

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

В. В. Аврутов

ВИПРОБУВАННЯ І КОНТРОЛЬ ПРИЛАДІВ І СИСТЕМ

Підручник

Затверджено Вченою радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
як підручник для здобувачів ступеня магістра
за спеціальністю 151 Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології

Електронне мережне навчальне видання

Київ
КПІ ім. Ігоря Сікорського
2022

Рецензенти: **Успенський В.Б.** – д.т.н., професор кафедри систем і процесів управління Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут»;

Цисарж В.В. – к.т.н., зам. директора державного підприємства «Науково-дослідний інститут «Квант-радіолокація»

Відповідальний

редактор: **Бурау Н.І.** – д.т.н., професор

*Гриф надано Вченою радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
(протокол № 4 від 27.06.2022 р.)*

Підручник написано на основі однойменного курсу, який викладається студентам приладобудівного факультету на кафедрі комп'ютерно-інтегрованих оптичних та навігаційних систем НТУУ «Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського». У першому розділі наводяться основні поняття і визначення теорії випробувань і контролю якості приладів і систем. Тут вивчаються місце і цілі випробувань в життєвому циклі виробів, розглядаються види зовнішніх впливів і умови експлуатації, дається класифікація випробувань, описано такі нормативні документи як програма випробувань і методика випробувань. Наводиться інформація про основні види спеціального випробувального устаткування: поворотні установки, центрифуги, вібростенди тощо. Розглянуто основні види контролю якості продукції. Другий розділ присвячено випробуванням акселерометрів. Розглянуто загальні питання експериментального визначення основних параметрів акселерометрів – масштабних коефіцієнтів, нульових сигналів і коефіцієнтів перехресного зв'язку. Третій розділ присвячено випробуванням гіроскопів. У четвертому розділі описано калібрування інерціально-вимірювальних модулів. Підручник призначений для здобувачів ступеня магістра за спеціальністю 151 – «автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології». Крім того, підручник може бути корисним для студентів, які навчаються за спеціальністю 173 – «авіоніка» та 134 – «авіаційна та ракетно-космічна техніка».

Реєстр. № П 21/22-022. Обсяг 10,2 авт. арк.

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
проспект Перемоги, 37, м. Київ, 03056
<https://kpi.ua>

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру видавців, виготовлювачів
і розповсюджувачів видавничої продукції ДК № 5354 від 25.05.2017 р.

© В. В. Аврутов
© КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022

Зміст

	Умовні позначення.....	6
	Передмова.....	7
	Вступ.....	8
1	Теоретичні основи випробовувань і контролю.....	11
1.1	Випробовування як елемент життєвого циклу виробів..	11
1.2	Впливи та умови експлуатації бортових приладів.....	13
1.3	Класифікація випробувань.....	16
1.4	Програма випробувань.....	23
1.5	Способи проведення випробувань.....	25
1.6	Випробувальне обладнання.....	26
1.6.1	Оптична ділильна головка.....	27
1.6.2	Одновісні поворотні установки.....	28
1.6.3	Двовісні поворотні установки.....	29
1.6.4	Тривісні поворотні установки.....	29
1.6.5	Центрифуги.....	30
1.6.6	Вібростенди.....	31
1.6.7	Віброфуги.....	35
1.6.8	Ударні стенди.....	36
1.6.9	Кільця Гельмгольца.....	37
1.6.10	Стенди хитавиці.....	39
1.6.11	Акустичні камери.....	41
1.6.12	Кліматичні камери.....	43
1.7	Види контролю.....	44
1.7.1	Контроль якості продукції залежно від об'єкту контролю.....	44
1.7.2	Контроль якості продукції залежно від засобів контролю.....	44
1.7.3	Контроль якості продукції залежно від характеру і методу контролю.....	45
	Контрольні запитання.....	45
2	Випробування акселерометрів.....	47
2.1	Математична модель осьових акселерометрів.....	47
2.2	Математична модель маятникових акселерометрів.....	58
2.3	Часові характеристики акселерометрів.....	65
2.4	Статичні випробування акселерометрів.....	68
2.4.1	Метод тестових поворотів.....	69
2.4.2	Метод послідовних поворотів.....	72
2.4.3	Кліматичні випробування акселерометрів.....	74
2.4.4	Електромагнітні випробування акселерометрів.....	78
2.5	Динамічні випробування акселерометрів.....	79
2.5.1	Випробування акселерометрів на центрифугі.....	79

2.5.2	Частотні характеристики акселерометрів.....	81
2.5.3	Вібраційні випробування акселерометрів.....	86
2.5.4	Дослідження шумових характеристик мікроакселерометрів.....	89
	Контрольні запитання.....	91
3	Випробування гіроскопів.....	92
3.1	Калібрувальні (статичні) випробування гіроскопів.....	93
3.2	Модель дрейфу двоступеневого поплавцевого гіроскопу.....	99
3.3	Випробування гіроскопа в режимі одновісного гіростабілізатора.....	104
3.3.1	Схема випробувань I. Вхідна вісь гіроскопа паралельна земній осі.....	107
3.3.2	Схема випробувань II. Вхідна вісь гіроскопа вертикальна.....	114
3.3.3	Схема випробувань III. Вхідна вісь гіроскопа горизонтальна.....	116
3.4	Випробування гіроскопа в режимі зворотного зв'язку за моментом (режим «електричної пружини»).....	118
3.4.1	Схема I. Вихідна вісь гіроскопа паралельна земній осі..	119
3.4.2	Схема випробувань II. Вихідна вісь гіроскопа вертикальна.....	125
3.4.3	Схема випробувань III. Вихідна вісь гіроскопа горизонтальна.....	127
3.5	Випробування гіроскопів на центрифuzі.....	129
3.6	Електромагнітні випробування гіроскопів.....	136
3.7	Вібраційні випробування гіроскопів.....	137
3.7.1	Визначення дрейфів через нерівножорсткість пружного підвісу. Випадок горизонтальної вібрації.....	139
3.7.2	Випробування гіроскопів при вертикальній вібрації.....	145
3.8	Випробування динамічно налаштованих гіроскопів.....	150
3.9	Модель вихідних сигналів блоку механічних гіроскопів	160
3.10	Оптико-електронні гіроскопи.....	160
3.10.1	Волоконно-оптичний гіроскоп.....	163
3.10.2	Лазерні гіроскопи.....	167
	Контрольні запитання.....	173
4	Калібрування інерціально-вимірювальних модулів..	174
4.1	Калібрування блоку осьових акселерометрів.....	174
4.2	Калібрування блоку маятникових акселерометрів.....	179
4.3	Калібрування блоку гіроскопів.....	182
4.4	Калібрування блоку гіроскопів з урахуванням g-дрейфів.....	186

4.5	Калібрування блоку гіроскопів з урахуванням g^2 - дрейфів.....	190
4.6	Скалярне калібрування блоку акселерометрів.....	194
4.7	Скалярне калібрування блоку гіроскопів.....	199
	Контрольні запитання.....	203
	Список використаної та рекомендованої літератури.....	204
	Додаток 1. Виявлення та виключення грубих похибок з результатів випробувань.....	210
	Додаток 2. Метод найменших квадратів. Лінійна залежність.....	213
	Додаток 3. Метод найменших квадратів в матричній формі.....	216
	Додаток 4. Варіації Алана.....	221
	Предметний покажчик.....	223

Умовні позначення

АЧХ – амплітудно-частотна характеристика
АЕС – атомна електростанція
БІНС – безплатформова інерційна навігаційна система
БІСО – безплатформова інерційна система орієнтації
ЗВФ – зовнішні впливаючі фактори
ВОГ – волоконно-оптичний гіроскоп
ДНГ – динамічно налаштований гіроскоп
ДКШ – датчик кутової швидкості
ЕОМ – електронно обчислювальна машина
ЄСКД – єдина система конструкторської документації
ІВМ – інерціально-вимірювальний модуль
ЛГ – лазерний гіроскоп
МНК – метод найменших квадратів
НДР – науково-дослідна робота
НТД – нормативно-технічна документація
ОДГ – оптична ділильна головка
ОВ – об'єкт випробувань
ДКР – дослідно-конструкторська розробка
ПВ – програма випробувань
ПІД-регулятор – пропорційно-інтегрально-диференціюючий регулятор
ТЗ – технічне завдання
ТУ – технічні умови
ФЧХ – фазо-частотна характеристика
ЦНДІ – центральний науково-дослідний інститут
ШВВ – широкопasmовою випадкова вібрація
MEMS – micro electro mechanical systems

Передмова

Даний підручник написано на основі навчального курсу «Випробування і контроль приладів і систем», який читається студентам приладобудівного факультету Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського», які навчаються за спеціальністю 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології», спеціалізація «Комп'ютерно-інтегровані технології та системи навігації та управління». Також в основі підручника лежить навчальний посібник автора «Испытания инерциальных приборов», 2016 р.

Підручник містить чотири розділи.

У першому розділі наводяться основні поняття і визначення теорії випробувань і контролю приладів і систем. Тут вивчаються місце і цілі випробувань в життєвому циклі виробів, розглядаються види зовнішніх впливів і умови експлуатації, дається класифікація випробувань, описані такі нормативні документи як програма випробувань і методика випробувань. Наводиться опис основних видів спеціального випробувального устаткування: поворотних установок, центрифуг, вібростендів тощо.

Другий розділ присвячений випробуванням акселерометрів. Розглянуто загальні питання експериментального визначення основних параметрів акселерометрів – масштабних коефіцієнтів, нульових сигналів і коефіцієнтів перехресного зв'язку. Крім традиційних одноосьових акселерометрів, розглядаються мікромеханічні акселерометри.

Третій розділ присвячено випробуванням гіроскопів різних типів. Вивчення даного розділу починається з опису вхідного контролю двоступеневих гіроскопів, статичних або калібрувальних випробувань. Основна частина присвячена випробуванням двоступеневих гіроскопів в режимі одновісного гіростабілізатора і режимі «електричної пружини».

У четвертому розділі розглядаються питання калібрувань інерціально-вимірювальних модулів, в складі яких є і гіроскопи, і акселерометри.

Знання, отримані студентами, дозволять проводити випробування і контроль не тільки існуючих інерціальних приладів, але і зразків новітньої техніки. Підручник також може бути корисним студентам інших спеціальностей, які вивчають, у тому числі радіоелектронні та електронно-обчислювальні засоби і системи тощо.

Вступ

Безперервний процес розвитку техніки висуває зростаючі вимоги до безпеки цивільних транспортних засобів та до виконання поставлених цілей перед військовими рухомими об'єктами. Випробування призначені для того, щоб перевірити відповідність техніки та продукції, яка розробляється, необхідним вимогам.

Розглянемо такий приклад: керівнику підрозділу підприємства, яке займається розробкою і виробництвом навігаційної техніки, необхідно вибрати чутливий елемент (датчик) для приладу. Припустимо, що на ринку датчиків існує пропозиція з двох датчиків практично з однаковими технічними характеристиками, але перший коштує вдвічі дорожче другого, причому час випробувань першого датчика також вдвічі більше часу випробувань другого. Який датчик слід вибрати?

Відомо [32], що вартість приладу під час його виробництва складається з комерційної вартості деталей і комплектуючих, витрат на виробництво, вартості випробувань, вартості регламентного обслуговування, заміни та ремонту.

Світовий досвід показує [15], що до 40% вартості продукції, що випускається у приладобудуванні припадає на випробування. Крім того, з практики відомо [32], що час, витрачений на проведення випробувань, прямо пропорційний до загального корисного часу роботи (ресурсу) приладу, тобто, чим коротше період випробувань, тим менше корисний ресурс і нижче надійність. Якщо заощадити на випробуваннях, можна, у кращому випадку, потім втратити на ремонті, а в гіршому – можуть виникнути проблеми з безпекою транспортного засобу або з виконанням поставленого завдання.

Виходячи з вимог безпеки і високої надійності [1], слід зупинити свій вибір на першому датчику.

Літературу, присвячену питанням випробувань інерціальних приладів можна розділити на два види: по-перше, це різні міжнародні та національні стандарти, по-друге, це наукова і навчальна література.

Серед міжнародних стандартів слід виділити стандарт [47], присвячений загальним питанням випробувань інерціальних приладів, випробувального устаткування та обробки отриманих даних. Стандарти [55;57] присвячені випробуванням акселерометрів, а стандарти [48-52;54;56;58] – випробуванням різних типів гіроскопів.

Серед наукової літератури слід виділити монографію [32], в якій вперше була зроблена спроба узагальнити досвід проектування і випробувань механічних двоступеневих гіроскопів.

У роботах [61;66] питанням випробувань і калібрування гіроскопів і акселерометрів присвячена окрема глава. Тут також розглянуті аналітичні вирази для вихідних сигналів різних типів гіроскопів (механічних і оптико-електронних) і акселерометрів.

У навчальному посібнику [3] наведено питання загальної теорії випробувань і контролю якості бортових приладів, а також описані види випробувального устаткування.

Якщо в навчальному посібнику [4] розглянуті принципи побудови мікромеханічних акселерометрів, а також питання їх випробувань і калібрування, то стаття [19] присвячена випробуванням мікромеханічних гіроскопів, а також містить інформацію про спеціалізоване випробувальне обладнання.

Навчальний посібник [30] містить розділ, присвячений калібруванню БІНС. Тут розглянуті математичні моделі вихідних сигналів акселерометрів і гіроскопів, їх калібрування і використання результатів калібрування в алгоритмах БІНС і виставлення БІНС.

Слід зазначити, що велика увага питанням випробувань і калібрування гіроскопів і акселерометрів, а також інерціальних систем приділяється в матеріалах щорічних міжнародних конференцій з інтегрованих навігаційних систем, що проходять в ЦНДІ «Електроприлад», м. Санкт-Петербург (Російська Федерація), симпозіуму гіро технології з інерціальних сенсорів та систем DGON – ISS, що щорічно проходить технічному університеті м. Брауншвейг (Німеччина) та міжнародній науково-технічній конференції з прецизійної опто-мехатронної технології – International Symposium on Precision Opto-Mechatronics Technology (SPOMT), що проходить в інституті приладів керування – Beijing Institute of Control Devices, м. Пекін (Китайська народна республіка). Крім того, слід зазначити, що роботи з даної тематики присутні в матеріалах науково-технічних конференцій «Гіротехнології, навігація, керування рухом і конструювання авіаційно-космічної техніки» та «Приладобудування: стан і перспективи», що проходять в НТУУ «КПІ ім. Ігоря Сікорського», м. Київ, Україна).

У цьому підручнику узагальнені матеріали з випробувань і калібрування гіроскопів, акселерометрів, а також інерціально-вимірювальних модулів.

Автор висловлює глибоку подяку пану Бобу Сулофу (Mr. Bob Sulouff), віце-президенту компанії Analog Devices. Inc. TM (США) і пану Полу Маккембрідж (Mr. Paul McCambridge), президенту компанії Maxim Integrated Inc. TM (США) за люб'язно надані зразки продукції.

Крім того, автор дякує своїм колегам – д.т.н., професору Бурау Н.І., к.т.н., доценту Мелешко В.В., к.т.н., доценту Бондарю П.М. за цінні поради та зауваження, які враховані автором, та допомогу в оформленні ілюстрацій-

ного матеріалу, к.т.н., доценту Нестеренко О.І., к.т.н, провідному спеціалісту АТ «ЕЛМІЗ» Головачу С.В. за надання експериментальних даних та обговорення технічних проблем, за допомогу у проведенні експериментальних калібрувань інерціальних приладів та математичного моделювання на ЕОМ.

Окрему подяку автор висловлює рецензентам – д.т.н., професору кафедри систем і процесів управління Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут» Успенському В.Б. та к.т.н., зам. директора державного підприємства «Науково-дослідний інститут «Квант-радіолокація» Цисаржу В.В. за рецензування та рекомендації, які поліпшили зміст підручника.

Особлива подяка редакції видавництва «Політехніка» за суттєву допомогу з редагування рукопису. Також, автор вдячний Експертній раді з навчальних видань за корисні коментарі та зауваження. Безумовно, врахування зауважень колег сприяло значному поліпшенню якості підручника.

1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ВИПРОБУВАНЬ І КОНТРОЛЮ

1.1. Випробування як елемент життєвого циклу виробів

Випробування продукції є різновидом контролю якості продукції.

Випробуванням (англ. Testing) називають [17] експериментальне визначення кількісних і (або) якісних характеристик/властивостей об'єкта при його функціонуванні.

Метою випробувань є визначення справжнього значення параметра в заданих номінальних умовах випробування. Відзначимо, що реальні умови випробувань практично завжди відрізняються від номінальних. Тому результат випробування завжди має похибку, що виникає не тільки через похибки визначення шуканої характеристики, але і через неточне встановлення номінальних умов випробування.

Будемо називати виробом об'єкт, отриманий у результаті виробничої діяльності.

Життєвий цикл виробу – період часу від виникнення потреби в продукції до її повного задоволення.

Що стосується бортових приладів, життєвий цикл складається з таких стадій:

- розробка;
- серійне виробництво;
- експлуатація;

Розробка починається зі складання організацією-замовником технічного завдання (ТЗ) і закінчується передачею організацією-розробником оригіналів повного комплексу конструкторської документації виробничому підприємству, на якому передбачається здійснити серійний випуск виробу.

Якщо раніше розробкою були зайняті виключно державні науково-дослідні інститути (НДІ), конструкторські бюро (КБ) і науково-технічні комплекси (НТК), то тепер в процес розробки залучені компанії різної форми власності.

Процес розробки можна розділити на п'ять етапів в порядку черговості виконання:

1. Технічне завдання (ТЗ);
2. Технічна пропозиція (ТПр);
3. Ескізний проект (ЕП);
4. Технічний проект (ТП);
5. Розробка робочої документація (РРД).

Стадії розробки традиційно групують в етапи. Стадії технічного завдання і технічної пропозиції, в яких переважає науково-дослідницька робота

(НДР), називають етапом НДР ($\text{НДР} = \text{ТЗ} + \text{ТПр}$), а решта – етапом дослідно-конструкторської розробки ($\text{ДКР} = \text{ЕП} + \text{ТП} + \text{РРД}$).

На етапі НДР випробування проводяться у вигляді наукових експериментів з перевірки і дослідженню фізичних принципів виробу.

На етапі ДКР (ЕП і ТП) проводяться дослідні випробування лабораторних макетів. Їх мета – дослідження можливості і перспективності напрямку робіт.

На стадії РРД проводиться цикл натурних випробувань дослідних зразків, за результатами яких проводиться корегування та доведення робочої конструкторської документації. Ці випробування можна назвати доводочними або приймальними.

Задачі випробувань на стадії розробки:

- 1) виявлення помилок, допущених під час проектування і виготовлення зразків;
- 2) уточнення характеристик виробу і умов експлуатації;
- 3) порівняння варіантів конструкцій, схем виробів одного і того ж функціонального призначення;
- 4) відпрацювання та доведення дослідних виробів до заданих параметрів;
- 5) підготовка та опрацювання документації найкращим вимогам.

У процесі серійного виробництва проводяться *заводські випробування* для контролю якості виготовлення виробу в умовах налагодженого серійного виробництва.

Заводські випробування можна розділити на кваліфікаційні, представницькі, приймально-здавальні, періодичні, інспекційні, типові, атестаційні та сертифікаційні.

Під час експлуатації проводяться *контрольні випробування* для контролю поточного стану виробів у реальних експлуатаційних умовах.

Таким чином, випробування проводяться всередині кожної стадії ЖЦ виробу (рис. 1.1).

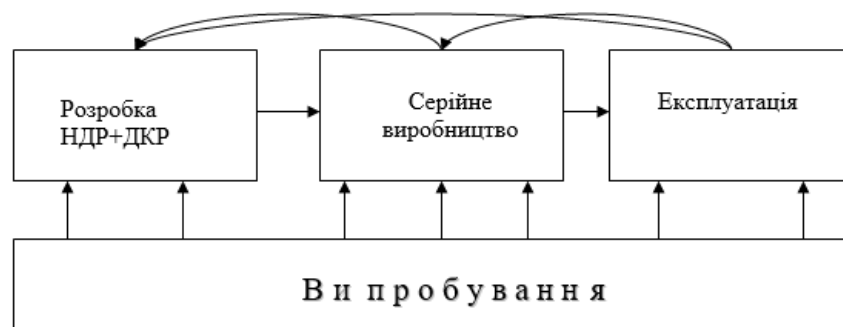


Рис. 1.1. Місце випробувань в життєвому циклі виробу

Зворотними стрілками на рис.1.1 відзначено необхідний і важливий для розробника врахування досвіду виготовлення і експлуатації виробу.

З метою підвищення надійності техніки, дослідження впливу різних чинників на її функціонування необхідно розширювати програми випробувань на різних стадіях життєвого циклу виробу.

1.2. Впливи та умови експлуатації бортових приладів

Сучасні бортові прилади уявляють собою широкую номенклатуру виробів, побудованих на різних фізичних принципах, що використовують різну елементну базу і призначених для різних об'єктів.

В процесі експлуатації бортові прилади працюють у властивих тільки даному типу приладів умовах, і піддаються різним впливам.

Впливи за їх походженням поділяють на дві групи: об'єктивні і суб'єктивні [15] (рис. 1.2).

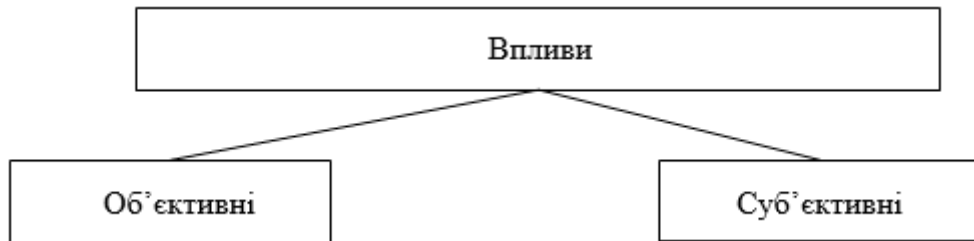


Рис. 1.2. Розподіл впливів за причиною їх виникнення

Об'єктивні впливи або зовнішні впливові фактори – це явища або процеси, зовнішні по відношенню до виробу, які можуть викликати обмеження або втрату працездатності виробу в процесі експлуатації.

Всі зовнішні впливові фактори можна розділити на вісім класів:

- механічні;
- кліматичні;
- біологічні;
- радіаційні;
- електромагнітні;
- спеціальні середовища;
- термічні;
- космічні.

Перший клас – механічних впливів – містить шість груп:

- коливання (синусоїдальна, або випадкова вібрація, акустичний шум, качка, нахил (крен, диферент));
- удар (механічний, гідравлічний, аеродинамічний, сейсмічний, балістичний, вибухова хвиля);
- стале прискорення (лінійне, кутове, доцентрове, невагомість);
- механічний тиск (статичний, динамічний);

- сила – сила, що розтягує, згинаюча, стискаюча, крутячий момент, механічний зріз, імпульс сили.

Другий клас – кліматичні впливи – містить десять груп:

- атмосферний тиск і тиск інших газів (підвищений, понижений, зміна тиску);
- температура середовища (підвищена, понижена, зміна температури);
- вологість повітря чи інших газів (підвищена, понижена, зміна вологості);
- атмосферні опади (випадаючі – дощ, град, сніжна крупа; конденсовані – роса, ожеледь, паморозь);
- туман (міський, морський);
- пил, пісок;
- сонячне випромінювання (інтегральне, ультрафіолетове);
- потік повітря – вітер;
- середовище з корозійною активністю (атмосферне, водяне, ґрунтове);
- льодово-сніжне середовище (лід, сніговий покрив).

Третій клас – біологічні впливи – складається з трьох груп:

- рослини (бактерії, плісняві гриби, лишайники, водорості, вищі рослини);
- безхребетні тварини (губки, хробаки, молюски, членистоногі, голкошкірі);
- хребетні тварини (риби, земноводні, плазуни, птахи, ссавці).

Четвертий клас – радіаційні впливи – складаються з однієї групи – іонізуючі випромінювання, що мають два види:

- квантові (електромагнітні) випромінювання – гамма промені та рентгенівські промені;
- нейтронні, електронні та протонні випромінювання.

П'ятий клас – вплив електромагнітного поля складається з двох груп:

- електромагнітне поле (окремі випадки – чисте електричне поле та чисте магнітне поле);
- електричний струм (постійний, змінний та електричний імпульс).

Шостий клас – вплив спеціальних середовищ:

- кислоотно-лужна і нейтральне середовища (неорганічні і органічні з'єднання);
- масла і мастила (на основі нафтопродуктів, синтетичні);
- паливо (на основі нафтопродуктів, спирту, компоненти ракетного пального);
- спеціальні середовища (випробувальні середовища, робочі середовища і середовища заповнення);
- робочі розтвори (дезінфікуючі, дезактивуючі, стерилізуючі);

- робочі тіла;
- отруйні речовини;
- радіоактивні аерозолі.

Сьомий клас – термічні впливи:

- тепловий удар (теплове випромінювання вибуху);
- нагрів (аеродинамічний, тертям, тепловий потік, полум'я).

Восьмий клас – космічні впливи:

- глибокий вакуум;
- невагомість;
- метеоритні частинки;
- магнітні і гравітаційні поля планет і зірок;
- електромагнітні і корпускулярні випромінювання.

Кожен вид впливу характеризується своїм набором факторів (параметрів). Наприклад, для кліматичних впливів це температура, вологість, тиск, швидкість вітру тощо.

Суб'єктивні впливи («людський фактор») залежать від діяльності людини на всіх етапах життєвого циклу виробу (розробка, виробництво та експлуатація) і викликані наступними помилками:

- схемно-технологічними;
- виробничими;
- експлуатаційними.

У результаті помилок проектування, виробництва і експлуатації, виникають дефекти виробів, які при впливі об'єктивних факторів призводять до часткової або повної втрати працездатності виробу.

До помилок проектування відносяться недоліки електричних і функціональних схем і конструктивно-технологічних рішень, переоцінка можливостей операторів, які обслуговують спроектовані вироби і недостатньо ефективна система контролю.

Помилки виробництва обумовлені порушеннями технологічних процесів, застосуванням неякісних комплектуючих елементів і матеріалів, відсутністю жорсткого контролю на стадіях виробництва.

Помилки експлуатації пов'язані в основному з порушеннями обслуговуючим персоналом експлуатаційних вимог, передбачених відповідними нормативно-технічними документами (НТД) на виріб.

На практиці, спільний прояв різних суб'єктивних і об'єктивних факторів (впливів) призводить до катастроф.

Прикладами помилок проектування і експлуатації є аварія на АЕС Фукусіма, катастрофи літака Boeing 737 MAX тощо.

Дія об'єктивних та суб'єктивних впливів на працездатність виробів істотно відрізняється. Через наявність суб'єктивних впливів знижується стійкість розроблюваних виробів до об'єктивних впливів, у результаті чого знижується якість і надійність виробу. Негативні наслідки суб'єктивних впливів, як правило, приховані від розробників і виробників конкретних виробів. Для їх виявлення на всіх етапах життєвого циклу застосовують різні види випробувань і контролю.

Як уже було згадано вище, різні прилади працюють в різних умовах експлуатації і піддаються різним зовнішнім впливам.

Умови експлуатації (УЕ) – сукупність факторів, що впливають на функціонування і працездатність виробів.

Відповідно до діапазону і ступеню впливів УЕ ділять на нормальні, робочі та граничні.

Зазвичай нормальні умови (НУ) характеризуються такими параметрами:

- 1) температура $+ 25\text{ }^{\circ}\text{C} \pm 10\text{ }^{\circ}\text{C}$;
- 2) атмосферний тиск $750 \pm 30\text{ мм рт. ст.}$;
- 3) відносна вологість $65 \pm 15\%$

НУ – значення сукупності впливів, встановлених НТД як номінальні; в таких умовах похибки приладів близькі до необхідних, які можуть бути визначені і гарантуватися. Ці умови – база, відносно якої виявляються зміни властивостей виробу в інших умовах.

Робочі умови – сукупність впливів, межі яких регламентують характеристики показників якості виробів, зазначених в ТУ та іншій НТД.

Граничні умови – характеризують екстремальні значення впливів, які вироби можуть витримати без руйнування і погіршення якості.

1.3. Класифікація випробувань

Всі випробування можна розділити [3] на вісім класів (рис. 1.3):

1. В залежності від стадій життєвого циклу продукції;
2. За методами, умовами і місцем проведення;
3. За призначенням;
4. За тривалістю;
5. За рівнем проведення;
6. За видом впливу;
7. За результатом впливу;
8. За визначеними характеристиками.

Перший клас – в залежності від стадій життєвого циклу продукції – в свою чергу поділяється на три підкласи:

Для першого підкласу – для стадії розробки (1.1.) – випробування поділяються на такі види:

1.1.1. Дослідницькі – проводяться для вивчення характеристик і параметрів об'єкта при тому чи іншому впливі, для перевірки працездатності моделі приладу і його функціонування, для визначення умов експлуатації виробу;

1.1.2. Доводочні випробування проводяться для оцінки впливу внесених в НТД змін для досягнення заданих значень показників якості продукції;

1.1.3. Попередні випробування проводяться для встановлення відповідності дослідних зразків вимогам технічного завдання (ТЗ) і технічних умов (ТУ);

1.1.4. Приймальні випробування – вирішується питання про доцільність і можливість постановки виробу на виробництво.

Для другого підкласу – на стадії виробництва (1.2.) – випробування поділяються на такі види:

1.2.1. Кваліфікаційні – випробування установчої серії або першої промислової партії, що проводяться з метою виявлення готовності підприємства випускати продукцію в заданому обсязі;

1.2.2. Пред'явницькі – проводяться службою технічного контролю підприємства-виготовлювача перед пред'явленням виробу для приймання представником замовника або споживачем;

1.2.3. Приймально-здавальні випробування (ПСІ) проводять для прийняття рішення про придатність продукції до постачання або її використання. Випробуванням підлягає кожна виготовлена одиниця продукції або вибірка з партії. Випробування проводить служба технічного контролю виробника за участю представника замовника. Порядок випробувань встановлено в ТУ, а для продукції одиничного виробництва – ТЗ;

1.2.4. Періодичні – проводяться в обсягах та в терміни, встановлені НТД, для контролю стабільності якості продукції, що випускається і можливості продовження випуску;

1.2.5. Типові випробування – це контрольні або перевірочні випробування, які проводяться після внесення змін у конструкцію чи технологію виготовлення з метою оцінки ефективності та доцільності внесених змін;

1.2.6. Інспекційні – проводяться вибірково з метою контролю стабільності якості, що проводяться спеціально уповноваженою організацією;

1.2.7. Атестаційні – для оцінки якості продукції при її атестації за категоріями якості;

1.2.8. Сертифікаційні – проводяться з метою визначення відповідності якості продукції вимогам національного або міжнародного стандартів. Проводяться незалежною від виробника уповноваженою організацією.

Для третього підкласу – на стадії експлуатації (1.3.) – випробування поділяються на такі види:

1.3.1. Підконтрольні – проводяться для підтвердження відповідності продукції вимогам НТД в умовах застосування продукції, а також для отримання інформації про надійність продукції, вироблення рекомендацій відносно усунення недоліків; для проведення виконавцем виділяються спеціальні зразки, які попередньо проходять кваліфікаційні та періодичні випробування;

1.3.2. Експлуатаційні – проводяться для визначення доцільності подальшої експлуатації, коли зміна показників якості може привести до зниження ефективності. Вони проводяться через інтервали часу або при досягненні напруження;

1.3.3. Інспекційні – ті ж, що і на стадії виробництва.

Для другого класу – за методами, умовами і місцем проведення – випробування підрозділяють на два підкласи.

Для першого підкласу – фізичні випробування реальних виробів або їх макетів (2.1.) – випробування поділяють на чотири види:

2.1.1. Стендові випробування проводяться на випробувальних стендах, коли зовнішні впливові фактори (ЗВФ) створюються штучним шляхом;

Випробувальний стенд – технічний пристрій для установки виробу в заданих положеннях, створення впливів, знімання інформації і управління процесом випробувань. Випробувальні стенди можуть випускатися серійно або створюватися в одиничному екземплярі [22];

2.1.2. Лабораторні випробування проводяться в лабораторних умовах, коли ВВФ створюються за допомогою спеціальних методів і засобів;

2.1.3. Полігонні випробування проводяться на полігонах.

Полігон – місце, призначене для проведення випробувань в умовах, близьких до умов експлуатації та забезпеченому необхідними засобами випробувань. Полігонні випробування бортових приладів проводяться спільно з тим об'єктом, на якому вони знаходяться під час експлуатації. Так бортові прилади літальних апаратів випробуються за умови їх розміщення на літаку або ракеті, для них випробувальним полігоном є аеродром або стартовий майданчик.

2.1.4. Натурні випробування – випробовуються вироби, а не їх моделі або складові частини; коли умови випробувань відповідають реальним умовам експлуатації виробу за прямим призначенням.

Для морської навігаційної техніки вводять поняття *швартових* і *ходових* випробувань [68-73]. Для авіаційної і ракетної техніки – *наземні* та *льотні* випробування.

Для другого підкласу – випробування з використанням моделей (2.2.) – випробування проводять методами фізичного (математичного) моделювання та статистичними випробуваннями:

- 2.2.1. Фізичне (математичне) моделювання полягає в тому, що об'єкт випробувань замінюється фізичною (математичною) моделлю, здатною імітувати зміни параметрів об'єкта;
- 2.2.2. Статистичні випробування полягають у тому, що шляхом багаторазових випадкових випробувань визначають ймовірність появи деякої випадкової події (наприклад, відмови). Метод статистичних випробувань дозволяє визначити характеристики надійності [1].

Для третього класу – за призначенням – випробування поділяються на такі види:

- 3.1. Визначальні – для визначення кількісних показників із заданою точністю і достовірністю;
- 3.2. Оціночні – коли необхідно встановити факт придатності об'єкта, тобто визначити чи задовольняє даний екземпляр встановленим вимогам чи ні.
- 3.3. Порівняльні – при яких випробовуються два або більше аналогічних або однакових об'єктів в однакових умовах для порівняння характеристик їх якості;
- 3.4. Контрольні випробування, проводять для встановлення відповідності характеристик виробу заданим.

