

**НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
“КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО”
Навчально науковий інститут прикладного системного аналізу
Кафедра математичних методів системного аналізу**

До захисту допущено:
Завідувач кафедри
_____ Оксана ТИМОЩУК
«__» ____ 2024 р.

**ДИПЛОМНА РОБОТА
на здобуття ступеня бакалавра
за освітньо-професійною програмою «Системний аналіз і управління»
спеціальності 124 «Системний аналіз»
на тему: «Виведення та утримання об’єкту на заданій траєкторії»**

Виконав:
студент IV курсу, групи КА-03
Дудін Євгеній Васильович

Керівник:
д. т. н., професор Данилов Валерій Якович

Консультант з економічного розділу:
доцент, к.е.н., Рощина Надія Василівна

Консультант з нормконтролю:
к.ф.-м.н., Статкевич Віталій Михайлович

Рецензент:

Засвідчую, що у цій дипломній роботі
немає запозичень з праць інших авторів
без відповідних посилань.
Студент _____

Київ, 2024

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
Навчально-науковий інститут прикладного системного аналізу
Кафедра математичних методів системного аналізу

Рівень вищої освіти – перший (бакалаврський)

Спеціальність – 124 «Системний аналіз»

Освітня програма «Системний аналіз і управління»

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри

_____ Оксана ТИМОЩУК

«__» _____ 2024 р.

ЗАВДАННЯ
на дипломну роботу студенту
Дудіну Євгенію Васильовичу

1. Тема роботи «Виведення та утримання об'єкту на заданій траєкторії», керівник роботи Данилов Валерій Якович, доктор технічних наук, професор кафедри ІШ, затвержені наказом по університету від від «__» _____ 2024 р. № _____.
2. Вихідні дані до роботи: неперервне надходження даних координат ворожої цілі та ракети, що йде на перехват.
3. Зміст роботи: дослідження предметної області; поняття про теорію керування систем зі зворотнім зв'язком; класичні та сучасні методи налаштування ПД(пропорційний інтегральний диференціальний)-контролера; програмна реалізація та аналіз результатів; функціонально-вартісний аналіз програмного забезпечення.

4. Перелік ілюстративного матеріалу (графіки, результати моделювання, презентації тощо): схема роботи складної технічної системи, програмна реалізація моделювання.

5. Консультанти розділів роботи.

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	завдання прийняв
Економічний	доцент, к.е.н., Рощина Н. В.		

6. Дата видачі завдання 15.04.2024

Календарний план

№ з/п	Назва етапів виконання дипломної роботи	Термін виконання етапів роботи	Примітка
1.	Вивчення літератури за темою роботи.	25.04.2024	Виконано
2.	Підготовка першого розділу.	30.04.2024	Виконано
3.	Підготовка другого розділу.	01.05.2024	Виконано
4.	Початок розробки програмного продукту.	13.05.2024	Виконано
5.	Підготовка третього розділу.	24.05.2024	Виконано
6.	Підготовка економічної частини.	30.05.2024	Виконано
7.	Оформлення розділів відповідно до нормконтролю.	30.05.2024	Виконано
8.	Підготовка презентації доповіді.	05.06.2024	Виконано
9.	Оформлення дипломної роботи.	09.06.2024	Виконано

Студент

Керівник

Євгеній ДУДІН

Валерій ДАНИЛОВ

РЕФЕРАТ

Дипломна робота: 92 с., 7 табл., 25 рис., 1 додаток, 13 джерел.

Дослідження предметної області; поняття про теорію керування систем зі зворотнім зв'язком; класичні та сучасні методи налаштування ПД(пропорційний інтегральний диференціальний)-контролера; програмна реалізація та аналіз результатів; функціонально-вартісний аналіз програмного забезпечення.

Об'єкт дослідження – самостабілізуюча система на базі ПД-контролера.

Предмет дослідження – методи налаштування ПД-контролера. Отримання даних про динаміку ворожого об'єкту.

Мета роботи – розробити схему системи наведення ракети до точки випередження ворожої цілі, використовуючи ПД-контролер.

Методи дослідження – використання алгоритмів утримання ракети на заданій траєкторії, методи налаштування ПД-контролера.

Актуальність – модернізація наявних систем наведення в застарілих зразках бойових машин, з метою підсилення проти-повітряної оборони.

Результати роботи – розроблено математичну модель наведення, а також проведено її програмне моделювання засобами мовою Python та її графічними бібліотеками.

Шляхи подальшого розвитку предмету дослідження – розробка цифрової моделі наведення, впровадження модернізації наявних застарілих засобів проти-повітряної оборони.

ABSTRACT

Diploma thesis: 92 p., 7 tabl., 27 fig., 1 appendix, 13 references.

Study of the subject area; concepts of the theory of control of systems with feedback; classic and modern methods of setting PID (proportional integral differential) controller; program implementation and analysis of results;

Object of research – self-stabilizing system based on a PID controller.

Subject of study – ПИД controller tuning methods. Obtaining data on the dynamics of the enemy object.

Purpose of study – to develop a mathematical model of the missile guidance system to the set-point of the enemy target, using a PID controller.

Research methods – use of algorithms to keep the rocket on a given trajectory, methods of setting up the PID controller.

Relevance – modernization of existing guidance systems in outdated models of AAD vehicles, with the aim of strengthening anti-aircraft defense.

Results – a developed mathematical model of guidance and its software simulation using the Python language and its graphic libraries.

Ways to further develop the subject of research – development of a digital guidance model, implementation of modernization of existing anti-aircraft defense equipment.

ЗМІСТ

ВСТУП	8
РОЗДІЛ 1. ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ СИСТЕМ ЗІ ЗВОРОТНІМ ЗВ'ЯЗКОМ.....	9
1.1 Вступ до керування системою.....	9
1.2 Частотні характеристики системи	11
1.3 Стійкість системи.....	18
1.4 Спостережуваність системи.....	21
1.5 Керованість системи.....	21
1.6 Переведення системи у простір станів	22
1.7 Висновки до розділу 1.....	23
РОЗДІЛ 2. ПІД-контролер. Методи налаштування	24
2.1 Загальні положення та призначення.....	24
2.2 Метод Циглера-Нікольса.....	27
2.3 Метод Чієна, Хронеса та Ресвіка.....	29
2.4 Метод формування замкнутого контуру.....	30
2.5 Сучасні методи налаштування контролера.....	32
2.6 Висновки до розділу 2.....	37
РОЗДІЛ 3. АНАЛІЗ ПОСТАНОВКИ ЗАДАЧИ. МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ СИСТЕМИ НАВЕДЕННЯ.....	38
3.1 Інформація про ворожий об'єкт.....	38
3.2 Система пуску.....	40
3.3 Система наведення.....	44
3.3.1 Опис траєкторії.....	45
3.3.2 Лінійні та кутові відхилення.....	46
3.3.3 Активне донаведення.....	49
3.4 Керування рулями ракети.....	49
3.4.1 Загальна схема керування.....	49

3.4.2	Схема керування рулями ракети.....	50
3.4.3	Обмеження щодо керування рулями ракети.....	52
3.4.4	Блок-схема реалізації пристрою.....	54
3.5	Математична модель.....	56
3.5.1	Утримання ракети на першій ділянці траєкторії.....	56
3.5.2	Утримання ракети на другій ділянці траєкторії.....	58
3.5.3	Утримання ракети на третій ділянці траєкторії.....	60
3.5.4	Активне донаведення.....	62
3.6	Висновки до розділу 3.....	64
РОЗДІЛ 4. ФУНКЦІОНАЛЬНО-ВАРТІСНИЙ АНАЛІЗ ПРОГРАМНОГО ПРОДУКТУ.....		65
4.1	Постановка задачі проектування.....	65
4.2	Обґрунтування функцій програмного продукту.....	66
4.3	Обґрунтування системи параметрів програмного продукту.....	69
4.4	Аналіз експертного оцінювання параметрів.....	72
4.5	Аналіз рівня якості варіантів реалізації функцій.....	76
4.6	Економічний аналіз варіантів розробки ПП.....	77
4.7	Вибір кращого варіанту ПП техніко-економічного рівня.....	83
4.8	Висновки до розділу 4.....	84
ВИСНОВКИ.....		85
ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ		86
ДОДАТОК А МОДЕРНІЗОВАНА СИСТЕМИ ПУСКУ.....		88

ВСТУП

В цій дипломній роботі буде розглянуто систему, яка забезпечує виведення та утримання ракети на заданій траєкторії до точки випередження цілі з точки зору теорії керування.

Виведення та утримання ракети на траєкторії забезпечить ПД-контролер, у даній роботі буде розглянуто теоретичні принципи, на яких він базується, методи налаштування, а також представлення математичної моделі даної розробки.

Розробка даного пристрою виконується з метою модернізації СРП (пристрій розрахунків) ППО, з розрахунком на покращення його тактико-технічних характеристик, а також зробити його більш надійним, адже аналогово-обчислюваний пристрій конструктивно доволі складний блок, кожен компонент якого є окремою складною системою. Тому, доволі важливо всі ці розрахунки, що виконує СРП, перевести на цифрову ЕОМ.

РОЗДІЛ 1. ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ СИСТЕМ ЗІ ЗВОРОТНІМ ЗВ'ЯЗКОМ

1.1 Вступ до керування системою

Теорія керування використовується для аналізу та проектування систем зворотного зв'язку, таких як ті, що регулюють температуру, потік рідини, рух, силу, напругу, тиск, напругу, шум, а також положення тіла у просторі.

Як показано на рисунку 1.1, загальну систему керування можна розділити на контролер і виконавчий пристрій. Контролер можна розділити на такі складові як: блок, що задає правила керування та блок що виконує перетворювання потужності. Виконавчий пристрій також можна розділити на дві частини: актуатор та пристрій зворотного зв'язку. Актуатор може отримувати на вхід корисний сигнал разом з завадами. Мета системи керування полягає в тому, щоб керувати пристрієм у відповідь на команду з контролера, долаючи завади.

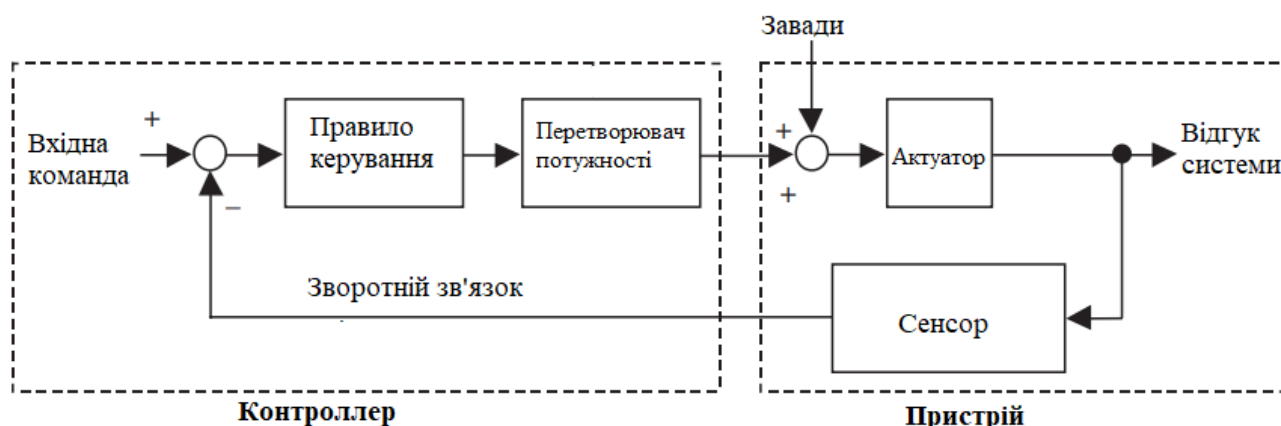


Рисунок 1.1 - Загальна структура системи зі зворотнім зв'язком

Пристрій складається з двох частин: актуатор і сенсор для зворонього зв'язку. Актуатор (також має назву «процес») – це елемент, який виробляє

реакцію системи, являється фактично конвертером фізичних величин. Як приклад, пристрій може включати нагрівальний елемент і двигун, підключений до його навантаження, або ж серво-механізм, що стоїть на валу змінного резистора.

Системи керування потребують зворотного зв'язку, оскільки кінцеві елементи рідко бувають достатньо передбачуваними, щоб ними можна було керувати у відкритому циклі, тобто без зворотного зв'язку. Це пов'язано з тим, що більшість пристроїв інтегрують вихідний сигнал перетворювача потужності для отримання реакції системи, а також перешкоджають точним вимірюванням завади та похибки, що виникають на етапі генерування вхідного сигналу на виконавчий пристрій. Як приклад процесів, що не можуть працювати з відкритим циклом може бути напруга, що прикладається до котушок індуктивності для отримання струму, момент сили, який прикладається до інерційного тіла для створення руху, тиск, що застосовується для створення потоку рідини. У всіх цих випадках система управління не може безпосередньо контролювати вихідну змінну, але повинна забезпечити вхідні сигнали до пристрою а вже потім контролювати зворотний зв'язок, аби актуатор правильно відпрацьовував вхідну команду.

Дуже важливою частиною керування процесами – це налаштування зворотнього зв'язку, для того щоб контролер міг правильно опрацьовувати величину нев'язки вихідної змінної.

1.2 Частотні характеристики системи

Для того, аби динаміку системи перевести в частотну область, використовується перетворення Лапласа, що має вигляд (1.1):

$$F(s) = \int_0^{+\infty} f(t)e^{-st}dt \quad (1.1)$$

$$s = \sigma + i\omega$$

$f(t)$ є функцією, що залежить від часу (функція-оригінал), s є оператором Лапласа, $F(s)$ є функцією зображення.

Предаточна функція (1.2) динамічної системи у формі перетворення Лапласа - це відношення вихідної координати у формі перетворення Лапласа до вхідної координати у формі перетворення Лапласа при нульових початкових умовах.

$$H(s) = \frac{L\{y(t)\}}{L\{u(t)\}} = \frac{Y(s)}{U(s)} \quad (1.2)$$

Розглянемо передаточну функцію замкнутої системи на рисунку 1.2:

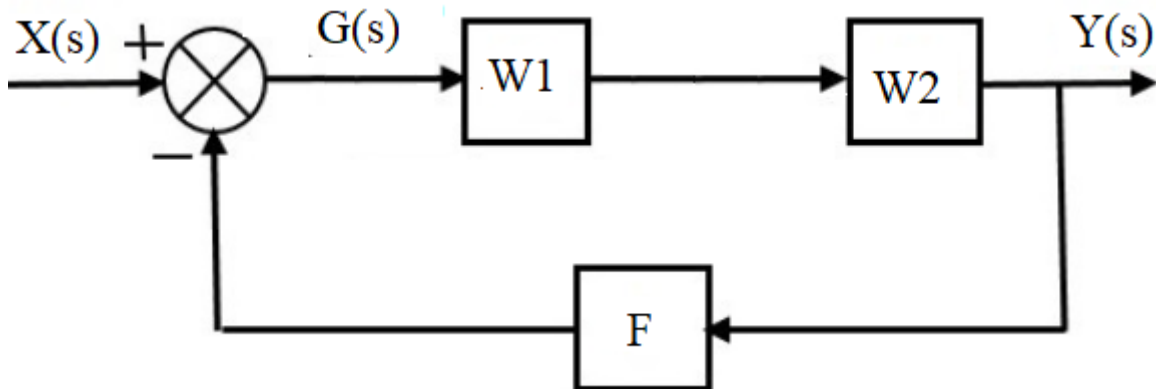


Рисунок 1.2 - Загальна структура системи зі зворотнім зв'язком

Необхідно знайти передаточну функцію системи по каналу $X \rightarrow Y$ (1.3):

$$Y = GW_1W_2$$

$$G = X - YF$$

$$Y = (X - YF)W_1W_2$$

$$Y(1 + FW_1W_2) = XW_1W_2$$

$$\frac{Y}{X} = \frac{W_1W_2}{(1 + FW_1W_2)} \quad (1.3)$$

Знаючи передаточну функцію системи, може знайти:

- АЧХ (амплітудно-частотну характеристику) системи – величина підсилення або послаблення сигналу в залежності від його циклічної частоти ω (1.4):

$$H(\omega) = |H(i\omega)| \quad (1.4)$$

Фактично, береться перетворення Фур'є від передаточної функції.

- ФЧХ (фазова-частотна характеристика) системи – залежність різниці фази вхідного-вихідного сигналу від його частоти (1.5):

$$\phi(\omega) = \arctg\left(\frac{\text{Im}g(H(i\omega))}{\text{Re}(H(i\omega))}\right) \quad (1.5)$$

- Реакцію на одиничний імпульс (дельта-функцію) системи.
- Реакцію на ступінчасте збурення системи, що дозволяє вирахувати її затримку в часі.

- Наближене значення відгуку системи на будь який вхідний сигнал у заданий момент часу. Це значення можна порахувати за допомогою згортки.

Проведемо аналіз передаточної функції розімкнутої системи, в якості прикладу можна навести широко-застосовуючий фільтр нижніх частот першого порядку (ступінь характеристичного поліному знаменника дорівнює один), або RC-фільтр, схематичне зображення на рисунку 1.3:

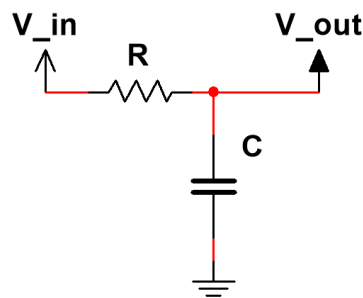


Рисунок 1.3 – схематичне зображення RC-фільтра

Суть цього фільтру в тому, що він дає послаблення сигналу в залежності від його частоти.

Імпеданс(комплексний опір) резистора:

$$Z_R = R$$

Імпеданс конденсатора розраховується за формулою (1.6):

$$Z_c = \frac{1}{i\omega C} \quad (1.6)$$

У формі Лапласа (1.7):

$$Z_c = \frac{1}{sC} \quad (1.7)$$

Значення вихідної напруги – величина падіння напруги на конденсаторі. Вхідна напруга у формі Лапласа позначається як $U_{in}(s)$, вихідна - $U_{out}(s)$ відповідно. Запишемо тоді закон протікання струму (1.8):

$$I(s) = \frac{U_{in}(s)}{Z_R + Z_C} \quad (1.8)$$

Тоді падіння напруги (вихідне значення напруги) на конденсаторі матиме вигляд (1.9):

$$U_{out}(s) = I(s) * Z_C$$

$$U_{out}(s) = \frac{U_{in}(s) * Z_C}{Z_R + Z_C} \quad (1.9)$$

Отже передаточна функція фільтра матиме вигляд (1.10):

$$H(s) = \frac{U_{out}(s)}{U_{in}(s)} = \frac{\frac{1}{sC}}{R + \frac{1}{sC}} = \frac{1}{1 + sRC} \quad (1.10)$$

Знайдемо АЧХ фільтра (1.11):

$$H(\omega) = \left| \frac{1}{1 + i\omega RC} \right| = \left| \frac{1 - i\omega RC}{1 + \omega^2 R^2 C^2} \right| = \sqrt{\left(\frac{1}{1 + \omega^2 R^2 C^2} \right)^2 + \left(\frac{\omega RC}{1 + \omega^2 R^2 C^2} \right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{1 + \omega^2 R^2 C^2}} \quad (1.11)$$

Приведення у децибельну шкалу та заміна кутової швидкості на

частоту (1.12):

$$H(f) = 10 * \log_{10} \left(\frac{1}{1 + 4\pi^2 f^2 R^2 C^2} \right)$$

Отже, графік АЧХ для номіналів $R = 10$ кОм, $C = 10$ мкФ зображений на рисунку 1.4:

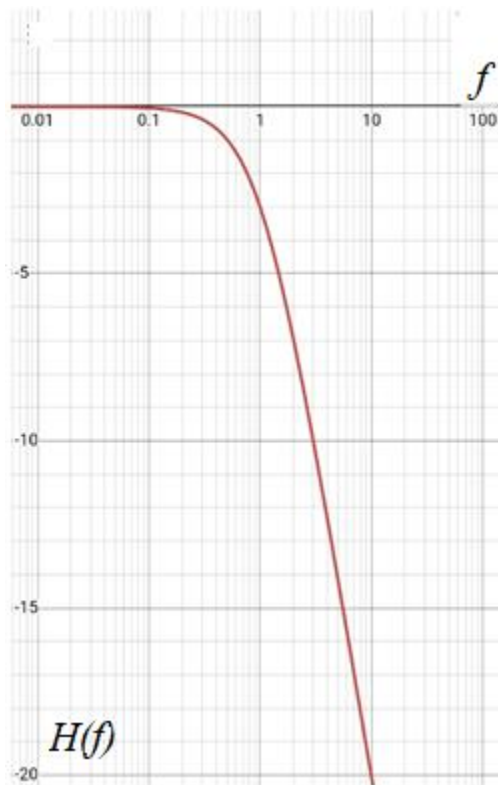


Рисунок 1.4 – АЧХ RC-фільтра

Кожні 20 дБц сигнал має послаблення в 10 разів. Як бачимо, зі збільшення частоти сигналу в 10 разі, фільтр знижує амплітуду в 10 разів (20дБц/декада).

