загальні фактори підключення ВДЕ до мережі

Впровадження РГ може поліпшити профіль напруги у енергосистемі, забезпечити додаткову потужність у години пікового навантаження, а також зменшити втрати у лініях при розташуванні ВДЕ у безпосередній близькості від по-споживача. Однак при підключенні ВДЕ до електричної мережі необхідно враховувати ряд суттєвих факторів:

- потужність генерації ВДЕ визначається зовнішніми факторами (в першу чергу інтенсивністю сонячної радіації для ФЕС, та швидкістю вітра для ВЕС) і мало залежить від режиму роботи електричної мережі, до якої вони під'єднанні;
- при великому рівні проникнення РГ у енергосистему (великої «концентрації» ВДЕ) можливі сильні коливання потужності, що значно впливає на режими роботи енергосистеми та її стійкість;
- більшість ВДЕ під'єднанні до мережі за допомогою силових інверторів, які дуже чутливі до рівнів напруги та діють інакше ніж традиційні синхронні генератори.

При виконанні даної роботи студент повинен самостійно оптимізувати точку підключення ВДЕ до мережі, знайти оптимальний рівень потужності ВДЕ. При цьому слід враховувати, що:

- Втрати потужності в системі залежатимуть від рівня РГ. Якщо навантаження шин більше або дорівнює потужності ВДЕ, то втрати, як правило, зменшуються по всіх лініях мережі. Якщо потужність ВДЕ перевищує

навантаження, втрати збільшуватимуться через перерозподіл потоків потужності в мережі.

- Розподілена генерація має створювати мінімальні проблеми для традиційних підходів контролю напруги. Це можливо, якщо станція працює у взаємозв'язку з місцевим навантаженням, тобто алгебраїчна сума потужності генерації та споживання у вузлі змінюється не суттєво.

3.2 Розрахунок ustalених режимів модельної енергосистеми

Енергосистему можна представити у вигляді схеми заміщення, в якій вузли – це точки підключення генераторів і / або навантаження, а гілки, які з'єднують вузли, – це лінії передач. У реальних енергосистемах число гілок набагато більше числа вузлів, тому природним є опис системи в термінах вузлових напруг за допомогою першого закону Кірхгофа. Так, якщо i -й вузол з'єднаний з сусідніми m вузлами, то баланс струмів в цьому вузлу виражається як

$$J_i - \sum_{k=0}^m y_{ik} (V_i - V_k) = 0, \quad (1)$$

де J_i – зовнішній струм, обумовлений інжекцією і споживанням потужності у вузлі i , V_i - напруга у вузлі i , y_{ik} – фізична провідність гілки ($i-k$). При розрахунках провідності y_{ik} вважаються заданими, а знаходженню в методі вузлових напруг підлягають V_i .

3.2.1 Система рівнянь метода вузлових напруг. Лінійне наближення

Розглянемо приклад системи, для якої задані джерела струму (зовнішні струми) у вузлах і параметри схеми заміщення (рис.1).

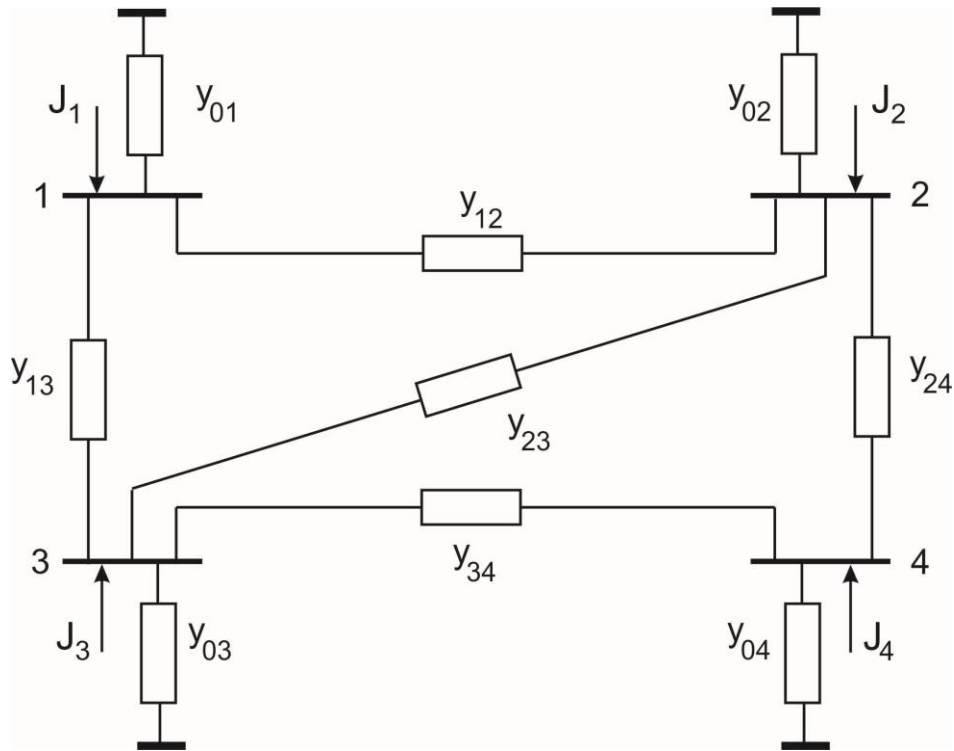


Рис.1. Приклад схеми до розрахунку усталеного режиму

Схема має п'ять вузлів, опорний вузол нульового потенціалу (нейтраль) має номер 0 і позначений символом «земля». Різниця потенціалів між будь-якої точкою схеми та нейтраллю рівна напрузі у даній точці. Вузлові напруги є фазними напругами у симетричній схемі.

Струм нейтралі у випадку симетричної схеми рівний нулю, та сума струмів у всіх вузлах схеми завжди рівна нулю:

$$\sum_{i=0}^N J_i = 0 \quad (2)$$

Нейтраль, що має нульовий струм, можна виключити із цього рівняння.

Джерела струмів шунтуються на схемі провідностями y_{10} , y_{20} , y_{30} , y_{40} . Ці елементи включають в себе поперечні провідності П-подібних схем заміщення ліній, трансформаторів, а також нерегульованих компенсаторів (батареї конденсаторів та реакторів). Навантаження та генератори представлені на схемі зовнішніми струмами. Поперечні провідності звичайно мають ємнісний

характер, наприклад, $y_{10} = j\omega C_{10}$. Провідності гілок будемо вважати активно-індуктивними (це відповідає повітряним та кабельним лініям), наприклад,

$$y_{12} = \frac{1}{R_{12} + j\omega L_{12}} = \frac{R_{12}}{z_{12}^2} - j \frac{\omega L_{12}}{z_{12}^2}$$

де $z_{12} = R_{12}^2 + (\omega L_{12})^2$. Таким чином, уявна частина провідностей гілок від'ємна, і це треба враховувати при визначенні параметрів схеми заміщення у даної роботі.

Напругу в опорному вузлу 0 вважаємо рівною нулю, за позитивний напрямок струмів приймаємо напрямок до вузла. Рівняння типу (1) для всіх вузлів, окрім опорного, складають наступну систему рівнянь:

$$\begin{aligned} J_1 &= y_{12}(V_1 - V_2) + y_{13}(V_1 - V_3) + y_{01}V_1 \\ J_2 &= y_{21}(V_2 - V_1) + y_{23}(V_2 - V_3) + y_{24}(V_2 - V_4) + y_{02}V_2 \\ J_3 &= y_{31}(V_3 - V_1) + y_{32}(V_3 - V_2) + y_{34}(V_3 - V_4) + y_{03}V_3 \\ J_4 &= y_{42}(V_4 - V_2) + y_{43}(V_4 - V_3) + y_{04}V_4 \end{aligned} \quad (3)$$

Введення власних та взаємних провідностей вузлів приводить до

$$\begin{aligned} J_1 &= Y_{11}V_1 + Y_{12}V_2 + Y_{13}V_3 \\ J_2 &= Y_{12}V_1 + Y_{22}V_2 + Y_{23}V_3 + Y_{24}V_4 \\ J_3 &= Y_{13}V_1 + Y_{23}V_2 + Y_{33}V_3 + Y_{34}V_4 \\ J_4 &= Y_{24}V_2 + Y_{34}V_3 + Y_{44}V_4 \end{aligned} \quad (4)$$

де $Y_{11} = y_{12} + y_{13} + y_{01}$, $Y_{22} = y_{12} + y_{23} + y_{24} + y_{02}$, $Y_{33} = y_{13} + y_{23} + y_{34} + y_{03}$, $Y_{44} = y_{24} + y_{34} + y_{04}$ – власні провідності вузлів, $Y_{ij} = Y_{ji} = -y_{ij}$, ($i \neq j$) – взаємні провідності вузлів.