Для четвертого класу – по тривалості – випробування підрозділяють на такі види:

- 4.1. Нормальні – випробування, методи і умови проведення яких забезпечують отримання необхідної інформації за такий же час, що і при експлуатації;
- 4.2. Прискорені – методи і умови проведення яких забезпечують отримання необхідного обсягу інформації в більш короткий термін, ніж у передбачених технічною документацією умовах і режимах експлуатації;
- 4.3. Скорочені – проводяться за скороченою програмою (наприклад, не при всіх видах впливів).

Для п'ятого класу – за рівнем проведення – випробування поділяються на такі види:

- 5.1. Відомчі, що проводяться комісією з представників зацікавленого відомства чи міністерства;
- 5.2. Міжвідомчі – це приймальні випробування, що проводяться декількома зацікавленими відомствами;
- 5.3. Державні, проведені державною комісією для видів продукції, встановлених державою як найважливіша, в спеціальних випробувальних центрах.

Для шостого класу – за видами зовнішніх впливів – випробування поділяються на такі види:

6.1. Кліматичні – випробування, при яких основним видом впливів на об'єкт випробувань (ОВ) є кліматичні чинники: температура і вологість повітря, атмосферний тиск;

6.2. Механічні – випробування, при яких основним видом впливів на ОВ є механічні навантаження;

6.3. Електричні – випробування, при яких основним видом впливів на ОВ є електричні навантаження;

6.4. Електромагнітні – випробування, при яких основним видом впливів на ОВ є електромагнітні поля;

6.5. Біологічні – випробування, при яких основним видом впливів на ОВ є життєдіяльність організмів;

6.6. Хімічні – випробування, при яких основним видом впливів на ОВ є хімічні фактори і реакції різних речовин;

6.7. Радіаційні – випробування, при яких основним видом впливів на ОВ є іонізуюче випромінювання;

6.8. З комбінованими впливами – кілька видів впливів одночасно.

Для сьомого класу – за *результатами впливу* – випробування поділяються на такі види:

7.1. Руйнівні випробування, якщо в процесі їх проведення застосовують руйнівні методи контролю або у результаті впливу зовнішніх факторів ОВ стає непридатним для подальшого використання;

7.2. Неруйнівні – використовують методи неруйнівного контролю, як замість руйнівних, так і на доповнення до них. При цьому скорочується час аналізу відмов, а іноді більш точно встановлюється місце і вигляд дефекту (контроль і діагностика);

7.3. На міцність – випробування, що проводяться, як правило, у вимкненому стані ОВ під час дії зовнішнього впливу;

7.4. На стійкість – випробування, що досліджують працездатність ОВ у вимкненому стані при дії зовнішнього впливу.

Для восьмого класу – за визначеними характеристиками об'єкта розрізняють наступні випробування:

8.1. На надійність – найбільш важливі, які можуть бути визначальними і контрольними. у результаті визначальних випробувань отримують фактичні показники надійності [1] (ймовірність безвідмовної роботи, середнє напруження до відмови тощо.). Контрольні випробування проводять для оцінки відповідності показників надійності виробу вимогам ТЗ і ТУ;

8.2. Граничні – проводяться, як правило, на фізичних моделях для визначення області (межі) зміни внутрішніх параметрів ОВ таких, щоб експлуатаційні (вихідні) параметри ОВ знаходилися в межах допуску або відповідали вимогам НТД;

8.3. Технологічні – проводять для визначення характеристик ОВ за умови зміни технології виготовлення виробу.

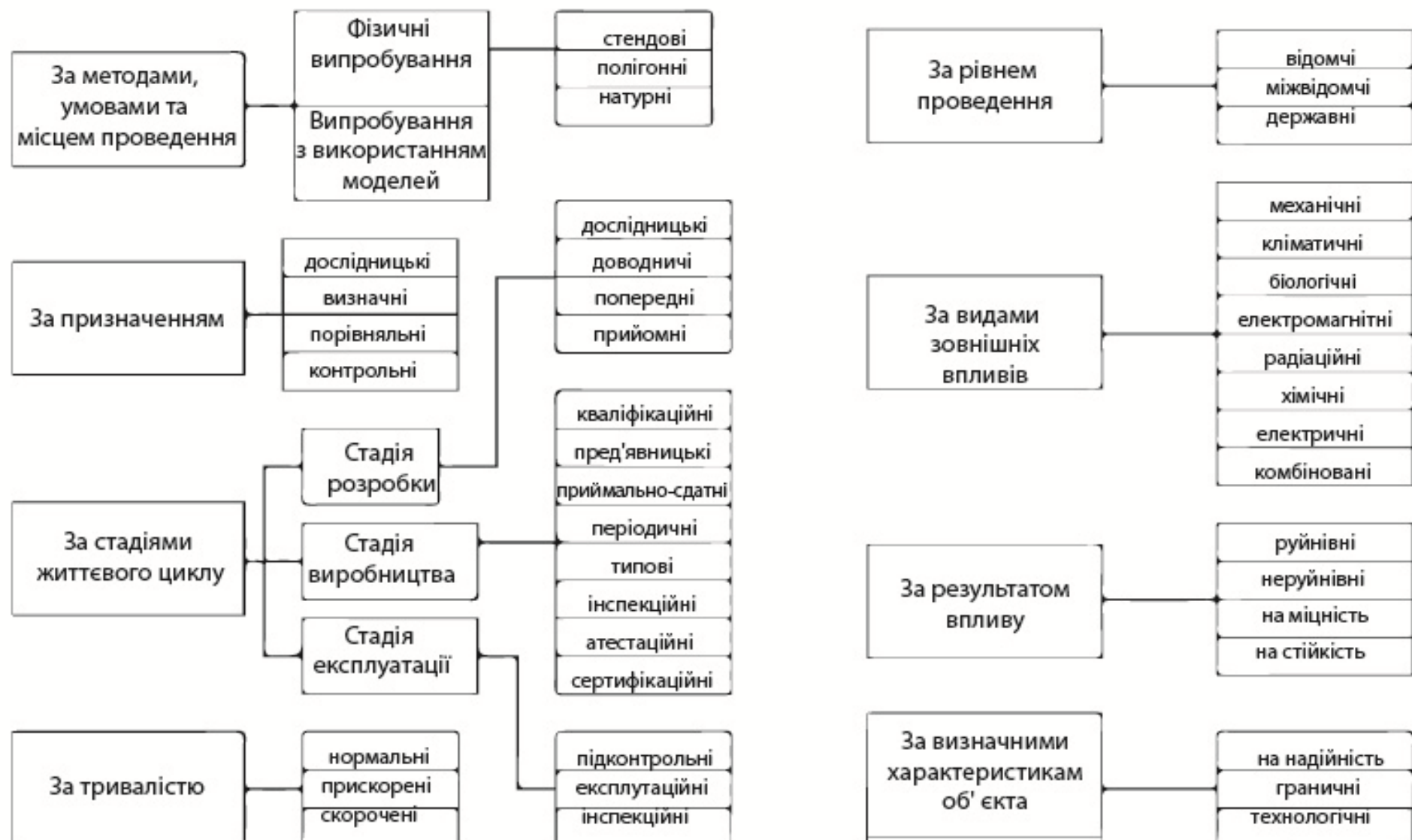


Рис. 1.3. Схема класифікації випробувань

1.4. Програма випробувань

Програма випробувань (ПВ) – це обов’язковий для виконання організаційно-методичний документ [17].

ПВ складається з шести розділів [15]:

1. Об’єкт випробувань (ОВ);
2. Мета випробувань;
3. Обґрунтування необхідності проведення випробувань;
4. Місце проведення і забезпечення випробувань;
5. Обсяг і методика випробувань;
6. Оформлення результатів випробувань.

Розділ 1 «Об’єкт випробувань» містить найменування, креслярський і заводський номери, дату випуску ОВ.

ОВ можуть бути:

- макети, моделі, експериментальні зразки, виготовлені при виконанні НДР;
- дослідні зразки, виготовлені при виконанні ДКР;
- зразки, виготовлені при освоєнні виробу у виробництві та виготовлені в ході серійного виробництва.

Випробують ті вироби, які відповідають НТД по конструкції, зовнішнім виглядом і параметрами, що визначаються при нормальних кліматичних умовах. Наприклад, якщо ОВ являється гірокомпас «Круїз», то не можна випробовувати гірокомпас «Круїз-М», а тим більше гірокомпас «Гюйс».

Розділ 2 «Мета випробувань» містить конкретну мету (або цілі) випробувань.

Вона визначається як видом випробувань, так і етапом життєвого циклу виробу.

Цілі випробувань розкривають їх призначення, яке має бути відображено в назві (див. Класифікація випробувань за призначенням). Тому, щоб сформулювати назву випробувань, необхідно встановити їх призначення: визначити, до якої з чотирьох груп (дослідні, контрольні, порівняльні, визначальні) їх можна віднести.

Аналогічно, в назві випробувань можуть бути враховані інші ознаки виду випробувань (тривалість, рівень проведення, вигляд впливу і ін.).

Наприклад, «Міжвідомчі стендові випробування гірокомпаса «Круїз».

Розділ 3 «Обґрунтування необхідності проведення випробувань» – вказуються планові документи, в яких регламентується проведення випробувань (наприклад, «заводська програма забезпечення якості продукції»).

Розділ 4 «Місце проведення та забезпечення випробувань» містить найменування підрозділу, в якому проводяться випробування, а також план робіт за їх підготовкою та проведенню із зазначенням обсягу, терміну виконання та відповідних виконавців робіт.

Розділ 5 «Обсяг і методика випробувань» складається з двох підрозділів:

5.1. Обсяг випробувань – число зразків, розподіл їх на групи, послідовність проходження випробувань різними групами за видами впливів.

5.2. Методика випробувань – це організаційно-методичний документ, обов’язковий для виконання. Він містить:

- метод випробувань;
- засоби і умови випробувань;
- порядок відбору проб;
- алгоритми виконання операцій по визначенню характеристик ОВ;
- форми подання та оцінка точності результатів;
- вимоги техніки безпеки і охорони навколишнього середовища.

Методика випробувань визначає процес їх проведення. Вона може бути викладена в самостійному документі або в ПВ. Методика є також складовою частиною НТД (стандарти, ТУ) на вироби, що виготовляються.

Метод випробувань – в методах випробувань повинно бути передбачено дію на вироби об’єктивних зовнішніх впливів за нормами, встановленими НТД. Для більшості випробувань впливи розбивають за ступенями жорсткості, відповідним різних умов експлуатації виробу.

Пристрої для проведення випробувань повинні бути виконані відповідно до вимог НТД і своєчасно атестовані. Атестація передбачає визначення нормованих точностних характеристик, перевірку придатності їх до роботи.

У методиці випробувань описуються етапи процесу випробувань:

- перевірка пристроїв для випробувань (періодичне калібрування);
- підготовка виробів до випробувань;
- спільна перевірка пристроїв для випробувань і ОВ;
- реєстрація результатів випробувань і даних про умови їх проведення.

Спільна перевірка пристроїв для випробувань і ОВ повинна показати, чи не пошкоджуються пристрої для випробувань і ОВ через неузгодження між собою їх сигналів.

Реєстрація результатів випробувань повинна містити:

- параметри навколишніх умов (температура, вологість, запиленість);
- дату реєстрації;
- відомості про персонал, який проводив випробування;

- опис точної конфігурації ОВ;

Відомості про критерії приймання/бракування в разі приймально-здавальних випробувань.

Розділ 6 «Оформлення результатів випробувань» визначає форму представлення результатів випробувань: протокол, звіт, технічна довідка. Титульний лист повинен містити:

- найменування ПВ;
- назва теми, по якій ведеться розробка виробу;
- погоджувальні та затверджувальні підписи керівників організації-розробника та організації-замовника.

1.5. Способи проведення випробувань

На практиці застосовують такі способи проведення випробувань [15]:

- послідовний;
- паралельний;
- послідовно-паралельний;
- комбінований.

При послідовному способі ОВ послідовно піддають всім передбаченим ПВ видам випробувань. Послідовність випробувань передбачає виявлення найбільш грубих дефектів виробів, наприклад помилок маркування, коротких замикань і обривів при приймально-здавальних випробуваннях.

Важлива умова проведення послідовних випробувань – виконання певного порядку дії зовнішніх чинників. В одних випадках складають ПВ так, що спочатку на ОВ діють найбільш небезпечні зовнішні чинники. Так швидше виявляються ненадійні зразки і скорочується час випробувань. Однак при цьому втрачається велика частина інформації про вплив інших факторів. Тому в інших випадках складають ПВ таким чином, що випробування починають з впливу найменш жорстких зовнішніх факторів. Це дозволяє точніше визначити причини спостережуваних відмов. Однак, якщо найбільш небезпечні для ОВ ЗВФ впливають в кінці випробувань, то значно збільшується час їх проведення і, нарешті, вартість випробувань.

Так як ОВ мають різне призначення і умови експлуатації, то немає сенсу у встановленні єдиної послідовності проведення випробувань. Для конкретних ОВ оптимальна послідовність проведення випробувань вказується в ТУ або ПВ.

Недолік послідовного способу проведення випробувань – у міру переходу від одного ЗВФ до іншого в ОВ накопичуються деградаційні зміни у фізичній структурі. Це прискорює знос ОВ.

При паралельному способі проведення випробувань вироби піддають дії різних ЗВФ одночасно (паралельно) на декількох вибірках. Такий спосіб дозволяє отримати великий обсяг інформації за більш короткий проміжок часу, ніж при послідовному способі. Однак паралельний спосіб вимагає більшого числа випробовуваних виробів, ніж послідовний.

При послідовно-паралельному способі всі вироби розбивають на групи, які випробують паралельно. У кожній групі випробування проводять послідовним способом.

Всі види випробувань також розбивають на групи, число яких дорівнює числу груп випробовуваних виробів. Групи випробувань формують за видами випробувань так, щоб з одного боку тривалість випробувань в усіх групах була приблизно однаковою, а з іншого – умови проведення об'єднаних в одну групу випробувань були близькі реальним.

Приклад групування видів випробувань і послідовності їх проведення в кожній групі:

Група I: вібростійкість, віброміцність при тривалому впливі вібрації, ударна міцність, ударна стійкість, стійкість до впливу відцентрового прискорення, циклічний вплив температури, вплив сонячної радіації, вплив пилу.

Група II: теплостійкість при тривалому впливі підвищеної температури, вплив морського туману.

Група III: вологостійкість при тривалому впливі вологи, холодостійкість, вплив інію та роси.

Група IV: грибостійкість.

При комбінованому способі випробувань на ОВ одночасно впливають кілька факторів. Таким способом досягається наближення лабораторних умов випробувань до реальних умов експлуатації.

Приклад: Для імітації умов вібрації в космічному просторі проводять лабораторні випробування при дії вібрації і одночасному впливі на ОВ низької температури і вакууму.

Широке застосування комбінованого способу випробувань обмежено відсутністю необхідного обладнання, складністю і високою вартістю таких випробувань.

1.6. Випробувальне обладнання

Для випробувань інерціальних приладів використовується специфічне обладнання. Сучасне випробувальне обладнання інерціальних приладів в залежності від призначення може вироблятися серійно або створюватися в

одиночному екземплярі. Слід зазначити, що таке обладнання інколи розміщують в спеціальних приміщеннях, обладнаних різними додатковими пристосуваннями такими, наприклад, як «розв'язаний» фундамент, який ізолює випробувальне обладнання від зовнішніх вібрацій.

Найбільш поширеним є наступне випробувальне обладнання:

- оптичні ділильні головки;
- одновісні, двовісні і тривісні поворотні установки;
- центрифуги;
- вібростенди;
- ударні стенди;
- стенди хитавиці;
- віброфуги;
- кільця Гельмгольца;
- кліматичні камери;
- акустичні камери.

1.6.1. Оптична ділильна головка

Для статичних випробувань інерційних приладів використовують оптичну ділильну головку (ОДГ) [47], схема якої зображена на рис. 1.4.

Тут введено такі позначення: 1 – ручний привід повороту осі обертання ОДГ, 2 – шкала відліку кутів повороту, 3 – вісь чутливості об'єкта випробувань, 4 – об'єкт випробувань (наприклад, акселерометр), 5 – вісь обертання ОДГ, 6 – вал обертання, 7 – монтажний диск.

ОДГ дозволяє повертати об'єкт випробувань на рівні або нерівні кути навколо осі обертання з великою точністю. Точність кута повороту вказується в маркуванні ОДГ. Наприклад, ОДГ-5 означає, що ціна ділення кута повороту ОДГ становить 5 кутових секунд.

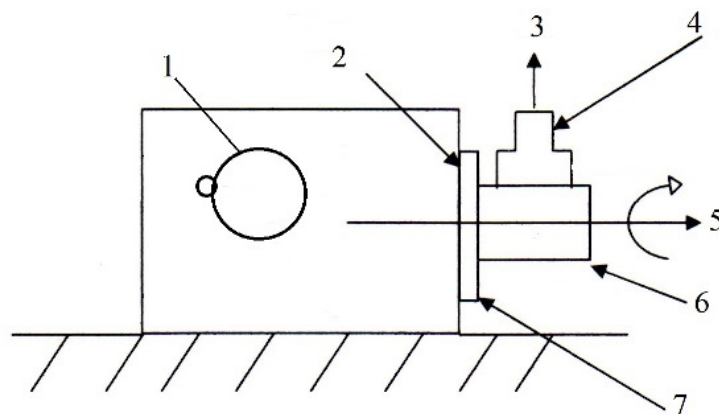


Рис. 1.4. Схема оптичної ділильної головки

Оскільки нахил ОДГ відносно вертикалі викликає додаткову похибку у вимірах, для виставлення ОДГ відносно площини горизонту можуть використовуватися прецизійні рідинні рівні. При цьому регулювання нахилів відбувається з використанням гвинтів у стійках основи.

1.6.2. Одновісні поворотні установки

Одновісна поворотна установка (рис. 1.5) має вертикально розташовану вісь обертання і призначена для визначення калібрувальної характеристики гіроскопів [47].

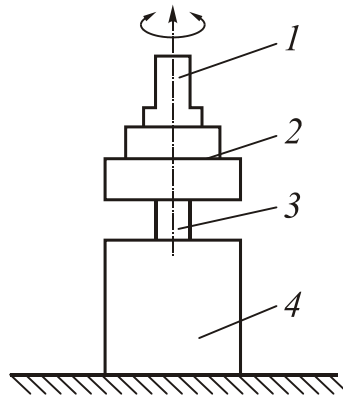


Рис. 1.5. *Схема одновісної поворотної установки*

Тут позначено: 1 – об'єкт випробувань, 2 – монтажне пристосування, 3 – відліковий пристрій і струмопідведення, 4 – двигун.

Для компенсації тертя в осі обертання використовують шарикопідшипники або газодинамічні опори. Прецизійні рідинні рівні можуть бути використані для юстування осі обертання поворотної установки відносно вертикалі, регулюючи нахили (допуски) шайбами під підставою столу або стійками.

Орієнтація установки відносно сторін світу (захід-схід і північ-південь) не грає особливої ролі, якщо одноосьова поворотна установка використовується тільки для вимірювань масштабного коефіцієнта гіроскопа, використовуючи кінцеві обертання столу.

Виробники поворотних установок забезпечують управління величиною швидкості обертання столу від $0,1\text{ }^\circ/\text{с}$ до $3000\text{ }^\circ/\text{с}$ [66]. Також можна змінювати швидкість обертання за синусоїдальним або іншим законом.

Живлення, заземлення та керуючі дроти до об'єкта випробування (ОВ) підводяться через струмопідведення (струмозійники) поворотної установки, так само і вихідні сигнали гіроскопа через окремі лінії струмозійники передаються на комп'ютер.

Вихідні сигнали гіроскопа також можуть передаватися по радіоканалу з частотою, наприклад, 2 ГГц, швидкість передачі даних на приймальну антену – 100 кбіт/сек.

1.6.3. Двовісні поворотні установки

Двовісна поворотна установка (рис. 1.6) містить горизонтальну вісь, яка обертається у ручному або автоматичному режимі, та внутрішню вісь обертання або повороту на фіксовані кути з шарикопідшипниковими або газодинамічними опорами [47].

Виставлення напрямків на захід-схід і північ-південь здійснюється за допомогою теодоліта. Альтернативний варіант виставлення – за допомогою наземного гірокомпаса.

Горизонтальна вісь обертання дозволяє встановити внутрішню вісь обертання паралельно або перпендикулярно осі обертання Землі.

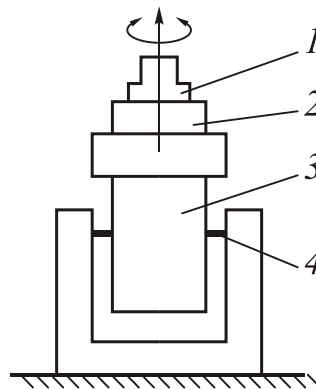


Рис. 1.6. Схема двовісної поворотної установки

Тут позначено: 1 – об'єкт випробувань, 2 – монтажне пристосування, 3 – двигун, струмопідведення і відліковий пристрій, 4 – горизонтальна вісь обертання.

Кут між віссю обертання столу і площиною горизонту, коли вісь обертання столу встановлена паралельно осі обертання Землі, має дорівнювати географічній широті місця випробувань.

1.6.4. Тривісні поворотні установки

Тривісна поворотна установка призначена для випробування блоку інерційних датчиків або інерційних вимірювальних модулів [47].

Тривісна поворотна установка (рис. 1.7) містить три рамки карданного підвісу, рухом яких можна управляти – задавати певні кути повороту або задану кутову швидкість обертання (на рис. 1.7 позначено 1 – об'єкт випробувань, 2 – внутрішня, 3 – середня і 4 – зовнішня вісь обертання).

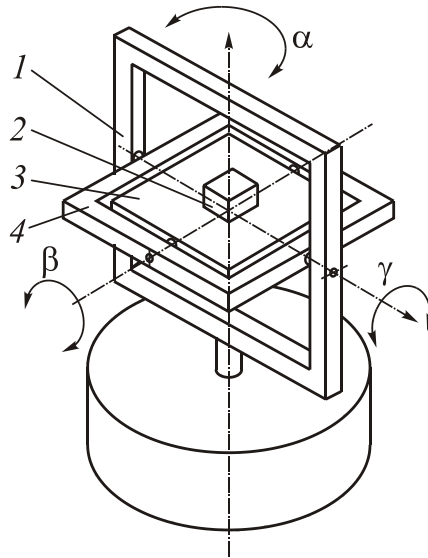


Рис. 1.7. Схема тривісної поворотної установки

Позначимо α, β, γ - кути повороту зовнішньої, внутрішньої і середньої рамок карданного підвісу відповідно. Матриця напрямних косинусів має вигляд:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \beta & \sin \beta \\ 0 & -\sin \beta & \cos \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \gamma & 0 & -\sin \gamma \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \gamma & 0 & \cos \gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (1.1)$$

Для поворотної установки з іншою орієнтацією рамок матриця напрямних косинусів матиме інший вигляд.

1.6.5. Центрифуги

Центрифуги використовують для визначення залежності вихідних сигналів і параметрів інерціальних приладів від лінійних прискорень, які значно перевершують за величиною прискорення сили тяжіння. На рис. 1.8 показана центрифуга CARCO 824DS виробництва концерну ACUTRONIC (Швейцарія).



Рис. 1.8. Центрифуга CARCO 824DS

Габарити центрифуги:

- висота загальна, мм -1270;
- ширина, мм – 2160;
- радіус столу, мм – 762;

- вага номінальна, кг – 9;

- габарити, мм – 508 x 254 x 254;
- струмопідведення: 30 ліній по 2А
кожна

Основні технічні характеристики центрифуги CARCO 824DS наведено в табл.1.1.

Таблиця 1.1. Технічні характеристики CARCO 824DS

Технічні характеристики	CARCO 824DS	
	824DS-1	824DS-2
Кутова швидкість, град/с	1300	1700
Стабільність кутової швидкості,%	0.0001	0.0001
Час набору 40 g, с	35	13
Діапазон зміни температури, °C	-55 +85	-55 +85
Стабільність, °C	+/- 1,0	+/- 1,0

Величину лінійного прискорення можна регулювати зміною кутової швидкості обертання центрифуги і радіуса обертання.

Для випробувань мікромеханічних гіроскопів і акселерометрів слід використовувати спеціальні центрифуги, наприклад [41], центрифугу 9050 компанії WebTechnology (США) с мікропроцесорним управлінням і програмуванням режимів. Дана центрифуга з приводом потужністю 4 кВт від електродвигуна постійного струму і числом обертів 20000 об/хв, дозволяє розвивати максимальне лінійне прискорення до 30 000 g.

1.6.6. Вібростенди

Для вібраційних випробувань в якості випробувального устаткування і створення вібрації використовуються вібростенди.

Вібростенди (ВС) бувають механічними (рис. 1.9), гідравлічними (рис. 1.10) і електродинамічними (рис. 1.11) [27].

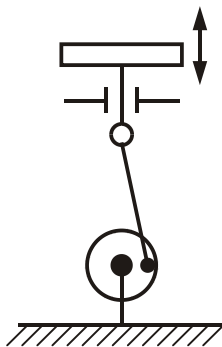


Рис. 1.9. Схема механічного ВС

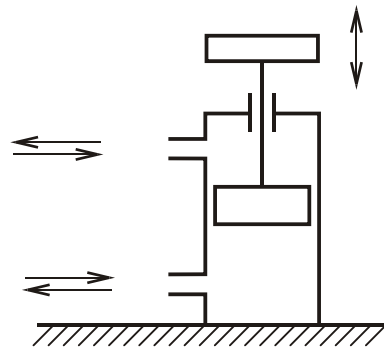


Рис. 1.10. Схема гідравлічного ВС

Найбільш поширеними є електродинамічні вібростенди.

Електродинамічний вібростенд складається зі стійки управління і вібратора. Схема пристрою вібратора електродинамічного вібростенда показана на рис. 1.11.

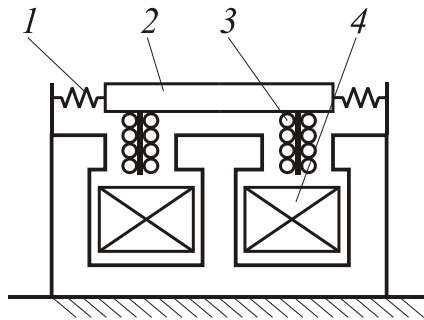


Рис. 1.11. Схема електродинамічного вібростенда

Тут позначено: 1 – підвісні і напрямні пружини, 2 – платформа (стіл), 3 – рухома котушка, 4 – електромагніт.

Відповідно до закону Ампера, на провідник (котушку), по якому тече струм і який знаходиться в магнітному полі, діє електромагнітна сила F_e , спрямована відповідно до правила лівої руки або вниз, або вгору в залежності від напрямку струму в котушці:

$$d\vec{F}_e = i \cdot (d\vec{l} \times \vec{B}),$$

де dF_e - елементарна електромагнітна сила або сила Ампера; i - величина струму в котушці, $\vec{B}$ - вектор магнітної індукції в зазорі постійного магніту, $d\vec{l}$ - вектор, який дорівнює довжині елемента провідника котушки і спрямований в ту ж сторону, в яку рухається струм.

Робота електродинамічного вібростенда описується системою рівнянь:

$$m\ddot{x} + h\dot{x} + cx = F_e(t);$$

$$L \frac{di}{dt} + ri + Bl \frac{dx}{dt} = U(t),$$

де m - маса рухомої системи вібратора; h, c - коефіцієнт демпфування і жорсткість плоскої пружини, x - переміщення платформи (стола) вібратора; $F_e(t)$ - електромагнітна сила; $L, r, i, U(t)$ - індуктивність, активний опір проводу котушки, струм в котушці і прикладена до неї напруга, B - магнітна індукція в зазорі постійного магніту, l - довжина провідника котушки.

Синусоїдальна зміна струму викликає синусоїдальні коливання платформи в вертикальній площині. Амплітуда коливань залежить від ваги виробу, сили F_e і властивостей плоскої пружини 1. Частота коливань визначається частотою змінного струму, що протікає через рухливу котушку. Для створення магнітного потоку, що взаємодіє з струмом в рухливій котушці, засто-

совують електромагніти 4, у яких струм підмагнічування може досягати десятків ампер.

У країнах СНД найбільш широкого поширення набули електродинамічні вібростенди серії ВЕДС виробництва заводу «Точмашприбор», м Армавір (РФ) (рис. 1.12). Такі стенди дозволяють проводити випробування виробів на вплив однокомпонентної гармонійної вібрації, широкосмугової випадкової вібрації і ударної віброміцності.



Рис. 1.12. Вібростенд серії ВЕДС

У табл.1.2 представлені технічні характеристики вібростендів серії ВЕДС.

Серед зарубіжних вібростендів широку популярність здобули вібростенди компанії Brüel & Kjær (Данія).

Таблиця 1.2. Технічні характеристики вібростендів серії ВЕДС

Найменування	ВЕДС-100	ВЕДС-200	ВЕДС-400	ВЕДС-1500
Максимальна збудлива сила, Н	1000	2000	4000	15000
Робочий діапазон частот, Гц				
- номінальний	20-2500	20-2500	20-1500	20-1500
- розширений	5-5000	5-5000	5-3500	5-2500
Максимальне прискорення, м/с ²	400			430
Максимальне переміщення столу, мм	± 4,5			± 6
Максимальна маса навантаження, кг	22	45	0	300
Споживана потужність від мережі (380/220 В, 50 Гц), кВт	5	7	9	40

Низькочастотний діапазон обмежений допустимим переміщенням рухомої частини вібратора всередині нерухомої частини магнітного поля. Амплітуда

літуда вібропереміщення обмежена величиною від 1 мм до 1,5 см для малих вібраторів і 2,5 см для великих, межа віброприскорення складає 100 м/с^2 на частоті 20 Гц. Низькочастотна вібрація обмежена смугою пропускання підсилювача потужності та/або особливістю конструкції підвісу столу вібратора. Амплітуда високочастотного віброприскорення обмежена величиною електромагнітної сили або межею допустимої напруги вібратора. Наприклад, для вивішеної маси ОВ 30 кг разом з монтажним пристосуванням, вібратор з максимальною збудливою силою 30 000 Н може досягти граничного віброприскорення 1000 м/с^2 або СКО 300 м/с^2 .

Структурна схеми вібростенда зі зворотним зв'язком показана на рис. 1.13.

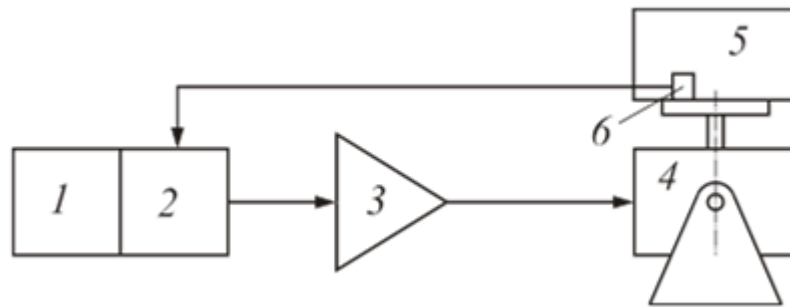


Рис. 1.13. Структурна схема вібростенда зі зворотним зв'язком

У комплект вібростенда входить вібродатчик 6, що перетворює механічні коливання в електричний сигнал, пропорційний прискоренню. Ці сигнали використовують для автоматичного регулювання амплітуди, що дозволяє автоматично підтримувати заданий режим випробувань. Задавальний генератор 1, виробляє гармонійні електричні коливання. Рівень цих коливань може змінюватися регулятором амплітуди 2, пов'язаним з віброперетворювачем 6 зворотним зв'язком. Підсилювач потужності 3 доводить електричні коливання до необхідного рівня. Вібратор 4 перетворює енергію електричних коливань в енергію механічних коливань рухомої системи вібратора, що здійснюються спільно з виробом 5.

Електродинамічні вібростенди можуть створювати віброприскорення з частотою від 5 Гц до 2000 Гц. Деякі вібратори дозволяють досягти від 10 кГц до 100 кГц для ОВ малої маси.

Для отримання амплітудно-частотної характеристики акселерометра, його жорстко кріплять до столу вібростенда і збуджують синусоїдальну вібрацію уздовж осі чутливості. Підтримують однаковий рівень вібрації за допомогою п'єзодатчика, а частоту змінюють в смузі пропускання зазвичай від 25 Гц до 2 кГц. Вихідний сигнал акселерометра записують і порівнюють з ета-

лонним сигналом п'єзодатчика, використовуючи аналізатор спектру в режимі визначення передавальної функції.

На практиці вібровипробування проводять на основі нормативних настанов, так званих нормалей. Вітчизняні та зарубіжні нормалі передбачають проведення випробувань методом гармонійної вібрації з фіксованою частотою, плаваючою частотою і широкосмуговою випадковою вібрацією (ШВВ).

При вібровипробуваннях з фіксованою частотою в нормалі вказують такі параметри вібрації, як амплітуди прискорення або переміщення на кожній частоті, діапазон частот, час дії вібрації на кожній частоті.

При вібровипробуваннях з плаваючою частотою, переміщення і прискорення змінюються за законами:

$$x = x_m \sin 2\pi ft; \quad a_x = a_{xm} \sin 2\pi ft,$$

де частота вібрації змінюється за логарифмічним законом $\ln f = kt$ або $f = e^{kt}$.

Цей метод дає можливість визначити резонансні частоти виробу, величини амплітуд при резонансах.

Недолік випробувань методом гармонійної вібрації з фіксованою і плаваючою частотою полягає в тому, що виникнення резонансів в випробувальному виробі відбувається послідовно, а не одночасно, як це має місце при ШВВ.

1.6.7. Віброфуги

Для створення комплексного механічного впливу, що складається з вібрації і постійного прискорення, використовують віброфуги – складне і дороге випробувальне обладнання, отримане поєднанням центрифуги і вібростенда.

З існуючих віброфуг слід зазначити модель V67-4H (рис. 1.14) виробництва компанії ACTIDYN SYSTEMES (Франція).

Технічні характеристики віброфуги V67-4H:

- рівень прискорення – від 5 до 80g;
- номінальний радіус – 4 м;
- кутова швидкість – 30-135 об/хв;
- час готовності – 8 хв;
- сила вібратора – 50000 Н;
- діапазон частот – 10-2000 Гц;
- висота загальна, мм – 4016;
- радіус обертання, мм – 4650;
- вага ОИ (max), кг – 120;
- габарити ОВ, мм – 600 x 600 x 600;
- струмопідведення: 10 ліній по 1А.