Знайдемо затримку вихідного сигналу. Для цього необхідно зворотнє перетворення Лапласа на вхідний імпульс (1.13):

$$L\{h(t)\} = H(s), \quad h(t) = L\left\{\frac{1}{1 + sRC}\right\}^{-1} = L\left\{\frac{1}{RC} * \frac{1}{\frac{1}{RC} + s}\right\}^{-1} =$$

$$= \frac{1}{RC} * e^{-\frac{1}{RC}t} \quad (1.13)$$

Графік імпульсно-перехідної функції зображений на рисунку 1.5 (при $RC = 1$), що являє собою функцією залежності напруги від часу (1.14):

$$h(t) = e^{-t} \quad (1.14)$$



Рисунок 1.5 – Реакція RC-фільтра на одиничний імпульс

Вирахувати затримку даного фільтра можна за допомогою формули-згортки (1.15):

$$y(t) = \int_0^t h(\tau) * x(t - \tau) d\tau \quad (1.15)$$

Де $x(t)$ – функція, що являє собою одиничне ступінчасте збурення, $y(t)$ – функція відгуку фільтра, $h(t)$ – імпульсно-перехідна функція.

За допомогою згортки можна також рахувати наближене значення вихідної функції у заданий момент часу за допомогою числених методів

інтегрування, знаючи історію вимірів вхідного сигналу за час t . Отже аналітичний вигляд реакції фільтра на ступінчасте збурення (1.16), графічне зображення в залежності від параметра RC представлено на рисунку 1.6:

$$y(t) = \frac{1}{RC} \int_0^t e^{-\frac{\tau}{RC}} d\tau = 1 - e^{-\frac{t}{RC}} \quad (1.16)$$

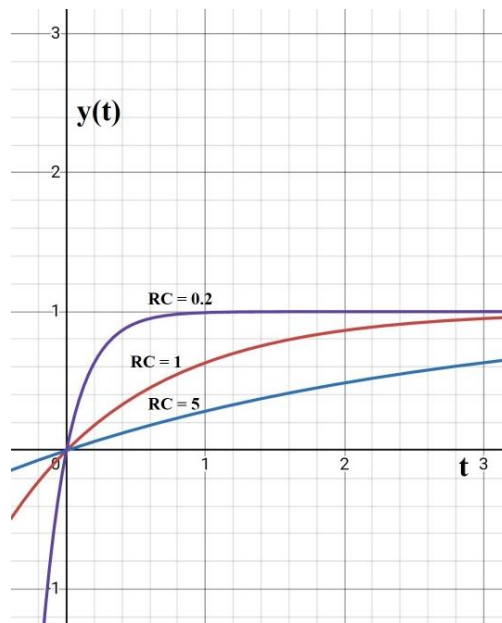


Рисунок 1.6 – реакція фільтра на ступінчасте збурення в залежності від параметра RC

Знайти час наростання сигналу на 99% можна з рівняння:

$$0.99 = 1 - e^{-\frac{t}{RC}} \quad (1.17)$$

Отже, час запізнення, або час наростання сигналу на 99% свого максимального значення (1.18):

$$t = -RC \ln(0.01) = 2 RC \ln(10) \quad (1.18)$$

Відповідно номінали конденсатора та резистора ставляться відповідно мінімально-допустимої затримки сигналу та АЧХ фільтра.

На практиці, даний тип фільтрів ставиться каскадами через операційні підсилювачі, таким чином, досягається згладжування шумів при доволі малій затримці сигналу, а також практично нульовий вихідний імпеданс сигналу. Корисний сигнал необхідно згладжувати фільтрами у разі якщо контролер аналізує динаміку системи, без фільтрації вхідний сигнал може бути споплюжений завадами, що спричинить значну похибку розрахунків динаміки.

1.3 Стійкість системи

Стійкість за Ляпуновим: стан системи вважається стійким, якщо при деяких початкових збуреннях система залишається в певному околі стану рівноваги. Нехай задана система (1.19):

$$\dot{x} = f(x) \quad (1.19)$$

де $\dot{x} \in R^n$, f - векторна функція, що визначає динаміку системи. Рівноважний стан $x = x_0$ системи є стійкою за Ляпуновим, якщо для будь-якого $\varepsilon > 0$ існує таке $\delta > 0$ що для будь-якого розв'язку $x(t_0)$ системи, який починається в момент часу t_0 з точки $x(t_0)$ такої, що $|x(t_0) - x_0| < \delta$ виконується умова: $|x(t) - x_0| < \varepsilon$, для всіх $t \geq t_0$.

Асимптотична стійкість: рівноважний стан $x = x_0$ системи є асимптотично стійким за Ляпуновим, якщо для будь-якого $\varepsilon > 0$ існує таке $\delta > 0$ що для будь-якого розв'язку системи, який починається в момент часу t_0 з точки $x(t_0)$ такої, що $|x(t_0) - x_0| < \delta$ виконується умова: $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = x_0$.

Нижче наведені деякі методи визначення стійкості системи:

1) На основі коренів характеристичного рівняння:

Теорема: Якщо всі корені характеристичного рівняння лінеаризованої системи є від'ємними або комплексними з від'ємною дійсною частиною, то збурений рух вихідної (нелінеаризованої) системи буде стійким незалежно від значення відкинутих при лінеаризації членів ряду Тейлора.

Теорема: Якщо серед коренів характеристичного рівняння лінеаризованої системи є додатні корені або комплексні корені з додатною дійсною частиною, то збурений рух вихідної системи буде нестійким незалежно від значення відкинутих при лінеаризації членів ряду Тейлора.

Знаючи передаточну функцію системи (1.20):

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} \quad (1.20)$$

що записується зазвичай у відношенні характеристичних поліномів, необхідно знайти полюси цієї системи (корені характеристичного поліному знаменника $X(s)$), на основі їх значень робиться висновок щодо стійкості системи. Для стійкості необхідно щоб вони мали не додатню дійсну частину, для асимптотичної стійкості – строго від'ємну дійсну частину. Не стійка система це та, що має хоча б один додатній полюс.

2) Критерій Гурвіца:

На основі характеристичного поліному знаменника передаточної функції, будуться матриця наступним чином: якщо характеристичний поліном має вигляд $a_0s^n + a_1s^{n-1} + \dots + a_{n-1}s + a_n = 0$, то коефіцієнти $a_0 \dots a_n$ записуються по діагоналі матриці Гурвіца. Вище від коефіцієнта $a_i, i \in \overline{0 \dots n}$ ставиться коефіцієнти зі збільшенням індексу, знизу – зменшенням індексу. Графічне представлення для поліному 5-го порядку $a_0s^5 + a_1s^4 + a_2s^3 + a_3s^2 + a_4s + a_5 = 0$ головний мінор виглядає наступним чином (1.21):

$$\Delta_5 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & 0 & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & 0 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & a_5 & 0 \\ 0 & a_0 & a_2 & a_4 & 0 \\ 0 & 0 & a_1 & a_3 & a_5 \end{vmatrix}. \quad (1.21)$$

Критерій Гурвіца: якщо всі діагональні мінори додатні, то система є стійкою.

3) Критерій Найквіста:

Якщо дана передаточна функція розімкнутої системи (1.22):

$$W_{\text{роз}}(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} \quad (1.22)$$

Тоді передаточна функція замкнутої системи має вигляд (1.23):

$$W_{\text{зам}}(s) = \frac{W_{\text{роз}}(s)}{1 + W_{\text{роз}}(s)} \quad (1.23)$$

Якщо розімкнута система автоматичного керування є стійкою, то для стійкості замкнутої системи необхідно і достатньо, щоб годограф розімкнутої системи не охоплювала точку з координатами $(-1, i0)$ при зміні частоти від 0 до $+\infty$.

Якщо розімкнута система автоматичного керування є нестійкою, то для стійкості замкнутої системи необхідно і достатньо, щоб годограф розімкнутої системи при зміні частоти від 0 до $+\infty$ охоплювала точку з координатами $(-1, i0)$ проти годинникової стрілки і поверталася на кут πm (m кількість додатних коренів у характеристичному рівнянні розімкнутої системи).

У випадку, якщо $s = 0$ є полюсом, необхідно обрати дугу достатньо великого радіусу.

1.4 Спостережуваність

Нехай вектор вимірювання спостерігається (відомий) на інтервалі: $t_0 < t < t_1$. Якщо на основі цієї інформації можна знайти (відтворити) початковий вектор стану $x(t_0)$, то система називається спостережуваною.

Враховуючи довільність моментів часу у визначенні, по суті спостережуваність означає, що по набору вимірювань (починаючи з будь-якого моменту часу) можна відтворити вектор стану в цей момент часу (знаючи всі матриці і, якщо були, керування). Тобто що спостережень достатньо для того, щоб знати стан системи. Для неперервної у часі та стаціонарної системи, достатньо щоб ранг матриці спостережуваності співпадав з розмірністю матриці станів системи A , маємо систему (1.24). Сам критерій полягає у виконанні умови (1.25).

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t)\end{aligned}\tag{1.24}$$

$$\begin{aligned}\text{rank} \begin{pmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{m-1} \end{pmatrix} &= m \\ \dim(A) &= m\end{aligned}\tag{1.25}$$

1.5 Керованість та стабілізація

Керованість визначає, чи можливо перевести систему з будь-якого початкового стану в будь-який кінцевий стан за допомогою відповідного керувального впливу за скінченний час. Розглянемо систему просторів-стану у неперервному часі (1.26):

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t)\end{aligned}\quad (1.26)$$

Відповідно критерій керованості буде:

$\text{rank}(B \ AB \ A^2B \ \dots \ A^{m-1}B) = m$, де m – кількість рядків та стовпців матриці A . Якщо система є некерованою, але всі власні числа матриці керованості є стійкими, тобто мають від'ємну дійсну частину, то систему називають стабілізованою, тому що хоча її і не можна перевести з довільного стану в довільний.

1.6 Переведення системи у простір станів

Якщо передатона функція системи відома (1.27), переведення у рівняння просторів стану відбувається наступним чином (1.28):

$$\dot{x} = Ax + Bu; \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & -a_{n-2} & \dots & -a_1 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1.27)$$

$$y = Cx + Du \quad C = [(b_n - a_n b_0) \ (b_{n-1} - a_{n-1} b_0) \ \dots \ (b_2 - a_2 b_0) \ (b_1 - a_1 b_0)] \quad D = b_0$$

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{b_0 s^n + b_1 s^{n-1} + \dots + b_{n-1} s + b_n}{s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n} \quad (1.28)$$

1.7 Висновки до розділу 1

У першому розділі було розглянуто спосіб представлення системи як актуатор що підключений через зворотній зв'язок до контролера, що ним керує. Було розглянуто основні форми запису системи – через передаточні функції, або у рівняннях просторів стану. Знаючи передаточну функцію актуатора (процесу) можемо знайти його амплітудно-частотну характеристику, фазо-частотну характеристику, реакцію на одиничний імпульс (перехідна характеристика), реакцію на ступічасте зберання, а також наближене значення його стану, знаючи вхідний сигнал за допомогою формули згортки.

Також, було розглянуто основні властивості системи такі як: Стійкість, спостережуваність, керованість.

РОЗДІЛ 2. ПІД-контролер. Методи налаштування

2.1 Загальні положення та призначення

ПІД-контролер на сьогодні є найпоширенішим алгоритмом керування. Більшість контурів зворотного зв'язку керуються цим алгоритмом або його варіаціями. Інженери по всьому світу використовують такі контролери у своїй щоденній роботі для стабілізації системи за заданим її значенням. До алгоритму ПІД можна підходити з різних сторін, адже його можна розглядати як контролер, який можна налаштовувати виходячи з практичних дослідів, або ж аналітично.

ПІД-контролер можна описати математично наступним чином (2.1):

$$u(t) = K \left(e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_d \frac{de(t)}{dt} \right) \quad (2.1)$$

де u - керуюча змінна, що поступає на вхід актуатора, e – похибка керування ($e = x - y$). Таким чином, контрольна змінна є сумою трьох складових: пропорційна складова P (яка пропорційна похибці), інтегральна складова I (яка пропорційна інтегралу від похибки) і диференціальна складова (яка пропорційна до похідної від похибки, фактично визначає швидкість її наростання). Параметрами регулятора є пропорційне посилення K , час інтегрування T_i та час похідної T_d .

Графічно загальний вигляд системи з ПІД-контролером зображено на рисунку 2.1.

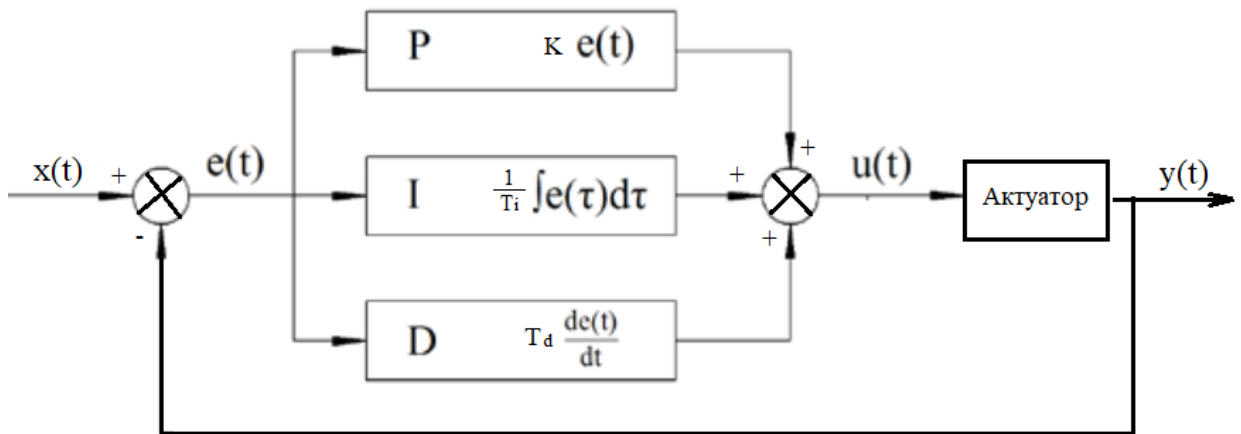


Рисунок 2.1 – загальний вигляд системи з ПД-контролером

де x – вхідний бажаний стан системи (setpoint). У випадку коли застосовується лише пропорційна компонента, закон керування рівнянням зводиться до формули (2.2):

$$u(t) = K e(t) + u_b \quad (2.2)$$

де u_b - зміщення. У випадку, коли похибка керування e дорівнює нулю, то керуюча змінна приймає значення $u(t) = u_b$. Зміщення u_b часто фіксується як $\frac{U_{max} + U_{min}}{2}$, але іноді його можна відрегулювати вручну так, щоб стаціонарна похибка керування дорівнювала нулю при заданому заданому значенні. На практиці доволі рідко застосовується лише пропорційна складова, адже в такому випадку стан інерційної системи буде осцилюватись навколо заданого значення/траєкторії, або навіть розкачуватись за рахунок затримок передачі команд та зовнішні впливів, що неминуче призведе до втрати керування.

Основна функція інтегральної дії полягає у забезпеченні того, що вихід процесу узгоджується з заданим значенням у сталому стані (компенсація зміщення). При пропорційному регулюванні зазвичай є похибка регулювання

в усталеному (стабілізованому) стані. При інтегральній дії з плином часу, невелика додатна похибка завжди призведе до збільшення керуючого сигналу, а негативна похибка дасть зменшення керуючого сигналу незалежно від того, наскільки мала ця похибка. Теоретично, інтегральна складова не зменшує осциляцію стану системи навколо заданого значення\траєкторії.

Метою диференціальною складової є покращення стабільності замкнутого циклу. Інтуїтивно механізм нестабільності можна описати наступним чином: через динаміку процесу потрібен деякий час, перш ніж зміна керуючої змінної стане помітною на виході процесу. Таким чином, система управління буде пізно виправляти помилку, що приводить до збільшення осциляції. Основна функція диференціальної складової полягає у зменшенні швидкості зміни похибки та передбаченні її в майбутньому, що дозволяє контролеру реагувати швидше і більш адекватно на зміну форми траєкторії. Дія регулятора з пропорційною та похідною дією може бути інтерпретована так, ніби керування робиться пропорційним передбачуваному виходу процесу, де передбачення робиться шляхом екстраполяції похибки дотичною до кривої похибок. ПД контролер виглядає наступним чином (2.3):

$$u(t) = K \left(e(t) + T_d \frac{de(t)}{dt} \right) \quad (2.3)$$

Розклад $e(t + T_d)$ в ряд Тейлора (2.4):

$$e(t + T_d) \approx e(t) + T_d \frac{de(t)}{dt} \quad (2.4)$$

Таким чином, керуючий сигнал пропорційний оцінці похибки керування в момент часу T_d вперед, де оцінка отримана шляхом лінійної екстраполяції.