Система (3), (4) включає в себе незалежні рівняння відносно V_i ($i = 1 \div 4$). Якщо скласти ці чотири рівняння, то отримаємо із урахуванням умови (2) рівняння для опорного вузла:

$$Y_{01}V_1 + Y_{02}V_2 + Y_{03}V_3 + Y_{04}V_4 = 0$$

Це рівняння, яке ще раз підтверджує, що струм на землю у даної системі рівний нулю, можна використовувати замість будь-якого із рівнянь системи (4). Таким

чином, з N змінних V_i (у даному випадку $N=4$) незалежними являються $N-1$. Число невідомих змінних у рівняннях (4) можна зменшити на одиницю, якщо вважати заданою напругу в одному з вузлів.

Вузол, у якому задане комплексне значення напруги, тобто, модуль напруги та його фаза, називається *базисним* вузлом по напрузі. Зазвичай вектор напруги у базисному вузлу орієнтується вздовж уявної вісі комплексної площини (фазовий кут напруги базисного вузла рівний нулю). Крім базисного існує поняття *балансуючого* вузла по струму. Рівняння для зовнішнього струму цього вузла виключається із системи (4). Нехай балансуючий вузол має номер 1, тоді його струм відповідно до (2) рівний

$$J_1 = -\sum_{i=2}^N J_i \quad (5)$$

Цей струм визначається після розрахунку напруг вузлів, що шукаються. Відзначимо, що вузлом балансу не може бути нейтраль схеми, оскільки струм у нейтралі рівний нулю (розглядаємо симетричну схему фазних напруг).

Якщо вибрати один вузол у якості базисного та балансуючого, матимемо наступну систему:

$$\begin{aligned} Y_{22}V_2 + Y_{23}V_3 + Y_{24}V_4 &= J_2 - Y_{12}V_1 \\ Y_{23}V_2 + Y_{33}V_3 + Y_{34}V_4 &= J_3 - Y_{13}V_1 \\ Y_{24}V_2 + Y_{34}V_3 + Y_{44}V_4 &= J_4 \end{aligned} \quad (6)$$

Члени із заданими значеннями параметрів перенесені у праву частину рівнянь. Розв'язання системи (6) дає значення напруг V_2, V_3, V_4 . Потім можна визначити J_1, J_2, J_3, J_4 та перевірити баланс струмів (2) у системі. Як було сказано вище, у якості балансуючого вузла частіше за все вибирають базисний вузол, тобто, вузол у якому повинна підтримуватися незмінна напруга. Тому вузлом балансу повинен бути вузол із достатньо великою встановленою потужністю генератора. Однак потрібно відзначити, що суміщення балансуючого вузла із базисним іноді може призводити до рішень, які не відповідають реальній системі. Це пов'язано із тим, що фіксація напруги у

балансуючому вузлу, а саме фіксація фазового кута, не зовсім коректна, коли вузлові рівняння нелінійні (див. наступний розділ). Ця нелінійність виникає, коли замість струмів у незалежних вузлах задаються потужності і J_i виявляються залежними від вузлових напруг, що шукаються.

3.2.2 Система нелінійних рівнянь метода вузлових напруг. Потоки потужності

Реальні енергосистеми описуються нелінійними рівняннями відносно V_i . Це обумовлено тим, що зовнішні струми J_i є функціями потужностей, що генеруються и що споживаються у вузлах. Для систематизації аналізу представимо потужність у вузлу S_i у вигляді різниці потужності S_{Gi} , що інжектуюється у вузол, і потужності S_{Li} , що споживається у цьому вузлу (скорочення індексів – від слів «Generation» і «Load»):

$$S_i = S_{Gi} - S_{Li} = (P_{Gi} - P_{Li}) + j(Q_{Gi} - Q_{Li}) \quad (7)$$

де $S_{Gi} = P_{Gi} + jQ_{Gi}$, $S_{Li} = P_{Li} + jQ_{Li}$. Якщо $P_{Gi} - P_{Li} > 0$ і $Q_{Gi} - Q_{Li} > 0$, то активна і реактивна потужності інжектуються в енергосистему (вузол i генерує ці потужності) і, навпаки, при $P_{Gi} - P_{Li} < 0$ і $Q_{Gi} - Q_{Li} < 0$ ці потужності у вузлі i споживаються.

Позначимо потоки потужності S_i на схемі розглянутого прикладу 4-вузельної системи (рис.2).

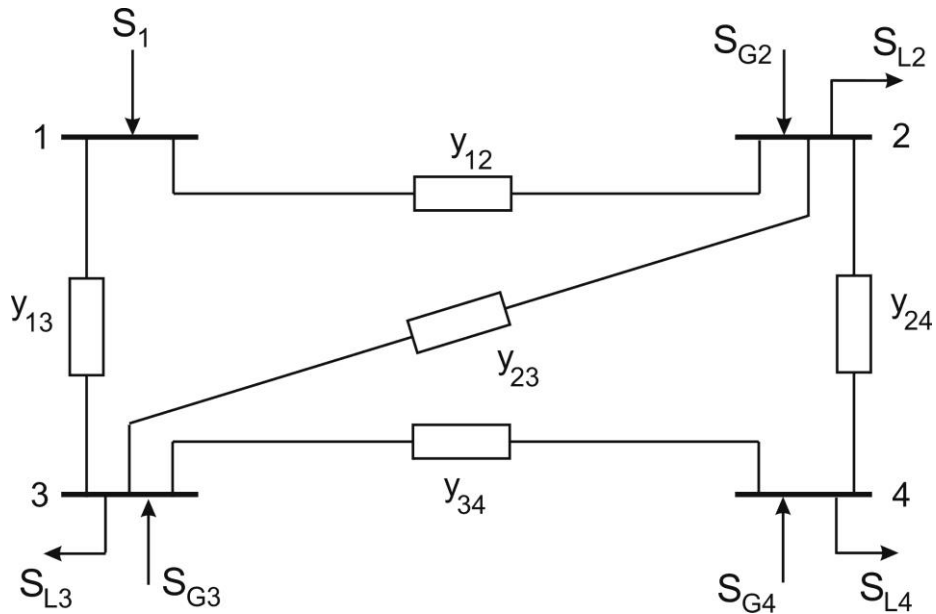


Рис.2. 4-узельная система із зазначенням потоків потужностей у вузлах

S_i можна розглядати як результуючу потужність, що надходить у вузол.

Вона дорівнює

$$S_i = P_i + jQ_i = V_i J_i^*, \quad i = 1, \dots, N$$

звідки

$$J_i = \frac{S_i^*}{V_i^*} = \frac{P_i - jQ_i}{V_i^*}. \quad (8)$$

Ще раз звернемо увагу на знаки компонент потужності в залежності від характеру навантаження або генерації. Якщо деякий вузол i не є генеруючим і до нього підключено активно-індуктивне навантаження, то вважаємо $P_i < 0$, $Q_i < 0$. Якщо до вузла підключити компенсатор реактивної потужності (ємність), то Q_i може зрости і прийняти додатне значення, що буде означати інжекцію реактивної потужності. Якщо ж вузол є переважно генеруючим, то очевидно $P_i > 0$, $Q_i > 0$.