Рис. 1.14. Віброфуга V67-4H

1.6.8. Ударні стенди

Ударні стенди призначені для проведення випробувань на ударостійкість і стійкість до механічних ударів.

Ударні стенди класифікують за такими ознаками:

- за характером ударів – стенди одиночних і багаторазових ударів;
- за способом створення ударних навантажень – стенди вільного падіння і вимушеного розгону платформи;
- за конструкцією гальмівного обладнання.

Як приклад, розглянемо ударний стенд ТИРА шок 4110М-1 [19] (рис. 1.15), який застосовується для проведення випробувань на ударне навантаження багаторазового або одиночного впливу згідно ГОСТ 20.57.406, стандартів МЕК 68-2-27 та МЕК 68-2-29. Можливе використання для перевірки робочих засобів вимірювання (ударних акселерометрів і сенсорів удару) за піковими значеннями ударного прискорення.



Рис. 1.15. Ударний стенд ТИРАшок 4110М-1

Особливості ударного стенда ТИРА шок 4110М-1:

- ударне прискорення до 300g зі звичайним і до 1000g зі спеціальним фундаментом;
- висока точність повторення ударів;
- тривалість удару не менше 0,2мс при максимальних прискореннях і не менше 30мс при малих ударах;
- маса об'єкта випробувань до 450 кг;
- частота повторення до 180 ударів в хвилину;
- розміри столу для об'єкта випробувань: до 400 x 500мм.

Технічні характеристики ударного стенда ТИРАшок 4110М-1 наведено в табл.1.3.

Таблиця 1.3. Технічні характеристики ударного стенда ТИРАшок 4110М-1:

Розміри стола, мм	180 x 380, 400 x 500
Максимальна вага об'єкта випробувань, кг	450
Максимальна висота падіння столу, мм	35 (ресора +25)
Частота ударів, уд/хв	0-180
Пікове значення прискорення, g	0,2-1000
тривалість ударного імпульсу, мс	0,2-35
Зміна пікового прискорення від удару до удару, %	<1,5
Форма ударного імпульсу	половина синусоїди
Габарити ударного стенда, L x D x H, мм	900 x 650 x 850
Габарити стійки управління, L x D x H, мм	610 x 1150 x 810
Вага, кг	800
Час безперервної роботи, год	8
Потужність, кВт	3,2
Робоча напруга, В і частота, Гц	380 (3 фаз.), 50 ± 1

Слід зазначити, що для випробувань мікромеханічних приладів використовуються спеціалізовані малогабаритні ударні стенди [19], в яких реалізовані інші способи створення ударних навантажень за принципом «плоскої пружини».

1.6.9. Кільця Гельмгольца

Для електромагнітних випробувань використовуються кільця Гельмгольца. Розроблені німецьким фізиком Гельмгольцем більше століття назад, названі його ім'ям кільця зазвичай використовуються вченими і інженерами для створення магнітного поля різного рівня і форми, в залежності від цілей і завдань випробувань.

Такими цілями є:

- перевірка ефективності захисту магнітного екрану;
- визначення чутливості електронного обладнання до магнітних полів;
- калібрування навігаційних приладів, магнітометрів, датчиків Холла тощо.

Зазвичай використовують одновісні кільця Гельмгольца, які складаються з пари однаково намотаних і з'єднаних послідовно котушок (рис. 1.16).



Рис. 1.16. Одноосьові кільця Гельмгольца

Магнітне поле створюється всередині колець, якщо на вхід котушок подати постійний або змінний струм. Магнітна індукція магнітного поля B може бути представлена формулою (в системі СІ)

$$B = \lambda \frac{nI}{R},$$

де $\lambda = 9 \cdot 10^{-7} \mu$, Одиницею виміру магнітної індукції є Тесла, n - кількість витків однієї котушки, I - величина електричного струму в амперах, R - радіус котушки в метрах, μ - відносна магнітна проникність.

Вочевидь, величину магнітної індукції можна регулювати по-перше, величиною струму, що проходить через котушки, по-друге, числом витків котушок, і по-третє, розміром кілець (їх радіусом).

Крім одноосьових, на практиці використовують двовісні і тривісні кільця Гельмгольца (рис. 1.17).

Кожна пара кілець чи котушок живлиться незалежно одна від одної. у результаті вектор магнітної індукції кожної пари колець може регулюватися, як того вимагає програма випробувань. Так, тривісні кільця Гельмгольца можуть використовуватися для видалення впливу магнітного поля Землі.



Рис. 1.17. Тривісні кільця Гельмгольца

1.6.10. Стенди хитавиці

Для випробувань виробів на вплив хитавиці і тривалих нахилів використовують стенди хитавиці.

На рис. 1.18 зображена схема одновісного стенда хитавиці УК-900-1к виробництва компанії «Вибросервистест» (РФ).

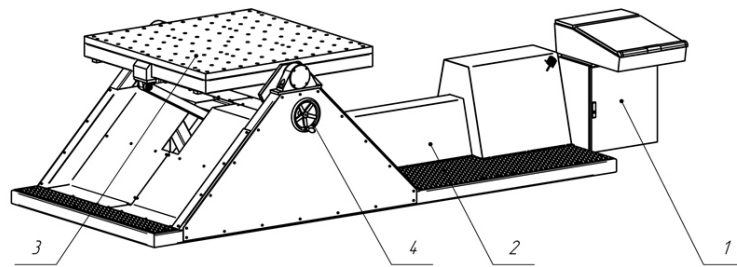


Рис. 1.18. Стенд хитавиці і тривалих нахилів УК-900-1к

Тут позначено: 1 – пульт управління, 2 – установка хитавиці, 3 – платформа, 4 – ручний привід фіксації положення платформи.

Технічні характеристики стенда хитавиці і тривалих нахилів УК-900-1к наведено в табл.1.4.

Таблиця 1.4. Технічні характеристики стенду УК-900-1к:

Назва показника	Значення
Кут нахилу, град.	± 45
Період хитавиці, с	7-16
Режим роботи	Тривалий
Маса випробуваного виробу, не більше, кг	900
Вхідна напруга головного електричного кола, В	380
Частота, Гц	50 ± 1
Кількість фаз	3
Споживана потужність, не більше, кВт	20
Точність амплітуди хитавиці робочого столу, град.	0,01
Розширення задання періоду хитавиці, мс	1
Точність підтримки заданого положення столу, град.	± 1
Точність обробки періоду кочення, с	$\pm 0,5$

Для імітації тривісної хитавиці призначений стенд Скорсбі. Вперше був розробленим інженерами компанії «SPERRY» (США). У 1932 році компанія поставила гіровертикаль на кульовому гіроскопі разом зі стендом Скорсбі заводу «Електроприлад», м. Ленінград (СРСР). Після модернізації, стенд до цього часу використовується в ЦНДІ «Електроприлад», м. Санкт-Петербург (РФ) [37] для випробувань різних морських навігаційних приладів (рис. 1.19).

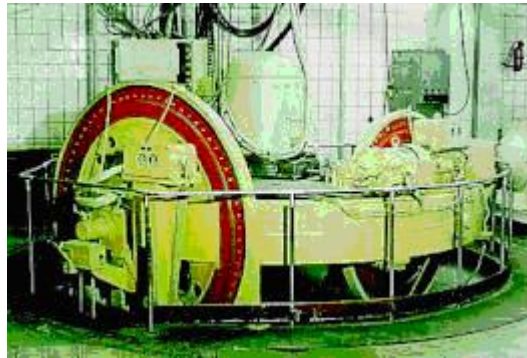


Рис. 1.19. Стенд Скорсбі ЦНДІ «Електроприлад»

Класичний випробувальний стенд Скорсбі морського приладобудування – це горизонтальна платформа з об'єктом випробувань, що знаходиться в тривісному кардановому підвісі. Кожна із осей карданового підвісу імітує хитавицю судна з кутами рискання кілевої і бортової хитавиці. В цапфах осей карданового підвісу розташовані реверсивні двигуни, які управляються незалежно один від одного, що дозволяє задавати параметри хитавиці окремо по кожній осі, наприклад:

- бортова хитавиця з амплітудою $(5 \pm 1)^\circ$ і періодом (15 ± 1) с;
- кильова хитавиця з амплітудою $(5 \pm 1)^\circ$ і періодом (6 ± 1) с.

Зазначимо, що аналогом стенду Скорсбі на заводах морського приладобудування (наприклад, на Київському заводі автоматики ім. Г.І. Петровського) є стенд «Кречет».

В авіаційній промисловості стенди Скорсбі імітують коливання літального апарату по кутам рискання, крену і тангажу. Використовується як стандартне обладнання для проведення більшої кількості випробувань інерціальних чутливих елементів і бортової авіоніки.

Сучасний стенд Скорсбі моделі 9790-BVR (рис. 1.20) виробництва компанії «Ideal Aerosmith» (США) призначений для випробувань гіроскопічних приладів, а також датчиків руху, які використовують в різних областях техніки. Частота коливань може змінюватися від 3 до 60 циклів за хвилину. Має інтерфейс RS-232 (можлива опція IEEE-488). На відміну від класичного стенду Скорсбі в моделі 9790-BVR використовується запатентований спосіб створення руху платформи по трьом кутовим координатам за допомогою єдиного кута повороту приводного валу [46].



Рис. 1.20. Стенд 9790-BVR виробництва компанії «Ideal Aerosmith» (США)

1.6.11. Акустичні камери

Акустичні камери призначені для випробування приладів і авіаційно-космічних конструкцій на вплив акустичних навантажень в широкому діапазоні частот.

На рис. 1.21 зображена акустична камера РК-1500 із Центрального аерогідродинамічного інституту імені професора Н. Е. Жуковського (РФ) [7].



Рис. 1.21. Акустична камера РК-1500 ЦАГІ

Акустична камера РК-1500 призначена для дослідження характеристик міцності і усталеності авіаційно-космічних конструкцій під впливом акустичних навантажень в широкому діапазоні частот регульованою спектральною щільністю. Об'єм і розмір експериментальної камери дозволяють проводити випробовування натурних конструкцій і повномасштабних агрегатів. Поле звукових тисків створюється за допомогою системи генерації звука, зв'язаної з експериментальною камерою через рупори. Забезпечена можливість місцевого

опромінення окремих зон конструкції і випробування із збільшенням тиску в окремих замкнутих об'ємах конструкції. Камера оснащена автоматизованим вимірювально-обчислювальним і управляючим комплексом для здійснення функціонально-технологічного контролю за процесом експерименту.

Основні параметри акустичної камери РК-1500 наведено в табл.1.6.

Таблиця 1.6. Основні параметри акустичної камери РК-1500

Максимальний рівень звукового тиску	до 164 дБ
Об'єм випробувального боксу	1504 м ³
Розміри випробувального боксу	14.6 x 9.2 x 11.2 м
Робоча смуга частот	45... 10000 Гц
Потужність генераторів звуку	до 1200 кВт
Кількість каналів опитування даних	256
Швидкість опитування даних	до 200 кГц/канал
Точність відтворення навантажень	±3 дБ
Динамічний діапазон управління	±20 дБ
Місцева система опромінювання (до 4 зон конструкції)	4 канали

Для випробувань мікромеханічних гіроскопів і акселерометрів на вплив акустичного шуму використовують спеціальні стенди [42] (рис. 1.21).

Випробуваний гіроскоп поміщається на столі, що обертається. Стіл розміщується навпроти сопла акустичної установки. Акустичний датчик-перетворювач визначає рівень звукового тиску в декілька сантиметрах від випробуваного датчика. Випробування здійснюються в наступній послідовності:

- здійснюється контроль власних шумових характеристик гіроскопа без обертання столу із вимкненою акустичною установкою;
- здійснюється контроль рівня шуму гіроскопу при заданій кутовій швидкості обертання столу;
- вмикається акустична установка і визначається зміна показників гіроскопа при заданому звуковому тиску;
- без зміни рівня звуку змінюється напрямок обертання столу при збереженні заданого значення кутової швидкості;

- варіюється як величина швидкості обертання, так і рівень звукового тиску.



Рис. 1.21. Стенд для акустичних випробувань мікромеханічних гіроскопів

1.6.12. Кліматичні камери

Кліматичні камери призначені для проведення кліматичних випробувань. Типові камери призначені для роботи в діапазоні температур від -70 до $+100^{\circ}\text{C}$ [24]. Можливість роботи в такому широкому діапазоні температур досягається за рахунок використання 3-х основних блоків: каскадної холодильної машини (від -5 до -70°C), одноступінчастої холодильної машини (від $+50$ до -5°C) і електронагрівача, що працює в усьому діапазоні температур. Схематично, робочий об'єм представлений на рис. 1.22.

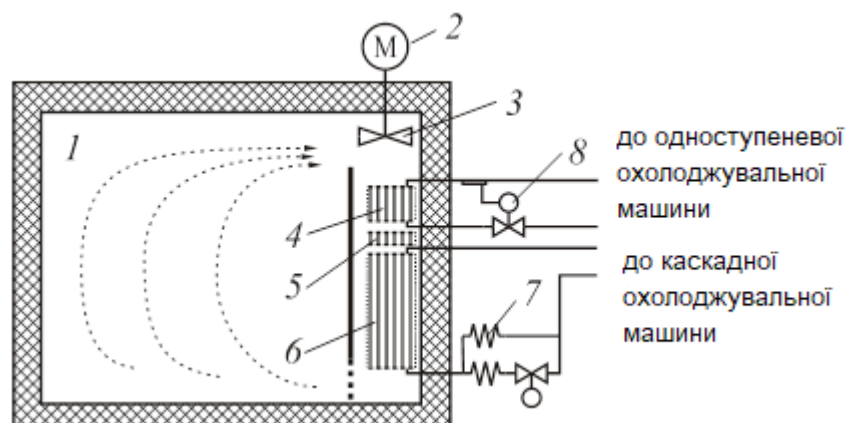


Рис. 1.22. Схема робочого об'єму кліматичної камери

Повітря, що знаходиться в робочому об'ємі 1 циркулює завдяки високошвидкісному осьовому вентилятору 3, привід 2 якого встановлений в щиті автоматики камери. Для охолодження на температурах від -5 до -70°C використо-

вується випаровувач 6 каскадної холодильної машини. Для дроселювання холодоагенту передбачена система капілярних трубок 7, розташована безпосередньо на холодильному агрегаті. З метою регулювання продуктивності одна з трубок може відключатися соленоїдним клапаном.

У випадку, якщо холодопродуктивність каскадної машини надлишкова, її надлишок компенсується за допомогою трубчатого електронагрівача (ТЕН) 5, котрий працює в режимі широтно-імпульсної модуляції згідно пропорційно-інтегрально-диференціальному (ПІД) закону регулювання.

Під час роботи в діапазоні температур від +50 до -5 °C нагрів здійснюється ТЕНом 5, а охолодження за допомогою випаровувача 4 одноступінчастої холодильної машини. Для дроселювання холодоагенту застосовується терморегулюючий клапан 8, автоматично регулюючий подачу холодоагенту в випарник в залежності від температури на виході. При цьому холодильна машина працює в позиційному режимі.

1.7. Види контролю

1.7.1. Контроль якості продукції залежно від об'єкту контролю

В залежності від об'єкту, контроль може бути **вхідним** (контроль комплектуючих деталей і виробів, контроль матеріалів і сировини), а також **летючим** – термін проведення якого не регламентований, **періодичним** – контроль, що проводиться через певний інтервал часу і **безперервним**, який проводиться постійно. До трьох останніх видів контролю (летючому, періодичному і безперервному) відносяться:

- контроль вимірювального інструменту, приладів;
- контроль оброблювального інструменту і технологічного оснащення;
- контроль технологічного устаткування;
- операційний контроль;
- приймальний контроль готової продукції;
- контроль упаковки, транспортування;
- контроль зберігання.

1.7.2. Контроль якості продукції залежно від засобів контролю

В залежності від засобів контролю розрізняють контроль **візуальний**, коли об'єкт контролю піддається огляду і визначається його відповідність вимогам НТД (чи всі операції виконані, наявність маркування, супровідній документації), **органолептичний** – суб'єктивний метод контролю, що проводиться фахівцями-експертами (оцінка в балах), **інструментальний**, – контроль, здійснюваний за допомогою мірильного інструменту. Останній контроль може бути ручним, автоматизованим і автоматичним.

1.7.3. Контроль якості продукції залежно від характеру і методу контролю

В залежності від характеру і методу, контроль розрізняють

- залежно від об'єму продукції;
- за характером дії на процес або об'єкт;
- за типом параметрів, що перевіряються.

В залежності від об'єму продукції розрізняють контроль **суцільний**, при якому рішення про якість контрольованої продукції ухвалюється за результатами перевірки кожної одиниці продукції, і **вибірковий**, при якому рішення про якість ухвалюється за результатами перевірки однієї або декількох вибірок з партії.

За характером дії на процес або об'єкт розрізняють такі види контролю

- активний – при якому отримані результати використовуються для безперервного управління процесом виготовлення виробів;
- пасивний – лише фіксується отриманий результат;
- руйнуючий – при якому продукція стає непридатною для використання;
- неруйнуючий – при якому не порушується придатність об'єкту для використання.

За типом параметрів, що перевіряються, виділяють контроль

- геометричних параметрів – лінійні і кутові розміри, форма і розташування осей, поверхонь тощо.;
- фізичних властивостей – електричних, оптичних, теплотехнічних тощо.;
- механічних властивостей – міцність, твердість, пластичність за різних зовнішніх умов;
- хімічних властивостей – хімічний аналіз складу речовини, стійкість в різних середовищах;
- спеціальний контроль – герметичність, світло- і газонепроникність.

Контрольні запитання

1. Що називається випробовуванням?
2. Із чого складається життєвий цикл виробу?
3. У якій стадії життєвого циклу виробу присутні випробовування?
4. Назвіть зовнішні фактори впливу.
5. Що називають умовами експлуатації виробу?
6. Які види випробувань ви знаєте (класифікація випробувань)?
7. Що таке «програма випробувань» і із яких розділів вона складається?

8. Що називають «методикою випробувань» і з чого вона складається?
9. Назвіть види випробувального обладнання.
10. Накресліть схему оптичної ділильної головки.
11. Накресліть схему одновісної поворотної установки.
12. Накресліть схему двовісної поворотної установки.
13. Накресліть схему тривісної поворотної установки.
14. Що таке центрифуга?
15. Накресліть схеми трьох типів вібростендів.
16. Принцип дії електродинамічного вібростенда.
17. Для чого використовуються кільця Гельмгольца?
18. Які існують види контролю?

2. ВИПРОБУВАННЯ АКСЕЛЕРОМЕТРІВ

Випробування акселерометрів залежать від їх типів, призначення і умов експлуатації. Оскільки існує декілька типів акселерометрів, призначених для відповідних цілей використання, випробування кожного виду акселерометрів мають свої особливості. Між цим, можна впевнено виділити загальні цілі випробувань акселерометрів.

Такими цілями є визначення наступних параметрів і характеристик:

- масштабного коефіцієнту;
- нульового сигналу (зміщення нуля);
- коефіцієнтів перехресних зв'язків;
- лінійності чи не лінійності статичної характеристики;
- порогу чутливості;
- діапазону вимірювання;
- повторюваності від пуску до пуску.

2.1. Математична модель осьових акселерометрів

За своїм фізичним принципом дії більшість використовуваних на практиці навігаційних акселерометрів можна розділити на осьові, у яких чутливий елемент рухається вздовж осі, і маятникові, у яких чутливий елемент рухається як фізичний маятник навколо осі.

Кінематична схема осьового акселерометра зображена на рис. 2.1[4]. Тут позначено: 1- корпус; 2 – демпфуюче середовище; 3 – інерційна маса або чутливий елемент акселерометра; 4, 5 – пружний підвіс; вісь x – вісь чутливості.

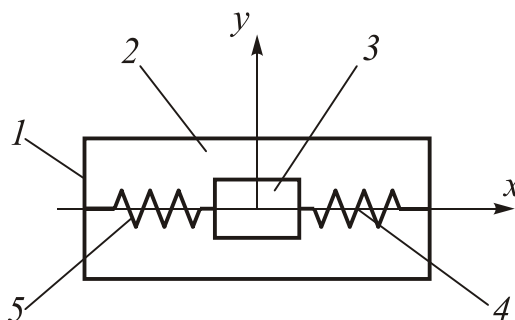


Рис. 2.1. Схема осьового акселерометра

Оскільки звичайно число акселерометрів в інерціальних системах не менше трьох, складемо рівняння руху для блоку акселерометрів, зображеного на рис.2.2. Для отримання рівнянь руху скористаємося основним рівнянням динаміки

$$m_i \vec{w}_i = \vec{F}_i, \quad (2.1)$$

де m_i – маса чутливого елементу акселерометра, $\vec{w}_i$ – абсолютне прискорення, $\vec{F}_i$ – головний вектор зовнішніх сил, i – порядковий номер акселерометра. На рис. 2.2 акселерометри позначено A_i , $i=1,2,3$.

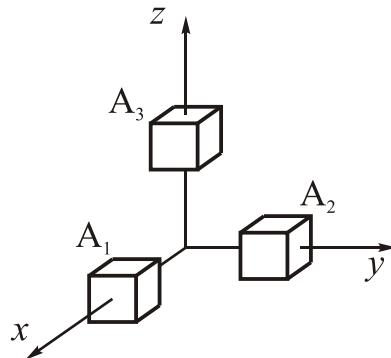


Рис. 2.2. Розташування акселерометрів в інерціально-вимірювальному модулі

Будемо вважати, що на чутливий елемент акселерометра діють сили гравітації $m_i \vec{g}$, пружності $\vec{F}_i^{\text{пр}}$, демпфування $\vec{F}_i^{\text{дем}}$ і сили перешкод $\vec{F}_i^{\text{п}}$:

$$\vec{F}_i = m_i \vec{g} + \vec{F}_i^{\text{пр}} + \vec{F}_i^{\text{дем}} + \vec{F}_i^{\text{п}}. \quad (2.2)$$

Слід зазначити, що при використанні компенсаційного режиму роботи (режиму «електричної пружини») в правій частині необхідно додати електромагнітні сили.

Сили пружності представимо у вигляді

$$\vec{F}_i^{\text{пр}} = -c_i \cdot \vec{r}_i, \quad (2.3)$$

де c_i – коефіцієнти жорсткості пружного підвісу, $\vec{r}_i$ – радіус-вектор відносно зміщення центру мас чутливого елементу i -го акселерометра.

Проекції сил пружності в математичній формі будуть мати вигляд:

$$\begin{bmatrix} F_{1x}^{\text{пр}} \\ F_{2y}^{\text{пр}} \\ F_{3z}^{\text{пр}} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} c_1 & 0 & 0 \\ 0 & c_2 & 0 \\ 0 & 0 & c_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ y_2 \\ z_3 \end{bmatrix}. \quad (2.4)$$

Сили демпфування представимо у вигляді

$$\vec{F}_i^{\text{дем}} = -f_i \cdot \dot{\vec{r}}_i, \quad (2.5)$$

де f_i – коефіцієнти демпфування.

В матричній формі останній вираз можна представити в наступному вигляді

$$\begin{bmatrix} F_{1x}^{\text{дем}} \\ F_{2y}^{\text{дем}} \\ F_{3z}^{\text{дем}} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} f_1 & 0 & 0 \\ 0 & f_2 & 0 \\ 0 & 0 & f_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{y}_2 \\ \dot{z}_3 \end{bmatrix}. \quad (2.6)$$

Сили перешкод $\vec{F}_i^n$ запишемо у вигляді проекцій на осі $Ox_i y_i z_i$, зв'язані з корпусом i -го приладу:

$$\vec{F}_i^n = F_{ix}^n \vec{i} + F_{iy}^n \vec{j} + F_{iz}^n \vec{k}. \quad (2.7)$$

Згідно теореми про складання прискорень [34], абсолютне прискорення складається з переносного, відносного і прискорення Коріоліса:

$$\vec{w}_i = \vec{w}_{ei} + \vec{w}_{ri} + \vec{w}_{ci}. \quad (2.8)$$

Підставимо останній вираз в основне рівняння динаміки (2.1):

$$m_i (\vec{w}_{ei} + \vec{w}_{ri} + \vec{w}_{ci}) = \vec{F}_i.$$

Оскільки зняття інформації відбувається відносно корпусу акселерометра, виділимо із останнього виразу динамічну складову з відносним прискоренням:

$$m_i \vec{w}_{ri} = \vec{F}_i + (-m_i \vec{w}_{ei}) + (-m_i \vec{w}_{ci}). \quad (2.9)$$

При чому

$$\vec{w}_{ri} = \ddot{x}_i \cdot \vec{i} + \ddot{y}_i \cdot \vec{j} + \ddot{z}_i \cdot \vec{k}. \quad (2.10)$$

Під час руху з прискоренням основи $\vec{w}_O$, а також при наявності кутової швидкості $\vec{\omega}$ і кутового прискорення $\vec{\varepsilon}$, переносне прискорення має вигляд

$$\vec{w}_{ei} = \vec{w}_O + \vec{\varepsilon} \times \vec{\rho}_i + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{\rho}_i). \quad (2.11)$$

тут $\vec{\rho}_i$ – радіус-вектор, з'єднуючий початок системи координат $Ox_i y_i z_i$ з центром мас відповідного чутливого елемента, тобто відстань від центра O до i -го акселерометра.

Прискорення основи $\vec{w}_O$ і прискорення сили тяжіння $\vec{g}$ виразимо через їх проекції на осі чутливості i -го акселерометра $Ox_i y_i z_i$:

$$\begin{aligned} \vec{w}_O &= w_{xi} \vec{i} + w_{yi} \vec{j} + w_{zi} \vec{k}; \\ \vec{g} &= g_{xi} \vec{i} + g_{yi} \vec{j} + g_{zi} \vec{k}. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Згідно з виразом (2.11), проекції переносного прискорення на осі чутливості i -го акселерометра матимуть вигляд

$$\begin{aligned} w_{exi} &= w_{xi} + \varepsilon_y \rho_{iz} - \varepsilon_z \rho_{iy} + \omega_x \omega_y \rho_{iy} + \omega_x \omega_z \rho_{iz} - (\omega_y^2 + \omega_z^2) \rho_{ix}; \\ w_{eyi} &= w_{yi} + \varepsilon_z \rho_{ix} - \varepsilon_x \rho_{iz} + \omega_y \omega_z \rho_{iz} + \omega_x \omega_y \rho_{ix} - (\omega_x^2 + \omega_z^2) \rho_{iy}; \\ w_{ezi} &= w_{zi} + \varepsilon_x \rho_{iy} - \varepsilon_y \rho_{ix} + \omega_x \omega_z \rho_{ix} + \omega_y \omega_z \rho_{iy} - (\omega_x^2 + \omega_y^2) \rho_{iz}. \end{aligned} \quad (2.13)$$

Прискорення Коріоліса залежить від переносної кутової швидкості та відносної лінійної швидкості:

$$\vec{w}_{ci} = 2\vec{\omega} \times \vec{v}_{ri}, \quad (2.14)$$

а в проекціях на осі чутливості i -го акселерометра будемо мати

$$\begin{aligned}
w_{cxi} &= 2(\omega_y \dot{z}_i - \omega_z \dot{y}_i); \\
w_{cyi} &= 2(\omega_z \dot{x}_i - \omega_x \dot{z}_i); \\
w_{czi} &= 2(\omega_x \dot{y}_i - \omega_y \dot{x}_i).
\end{aligned}
\tag{2.15}$$

Підставляючи отримані вирази в праву частину основного рівняння динаміки, після неважких перетворень отримаємо повні рівняння руху акселерометрів:

$$\begin{aligned}
m_1 \ddot{x}_1 + f_1 \dot{x}_1 + c_1 x_1 &= m_1(g_{x1} - w_{x1}) - m_1(\varepsilon_y \rho_{1z} - \varepsilon_z \rho_{1y}) - \\
&- m_1[\omega_x \omega_y \rho_{1y} + \omega_x \omega_z \rho_{1z} - (\omega_y^2 + \omega_z^2) \rho_{1x}] - 2m_1(\omega_y \dot{z}_1 - \omega_z \dot{y}_1) + F_x^n; \\
m_2 \ddot{y}_2 + f_2 \dot{y}_2 + c_2 y_2 &= m_2(g_{y2} - w_{y2}) - m_2(\varepsilon_z \rho_{2x} - \varepsilon_x \rho_{2z}) - \\
&- m_2[\omega_y \omega_z \rho_{2z} + \omega_x \omega_y \rho_{2x} - (\omega_x^2 + \omega_z^2) \rho_{2y}] - 2m_2(\omega_z \dot{x}_2 - \omega_x \dot{z}_2) + F_y^n; \\
m_3 \ddot{z}_3 + f_3 \dot{z}_3 + c_3 z_3 &= m_3(g_{z3} - w_{z3}) - m_3(\varepsilon_x \rho_{3y} - \varepsilon_y \rho_{3x}) - \\
&- m_3[\omega_x \omega_z \rho_{3x} + \omega_y \omega_z \rho_{3y} - (\omega_x^2 + \omega_y^2) \rho_{3z}] - 2m_3(\omega_x \dot{y}_3 - \omega_y \dot{x}_3) + F_z^n.
\end{aligned}
\tag{2.16}$$

Вочевидь, на рух чутливих елементів акселерометра впливає не тільки гравітаційне поле Землі, пружні сили і сили демпфування, але і рух основи з лінійним прискоренням w_{xi}, w_{yi}, w_{zi} , а також рух з кутовою швидкістю $\omega_x, \omega_y, \omega_z$, кутовим прискоренням $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ і розміщення акселерометрів на відстані від центру O (проекції $\vec{\rho}_i$).

Оскільки для першого акселерометра віссю чутливості є вісь Ox_1 , то в силу фізичного принципу дії акселерометра маємо справедливим рівність $\dot{z}_1 = \dot{y}_1 = 0$, для другого: $\dot{x}_2 = \dot{z}_2 = 0$, а для третього: $\dot{y}_3 = \dot{x}_3 = 0$. Тепер, не враховуючи динамічні складові, що вміщують у собі складові прискорення Кориоліса, запишемо

$$\begin{aligned}
m_1 \ddot{x}_1 + f_1 \dot{x}_1 + c_1 x_1 &= m_1(g_{x1} - w_{x1}) - m_1(\varepsilon_y \rho_{1z} - \varepsilon_z \rho_{1y}) - \\
&- m_1[\omega_x \omega_y \rho_{1y} + \omega_x \omega_z \rho_{1z} - (\omega_y^2 + \omega_z^2) \rho_{1x}] + F_x^n; \\
m_2 \ddot{y}_2 + f_2 \dot{y}_2 + c_2 y_2 &= m_2(g_{y2} - w_{y2}) - m_2(\varepsilon_z \rho_{2x} - \varepsilon_x \rho_{2z}) - \\
&- m_2[\omega_y \omega_z \rho_{2z} + \omega_x \omega_y \rho_{2x} - (\omega_x^2 + \omega_z^2) \rho_{2y}] + F_y^n; \\
m_3 \ddot{z}_3 + f_3 \dot{z}_3 + c_3 z_3 &= m_3(g_{z3} - w_{z3}) - m_3(\varepsilon_x \rho_{3y} - \varepsilon_y \rho_{3x}) - \\
&- m_3[\omega_x \omega_z \rho_{3x} + \omega_y \omega_z \rho_{3y} - (\omega_x^2 + \omega_y^2) \rho_{3z}] + F_z^n.
\end{aligned}$$

Використаємо відоме поняття «уявного прискорення» [11]:

$$\vec{a} = \vec{w} - \vec{g}',$$

де $\vec{w}$ – абсолютне прискорення, $\vec{g}'$ – прискорення сили тяжіння Землі.

В нашому випадку проекції уявного прискорення на осі чутливості i -го акселерометра мають вигляд:

$$\begin{aligned} a_{x1} &= -(w_{x1} - g_{x1}) + \varepsilon_y \rho_{1z} - \varepsilon_z \rho_{1y} + \omega_x \omega_y \rho_{1y} + \omega_x \omega_z \rho_{1z} - (\omega_y^2 + \omega_z^2) \rho_{1x}; \\ a_{y2} &= -(w_{y2} - g_{y2}) + \varepsilon_z \rho_{2x} - \varepsilon_x \rho_{2z} + \omega_y \omega_z \rho_{2z} + \omega_x \omega_y \rho_{2x} - (\omega_x^2 + \omega_z^2) \rho_{2y}; \\ a_{z3} &= -(w_{z3} - g_{z3}) + \varepsilon_x \rho_{3y} - \varepsilon_y \rho_{3x} + \omega_x \omega_z \rho_{3x} + \omega_y \omega_z \rho_{3y} - (\omega_x^2 + \omega_y^2) \rho_{3z}. \end{aligned} \quad (2.17)$$

Тепер з новими позначеннями рівняння руху трьох акселерометрів матимуть вигляд:

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 + f_1 \dot{x}_1 + c_1 x_1 &= -m_1 a_{1x} + F_x^{\Pi}; \\ m_2 \ddot{y}_2 + f_2 \dot{y}_2 + c_2 y_2 &= -m_2 a_{2y} + F_y^{\Pi}; \\ m_3 \ddot{z}_3 + f_3 \dot{z}_3 + c_3 z_3 &= -m_3 a_{3z} + F_z^{\Pi}. \end{aligned} \quad (2.18)$$

Після закінчення перехідного процесу зміщення чутливих елементів акселерометрів матимуть вигляд:

$$\begin{aligned} x_1 &= -\frac{m_1}{c_1} a_{x1} + \frac{F_{1x}^{\Pi}}{c_1}; \\ y_2 &= -\frac{m_2}{c_2} a_{y2} + \frac{F_{2y}^{\Pi}}{c_2}; \\ z_3 &= -\frac{m_3}{c_3} a_{z3} + \frac{F_{3z}^{\Pi}}{c_3}. \end{aligned} \quad (2.19)$$

Отримані зміщення можуть бути перетворені в вихідні сигнали акселерометрів: $x_1 \rightarrow U_{ax}$, $y_2 \rightarrow U_{ay}$, $z_3 \rightarrow U_{az}$. Тоді останні три рівняння матимуть вигляд

$$\begin{aligned} U_{ax} &= B_{ax} + S_{ax} a_{x1} + n_{ax}; \\ U_{ay} &= B_{ay} + S_{ay} a_{y2} + n_{ay}; \\ U_{az} &= B_{az} + S_{az} a_{z3} + n_{az}. \end{aligned} \quad (2.20)$$

Тут введені наступні позначення для масштабних коефіцієнтів:

$$S_{ax} = -\frac{m_1}{c_1}, \quad S_{ay} = -\frac{m_2}{c_2}, \quad S_{az} = -\frac{m_3}{c_3},$$

Нульових сигналів B_{ax}, B_{ay}, B_{az} і випадкових шумів n_{ax}, n_{ay}, n_{az} :

$$B_{ax} + n_{ax} = \frac{F_{1x}^{\Pi}}{c_1}, \quad B_{ay} + n_{ay} = \frac{F_{2y}^{\Pi}}{c_2}, \quad B_{az} + n_{az} = \frac{F_{3z}^{\Pi}}{c_3}.$$

Вихідні сигнали в залежності від фізичного принципу їх отримання можуть мати розмірність напруги, частоти тощо. В матричній формі будемо мати

$$\begin{bmatrix} U_{ax} \\ U_{ay} \\ U_{az} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{ax} \\ B_{ay} \\ B_{az} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} S_{ax} & 0 & 0 \\ 0 & S_{ay} & 0 \\ 0 & 0 & S_{az} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_{x1} \\ a_{y2} \\ a_{z3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_{ax} \\ n_{ay} \\ n_{az} \end{bmatrix}. \quad (2.21)$$

Тут діагональна матриця розмірністю 3×3 є матрицею масштабних коефіцієнтів.