Знайдемо передаточну функцію по каналу $e(s) \rightarrow u(s)$ (2.6):

$$u(s) = K \left(e(s) + \frac{e(s)}{T_i s} + T_d s e(s) \right) \quad (2.5)$$

$$u(s) = K \frac{T_d T_i s^2 e(s) + T_i s e(s) + e(s)}{T_i s}$$

$$H(s) = \frac{u(s)}{e(s)} = K \frac{T_d T_i s^2 + T_i s + 1}{T_i s} \quad (2.6)$$

2.2 Метод Циглера-Нікольса

Перший метод отримання параметрів, представлений Циглером і Нікольсом, базується на представленні ступінчастої реакції актуатора з відкритим контуром, яка характеризується двома параметрами. Параметри визначаються на основі одиничного кроку реакції системи, як показано на рисунку 2.2:

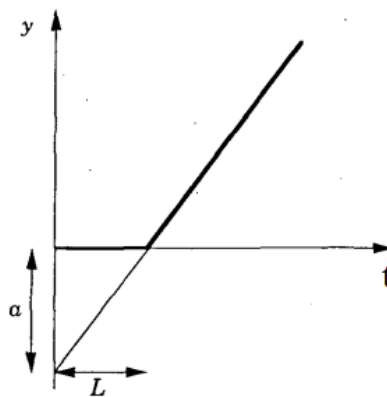


Рисунок 2.2 – параметризація ступінчастого збурення

Спочатку визначається точка, де нахил ступінчастої характеристики має найбільше значення, і в цій точці проводиться дотична. Перетини між дотичною та осями координат дають параметри a та L . Коефіцієнти при P , I , D можна розрахувати з таблиці 2.1:

Таблиця 2.1 – Розрахунок параметрів ПД-контролера методом ступінчастого відгуку

Контролер	K	T_i	T_d
P	$\frac{1}{a}$	—	—
PI	$\frac{0.9}{a}$	$3L$	—
PID	$\frac{1.2}{a}$	$2L$	$\frac{L}{2}$

Метод частотного відгуку також базується на простій характеристиці динаміки процесу. Він відштовхується від точки на кривій Найквіста актуатора $G(s)$, де його годограф перетинає від’ємну дійсну вісь. Ця точка характеризується параметрами K_u і T_u , які називаються граничним підсилення і граничним періодом. Ці параметри можна визначити наступним чином: підключивши контролер до актуатора, необхідно занулити інтегральну та диференціальну складову контролера ($T_i = \infty, T_d = 0$). Повільно збільшуючи коефіцієнт підсилення, поки стан системи не почне осцилюватись зі сталою амплітудою. Позначимо цей період коливань T_u , а підсилення K_u . Знаючи ці параметри, скористаємось таблицею 2.2 для знаходження коефіцієнтів при P, I, D:

Таблиця 2.2 - Розрахунок параметрів ПД-контролера методом частотного відгуку

Контролер	K	T_i	T_d
P	$0.5K_u$	—	—
PI	$0.5K_u$	$0.8 T_u$	—
PID	$0.5K_u$	$0.5 T_u$	$0.125T_u$

Методи налаштування Циглера-Ніколса прості та інтуїтивно зрозумілі. Вони вимагають небагато знань про сам процес. Проте методи мають деякі обмеження. Фундаментальним недоліком є те, система має низький запас стабільності. Коефіцієнт підсилення замкнутого контуру зазвичай у 2-3 рази завищений. Варто зазначити, що *метод частотної характеристики більш надійний, ніж метод ступінчастої характеристики*. Одна з причин цього полягає в тому, що остаточне підсилення можна визначити однозначно, але існує багато способів визначити параметри a та L . Метод метод ступінчастого відгуку зазвичай також дає дещо вищі підсилення. На практиці, ці методи краще працюють для ПІД-регулювання, ніж для ПІ/ПД-регулювання.

2.3 Метод Чієна, Хронеса та Ресвіка

Було багато пропозицій щодо модифікації методів Циглера-Ніколса. Чієн, Хронес і Ресвік (CHR) змінили метод ступінчастого відгуку, щоб отримати кращі демпфовані замкнуті системи. Вони запропонували використовувати «найшвидшу реакцію без перевищення» або «найшвидшу реакцію з перевищенням рівноваги не більше ніж на 20%» як критерії проектування. Вони також зробили важливе зауваження, що налаштування відповіді на задане значення та реакції на перешкоди навантаження відрізняються. Щоб налаштувати регулятор відповідно до методу CHR, спочатку визначаються параметри a і L моделі процесу так само, як і для методу ступінчастої характеристики Циглера-Ніколса. Параметри контролера визначаються за таблицею 2.3:

Таблиця 2.3 - Розрахунок параметрів ПІД-контролера методом Чієна, Хронеса та Ресвіка

	<i>Overshoot = 0%</i>			<i>Overshoot = 20%</i>		
Контролер	K	T_i	T_d	K	T_i	T_d
P	$0.3/a$	—	—	$0.7/a$	—	—
PI	$0.6/a$	$4L$	—	$0.7/a$	$2.3L$	—
PID	$0.95/a$	$2.4L$	$0.42L$	$1.2/a$	$2L$	$0.42L$

Правила налаштування, засновані на розрахункових критеріях перевищення на 20% у цій таблиці, досить подібні до методу ступінчастої реакції Циглера-Ніколса, однак, коли використовується критерій перевищення 0%, коефіцієнт K та T_d менші, в той час як T_i більший.

2.4 Метод формування замкнутого контуру

Для зміни значення передаточної функції контуру на одній частоті потрібні лише два параметри. Це причина, чому метод Циглера-Ніколса дає унікальні параметри для ПІ-регулятора. Для ПІД-регулятора, який має три параметри, умова $T_i = 4T_d$ було введено для отримання унікальних значень параметрів. Таким чином, для ПІД-контролерів маємо лише один ступінь свободи, який можна використовувати для формування передаточної функції контуру. Однією з можливостей є розміщення однієї точки та коригування нахилу кривої Найквіста у вибраній точці. Природною вимогою є те, що нахил на вибраній частоті ω_o має бути ортогональним до лінії $1 + G_l(i\omega_o)$, як це вказано на рисунку 2.3:

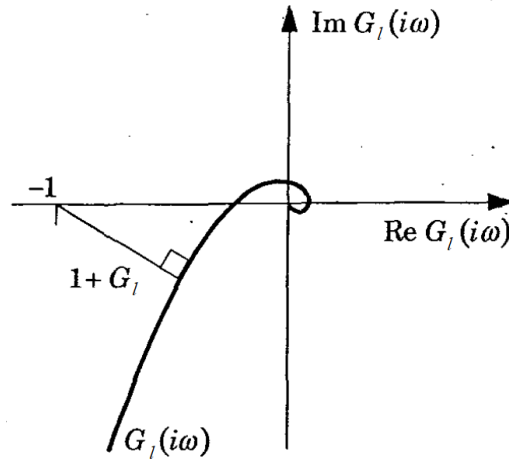


Рисунок 2.3 – годограф Найквіста, на якому будується нормаль із заданим ω_o

Це гарантує, що локальна чутливість мінімізується. Розглянемо систему з налаштуванням Циглера-Ніколса:

$$G_p(i\omega_u) = \frac{1}{K_u} \quad (2.7)$$

Передаточна функція контролера у формі Фур'є (2.9):

$$G_c(i\omega) = K \left(1 + i \left(T_d \omega - \frac{1}{\omega T_i} \right) \right) \quad (2.8)$$

обрана так, щоб передатна функція циклу мала значення $r_b e^{i(\pi+\phi_b)}$ при ω_u .

Це значить що:

$$K = K_u r_b \cos(\phi_b) \quad (2.9)$$

$$T_d - \frac{1}{\omega_u^2 T_i} = \frac{1}{\omega_u} \tan(\phi_b) = a \quad (2.10)$$

Досі маємо невизначеність для T_i/T_d . Щоб зробити цей вибір таким чином, щоб крива Найквіста мала заданий нахил в даній точці, розглянемо передаточну функцію контуру $G_l(i\omega) = G_p(i\omega)G_c(i\omega)$. Диференціювання

передаточної циклу відносно ω дає:

$$\frac{dG_l(i\omega)}{d\omega} = G_p(i\omega) \frac{dG_c(i\omega)}{d\omega} + \frac{dG_p(i\omega)}{d\omega} G_p(i\omega) \quad (2.11)$$

$$\frac{dG_c(i\omega)}{d\omega} = iK \left(T_d - \frac{1}{\omega_u^2 T_i} \right) = iK(2T_d - a) \quad (2.12)$$

$$G_p(i\omega) = r_b e^{i(\pi - \phi_b)} \quad (2.13)$$

$$G'_l(i\omega) = \frac{K}{K_u} \left(\frac{r'}{r} - a\phi'\omega_u + i \left(\phi' + a\omega_u \frac{r'}{r} + 2T_d - a \right) \right) \quad (2.14)$$

$$\arg(G'_l(i\omega)) = \arctg \left(\frac{\phi' + a\omega_u \frac{r'}{r} + 2T_d - a}{\frac{r'}{r} - a\phi'\omega_u} \right) \quad (2.15)$$

Отже, маємо наступний вираз для T_d та T_i :

$$T_d = \frac{1}{2} \left(a - \phi' - a\omega_u \frac{r'}{r} + \left(\frac{r'}{r} - a\phi'\omega_u \right) \tg(\psi) \right) \quad (2.16)$$

$$T_i = \frac{1}{\omega_u^2} (T_d - a) \quad (2.17)$$

де $\phi(\omega_u)$ - фазо-частотна характеристика розімкнутого контуру, $r(\omega)$ – АЧХ розімкнутого контуру, ψ – бажаний кут нахилу годографа Найквіста при ω_u , що зазвичай береться в районі $\frac{\pi}{4}$, $\omega_u = \frac{2\pi}{T_u}$.

2.5 Сучасні методи налаштування контролера

Щоб отримати прості правила налаштування, ми використовуємо на початку методи Циглера-Ніколса. Вони базуються на даних процесу у вигляді двох параметрів: a і L для методу ступінчастої відгуку та T_u і K_u для методу

частотної характеристики. Проте цей метод мав ряд суттєвих недоліків: реакція системи відносно сильно осцилюється, для відгуку на задане значення та реакції на перешкоди навантаженню (це коли самі «скачки» наявні на траєкторії) потрібні різні правила налаштування, правила дають погані результати для систем із тривалим нормованим часом простою, нема як такого параметра налаштування. З першим недоліком легко впоратися. Досить змінити параметри в таблицях. Для того щоб вирішити інші недоліки необхідно поглиби знання в саму систему.

Як параметр налаштування використаємо максимальну чутливість M_s , що розраховується за формулою (2.18):

$$M_s = \max_{\omega} \left| \frac{1}{1 + G_p(i\omega)G_c(i\omega)} \right| \quad (2.18)$$

де $G_c(s)$ — передавальна функція контролера, а $G_p(s)$ — передаточна функція актуатора. Цей параметр має наступну геометричну інтерпретацію на діаграмі Найквіста: найкоротша відстань від критичної точки -1 до кривої Найквіста $G_p G_c$ становить $\frac{1}{M_s}$ що сильно корелює зі стійкістю системи, оскільки це показує, наскільки процес може змінитися, не викликаючи нестабільності. Типові значення M_s знаходяться в діапазоні від 1,2 до 2. Більші значення M_s пришвидшують реакцію на збурення, але тоді система буде реагувати на малі збурення більш інтенсивніше. Нехай ПД-контролер має наступний вигляд (2.19):

$$u(t) = K \left(e_p(t) + \frac{1}{T} \int_0^t e(s) ds + T_d \frac{de(t)}{dt} \right) \quad (2.19)$$

де: $e(t) = y_{sp} - y$, $e_p(t) = by_{sp} - y$ — величини відхилення.

У методі ступінчастого відгуку спочатку розглянемо випадок, коли

процес є стійким. Динаміка процесу характеризується трьома параметрами: статичним посиленням K_p , запізненням T і затримка часу від передачі команди від контролера до виміру (Dead time) L . Цей параметр L визначаємо як перетин дотичної з найкрутішим нахилом з віссю часу. Параметр T визначається як час, коли ступінчастий відгук досягає 63% кінцевого значення. Для зручного представлення параметрів, покладемо (2.20), (2.21):

$$a = \frac{K_p L}{T} \quad (2.20)$$

$$\tau = \frac{L}{L + T} \quad (2.21)$$

Параметри a та L можна знайти з методу реакції на ступінчасте збурення Циглера-Ніколса (див. підрозділ 2.2).

Для пошуку нових правил налаштування використовується емпіричний метод. Параметри контролера обчислюються для різних актуаторів у тестовій вибірці з використанням виразу з домінуючим полюсом. На наступному кроці, ми намагаємося знайти співвідношення між нормалізованими параметрами контролера та нормалізованими параметрами актуатора. Це робиться шляхом побудови графіка нормалізованих параметрів контролера як функції нормалізованого мертвого часу τ . Ми можемо виразити параметра регулятора наступним чином (2.22):

$$aK = f(\tau) \quad (2.22)$$

що є справедливо і для інших параметрів. Наступна форма запису доволі точно апроксимізує значення функції (2.23):

$$f(\tau) = a_0 e^{a_1 \tau + a_2 \tau^2} \quad (2.23)$$

Для стійкого процесу з довільною величиною запізнення τ , маємо таблицю 2.4 розрахунків параметрів:

Таблиця 2.4 - Розрахунок параметрів ПД-контролера методом ступінчастого відгуку

	$M_s = 1.4$			$M_s = 2$		
Параметри	a_0	a_1	a_2	a_0	a_1	a_3
aK	3.8	-8.4	7.3	8.4	-9.6	9.8
T_i/L	5.2	-2.5	-1.4	3.2	-1.5	-0.93
T_i/T	0.46	2.8	-2.1	0.28	3.8	-1.6
T_d/L	0.89	-0.37	-4.1	0.86	-1.9	-0.44
T_d/T	0.077	5.0	-4.8	0.076	3.4	-1.1
b	0.40	0.18	2.8	0.22	0.65	0.051

Як бачимо, у нас є 2 способи як знайти коефіцієнти T_i та T_d .

Для інтегруючих процесів, що мають передаточну функцію:

$$G_i(s) = \frac{1}{s} H_i(s) \quad (2.25)$$

Де параметри відомі a , L , T для $H_i(s)$, можна скористатися таблицею 2.5 (для $\tau \leq 0.2$):

Таблиця 2.5 Розрахунок параметрів ПД-контролера методом частотного відгуку для інтегруючих процесів

	$M_s = 1.4$			$M_s = 2$		
Параметри	a_0	a_1	a_2	a_0	a_1	a_3
aK	5.6	-8.8	6.8	8.6	-7.1	5.4
T_i/L	1.1	6.7	-4.4	1.0	3.3	-2.3

Продовження таблиці 2.5

	$M_s = 1.4$			$M_s = 2$		
Параметри	a_0	a_1	a_2	a_0	a_1	a_3
T_d/L	1.7	-6.4	2.0	0.38	0.056	-0.6
b	0.12	6.9	-6.6	0.56	-2.2	1.2

В методі частотного відгуку використовуються параметри K_u – граничний коефіцієнт підсилення та T_u – період коливань стану системи, які також були знайдено за допомогою метода частотного відгуку метода Циглера-Ніколса (див. підрозділ 2.2). Параметр нормалізованого підсилення k знаходиться наступним чином:

$$k = \left| \frac{G(i\omega_u)}{G(i0)} \right|, \quad \omega_u = \frac{2\pi}{T_u} \quad (2.26)$$

Або:

$$k = \frac{1}{K_u K_p} \quad (2.27)$$

де K_p – статичне підсилення.

Формула, за якою виконується апроксимізація:

$$f(\tau) = a_0 e^{a_1 k + a_2 k^2} \quad (2.28)$$

Нижче наведена таблиця 2.6, за якою визначаються параметри ПД-контролера:

Таблиця 2.6 Розрахунок параметрів ПД-контролера методом частотного відгуку:

	$M_s = 1.4$			$M_s = 2$		
Параметри	a_0	a_1	a_2	a_0	a_1	a_3
aK	5.6	-8.8	6.8	8.6	-7.1	5.4
T_i/L	1.1	6.7	-4.4	1.0	3.3	-2.3
T_d/L	1.7	-6.4	2.0	0.38	0.056	-0.6
b	0.12	6.9	-6.6	0.56	-2.2	1.2

2.6 Висновки до розділу 2

У цьому розділі було представлено структуру ПД-контролера, вплив його параметрів на керування актуатором (процесом). Перевага ПД-контролера полягає в тому, що необов'язково знати повну інформацію про процес, аби керувати ним і переводити його у заданий стан, проте необхідно робити його моделювання для правильного налаштування параметрів контролера. В цьому розділі було представлено основні дієві методи налаштування, в основно вони базуються або на частотному відгуку системи (параметри коливачь процесу), або на ступінчастому відгуку.

РОЗДІЛ 3 АНАЛІЗ ПОСТАНОВКИ ЗАДАЧИ. МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ НАВЕДЕННЯ

3.1 Інформація про ворожий об'єкт

Всі розрахунки відштовхуються від наявних даних про систему. СРП (пристрій розрахунків) почне проводити розрахунки як тільки на вхід почнуть поступати дані про ворожий об'єкт а саме:

- дистанція до цілі;
- нормалізований Азимут (кут β навколо осі OZ) ;
- нормалізований Кут місця (кут ε навколо осі OY) .

За допомогою косинусних-синусних потенціометрів координати в полярній системі переводяться в декартову. Таким чином, вхідними даними в СРП є вектор положення ворожого об'єкту в момент часу t :

$$\vec{r}(t) = (x(t), y(t), z(t)) \quad (3.1)$$

На практиці ці величини представляють собою напругу, що пропорційна кожній координаті. При заданому масштабі, що характеризується розмірністю вольт/метр, можемо знайти величину кожної координати, поділивши вхідну напругу на масштаб.

Швидкість та прискорення рахується відповідним чином:

$$\begin{aligned} \vec{u}(t) &= \frac{d\vec{r}(t)}{dt} \\ \vec{a}(t) &= \frac{d\vec{u}(t)}{dt} \end{aligned} \quad (3.2)$$

Вважаємо, що вектор-функції $\bar{r}(t)$, $\bar{u}(t)$, $\bar{a}(t)$ є визначені в будь-який момент часу t (є неперервними). Для даної задачі рух цілі апроксимізовується швидкістю та прискоренням, тобто матимемо справу з поліномом другого ступеня вигляду:

$$\bar{r}(t) = \bar{r}_0 + \bar{u}t + \frac{\bar{a}t^2}{2} \quad (3.3)$$

Де $\bar{u}$ – вектор швидкості в момент часу t , $\bar{a}$ – вектор прискорення в момент часу t .

Для знаходження точки випередження ворожої цілі, необхідно знати функцію $\tau(s)$ залежності часу від пройденого шляху, що долає ракета що летить на перехват. У випадку, якщо ця функція задана таблично, можна використати поліноміальну апроксимізацію, або використати її кусково-задану форму. Шлях до цілі знаходимо за формулою (у випадку якщо задана траєкторія прямолінійна):

$$s(t) = |\bar{r}(t)| \quad (3.4)$$

Тоді в простому випадку знайти точку випередження можна наступним чином:

$$\bar{r}' = \bar{r}_0 + \bar{u}\tau + \frac{\bar{a}\tau^2}{2} \quad (3.5)$$

Тобто це фактично координати цілі за час τ підльоту ракети до неї. Проте, як виявиться, час підльоту ракети до точки випередження $\bar{r}'$ буде мати значення відмінне від часу τ . Ця різниця суттєва у випадку якщо ціль віддаляється або наближається до локатора з доволі високою швидкістю. Для цього використаємо ітераційний метод знаходження точки ураження з

точністю до ε :

- на першому кроці так само рахуємо точку випередження $\bar{r}'_0$ за час τ_0 (час досягнення точки $\bar{r}$ в заданий момент часу t);
- на другому кроці вираховуємо час τ_1 досягнення точки $\bar{r}'_0$;
- на третьому кроці знаходимо $\bar{r}'_1$ для τ_1 ;
- повторюємо другий-третій крок, допоки $|\bar{r}'_k - \bar{r}'_{k-1}| \leq \varepsilon$, де k – номер ітерації;
- у випадку розбіжності ітерацій, повернути $\bar{r}'_k = +\infty$, $\tau_k = +\infty$ (що означає стрімке віддалення цілі без можливого її перехвату).