Повернемося до вихідної системи рівнянь для вузлових напруг типу (4). Узагальнимо цю систему на випадок N вузлів. Для цього введемо в рівняння

доданки для неіснуючих гілок (формально це гілки з $Y_{ik} = 0$), і отримуємо запис системи в більш компактному вигляді:

$$\sum_{k=1}^N Y_{ik} V_k = J_i, \quad i = 1, \dots, N \quad (9)$$

У цьому запису нульовий вузол не враховується, але його можна врахувати, якщо включити в суму доданок з $k = 0$. Якщо ввести вектори напруг \mathbf{V} , зовнішніх струмів \mathbf{J} і матрицю провідностей \mathbf{Y}

$$\mathbf{V} = \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ V_N \end{pmatrix}, \quad \mathbf{J} = \begin{pmatrix} J_1 \\ J_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ J_N \end{pmatrix}, \quad \mathbf{Y} = \begin{pmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \dots & Y_{1N} \\ Y_{21} & Y_{22} & \dots & Y_{2N} \\ \cdot & & & \\ \cdot & & & \\ \cdot & & & \\ Y_{N1} & Y_{N2} & \dots & Y_{NN} \end{pmatrix},$$

то систему рівнянь (9) можна представити в матричному вигляді

$$\mathbf{YV} = \mathbf{J} \quad (10)$$

Після підстановки J_i (8) в (9) будемо мати рівняння

$$P_i - jQ_i = V_i^* \sum_{k=1}^N Y_{ik} V_k, \quad i = 1, \dots, N \quad (11)$$

або для дійсної та уявної частин цих рівнянь наступні вирази:

$$P_i = \operatorname{Re} \left\{ V_i^* \sum_{k=1}^N Y_{ik} V_k \right\} \quad (12a)$$

$$Q_i = -\operatorname{Im} \left\{ V_i^* \sum_{k=1}^N Y_{ik} V_k \right\} \quad (12b)$$

Переходячи до полярної форми $V_k = |V_k| e^{j\delta_k}$, $Y_{ik} = |Y_{ik}| e^{j\theta_{ik}}$ матимемо

$$P_i = |V_i| \sum_{k=1}^N |V_k| |Y_{ik}| \cos(\theta_{ik} + \delta_k - \delta_i), \quad i = 1, \dots, N \quad (13a)$$

$$Q_i = -|V_i| \sum_{k=1}^N |V_k| |Y_{ik}| \sin(\theta_{ik} + \delta_k - \delta_i), i = 1, \dots, N \quad (13a)$$

Рівняння (13а), (13б) представляють систему з $2N$ рівнянь для потоків потужності в N вузлах (N рівнянь для активної потужності і N рівнянь для реактивної потужності). Кожен вузол i характеризується чотирма змінними: P_i , Q_i , $|V_i|$ і δ_i – всього $4N$ змінних для $2N$ рівнянь. Фактично рівняння можуть бути вирішені, якщо дві змінні для кожного вузла задані апіорі. Залежно від заданих наперед змінних розрізняють такі типи вузлів:

- *PQ-вузол.* Для даного типу вузлів задаються активна і реактивна потужності P_i , Q_i . Наприклад, потужності навантаження P_{Li} , Q_{Li} покладаються рівними середнім значенням потужностей, які споживаються у даному вузлу, а потужності генерації P_{Gi} , Q_{Gi} відомі з параметрів генератора, або з прогнозних даних у випадках ВДЕ-генерації. Визначенню підлягають змінні $|V_i|$, δ_i .
- *PV-вузол.* Для таких вузлів заздалегідь відомі значення P_i і $|V_i|$. Наприклад, відомі потужності навантаження P_{Li} , Q_{Li} і апіорі задані P_i , $|V_i|$ (отже і P_{Gi}). Невідомими є Q_i (отже Q_{Gi}) і δ_i .
- *Балансуючий вузол.* Цей вузол відрізняється від попередніх двох типів вузлів тим, що для нього активна і реактивна потужності не задані. Вони визначаються з умови балансу потужностей в енергосистемі, тобто повна потужність в балансуєчому вузлу дорівнює сумі потужностей втрат у лініях і потужностей у вузлах. Таким чином, необхідно, щоб система мала один балансуєчий вузол.

Рівняння (13а), (13б) можна записати у векторній формі як

$$F(\mathbf{x}, \mathbf{a}) = 0 \quad (14)$$

де \mathbf{F} - векторна функція розміру $2N$, \mathbf{x} - вектор незалежних змінних розміру $2N$, \mathbf{a} - вектор апріорних параметрів розміру $2N$. Вираз (14) називається статичним рівнянням для потоків потужності (СРПП).

Рішення СРПП має практичний сенс, якщо значення всіх змінних \mathbf{x} і параметрів \mathbf{a} перебувають у фізично допустимих межах. Ці межі формулюються таким чином:

- Величини $|V_i|$ повинні задовольняти нерівності:

$$|V_i|_{\min} \leq |V_i| \leq |V_i|_{\max} \quad (15)$$

Це означає, що вузлові напруги повинні знаходитися в допустимих межах $\pm 5\%$ від номінальної величини (або $\pm 10\%$ для гранично допустимих значень).

- Фази напруг повинні задовольняти нерівності:

$$|\delta_i - \delta_k| \leq |\delta_i - \delta_k|_{\max} \quad (16)$$

Це відповідає обмеженню на максимальний фазовий зсув лінії передач, що з'єднує вузли i та k .

- Внаслідок фізичних обмежень на P і Q генераторів мають місце умови:

$$P_{Gi,\min} \leq P_{Gi} \leq P_{Gi,\max} \quad (17a)$$

$$Q_{Gi,\min} \leq Q_{Gi} \leq Q_{Gi,\max} \quad (17b)$$

Задача про потоки потужності формулюється таким чином. Нехай відомі навантаження $S_{Li} = P_{Li} + jQ_{Li}$ у всіх вузлах і задані потужності генерації $S_{Gi} = P_{Gi} + jQ_{Gi}$ у PQ-вузлах. Нехай також задані активні потужності генерації P_{Gi} і модулі напруги $|V_i|$ у PV-вузлах. Далі нехай дано напругу $|V_i|$ і фазу δ_i ($= 0$) у балансуєчому вузлу. Таким чином, задано $2N$ апріорних параметрів. Потрібно вирішити ітераційним способом $2N$ СРПП і визначити $2N$ змінних вектора \mathbf{x} : комплекси напруг у PQ-вузлах, реактивні потужності і фази у PV-

вузлах i , нарешті, активну і реактивну потужності у балансуєчому вузлу. Наступним кроком може бути обчислення потоків потужності і втрат у лініях.

3.2.3 Методи наближеного рішення нелінійних рівнянь для потоків потужності

Існує безліч методів, призначених для чисельного рішення систем нелінійних рівнянь. У даній РГР слід використовувати нескладні методи: прості ітерації і метод Гауса-Зейделя.

3.2.3.1 Прості ітерації

СРПП у формі (10) запишемо стосовно до схеми на рис.2, тобто виразимо зовнішні струми через потужності і напруги у вузлах. При цьому будемо вважати балансуєчим вузол з номером 1, а решту $(N-1)$ вузлів вважаємо PQ-вузлами. Тоді

$$\begin{aligned}
 Y_{22}V_2 + Y_{23}V_3 + Y_{24}V_4 &= \frac{S_2^*}{V_2^*} - Y_{12}V_1 \\
 Y_{23}V_2 + Y_{33}V_3 + Y_{34}V_4 &= \frac{S_3^*}{V_3^*} - Y_{13}V_1 \\
 Y_{24}V_2 + Y_{34}V_3 + Y_{44}V_4 &= \frac{S_4^*}{V_4^*}
 \end{aligned} \tag{18}$$

При вирішенні нелінійних рівнянь (18) даним методом система рівнянь на кожній ітерації вважається лінійною. А саме праві частини рівнянь обчислюються з використанням значень, отриманих на попередній ітерації. При цьому система лінійних рівнянь може вирішуватися, наприклад, методом Гауса.