Через похибки виготовлення і установки акселерометрів в інерціально-вимірювальний модуль напрямки осей чутливості акселерометрів Ox_1, Oy_2, Oz_3 не ортогональні. Це призводить до появи кутів *невиставлення* між номінальними осями $Oxyz$ і реальними осями чутливості акселерометрів Ox_1, Oy_2, Oz_3 . Кількість таких кутів дорівнює шести (рис. 2.3). Розглянемо наступні позначення для цих кутів: Δ_{xz} - зміщення осі Ox навколо Oz , Δ_{xy} - зміщення осі Ox навколо Oy , Δ_{yx} - зміщення осі Oy навколо Ox , Δ_{yz} - зміщення осі Oy навколо Oz , Δ_{zx} - зміщення осі Oz навколо Ox , Δ_{zy} - зміщення осі Oz навколо Oy .

Слід зазначити, що кожен акселерометр «прив'язаний» до своєї бази. Іншими словами, кожен акселерометр має свою систему координат, тому кожна пара кутів невивиставлення не залежить від двох інших пар.

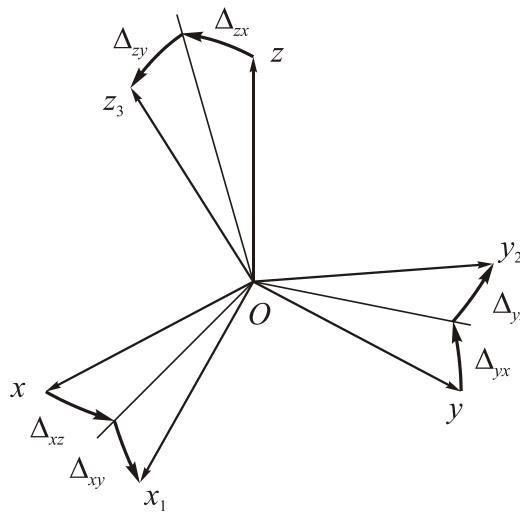


Рис. 2.3. Кінематика кутів невивиставлення акселерометрів

Отримаємо матрицю напрямних косинусів C , що пов'язують положення Ox_1, Oy_2, Oz_3 і $Oxyz$:

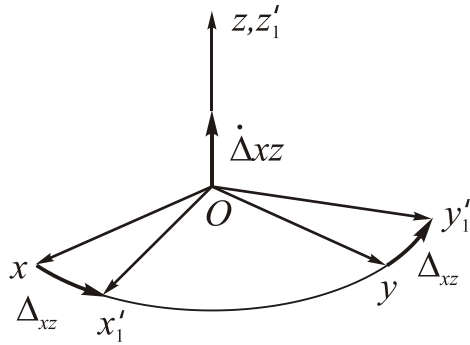
$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_2 \\ z_3 \end{bmatrix} = C \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}.$$

Зв'язок проекцій прискорень a_{x1}, a_{y2}, a_{z3} і a_x, a_y, a_z також виражається через матрицю напрямних косинусів C :

$$\begin{bmatrix} a_{x1} \\ a_{y2} \\ a_{z3} \end{bmatrix} = C \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix}.$$

Розглянемо на початку відхилення осі Ox_1 відносно Ox .

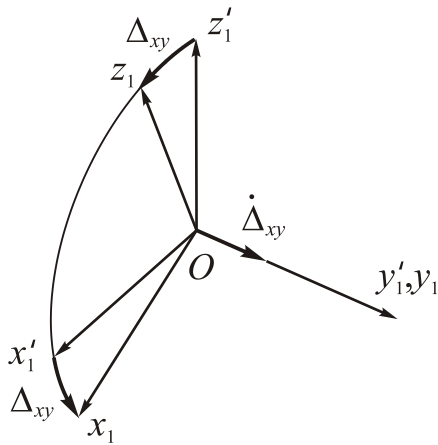
Перший поворот на кут Δ_{xz} (рис. 2.4) призводить до появи матриці напрямних косинусів C_{xz} :



C_{xz}	x	y	z
x_1'	$\cos \Delta_{xz}$	$\sin \Delta_{xz}$	0
y_1'	$-\sin \Delta_{xz}$	$\cos \Delta_{xz}$	0
z_1'	0	0	1

Рис. 2.4. Кут невиставки Δ_{xz} .

Другий поворот на кут Δ_{xy} (рис. 2.5) призводить до появи матриці напрямних косинусів C_{xy} :



C_{xy}	x_1'	y_1'	z_1'
x_1	$\cos \Delta_{xy}$	0	$-\sin \Delta_{xy}$
y_1	0	1	0
z_1	$\sin \Delta_{xy}$	0	$\cos \Delta_{xy}$

Рис. 2.5. Кут невиставлення Δ_{xy}

Щоб отримати матрицю напрямних косинусів від двох поворотів Δ_{xz} і Δ_{xy} , необхідно перемножити C_{xy} і C_{xz} :

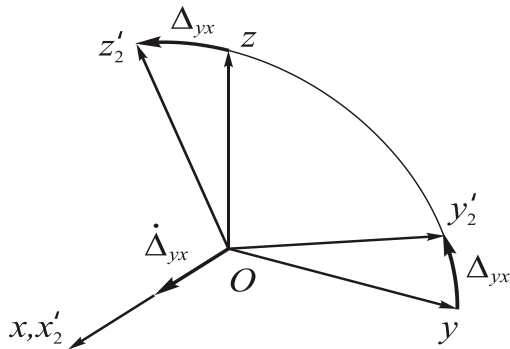
$$C_{xy}C_{xz} = \begin{bmatrix} \cos \Delta_{xy} & 0 & -\sin \Delta_{xy} \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \Delta_{xy} & 0 & \cos \Delta_{xy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \Delta_{xz} & \sin \Delta_{xz} & 0 \\ -\sin \Delta_{xz} & \cos \Delta_{xz} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Відповідно до правила добутку двох матриць, перший рядок напрямних косинусів $C_{xy}C_{xz}$ отримаємо у результаті добутку елементів першого рядка матриці C_{xy} на перший, другий і третій стовпчики матриці C_{xz} :

$$Ox_1: \cos \Delta_{xy} \cos \Delta_{xz} \quad \cos \Delta_{xy} \sin \Delta_{xz} \quad -\sin \Delta_{xy}.$$

Тепер розглянемо відхилення осі Oy_2 відносно Oy .

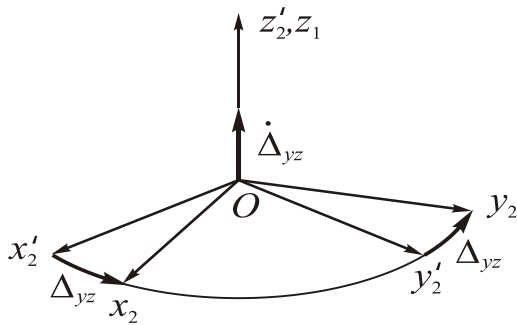
Третій поворот на кут Δ_{yx} (рис. 2.6) призводить до появи матриці напрямних косинусів C_{yx} :



C_{yx}	x	y	z
x'_2	1	0	0
y'_2	0	$\cos \Delta_{yx}$	$\sin \Delta_{yx}$
z'_2	0	$-\sin \Delta_{yx}$	$\cos \Delta_{yx}$

Рис. 2.6. Кут невиставлення Δ_{yx}

Четвертий поворот на кут Δ_{yz} (рис. 2.7) призводить до появи матриці напрямних косинусів C_{yz} :



C_{yz}	x'_2	y'_2	z'_2
x_2	$\cos \Delta_{yz}$	$\sin \Delta_{yz}$	0
y_2	$-\sin \Delta_{yz}$	$\cos \Delta_{yz}$	0
z_2	0	0	1

Рис. 2.7. Кут невиставлення Δ_{yz}

Щоб отримати матрицю напрямних косинусів від двох поворотів Δ_{yz} і Δ_{yx} , необхідно перемножити C_{yz} і C_{yx} :

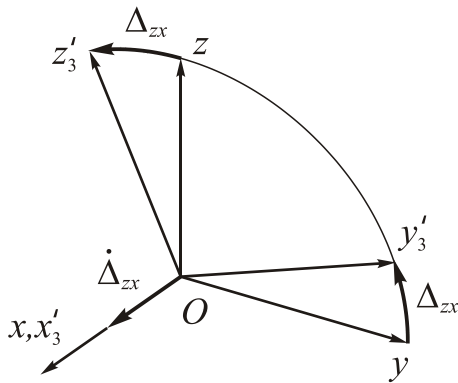
$$C_{yz}C_{yx} = \begin{bmatrix} \cos \Delta_{yz} & \sin \Delta_{yz} & 0 \\ -\sin \Delta_{yz} & \cos \Delta_{yz} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \Delta_{yx} & \sin \Delta_{yx} \\ 0 & -\sin \Delta_{yx} & \cos \Delta_{yx} \end{bmatrix}.$$

Другий рядок матриці напрямних косинусів отримаємо у результаті добутку другого рядка матриці C_{yz} на перший, другий і третій стовпчики матриці C_{yx} :

$$Oy_2: -\sin \Delta_{yz} \quad \cos \Delta_{yz} \cos \Delta_{yx} \quad \cos \Delta_{yz} \sin \Delta_{yx}.$$

І, на кінець, розглянемо відхилення осі Oz_3 відносно Oz .

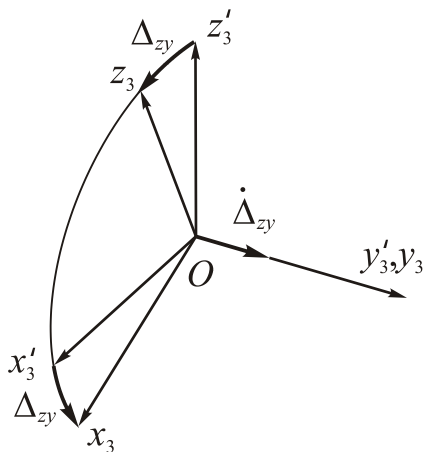
П'ятий поворот на кут Δ_{zx} (рис. 2.8) призводить до появи матриці напрямних косинусів C_{zx} :



C_{zx}	x	y	z
x_3'	1	0	0
y_3'	0	$\cos \Delta_{zx}$	$\sin \Delta_{zx}$
z_3'	0	$-\sin \Delta_{zx}$	$\cos \Delta_{zx}$

Рис. 2.8. Кут невиставлення Δ_{zx}

Шостий поворот на кут Δ_{zy} (рис. 2.9) призводить до появи матриці напрямних косинусів C_{zy} :



C_{zy}	x_3'	y_3'	z_3'
x_3	$\cos \Delta_{zy}$	0	$-\sin \Delta_{zy}$
y_3	0	1	0
z_3	$\sin \Delta_{zy}$	0	$\cos \Delta_{zy}$

Рис. 2.9. Кут невиставлення Δ_{zy}

Щоб отримати матрицю напрямних косинусів від двох поворотів Δ_{zy} і Δ_{zx} , необхідно перемножити C_{yz} і C_{yx} :

$$C_{zy}C_{zx} = \begin{bmatrix} \cos \Delta_{zy} & 0 & -\sin \Delta_{zy} \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \Delta_{zy} & 0 & \cos \Delta_{zy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \Delta_{zx} & \sin \Delta_{zx} \\ 0 & -\sin \Delta_{zx} & \cos \Delta_{zx} \end{bmatrix}.$$

Третій рядок матриці напрямних косинусів отримаємо у результаті добутку елементів третього рядка матриці C_{zy} на перший, другий і третій стовпці матриці C_{zx} :

$$Oz_3: \sin \Delta_{zy} \quad -\cos \Delta_{zy} \sin \Delta_{zx} \quad \cos \Delta_{zy} \cos \Delta_{zx}.$$

Об'єднуючи перший, другий і третій рядки, отримаємо повну матрицю напрямних косинусів

$$C = \begin{bmatrix} \cos \Delta_{xy} \cos \Delta_{xz} & \cos \Delta_{xy} \sin \Delta_{xz} & -\sin \Delta_{xy} \\ -\sin \Delta_{yz} & \cos \Delta_{yz} \cos \Delta_{yx} & \cos \Delta_{yz} \sin \Delta_{yx} \\ \sin \Delta_{zy} & -\cos \Delta_{zy} \sin \Delta_{zx} & \cos \Delta_{zy} \cos \Delta_{zx} \end{bmatrix}. \quad (2.22)$$

Враховуючи, що реальні величини кутів не ортогональності складають одиниці кутових хвилин, можна лінеаризувати отриману матрицю напрямних косинусів:

$$C \approx \begin{bmatrix} 1 & \Delta_{xz} & -\Delta_{xy} \\ -\Delta_{yz} & 1 & \Delta_{yx} \\ \Delta_{zy} & -\Delta_{zx} & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.23)$$

Тепер, з урахуванням кутів не ортогональності, можна записати

$$\begin{bmatrix} a_{x1} \\ a_{y2} \\ a_{z3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \Delta_{xz} & -\Delta_{xy} \\ -\Delta_{yz} & 1 & \Delta_{yx} \\ \Delta_{zy} & -\Delta_{zx} & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix}. \quad (2.24)$$

Підставимо отримані проекції в рівняння вихідних сигналів акселерометрів (2.21):

$$\begin{bmatrix} U_{ax} \\ U_{ay} \\ U_{az} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{ax} \\ B_{ay} \\ B_{az} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_{ax} \\ n_{ay} \\ n_{az} \end{bmatrix}, \quad (2.25)$$

де

$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{ax} & 0 & 0 \\ 0 & S_{ay} & 0 \\ 0 & 0 & S_{az} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & \Delta_{xz} & -\Delta_{xy} \\ -\Delta_{yz} & 1 & \Delta_{yx} \\ \Delta_{zy} & -\Delta_{zx} & 1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} S_{ax} & S_{ax}\Delta_{xz} & -S_{ax}\Delta_{xy} \\ -S_{ay}\Delta_{yz} & S_{ay} & S_{ay}\Delta_{yx} \\ S_{az}\Delta_{zy} & -S_{az}\Delta_{zx} & S_{az} \end{bmatrix}.$$

Таким чином, похибки виготовлення і монтажу акселерометрів до базових поверхонь призводять до перехресних зв'язків. Якщо необхідно отримати окремі вихідні сигнали акселерометрів, то останні вирази представляють у вигляді

$$\begin{aligned} U_{ax} &= B_{ax} + k_{11}a_x + k_{12}a_y + k_{13}a_z + n_{ax}; \\ U_{ay} &= B_{ay} + k_{21}a_x + k_{22}a_y + k_{23}a_z + n_{ay}; \\ U_{az} &= B_{az} + k_{31}a_x + k_{32}a_y + k_{33}a_z + n_{az}. \end{aligned} \quad (2.26)$$

Отже, вихідні сигнали блоку акселерометрів, окрім корисних складових $k_{11}a_x$ для A_1 , $k_{22}a_y$ для A_2 і $k_{33}a_z$ для A_3 , містять складові $k_{12}a_y, k_{13}a_z$ для A_1 , $k_{21}a_x, k_{23}a_z$ для A_2 і $k_{31}a_x, k_{32}a_y$ для A_3 , що призводять перехресні зв'язки.

Коефіцієнти $k_{12}, k_{13}, k_{21}, k_{23}, k_{31}, k_{32}$ називають коефіцієнтами перехресних зв'язків.

Вихідні сигнали акселерометрів можна представити в одиницях прискорення. Для цього розділимо вирази (2.25) або (2.26) на відповідні масштабні коефіцієнти, виділивши при цьому відносні похибки масштабного коефіцієнта e_{ax}, e_{ay}, e_{az} :

$$\begin{aligned} \tilde{a}_x &= a_{x0} + (1 + e_{ax})a_x + \Delta_{xz}a_y - \Delta_{xy}a_z + \bar{n}_{ax}; \\ \tilde{a}_y &= a_{y0} + (1 + e_{ay})a_y - \Delta_{yz}a_x + \Delta_{yx}a_z + \bar{n}_{ay}; \\ \tilde{a}_z &= a_{z0} + (1 + e_{az})a_z + \Delta_{zy}a_x - \Delta_{zy}a_y + \bar{n}_{az}, \end{aligned} \quad (2.27)$$

де

$$\begin{aligned} \tilde{a}_x &= \frac{U_{ax}}{S_{ax}}, \quad a_{x0} = \frac{B_{ax}}{S_{ax}}, \quad e_{ax} = \frac{E_{ax}}{S_{ax}}, \quad \bar{n}_{ax} = \frac{n_{ax}}{S_{ax}}; \\ \tilde{a}_y &= \frac{U_{ay}}{S_{ay}}, \quad a_{y0} = \frac{B_{ay}}{S_{ay}}, \quad e_{ay} = \frac{E_{ay}}{S_{ay}}, \quad \bar{n}_{ay} = \frac{n_{ay}}{S_{ay}}; \\ \tilde{a}_z &= \frac{U_{az}}{S_{az}}, \quad a_{z0} = \frac{B_{az}}{S_{az}}, \quad e_{az} = \frac{E_{az}}{S_{az}}, \quad \bar{n}_{az} = \frac{n_{az}}{S_{az}}. \end{aligned}$$

Тут E_{ax}, E_{ay}, E_{az} – абсолютні похибки масштабних коефіцієнтів.

Варто зазначити, що якщо в основній математичній моделі (2.16) прийняти не спрощену (діагональну) матрицю жорсткості (2.4), а повну матрицю, то це призведе знову до перехресних зв'язків в сигналах акселерометрів, які були вже отримані завдяки розгляду похибок виготовлення і монтажу акселерометрів до базових поверхонь.

2.2. Математична модель маятникових акселерометрів

Отримаємо математичну модель блоку маятникових акселерометрів, схема якого зображена на рис. 2.10 [4]. Тут прийняті такі позначення: 1 – корпус приладу; 2 – пружний підвіс; 3 – демпфер; 4 – інерційна маса або чутливий елемент акселерометра; вісь Ox – вісь чутливості; φ_1 – кут відхилення чутливого елемента акселерометра.

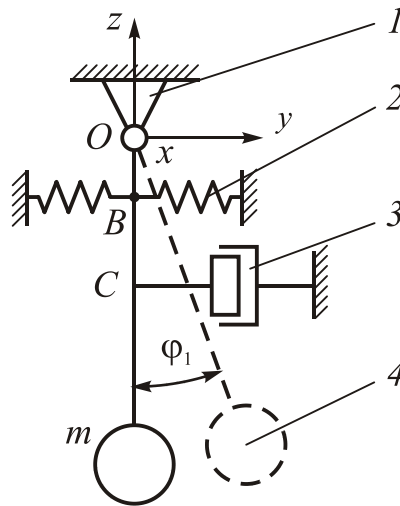


Рис. 2.10. Маятниковий акселерометр

Для отримання рівнянь руху скористаємось теоремою про зміну кінетичного моменту системи в системі координат, що обертається [34]:

$$\frac{d\vec{K}_O^\omega}{dt} + \vec{\omega} \times \vec{K}_O^\omega = \vec{M}_O^e - m\vec{\rho}_C \times \vec{w}_O.$$

В проекціях на осі чутливості, отримаємо

$$\begin{aligned} I_{1x}\dot{\omega}_{1x} + (I_{1z} - I_{1y})\omega_{1y}\omega_{1z} &= M_{1x} + m_1[y_1(g_{z1} - w_{z1}) - z_1(g_{y1} - w_{y1})]; \\ I_{2y}\dot{\omega}_{2y} + (I_{2x} - I_{2z})\omega_{2x}\omega_{2z} &= M_{2y} + m_2[z_2(g_{x2} - w_{x2}) - x_2(g_{z2} - w_{z2})]; \\ I_{3z}\dot{\omega}_{3z} + (I_{3y} - I_{3x})\omega_{3x}\omega_{3y} &= M_{3z} + m_3[x_3(g_{y3} - w_{y3}) - y_3(g_{x3} - w_{x3})], \end{aligned} \quad (2.28)$$

де I_{ix}, I_{iy}, I_{iz} – осьові моменти інерції; $i=1,2,3$ – номер акселерометра; $\omega_{ix}, \omega_{iy}, \omega_{iz}$ – проекції кутових швидкостей; M_{ix}, M_{iy}, M_{iz} – проекції сумарного моменту зовнішніх сил; x_i, y_i, z_i – координати плечей маятників (рис. 2.11); w_{xi}, w_{yi}, w_{zi} – проекції переносного прискорення основи (2.13); g_{xi}, g_{yi}, g_{zi} – проекції прискорення сили тяжіння.

Будемо вважати, що сумарний момент зовнішніх сил складається із моментів пружності $\vec{M}_i^{np}$, демпфування $\vec{M}_i^{\partial}$, моменту, викликаного піддатливістю пружного підвісу $\vec{M}_i^{n\partial}$ і моменту перешкод $\vec{M}_i^n$:

$$\vec{M}_i = \vec{M}_i^{np} + \vec{M}_i^{\partial} + \vec{M}_i^{n\partial} + \vec{M}_i^n.$$

Відмітимо, що при використанні компенсаційного режиму роботи (режиму «електричної пружини») в правій частині варто додати електромагнітні моменти, які створюються датчиками моментів.

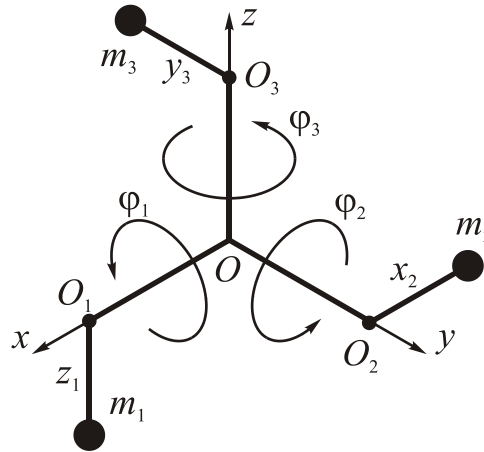


Рис. 2.11. Положення інерційних мас акселерометрів і їх кутові зміщення

Проекції моменту пружності представимо у вигляді

$$\begin{bmatrix} M_{1x}^{np} \\ M_{2y}^{np} \\ M_{3z}^{np} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} c_1 & 0 & 0 \\ 0 & c_2 & 0 \\ 0 & 0 & c_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \end{bmatrix}, \quad (2.29)$$

де c_i – коефіцієнти кутової жорсткості пружного підвісу; φ_i – відносні кутові зміщення чутливого елемента i -го акселерометра навколо осей x_i, y_i, z_i (рис. 2.11).

Проекції моменту демпфування представимо у вигляді

$$\begin{bmatrix} M_{1x}^{\dot{\phi}} \\ M_{2y}^{\dot{\phi}} \\ M_{3z}^{\dot{\phi}} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} f_1 & 0 & 0 \\ 0 & f_2 & 0 \\ 0 & 0 & f_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\phi}_1 \\ \dot{\phi}_2 \\ \dot{\phi}_3 \end{bmatrix}, \quad (2.30)$$

де f_i – коефіцієнти демпфування.

В подальшому будемо нехтувати впливом відцентрових моментів інерції. Підставляючи проекції пружного моменту і моменту демпфування у вихідні рівняння (2.28), з урахуванням позначень «уявного прискорення» (2.17), отримаємо

$$\begin{aligned} I_{1x}\ddot{\phi}_1 + f_1\dot{\phi}_1 + c_1\phi_1 &= M_{1x}^{n\dot{\phi}} + M_{1x}^n - I_{1x}\dot{\omega}_x + m_1(y_1a_{z1} - z_1a_{y1}); \\ I_{2y}\ddot{\phi}_2 + f_2\dot{\phi}_2 + c_2\phi_2 &= M_{2y}^{n\dot{\phi}} + M_{2y}^n - I_{2y}\dot{\omega}_y + m_2(z_2a_{x2} - x_2a_{z2}); \\ I_{3z}\ddot{\phi}_3 + f_3\dot{\phi}_3 + c_3\phi_3 &= M_{3z}^{n\dot{\phi}} + M_{3z}^n - I_{3z}\dot{\omega}_z + m_3(x_3a_{y3} - y_3a_{x3}). \end{aligned} \quad (2.31)$$

Враховуючи положення інерційних мас акселерометрів (рис. 2.11), маємо значення їх координат (l - величина маятниковості):

$$x_1 = 0, \quad y_1 = 0, \quad z_1 = -l, \quad x_2 = -l, \quad y_2 = 0, \quad z_2 = 0, \quad x_3 = 0, \quad y_3 = -l, \quad z_3 = 0.$$

Підставимо дані значення в рівняння (2.31). Після закінчення перехідних процесів в сталому русі отримаємо

$$\begin{aligned} c_1\phi_1 &= M_{1x}^{n\dot{\phi}} + M_{1x}^n + m_1la_{y1}; \\ c_2\phi_2 &= M_{2y}^{n\dot{\phi}} + M_{2y}^n + m_2la_{z2}; \\ c_3\phi_3 &= M_{3z}^{n\dot{\phi}} + M_{3z}^n + m_3la_{x3}. \end{aligned} \quad (2.32)$$

або

$$\begin{aligned} \phi_1 &= \frac{1}{c_1}M_{1x}^{n\dot{\phi}} + \frac{1}{c_1}M_{1x}^n + \frac{m_1l}{c_1}a_{y1}; \\ \phi_2 &= \frac{1}{c_2}M_{2y}^{n\dot{\phi}} + \frac{1}{c_2}M_{2y}^n + \frac{m_2l}{c_2}a_{z2}; \\ \phi_3 &= \frac{1}{c_3}M_{3z}^{n\dot{\phi}} + \frac{1}{c_3}M_{3z}^n + \frac{m_3l}{c_3}a_{x3}. \end{aligned}$$

Останні рівняння запишемо у вигляді

$$\begin{aligned} \phi_1 &= \phi_{01} + \frac{1}{c_1}M_{1x}^{n\dot{\phi}} + S_{a1}a_{y1}; \\ \phi_2 &= \phi_{02} + \frac{1}{c_2}M_{2y}^{n\dot{\phi}} + S_{a2}a_{z2}; \\ \phi_3 &= \phi_{03} + \frac{1}{c_3}M_{3z}^{n\dot{\phi}} + S_{a3}a_{x3}. \end{aligned} \quad (2.33)$$

де $\varphi_{01} = \frac{1}{c_1} M_{1x}^n$, $\varphi_{02} = \frac{1}{c_2} M_{2y}^n$, $\varphi_{03} = \frac{1}{c_3} M_{3z}^n$ – постійні кути зміщення чутливих елементів, $S_{a1} = \frac{m_1 l}{c_1}$, $S_{a2} = \frac{m_2 l}{c_2}$, $S_{a3} = \frac{m_3 l}{c_3}$ – масштабні коефіцієнти.

Запишемо останні рівняння в матричній формі

$$\begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_{01} \\ \varphi_{02} \\ \varphi_{03} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m_{1x}^{n\partial} \\ m_{2y}^{n\partial} \\ m_{3z}^{n\partial} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} S_{a1} & 0 & 0 \\ 0 & S_{a2} & 0 \\ 0 & 0 & S_{a3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_{y1} \\ a_{z2} \\ a_{x3} \end{bmatrix}, \quad (2.34)$$

$$\text{де } m_{1x}^{n\partial} = \frac{1}{c_1} M_{1x}^{n\partial}, m_{2y}^{n\partial} = \frac{1}{c_2} M_{2y}^{n\partial}, m_{3z}^{n\partial} = \frac{1}{c_3} M_{3z}^{n\partial}.$$

По аналогії з осьовими акселерометрами, необхідно врахувати кути неортогональності або невиваженості, викликані похибками виготовлення базових поверхонь і монтажу акселерометрів. З урахуванням матриці напрямних косинусів, проекції уявного прискорення на базові осі чутливих елементів трьох акселерометрів будуть мати вигляд

$$\begin{bmatrix} a_{y1} \\ a_{z2} \\ a_{x3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \Delta_{xz} & -\Delta_{xy} \\ -\Delta_{yz} & 1 & \Delta_{yx} \\ \Delta_{zy} & -\Delta_{zx} & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_y \\ a_z \\ a_x \end{bmatrix}. \quad (2.35)$$

Підставимо дані вирази в останнє матричне рівняння

$$\begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_{01} \\ \varphi_{02} \\ \varphi_{03} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m_{1x}^{n\partial} \\ m_{2y}^{n\partial} \\ m_{3z}^{n\partial} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_y \\ a_z \\ a_x \end{bmatrix}, \quad (2.36)$$

де

$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_1 & 0 & 0 \\ 0 & K_2 & 0 \\ 0 & 0 & K_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & \Delta_{xz} & -\Delta_{xy} \\ -\Delta_{yz} & 1 & \Delta_{yx} \\ \Delta_{zy} & -\Delta_{zx} & 1 \end{bmatrix}.$$

Отже, отримані вирази для кутових зміщень чутливих елементів маятникових акселерометрів свідчать про перехресний вплив прискорень, який викликаний кутами невиваженості осей чутливості акселерометрів.

Розглянемо детальніше моменти $\vec{M}_i^{n\partial}$, викликані піддатливістю пружного підвісу чутливого елемента акселерометра [36].

Рух з прискоренням $\vec{a}$ призводить до виникнення сили інерції

$$\vec{F}_i = -m_i \vec{a}, \quad (2.37)$$

де m_i - маса чутливого елементу i -го акселерометра. Проекції даної сили інерції мають вигляд

$$F_{ix} = -m_i a_x, \quad F_{iy} = -m_i a_y, \quad F_{iz} = -m_i a_z.$$

За рахунок кінцевої жорсткості пружного підвісу чутливого елемента дана сила викликає пружну деформацію елементів кріплення $\vec{\delta}_i(\delta_{ix}, \delta_{iy}, \delta_{iz})$, яка обчислюється за формулою

$$\vec{\delta}_i = \kappa_i \vec{F}_i, \quad (2.38)$$

де κ - піддатливість, за величиною обернена жорсткості. Матриця піддатливості має вигляд

$$\kappa_i = \begin{bmatrix} \kappa_{ixx} & \kappa_{ixy} & \kappa_{ixz} \\ \kappa_{iyx} & \kappa_{iyy} & \kappa_{iyz} \\ \kappa_{izx} & \kappa_{izy} & \kappa_{izz} \end{bmatrix}. \quad (2.39)$$

Коефіцієнт піддатливості κ_{xy} по своєму фізичному змісту представляє собою пружне зміщення центру мас акселерометра вздовж осі Ox при одиничному навантаженні, яке діє вздовж осі Oy .