Таким чином $\bar{r}'_k$ і є точкою випередження за час τ_k . Дистанція випередження матиме вигляд: $D_y = |\bar{r}'_k|$.

3.2 Система пуску

Система пуску призначена для вироблення наступних команд:

- «Зона» - команда, що сигналізує що точка випередження знаходиться у зоні ураження ракети.
- «Увага» - команда на підготовку ракет до пуску не менше за t_0 секунд до входження ворожої цілі до зони ураження.
- « $|\bar{u}| < u_0$ » - опціональна умова, необхідна для затримки радіопідричника у разі якщо швидкість цілі менша заданої константи.

Для зручності представлення зони ураження, додатково вводяться такі величини як:

- швидкість в горизонтальній площині V_r ;
- напрямок руху Q ;
- висота випередження H_y ;

- курсовий параметр P ;
- шлях випередження в горизонтальній площині S_y .

Швидкість по горизонталі розраховується за формулою:

$$V_r = \sqrt{u_x^2 + u_y^2} \quad (3.6)$$

Для напрямку руху Q необхідно врахувати, що він може змінюватись від 0 до 2π . Саме тому маємо дві окремі формули в залежності від значення u_x :

При $u_x > 0$:

$$Q = \arctg\left(\frac{u_y}{u_x}\right) \quad (3.7)$$

При $u_x < 0$:

$$Q = \arctg\left(\frac{u_y}{u_x}\right) + \pi \quad (3.8)$$

При $u_x = 0$:

$$Q = \frac{\pi}{2} \text{sing}(u_y). \quad (3.9)$$

Висота випередження:

$$H_y = z + u_z \tau_k + \frac{a_z \tau_k^2}{2} \quad (3.10)$$

Курсовий параметр P та шлях випередження S_y можна знайти використовуючи матрицю повороту координат цілі (x, y) на кут Q :

$$P = -x \sin(Q) + y \cos(Q) \quad (3.11)$$

$$S_y = x \cos(Q) + y \sin(Q) + \tau_k V_r \quad (3.12)$$

Геометричний сенс курсового параметру P та шляху випередження S_y представлений на рисунку 3.1:

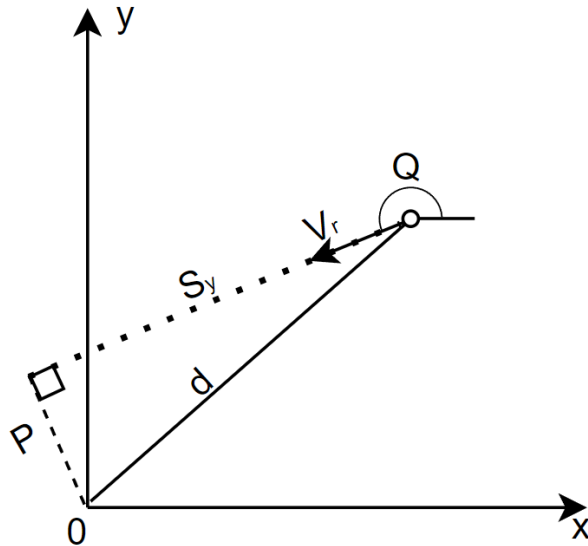


Рисунок 3.1 – геометричний сенс параметрів цілі. Точка відліку – локатор.

Якщо ціль продовжить рух прямолінійно з моменту її виявлення, то курсовий параметр – це її мінімально - можлива відстань по горизонталі до локатора. Курсовий параметр для неманевруючої цілі є завжди сталим, як і кут Q . Шлях випередження S_y вказує, скільки метрів лишилося аби точка випередження почала віддалятися від локатора. Коли ціль іде на зближення, S_y є від'ємни, коли віддаляється – додатнім. Тоді дальність випередження матиме вигляд:

$$D_y = \sqrt{P_h^2 + S_y^2} \quad (3.13)$$

де P_h має вигляд (3.14):

$$P_h = \sqrt{P^2 + H_y^2}. \quad (3.14)$$

Отже, параметри P , S_y , H_y задають зону ураження.

Як приклад можна навести зону, що являє собою сферу радіусом від 1.5 до 10 км, з якої вирізаний конус з кутом нахилу α :

$$1500 \leq D_y \leq 10000 \quad (3.15)$$

$$\left(\frac{H_y}{\tan \alpha} \right)^2 < P^2 + S_y^2 \quad (3.16)$$

Справедливо також для системи відліку відносно локатора:

$$\left(\frac{r_z'}{\tan \alpha} \right)^2 < r_x'^2 + r_y'^2 \quad (3.17)$$

Де $\bar{r}'$ - точка випередження.

При виконанні цих умов, можна вважати що *ціль знаходиться у зоні ураження ракети і можна здійснювати її пуск.*

Для вироботки команди «Увага», що являє собою сигнал попередження та сигнал підготовки ракет до пуску, необхідно аби ціль увійшла у зону ураження не раніш як за t_0 секунд. Для цього необхідно:

- Знайти його уявне положення $\overline{r_{img}}$ через t_0 секунд від поточного стану.
- Знаючи швидкість та прискорення цілі, знайти відносно положення точку випередження $\overline{r_{img}}'$.
- Якщо точка $\overline{r_{img}}'$ задовільняє умови сигналу «Зона», подати команду «Увага».

$$\overline{r_{img}} = \bar{r} + \bar{u}t_0 + \frac{\bar{a}t_0^2}{2} \quad (3.18)$$

Точку випередження можна знайти, використовуючи алгоритм, описаний у підрозділі 3.1.

3.3 Система наведення

Розглядається математична модель наведення ракети, що йде на перехват цілі за умови надання точного її позиціювання неперервно протягом часу виходу на задану точку траєкторії, а також точного позиціювання ворожого об'єкту протягом цього ж часу.

Вважається, що траєкторія з часом польоту ракети може корегуватись, але не змінювати свою форму.

Надалі, час виведення ракети на задану точку траєкторії, після якої ракета переходить в режим інерціального наведення позначимо як $t_{\text{тр}}$. Вважається, наземна станція введення ракети (аббревіатура СВР – «система ведення ракети») протягом часу $t_{\text{тр}}$ обмінюються наступними даними: станція посиляє фактичну координату ракети з урахуванням затримки цифрових обчислень, лінійне відхилення від траєкторії, а також кутовий коефіцієнт ділянки траєкторії, за допомогою якого інерціальна система позиціювання може підкоригувати позицію ракети між часом передавання пакетів даних.

Після стабілізації ракети на останій ділянці траєкторії, наземна станція подає сигнал про перемикання системи наведення ракети на повністю інерціальну – вона рухається по прямій до точки випередження і за зазначену дистанцію $d_{\text{тр}}$ відбувається перехід до активного наведення за допомогою локатора, що неперервно в часі вираховує точку випередження і прямує до неї аж до зіткнення або до спрацювання радіопідривача. Останній крок необхідний для визначення точного позиціювання цілі, адже під час коригування інерціальною системою наведення, з часом відхилення від траєкторії буде наростати, адже ця система у зворотньому зв'язку має систему самопозиціювання, що працює шляхом визначення приблизного положення тіла у просторі за допомогою акселерометрів (механічний датчик, що визначає зміну швидкостей), тому необхідне кінцеве донаведення.

3.3.1 Опис траєкторії

В даній задачі розглядається траєкторія як кусково-задана функція яка складається з таких частин:

- перша частина є пряма лінія, кут нахилу якої дорівнює куту нахилу ракети на пусковій установці (зазвичай є константою, у випадку якщо цей кут можна змінювати, це значною мірою спростить задачу утримання ракети на траєкторії, адже тоді матимемо її у вигляді прямої лінії);
- друга частина є дугою кола з заданим радіусом, початок якого є точка дотику першої частини траєкторії, а кінцем – точка дотику третьої частини;
- третя частина – пряма лінія що має початок з дуги і кінець в точці випередження цілі.

Траєкторія має 4 виміри (вісі): Ox , Oy , Oz , Od . Вісь Od визначає дистанцію до горизонталі цілі:

$$Od = \sqrt{Ox^2 + Oy^2} \quad (3.18)$$

Вісь Oz – її висота, надалі може позначатися як H . Вісі Ox та Oy визначають розташування цілі в горизонтальній площині, в той час як Od та Oz - у вертикальній.

Так як у нас наявна система позиціонування ракети у дискретному часі, час не розглядається як додаткова розмірність.

Графічно можна загальний вигляд траєкторії можна представити наступним чином, як вказано на рисунку:

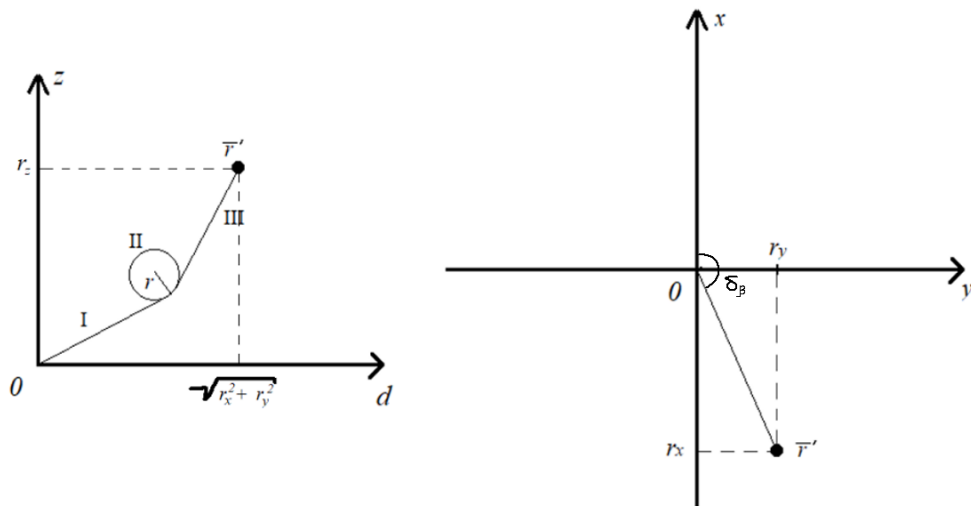


Рисунок 3.2 – зображення траєкторії ракети в різних проекціях

Задля оптимізації шляху та часу польоту, в горизонтальній площині ракета має притримуватись виключно прямолінійного руху.

Параметри траєкторіїв загальному випадку:

- кут нахилу прямої *I* до горизонтальної площини;
- координати та радіус кола *II*;
- кут нахилу прямої *III*.

Маємо 4 параметри що задають дану траєкторію, проте їх можна звести до одного, враховуючи фіксований нормалізований кут нахилу до горизонту пускової становки (дана умова задає кут нахилу прямої *I*), допустиме доцентрове прискорення ракети в результаті маневру (задає радіус кола *II*), координати кола а також кут нахилу буде задавати точка випередження цілі в момент стабілізації ракети на прямій *I*.

3.3.2 Лінійні та кутові відхилення

Знаючи положення ракети на площині *HOd* (*ZOd*), а також ділянку траєкторії, на якій знаходиться ракета в даний момент часу, можна знайти

лінійне відхилення від траєкторії. Геометричний сенс можна побачити на рисунку 3.3 (у випадку прямолінійної траєкторії) :

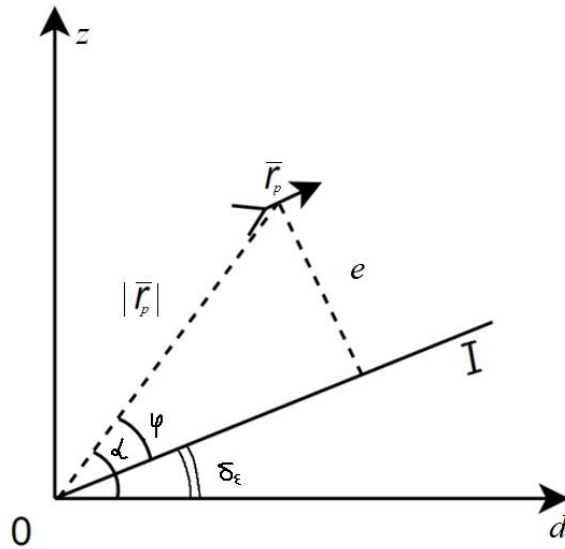


Рисунок 3.3 – визначення величини лінійного відхилення

За умовою відомий кут нахилу прямої траєкторії, позначимо як δ_ϵ . Так званий кут місця α – кут між напрямком спостереження ракети і горизонту, також нам відома її дистанція до станції наведення. Тоді лінійне відхилення буде дорівнювати:

$$e = |\bar{r}| \sin(\alpha - \beta) \quad (3.19)$$

Варто зазначити, що як правило довжина першої ділянки траєкторії є незначною, до 5% від загальної довжини траєкторії, з міркувань оптимізації шляху, проте для низько-літаючих цілей, ця ділянка траєкторії фактично виводить ракету на задану висоту, з якої потім іде удар зверху в низ.

У випадку ділянки траєкторії, на якій ракета повертає в сторону цілі, то геометричний сенс відхилення зображений на рисунку 3.4:

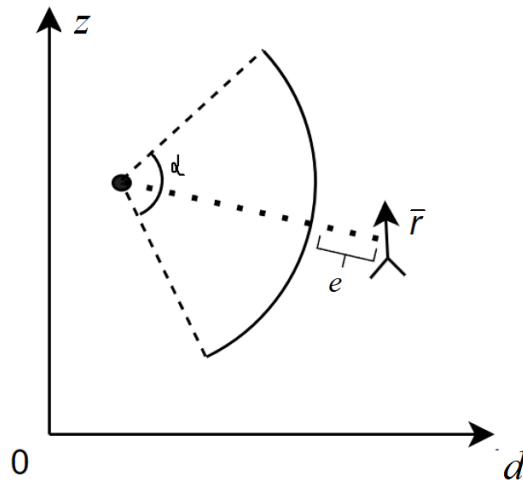


Рисунок 3.4 – визначення величини лінійного відхилення на дуговій ділянці траєкторії

В даному випадку, ПД-контролер буде підкерувувати рулями ракети, таким чином щоб вона залишалася на дуговій траєкторії. З цього випливає, що під кінець цієї ділянки траєкторії, ракета буде направлена строго в бік точки випередження ворожої цілі. Проте є значний недолік цього метода: ракета в будь-якому випадку буде робити коливання довкола цієї дуги, а максимальне її доцентрове прискорення під час цього процесу не можливо визначити, варто зазначити що воно буде значною мірою більше ніж якщо ракета буде ідеально рухатись по цій дузі.

В якості рішення проблеми описаної вище, під час виходу на дугову ділянку траєкторії, в контур керування необхідно підключити ПД-контролер що мінімізує відхилення саме за кутами положення ракети у просторі. Таким чином, набагато простіше керувати доцентровим прискорення. Фактично, задача тепер зводиться до забезпечення лінійно прирісту кутової координати ракети, аби вона могла обітнути задану дугу. Під час цього процесу, ракета керується виключно інерціальними датчиками, а саме гіроскопами.

3.3.3 Активне донаведення

Виходячи на третю ділянку траєкторії, контролер ракети знову змінюється на той, що утримує ракету на лінійній траєкторії і отримує інформацію про лінійні відхилення з наземної станції аж до стабілізації, після чого зв'язок з наземною станцією переривається, і ракета рухається маючи у зворотньому зв'язку системи самопозиціонування, а також увімкнений радіолокатор на самій головці ракети.

Радіолокатор працює фактично для знаходження точки випередження відносно самої ракети, на цьому етапі, задача контролерів - тримати точку випередження (що оновлюється на кожній ітерації коду, адже ціль може робити маневр) на нульових кутових відхиленнях за горизонтальним та вертикальним осями. Точка випередження враховує розбіжність між вектором швидкості ракети та вектором її напрямку (абривіатура LOS – «Line of Sight»), адже швидкість цілі рахується відносно самого радіолокатора. Таким чином, ракета уражує ціль, якщо відстань промаху менша за дистанцію спрацювання радіопідривача.

3.4 Схема керування процесом наведення

3.4.1 Загальна схема керування процесом

Загальний алгоритм керування з корегування від станції наведення або від акселерометрів (пристроїв самопозиціонування) можна побачити на рисунку 3.5:

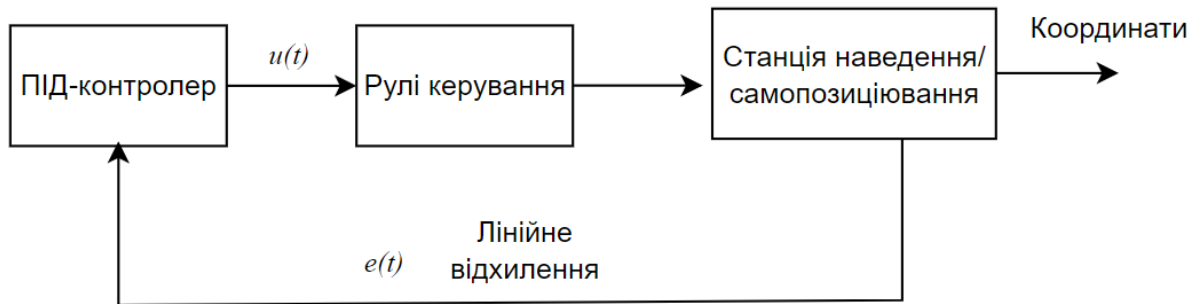


Рисунок 3.5 – контур керування ракетою при за лінійним відхиленням

Керування за кутами положення інерційних датчиків (гіроскопів) можна побачити на рисунку 3.6:

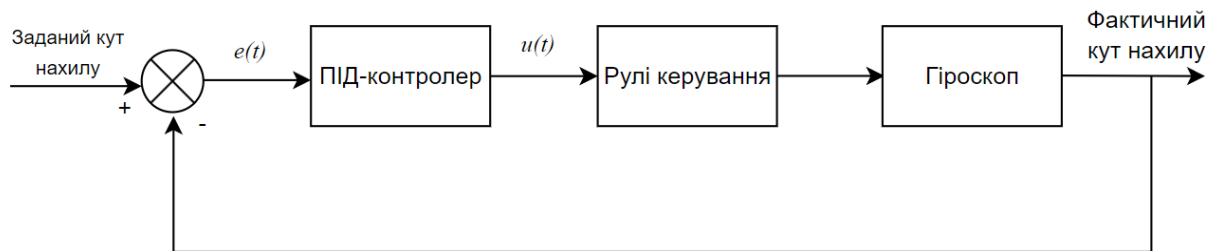


Рисунок 3.6 – контур керування ракетою за її кутовим відхиленням

Як раніше зазначалося, ракета має 2 канали керування – вертикальний та горизонтальний, кожний канал має контролер, що керує положенням координатів та положеннями нормалізованих кутів, це означає що всього ракета має 4 ПІД-контролери.