Отже, спочатку задаються початкові вузлові напруги $V_i^{(0)}$ ($i = 2, 3, 4$), їх можна покласти рівними номінальній напрузі мережі. Для цих напруг обчислюються праві частини рівнянь (18) і потім вирішуються рівняння відносно V_i . Отримані значення $V_i^{(1)}$ на наступному кроці ітерацій підставляються в праві частини рівнянь, і знову вирішується система лінійних

рівнянь. Так продовжується до тих пір, поки не буде досягнута необхідна точність $\varepsilon \ll 1$ по напругам, яка оцінюється по відстані між векторами V_i сусідніх ітерацій в гільбертовому просторі:

$$\Delta V = \sqrt{\sum_{i=2}^N |V_i^{(n+1)} - V_i^{(n)}|^2} \leq \varepsilon \quad (19)$$

Тут $V_i^{(n+1)}$ і $V_i^{(n)}$ – значення змінних на $n + 1$ -й та n -й ітераціях.

Загальна формула для ітераційного процесу має вигляд

$$V_i^{(n+1)} = \frac{1}{Y_{ii}} \left(\frac{S_i^*}{V_i^{(n)*}} - \sum_{k=1(\neq i)}^N Y_{ik} V_k^{(n)} \right) \quad (20)$$

3.2.3.2 Метод Гауса-Зейделя

Цей метод реалізується у вигляді простого і зручного для програмування алгоритму. Представимо систему рівнянь (4) у вигляді

$$\begin{aligned} V_2 &= \frac{1}{Y_{22}} \left(\frac{S_2^*}{V_2^*} - Y_{12} V_1 - Y_{23} V_3 - Y_{24} V_4 \right) \\ V_3 &= \frac{1}{Y_{33}} \left(\frac{S_3^*}{V_3^*} - Y_{13} V_1 - Y_{23} V_2 - Y_{34} V_4 \right) \\ V_4 &= \frac{1}{Y_{44}} \left(\frac{S_4^*}{V_4^*} - Y_{24} V_2 - Y_{34} V_3 \right) \end{aligned} \quad (21)$$

Спочатку задаються початкові вузлові напруги $V_i^{(0)}$ ($i = 2, 3, 4$) і для цих напруг обчислюється права частина першого рівняння, тобто визначається нове значення V_2 . Знайдене V_2 і колишні значення V_3, V_4 підставляються в друге рівняння, і визначається нове значення V_3 . Знайдені V_2, V_3 використовуються при знаходженні V_4 з третього рівняння. Потім на наступному кроці ітерацій знову визначається V_2 і так далі. Ітерації припиняються, коли буде досягнута необхідна точність ε по напругам (19).

Загальна формула для ітераційного процесу виглядає як

$$V_i^{(n+1)} = \frac{1}{Y_{ii}} \left(\frac{S_i^*}{V_i^{(n)*}} - \sum_{k=1}^{i-1} Y_{ik} V_k^{(n+1)} - \sum_{k=i+1}^N Y_{ik} V_k^{(n)} \right) \quad (22)$$

При використанні методу простих ітерацій та методу Гауса-Зейделя число ітераційних циклів і збіжність обчислювального процесу багато в чому визначається вдалим вибором початкових наближень для невідомих: вони повинні бути досить близькими до справжніх значень. В іншому випадку ітераційний процес може розбігатися.

3.2.3.3 Алгоритм рішення системи без PV-вузлів

Наведемо алгоритм знаходження потужностей, коли всі вузли, крім балансуєчого, є вузлами PQ.

1. Вихідними даними є профіль навантажень (значення P_{Li}, Q_{Li}), потужності P_{Gi}, Q_{Gi} у вузлах генерації і матриця провідностей Y .
2. Задаються стартові значення для V_i в PQ вузлах, це може бути номінальне значення напруги мережі (або $V_i = 1 + j0$ у відносних одиницях). Напруга в балансуєчому вузлу фіксована, тому СРПП зводиться до $N-1$ рівнянь. Якщо система програмування дозволяє оперувати з комплексними числами (наприклад, MATLAB), то СРПП береться у вигляді (11) і результатом ітераційного рішення є комплексні значення V_2, V_3, \dots, V_N . Якщо ж операції з комплексними числами не передбачені (наприклад, відсутня відповідна бібліотека або клас в C), то СРПП перетворюється до $2(N-1)$ рівнянь (13а), (13б) відносно $|V_i|$ і δ_i .
3. Обчислюються вузлові напруги V_i ($i = 2, \dots, N$) за допомогою простих ітерацій (п. 2.2.3.1) або за методом Гауса-Зейделя (п. 2.2.3.2).
4. На основі знайдених V_i обчислюється потужність в балансуєчому вузлі $S_1^* = P_1 - jQ_1$ за допомогою формули (11).

5. Обчислюються струми в гілках, наприклад, струм від вузла i до вузла k (лінія $i-k$) визначається за формулою

$$I_{ik} = (V_i - V_k)y_{ik} = (V_k - V_i)Y_{ik} \quad (23)$$

Якщо лінії представляються П-подібною схемою заміщення з поперечними провідностями y_{ik0}, y_{ki0} (рис.3), то у вираз (23) для I_{ik} додається відповідний доданок:

$$I_{ik} = (V_i - V_k)y_{ik} + V_i y_{ik0} \quad (24)$$

Сума струмів, що виходять з вузла i по всім гілкам, що мають з'єднання з цим вузлом ($Y_{ik} \neq 0$), дорівнює

$$I_i = \sum_{k=1}^N [(V_k - V_i)Y_{ik} + V_i y_{ik0}] \quad (25)$$

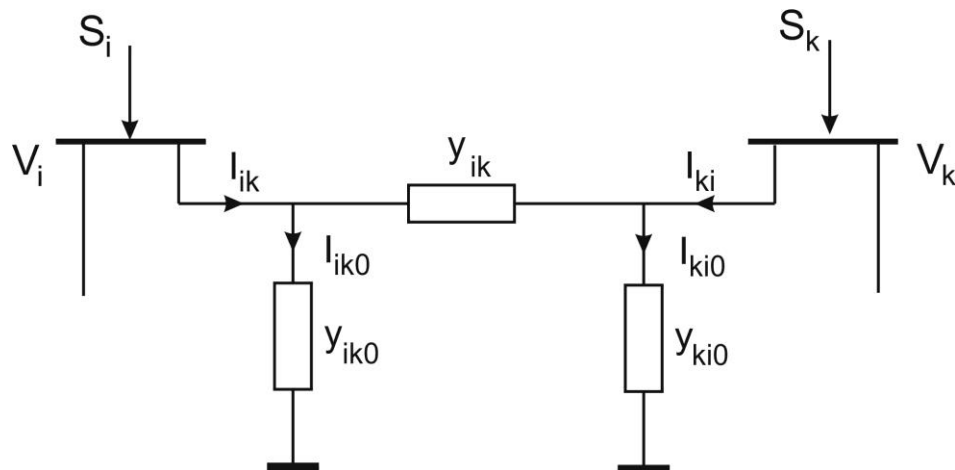


Рис.3. П-подібна схема заміщення лінії

6. Виконується перевірка балансу струмів в кожному вузлі:

$$J_i - I_i = \frac{S_i^*}{V_i^*} - I_i = 0, \quad i = 2, \dots, N \quad (26)$$

та балансу зовнішніх струмів (2).