Формулу (2.38) запишемо в матричній формі

$$\begin{bmatrix} \delta_{ix} \\ \delta_{iy} \\ \delta_{iz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \kappa_{ixx} & \kappa_{ixy} & \kappa_{ixz} \\ \kappa_{iyx} & \kappa_{iyy} & \kappa_{iyz} \\ \kappa_{izx} & \kappa_{izy} & \kappa_{izz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{ix} \\ F_{iy} \\ F_{iz} \end{bmatrix}, \quad (2.40)$$

Тоді проекції пружної деформації підвісу чутливого елемента будуть мати вигляд

$$\begin{aligned} \delta_{ix} &= F_{ix} \kappa_{ixx} + F_{iy} \kappa_{ixy} + F_{iz} \kappa_{ixz}; \\ \delta_{iy} &= F_{ix} \kappa_{iyx} + F_{iy} \kappa_{iyy} + F_{iz} \kappa_{iyz}; \\ \delta_{iz} &= F_{ix} \kappa_{izx} + F_{iy} \kappa_{izy} + F_{iz} \kappa_{izz}. \end{aligned} \quad (2.41)$$

Сила інерції $\vec{F}_i$ при наявності пружної деформації підвісу чутливого елемента акселерометра $\vec{\delta}_i$ створює момент сили

$$\vec{M}_i^{n0} = \vec{\delta}_i \times \vec{F}_i. \quad (2.42)$$

Проекції даного моменту на осі $Oxyz$

$$M_{ix}^{n\partial} = \delta_{iy} F_{iz} - \delta_{iz} F_{iy};$$

$$M_{iy}^{n\partial} = \delta_{iz} F_{ix} - \delta_{ix} F_{iz};$$

$$M_{iz}^{n\partial} = \delta_{ix} F_{iy} - \delta_{iy} F_{ix}.$$

Підставляючи в останній вираз значення (2.41) і проекції сили інерції (2.37), отримаємо

$$\begin{aligned} M_{ix}^{n\partial} &= k_{iyx} a_x a_z + k_{iyz} a_z^2 + k_{izx} a_x a_y + k_{izy} a_y^2 + (k_{iyy} - k_{izz}) a_y a_z; \\ M_{iy}^{n\partial} &= k_{ixy} a_y a_z + k_{izx} a_x^2 + k_{izy} a_x a_y + k_{ixz} a_z^2 + (k_{izz} - k_{ixx}) a_x a_z; \\ M_{iz}^{n\partial} &= k_{iyz} a_x a_z + k_{iyx} a_x^2 + k_{ixz} a_y a_z + k_{ixy} a_y^2 + (k_{ixx} - k_{iyy}) a_x a_y, \end{aligned} \quad (2.43)$$

де

$$k_{iyx} = \kappa_{iyx} m_i^2, \quad k_{iyz} = \kappa_{iyz} m_i^2, \quad k_{izx} = -\kappa_{izx} m_i^2, \quad k_{izy} = -\kappa_{izy} m_i^2, \quad k_{iyy} - k_{izz} = (\kappa_{iyy} - \kappa_{izz}) m_i^2,$$

$$k_{ixy} = -\kappa_{ixy} m_i^2, \quad k_{izx} = \kappa_{izx} m_i^2, \quad k_{izy} = \kappa_{izy} m_i^2, \quad k_{ixz} = -\kappa_{ixz} m_i^2, \quad k_{izz} - k_{ixx} = (\kappa_{izz} - \kappa_{ixx}) m_i^2,$$

$$k_{iyz} = -\kappa_{iyz} m_i^2, \quad k_{iyx} = -\kappa_{iyx} m_i^2, \quad k_{ixz} = \kappa_{ixz} m_i^2, \quad k_{ixy} = \kappa_{ixy} m_i^2, \quad k_{ixx} - k_{iyy} = (\kappa_{ixx} - \kappa_{iyy}) m_i^2.$$

Розділимо отримані вирази на відповідні коефіцієнти жорсткості та запишемо в матричній формі:

$$\begin{bmatrix} m_{1x}^{n\partial} \\ m_{2y}^{n\partial} \\ m_{3z}^{n\partial} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_x a_y \\ a_y a_z \\ a_x a_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_{11} & n_{12} & n_{13} \\ n_{21} & n_{22} & n_{23} \\ n_{31} & n_{32} & n_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_x^2 \\ a_y^2 \\ a_z^2 \end{bmatrix}, \quad (2.44)$$

де

$$m_{11} = \frac{k_{1zx}}{c_1}, \quad m_{12} = \frac{k_{1yy} - k_{1zz}}{c_1}, \quad m_{13} = \frac{k_{1yx}}{c_1},$$

$$m_{21} = \frac{k_{2zy}}{c_2}, \quad m_{22} = \frac{k_{2xy}}{c_2}, \quad m_{23} = \frac{k_{2zz} - k_{2xx}}{c_2},$$

$$m_{31} = \frac{k_{3xx} - k_{3yy}}{c_3}, \quad m_{32} = \frac{k_{3xz}}{c_3}, \quad m_{33} = \frac{k_{3yz}}{c_3},$$

$$n_{11} = 0, \quad n_{12} = \frac{k_{1zy}}{c_1}, \quad n_{13} = \frac{k_{1yz}}{c_1},$$

$$\begin{aligned} n_{21} &= \frac{k_{2zx}}{c_2}, \quad n_{22} = 0, \quad n_{23} = \frac{k_{2xz}}{c_2}, \\ n_{31} &= \frac{k_{3yx}}{c_3}, \quad n_{32} = \frac{k_{3xy}}{c_3}, \quad n_{33} = 0. \end{aligned}$$

Підставимо отримані значення проекцій моменту від піддатливості у вираз (2.36) і отримаємо повні вирази для кутових зміщень трьох акселерометрів:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \varphi_{01} \\ \varphi_{02} \\ \varphi_{03} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_y \\ a_z \\ a_x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_x a_y \\ a_y a_z \\ a_x a_z \end{bmatrix} + \\ &+ \begin{bmatrix} n_{11} & n_{12} & n_{13} \\ n_{21} & n_{22} & n_{23} \\ n_{31} & n_{32} & n_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_x^2 \\ a_y^2 \\ a_z^2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.45)$$

Таким чином, вихідні сигнали маятникових акселерометрів, окрім корисних складових прискорень, ще залежать від перехресних зв'язків (елементи над і під головною діагоналлю першої матриці 3x3), також залежать від піддатливості пружного підвісу (друга і третя матриці 3x3), яка призводить до додаткових складових сигналу, пропорційних g^2 .

Отримані кутові зміщення можуть бути перетворені у вихідні сигнали акселерометрів: $\varphi_3 \rightarrow U_{ax}$, $\varphi_1 \rightarrow U_{ay}$, $\varphi_2 \rightarrow U_{az}$. Тепер рівняння вихідних сигналів матимуть вигляд:

$$\begin{bmatrix} U_{ay} \\ U_{az} \\ U_{ax} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{ay} \\ B_{az} \\ B_{ax} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_y \\ a_z \\ a_x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_x a_y \\ a_y a_z \\ a_x a_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_{11} & n_{12} & n_{13} \\ n_{21} & n_{22} & n_{23} \\ n_{31} & n_{32} & n_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_x^2 \\ a_y^2 \\ a_z^2 \end{bmatrix}$$

Для повноти картини отримане рівняння варто доповнити вектором-стовпчиком (3x1) випадкових шумів n_{ax}, n_{ay}, n_{az} . Тепер в більш компактній формі будемо мати

$$\begin{bmatrix} U_{ax} \\ U_{ay} \\ U_{az} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{ax} \\ B_{ay} \\ B_{az} \end{bmatrix} + \mathbf{K} \cdot \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} + \mathbf{M} \cdot \begin{bmatrix} a_x a_y \\ a_y a_z \\ a_x a_z \end{bmatrix} + \mathbf{N} \cdot \begin{bmatrix} a_x^2 \\ a_y^2 \\ a_z^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_{ax} \\ n_{ay} \\ n_{az} \end{bmatrix}. \quad (2.46)$$

Тут $\mathbf{K}, \mathbf{M}, \mathbf{N}$ - матриці 3x3, елементи яких визначаються у результаті калібрування блоку акселерометрів.

Часто приходится мати справу з окремими сигналами акселерометрів, які можна отримати із матричної форми:

$$\begin{aligned}
U_{ax} &= B_{ax} + k_{xx}a_x + k_{xy}a_y + k_{xz}a_z + M_{11}a_xa_y + M_{12}a_ya_z + M_{13}a_xa_z + \\
&+ N_{11}a_x^2 + N_{12}a_y^2 + N_{13}a_z^2 + n_{ax}; \\
U_{ay} &= B_{ay} + k_{yx}a_x + k_{yy}a_y + k_{yz}a_z + M_{21}a_xa_y + M_{22}a_ya_z + M_{23}a_xa_z + \\
&+ N_{21}a_x^2 + N_{22}a_y^2 + N_{23}a_z^2 + n_{ay}; \\
U_{az} &= B_{az} + k_{zx}a_x + k_{zy}a_y + k_{zz}a_z + M_{31}a_xa_y + M_{32}a_ya_z + M_{33}a_xa_z + \\
&+ N_{31}a_x^2 + N_{32}a_y^2 + N_{33}a_z^2 + n_{az}.
\end{aligned} \tag{2.47}$$

Порівнюючи останні рівняння (2.46) и (2.47), введемо наступні позначення:

$$\begin{aligned}
k_{xx} &= k_{33}, & k_{xy} &= k_{31}, & k_{xz} &= k_{32}, \\
k_{yx} &= k_{13}, & k_{yy} &= k_{11}, & k_{yz} &= k_{12}, \\
k_{zx} &= k_{23}, & k_{zy} &= k_{21}, & k_{zz} &= k_{22}, \\
M_{11} &= m_{31}, & M_{12} &= m_{32}, & M_{13} &= m_{33}, \\
M_{21} &= m_{11}, & M_{22} &= m_{12}, & M_{23} &= m_{13}, \\
M_{31} &= m_{21}, & M_{32} &= m_{22}, & M_{33} &= m_{23}; \\
N_{11} &= n_{31}, & N_{12} &= n_{32}, & N_{13} &= n_{33}, \\
N_{21} &= n_{11}, & N_{22} &= n_{12}, & N_{23} &= n_{13}, \\
N_{31} &= n_{21}, & N_{32} &= n_{22}, & N_{33} &= n_{23}.
\end{aligned}$$

Таким чином, похибки виготовлення і монтажу акселерометрів до базових поверхонь призводять до перехресних зв'язків в їх показаннях або до похибок, які пропорційні g . Піддатливість пружного підвісу чутливого елементу акселерометра призводить до додаткових похибок, які пропорційні g^2 .

2.3. Часові характеристики акселерометрів

Розглянемо осьовий акселерометр, рівняння руху (2.18) якого нами були отримані раніше:

$$m_1\ddot{x}_1 + f_1\dot{x}_1 + c_1x_1 = -m_1a_{1x} + F_x^n.$$

Розділимо всі члени даного рівняння на масу (оскільки структура рівнянь акселерометрів однакова, для простоти опустимо індекси, які вказують на номер акселерометра) і покладемо $F_x^n = 0$.

Отримаємо рівняння одномасової механічної системи в стандартній формі

$$\ddot{x} + 2\xi\omega_0\dot{x} + \omega_0^2x = -a_x, \tag{2.49}$$

де $\omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m}}$, $2\xi\omega_0 = \frac{f}{m}$, ω_0 – власна частота коливань акселерометра, ξ – відносний коефіцієнт затухання, a_x – проекція на вісь чутливості уявного прискорення.

Корні характеристичного рівняння мають вигляд:

$$\lambda_{1,2} = -\xi\omega_0 \pm \omega_0\sqrt{\xi^2 - 1}. \quad (2.50)$$

Рішення звичайного диференційного рівняння (2.49) будемо шукати у вигляді суми часткового рішення і загального рішення однорідного рівняння:

$$x = -\frac{a_x}{\omega_0^2} + C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t}. \quad (2.51)$$

В залежності від величини ξ можливі три варіанта коренів характеристичного рівняння:

1. Якщо $0 < \xi < 1$, тоді $\lambda_{1,2} = -\xi\omega_0 \pm i\omega_0\sqrt{1 - \xi^2}$;
2. Якщо $\xi = 1$, тоді $\lambda = -\omega_0$;
3. Якщо $\xi > 1$, тоді $\lambda_{1,2} = -\xi\omega_0 \pm \omega_0\sqrt{\xi^2 - 1}$.

В першому випадку **слабо** демпфованого акселерометра, коли $0 < \xi < 1$, знайдемо постійні інтегрування C_1, C_2 при нульових початкових умовах і отримаємо часову характеристику акселерометра під час руху об'єкту з постійним прискоренням:

$$x(t) = -\frac{a_x}{\omega_0^2} \left[1 - e^{-\xi\omega_0 t} \left(\cos\sqrt{1 - \xi^2}\omega_0 t + \frac{\xi}{\sqrt{1 - \xi^2}} \sin\sqrt{1 - \xi^2}\omega_0 t \right) \right]. \quad (2.52)$$

Для **сильно** демпфованого акселерометра ($\xi > 1$) після аналогічного рішення отримаємо:

$$x(t) = -\frac{a_x}{\omega_0^2} \left[1 - e^{-\xi\omega_0 t} \left(ch\sqrt{\xi^2 - 1}\omega_0 t + \frac{\xi}{\sqrt{\xi^2 - 1}} sh\sqrt{\xi^2 - 1}\omega_0 t \right) \right]. \quad (2.53)$$

Для акселерометра з $\xi = 1$ і $\lambda = -\omega_0$ загальне рішення буде відрізнятись від попередніх двох випадків:

$$x = -\frac{a_x}{\omega_0^2} + e^{\lambda t} (C_1 + C_2 t).$$

Знаходячи постійні інтегрування C_1, C_2 при нульових початкових умовах, отримаємо перехідну характеристику акселерометра

$$x(t) = -\frac{a_x}{\omega_0^2} \left[1 - e^{-\omega_0 t} (1 + \omega_0 t) \right]. \quad (2.54)$$

Цікаво, що на перший погляд вираз (2.52) і (2.53) дуже схожі. Однак, ця схожість оманлива – для слабо демпфованого акселерометра ми матимемо згаючі гармонічні сигнали (рис. 2.12) навколо усталеного положення

$$x_{уст} = -\frac{a_x}{\omega_0^2}.$$

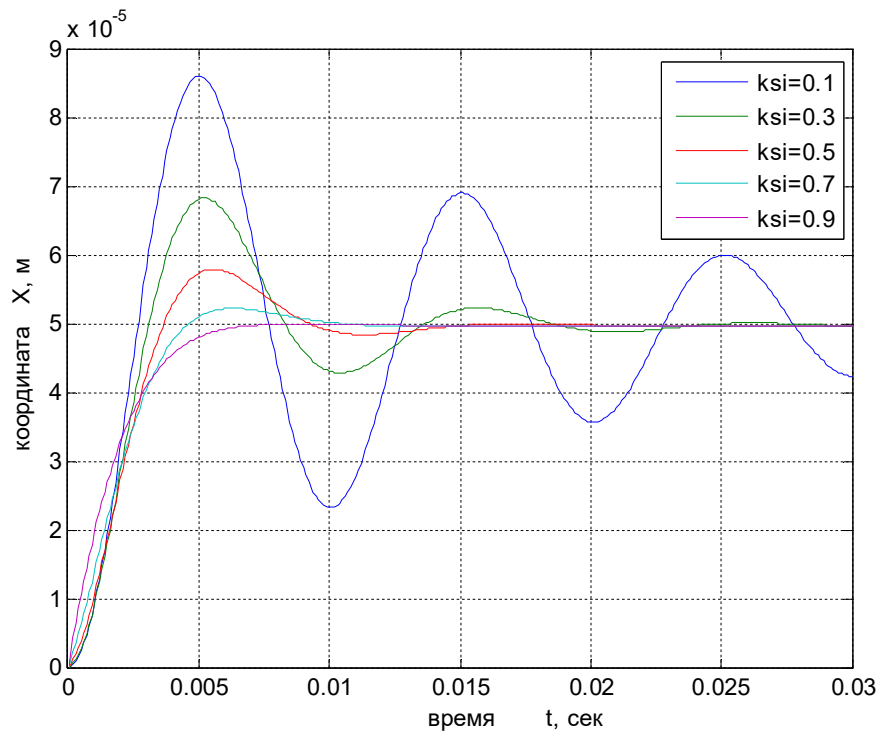


Рис. 2.12. Перехідна характеристика слабо демпфованого акселерометра

А для сильно демпфованого акселерометра ми маємо аперіодичний рух (рис. 2.13), який при $t \rightarrow \infty$ також сходиться до $x_{уст} = -\frac{a_x}{\omega_0^2}$.

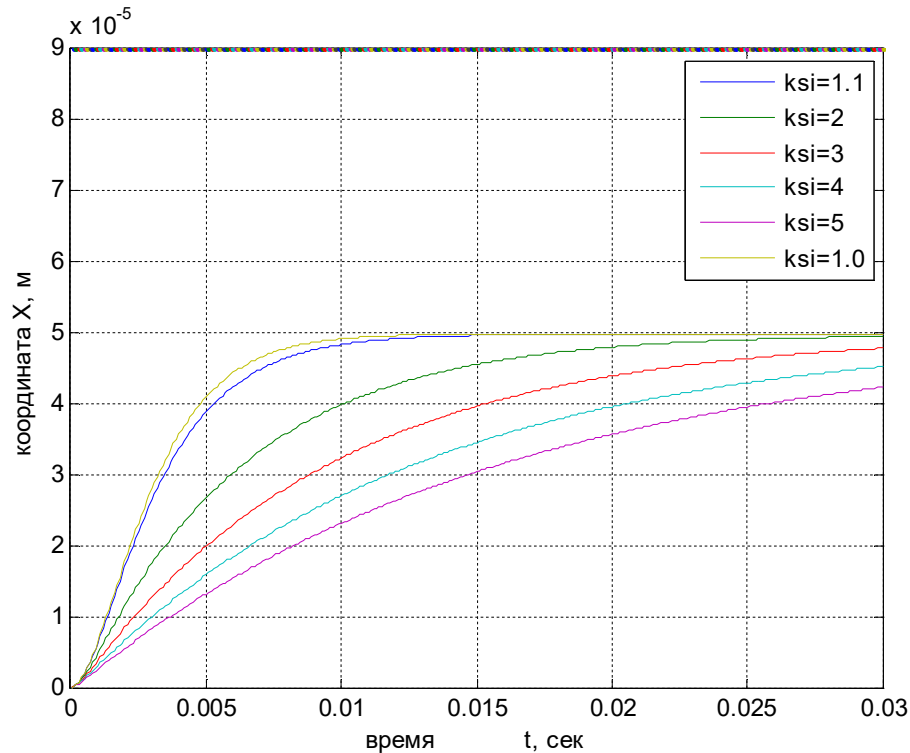


Рис. 2.13. *Перехідна характеристика сильно демпфованого акселерометра*

Варто зазначити, що перехідні характеристики маятникового акселерометра мають аналогічний вигляд, оскільки рівняння руху маятникового акселерометра також описує рух одномасової системи. Відмінність складається в тому, що рух чутливого елемента осьового акселерометра характеризується лінійною координатою, а маятникового – кутовою.

Таким чином, часові характеристики акселерометрів представляють собою перехідні характеристики руху одномасової системи. У випадку слабо демпфованого акселерометру ($0 < \xi < 1$) перехідна характеристика описує згасаючі коливання навколо усталеного положення. Час затухання коливань зменшується із збільшенням демпфування. У випадку сильно демпфованого акселерометра ($\xi > 1$) перехідна характеристика описує аперіодичний рух до усталеного руху чутливого елемента.

2.4. Статичні випробування акселерометрів

Основні параметри акселерометра – масштабний коефіцієнт, нульовий сигнал (зміщення нуля), коефіцієнти перехресного зв'язку, можуть бути визначені за допомогою статичних випробувань, які проводять в гравітаційному полі Землі методом тестових або послідовних поворотів з використанням оптичної ділильної головки.

Визначення основних параметрів акселерометра з ціллю їх подальшого використання називають *калібруванням*.

На практиці найбільш широко використовуються два метода калібрування акселерометрів:

- **метод тестових поворотів**, який полягає у вимірюванні вихідного сигналу об'єкта випробувань в двох положеннях, які відрізняються орієнтацією на 180° .
- **метод послідовних поворотів**, який полягає у вимірюванні вихідного сигналу об'єкта випробувань в декількох положеннях, які відрізняються визначеним кроком кута повороту ОДГ.

2.4.1. Метод тестових поворотів

Спочатку розглянемо застосування методу тестових поворотів для визначення нульового сигналу і масштабного коефіцієнта акселерометра.

На рис. 2.14 умовно зображений акселерометр із зв'язаною системою координат $Oxyz$. Вісь чутливості акселерометра – ось Ox . Прискорення $\vec{a}$ має проекції a_x, a_y, a_z на осі $Oxyz$.

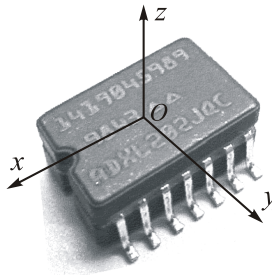


Рис. 2.14. Осі акселерометра

Вихідний сигнал осьового акселерометра (напруга, В), отриманий із (2.28), можна представити у вигляді

$$u = u_0 + k_x a_x + k_y a_y + k_z a_z + n_x, \quad (2.55)$$

де u_0 – нульовий сигнал; a_x, a_y, a_z – проекції прискорення $\vec{a}$; k_x – масштабний коефіцієнт; k_y, k_z – коефіцієнти перехресного зв'язку; n_x – шумова складова.

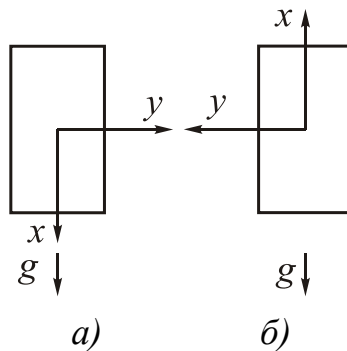


Рис. 2.15. Положення акселерометра

Розташуємо акселерометр так, щоб його вісь чутливості Ox співпадала з направленням $\vec{g}$ – прискорення сили тяжіння (рис. 2.15,а).

Тоді $a_x = -g, a_y = a_z = 0$. Підставимо дані значення у вираз (2.55). Після усереднення вихідного сигналу отримаємо:

$$u_{\downarrow} = u_0 - k_x g. \quad (2.56)$$

Повернемо акселерометр на 180° навколо осі Oz так, щоб вісь чутливості була протилежна напрямку $\vec{g}$ (рис. 2.15,б).

Тоді $a_x = g, a_y = a_z = 0$. Підставимо дані значення у вираз (2.55). Усереднюючи вихідний сигнал, отримаємо:

$$u_{\uparrow} = u_0 + k_x g. \quad (2.57)$$

Сумуючи сигнали (2.56) і (2.57), отримаємо значення нульового сигналу:

$$u_0 = \frac{1}{2}(u_{\downarrow} + u_{\uparrow}). \quad (2.58)$$

Віднімаючи сигнали (2.56) і (2.57), отримаємо значення масштабного коефіцієнта:

$$k_x = \frac{1}{2g}(u_{\downarrow} - u_{\uparrow}). \quad (2.59)$$

Як приклад, розглянемо мікромеханічний акселерометр ADXL203EB виробництва компанії Analog Devices Inc. TM (США). Виміряємо вихідний сигнал при різній напрузі живлення:

- 1) $U_{\text{пит}} = \pm 5\text{В} : u_{\downarrow} = 3,5\text{В}, u_{\uparrow} = 1,5\text{В}.$
- 2) $U_{\text{пит}} = \pm 6\text{В} : u_{\downarrow} = 4,21\text{В}, u_{\uparrow} = 1,66\text{В}.$

Обчислюючи по формулам (2.58) і (2.59), отримаємо

- 1) $u_0 = 2,5\text{В}, k_x = 1,0\text{В/г};$
- 2) $u_0 = 2,93\text{В}, k_x = 1,27\text{В/г}.$

Таким чином, зміна номінальної напруги живлення на 1В призводить до зміни нульового сигналу і масштабного коефіцієнта.

Розглянемо тепер застосування методу тестових поворотів для визначення коефіцієнтів перехресного зв'язку.

Розташуємо акселерометр так, щоб його вісь збігалася з напрямком (рис. 2.16, а).

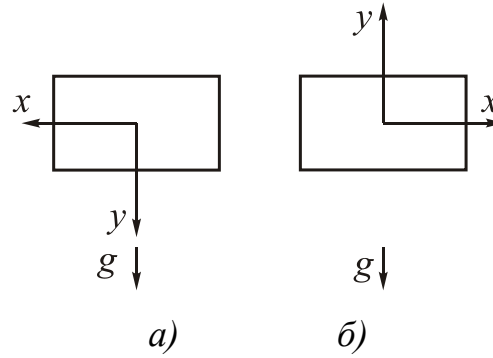


Рис. 2.16. До визначення перехресних зв'язків

Тоді $a_x = 0$, $a_y = -g$, $a_z = 0$. Підставимо дані значення у вираз (2.55). Після усереднення вихідного сигналу отримаємо:

$$u'_\downarrow = u_0 - k_y g. \quad (2.60)$$

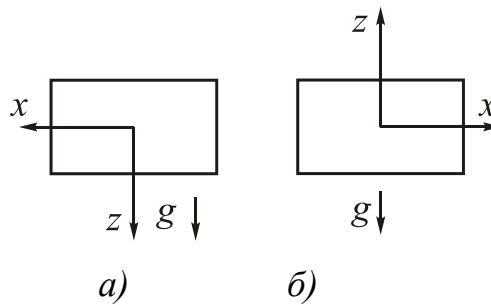
Повернемо акселерометр на 180° навколо осі так, щоб вісь була протилежна напрямку (рис. 2.16, б). Тепер $a_x = 0$, $a_y = g$, $a_z = 0$. Підставимо дані значення у вираз (2.55) і усереднимо вихідний сигнал:

$$u'_\uparrow = u_0 + k_y g \quad (2.61)$$

Віднімаючи сигнали (2.60) і (2.61), отримаємо значення коефіцієнта k_y :

$$k_y = \frac{1}{2g} (u'_\downarrow - u'_\uparrow). \quad (2.62)$$

Тепер розташуємо акселерометр так, щоб його вісь Oz співпадала з напрямом $\vec{g}$ (рис. 2.17,а).

Рис. 2.17. До визначення коефіцієнта K_z

В цьому випадку $a_x = a_y = 0$, $a_z = -g$. Підставимо дані значення у вираз (2.55). Після усереднення вихідного сигналу отримаємо:

$$u''_\downarrow = u_0 - k_z g. \quad (2.63)$$

Повернемо акселерометр на 180° навколо осі Oy так, щоб вісь Oz була протилежна напрямку $\vec{g}$ (рис. 2.17,б). Тепер $a_x = a_y = 0$, $a_z = g$. Підставимо дані значення у вираз (2.55) і усереднимо вихідний сигнал:

$$u''_\uparrow = u_0 + k_z g. \quad (2.64)$$

Віднімаючи сигнали (2.63) і (2.64), отримаємо значення коефіцієнта k_z :

$$k_z = \frac{1}{2g}(u''_{\downarrow} - u''_{\uparrow}). \quad (2.65)$$

Таким чином, застосування методу тестових поворотів дозволяє визначити нульовий сигнал, масштабний коефіцієнт і коефіцієнти перехресного зв'язку акселерометра.

2.4.2. Метод послідовних поворотів

Розглянемо визначення параметрів акселерометра з урахуванням нахилу ОДГ відносно площини горизонту (рис. 2.18) за допомогою методу послідовних поворотів.

Тут α - кут нахилу осі Ox над площиною горизонту, який змінюється в певній послідовності, $\alpha_0 = const$ – похибка виставки ОДГ відносно площини горизонту.

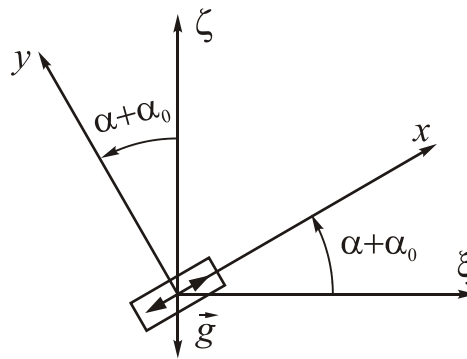


Рис. 2.18. Розташування осі чутливості акселерометра з урахуванням нахилу ОДГ

Знайдемо проекції прискорення $\vec{a}$. З урахуванням того, що $\vec{g} \perp Oz$, отримаємо

$$\begin{aligned} a_x &= g \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha + \alpha_0\right) = -g \sin(\alpha + \alpha_0); \\ a_y &= g \cos(\pi + \alpha + \alpha_0) = -g \cos(\alpha + \alpha_0); \\ a_z &= 0. \end{aligned} \quad (2.66)$$

Розглянемо модель вихідного сигналу маятникового акселерометра [66]:

$$u = u_0 + k_x a_x + k_y a_y + k_z a_z + k_{xy} a_x a_y. \quad (2.67)$$

Підставимо отримані значення проекцій прискорення в формулу (2.67):

$$\begin{aligned} u &= u_0 - k_x g \sin \alpha \cos \alpha_0 - k_x g \cos \alpha \sin \alpha_0 - k_y g \cos \alpha \cos \alpha_0 + \\ &+ k_y g \sin \alpha \sin \alpha_0 + k_{xy} \frac{g^2}{2} \sin 2\alpha \cos 2\alpha_0 + k_{xy} \frac{g^2}{2} \cos 2\alpha \sin 2\alpha_0 + n_{ax}. \end{aligned}$$

$$\hat{\mathbf{c}} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{u}. \quad (2.74)$$

Тепер, знаючи коефіцієнти Фур'є $\hat{C}_0, \hat{C}_1, \hat{C}_2, \hat{C}_3, \hat{C}_4$, використовуємо вирази (2.70) для знаходження шуканих параметрів акселерометра.

Так, з першого рівняння маємо тривіальне вираз:

$$u_0 = \hat{C}_0. \quad (2.75)$$

Використовуємо 4-е і 5-е рівняння системи (2.70) для знаходження α_0 :

$$\alpha_0 = \frac{1}{2} \arctg \frac{\hat{C}_4}{\hat{C}_3}. \quad (2.76)$$

Ці ж рівняння використовуємо для визначення вібромаятничого коефіцієнта:

$$k_{xy} = \frac{2}{g^2} \sqrt{\hat{C}_3^2 + \hat{C}_4^2}. \quad (2.77)$$

З другого і третього рівнянь системи (2.70) після елементарних перетворень отримаємо

$$k_x = -\frac{1}{g} (\hat{C}_1 \cos \alpha_0 + \hat{C}_2 \sin \alpha_0); \quad (2.78)$$

$$k_y = \frac{1}{g} (\hat{C}_1 \sin \alpha_0 - \hat{C}_2 \cos \alpha_0). \quad (2.79)$$

Таким чином, використовуючи метод послідовних поворотів, можна визначити параметри маятничого акселерометра, а також нахил ОДГ відносно площини горизонту.

2.4.3. Кліматичні випробування акселерометрів

Метою цих випробувань є визначення залежності основних параметрів акселерометра від температури, тиску, вологості та інших кліматичних чинників. Ми зупинимося на випробуваннях, які досліджують вплив температури на параметри акселерометрів.

Раніше кліматичні випробування проводилися або на «холоді» – в морозильних камерах з фіксованою мінусовою температурою, або в «теплі» – в спеціальних нагрівальних шафах.

Сучасні кліматичні випробування проводять з використанням кліматичних камер або термокамер, що дозволяють проводити випробування в діапазоні від -70°C до $+100^\circ\text{C}$. На рис. 2.19 показана схема такої установки.

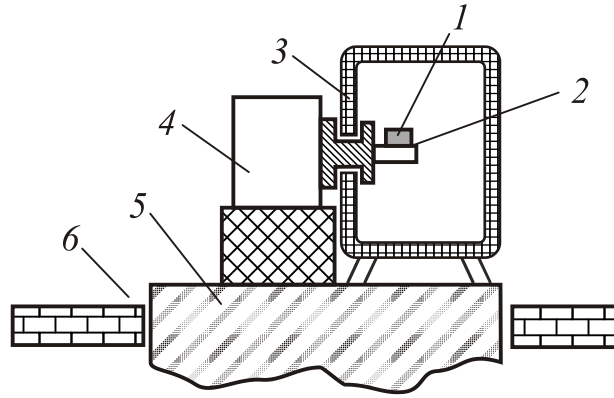


Рис. 2.19. Схема установки для кліматичних випробувань: 1 акселерометр, 2 – базовий майданчик, 3 – термокамера, 4 – ОДГ, 5 – розв'язаний фундамент, 6 – основа.

Для певного ряду температур проводять випробування за допомогою тестових поворотів в полі сили тяжіння і встановлюють залежність параметрів акселерометра від температури.

Відзначимо, що на практиці існує кілька способів боротьби з впливом температури:

1. Термостабілізація – штучне створення деякого обсягу з постійною температурою. Недоліки термостабілізації: велике енергоспоживання, збільшення габаритів і часу готовності;

2. Термостатування – нагрівання виробу за допомогою нагрівального елемента (термостата). Недоліком термостатування є зниження ресурсу акселерометра;

3. Термокомпенсація – використовуючи термодатчик, можна алгоритмічно врахувати (компенсувати) виявлені зміни параметрів акселерометра.

Особливо це має велике значення для мікромеханічних акселерометрів, оскільки конструктивно останні являють собою мікросхеми, що складаються з декількох напівпровідникових шарів-плівок та критично реагують на зміну температури.

Якщо у результаті проведення кліматичних випробувань встановлена лінійна залежність (рис. 2.20) параметрів акселерометра від зміни температури, то використовують лінійну апроксимацію [30]:

$$u_0 = u_0^H + \alpha \cdot \Delta T, \quad k_x = k_x^H + \beta \cdot \Delta T, \quad \Delta T = T - T_H, \quad (2.80)$$

де u_0^H, k_x^H - номінальні значення нульового сигналу і масштабного коефіцієнта, визначені при номінальній температурі T_H (зазвичай $T_H = 25^\circ \text{C}$); T - поточна

температура, виміряна термодатчиком; α, β – коефіцієнти температурної чутливості нульового сигналу і масштабного коефіцієнта.

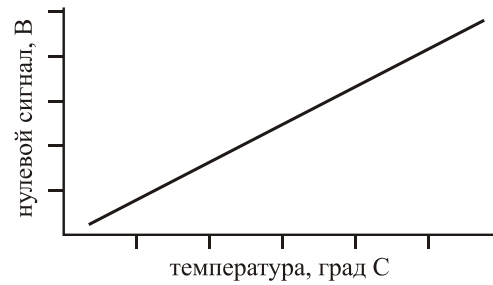


Рис. 2.20. Лінійна залежність нульового сигналу акселерометра від зміни температури

Для визначення коефіцієнтів α, β необхідно методом тестових поворотів визначити нульовий сигнал і масштабний коефіцієнт при двох значеннях температури – номінальній T_H і другій T_3 , заданій в програмі випробувань. Для цього використовують термокамеру і отримують два значення нульових сигналів u_0^H і u_0 і масштабних коефіцієнтів k_x^H і k_x . Потім, використовуючи вирази (2.80), обчислюють коефіцієнти температурної чутливості:

$$\alpha = \frac{1}{\Delta T}(u_0 - u_0^H), \quad \beta = \frac{1}{\Delta T}(k_x - k_x^H), \quad \Delta T = T_3 - T_H. \quad (2.81)$$

Тепер, знаючи коефіцієнти температурної чутливості α, β і виміряну термодатчиком поточну температуру T , можна за формулами (2.80) обчислити поточні значення нульового сигналу u_0 і масштабного коефіцієнта k_x .

Якщо у результаті проведення кліматичних випробувань встановлена слабка нелінійна залежність (рис. 2.21) параметрів акселерометра від зміни температури, то використовують кусково-лінійну апроксимацію.