3.4.2 Схема керування рулями ракети

При керування рулями ракети, необхідно враховувати кут скручування γ :

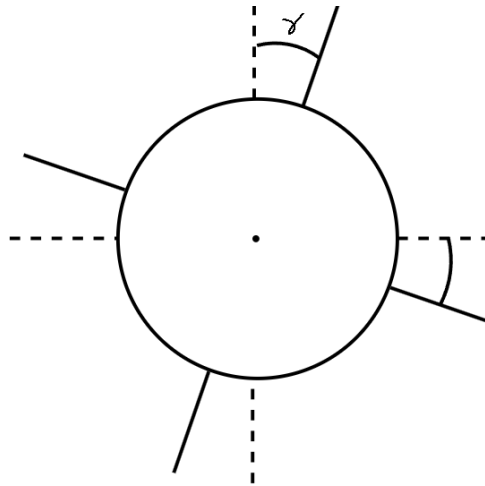


Рисунок 3.7 – кут скручування між нормальним і фактичними положеннями рульових елеронів

Враховуючи вищезазначене, керування рулями вказано на рисунку 3.7 відразу для двох каналів:

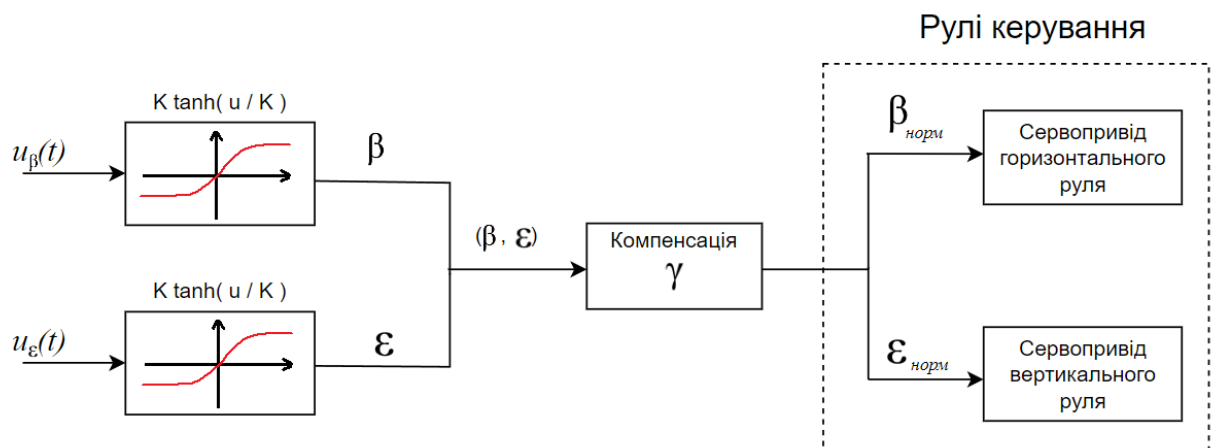


Рисунок 3.8 – відпрацювання сигналу ПД-контролера для рулів керування

Як бачимо з малюнка, на вхід подається величина керування після ПД-контролера, яка потім обмежується гіперболічним тангенсом, параметр K – визначає максимальний кут відхилення рулів керування, параметр A – визначає максимальне експериментальне значення отримане від ПД-контролера. Якщо це значення буде занадто мале, рулі керування будуть уходити в положення $\pm K$ градусів, що неминуче призведе до втрати керування, якщо надто велике – весь втратиться частина потенціалу керування

(стабілізація буде відбуватись повільніше). Тож як варіант, після налаштування ПД-контролерів, поклавши до цього $A = K$, збільшення даного коефіцієнта деякою мірою зменшить осциляцію довкола траєкторії, але збільшить час стабілізації.

Блок компенсації кутів скручення γ являє собою матрицю повороту на кут протилежний куту γ . (На рисунку 3.6 кут γ було показано зі сторони двигуна, тобто в даному випадку, цей кут від'ємний, так як він йде за годинниковою стрілкою). Нормалізовані кути нахилу рулів керування β_n та ε_n можна розрахувати за формулою (3.18):

$$\begin{pmatrix} \beta_n \\ \varepsilon_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\gamma) & -\sin(\gamma) \\ \sin(\gamma) & \cos(\gamma) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta \\ \varepsilon \end{pmatrix} \quad (3.18)$$

3.4.3 Обмеження щодо керування рулями ракети

Варто зазначити обмеження, які стосуються керування рулями:

- на рисунку 3.7 показано що ненормалізовані кути обмежені максимальним значенням гіперболічного тангенса коефіцієнтом K , це пов'язано передусім з граничною величиною доцентрового прискорення при маневрі;
- максимальне кутове відхилення від куту нахилу першої та третьої ділянок траєкторії (прямі лінії) також має бути обмежено константою тільки під час зближення до них. Це пов'язано зі збільшенням ймовірності втрати керування у випадку якщо ракета опиниться досить далеко від кінематичних траєкторій, в такому разі інтегруюча дія рулів керування по відношенню до кутових положень ракети може розвернути її на такий кут, після якого може початись неконтрольована осциляція. Як приклад, без даного обмеження цілком ймовірно що за великих лінійних відхилень ракету банально розверне на кут більший ніж $\frac{\pi}{2}$ (!) до

траєкторії, що гарантовано призведе до втрати керування. У випадку перевищення граничного значення кута зближення з траєкторією, ненормалізований кут рульового керма ставиться в нуль, на відповідному каналі.

Геометричний сенс кута зближення (позначимо його як θ) вказаний одразу на двох каналах керування на рисунку 3.8. Значення θ_1 та θ_2 не повині перевищувати заданий кут θ_0 . Якщо $\theta_1 > \theta_0$, то $\beta = 0$, якщо $\theta_2 > \theta_0$, то $\varepsilon = 0$ (див. рисунок 3.7)

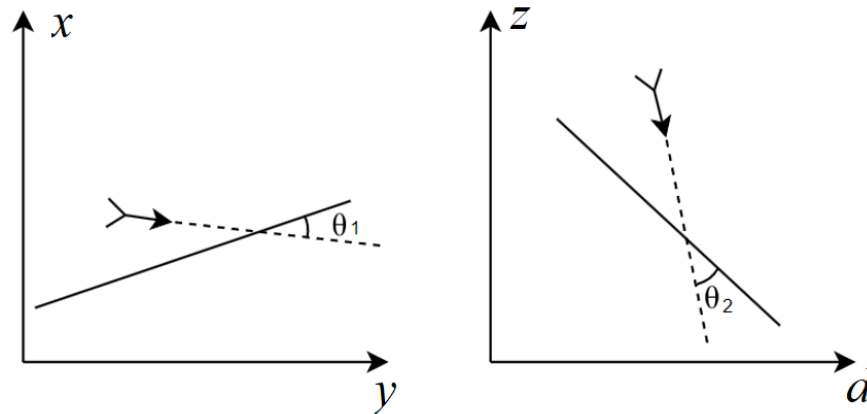


Рисунок 3.9 – кути зближення ракети з кінематичною траєкторією на двох площинах

3.4.2 Блок-схема реалізації пристрою

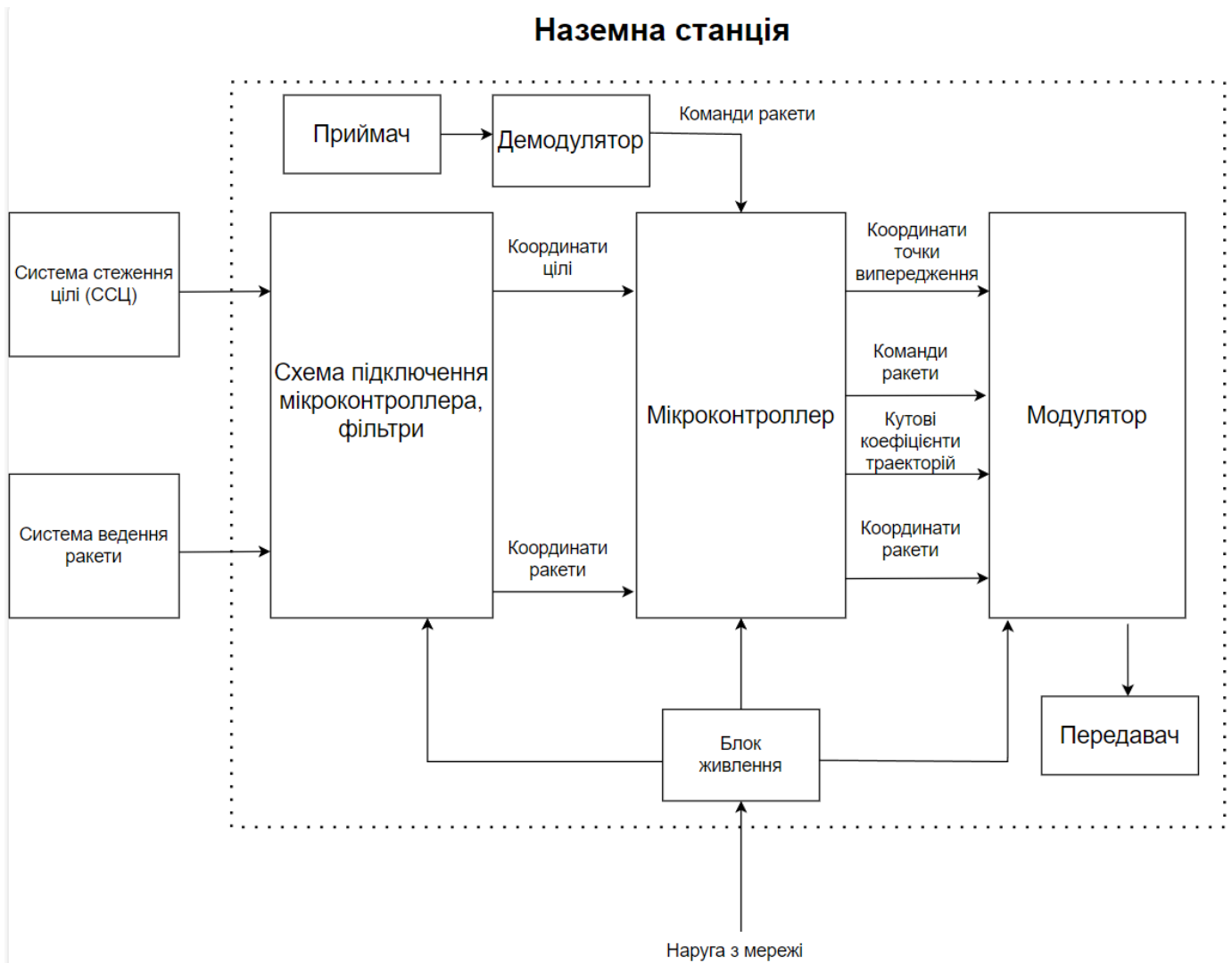


Рисунок 3.10 – блок-схема реалізації наземної станції.

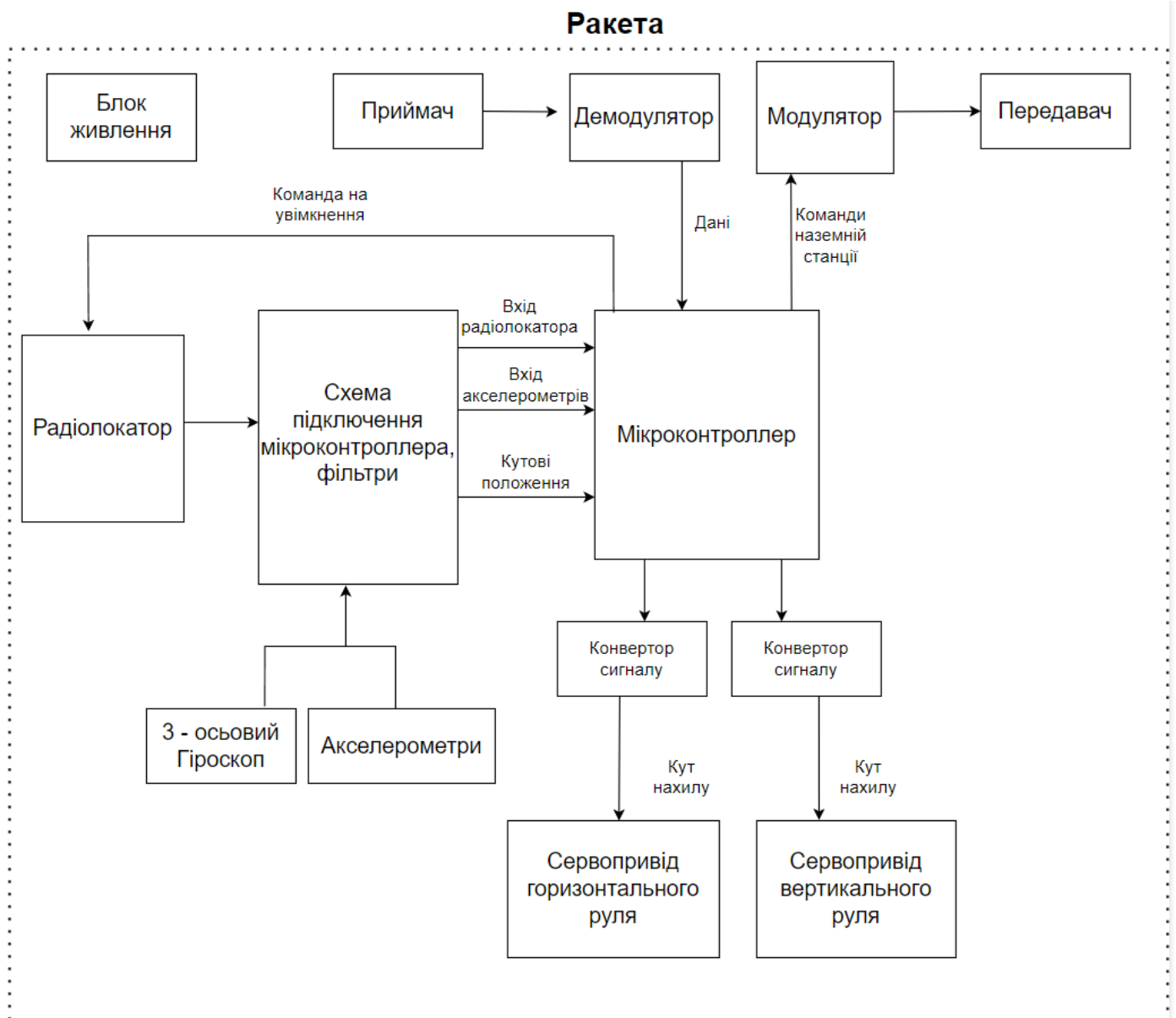


Рисунок 3.11 – блок-схема реалізації ракети.

3.5 Математична модель

Закони керування рулями ракети мають різні форми, в залежності від ділянки траєкторії, а також кардинально інший алгоритм застосовується при активному самонаведенні. На основі змісту, викладеного у підрозділах 3.3 - 3.4, нижче буде наведено математичну модель керування для кожної ділянки траєкторії, а також для активного самонаведення.

3.5.1 Утримання ракети на першій ділянці траєкторії

Тут і надалі розрахунки будуть наведені покроково з метою недопущення громіздких формул керування системою.

Нехай f_r – частота, з якою наземна станція буде передавати дані про точне місцезнаходження ракети $\vec{r}$ у декартовій системі координат, тоді $T_r = \frac{1}{f_r}$ – період. Маємо, що вектор $\vec{r}(kT_r)$ є дискретним, для переведення його у неперервний простір, у час між подання координат від наземної станції, ракета буде отримувати інформацію про своє місцеположення за допомогою акселерометрів (пристрій самопозиціонування), що калібрується з кожним таким отриманням даних. Важаємо, що час наростання похибки акселерометрів за час T_r дорівнює нулю. Також вважаємо, що коефіцієнти ПД-контролерів для вертикального та горизонтального каналів вже отримані одним із методів, описаних у розділі 2. Маючи точку випередження ворожої цілі $\vec{r}'$, а також заданий кут місця δ_β ракети на пусковій установці, закон керування рулями ракети можна описати наступним виразом:

$$\delta_\beta = \arctan\left(\frac{r'_y}{r'_x}\right) \quad (3.19)$$

$$\delta_\varepsilon = const$$

$$\alpha_\beta = \arctan\left(\frac{r_y}{r_x}\right)$$

$$\alpha_\varepsilon = \arctan\left(\frac{r_z}{\sqrt{r_x^2 + r_y^2}}\right)$$

$$e_\varepsilon(t) = |\bar{r}(t)| \sin(\alpha_\varepsilon - \delta_\varepsilon) \quad (3.20)$$

$$e_\beta(t) = |\bar{r}(t)| \sin(\alpha_\beta - \delta_\beta)$$

$$\bar{e}(t) = \begin{pmatrix} e_\varepsilon(t) \\ e_\beta(t) \end{pmatrix}$$

де $\alpha_\varepsilon, \alpha_\beta$ – відповідно кут місця та азимут ракети у вертикальній та горизонтальній площинах, $\delta_\varepsilon, \delta_\beta$ – кути нахилу лінії траєкторії у двох площинах (див рисунок 3.3 та 3.2), e_ε, e_β – лінійні відхилення, що подаються на вхід ПД-контролерам:

$$\bar{u}(t) = \bar{K} \left(\bar{e}(t) + \frac{1}{\bar{T}_l} \int_0^t \bar{e}(\tau) d\tau + \bar{T}_d \frac{d\bar{e}(t)}{dt} \right) \quad (3.21)$$

$$\bar{K} = \begin{pmatrix} K_\varepsilon \\ K_\beta \end{pmatrix}, \quad \bar{T}_l = \begin{pmatrix} T_{l\varepsilon} \\ T_{l\beta} \end{pmatrix}, \quad \bar{T}_d = \begin{pmatrix} T_{d\varepsilon} \\ T_{d\beta} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \beta(t) \\ \varepsilon(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K \tanh\left(\frac{\bar{u}_\beta(t)}{K}\right) \\ K \tanh\left(\frac{\bar{u}_\varepsilon(t)}{K}\right) \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \beta_H(t) \\ \varepsilon_H(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\gamma) & -\sin(\gamma) \\ \sin(\gamma) & \cos(\gamma) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta(t) \\ \varepsilon(t) \end{pmatrix} \quad (3.22)$$

де K – кутове обмеження рульових елеронів, значення якого обирається з проміжку $(\frac{\pi}{36}, \frac{\pi}{3})$, β, ε – ненормалізовані кути нахилу рулів вертикального і горизонтального каналу відповідно, β_H, ε_H – їх нормалізоване значення, з урахуванням кута зкручування ракети γ (див. рисунок 3.7, 3.8).

Обмеження кутів зближення θ до траєкторії у горизонтальних і вертикальних площинах відповідно (див. рисунок 3.9):

$$\begin{aligned}\theta - \theta_1 &< 0 \\ \beta &= -\frac{\pi}{18} \\ \theta - \theta_2 &< 0 \\ \varepsilon &= -\frac{\pi}{18}\end{aligned}\tag{3.23}$$

де $\theta_1 = \delta_\beta - \psi$, $\theta_2 = \delta_\varepsilon - \sigma$ – кути прямування до траєкторії у горизонтальній і вертикальних площинах відповідно площині, ψ, σ – нормалізовані кути ракети у горизонтальній та вертикальній площині (Yaw та Pitch відповідно), що можна отримати з гіроскопа, $\delta_\beta, \delta_\varepsilon$ – кут нахилу прямої траєкторії.

Умова переходу наведення до другої ділянки траєкторії полягає у стабілізації на першій, необхідне виконання відразу декількох умов:

- $|e_\varepsilon(t_0)| < e_0$, $|e_\beta(t_0)| < e_0$ – обмеження лінійних відхилень;
- $|\beta(t_0)| < \beta_0$, $|\varepsilon(t_0)| < \varepsilon_0$ – обмеження кутів рульових елеронів;
- $|\delta_\beta - \psi| < \psi_0$, $|\delta_\varepsilon - \sigma| < \sigma_0$ – обмеження кутових відхилень;
- $t_0 > 0.5$ с.