7. Обчислюються потоки потужності в лініях. Наприклад, потік потужності від вузла i до вузла k по лінії ($i-k$) визначається за формулою

$$S_{ik} = P_{ik} + jQ_{ik} = V_i I_{ik}^* = V_i (V_i^* - V_k^*) y_{ik}^* + V_i V_i^* y_{ik0}^* \quad (27)$$

Аналогічно потужність, спрямована від вузла k до вузла i , дорівнює

$$S_{ki} = P_{ki} + jQ_{ki} = V_k (V_k^* - V_i^*) y_{ik}^* + V_k V_k^* y_{ki0}^* \quad (28)$$

8. На одним з останніх етапів розрахунку обчислюються втрати в лініях. Втрати потужності в лінії $(i-k)$ є сума потоків (27) і (28):

$$S_{ik,loss} = S_{ik} + S_{ki} = |V_i - V_k|^2 y_{ik}^* + |V_i|^2 y_{ik0}^* + |V_k|^2 y_{ki0}^* \quad (29)$$

де перший доданок у правій частині представляє поздовжні втрати, а останні два – поперечні втрати в лінії.

9. Завершальним етапом є перевірка балансу потужностей:

$$\sum_{i=1}^N S_i + \sum_{i,k=1(i>k)}^N S_{ik,loss} = 0 \quad (30)$$

3.2.3.4 Алгоритм розв'язання для системи з PV-вузлами

Для PV-вузлів задані P і $|V|$, невідомими є Q і δ , які визначаються в результаті ітераційного розрахунку. Алгоритм розрахунку наступний:

1. Використовуючи вираз (126)

$$Q_i = -\text{Im} \left\{ V_i^* \sum_{k=1}^N Y_{ik} V_k \right\}$$

за знайденими напругами V_i визначається Q_i . У ітераціях по Зейделю це виконується згідно з формулою:

$$Q_i^{(n+1)} = -\text{Im} \left(V_i^{(n)*} \sum_{k=1}^{i-1} Y_{ik} V_k^{(n+1)} + V_i^{(n)*} \sum_{k=i+1}^{N-1} Y_{ik} V_k^{(n)} \right) \quad (31)$$

2. Як зазначалося вище, реактивні потужності генераторів Q_{Gi} повинні знаходитися в інтервалі між $Q_{Gi,\min}$ і $Q_{Gi,\max}$. Цього обмеження слід дотримуватися на всіх етапах ітерацій. Якщо ж зазначена умова порушується, відповідний вузол переводиться у режим PQ. Виконується це таким чином. Якщо на якій-небудь ітерації $Q_{Gi}^{(n)} < Q_{Gi,\min}$, то вважають $Q_{Gi} = Q_{Gi,\min}$ і

розраховують вузол i як PQ-вузол. Якщо ж $Q_{Gi}^{(n)} > Q_{Gi,\max}$, то вважають $Q_{Gi} = Q_{Gi,\max}$ з трансформацією вуз-ла у PQ-режим.

3. Знайдені в ході ітерацій $V_i^{(n+1)}$ дозволяють відразу визначити фазу

$$\delta_i^{(n+1)} = \arg V_i^{(n+1)} = \arg \left[\frac{1}{Y_{ii}} \left(\frac{S_i^{(n+1)*}}{V_i^{(n)*}} - \sum_{k=1}^{i-1} Y_{ik} V_k^{(n+1)} - \sum_{k=i+1}^{N-1} Y_{ik} V_k^{(n)} \right) \right] \quad (32)$$

де $S_i^{(n+1)} = P_i + jQ_i^{(n+1)}$

4. Алгоритм знаходження напруг в інших PQ-вузлах залишається таким, як і раніше (див. п. 2.2.3.3).

Блок-схема алгоритму наведена на рис.4. Передбачається, що система складається з N вузлів, з яких вузол 1 - балансуєчий, вузли 2, ... m - PV-вузли, а решта - PQ-вузли.

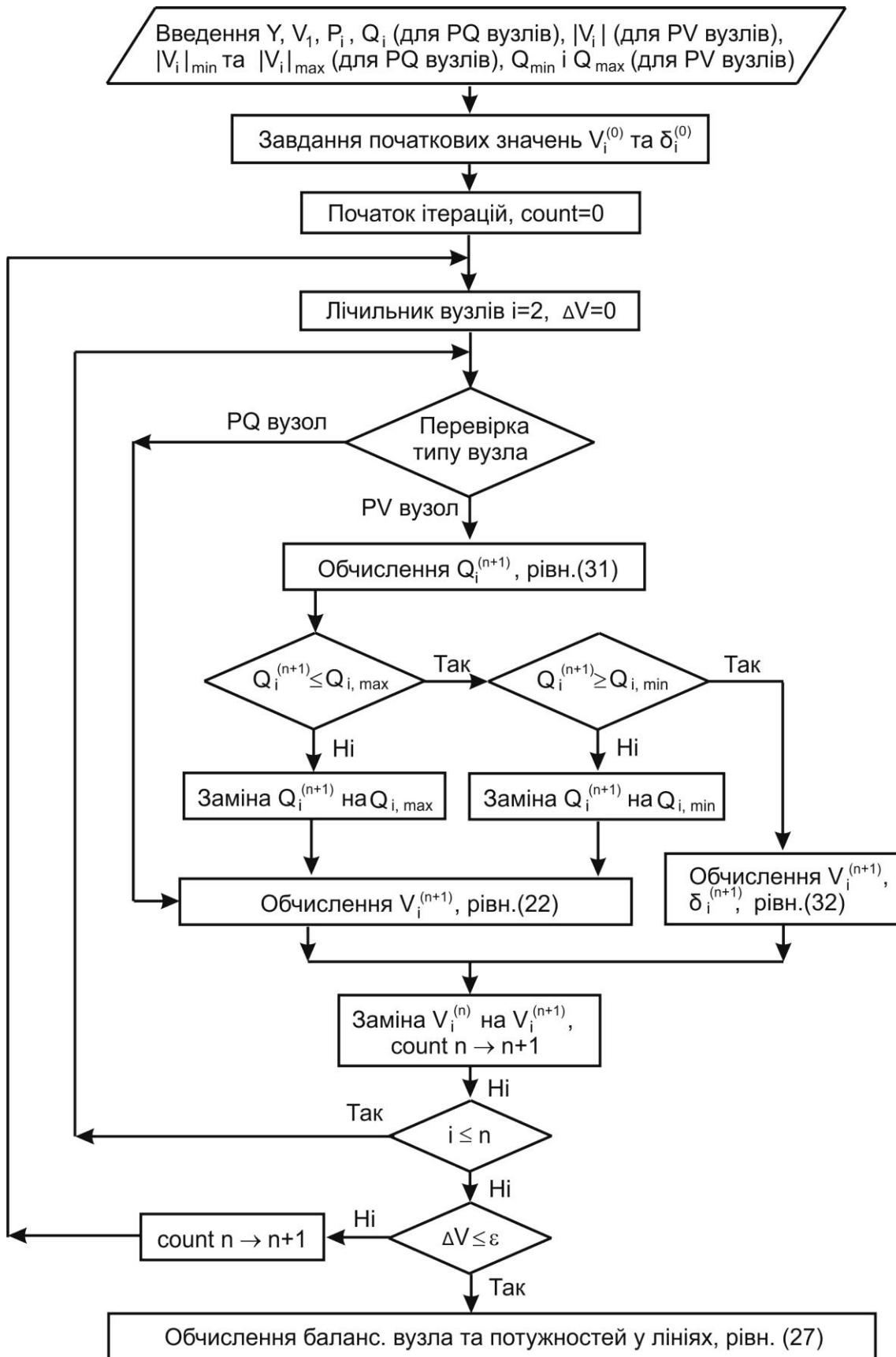


Рис.4. Блок-схема алгоритму розрахунку системи з PV- и PQ-вузлами

4.Завдання

4.1 Загальна постановка задач

У даній розрахунковій роботі студенти мають з'ясувати як впливає ВДЕ-генерація, наприклад, від вітроелектростанцій (ВЕС) на рівні напруг та електричні втрати у модельній енергосистемі з 6-вузлів (табл.1). Параметри навантажень (активна і реактивна потужність), а також ліній електричної мережі (провідності) потрібно самостійно підібрати таким чином, щоб напруга в одному з вузлів була нижче допустимого рівня, тобто треба створити проблемний (слабкий) вузол.