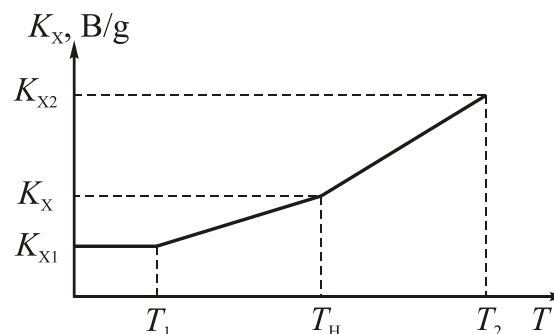


Рис. 2.21. Слабка нелінійна залежність масштабного коефіцієнта акселерометра від зміни температури

Для цього розбивають всю характеристику на два фрагменти, кожен з яких апроксимують лінійною залежністю з різними значеннями коефіцієнтів температурної чутливості α_1, α_2 і β_1, β_2 .

Для першої ділянки знайдемо нульовий сигнал при номінальній температурі:

$$u_0^H = u_{01} + \alpha_1 \cdot (T_H - T_1) = u_{01} + \alpha_1 \cdot \Delta T_1, \text{ де } \Delta T_1 = T_H - T_1.$$

Звідси знайдемо

$$\alpha_1 = \frac{1}{\Delta T_1} (u_0^H - u_{01}). \quad (2.82)$$

Аналогічно отримаємо вираз для масштабного коефіцієнта:

$$k_x^H = k_{x1} (1 + \beta_1 \cdot \Delta T_1).$$

З останнього виразу отримаємо

$$\beta_1 = \frac{1}{\Delta T_1 \cdot k_x^H} (k_x^H - k_{x1}). \quad (2.83)$$

Отримаємо для другої ділянки нульовий сигнал при номінальній температурі:

$$u_{02} = u_0^H + \alpha_2 \cdot (T_2 - T_H) = u_0^H + \alpha_2 \cdot \Delta T_2, \text{ де } \Delta T_2 = T_2 - T_H$$

Тоді

$$\alpha_2 = \frac{1}{\Delta T_2} (u_{02} - u_0^H). \quad (2.84)$$

З виразу для масштабного коефіцієнта:

$$k_{x2} = k_x^H (1 + \beta_2 \cdot \Delta T_2),$$

отримаємо коефіцієнт температурної чутливості:

$$\beta_2 = \frac{1}{\Delta T_2 \cdot k_x^H} (k_{x2} - k_x^H). \quad (2.85)$$

Якщо ж у результаті проведення кліматичних випробувань встановлена сильна нелінійна залежність (рис. 2.22) параметрів акселерометра від зміни температури, то можна за аналогією з попереднім випадком розбивати криву залежності параметру від температури на кілька фрагментів і для кожного відрізка застосовувати лінійну апроксимацію, а можна використовувати для k -го параметру регресійну модель:

$$k = c_0 + c_1 \cdot \Delta T + c_2 \cdot \Delta T^2 + c_3 \cdot \Delta T^3 + \xi, \quad (2.86)$$

де $\Delta T = T - T_H$, ξ – температурний шум.

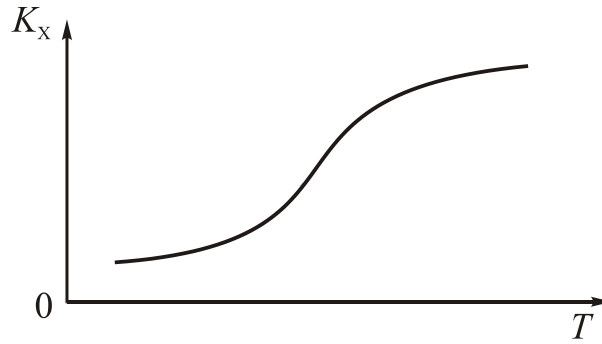


Рис. 2.22. Сильна нелінійна залежність масштабного коефіцієнта акселерометра від зміни температури

Покажемо, як обчислюються коефіцієнти c_0, c_1, c_2, c_3 за результатами випробувань за допомогою методу найменших квадратів (МНК).

Нехай у результаті n випробувань отримана наступна система алгебраїчних рівнянь:

$$1\text{-е випробування: } k_1 = c_0 + c_1 \cdot \Delta T_1 + c_2 \cdot \Delta T_1^2 + c_3 \cdot \Delta T_1^3 + \xi_1, \quad \Delta T_1 = T_1 - T_H,$$

$$2\text{-е випробування: } k_2 = c_0 + c_1 \cdot \Delta T_2 + c_2 \cdot \Delta T_2^2 + c_3 \cdot \Delta T_2^3 + \xi_2, \quad \Delta T_2 = T_2 - T_H,$$

.....

$$n\text{-е випробування: } k_n = c_0 + c_1 \cdot \Delta T_n + c_2 \cdot \Delta T_n^2 + c_3 \cdot \Delta T_n^3 + \xi_n, \quad \Delta T_n = T_n - T_H.$$

Дану систему рівнянь запишемо в матричній формі

$$\mathbf{K} = \mathbf{T} \cdot \mathbf{c} + \boldsymbol{\xi}, \quad (2.87)$$

$$\text{де } \mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ \vdots \\ k_n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & \Delta T_1 & \Delta T_1^2 & \Delta T_1^3 \\ 1 & \Delta T_2 & \Delta T_2^2 & \Delta T_2^3 \\ . & . & . & . \\ 1 & \Delta T_n & \Delta T_n^2 & \Delta T_n^3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c} = \begin{bmatrix} c_0 \\ c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\xi} = \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \vdots \\ \xi_n \end{bmatrix}$$

Використовуючи матричний МНК, знайдемо оцінку шуканих коефіцієнтів c_0, c_1, c_2, c_3 :

$$\hat{\mathbf{c}} = (\mathbf{T}^T \mathbf{T})^{-1} \mathbf{T}^T \mathbf{K}. \quad (2.88)$$

Аналогічні випробування проводять при зміні тиску і вологості.

2.4.4. Електромагнітні випробування акселерометрів

Метою даних випробувань є дослідження впливу зовнішнього магнітного поля на параметри акселерометра. Випробування проводяться з використанням колець Гельмгольца.

Випробування проводяться методом тестових поворотів в полі сили тяжіння з використанням або однієї пари колець Гельмгольца (рис. 1.16) або двох чи трьох пар (рис. 1.17), які створюють електромагнітне поле. Прилад встанов-

люють на пристосування і задають йому потрібну орієнтацію відносно вектору сили тяжіння і електромагнітного поля. Вихідний сигнал акселерометра записують до, під час і після дії електромагнітного поля. Проводиться кілька серій випробувань для різних орієнтацій акселерометра і електромагнітного поля. Завдяки таким випробуванням вдається встановити залежність параметрів акселерометра від електромагнітного поля.

Слід зазначити, що електромагнітні випробування має сенс проводити для тих акселерометрів, у яких є електромагнітні компоненти, наприклад, датчики кута або датчики моменту, на роботу яких впливає магнітне поле. Якщо ж таких компонентів немає, як, наприклад, у мікромеханічних акселерометрів з ємнісними датчиками переміщення, то такі акселерометри менш схильні до впливу електромагнітного поля.

2.5. Динамічні випробування акселерометрів

2.5.1. Випробування акселерометрів на центрифугі

Основне завдання даних випробувань – встановити лінійність або нелінійність вихідного сигналу акселерометра при значних порівняно з прискоренням сили тяжіння вхідних прискорень.

Для випробувань використовують центрифуги (рис. 2.23).

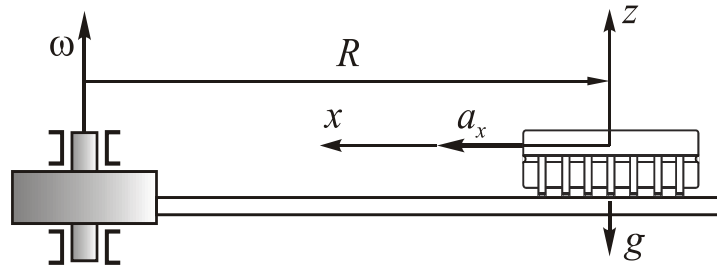


Рис. 2.23. Схема випробувань на центрифугі

Скористаємося виразом для усередненого вихідного сигналу осьового акселерометра:

$$u = u_0 + k_x a_x + k_y a_y + k_z a_z. \quad (2.89)$$

Задаємо центрифугі різні значення прискорення a_x . Відповідно до стандарту [47], пропонується наступний ряд прискорень:

$$5 \cdot 10^3 \text{ м/с}^2; 1 \cdot 10^4 \text{ м/с}^2; 2 \cdot 10^4 \text{ м/с}^2; 4 \cdot 10^4 \text{ м/с}^2; 6 \cdot 10^4 \text{ м/с}^2; 8 \cdot 10^4 \text{ м/с}^2; 1 \cdot 10^5 \text{ м/с}^2.$$

Для схеми випробувань, показаної на рис. 2.23, матимемо

$$a_x = \omega^2 R, \quad a_y = 0, \quad a_z = g. \quad (2.90)$$

Тут ω - кутова швидкість обертання центрифуги, R - радіус обертання. Так для $a_x = 1 \cdot 10^5 \text{ м/с}^2$ при $R = 1 \text{ м}$, отримаємо $\omega = 316 \text{ 1/с}$ або близько 3028 об/хв.

Підставимо вирази (2.90) у вираз (2.89). Для i -того вимірювання отримаємо

$$u_i = u_0 + k_z g + k_x \omega_i^2 R. \quad (2.91)$$

Позначимо

$$c_0 = u_0 + k_z g. \quad (2.92)$$

Провівши n випробувань, для i -того вимірювання отримаємо

$$u_i = c_0 + k_{xi} \omega_i^2 R. \quad (2.93)$$

Якщо у результаті випробувань експериментальна залежність $u = f(a_x)$ має нелінійний вигляд, для визначення її характеристик використовують наступний поліном

$$u_i = k_0 + k_1 a_{xi} + k_2 a_{xi}^2 + k_3 a_{xi}^3 + k_4 a_{xi}^4 + \xi_i, \quad (2.94)$$

де k_0, k_1, k_2, k_3, k_4 – шукані коефіцієнти регресійної моделі, ξ_i - шуми вимірювань.

Для n випробувань вираз (2.94) можна записати в матричній формі

$$\mathbf{u} = \mathbf{A}_x \mathbf{k}, \quad (2.95)$$

де

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_x = \begin{bmatrix} 1 & a_{x1} & a_{x1}^2 & a_{x1}^3 & a_{x1}^4 \\ 1 & a_{x2} & a_{x2}^2 & a_{x2}^3 & a_{x2}^4 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & a_{xn} & a_{xn}^2 & a_{xn}^3 & a_{xn}^4 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{k} = \begin{bmatrix} k_0 \\ k_1 \\ k_2 \\ k_3 \\ k_4 \end{bmatrix}.$$

Методом найменших квадратів знаходимо оцінки коефіцієнтів k_0, k_1, k_2, k_3, k_4 :

$$\hat{\mathbf{k}} = (\mathbf{A}_x^T \mathbf{A}_x)^{-1} \mathbf{A}_x^T \mathbf{u}. \quad (2.96)$$

Акселерометри також випробують на граничний рівень вимірюваного прискорення. Для цього вхідне прискорення збільшують невеликими кроками понад допустимого рівня. Вихідний сигнал повинен записуватися на кожному кроці. Зазвичай при величині вхідного прискорення, що перевищує на 10-20% допустимий рівень, настає руйнування (пошкодження) акселерометра.

Відзначимо, що дані випробування необхідно проводити з особливою обережністю, оскільки обертання центрифуги на критично високих обертах може викликати руйнування кріпильного пристосування, привести до пошкодження акселерометра і становить небезпеку для технічного персоналу.

2.5.2. Частотні характеристики акселерометрів

Розглянемо реакцію осьового акселерометра на вплив гармонійної вібрації, при цьому рівняння (2.49) набуде вигляду:

$$\ddot{x} + 2\xi\omega_0\dot{x} + \omega_0^2x = q_m \sin(\omega t + \varphi). \quad (2.97)$$

Рішення звичайного диференціального рівняння (2.97) будемо шукати у вигляді суми часткового рішення $x^* = x_m^* \sin(\omega t + \gamma)$ і спільного рішення однорідного рівняння:

$$x = x_m^* \sin(\omega t + \gamma) + C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t}. \quad (2.98)$$

Для слабо демпфованого акселерометра, коли $0 < \xi < 1$, знайдемо постійні інтегрування C_1, C_2 при нульових початкових умовах і отримаємо вираз для зсуву чутливого елемента акселерометра при вібрації об'єкта:

$$x(t) = x_m^* \sin(\omega t + \gamma) - x_m^* e^{-\xi\omega_0 t} \left[\sin \gamma \cdot \cos(\sqrt{1 - \xi^2} \omega_0 t) + \frac{(\omega \cos \gamma + \xi \omega_0 \sin \gamma)}{\omega_0 \sqrt{1 - \xi^2}} \sin(\sqrt{1 - \xi^2} \omega_0 t) \right]. \quad (2.99)$$

Для **сильно** демпфованого акселерометра ($\xi > 1$) після аналогічного рішення отримаємо:

$$x(t) = x_m^* \sin(\omega t + \gamma) - x_m^* e^{-\xi\omega_0 t} \left[\sin \gamma \cdot ch(\sqrt{\xi^2 - 1} \omega_0 t) + \frac{(\omega \cos \gamma + \xi \omega_0 \sin \gamma)}{\omega_0 \sqrt{\xi^2 - 1}} sh(\sqrt{\xi^2 - 1} \omega_0 t) \right]. \quad (2.100)$$

З отриманих виразів (2.99) і (2.100) випливає, що коливання чутливого елемента акселерометра, викликані дією вібрації, є результатом додавання двох рухів:

- вимушених коливань з частотою вібрації,
- затухаючого руху з частотою власних коливань, що виникає через дії вібрації.

Причому, ці затухаючі рухи відрізняються тим, що у слабо демпфованому акселерометрі згасаючий рух має гармонійний характер, а у сильно демпфованому акселерометрі згасаючий рух має аперіодичний характер.

Для акселерометра з $\xi = 1$ і $\lambda = -\omega_0$ загальне рішення буде відрізнятися від попередніх двох випадків:

$$x = x_m^* \sin(\omega t + \gamma) + e^{\lambda t} (C_1 + C_2 t).$$

Знаходячи постійні інтегрування C_1, C_2 при нульових початкових умовах, отримаємо часову характеристику акселерометра

$$x(t) = x_m^* \sin(\omega t + \gamma) - x_m^* e^{-\omega_0 t} [\sin \gamma + (\omega \cos \gamma + \omega_0 \sin \gamma) t]. \quad (2.101)$$

З останнього виразу випливає, що рух чутливого елемента акселерометра з $\xi = 1$, викликане дією вібрації, є результатом складання вимушених коливань з частотою вібрації і затухаючого аперіодичного руху.

Залежність амплітуди вимушених коливань x_m^* від частоти вібрації

Двічі диференціюючи x^* і підставляючи в вихідне рівняння (2.97), отримаємо

$$x_m^* (\omega_0^2 - \omega^2) \sin(\omega t + \gamma) + 2\xi \omega_0 x_m^* \omega \cos(\omega t + \gamma) = q_m \sin(\omega t + \varphi).$$

Зауважимо, що

$$\omega t + \varphi = (\omega t + \gamma) + \varphi - \gamma.$$

Скористаємося базової тригонометричної формулою

$$\begin{aligned} \sin(\omega t + \varphi) &= \sin[(\omega t + \gamma) + (\varphi - \gamma)] = \\ &= \sin(\omega t + \gamma) \cos(\varphi - \gamma) + \cos(\omega t + \gamma) \sin(\varphi - \gamma). \end{aligned}$$

Тоді попередню тотожність запишемо у вигляді

$$\begin{aligned}
& x_m^* (\omega_0^2 - \omega^2) \sin(\omega t + \gamma) + 2\xi \omega_0 x_m^* \omega \cos(\omega t + \gamma) = \\
& = q_m \sin(\omega t + \gamma) \cos(\varphi - \gamma) + q_m \cos(\omega t + \gamma) \sin(\varphi - \gamma).
\end{aligned}$$

Оскільки це рівність має виконуватися в будь-який момент часу, тоді, прирівнюючи коефіцієнти при тригонометричних функціях, отримуємо

$$x_m^* (\omega_0^2 - \omega^2) = q_m \cos(\varphi - \gamma),$$

$$2\xi \omega_0 x_m^* \omega = q_m \sin(\varphi - \gamma).$$

Підсумовуючи квадрати правих частин і ділячи друге рівняння на перше, отримаємо

$$x_m^* = \frac{q_m}{\sqrt{4\xi^2 \omega_0^2 \omega^2 + (\omega_0^2 - \omega^2)^2}}; \quad (2.102)$$

$$\operatorname{tg}(\varphi - \gamma) = \frac{2\xi \omega_0 \omega}{\omega_0^2 - \omega^2}. \quad (2.103)$$

Визначимо залежність амплітуди x_m^* від частоти ω та коефіцієнта ξ .

Амплітуду вимушених коливань (2.102) виразимо наступним чином

$$x_m^* = \frac{q_m}{\omega_0^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{4\xi^2 \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2}}.$$

Розглянемо статичне відхилення $x_{cm} = \frac{q_m}{\omega_0^2}$ та розлад частот $\zeta = \frac{\omega}{\omega_0}$.

Тоді амплітуда вимушених коливань або амплітудно-частотна характеристика і коефіцієнт динамічності μ матимуть вигляд відповідно [13]:

$$x_m^* = \frac{x_{cm}}{\sqrt{4\xi^2 \zeta^2 + (1 - \zeta^2)^2}},$$

$$\mu = \frac{x_m^*}{x_{cm}} = \frac{1}{\sqrt{4\xi^2 \zeta^2 + (1 - \zeta^2)^2}}.$$

На рис. 2.24 представлена залежність коефіцієнта динамічності від розладу частот при різних значеннях ξ .

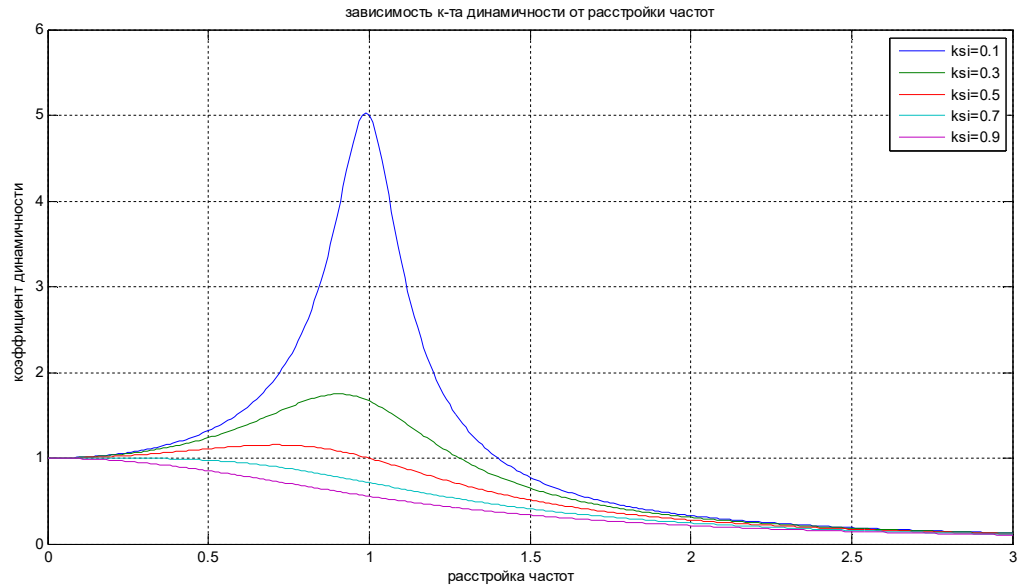


Рис. 2.24. Залежність коефіцієнта динамічності від розладу частот

Максимум функції $\mu(\zeta)$ відповідає значенню ζ_i , при якому підкореновий вираз мінімальний. Щоб визначити ζ_i , розглянемо функцію

$$y = 4\xi^2\zeta^2 + (1 - \zeta^2)^2.$$

Диференціюючи її за ζ і прирівнюючи до нуля, визначаємо

$$\zeta_i = \sqrt{1 - 2\xi_i^2}.$$

Область допустимих значень $\xi^2 \leq \frac{1}{2}$. Це означає, що при таких значеннях ξ_i коефіцієнт динамічності має екстремальні значення. При $\xi^2 \geq \frac{1}{2}$ амплітуда вимушених коливань монотонно спадає зі збільшенням ζ .

При цьому

$$\mu_{\max} = \frac{1}{2\xi_i\sqrt{1 - \xi_i^2}}.$$

Розрахуємо деякі критичні значення ζ_i та $\mu_{\max}(\zeta_i)$ для різних значень ξ_i :

ξ_i	ζ_i	$\mu_{\max}(\zeta_i)$
0	1	∞
0,1	0,989949	5,025189
0,3	0,905539	1,747141
0,5	0,707107	1,154701
0,7	0,141421	1,0002
0,7071	0,004379	1

Отже, зі збільшенням ξ_i положення максимуму функції $\mu(\zeta_i)$ зміщується вліво (рис. 2.24).

При $\zeta = 1$ настає явище резонансу. Якщо $\xi = 0$, тоді при $\zeta = 1$ коефіцієнт динамічності $\mu \rightarrow \infty$.

Зупинимося на фазовій характеристиці або фазо-частотній характеристиці (ФЧХ):

$$\operatorname{tg}(\varphi - \gamma) = \frac{2\xi\omega_0\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}.$$

Тоді

$$\varphi - \gamma = \operatorname{arctg} \frac{2\xi\zeta}{1 - \zeta^2}.$$

На рис. 2.25 зображений графік [13] залежності фази коливань від розладу частот

$$\varphi - \gamma = \operatorname{arctg} \frac{2\xi\zeta}{1 - \zeta^2}.$$

Слід зазначити, що в теорії автоматичного керування [38] використовують формулу

$$\gamma = -\operatorname{arctg} \frac{2\xi\zeta}{1 - \zeta^2}.$$

В цьому випадку, графік ФЧХ матиме вигляд дзеркального відображення графіка на рис. 2.25, а величина фази буде змінюватися в межах від 0 до -180° .

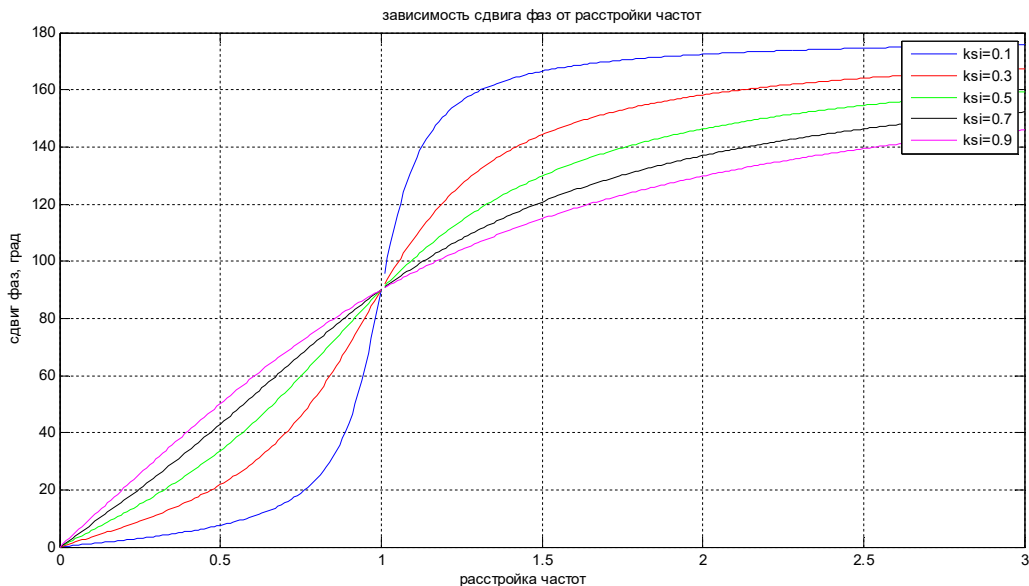


Рис. 2.25. Залежність фази коливань від розладу частот

Зауважимо, що тут мають місце два випадки:

- 1) при $0 \leq \zeta \leq 1$ розрахунок ведеться за формулою $\varphi - \gamma = \operatorname{arctg} \frac{2\xi\zeta}{1 - \zeta^2}$;

2) при $\zeta > 1$ розрахунок ведеться за формулою $\varphi - \gamma = \pi - \arctg \frac{2\xi\zeta}{\zeta^2 - 1}$.

Відзначимо загальні властивості вимушених коливань акселерометра, що відрізняють їх від власних коливань:

- Амплітуда вимушених коливань не залежить від початкових умов.
- Вимушені коливання при наявності сил опору не загасають.
- Частота вимушених коливань дорівнює частоті вимушеної сили.
- Навіть при малій вимушеній силі можна отримати інтенсивні вимушені коливання, якщо опір малий, а частота вимушених коливань близька до частоті власних коливань.
- Навіть при великих значеннях вимушеної сили вимушені коливання можна створити малими, якщо частота вимушених коливань набагато більше частоти власних коливань.

2.5.3. Вібраційні випробування акселерометрів

Вібрація являє собою гармонійні, полігармонічні і випадкові коливання.

Перш за все треба мати на увазі, що випробування різних типів акселерометрів відрізняються один від одного.

Цілями вібровипробувань навігаційних акселерометрів є:

- оцінка вібростійкості;
- оцінка віброміцності;
- визначення резонансних частот і смуги пропускання.

Віброміцність – здатність виробу зберігати працездатність після впливу вібрації.

Вібростійкість – здатність виробу зберігати працездатність під час дії вібрації.

При випробуваннях на вібростійкість, прилад у включеному стані випробовують на вплив вібрації на фіксованій частоті і з певною амплітудою віброприскорення і вібропереміщення упродовж певного періоду часу, обумовленого ТУ.

При випробуваннях на віброміцність, прилад в вимкненому стані випробовують на вплив вібрації на фіксованій частоті і більшою амплітудою віброприскорення і вібропереміщення упродовж певного періоду часу, обумовленого ТУ. Потім, після закінчення випробувань акселерометр перевіряють на працездатність.

В якості випробувального устаткування використовуються електродинамічні вібростенди.

Для отримання АЧХ акселерометра, його жорстко прикріплюють до столу вібростенда (рис. 2.26) і збуджують синусоїдальну вібрацію уздовж осі чутли-

вості. Підтримують однаковий рівень вібрації, наприклад $1g$, за допомогою п'єзодатчика, а частоту змінюють в смузі пропускання зазвичай від 25 Гц до 2 кГц. Вихідний сигнал акселерометра записують і порівнюють з еталонним сигналом п'єзодатчика, використовуючи аналізатор спектру визначають АЧХ.

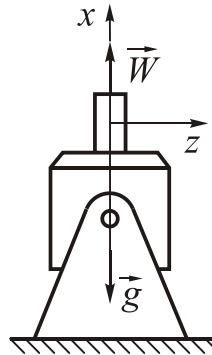


Рис. 2.26. Схема кріплення акселерометра при вібровипробуваннях

З отриманого графіка АЧХ (рис. 2.27) визначають резонансну частоту ω_0 акселерометра, максимальне значення амплітуди, яке відповідає резонансній частоті ω_0 , а також смугу пропускання ω_n — частоту, до якої забезпечується стабільність амплітуди вихідного сигналу акселерометра в межах 3дБ [4].

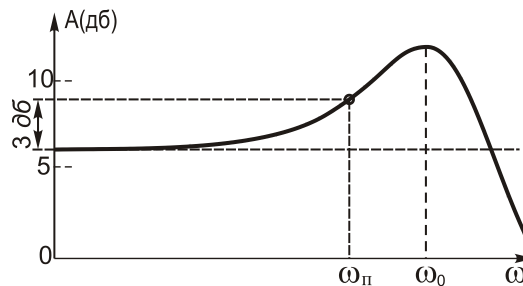


Рис. 2.27. Сму́га пропускання акселерометра

На рис. 2.28 представлена структурна схема стенду вібровипробувань навігаційних акселерометрів [9]. Установка для вібровипробувань складається з персонального комп'ютера 1, блоку живлення 2, віброконтролера 3, підсилювач 4, вібратор 5, еталонний п'єзоелектричний датчик 6, перетворювач заряду 7, досліджуваний акселерометр 8, блок електроніки 9 і блок керування акселерометра 10.

Напруга з блоку живлення 2 подається на блок контролю акселерометра 10, потім на блок електроніки 9, а також на акселерометр 8, закріплений на вібраторі 5. Персональний комп'ютер 1 керує процесом вібрації через віброконтролер 3 і підсилювач 4. Зворотній зв'язок реалізовано за допомогою контрольного п'єзоелектричного датчика 6 і перетворювача заряду 7. Сигнал останнього потрапляє на віброконтролер 3 і таким чином коригується керуючий сигнал.

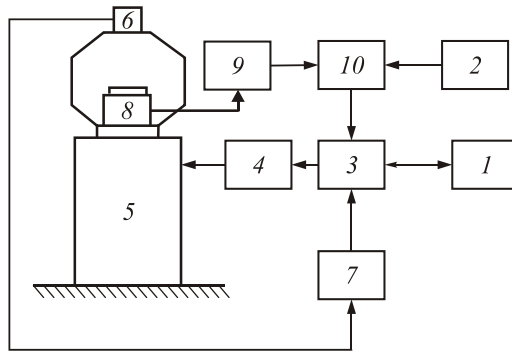


Рис. 2.28. Схема вібровипробувань навігаційних акселерометрів

Вихідний сигнал акселерометра, через блок електроніки 9 і блок контролю акселерометра 10 передається на віброконтролер 3, звідки транслюється на персональний комп'ютер і зберігається.

Склад вібровипробувальної установки може складатися з наступного обладнання [9]:

- вібратора Brüel&Kjær PM Vibration Exciter Type 4809;
- підсилювач потужності Brüel&Kjær 2718;
- віброконтролер VR 8500-2 Vibration Research Corporation;
- п'єзоелектричний акселерометр Brüel&Kjær 8305/-001;
- перетворювач заряду Brüel&Kjær 2647В.

Вібратор В&К PM Vibration Exciter Type 4809 має частотний діапазон 10 – 20000 Гц, силу виштовхування – 45 Н і максимальне прискорення 736 м/с².

На рис. 2.29 зображена амплітудно-частотна характеристика навігаційного акселерометра з максимумом АЧХ – 1,7 Дб і смугою пропускання – 1526Гц.

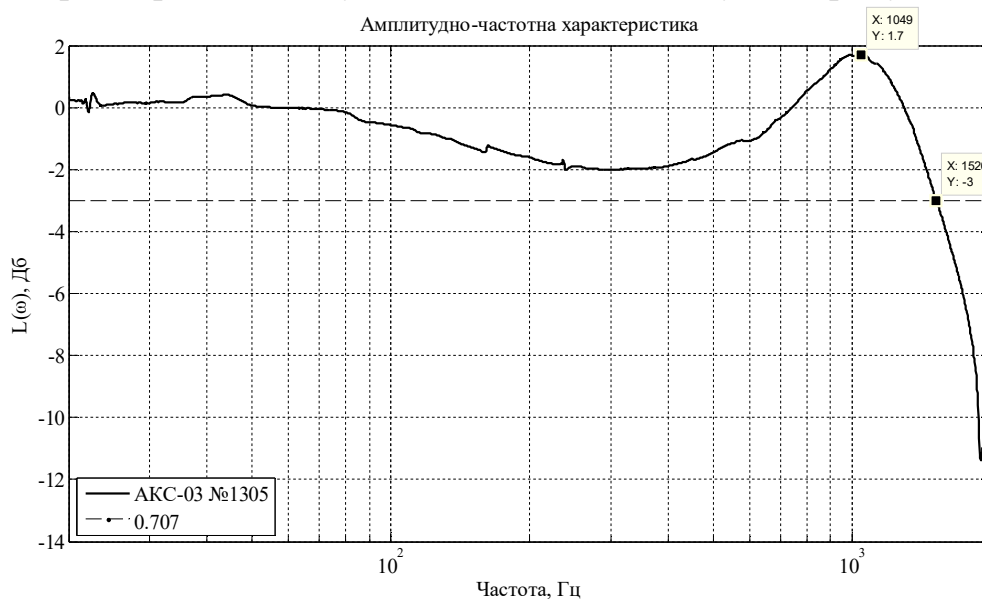


Рис. 2.29. Амплітудно-частотна характеристика навігаційного акселерометра АКС-03

Віброконтролер VR 8500-2 Vibration Research Corporation має частотний діапазон 0.00001 – 43000 Гц. Нерівномірність АЧХ ± 0.15 Дб. Віброконтролер має 4 основні канали і за допомогою додаткової електронної плати можна збільшити кількість каналів до 16. Даний пристрій дозволяє не тільки задавати керуючий сигнал для вібратора, а й приймати і записувати вихідний сигнал з додаткового приладу (в нашому випадку досліджуваного акселерометра). Похибка вимірювання ± 0.1 Дб.

Підсилювач потужності B&K 2718 має частотний діапазон 10 – 20000 Гц і максимальний струм – 5 А. Вихідна потужність – 75 ВА; нерівномірність амплітудно-частотної характеристики – ± 0.5 Дб.

Схема вібровипробувань мікромеханічних (MEMS) акселерометрів зображена на рис. 2.30 [63]. Тут введені такі позначення: 1 – вібростенд, 2 – монтажне пристосування, 3 – монтажна сода, 4 – мікроакселерометри, w – віброприскорення.

Все сказане вище про вібровипробування відноситься і до мікромеханічних акселерометрів. Відмінність полягає в масовості виробництва і отже, випробування MEMS мають також масовий характер. При цьому виникає завдання створення автоматизованої випробувальної системи, що включає спеціальне програмне забезпечення з управління випробувань і обробці результатів випробувань.

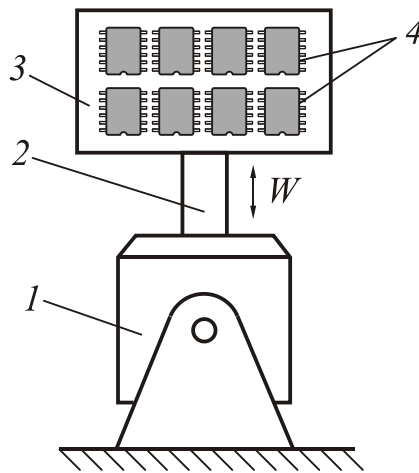


Рис. 2.30. Схема вібровипробувань мікромеханічних акселерометрів

2.5.4. Дослідження шумових характеристик мікроакселерометрів

Мініатюризація інерційних датчиків обмежена не стільки можливістю виробництва мікро- і нано- структур, скільки впливом шуму на корисний сигнал [59].