При одночасному виконанні всіх умов, оновлюються координати точки випередження та наземна станція подає команду переведення ракети на дугову ділянку траєкторії.

3.5.2 Утримання ракети на другій ділянці траєкторії

Алгоритм керування на дуговій ділянці траєкторії виконується виключно інерціальними датчиками, адже необхідно змінити кутове положення ракети, так, аби воно було напрямлене на точку випередження з

кутовою похибкою не вище заданої. Швидкість зміни кута залежить від максимально-допустимого доцентрового прискорення з урахуванням прискоренням g , та модуля максимальної швидкості ракети v_{max} :

$$\begin{aligned} a_{max} - g &= \frac{v_{max}^2}{r_{min}} \\ r_{min} &= \frac{v_{max}^2}{a_{max} - g} \end{aligned} \quad (3.23)$$

Отже, максимальний модуль кутової швидкості ракети:

$$v_{ang_{max}} = \frac{2\pi}{\frac{2\pi r_{min}}{v}} = \frac{v_{max}}{r_{min}} \text{ радіан/секунду} \quad (3.24)$$

Нехай значення початкового кута ракети у вертикальній площині σ_{st} . Тоді вхідне значення у ПД-контролер, що є налаштований на відпрацювання сигналів кутових відхилень, матиме вигляд (див. рисунок 3.6):

У випадку, якщо ціль знаходиться вище ракети ($r_z < r_z'$):

$$\sigma_{in} = \sigma_{st} + \frac{v_{ang_{max}}}{\sqrt{2}} * t_0 \quad (3.25)$$

У випадку, якщо ціль знаходиться нижче ракети ($r_z \geq r_z'$):

$$\sigma_{in}(t) = \sigma_{st} - \frac{v_{ang_{max}}}{\sqrt{2}} * t_0 \quad (3.26)$$

де t_0 – час знаходження ракети на другій ділянці траєкторії.

Тоді похибка керування матиме значення:

$$e(t) = \sigma_{in}(t) - \sigma(t) \quad (3.27)$$

Формула керування рулями ракети ідентична з пунктом 3.5.1. Варто зазначити, що для каналу вертикальної площини параметри контролера значною мірою відрізняються від попереднього пункту, так як він має бути налаштованим для опрацювання кутових відхилень, також керування відхиленнями у горизонтальній площині залишається незмінним. Умови на обмеження кутового зближення залишаються незміннимим.

Умова про перехід на третю ділянку траєкторії визначаються виконанням лише однієї умови, ракета має бути напрямлена в сторону цілі.

Кут напрямлення до точки випередження можна визначити за формулою (3.27):

$$\sigma_{end} = \arctan \left(\frac{r'_z - r_z}{\sqrt{r'^2_x + r'^2_y} - \sqrt{r^2_x + r^2_y}} \right) \quad (3.28)$$

Якщо різницю кутів менша n градусів, ракета переходить на третю ділянку траєкторії:

$$|\sigma - \sigma_{end}| < \frac{n\pi}{180} \quad (3.29)$$

Координати ракети та точки випередження знову будуть оновлені за допомогою наземної станції.

3.5.3 Утримання ракети на третій ділянці траєкторії

Мета останньої ділянки пасивного наведення – стабілізувати ракету та підготувати її для наведення за допомогою самопозиціонування.

Керування на третій ділянці здебільшого схоже на першу діляку, за відмінністю визначення кутового нахилу прямої траєкторії а також лінійних відхилень. Зафіксуємо координати ракети в час переходження з другої на третю ділянку траєкторії як $\bar{r}_0$, що є константою.

Позначимо:

$$\begin{aligned} r_d &= \sqrt{r_x^2 + r_y^2}, \quad r_{0d} = \sqrt{r_{0x}^2 + r_{0y}^2}, \quad r'_d = \sqrt{r_x'^2 + r_y'^2} \\ \delta_\beta &= \arctan\left(\frac{r'_y}{r'_x}\right), \quad \delta_\varepsilon = \arctan\left(\frac{r'_z - r_{0z}}{r'_d - r_{0d}}\right) \\ \alpha_\beta &= \arctan\left(\frac{r_y}{r_x}\right), \quad \alpha_\varepsilon = \arctan\left(\frac{r'_z - r_z}{r'_d - r_d}\right) \end{aligned} \quad (3.30)$$

де $\alpha_\varepsilon, \alpha_\beta$ – відповідно кут місця та азимут ракети у вертикальній та горизонтальній площинах відносно точки випередження, дані кути є динамічними, $\delta_\varepsilon, \delta_\beta$ – кути нахилу лінії траєкторії у двох площинах. Тоді лінійні відхилення можна розрахувати наступним чином:

$$\begin{aligned} e_\varepsilon(t) &= |\bar{r}'(t) - \bar{r}(t)| \sin(\delta_\varepsilon - \alpha_\varepsilon) \\ e_\beta(t) &= |\bar{r}'(t) - \bar{r}(t)| \sin(\delta_\beta - \alpha_\beta) \end{aligned} \quad (3.31)$$

де $|\bar{r}'(t) - \bar{r}(t)|$ – відстань від ракети до точки випередження.

Надалі розрахунки кутів рульових елеронів та умови переходу на наступний етап ідентичні з пунктом 3.5.1. Після виконання всіх зазначених умов, наземна станція останій раз калібрує систему самопозиціонування а

також оновлює точку випередження ворожої цілі.

3.5.4 Активне донаведення

Деякий час ракета летить керуючись інерціальними датчиками, у такому випадку керування виконується за алгоритмом описаним в пункті 3.5.3, але за t' секунд до зустрічі з цілю у контур керування підключається радіолокатор, що встановлений на ракеті, що дозволяє визначити точні кути та дистанцію до ворожої цілі. Враховуючи, що в такому разі точка відліку буде вже сама ракета, можна отримати точку випередження за алгоритмом описаним у підрозділі 3.1. Варто зазначити, що для цього розрахунку необхідно тримати кутові величини ракети в статичному положенні:

$$\frac{d\psi}{dt} \approx 0, \quad \frac{d\sigma}{dt} \approx 0 \quad (3.32)$$

адже в такому випадку швидкості цілі будуть визначатися з недопустимо-великою похибкою. Так як забезпечення ідеально статичного стану не можливо, необхідно використати матрицю повороту по двом осям за час виміру dt на кути протилежні $d\psi, d\sigma$:

$$\begin{aligned} \overline{r}_{1H} = \begin{pmatrix} x_{1H} \\ y_{1H} \\ z_{1H} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos(d\sigma) & \sin(d\sigma) & 0 \\ -\sin(d\sigma) & \cos(d\sigma) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \\ &\times \begin{pmatrix} \cos(d\psi) & 0 & -\sin(d\psi) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(d\psi) & 0 & \cos(d\psi) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3.33)$$

тоді:

$$\bar{u} = \frac{\bar{r}_{1H} - \bar{r}_0}{dt} \quad (3.34)$$

Таким чином можна отримати точку випередження цілі відносно руху ракети $\bar{r}'$ в будь-який момент часу. Тоді кутові відхилення матимуть вигляд:

$$e_\varepsilon(t) = \arctan\left(\frac{r'_z}{\sqrt{r'^2_x + r'^2_y}}\right)$$

$$e_\beta(t) = \arctan\left(\frac{r'_y}{r'_x}\right) \quad (3.35)$$

$$\bar{e}(t) = \begin{pmatrix} e_\varepsilon(t) \\ e_\beta(t) \end{pmatrix}$$

$$\bar{u}(t) = \bar{K} \left(\bar{e}(t) + \frac{1}{\bar{T}_l} \int_0^t \bar{e}(\tau) d\tau + \bar{T}_d \frac{d\bar{e}(t)}{dt} \right) \quad (3.36)$$

$$\bar{K} = \begin{pmatrix} K_\varepsilon \\ K_\beta \end{pmatrix}, \quad \bar{T}_l = \begin{pmatrix} T_{l\varepsilon} \\ T_{l\beta} \end{pmatrix}, \quad \bar{T}_d = \begin{pmatrix} T_{d\varepsilon} \\ T_{d\beta} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \beta(t) \\ \varepsilon(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K \tanh\left(\frac{\bar{u}_\beta(t)}{K}\right) \\ K \tanh\left(\frac{\bar{u}_\varepsilon(t)}{K}\right) \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \beta_H(t) \\ \varepsilon_H(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\gamma) & -\sin(\gamma) \\ \sin(\gamma) & \cos(\gamma) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta(t) \\ \varepsilon(t) \end{pmatrix} \quad (3.37)$$

Таким чином, отримано вираз керування рулями ракети до зустрічі з ворожи об'єктом на всіх ділянках траєкторії.

3.6 Висновки до розділу 3

У цьому розділі було представлено математичну модель системи пуску та системи наведення. Система пуску видає сигнал на можливість запуску ракети у випадку якщо точка випередження цілі знаходиться у зоні ураження. Система наведення утворює оптимальну траєкторію, що складається з двох прямих ліній та дугою між ними для повороту ракети в сторону точки наведення з допустимим доцентровим прискорення. Саме в цій системі і використовується дво-канальний ПД-контролер, для забезпечення утримання ракети на її кінематичній траєкторії.

Були враховані такі аспекти, як: ненормалізований максимальний кут рульового керма обмежується заданою константою з метою обмежити максимальне доцентрове прискорення, кути скручування, що переводять ненормалізовані (бажані) кути рулів керування у їх фактичне положення, аби забезпечити задане керування, введена обмежувальна константа на кут прямування до траєкторії з метою зменшити ймовірність втрати керування при великих лінійних відхиленнях, а також точка випередження цілі на завершальному етапі траєкторії враховує в собі вектор розходження між напрямком руху та напрямленням самого локатора на ракеті.

РОЗДІЛ 4 ФУНКЦІОНАЛЬНО-ВАРТІСНИЙ АНАЛІЗ ПРОГРАМНОГО ПРОДУКТУ

В заданому розділі буде проведено оцінювання основних характеристик для майбутнього програмного продукту, що спеціалізується на обробці даних про ворожу повітряну ціль, а також на алгоритмі керування ракетою, що йде на її перехват.

Також в даному дослідженні показано спосіб реалізації даної системи з урахуванням розроблених системи комплексів ППО. Для визначення вартості розробки ПЗ та компонентів системи застосовувався апарат функціонально-вартісного аналізу.

Функціонально-вартісний аналіз (ФВА) передбачає собою технологію, що дозволяє оцінити реальну вартість продукту або послуги незалежно від організаційної структури компанії. ФВА проводиться з метою виявлення резервів зниження витрат за рахунок ефективніших варіантів виробництва, кращого співвідношення між споживчою вартістю виробу та витратами на його виготовлення. Для проведення аналізу використовується економічна, технічна та конструкторська інформація.

Алгоритм функціонально-вартісного аналізу включає в себе визначення послідовності етапів розробки продукту, визначення повних витрат (річних) та кількості робочих часів, визначення джерел витрат та кінцевий розрахунок вартості програмного продукту.

4.1 Постановка задачі проектування

У роботі застосовується метод ФВА для проведення техніко-економічного аналізу розробки системи прогнозу стійкості фінансових показників. Оскільки рішення стосовно проектування та реалізації

компонентів, що розробляється, впливають на всю систему, кожна окрема підсистема має її задовольняти. Тому фактичний аналіз представляє собою аналіз функцій програмного продукту, призначеного для збору, обробки та проведення аналізу даних по компанії.

Технічні вимоги до програмного продукту є наступні:

- зручність та зрозумілість для користувача;
- швидкість обробки даних та доступ до інформації в реальному часі;
- можливість зручного масштабування та обслуговування;
- мінімальні витрати на впровадження програмного продукту.

4.2 Обґрунтування функцій програмного продукту

Головна функція F_0 – розробка можливого програмного продукту, що спеціалізується на обробці даних про ворожу повітряну ціль, а також на алгоритмі керування ракетою, що йде на її перехват. Беручи за основу цю функцію, можна виділити наступні:

F_1 – вибір самої програми.

F_2 – якісний аналіз даних.

F_3 – графічні показники.

Кожна з цих функцій має декілька варіантів реалізації:

Функція F_1 :

а) CubeIDE.

б) Keil.

Функція F_2 .

а) Застосування вбудованих функцій.

б) Створення своїх обчислень значень.

Функція F_3 :

а) Використання шаблонних графіків.

б) Створення своїх.

Варіанти реалізації основних функцій наведені у морфологічній карті системи (рис. 4.1).

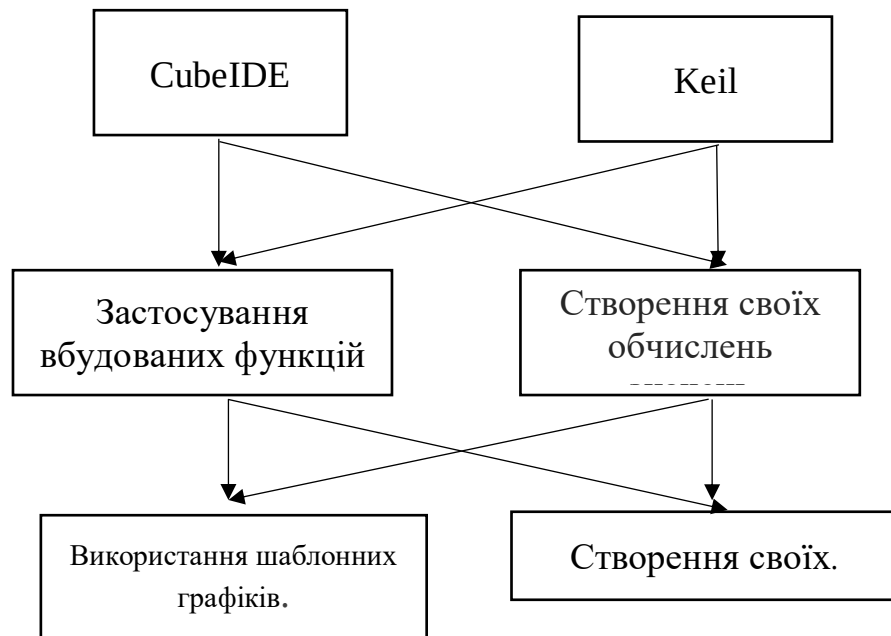


Рисунок 4.1 – Морфологічна карта

Морфологічна карта відображає множину всіх можливих варіантів основних функцій. Позитивно-негативна матриця показана в таблиці 4.1.

Таблиця 4.1 - Позитивно-негативна матриця

Функції	Варіанти реалізації	Переваги	Недоліки
F_1	a	Загальнодоступна програма, доступність багатьох бібліотек	Необхідність повної реалізації алгоритму
	b	Доступна в реалізації програма для різних обчислень	На написання коду необхідно мати базові навички та вміння
F_2	a	Доступність та легкість при написанні	Іноді не відповідає задачі яку треба розв'язати
	b	Ідеально описують усі необхідні характеристики	Достатньо затратно реалізовувати свої алгоритми для подальшої реалізації
F_3	a	Загально прийнята реалізація	Іноді не відповідає очікуваним значенням
	b	При виконанні власних досліджень краще може передавати висновки	Необхідно достатньо багато часу для написання програми для побудови та знаходження всього необхідного в задачі.

На основі аналізу позитивно-негативної матриці робимо висновок, що при розробці програмного продукту, що спеціалізується на обробці даних про ворожу повітряну ціль, а також на алгоритмі керування ракетою, що йде на її перехват, деякі варіанти реалізації функцій варто переглянути, тому, що вони можуть не відповідають поставленим перед програмним продуктом задачам. Ці варіанти відзначені у морфологічній карті.

Функція F_1 :

Перевагу даємо загальнодоступності. Для спрощення роботи по написанню коду варіант δ має бути відкинтий.

Функція F_2 :

Програма допускає обрання обох варіантів. Можливо використати варіанти a чи δ .

Функція F_3 :

Реалізація першого варіанту є сприйнятливою. Це варіант a .

Таким чином, будемо розглядати такий варіанти реалізації ПП:

$$F_1a - F_2a - F_3a$$

$$F_1a - F_2\delta - F_3a$$

Для оцінювання якості розглянутих функцій обрана система параметрів, описана нижче.

4.3 Обґрунтування системи параметрів програмного продукту

На основі даних, розглянутих вище, визначаються основні параметри вибору, які будуть використані для розрахунку коефіцієнта технічного рівня.

Для того, щоб охарактеризувати програмний продукт, будемо використовувати наступні параметри:

- X_1 – швидкодія мови програмування;
- X_2 – об'єм пам'яті для обчислень та збереження даних;
- X_3 – час попередньої обробки даних;
- X_4 – потенційний об'єм програмного коду.

Гірші, середні і кращі значення параметрів вибираються на основі вимог замовника й умов, що характеризують експлуатацію програмного продукту, як показано у таблиці 4.2.

Таблиця 4.2 - Основні параметри програмного продукту

Назва Параметра	Умовні позначення	Одиниці виміру	Значення параметра		
			гірші	середні	кращі
Швидкодія мови програмування	X1	оп/мс	60	80	110
Об'єм пам'яті	X2	Мб	60	50	30
Час попередньої обробки даних	X3	мс	80	70	60
Потенційний об'єм програмного коду	X4	кількість рядків коду	35	25	20

За даними таблиці 4.3 будуються графічні характеристики параметрів –
рис. 4.2 – рис. 4.5.