Спочатку треба визначити, чи можливо виправити профіль напруги (повернути у допустимий рівень) шляхом компенсації реактивної потужності у проблемному вузлу. Потім вже у відсутності компенсаторів треба розглянути два варіанта підключення ВЕС: к вузлу, який розташований поблизу ВЕС (він вказаний у табл.2), та к слабкому вузлу. Моделювання двох ситуацій повинне показати, яке з підключень являється переважним. Для знайденого переважного варіанту підключення ВЕС треба визначити стійкість системи по напрузі при покроковому збільшенні навантаження у мережі.

4.2 Етапи рішення задач

Рішення задач, які сформульовані вище, складається з наступним етапів.

1. Для схеми енергосистеми, яка відповідає обраному варіанту (табл.1) записати систему нелінійних рівнянь для вузлових напруг. Самостійно назначити провідності ліній та потужності навантажень (у відносних одиницях), спираючись на реальні дані з питомої провідності проводів ліній передавання. Вважати при цьому всі вузли споживачами, окрім балансуєчого вузла.

2. Написати програму для численного вирішення цієї системи за допомогою простих ітерацій і методом Гауса-Зейделя. При цьому балансуєчий вузол обирається відповідно табл.2 і має напругу $|V|=1.04$.
3. Підібрати потужності споживачів у вузлах та провідності ліній таким чином, щоб була знижена напруга (менше 0.95 і більше 0.9 від базового) в одному з вузлів (номер слабого вузла див. у табл.2) .
4. Обчислити вузлові напруги (профіль напруги) для випадку, коли всі вузли PQ. Про моделювати виправлення профілю напруги (приведення до допустимих меж) шляхом компенсації реактивної потужності в проблемному вузлу. Межа компенсації не повинна перевищувати 30% від активної потужності у вузлу. В наступних пунктах розрахунку компенсацію не використовувати.
5. Розрахувати профіль напруги, коли до певного вузла енергосистеми (див. табл. 2) підключена ВЕС. Цій вузол рахується як вузол PV з $|V|=1.03$. Визначити мінімальну потужність, необхідну для підвищення напруги в вузлах до допустимого рівня. Визначити максимальну потужність ВДЕ-генерації, яку можна видати в систему, щоб напруга у всіх вузлах не виходила за допустимий рівень 1.05.
6. Розрахувати профіль напруги, коли ВЕС підключається до слабого вузла. Визначити мінімальну потужність, необхідну для підвищення напруги в вузлах до допустимого рівня. Визначити максимальну потужність ВДЕ-генерації, яку можна видати в систему, щоб напруга у всіх вузлах не виходила за допустимий рівень.
7. Розрахувати для двох випадків (згідно з п.5 або п.6) перетікання потужностей та втрати у лініях. Визначити, яке з підключень являється більш переважним.
8. Навести приклад енергосистеми, отриманої в п.7, у фізичних одиницях (Ом, В, А, ВА).

9. Для знайденого переважного варіанту підключення ВЕС визначити профіль напруги в системі. Розрахувати систему при покроковому збільшенні навантаження у всіх вузлах з вихідного рівня (п. 3) до рівня 120% (крок збільшення 2%). Графічно зобразити зміну профіля вузлових напруг.
10. Визначити ефективність видачі електроенергії споживачам в енергосистемі за показником відношення суми втрат у лініях до суми потужності навантажень у вузлах:

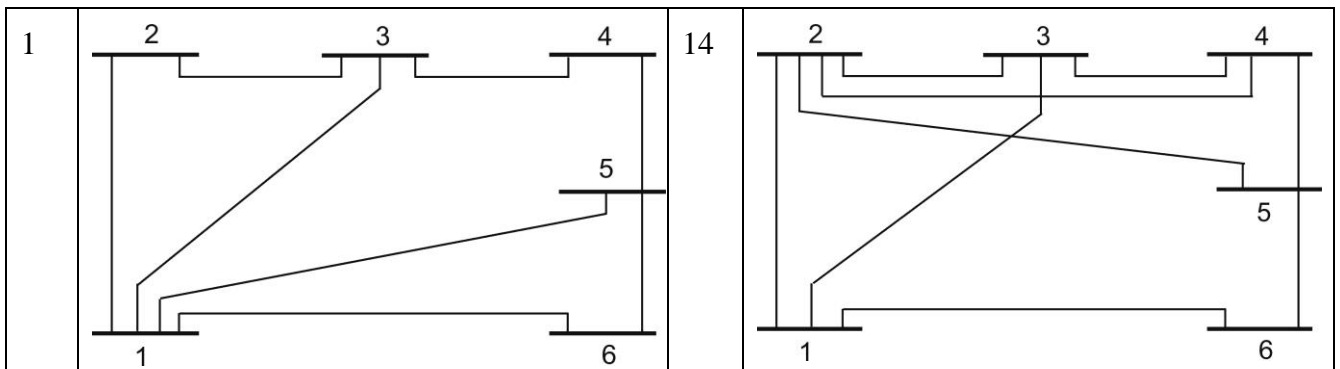
$$Eff = \frac{\sum_{i>k} |S_{ik,loss}|}{\sum_i |S_{i,load}|} \cdot 100\%$$

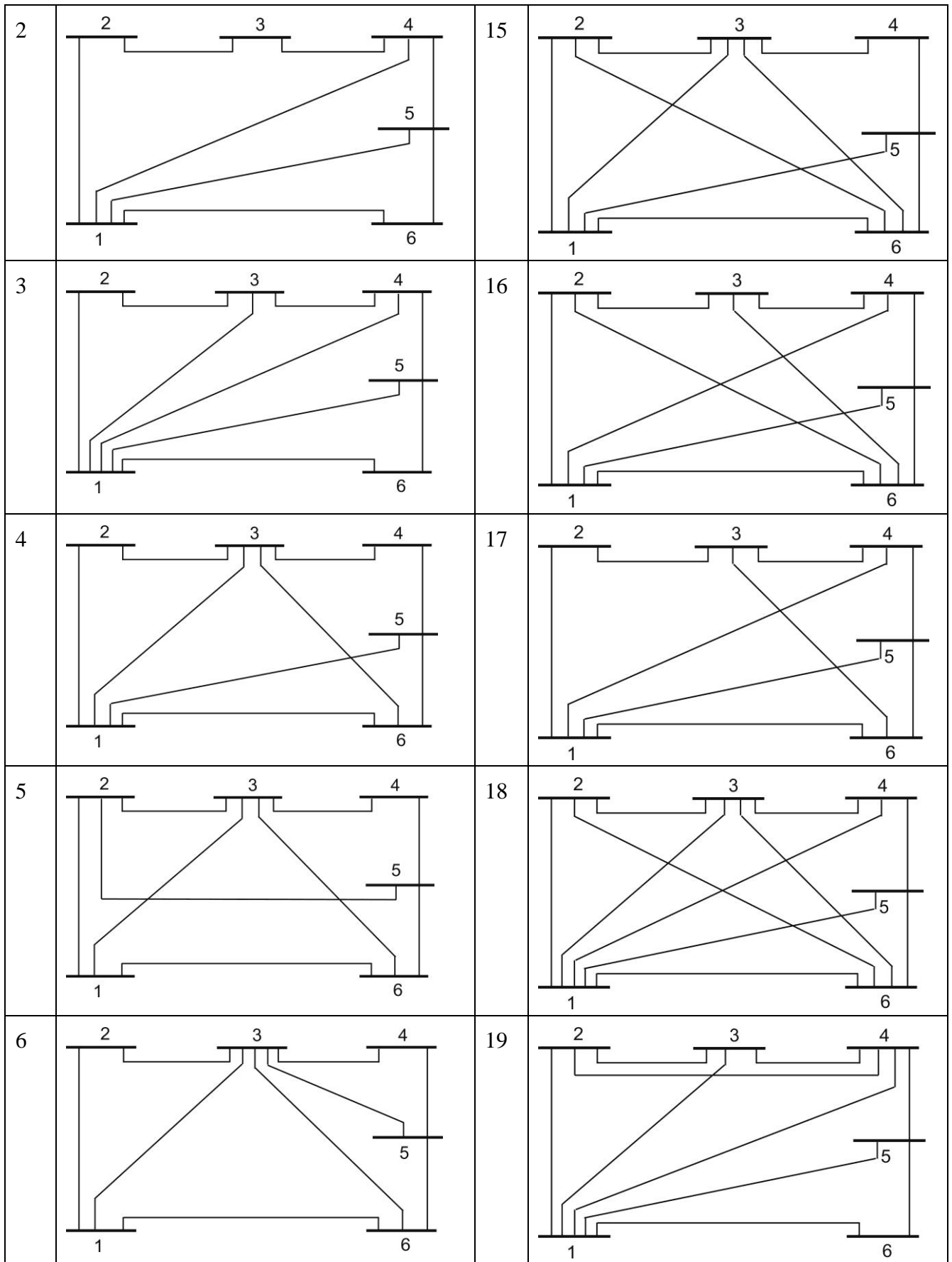
Побудувати графік залежності Eff від рівня навантаження (від 10% до 120%), пропорційно підвищуючи навантаження у всіх вузлах.