Як приклад розглянемо шумові параметри вихідного сигналу мікроакселерометра ADXL202 фірми Analog Devices Inc.® з діапазоном вимірювання ± 2

g. Для вимірювань використовувався макет інерційного вимірювального модуля з USB-портом [6]. На рис. 2.33 представлені вихідні сигнали блоку мікроакселерометрів ADXL202, що містять шумові складові.

Для дослідження шумових характеристик мікроакселерометрів використовують варіації Аллана (Додаток 4):

$$\sigma_A^2(\tau) = R^2 \frac{\tau^2}{2} + K^2 \frac{\tau}{3} + B^2 \frac{2}{\pi} \ln 2 + N^2 \frac{1}{\tau} + Q^3 \frac{3}{\tau^2},$$

де R, K, B, N, Q – коефіцієнти випадкового прискорення, що визначаються як:

- R – квазідетермінована зміна вхідного прискорення;
- K – випадкове блукання прискорення;
- B – нестабільність зміщення нуля;
- N – випадкове блукання швидкості (білий шум);
- Q – квантування вихідного сигналу.

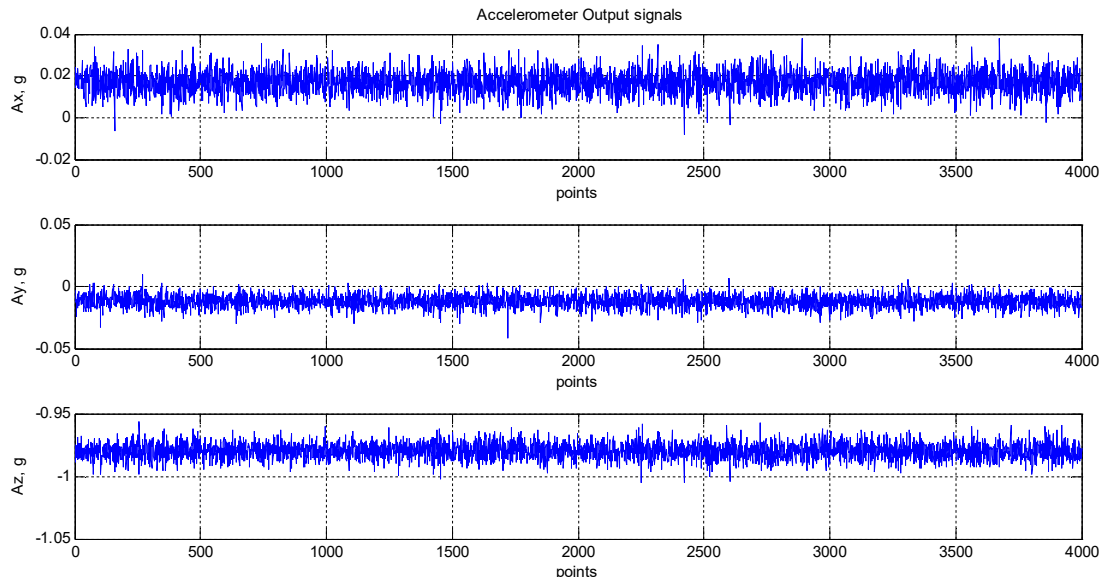


Рис. 2.33. Вихідні сигнали блоку мікроакселерометрів ADXL202

У результаті двогодинних записів вихідних сигналів мікроакселерометрів ADXL202 з частотою опитування 400 Гц було побудовано графіки варіацій Аллана (рис. 2.34).

Для двох інших акселерометрів A_y і A_z графіки мають схожий характер. З аналізу графіків була складена табл.2.1, що містить чисельні значення шуканих коефіцієнтів.

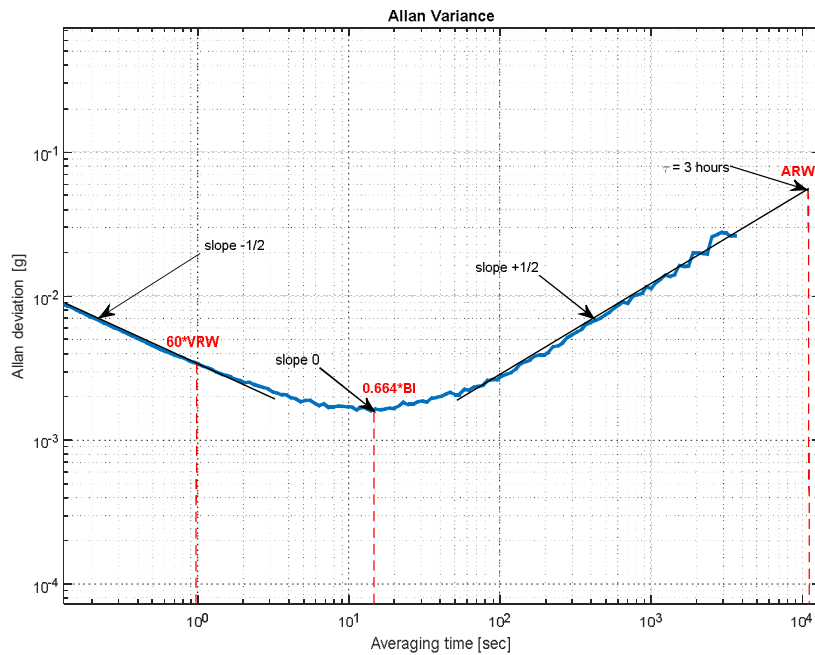


Рис. 2.34. Графік варіацій Аллана для акселерометра A_x

Таблиця 2.1. Чисельні значення коефіцієнтів варіацій Аллана

Найменування параметру	A_x	A_y	A_z
N - випадкове блукання швидкості, $10^{-5} g\sqrt{s}$	5,8	5,0	5,8
B - нестабільність зміщення нуля, $10^{-3} g$	2,6	2,6	2,6
K - випадкове блукання прискорення, $10^{-2} g\sqrt{s}$	5,5	3,5	3,7

Як видно з графіків у вихідному сигналі відсутні шумові складові, викликані квазидетермінованою зміною вхідного прискорення і квантуванням вихідного сигналу.

Контрольні запитання

1. Що собою являє перехідна характеристика слабо-демпфованого акселерометра?
2. Що собою являє перехідна характеристика сильно-демпфованого акселерометра?
3. У чому полягає метод тестових поворотів?
4. У чому полягає метод послідовних поворотів?
5. Як впливає нахил ОДГ на результати випробувань акселерометрів?
6. Намалювати схему кліматичних випробувань акселерометрів.
7. Намалювати схему випробувань акселерометрів на центрифугі.
8. Що таке АЧХ і ФЧХ акселерометра?
9. Накреслити схему вібраційних випробувань акселерометрів.

3. ВИПРОБУВАННЯ ГІРОСКОПІВ

Гіроскопи розробляються і виробляються для дуже широкого застосування. Вимоги по точності для таких приладів відрізняються на вісім порядків [66]. Так само відрізняються умови функціонування таких приладів від потенційно більш м'яких морських умов експлуатації до високо динамічних умов використання ракет.

Методи випробувань гіроскопів повинні відображати клас точності приладу, а також умови його застосування.

Випробування гіроскопів можна умовно розділити на *автономну перевірку* та *випробування у замкнутій системі* [32].

Автономна перевірка гіроскопів

Автономна перевірка гіроскопів починається з їх вхідного контролю.

Вхідний контроль проводять для того, щоб не допустити у виробництво продукції, яка не відповідає вимогам конструкторської та нормативно-технічної документації.

Вхідний контроль гіроскопів встановлюють суцільним.

Вхідний контроль необхідно проводити в спеціально відведеному приміщенні (ділянці), обладнаному необхідними засобами контролю, випробувань та оргтехніки, який також відповідає вимогам безпеки праці.

Робочі місця і персонал, який здійснює вхідний контроль, повинні бути атестовані. До вхідного контролю допускається продукція, прийнята відділом технічного контролю (ВТК), представництвом замовника, підприємства-постачальника і надійшла із супровідною документацією.

Порядок проведення вхідного контролю:

- перевірити супровідні документи, що засвідчують якість продукції, і зареєструвати продукцію в журналах обліку результатів вхідного контролю;
- перевірити комплектність, упаковку, маркування, зовнішній вигляд;
- провести контроль якості продукції за технологічним процесом вхідного контролю.

У виробництво повинна передаватися прийнята за результатами вхідного контролю продукція з відповідною відміткою в облікових або супровідних документах. Допускається маркування (таврування) прийнятої продукції. Продукція, що надійшла від підприємства-постачальника до проведення вхідного контролю, повинна зберігатися окремо від прийнятої і забракованої вхідним контролем. Забракована при вхідному контролі продукція повинна маркуватися "брак" і направлятися в ізолятор .

Після вхідного контролю автономна перевірка механічних гіроскопів полягає:

- в контролі всіх електричних кіл (статора двигуна, датчиків кута і моменту, магнітного підвісу, обігрівачів і термопар), для чого вимірюється опір кола і проводиться перевірка його функціонування;
- в перевірці правильності підключення фаз, яка визначає напрямок обертання ротора, полярностей вихідного сигналу датчика кута і напрямку реакції датчика моменту, гарантує точність виконання електричного монтажу всередині гіроскопа і випробувального обладнання.

Під час автономної перевірки двоступеневого поплавцевого гіроскопу визначаються коефіцієнт демпфування гіроскопу, якість заповнення приладу підтримуючої рідиною, нестабільність становища вихідного валу, а також працездатність обігрівачів і термодатчиків.

Якщо в процесі проведення випробувань виникають невідповідності фактичних показників до вимог ТУ, випробування повинні бути перервані, а невідповідності повністю усунені.

Випробування гіроскопів в замкнутій системі

Випробування гіроскопів в замкнутій системі призначені для отримання калібрувальної характеристики, вимірювання похибок (дрейфів) і для аналізу шумових характеристик.

Зазвичай такі випробування автоматизовані. Участь оператора в автоматизованих випробуваннях зводиться до контролю, перевірки обладнання і припинення випробувань при виявленні неполадок. Відповідальний за випробування інженер повинен проаналізувати отримані дані і дати їм оцінку, яка полягає або у визначенні фактичної точності приладу, або в з'ясуванні причин відхилень точності приладу.

Випробування гіроскопів в замкнутій системі підрозділяються на три категорії:

- калібрувальні (статичні) випробування;
- випробування у режимі одновісного гіростабілізатора;
- випробування у режимі зворотного зв'язку за моментом (режим «електричної пружини»).

Останні дві категорії відносяться до механічних гіроскопа.

3.1. Калібрувальні (статичні) випробування гіроскопів

Метою калібрувальних випробувань є отримання статичної характеристики гіроскопа, визначення масштабного коефіцієнта, динамічного діапазону гіроскопа, нульового сигналу і порогу чутливості.

Для калібрувальних випробувань використовують одновісні поворотні установки [47].

Одноосьова поворотна установка (рис. 1.5) має вертикально розташовану вісь обертання. Для компенсації тертя в осі обертання використовують шарикопідшипники або газодинамічні опори. Для виставлення поворотної установки відносно вертикалі можуть бути використані прецизійні рідинні рівні. Нахили поворотної установки регулюються шайбами під основою столу або стійками.

Орієнтація установки відносно сторін світу не має особливого значення, якщо одноосьова поворотна установка використовується тільки для вимірювань масштабного коефіцієнту гіроскопа, використовуючи обертання столу.

Гіроскоп з монтажним пристосуванням закріплюється на поворотному столі для виконання різних лабораторних випробувань.

Тривалі обертання поворотної установки з різною швидкістю і напрямком обертання навколо осі, яка паралельна вхідній осі гіроскопа, використовуються для калібрування гіроскопа – визначення нульового сигналу і масштабного коефіцієнту.

Статичною характеристикою гіроскопа називається залежність його вихідного сигналу від вхідної кутової швидкості (рис. 3.1) [66]. В ідеальному випадку характеристика повинна бути лінійною у всьому динамічному діапазоні. Реально має місце те чи інше наближення до ідеальної характеристики.

На практиці використовують такі параметри калібрувальної характеристики:

- *масштабний коефіцієнт гіроскопа M* дорівнює тангенсу кута нахилу калібрувальної характеристики до осі абсцис;
- *поріг чутливості* – це мінімальна кутова швидкість, на яку реагує гіроскоп. Поріг чутливості визначається деякою малою зоною застою на початку калібрувальної характеристики, всередині якої реакція гіроскопу на вхідну кутову швидкість відсутня;
- *нульовий сигнал* – вихідний сигнал гіроскопа при відсутності вхідної кутової швидкості.
- *динамічний діапазон* – діапазон виміру гіроскопом кутової швидкості.

Вихідним сигналом може бути напруга $U_{вих}$ для мікромеханічних гіроскопів, струм $i_{вих}$ для механічних гіроскопів та ДНГ, різниця частот Δf для лазерних та твердотільних хвильових гіроскопів і різниця фаз $\Delta\varphi$ для волоконно-оптичних гіроскопів.

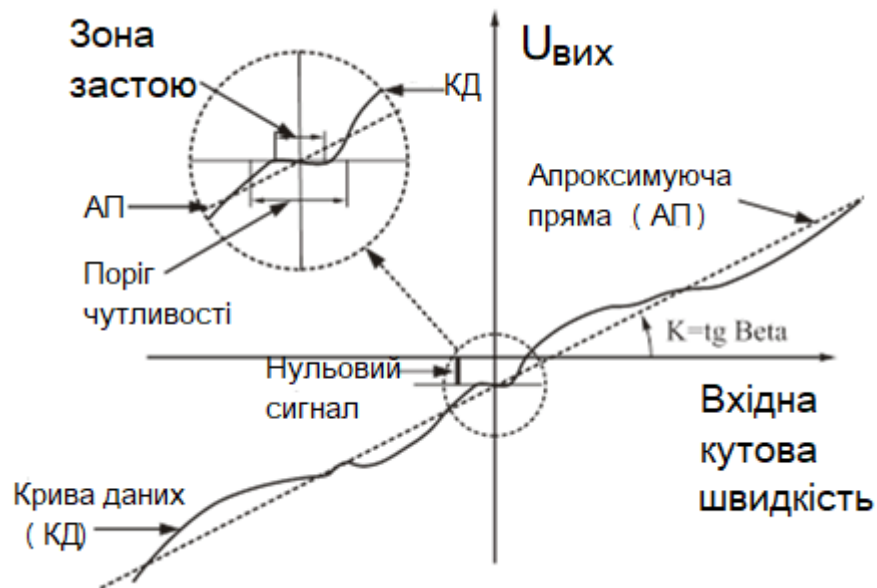


Рис. 3.1. Статична характеристика гіроскопа

Статичну характеристику визначають при кліматичних та інших випробуваннях.

Як приклад на рис. 3.2 [66] показана установка для калібрувальних випробувань з використанням прецизійного поворотного столу і термокамери.

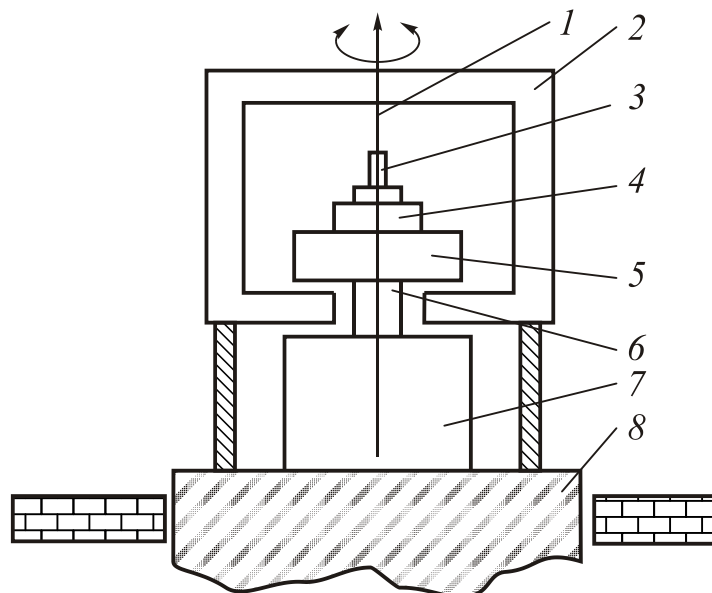


Рис. 3.2. Установка для калібрувальних випробувань

Установка містить одноосьову поворотну установку з вертикальною віссю обертання 1, термокамеру 2, гіроскоп 3, монтажне пристосування 4, стіл або плиту 5, струмопідводи 6, двигун 7 і розв'язаний фундамент 8. Кутова швидкість може змінюватися від одиниць $^{\circ}/\text{с}$ до багатьох сотень $^{\circ}/\text{с}$. Виробники в да-

ний час пропонують поворотні столи з кутовий швидкістю від $0,1^\circ/\text{с}$ до $3000^\circ/\text{с}$.

Обладнання зазвичай встановлюється з вертикальним розташуванням осі обертання столу на гранітну основу або «розв'язаний» фундамент, щоб забезпечити віброізоляцію і стійкість. З метою безпеки дане обладнання огорожують сіткою або перегородками.

Для випробувань на визначення масштабного коефіцієнта, гіроскоп надійно встановлюється на поворотному столі так, щоб його вісь чутливості збігалася або була паралельна осі обертання столу.

Поворотний стіл можна використовувати для різних режимів випробувань. Основний принцип використання поворотного столу полягає в порівнянні вихідного сигналу гіроскопа з кутовою швидкістю столу. Слід уважно стежити, щоб кутова швидкість столу точно відповідала програмі випробувань.

Програма випробувань може бути представлена у вигляді наступного ряду вхідної кутової швидкості поворотної установки [47]:

+ $10^\circ/\text{с}$ та $-10^\circ/\text{с}$;
 + $100^\circ/\text{с}$ та $-100^\circ/\text{с}$;
 + $200^\circ/\text{с}$ та $-200^\circ/\text{с}$;
 + $400^\circ/\text{с}$ та $-400^\circ/\text{с}$

тощо.

Масштабний коефіцієнт гіроскопа калібрується у результаті тривалого обертання поворотного столу при різних величинах кутової швидкості обертання і коли вхідна вісь гіроскопа паралельна осі обертання столу.

У результаті калібрувальних випробувань оцінюються такі характеристики:

- зміна середнього значення масштабного коефіцієнта у результаті зміни кутової швидкості обертання стола, лінійність масштабного коефіцієнта;
- після випробувань на стійкість до зовнішніх впливів визначається СКВ розкиду масштабного коефіцієнту одного гіроскопу від запуску до запуску або партії гіроскопів, виготовлених за однією і тією ж технологією;
- залежність середньої величини масштабного коефіцієнту від зміни температури;
- будь-який гістерезис вихідного сигналу гіроскопу (рис. 3.3).

У разі триступневих гіроскопів, таких як ДНГ, даний спосіб випробувань може бути застосований відносно двох ортогональних осей чутливості. Дані з проведених випробувань зазвичай аналізуються шляхом порівняння вихідного сигналу гіроскопа зі зв'язаною величиною кутової швидкості обертання стола, яка зазвичай вимірюється тахогенератором.

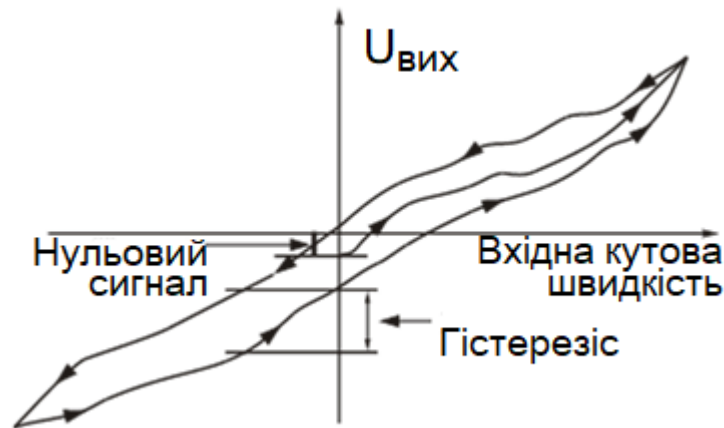


Рис. 3.3. Статична характеристика гіроскопа з ефектом гістерезису

Даний процес повторюється для всіх зібраних послідовностей даних випробувань, після чого, використовуючи метод найменших квадратів (Додаток 2), будується апроксимуюча пряма $y = a_0 + a_1 x$, коефіцієнти якої дорівнюють нульовому сигналу і масштабному коефіцієнту. Крім того, можна графічним способом обчислити тангенс кута нахилу цієї прямої до осі абсцис, який дорівнює масштабного коефіцієнту гіроскопа.

На рис. 3.4 зображена статична характеристика гіроскопа типу ДУС.

Лінійний характер отриманої статичної характеристики дозволяє графічним способом обчислити масштабний коефіцієнт гіроскопу: $k=0,451 \text{ В/}^\circ\text{/с}$. Діапазон вимірювання також легко визначити: $\pm 30 \text{ }^\circ\text{/с}$. Однак інші параметри з отриманої статичної характеристики визначити неможливо. Для цього необхідно побудувати фрагмент статичної характеристики в зоні $\pm 1 \text{ }^\circ\text{/с}$ (рис. 3.5) з більш детальним розрішенням.

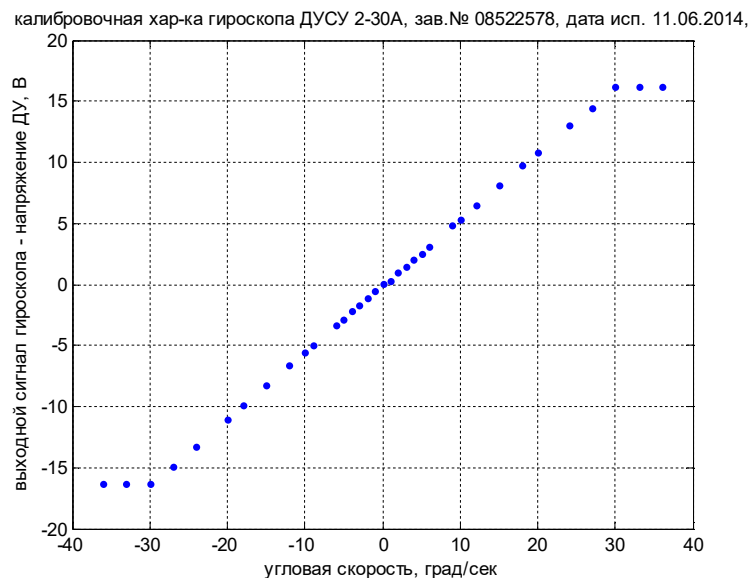


Рис. 3.4. Статична характеристика гіроскопа типу ДУС

Отриманий фрагмент калібрувальної характеристики дозволяє визначити нульовий сигнал гіроскопа: $u_0 = 0,11\text{В}$, поріг чутливості: $\pm 0,4^\circ/\text{с}$ і зону застою: $\pm 0,2^\circ/\text{с}$.

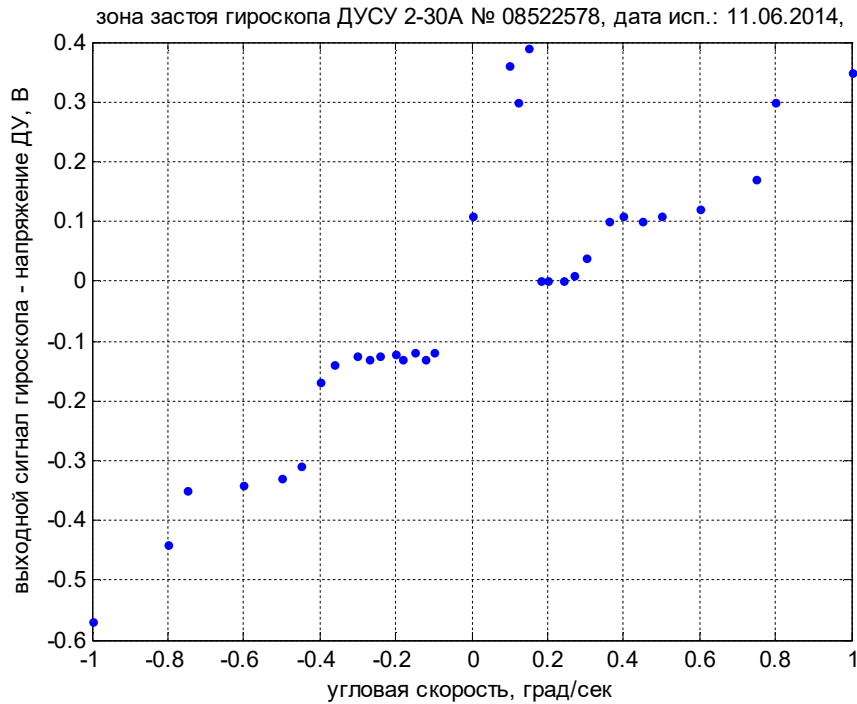


Рис. 3.5. Фрагмент статичної характеристики в зоні ± 1 град/сек

Тут в інтервалі $[0; 0,17\text{с}]$ спостерігаються викиди, пов'язані ймовірно з промахами вимірювань (Додаток 1).

Якщо у результаті випробувань виявлено нелінійність статичної характеристики, то використовуючи МНК вищого порядку, наприклад, четвертого, можна визначити її параметри.

Вихідний сигнал двоступеневих механічного гіроскопа запишемо у вигляді:

$$U_{\text{вых}} = B_{\omega} + S_{\omega} \omega_{\text{ex}} + n_{\omega}, \quad (3.1)$$

де B_{ω} – нульовий сигнал, ω_i – вхідна кутова швидкість, S_{ω} – масштабний коефіцієнт, n_{ω} – випадковий шум.

Для вимірювального блоку, що складається з трьох гіроскопів, осі чутливості яких розташовані уздовж осей Ox_1, Oy_2, Oz_3 , вихідні сигнали будуть мати вигляд:

$$\begin{aligned} U_{\omega x} &= B_{\omega x} + S_{\omega x} \omega_{x1} + n_{\omega x}; \\ U_{\omega y} &= B_{\omega y} + S_{\omega y} \omega_{x2} + n_{\omega y}; \\ U_{\omega z} &= B_{\omega z} + S_{\omega z} \omega_{x3} + n_{\omega z}. \end{aligned} \quad (3.2)$$

Тут $B_{\omega x}, B_{\omega y}, B_{\omega z}$ – нульові сигнали гіроскопів, $S_{\omega x}, S_{\omega y}, S_{\omega z}$ – масштабні коефіцієнти кожного з гіроскопів, $\omega_{x1}, \omega_{y2}, \omega_{z3}$ – значення проекцій кутової швидкості на осі чутливості гіроскопів Ox_1, Oy_2, Oz_3 , $n_{\omega x}, n_{\omega y}, n_{\omega z}$ – шуми вимірювань.

Отриману систему рівнянь запишемо в матричній формі:

$$\begin{bmatrix} U_{\omega x} \\ U_{\omega y} \\ U_{\omega z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{\omega x} \\ B_{\omega y} \\ B_{\omega z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} S_{\omega x} & 0 & 0 \\ 0 & S_{\omega y} & 0 \\ 0 & 0 & S_{\omega z} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \omega_{x1} \\ \omega_{y2} \\ \omega_{z3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_{\omega x} \\ n_{\omega y} \\ n_{\omega z} \end{bmatrix}. \quad (3.3)$$

Через похибки виготовлення і установки гіроскопів в інерціально-вимірювальний модуль напрямки осей чутливості гіроскопів Ox_1, Oy_2, Oz_3 не ортогональні. Це призводить до появи кутів невиставлення між номінальними осями $Oxyz$ і реальними осями чутливості гіроскопів Ox_1, Oy_2, Oz_3 . Число таких кутів дорівнює шести (рис. 2.3).

За аналогією з (2.24) з урахуванням кутів невиставлення або неортогональності, можна записати

$$\begin{bmatrix} \omega_{x1} \\ \omega_{y2} \\ \omega_{z3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \Delta_{xz} & -\Delta_{xy} \\ -\Delta_{yz} & 1 & \Delta_{yx} \\ \Delta_{zy} & -\Delta_{zx} & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}.$$

Підставляючи останній вираз в (3.3), отримаємо

$$\begin{bmatrix} U_{\omega x} \\ U_{\omega y} \\ U_{\omega z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{\omega x} \\ B_{\omega y} \\ B_{\omega z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_{\omega x} \\ n_{\omega y} \\ n_{\omega z} \end{bmatrix}, \quad (3.4)$$

де

$$\begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_x & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 \\ 0 & 0 & S_z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & \Delta_{xz} & -\Delta_{xy} \\ -\Delta_{yz} & 1 & \Delta_{yx} \\ \Delta_{zy} & -\Delta_{zx} & 1 \end{bmatrix}.$$

Однак, як показує практика, механічним гіроскопа притаманні дрейфи, які залежать від g та g^2 . Отримаємо аналітичну модель дрейфу двоступеневих гіроскопа.

3.2. Модель дрейфу двоступеневого поплавцевого гіроскопу

Нагадаємо принцип роботи двоступеневих гіроскопа, зображеного на рис. 3.6. Прямокутна система координат $Oxyz$ пов'язана із заснуванням приладу. Ось Oy – вісь чутливості гіроскопа або, згідно [32], вхідні вісь, вісь Ox – вихідна вісь гіроскопа, вісь Oz пов'язана з напрямком вектору кінетичного моменту гіроскопа $\vec{H}$.

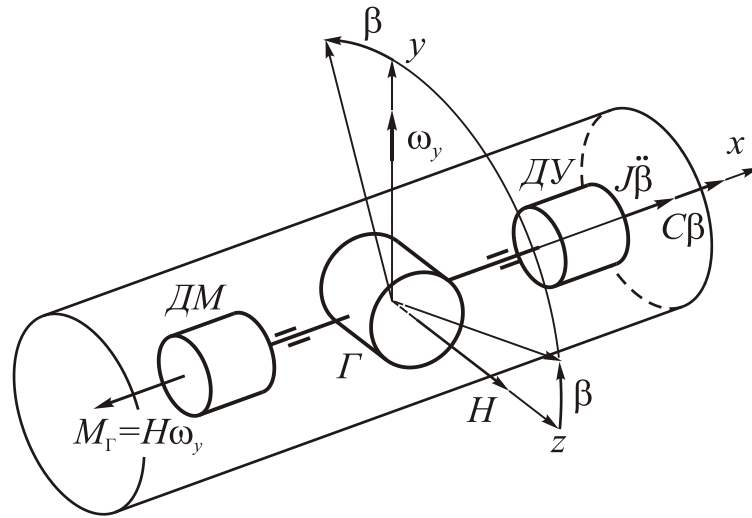


Рис. 3.6. Кінематична схема двоступеневих гіроскопа

При обертанні основи навколо осі Oy з кутовою швидкістю ω_y , виникає гіроскопічний момент $M_\Gamma = H\omega_y$ - вектор кінетичного моменту гіроскопа прагне поєднатися з вектором кутової швидкості і з'являється кут β . Методом кінестатики складемо рівняння руху двоступеневих гіроскопа:

$$I\ddot{\beta} + f\dot{\beta} + c\beta - H\omega_y = M_x + M_{\text{ДМ}}, \quad (3.5)$$

де I, f, c - момент інерції гіровузла, коефіцієнти демпфірування і жорсткості гіроскопа відповідно, $M_x, M_{\text{ДМ}}$ - моменти перешкод і датчика моменту.

Момент перешкод M_x призводить до виникнення кутової швидкості дрейфу (дрейфу) гіроскопа

$$\omega_y^* = \frac{M_x}{H}. \quad (3.6)$$

Очевидно, що кутова швидкість дрейфу є похибкою гіроскопа, яку слід визначити в ході випробувань.

Опишемо докладніше природу виникнення M_x [36]. Як показала практика, момент перешкод можна розкласти на складові:

$$M_x = M_{x0} + M_{xI} + M_{xII}, \quad (3.7)$$

де M_{x0} - момент реакцій струмопідводів, магнітного підвісу датчика кута (ДУ) і датчика моменту ДМ або не залежить від лінійного прискорення сумарний момент зовнішніх сил, M_{xI} - момент зовнішніх сил, що залежить від лінійного

прискорення в першій степені, M_{xII} - момент зовнішніх сил, що залежить від лінійного прискорення в другій степені.

I. Розрахунок моменту зовнішніх сил, що залежить від лінійного прискорення у першій степені

Розбалансування або зміщення центру мас гіровузла (ротора і внутрішньої рамки підвісу) задамо радіус-вектором $\vec{\rho}(x, y, z)$ (рис. 3.7).

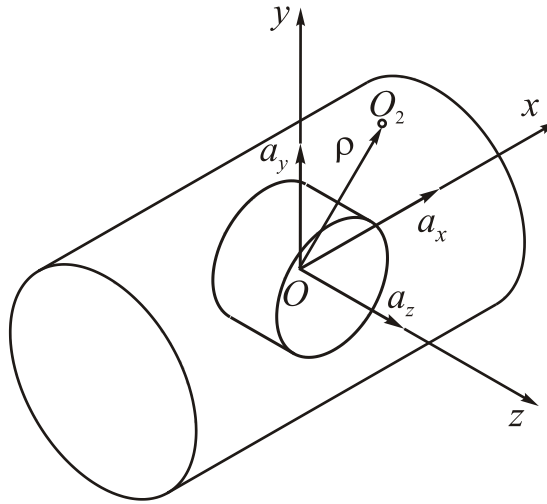


Рис. 3.7. Схема зміщення центру мас гіровузла

Рух об'єкта з уявним прискоренням [36] $\vec{a}(a_x, a_y, a_z)$ викликає появу сили інерції $\vec{F} = -m\vec{a}$ (m - маса гіровузла) та моменту сили

$$\vec{M}_I = \vec{\rho} \times \vec{F} = M_{Ix}\vec{i} + M_{Iy}\vec{j} + M_{Iz}\vec{k}.$$

Відповідно до формули векторного добутку

$$\vec{\rho} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x & y & z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = (yF_z - zF_y)\vec{i} + \dots$$

де, $F_x = -ma_x, F_y = -ma_y, F_z = -ma_z$.