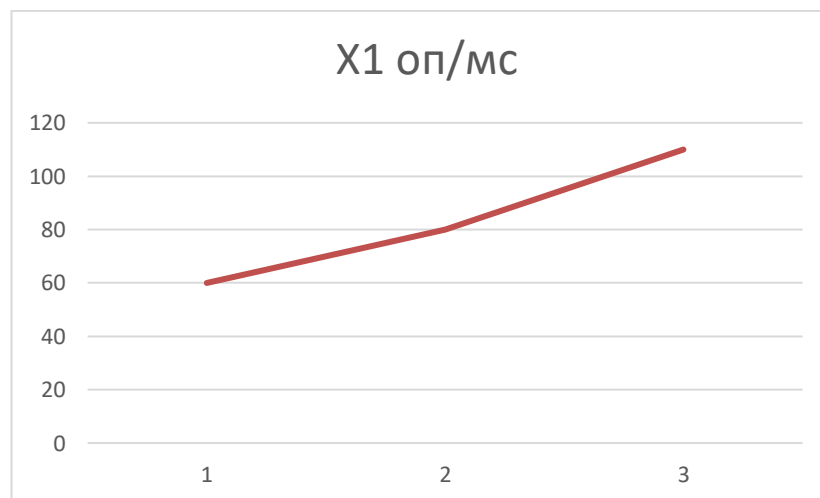


Рисунок 4.2 – X1, швидкодія мови програмування

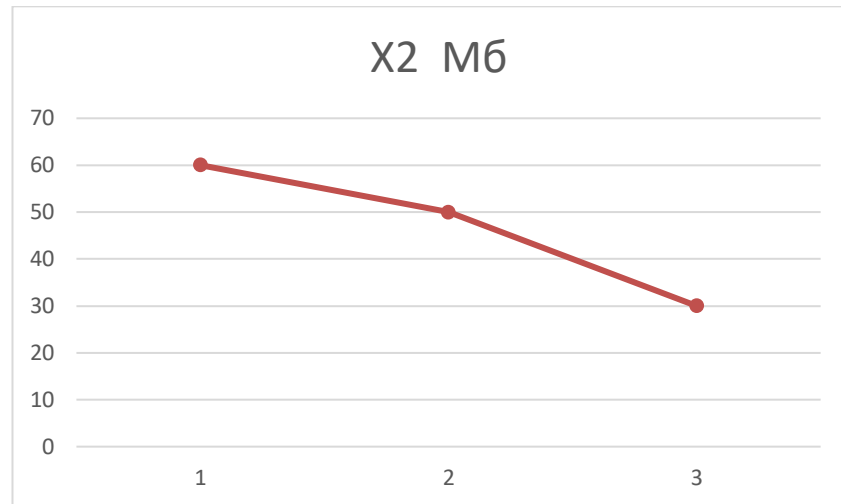


Рисунок 4.3 – X2, об'єм пам'яті

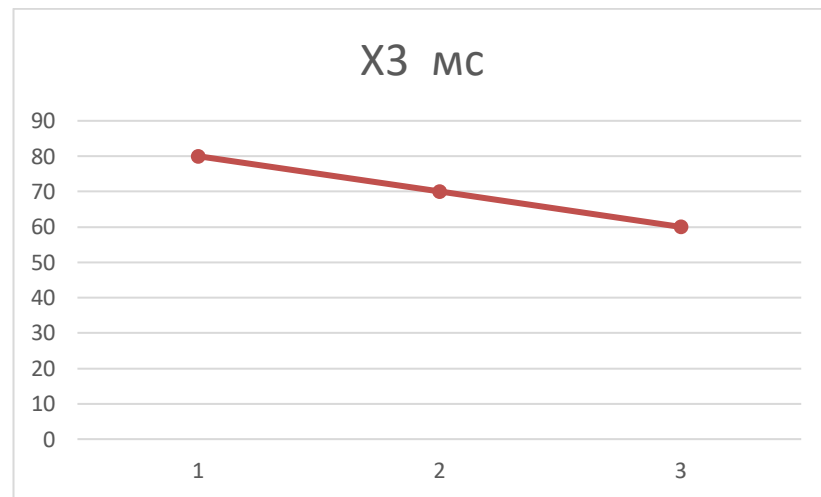


Рисунок 4.4 – X3, час попередньої обробки даних

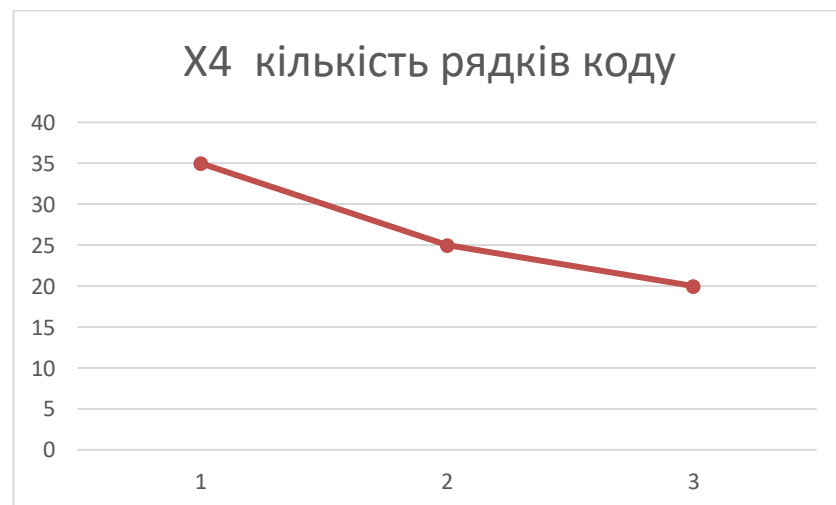


Рисунок 4.5 – X4, потенційний об'єм програмного коду

4.4 Аналіз експертного оцінювання параметрів

Після детального обговорення й аналізу кожний експерт оцінює ступінь важливості кожного параметру для конкретно поставленої цілі – розробка програмного продукту, який дає найбільш точні результати при знаходженні параметрів моделей адаптивного прогнозування і обчислення прогнозних значень.

Значимість кожного параметра визначається методом попарного порівняння. Оцінку проводить експертна комісія із 7 людей. Визначення коефіцієнтів значимості передбачає:

- визначення рівня значимості параметра шляхом присвоєння різних рангів;
- перевірку придатності експертних оцінок для подальшого використання;
- визначення оцінки попарного пріоритету параметрів;
- обробку результатів та визначення коефіцієнту значимості.

Результати експертного ранжування наведені у таблиці 4.3.

Таблиця 4.3 - Результати ранжування параметрів

Позначення параметра	Назва параметра	Одиниці виміру	Ранг параметра за оцінкою експерта							Сума рангів R_i	Відхилення Δ_i	Δ_i^2
			1	2	3	4	5	6	7			
$X1$	Швидкодія мови програмування	Оп/мс	1	2	2	1	1	1	2	10	-7,5	56,25
$X2$	Об'єм пам'яті	Мб	3	4	3	3	4	3	4	24	6,5	42,25

Продовження таблиці 4.3

Позначення параметра	Назва параметра	Одиниці виміру	Ранг параметра за оцінкою експерта							Сума рангів R_i	Відхилення Δ_i	Δ_i^2
X3	Час обробки даних	мс	2	1	1	2	2	2	1	11	-6,5	42,25
X4	Потенційний об'єм програмного коду	Кількість рядків коду	4	3	4	4	3	4	3	25	7,5	56,25
	Разом		10	10	10	10	10	10	10	70	0	197

Для перевірки степені достовірності експертних оцінок, визначимо наступні параметри:

а) сума рангів кожного з параметрів і загальна сума рангів:

$$R_i = \sum_{j=1}^N r_{ij} R_{ij} = \frac{Nn(n+1)}{2} = 70, \quad (4.1)$$

де N – число експертів,

n – кількість параметрів;

б) середня сума рангів:

$$T = \frac{1}{n} R_{ij} = 17,5 \quad (4.2)$$

в) відхилення суми рангів кожного параметра від середньої суми рангів:

$$\Delta_i = R_i - T. \quad (4.3)$$

Сума відхилень по всіх параметрах повинна дорівнювати 0;

г) загальна сума квадратів відхилення:

$$S = \sum_{i=1}^N \Delta_i^2 = 197. \quad (4.4)$$

Порахуємо коефіцієнт узгодженості:

$$W = \frac{12S}{N^2(n^3 - n)} = \frac{12 \cdot 197}{7^2(4^3 - 4)} = 0,754 > W_k = 0,67. \quad (4.5)$$

Ранжування можна вважати достовірним, тому що знайдений коефіцієнт узгодженості перевищує нормативний, котрий дорівнює 0,67.

Скориставшись результатами ранжирування, проведемо попарне порівняння всіх параметрів і результати занесемо у таблицю 4.4.

Таблиця 4.4 - Попарне порівняння параметрів.

Параметри	Експерти							Кінцева оцінка	Числове значення
	1	2	3	4	5	6	7		
X1 і X2	<	<	<	<	<	<	<	<	0,5
X1 і X3	<	>	>	<	<	<	>	<	0,5
X1 і X4	<	<	<	<	<	<	<	<	0,5
X2 і X3	>	>	>	>	>	>	>	>	1,5
X2 і X4	<	>	<	<	>	<	<	<	0,5
X3 і X4	<	<	<	<	<	<	<	<	0,5

Числове значення, що визначає ступінь переваги i -го параметра над j -тим, a_{ij} визначається по формулі:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1.5 \text{ при } X_i > X_j \\ 1.0 \text{ при } X_i = X_j \\ 0.5 \text{ при } X_i < X_j \end{cases} \quad (5.6)$$

З отриманих числових оцінок переваги складемо матрицю $A = \| a_{ij} \|$.

Для кожного параметра зробимо розрахунок вагомості K_{bi} за наступними формулами:

$$K_{bi} = \frac{b_i}{\sum_{i=1}^n b_i} \quad (4.7)$$

$$b_i = \sum_{j=1}^N a_{ij} \quad (4.8)$$

Відносні оцінки розраховуються декілька разів доти, поки наступні значення не будуть мати відхилення не більше 2%. На другому і наступних кроках відносні оцінки розраховуються за наступними формулами:

$$K_{bi} = \frac{b'_i}{\sum_{i=1}^n b'_i}, \quad (4.9)$$

$$b'_i = \sum_{j=1}^N a_{ij} b_j \quad (4.10)$$

Як видно з таблиці 4.5, різниця значень коефіцієнтів вагомості не перевищує 2%, тому більшої кількості ітерацій не потрібно.

Таблиця 4.5 - Розрахунок вагомості параметрів

Параметри x_i	Параметри x_j				Перша ітер.		Друга ітер.		Третя ітер.	
	X1	X2	X3	X4	b_i	K_{bi}	b_i^1	K_{bi}^1	b_i^2	K_{bi}^2
X1	1	0,5	0,5	0,5	2,5	0,16	9,25	0,16	34,125	0,16
X2	1,5	1	1,5	0,5	4,5	0,28	16,25	0,28	59,125	0,28
X3	1,5	0,5	1	0,5	3,5	0,22	12,25	0,21	41,875	0,2
X4	1,5	1,5	1,5	1	5,5	0,34	21,25	0,35	77,875	0,36
Всього:					16	1	59	1	213	1

4.5 Аналіз рівня якості варіантів реалізації функцій

Визначаємо рівень якості кожного варіанту виконання основних функцій окремо.

Абсолютні значення параметрів $X2$ (Об'єм пам'яті), $X3$ (час попередньої обробки даних) та $X4$ (потенційний об'єм програмного коду) відповідають технічним вимогам умов функціонування даного ПП.

Абсолютне значення параметра $X1$ (швидкість роботи мови програмування) обрано не найгіршим.

Коефіцієнт технічного рівня для кожного варіанта реалізації ПП розраховується так (таблиця 4.6):

$$K_K(j) = \sum_{i=1}^n K_{ei,j} B_{i,j}, \quad (4.11)$$

де n – кількість параметрів;

K_{ei} – коефіцієнт вагомості i -го параметра;

B_i – оцінка i -го параметра в балах.

Таблиця 4.6 - Розрахунок показників рівня якості варіантів реалізації основних функцій ПП

Основні функції	Варіант реалізації функції	Параметри	Абсолютне значення параметра	Бальна оцінка параметра	Коефіцієнт вагомості параметра	Коефіцієнт рівня якості
F1	A	X1	100	25	0,16	3,1
F3	A	X2	87	29	0,28	6,82
	Б	X3	27	19	0,2	6,2
F4	A	X4	25	23	0,36	9,13

За даними з таблиці 4.6 за формулою:

$$K_K = K_{\text{ТУ}}[F_{1k}] + K_{\text{ТУ}}[F_{2k}] + \dots + K_{\text{ТУ}}[F_{zk}], \quad (4.12)$$

визначаємо рівень якості кожного з варіантів:

$$K_{K1} = 3,1 + 6,82 + 9,13 = 19,05 ;$$

$$K_{K2} = 3,1 + 6,2 + 9,13 = 18,43 .$$

Як видно з розрахунків, кращим є 1 варіант, для якого коефіцієнт технічного рівня має найбільше значення.

4.6 Економічний аналіз варіантів розробки ПП

Для визначення вартості розробки ПП спочатку проведемо розрахунок трудомісткості.

Всі варіанти включають в себе два окремих завдання:

1. Розробка проекту програмного продукту;
2. Розробка програмної оболонки;

Завдання 1 за ступенем новизни відноситься до групи А, завдання 2 – до групи Б. За складністю алгоритми, які використовуються в завданні 1 належать до групи 1; а в завданні 2 – до групи 3.

Для реалізації завдання 1 використовується довідкова інформація, а завдання 2 використовує інформацію у вигляді даних.

Проведемо розрахунок норм часу на розробку та програмування для кожного з завдань.

Загальна трудомісткість обчислюється як:

$$T_0 = T_P \cdot K_{\Pi} \cdot K_{СК} \cdot K_M \cdot K_{СТ} \cdot K_{СТ.М}, \quad (4.13)$$

де T_P – трудомісткість розробки ПП;

K_{Π} – поправочний коефіцієнт;

$K_{СК}$ – коефіцієнт на складність вхідної інформації;

K_M – коефіцієнт рівня мови програмування;

$K_{СТ}$ – коефіцієнт використання стандартних модулів і прикладних програм;

$K_{СТ.М}$ – коефіцієнт стандартного математичного забезпечення

Для першого завдання, виходячи із норм часу для завдань розрахункового характеру степеню новизни А та групи складності алгоритму 1, трудомісткість дорівнює: $T_P = 37$ людино-днів. Поправочний коефіцієнт, який враховує вид нормативно-довідкової інформації для першого завдання: $K_{\Pi} = 1.8$. Поправочний коефіцієнт, який враховує складність контролю вхідної та вихідної інформації для всіх семи завдань рівний 1: $K_{СК} = 1$. Оскільки при розробці першого завдання використовуються стандартні модулі, врахуємо це за допомогою коефіцієнта $K_{СТ} = 0.9$. Тоді загальна трудомісткість програмування першого завдання дорівнює:

$$T_1 = 37 \cdot 1.8 \cdot 0.9 = 59,94 \text{ людино-днів.}$$

Проведемо аналогічні розрахунки для подальших завдань.

Для другого завдання (використовується алгоритм третьої групи складності, степінь новизни Б), тобто $T_P = 29$ людино-днів, $K_{\Pi} = 0.9$, $K_{СК} = 1$, $K_{СТ} = 0.8$:

$$T_2 = 29 \cdot 0.9 \cdot 0.8 = 20.88 \text{ людино-днів.}$$

Складаємо трудомісткість відповідних завдань для кожного з обраних варіантів реалізації програми, щоб отримати їх трудомісткість:

$$T_I = (59,94 + 20,88 + 4,8 + 20,88) \cdot 8 = 852 \text{ людино-годин.}$$

$$T_{II} = (59,94 + 20,88 + 6,91 + 20,88) \cdot 8 = 868,88 \text{ людино-годин.}$$

Найбільш високу трудомісткість має варіант II.

В розробці беруть участь два програмісти з окладом 20000 грн., один інженер в області електроніки з окладом 25000. Визначимо середню зарплату за годину за формулою:

$$C_q = \frac{M}{T_m \cdot t} \text{ грн.,} \quad (4.14)$$

де M – місячний оклад працівників;

T_m – кількість робочих днів тижень;

t – кількість робочих годин в день.

$$C_q = \frac{20000 + 20000 + 25000}{3 \cdot 21 \cdot 8} = 128,96 \text{ грн.} \quad (4.15)$$

Тоді, розрахуємо заробітну плату за формулою:

$$C_{зп} = C_q \cdot T_i \cdot K_d, \quad (4.16)$$

де C_q – величина погодинної оплати праці програміста;

T_i – трудомісткість відповідного завдання;

K_d – норматив, який враховує додаткову заробітну плату.

Зарплата розробників за варіантами становить:

$$\text{I. } C_{3\Pi} = 128,96 \cdot 852 \cdot 1.2 = 131848,7 \text{ грн.}$$

$$\text{II. } C_{3\Pi} = 128,96 \cdot 868.88 \cdot 1.2 = 134464,02 \text{ грн.}$$

Відрахування на єдиний соціальний внесок становить 22%:

$$\text{I. } C_{\text{ВІД}} = C_{3\Pi} \cdot 0.22 = 130867,31 \cdot 0.22 = 29046,71 \text{ грн.}$$

$$\text{II. } C_{\text{ВІД}} = C_{3\Pi} \cdot 0.22 = 139459,54 \cdot 0.22 = 29582,08 \text{ грн.}$$

Тепер визначимо витрати на оплату однієї машино-години. (C_M)

Так як одна ЕОМ обслуговує одного програміста з окладом 17000 грн., з коефіцієнтом зайнятості 0,2 то для однієї машини отримаємо:

$$C_{\Gamma} = 12 \cdot M \cdot K_3 = 12 \cdot 17000 \cdot 0,2 = 40800 \text{ грн.}$$

З урахуванням додаткової заробітної плати:

$$C_{3\Pi} = C_{\Gamma} \cdot (1 + K_3) = 40800 \cdot (1 + 0.2) = 48960 \text{ грн.}$$

Відрахування на соціальний внесок:

$$C_{\text{ВІД}} = C_{3\Pi} \cdot 0.22 = 48960 \cdot 0,22 = 10771,2 \text{ грн.}$$

Амортизаційні відрахування розраховуємо при амортизації 12% та вартості ЕОМ – 10000 грн.

$$C_A = K_{\text{ТМ}} \cdot K_A \cdot \Pi_{\text{ГР}} = 1.4 \cdot 0.12 \cdot 10000 = 1680 \text{ грн.,}$$

де K_{TM} – коефіцієнт, який враховує витрати на транспортування та монтаж приладу у користувача;

K_A – річна норма амортизації;

$C_{ПР}$ – договірна ціна приладу.

Витрати на ремонт та профілактику розраховуємо як:

$$C_P = K_{TM} \cdot C_{ПР} \cdot K_P = 1.4 \cdot 10000 \cdot 0.08 = 1120 \text{ грн.},$$

де K_P – відсоток витрат на поточні ремонти.

Ефективний годинний фонд часу ПК за рік розраховуємо за формулою:

$$\begin{aligned} T_{EF} &= (D_K - D_B - D_C - D_P) \cdot t_z \cdot K_B = (365 - 104 - 12 - 16) \cdot 8 \cdot 0.35 = \\ &= 627,2 \text{ години}, \end{aligned}$$

де D_K – календарна кількість днів у році;

D_B, D_C – відповідно кількість вихідних та святкових днів;

D_P – кількість днів планових ремонтів устаткування;

t – кількість робочих годин в день;

K_B – коефіцієнт використання приладу у часі протягом зміни.

Витрати на оплату електроенергії розраховуємо за формулою:

$$C_{ЕЛ} = T_{ЕФ} \cdot N_C \cdot K_3 \cdot C_{ЕН} = 627,2 \cdot 0,6 \cdot 0,4 \cdot 5,23 = 787,26 \text{ грн.},$$

де N_C – середньо-споживча потужність приладу;

K_3 – коефіцієнтом зайнятості приладу;

$\Pi_{\text{ЕН}}$ – тариф за 1 КВт-годин електроенергії.