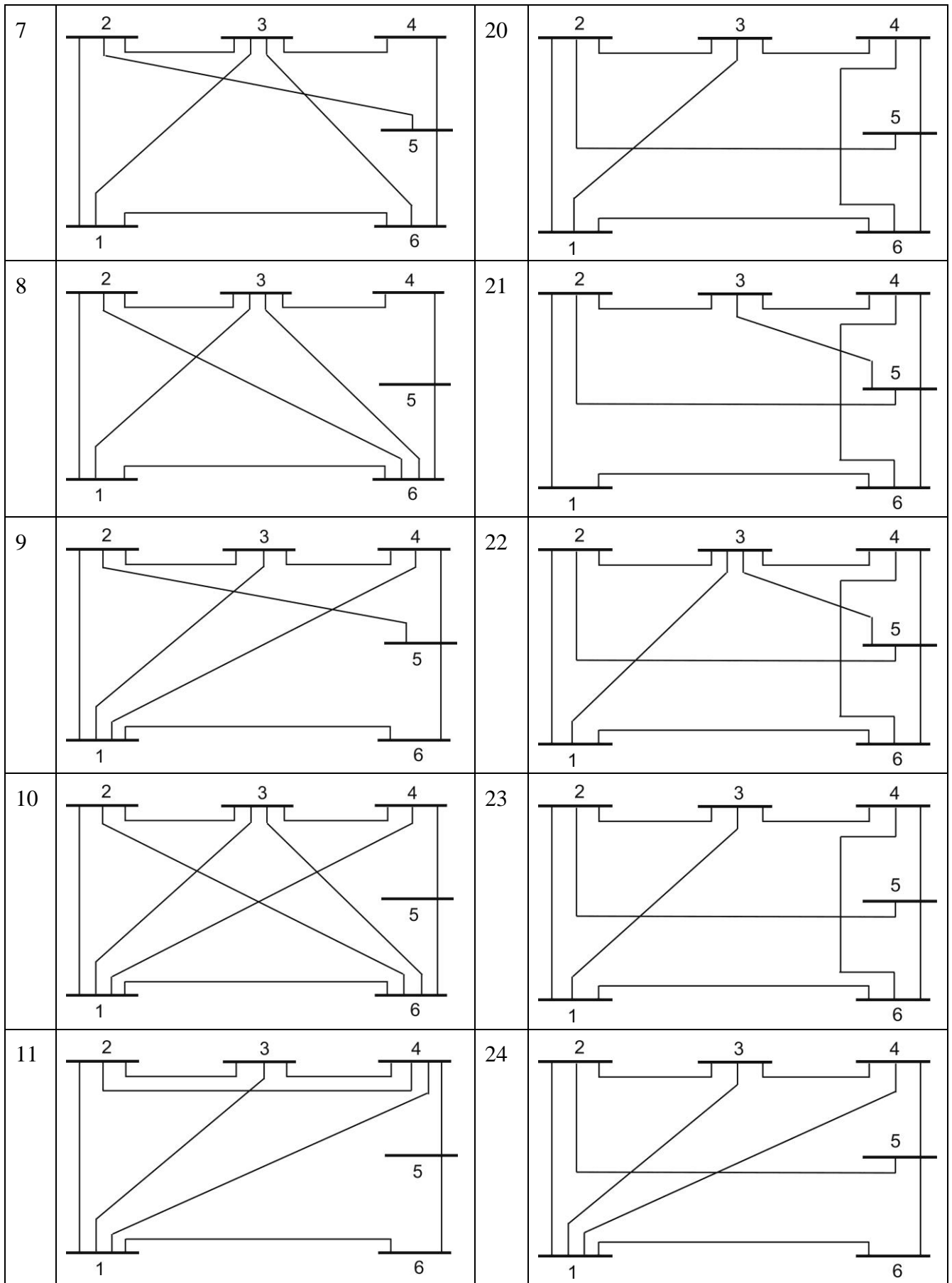
4.3 Варіанти завдань

Варіанти завдань наведені у табл. 1 (топология 6-вузловий мережі) та у табл.2 (номери балансуєчого, проблемного вузлів та вузла, розташованого поблизу ВЕС, яка планується).

Табл.1 Варіанти схем енергосистеми







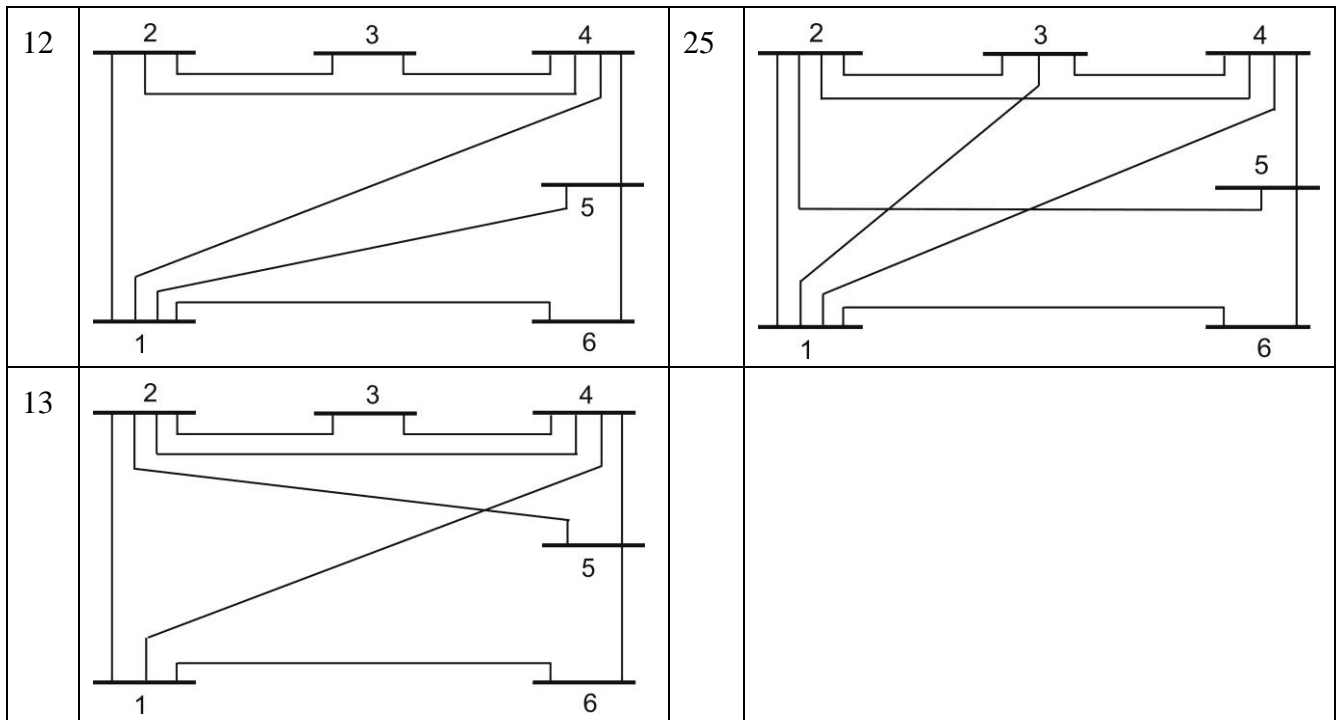


Табл.2. Номери вузлів до постановки задачі

Варіант	Баланс. вузол	Слабкий вузол ($V < 0.95$)	Вузол поблизу ВЕС	Варіант	Баланс. вузол	Слабкий вузол ($V < 0.95$)	Вузол поблизу ВЕС
1	1	6	5	14	2	6	5
2	1	6	4	15	6	4	5
3	1	4	5	16	6	2	3
4	1	4	3	17	3	5	6
5	3	6	5	18	1	5	4
6	3	1	2	19	1	5	6
7	3	6	5	20	2	5	6
8	6	4	3	21	4	1	2
9	1	6	5	22	3	1	6
10	1	5	4	23	1	5	4
11	4	6	1	24	1	6	5
12	4	6	1	25	4	6	1
13	2	6	1				

5. Рекомендації до виконання

1. У програмах кожного розрахунку передбачити перевірку отриманих рішень за допомогою рівнянь балансів струмів та потужностей.
2. У розрахунково-графічній роботі повинні міститися
 - формулювання задачі;
 - короткий опис методу рішення;
 - текст програми;
 - графіки;
 - скріншоти результатів та перевірки;
 - висновки.
3. Приклад ітераційних розрахунків 4-вузловий схеми з 3 вузлами PQ (рис.2):

```
clear all
format short
n=4; %кількість вузлів
% Матриця провідностей:
Y=[3-9j -2+6j -1+3j 0; -2+6j 3.666-11j -0.666+2j -1+3j;...
    -1+3j -0.666+2j 3.666-11j -2+6j; 0 -1+3j -2+6j 3-9j];
V=ones(4,1); %вектор-стовпчик
Vnew=ones(4,1);
V(1)=1.04; % напруга балансуєного вузлу
% PQ- вузли:
% активно-індуктивні навантаж (вузли 2,3) та генеруючий вузол 4:
P=[0 -0.5 -1.0 0.3];
Q=[0 -0.15 -0.25 0.1];
S=P+j*Q;
eps=1e-6; %точність ітерацій

%+++++
%% Прості ітерації
count=0;
err=1;
right=zeros(4,1);
while err>eps
    for i=2:n
        right(i)=S(i)'./V(i)'+Y(1,i)*V(1); %права частина рівнянь
    end
    Vnew=Y(2:n,2:n)\right(2:n); %результат поточної ітерації
    err=norm(V(2:n)-Vnew); % відстань між векторами
% сусідніх ітерацій
    V(2:n)=Vnew; %новый V готовится для следующей итерации
    count=count+1;
end
% V=[V(1);Vminor];
```

```

disp('Прості ітерації, V=')
for m=1:n
%Виведення амплитуди і фази у градусах:
fprintf('%f %f\n',abs(V(m)),angle(V(m))*180/pi);
end
count % Кількість простих ітерацій у PQ задачі
%+++++
%% Зейделя алгоритм
V(2:n)=1; % початкове наближення
count=0;
err=1;
while err>eps
    Vold=V; % фіксуємо попереднє значення V
    for i=2:n
        J=S(i)'/V(i)';
        t1=0;
        for k=1:n
            if k~=i
                t1=t1+Y(i,k)*V(k);
            end
        end
        V(i)=(J-t1)/Y(i,i);% нове значення V(i),
        % яке використовується для розрахунку V(i+1)
    end
    err=norm(V-Vold);
    count=count+1;
end
disp('Метод Зейделя, V=')
for m=1:n
    fprintf('%f %f\n',abs(V(m)),angle(V(m))*180/pi);
end
count % Кількість ітерацій у PQ задачі. Метод Зейделя

%+++++
%% Баланс струмів
I=zeros(1,n);
for i=1:n
    t=0;
    %Струм із вузла i:
    for k=1:n
        t=t+(V(k)-V(i))*Y(i,k);
    end
    I(i)=t;
end
J(1)=-sum(I(2:n)) % Струм балансуєчого вузлу

for i=2:n
    J(i)=S(i)'/V(i)';
end
B_curr=J-I;
disp('Баланс струмів:')
for m=1:n

```

```

        fprintf('%f\n',abs(B_curr(m)));
end

%% Баланс потужностей
Sin=V(1)*J(1)'; % потужність із балансуючого вузлу

% Сумарна потужність в інших вузлах:
Sout=0;
for i=2:n
    Sout=Sout+S(i);
end

% Потужність втрат:
Sloss=0;
for i=1:n
    for k=1:n
        if k>i
            Sloss=Sloss+(V(k)-V(i))*(V(k)-V(i))*(-Y(i,k)');
        end
    end
end
Sloss=-Sloss;
disp('Потужність балансуючого вузлу:')
Sin
disp('Сумарна потужність в інших вузлах:')
Sout
disp('Потужність втрат:')
Sloss
disp('Баланс потужностей:')
B_power=Sin+Sout+Sloss

```

Результат рішення:

Прості ітерації, V= Формат Амплітуда-Фаза

```

1.040000 0.000000
0.969328 -5.203135
0.929228 -8.758640
0.962556 -5.855054

```

```

count =
    9

```

Метод Зейделя, V=

```

1.040000 0.000000
0.969328 -5.203113
0.929229 -8.758604
0.962557 -5.855027

```

```

count =
    26

```

```

J =

```

1.2229 - 0.4955i

Баланс струмів:

0.000000

0.000003

0.000004

0.000000

Потужність балансуючого вузлу:

Sin =

1.2718 + 0.5153i

Сумарна потужність в інших вузлах:

Sout =

-1.2000 - 0.3000i

Потужність втрат:

Sloss =

-0.0718 - 0.2153i

Баланс потужностей:

B_power =

-5.0918e-06 - 4.8950e-06i

6. Література

6.1 Основна література

1. Kothari D. P., Nagrath I. J. *Modern Power System Analysis* / New Delhi: Tata McGraw-Hill, 2003. – 694 p.
2. Glover J.D., Sarma M.S., Overbye T.J. *Power System Analysis and Design, Fifth Edition* / Stamford: Cengage Learning, 2012. – 850 p.
3. Кацадзе, Т. Л. Електричні системи та мережі. Частина 2. Розрахунок та аналіз усталених режимів електроенергетичних систем [Електронний ресурс] : матеріали лекцій. – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського. – 2016. – 284 с.
4. Меркур'єв, Г.В. Стійкість енергосистем / Г.В. Меркур'єв, Ю.М. Шаргин. В 2-х т. - СПб.: НОЗ "Центр підготовки кадрів енергетики", 2008. - Т. 2. - 376 с.

6.2 Додаткова література

5. О. Ю. Гаєвський, Г.М. Гаєвська, М.О. Коновалов. Вплив навантаження розподільної мережі на підвищення напруги в точці інверторного підключення ФЕС // Відновлювана енергетика. 2022. No 2(69), с. 48 – 55.
6. Ali Muhammad B. et al. Voltage Profile Improvement by Integrating Renewable Resources with Utility Grid // *Energies*. – 2022, Vol. 15(22), Article 8561; <https://doi.org/10.3390/en15228561>.
7. Padiyar K. R. *FACTS controllers in power transmission and distribution* / New Delhi: New Age International (P) Ltd., Publishers, 2007. – 532 p.
8. Serem N.K., Lawrence K.L., Munda J.L. Voltage Profile and Sensitivity Analysis for a Grid Connected Solar, Wind and Small Hydro Hybrid System // *Energies*. – 2021, Vol 14(12), Article 3555; DOI: 10.3390/en14123555.