Накладні витрати розраховуємо за формулою:

$$C_H = \Pi_{\text{ПР}} \cdot 0,67 = 10000 \cdot 0,67 = 6700 \text{ грн.}$$

Тоді, річні експлуатаційні витрати будуть:

$$C_{\text{ЕКС}} = C_{\text{ЗП}} + C_{\text{ВІД}} + C_A + C_P + C_{\text{ЕЛ}} + C_H, \quad (4.17)$$

$$C_{\text{ЕКС}} = 48960 + 10771,2 + 1680 + 1120 + 145,7 + 6700 = 69376,90 \text{ грн.}$$

Собівартість однієї машино-години ЕОМ дорівнюватиме:

$$C_{\text{М-Г}} = C_{\text{ЕКС}} / T_{\text{ЕФ}} = 69376,90 / 627,2 = 110,60 \text{ грн/год.}$$

Оскільки в даному випадку всі роботи, які пов'язані з розробкою програмного продукту ведуться на ЕОМ, витрати на оплату машинного часу, в залежності від обраного варіанта реалізації, складає:

$$C_M = C_{\text{М-Г}} \cdot T, \quad (4.18)$$

$$\text{I. } C_M = 110,6 \cdot 852 = 94231,2 \text{ грн.}$$

$$\text{II. } C_M = 110,6 \cdot 868,88 = 96098,12 \text{ грн.}$$

Накладні витрати складають 67% від заробітної плати:

$$C_H = C_{\text{ЗП}} \cdot 0,67, \quad (4.19)$$

$$\text{I. } C_H = 131848,7 \cdot 0,67 = 88338,16 \text{ грн.}$$

$$\text{II. } C_H = 134464,02 \cdot 0,67 = 90090,89 \text{ грн.}$$

Отже, вартість розробки ПП за варіантами становить:

$$C_{\text{ПП}} = C_{\text{ЗП}} + C_{\text{ВІД}} + C_{\text{М}} + C_{\text{Н}}, \quad (4.20)$$

$$\text{I. } C_{\text{ПП}} = 131848,7 + 29046,71 + 94231,2 + 88338,16 = 343464,77 \text{ грн.}$$

$$\text{II. } C_{\text{ПП}} = 134464,02 + 29582,08 + 96098,12 + 90090,89 = 350235,11 \text{ грн.}$$

4.7 Вибір кращого варіанту ПП техніко-економічного рівня

Розрахуємо коефіцієнт техніко-економічного рівня за формулою:

$$K_{\text{ТЕР}j} = K_{\text{К}j} / C_{\text{Ф}j}, \quad (4.21)$$

$$K_{\text{ТЕР}1} = 19,05 / 343464,77 = 5,54 \cdot 10^{-5},$$

$$K_{\text{ТЕР}2} = 18,43 / 350235,11 = 5,262 \cdot 10^{-5}.$$

Як бачимо, найбільш ефективним є перший варіант реалізації програми з коефіцієнтом техніко-економічного рівня $K_{\text{ТЕР}1} = 6,404 \cdot 10^{-5}$.

Після виконання функціонально-вартісного аналізу програмного комплексу що розроблюється, можна зробити висновок, що з альтернатив, що залишились після першого відбору двох варіантів виконання програмного комплексу оптимальним є перший варіант реалізації програмного продукту. У нього виявився найкращий показник техніко-економічного рівня якості:

$$K_{\text{ТЕР}} = 5,54 \cdot 10^{-5}.$$

Цей варіант реалізації програмного продукту має такі параметри:

- вибір програмного продукту – CubeIDE;
- реалізація важливої постановки з допомогою вбудованих функцій;
- Використання стандартного інтерфейсу для побудови значень.

Даний варіант виконання програмного комплексу дає користувачу зручний інтерфейс, швидку реалізацію програми та доступний функціонал для роботи.

4.8 Висновки до розділу 4

В даному розділі було проведено повний функціонально-вартісний аналіз програмного продукту. Також було знайдено оцінку основних функцій програмного продукту.

В результаті виконання функціонально-вартісного аналізу програмного комплексу що розроблюється, було визначено та проведено оцінку основних функцій програмного продукту, а також знайдено параметри, які його характеризують.

На основі аналізу вибрано варіант реалізації програмного продукту.

ВИСНОВКИ

Отже, у даній роботі була побудована математична модель керування рулями ракети таким чином, щоб вона залишалася на заданій траєкторії до ураження ворожої цілі. В якості метода наведення використовувався алгоритм мінімізації лінійних відхилень від траєкторії, а також мінімізація кутових відхилень за допомогою ПД-контролера з урахуванням гранично-допустимого доцентрового прискорення, максимального кутового відхилення від траєкторії, кута зкручування ракети, а також з урахуванням розходження вектора швидкості та вектора напрямлення.

У першому розділі було надано базову термінологію з теорії керування, а саме: передатні функції, АЧХ, ФЧХ, реакція на імпульс, реакція на ступінчасте збурення системи, її спостережуваність, керованість та стійкість.

У другому розділі було надано поглиблену інформацію а також деякі методи налаштування параметрів ПД-контролера, в залежності від заданих вимог стійкості та максимального перевищення заданого значення.

У третьому розділі було представлено математичну модель системи пуску та системи наведення. Система пуску видає сигнал на можливість запуску ракети у випадку якщо точка випередження цілі знаходиться у зоні ураження. Система наведення утворює оптимальну траєкторію, що складається з двох прямих ліній та дугою між ними для повороту ракети в сторону точки наведення з допустимим доцентровим прискорення.

У четвертому розділі було проведено повний функціонально-вартісний аналіз програмного продукту. Також було знайдено оцінку основних функцій програмного продукту.

ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. George Ellis. Control System Design Guide, 2003, P. 11-54.
URL: <http://www.iqytechnicalcollege.com/Control%20System%20Design%20Guide.pdf>
2. Попович М.Г., Ковальчук О. В. Теорія автоматичного керування, 2007, Р. 75-240. URL: https://pdf.lib.vntu.edu.ua/books/Popovich_2007_656.pdf
3. Karl Astrom, Tore Huggland. PID Controllers, Theory , Design and Tuning (2nd Edition), 1995, P. 59-230, URL: <https://aiecp.wordpress.com/wp-content/uploads/2012/07/1-0-1-k-j-astrom-ПІД-controllers-theory-design-and-tuning-2ed.pdf>
4. Scott Zhuge, PID Control Theory, 2020, URL: <https://www.crystallinstruments.com/blog/2020/8/23/pid-control-theory>
5. Zurich Instruments, Principles of PID Controllers, 2023, URL: https://www.zhinst.com/sites/default/files/documents/2023-08/zi_whitepaper_principles_of_pid_controllers.pdf
6. Curtis D. Johnson. Process Control Instrumentation Technology, Eighth Edition, 2014, P. 55-123. URL: https://moodle.uneg.edu.ve/pluginfile.php/76077/mod_folder/content/0/Process%20Control%20Instrumentation%20Technology%208th%20Ed.pdf
7. Transformation: Transfer Function $\leftrightarrow$ State Space. URL: <https://lpsa.swarthmore.edu/Representations/SysRepTransformations/TF2SS.html>

8. George M. Siouris. Missile Guidance and Control Systems, 2003, P. 83-125.

URL:

https://www.academia.edu/40866124/Missile_Guidance_and_Control_Systems

9. ĐNANÇ MORAN. THREE PLANE APPROACH FOR 3D TRUE PROPORTIONAL NAVIGATION, 2005, P. 13-26. URL:

<https://web.itu.edu.tr/altilar/thesis/msc/MORAN05.pdf>

10. Bo Zhang, Qixing Lv, Yuqing Lei. The Application of PID Controller in Missile Longitudinal Loop System and Its Simulation. 2015. URL:

https://www.researchgate.net/publication/301463195_The_Application_of_PID_Controller_in_Missile_Longitudinal_Loop_System_and_Its_Simulation

11. Scott R. Starin, Attitude Determination and Control Systems, 2011, URL:

<https://ntrs.nasa.gov/api/citations/20110007876/downloads/20110007876.pdf>

12. Michael J. Rycroft, Robert F. Stengel, Spacecraft Dynamics and Control, 1997, P. 88-111 URL:

<https://bayanbox.ir/view/3959531767731584838/Spacecraft-dynamics-and-control-SIDI.pdf>

13. 9М33БМ3 Техническое Описание, Книга 5 – счетно-решающий прибор.

ДОДАТОК А МОДЕРНІЗОВАНА СИСТЕМА ПУСКУ

Як зазначалось у підрозділі 3.2, на вхід системи подаються напруги, пропорційні координатам ворожої цілі в заданому масштабі. Пристрій, зображений на рисунках А.1 - А.3, приймає на вхід напруги координат, конвертує їх в потрібний масштаб для мікроконтролера, який в свою чергу посиляє необхідні сигнали для імітування індикацій «Увага», «Ціль в зоні» та « $V_r < 100$ ».

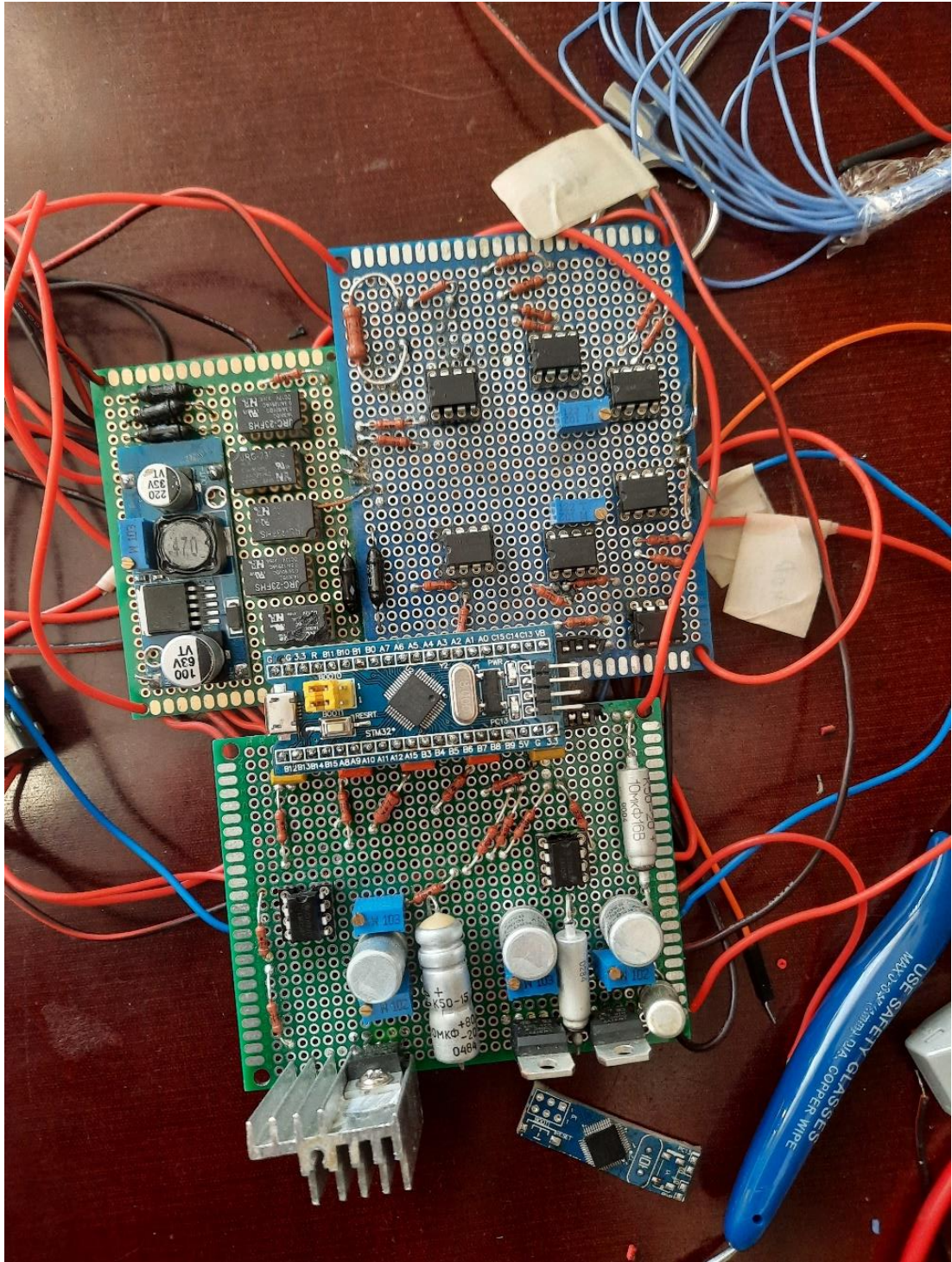


Рисунок А.1

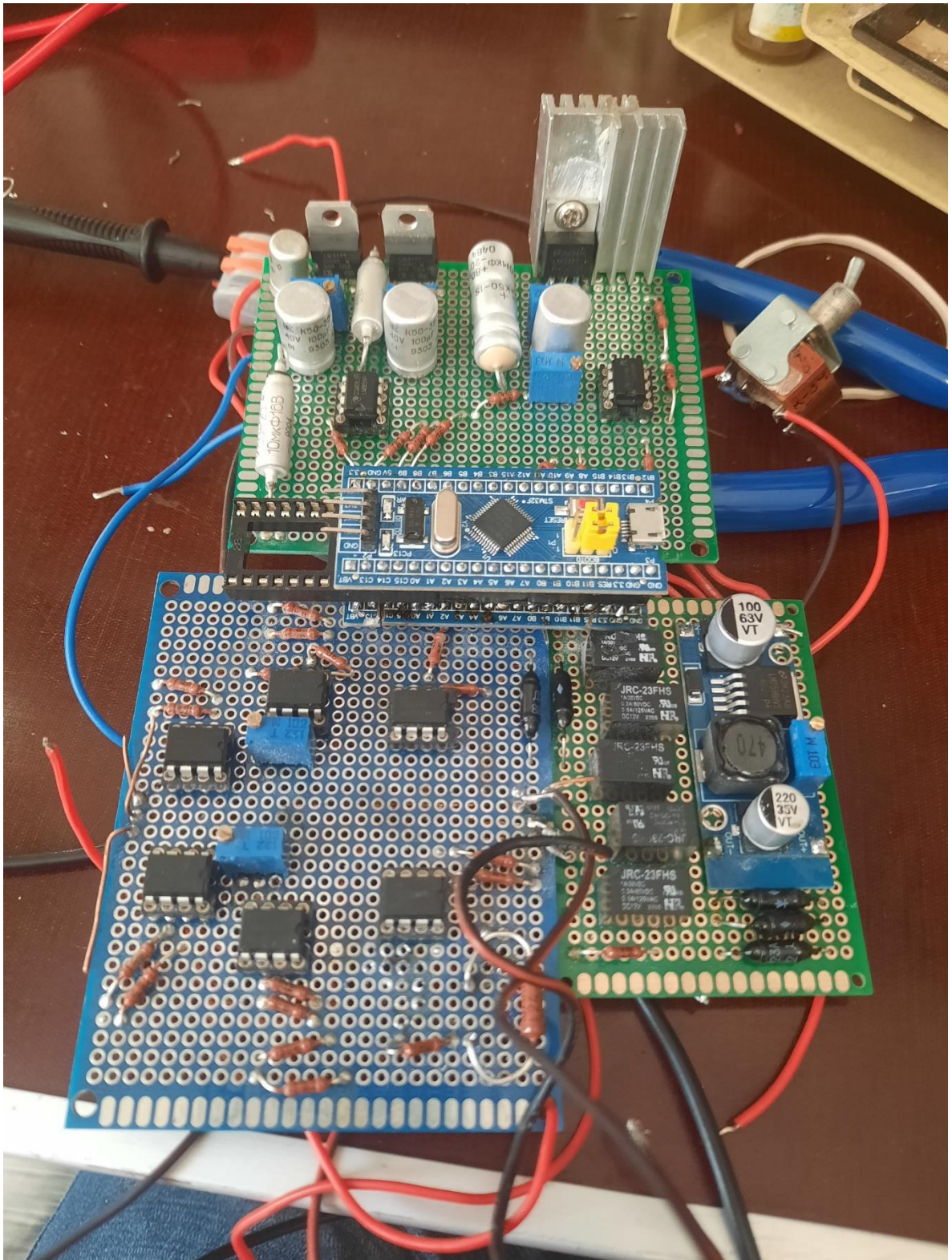


Рисунок А.2

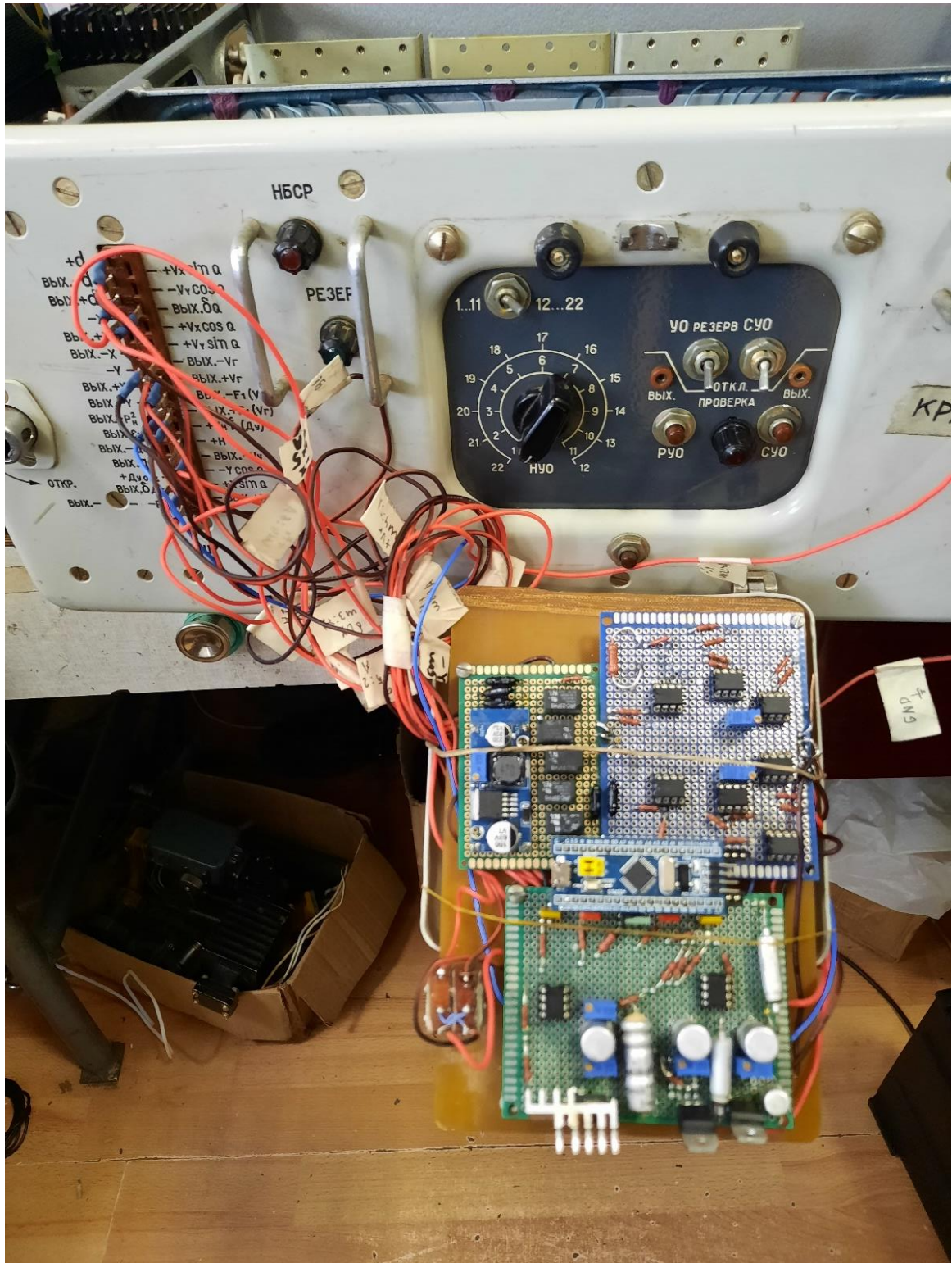


Рисунок А.3

Варто зазначити, що це наразі експериментальна версія, яка була зібрана на макетній платі, що довела свою працезданість на практиці. Як можна побачити на рисунку А.3, модернізована система має безліч виходів в блок. Це пов'язано з тим, що система пуску – система що розбита на декілька блоків, причому в ті блоки, які включають частину даної системи, включають також частини і інших систем, саме тому необхідно було розробити додаткову схему розв'язки.