Нас цікавить проекція моменту на вісь Ox

$$M_{Ix} = yF_z - zF_y = zma_y - yma_z.$$

За рахунок залишкової плавучості і конвекційних потоків рідини в поплавцевому гіроскопі виникає збурюючий момент

$$M_x^{\text{ж}} = -k_x^{\text{ж}} a_x,$$

де $k_x^{\text{ж}}$ - коефіцієнт конвективного моменту рідини.

Отже, підсумовуючи праві частини останніх двох виразів, отримаємо

$$M_{xI} = M_{Ix} + M_x^{\text{ж}} = zma_y - yma_z - k_x^{\text{ж}} a_x. \quad (3.8)$$

II. Розрахунок моменту зовнішніх сил, що залежить від лінійного прискорення у другій степені

Отримаємо вираз для M_{xII} . Рух з прискорення $\vec{w}$ призводить до виникнення сили інерції

$$\vec{F}_p = -m_p \vec{a},$$

де m_p - маса ротора гіроскопа. Проекції цієї сили інерції мають вигляд

$$F_{px} = -m_p a_x, \quad F_{py} = -m_p a_y, \quad F_{pz} = -m_p a_z. \quad (3.9)$$

За рахунок кінцевої жорсткості шарикопідшипникових опор ротора дана сила викликає пружну деформацію елементів кріплення ротора $\vec{\delta}_p(\delta_x, \delta_y, \delta_z)$ (рис. 3.8), яка обчислюється за формулою

$$\vec{\delta}_p = \kappa \vec{F}_p, \quad (3.10)$$

де κ - податливість.

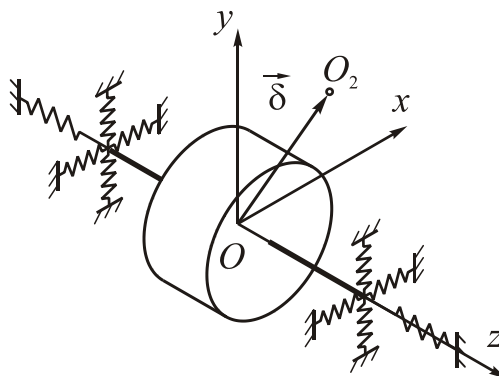


Рис. 3.8. Пружна деформація елементів кріплення ротора гіромотору

Матриця податливості має вигляд

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \kappa_{xx} & \kappa_{xy} & \kappa_{xz} \\ \kappa_{yx} & \kappa_{yy} & \kappa_{yz} \\ \kappa_{zx} & \kappa_{zy} & \kappa_{zz} \end{bmatrix}. \quad (3.11)$$

Коефіцієнт податливості κ_{xy} за своїм фізичним змістом являє собою пружне зміщення центру мас ротора по осі Ox при одиничній навантаженню, що діє по осі Oy .

Формулу (3.10) запишемо у матричній формі

$$\begin{bmatrix} \delta_x \\ \delta_y \\ \delta_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \kappa_{xx} & \kappa_{xy} & \kappa_{xz} \\ \kappa_{yx} & \kappa_{yy} & \kappa_{yz} \\ \kappa_{zx} & \kappa_{zy} & \kappa_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{px} \\ F_{py} \\ F_{pz} \end{bmatrix}, \quad (3.12)$$

Тоді проекції пружною деформації кріплення ротора візьмуть вид

$$\begin{aligned} \delta_x &= F_{px}\kappa_{xx} + F_{py}\kappa_{xy} + F_{pz}\kappa_{xz}; \\ \delta_y &= F_{px}\kappa_{yx} + F_{py}\kappa_{yy} + F_{pz}\kappa_{yz}; \\ \delta_z &= F_{px}\kappa_{zx} + F_{py}\kappa_{zy} + F_{pz}\kappa_{zz}. \end{aligned} \quad (3.13)$$

Сила інерції $\vec{F}_p$ при наявності пружної деформації кріплення ротора $\vec{\delta}_p$ створює момент сили

$$\vec{M}_{II} = \vec{\delta}_p \times \vec{F}_p. \quad (3.14)$$

Нас цікавить проекція даного моменту на вісь Ox

$$M_{xII} = \delta_y F_{pz} - \delta_z F_{py}.$$

Підставляючи в останній вираз значення (3.13) і проекції сили інерції (3.9), отримаємо

$$M_{xII} = m_p^2 \left[a_x a_z \kappa_{yx} + a_z^2 \kappa_{yz} - a_x a_y \kappa_{zx} - a_y^2 \kappa_{zy} + (\kappa_{yy} - \kappa_{zz}) a_y a_z \right]. \quad (3.15)$$

Сумарний момент перешкод отримаємо, підставляючи в рівняння (3.7) вирази (3.8) і (3.15):

$$\begin{aligned} M_x &= M_{x0} + z m a_y - y m a_z - k_x^* a_x + \\ &+ m_p^2 \left[a_x a_z \kappa_{yx} + a_z^2 \kappa_{yz} - a_x a_y \kappa_{zx} - a_y^2 \kappa_{zy} + (\kappa_{yy} - \kappa_{zz}) a_y a_z \right]. \end{aligned} \quad (3.16)$$

Використовуючи отриманий вираз (3.16), дрейф гіроскопа знайдемо за формулою (3.6):

$$\omega_y^* = \omega_0 + k_x a_x + k_z a_y + k_y a_z + k_{yx} a_x a_z + k_{yz} a_z^2 + k_{zx} a_x a_y + k_{zy} a_y^2 + (k_{yy} - k_{zz}) a_y a_z. \quad (3.17)$$

Тут позначено: $\omega_0 = \frac{M_{x0}}{H}$ – незалежна від лінійного прискорення складова дрейфу;

$k_x = -\frac{k_x^{\text{ж}}}{H}$ – конвективний коефіцієнт рідини; $k_y = -\frac{ym}{H}$ – коефіцієнт

радіальної розбалансування гіровузла; $k_z = \frac{zm}{H}$ – коефіцієнт осьової розбалансу-

вання гіровузла; $k_{yx} = \frac{m_p^2 \kappa_{yx}}{H}$, $k_{yz} = \frac{m_p^2 \kappa_{yz}}{H}$, $k_{zx} = -\frac{m_p^2 \kappa_{zx}}{H}$, $k_{zy} = -\frac{m_p^2 \kappa_{zy}}{H}$,

$k_{yy} = \frac{m_p^2 \kappa_{yy}}{H}$, $k_{zz} = \frac{m_p^2 \kappa_{zz}}{H}$ – коефіцієнти нерівножорсткості підшипникових опор ротора гіроскопа.

Чим вище жорсткість підшипникових опор ротора, тим нижче коефіцієнти піддатливості або нерівножорсткості. У результаті випробувань гіроскопа повинні бути визначені коефіцієнти виразу (3.17) і незалежна складова дрейфу – всього 9 параметрів (різниця $k_{yy} - k_{zz}$ рахується як один параметр).

3.3. Випробування гіроскопу в режимі одновісного гіростабілізатора

Схема механізму для випробувань гіроскопа показана на рис. 3.9. Гіроскоп 1 встановлений на поворотному столі 2, який обертається за допомоги безредукторного двигуна 3. Платформою одновісного гіростабілізатора є поворотний стіл.

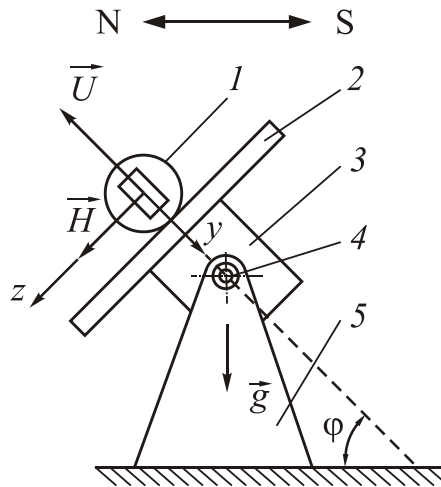


Рис. 3.9. Схема установки для випробувань гіроскопа в режимі одновісного гіростабілізатора

Поворотний стіл, встановлений на нерухомій відносно Землі основі 5, може нахилитися відносно осі цапф 4, яка збігається з напрямом на захід. Вісь обертання поворотного столу збігається з вектором $\vec{U}$ кутової швидкості обертання Землі відносно інерціального простору і утворює з горизонтальним напрямком на північ N кут φ , який дорівнює широті місця. На рис. 3.9 вхідна вісь гіроскопу збігається з віссю поворотного столу і спрямована на південь.

Система стабілізації у вигляді підсилювача (на малюнку не показаний) і безредукторного двигуна 3 реагує на вихідний сигнал гіроскопу, пропорційний кутовому зміщенню корпусу приладу навколо вхідної осі ou (осі чутливості) від деякого базового напрямку в інерціальному просторі, і обертає стіл з кутовою швидкістю $\dot{\alpha}$ відносно Землі так, щоб гіроскоп зберігав свій напрям незмінним в інерціальному просторі.

Задача системи стабілізації полягає у взаємній компенсації цих обертань, завдяки чому ідеальний гіроскоп повинен зберігати незмінну орієнтацію в інерційному просторі.

Рівняння руху одновісного гіростабілізатора запишемо у вигляді [28]

$$\begin{aligned} I\ddot{\beta} + f\dot{\beta} - H\omega_y &= M_x + M_{\text{дм}}; \\ I_{\text{пл}}\ddot{\alpha} + f_{\text{пл}}\dot{\alpha} - H\dot{\beta} - K_p\beta &= M_y. \end{aligned} \quad (3.18)$$

Тут $I_{\text{пл}}, f_{\text{пл}}, K_p, M_y$ – момент інерції платформи (поворотного столу) відносно осі обертання, коефіцієнт демпфування, крутизна каналу розвантаження і момент тертя опор підвісу платформи. Для зниження тертя шарикопідшипники осі поворотного столу можуть бути гідростатичними.

Тут перше рівняння – рівняння руху гіроскопа, друге – гіроплатформи. За рахунок забезпечення високої крутизни канал розвантаження підтримує малу величину кута β в сталому режимі. Наприклад, якщо $K_p = 0,7 \cdot 10^5$ Гсм/рад і $M_y = 100$ Гсм,

$$\beta_{\text{ст}} = \frac{M_y}{K_p} = \frac{100}{0,7 \cdot 10^5} = 1,43 \cdot 10^{-3} \text{ рад} = 4,9'.$$

У сталому режимі і при $M_{\text{дм}} = 0$ з першого рівняння, отримаємо

$$H\omega_y + M_x = 0.$$

Так як $M_x = H\omega_y^*$, то $\omega_y + \omega_y^* = 0$ або $\omega_y^* = -\omega_y$.

Для схеми установки гіроскопу, показаної на рис. 3.10, коли вхідна вісь гіроскопу спрямована вниз, гіроскоп вимірює

$$\omega_y = \dot{\alpha} - U.$$

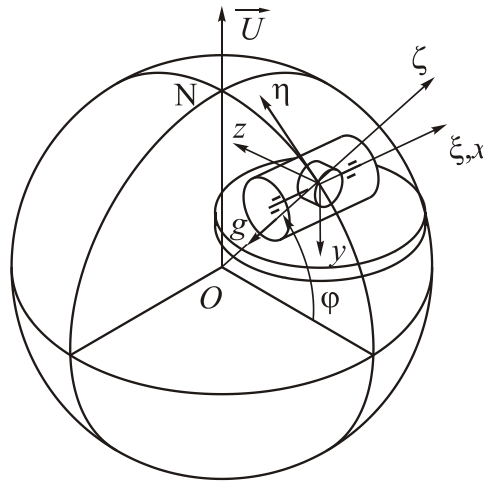


Рис. 3.10. Орієнтація гіроскопу відносно географічної системи координат для схеми випробувань I. Вхідна вісь гіроскопа паралельна земної осі

Тоді

$$\omega_y^* = -\dot{\alpha} + U. \quad (3.19)$$

Для схеми установки гіроскопу, коли вхідна вісь спрямована вгору, гіроскоп вимірює кутову швидкість $\omega_y = -\dot{\alpha} + U$.

Тоді

$$\omega_y^* = \dot{\alpha} - U. \quad (3.20)$$

Кут повороту столу може відраховуватися за допомогою оптичного пристрою. Обробка даних випробувань проводиться шляхом порівняння кутової швидкості столу за час проходження кутового інтервалу в один або десять градусів з відповідної складової кутової швидкості обертання Землі.

Випробування проводяться в трьох положеннях столу:

- I- похилому, коли вісь столу паралельна земної осі (вхідні вісь гіроскопа паралельна земної осі і спрямована спочатку на південь: $\omega_y = \dot{\alpha} - U$, а потім на північ: $\omega_y = -\dot{\alpha} + U$);
- II- горизонтальному (вхідні вісь гіроскопа вертикальна і спрямована спочатку вниз $\omega_y = \dot{\alpha} - U \sin \varphi$, а потім вгору $\omega_y = -\dot{\alpha} + U \sin \varphi$);
- III- вертикальному (вхідні вісь гіроскопа горизонтальна і спрямована на південь: $\omega_y = \dot{\alpha} - U \cos \varphi$).

При випробуваннях гіроскопа необхідно ретельно орієнтувати прилад відносно поворотного столу, тому що похибка виставлення впливає на точність визначення розбалансування гіроскопа і його коефіцієнтів нерівножорсткості.

3.3.1. Схема випробувань I. Вхідна вісь гіроскопа паралельна земній осі

Дана схема випробувань повністю збігається зі схемою, зображеної на рис. 3.9. Знайдемо проекції лінійного прискорення корпусу гіроскопа. Оскільки основа нерухома, то $\vec{w} = \vec{g}$. Спочатку знайдемо проекцію $\vec{g}$ на ось Oy (рис. 3.11): $g_y = g \sin \varphi$

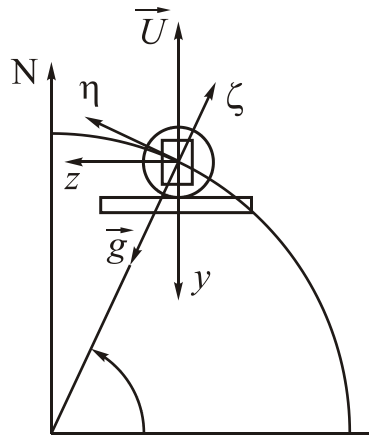


Рис. 3.11. Розташування установки в площині меридіана для схеми I

Оскільки гіроскоп закріплений на столі, який обертається з кутовою швидкістю α , то щоб отримати проекції $\vec{g}$ на осі Ox і Oz треба врахувати обертання столу. Вигляд згори на поворотний стіл зображено на рис. 3.12.

Тоді проекції $\vec{g}$ на осі Ox і Oz будуть мати вигляд:

$$g_z = g \cos \varphi \cos \alpha; \quad g_x = g \cos \varphi \cos \left(\frac{\pi}{2} + \alpha \right) = -g \cos \varphi \sin \alpha.$$

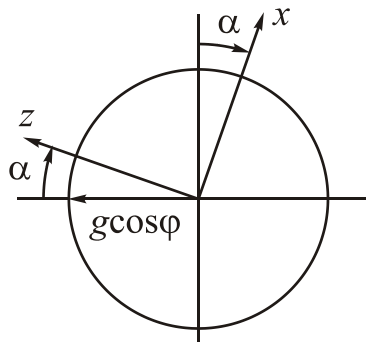


Рис. 3.12. Схема випробувань I. Вигляд згори на поворотний стіл.

Тоді маємо:

$$\begin{aligned} g_x &= -g \cos \varphi \sin \alpha; \\ g_y &= g \sin \varphi; \\ g_z &= g \cos \varphi \cos \alpha. \end{aligned} \tag{3.21}$$

Підставимо вираз (3.21) в формулу дрейфу гіроскопа (3.17):

$$\begin{aligned}\omega_y^* = & \omega_0 - k_x g \cos \varphi \sin \alpha + k_z g \sin \varphi + k_y g \cos \varphi \cos \alpha - \\ & - k_{yx} g^2 \cos^2 \varphi \sin \alpha \cos \alpha + k_{yz} g^2 \cos^2 \varphi \cos^2 \alpha - \\ & - k_{zx} g^2 \cos \varphi \sin \varphi \sin \alpha + k_{zy} g^2 \sin^2 \varphi + (k_{yy} - k_{zz}) g^2 \sin \varphi \cos \varphi \cos \alpha.\end{aligned}$$

З врахуванням того, що $\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} \sin 2\alpha$, $\cos^2 \alpha = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\alpha)$ можна перетворити останній вираз до вигляду:

$$\begin{aligned}\omega_y^* = & \omega_0 + k_z g \sin \varphi + k_{zy} g^2 \sin^2 \varphi + k_{yz} \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi - \\ & - (k_x g \cos \varphi + k_{zx} g^2 \cos \varphi \sin \varphi) \sin \alpha + \\ & + \left[k_y g \cos \varphi + (k_{yy} - k_{zz}) g^2 \sin \varphi \cos \varphi \right] \cos \alpha - \\ & - k_{yx} \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi \sin 2\alpha + k_{yz} \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi \cos 2\alpha.\end{aligned}\tag{3.22}$$

У загальному вигляді розкладання кутової швидкості дрейфу гіроскопа в ряд Фур'є має вигляд:

$$\omega_y^* = C_0 + C_1 \sin \alpha + C_2 \cos \alpha + C_3 \sin 2\alpha + C_4 \cos 2\alpha.\tag{3.23}$$

Порівнюючи вирази (3.22) і (3.23), отримаємо значення коефіцієнтів Фур'є:

$$\begin{aligned}C_{0S} = & \omega_0 + k_z g \sin \varphi + k_{zy} g^2 \sin^2 \varphi + k_{yz} \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi; \\ C_{1S} = & -k_x g \cos \varphi - k_{zx} g^2 \cos \varphi \sin \varphi; \\ C_{2S} = & k_y g \cos \varphi + (k_{yy} - k_{zz}) g^2 \sin \varphi \cos \varphi; \\ C_{3S} = & -k_{yx} \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi; \\ C_4 = & k_{yz} \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi.\end{aligned}\tag{3.24}$$

Тут індекс «S» означає, що вхідна вісь гіроскопа спрямована на південь.

Переходом до коефіцієнтів Фур'є, ми перейшли від дев'яти невідомих параметрів дрейфу гіроскопа (3.17) до п'яти невідомих $C_0, C_1, \dots, C_4$ рівняння (3.23). Вимірюючи швидкість обертання столу $\dot{\alpha}$ і порівнюючи її з кутовою швидкістю Землі, отримаємо дрейф гіроскопа (3.19). Необхідно зробити n (мінімум п'ять) вимірювань ω_y^* для різних фіксованих поворотів $\alpha_1^S, \alpha_2^S, \dots, \alpha_n^S$, щоб отримати n значень дрейфу:

[illegible]

Знайдемо проекції лінійного прискорення на осі, пов'язані з корпусом гіроскопа. Спочатку знайдемо проекцію $\vec{g}$ на ось Oy (рис. 3.14):

$$g_y = -g \sin \varphi.$$

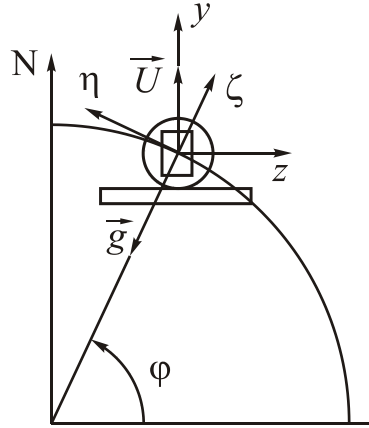


Рис. 3.14. Розташування установки в площині меридіана для схеми випробувань I

Щоб отримати проекції $\vec{g}$ на осі Ox і Oz треба врахувати обертання столу. Вигляд згори на поворотний стіл зображений на рис. 3.15.

Тоді проекції $\vec{g}$ на осі Ox і Oz матимуть вигляд:

$$g_z = g \cos \varphi \cos(\pi + \alpha) = -g \cos \varphi \cos \alpha;$$

$$g_x = g \cos \varphi \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -g \cos \varphi \sin \alpha.$$

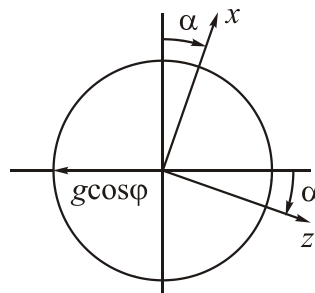


Рис. 3.15. Схема випробувань I. Вигляд згори на поворотний стіл
Тоді маємо:

$$\begin{aligned} g_x &= -g \cos \varphi \sin \alpha; \\ g_y &= -g \sin \varphi; \\ g_z &= -g \cos \varphi \cos \alpha. \end{aligned} \tag{3.28}$$

Підставимо вираз (3.28) в формулу дрейфу гіроскопа (3.17):

$$\begin{aligned}\omega_y^* = & \omega_0 - k_z g \sin \varphi + k_{zy} g^2 \sin^2 \varphi + k_{yz} \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi + \\ & + (-k_x g \cos \varphi + k_{zx} g^2 \cos \varphi \sin \varphi) \sin \alpha + \\ & + \left[-k_y g \cos \varphi + (k_{yy} - k_{zz}) g^2 \sin \varphi \cos \varphi \right] \cos \alpha + \\ & + k_{yx} \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi \sin 2\alpha + k_{yz} \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi \cos 2\alpha.\end{aligned}$$

Порівнюючи отриманий вираз з рядом Фур'є (3.23), отримаємо коефіцієнти Фур'є:

$$\begin{aligned}C_{0N} &= \omega_0 - k_z g \sin \varphi + k_{zy} g^2 \sin^2 \varphi + k_{yz} \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi; \\ C_{1N} &= -k_x g \cos \varphi + k_{zx} g^2 \cos \varphi \sin \varphi; \\ C_{2N} &= -k_y g \cos \varphi + (k_{yy} - k_{zz}) g^2 \sin \varphi \cos \varphi; \\ C_{3N} &= k_{yx} \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi; \\ C_4 &= k_{yz} \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi.\end{aligned}\tag{3.29}$$

Провівши n вимірювань ω_y^* для різних фіксованих кутів повороту столу $\alpha_1^N, \alpha_2^N, \dots, \alpha_n^N$, отримаємо n значень дрейфу:

$$\begin{aligned}\omega_{y1}^N &= C_{0N} + C_{1N} \sin \alpha_1^N + C_{2N} \cos \alpha_1^N + C_{3N} \sin 2\alpha_1^N + C_{4N} \cos 2\alpha_1^N; \\ \omega_{y2}^N &= C_{0N} + C_{1N} \sin \alpha_2^N + C_{2N} \cos \alpha_2^N + C_{3N} \sin 2\alpha_2^N + C_{4N} \cos 2\alpha_2^N; \\ &\dots\dots\dots \\ \omega_{yn}^N &= C_{0N} + C_{1N} \sin \alpha_n^N + C_{2N} \cos \alpha_n^N + C_{3N} \sin 2\alpha_n^N + C_{4N} \cos 2\alpha_n^N;\end{aligned}\tag{3.30}$$

або в матричній формі

$$\mathbf{\Omega}_N = \mathbf{A}_N \mathbf{C}_N,\tag{3.31}$$

$$\text{де } \mathbf{\Omega}_N = \begin{bmatrix} \omega_{y1}^N \\ \omega_{y2}^N \\ \vdots \\ \omega_{yn}^N \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_N = \begin{bmatrix} 1 & \sin \alpha_1^N & \cos \alpha_1^N & \sin 2\alpha_1^N & \cos 2\alpha_1^N \\ 1 & \sin \alpha_2^N & \cos \alpha_2^N & \sin 2\alpha_2^N & \cos 2\alpha_2^N \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & \sin \alpha_n^N & \cos \alpha_n^N & \sin 2\alpha_n^N & \cos 2\alpha_n^N \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_N = \begin{bmatrix} C_{0N} \\ C_{1N} \\ C_{2N} \\ C_{3N} \\ C_4 \end{bmatrix}.$$

Використовуючи МНК, рішення рівняння (3.31) шукаємо у вигляді

$$\hat{\mathbf{C}}_N = (\mathbf{A}_N^T \mathbf{A}_N)^{-1} \mathbf{A}_N^T \mathbf{\Omega}_N.\tag{3.32}$$

Таким чином, провівши $2n$ (мінімум десять) вимірювань кутової швидкості столу і провівши обчислення за формулами (3.27) і (3.32), ми отримаємо чисельні значення коефіцієнтів Фур'є (3.24) і (3.29).

Покажемо, як визначити шукані параметри дрейфу гіроскопа через відомі оцінки коефіцієнтів Фур'є. Складемо таблицю з отриманих коефіцієнтів Фур'є (табл.3.1).

Таблиця 3.1. Формули для коефіцієнтів Фур'є. Схема випробувань І в режимі одновісного гіростабілізатора.

$\hat{C}_{0S} = \omega_0 + k_z g \sin \varphi + k_{zy} g^2 \sin^2 \varphi +$ $+ k_{yz} \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi;$ $\hat{C}_{1S} = -(k_x g + k_{zx} g^2 \sin \varphi) \cos \varphi;$ $\hat{C}_{2S} = [k_y g + (k_{yy} - k_{zz}) g^2 \sin \varphi] \cos \varphi;$ $\hat{C}_{3S} = -k_{yx} \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi;$ $\hat{C}_4 = k_{yz} \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi.$	$\hat{C}_{0N} = \omega_0 - k_z g \sin \varphi + k_{zy} g^2 \sin^2 \varphi +$ $+ k_{yz} \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi;$ $\hat{C}_{1N} = (-k_x g + k_{zx} g^2 \sin \varphi) \cos \varphi;$ $\hat{C}_{2N} = [-k_y g + (k_{yy} - k_{zz}) g^2 \sin \varphi] \cos \varphi;$ $\hat{C}_{3N} = k_{yx} \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi.$ $\hat{C}_4 = k_{yz} \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi.$
--	--

1) знайдемо ω_0 . Для цього складемо $\hat{C}_{0N}$ і $\hat{C}_{0S}$:

$$\hat{C}_{0N} + \hat{C}_{0S} = 2\omega_0 + 2k_{zy} g^2 \sin^2 \varphi + k_{yz} g^2 \cos^2 \varphi.$$

Звідси знаходимо ω_0 :

$$\omega_0 = \frac{1}{2}(\hat{C}_{0N} + \hat{C}_{0S}) - k_{zy} g^2 \sin^2 \varphi - k_{yz} \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi. \quad (3.33)$$

Останній доданок дорівнює $\hat{C}_4$. Крім того, в силу симетрії підшипників ротора гіроскопа $\kappa_{yz} = \kappa_{zy}$, тоді $k_{yz} = -k_{zy}$.

Тепер отримаємо

$$\omega_0 = \frac{1}{2}(\hat{C}_{0N} + \hat{C}_{0S}) + (2tg^2\varphi - 1)\hat{C}_4. \quad (3.34)$$

2) знайдемо k_z . Для цього віднімемо $\hat{C}_{0N}$ з $\hat{C}_{0S}$:

$$\hat{C}_{0S} - \hat{C}_{0N} = 2k_z g \sin \varphi.$$

Звідси знаходимо k_z :

$$k_z = \frac{1}{2g \sin \varphi}(\hat{C}_{0S} - \hat{C}_{0N}). \quad (3.35)$$

3) знайдемо k_y . Для цього віднімемо $\hat{C}_{2N}$ з $\hat{C}_{2S}$:

$$\hat{C}_{2S} - \hat{C}_{2N} = 2k_y g \cos \varphi.$$

Тепер

$$k_y = \frac{1}{2g \cos \varphi}(\hat{C}_{2S} - \hat{C}_{2N}). \quad (3.36)$$

4) знайдемо $k_{yy} - k_{zz}$. Для цього складемо $\hat{C}_{2N}$ та $\hat{C}_{2S}$:

$$\hat{C}_{2N} + \hat{C}_{2S} = 2(k_{yy} - k_{zz})g^2 \sin \varphi \cos \varphi.$$

Звідси будемо мати

$$k_{yy} - k_{zz} = \frac{1}{g^2 \sin 2\varphi} (\hat{C}_{2N} + \hat{C}_{2S}). \quad (3.37)$$

5) аналогічно знайдемо k_x . Для цього складемо $\hat{C}_{1N}$ та $\hat{C}_{1S}$:

$$\hat{C}_{1N} + \hat{C}_{1S} = -2k_x g \cos \varphi.$$

Тоді

$$k_x = -\frac{1}{2g \cos \varphi} (\hat{C}_{1N} + \hat{C}_{1S}). \quad (3.38)$$

6) знайдемо k_{zx} . Для цього віднімемо $\hat{C}_{1N}$ та $\hat{C}_{1S}$:

$$\hat{C}_{1N} - \hat{C}_{1S} = 2k_{zx} g^2 \cos \varphi \sin \varphi.$$

Звідки

$$k_{zx} = \frac{1}{g^2 \sin 2\varphi} (\hat{C}_{1N} - \hat{C}_{1S}). \quad (3.39)$$

7) коефіцієнт k_{yx} можна знайти з четвертого рівняння системи:

$$k_{yx} = -\frac{2\hat{C}_{3S}}{g^2 \cos^2 \varphi} \quad \text{або} \quad k_{yx} = \frac{2\hat{C}_{3N}}{g^2 \cos^2 \varphi}. \quad (3.40)$$

8) коефіцієнт k_{yz} можна знайти з п'ятого рівняння системи:

$$k_{yz} = \frac{2\hat{C}_4}{g^2 \cos^2 \varphi}. \quad (3.41)$$

9) так як $k_{zy} = -k_{yz}$, то

$$k_{zy} = -\frac{2\hat{C}_4}{g^2 \cos^2 \varphi}. \quad (3.42)$$

Отже, отримані формули (3.33) – (3.42) дозволяють визначити шукані параметри дрейфу гіроскопа.

Для кожної сукупності даних випробувань гіроскопа, вхідна вісь якого паралельна земної осі (одна сукупність може бути отримана за повний оберт столу навколо вхідної осі, спрямованої на північ, інша – за повний оберт столу навколо вхідної осі, спрямованої на південь), можна визначити набір коефіцієнтів Фур'є, а потім коефіцієнти дрейфу гіроскопа [32]. Порівняння коефіцієнтів, отриманих для різних даних, дозволяє оцінити розкид коефіцієнтів і дійти висновку про точність гіроскопа. Зміна коефіцієнтів дрейфу, визначених через кілька днів або тижнів, свідчить про їх нестабільність за часом. Якщо ця нестабільність велика, потрібна додаткове механічне регулю-

вання, щоб забезпечити стабільність ω_0, k_z і k_y . Однак, k_x і коефіцієнти піддатливості є конструктивними параметрами приладу, які не повинні змінюватися, якщо не відбувається істотного погіршення точності гіроскопа, викликаного, наприклад, відмовою підшипників ротора або витоком рідини.

3.3.2. Схема випробувань II. Вхідна вісь гіроскопа вертикальна

На рис. 3.16 зображена схема установки.

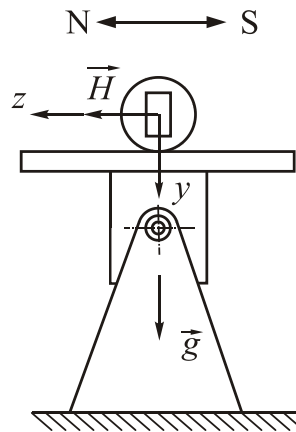


Рис. 3.16. Схема випробувань II. Вхідна вісь гіроскопа вертикальна і спрямована донизу

Оскільки вхідна вісь гіроскопа збігається з вертикаллю місця (рис. 3.17), то вихідний сигнал гіроскопа буде пропорційний

$$\omega_y = \dot{\alpha} - U \sin \varphi. \quad (3.43)$$

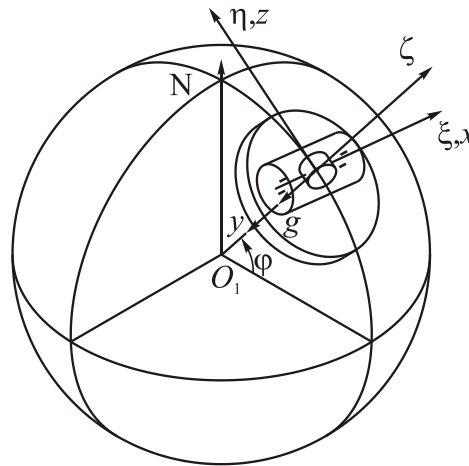


Рис. 3.17. Орієнтація гіроскопу відносно географічної системи координат для схеми випробувань II. Вхідна вісь гіроскопа вертикальна і спрямована донизу

На рис. 3.18 схема установки прив'язана до площини меридіана. Завдяки системі стабілізації можна виміряти дрейф гіроскопа за формулою

$$\omega_y^* = -\dot{\alpha} + U \sin \varphi. \quad (3.44)$$

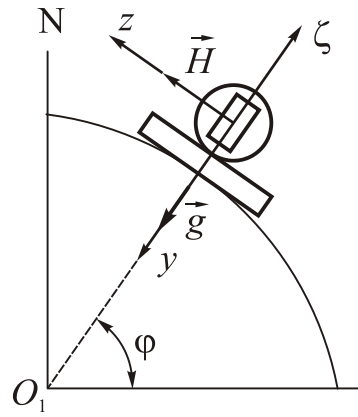


Рис. 3.18. Розташування установки в площині меридіана для схеми випробувань II

Нагадаємо, що обробка даних випробувань проводиться шляхом порівняння кутової швидкості столу за час проходження кутового інтервалу в 1° або 10° зі складової кутової швидкості обертання Землі. Кожен інтервал відповідає одному відліку часу.

Проекції прискорення $\vec{g}$ матимуть наступні значення

$$g_x = 0, \quad g_y = g, \quad g_z = 0. \quad (3.45)$$

Підставимо дані вирази в формулу дрейфу гіроскопа (3.17):

$$\omega_{y\downarrow}^* = \omega_0 + k_z g + k_{zy} g^2. \quad (3.46)$$

Розгорнемо корпус гіроскопа на 180° відносно осі Ox . Схема установки показана на рис. 3.19.

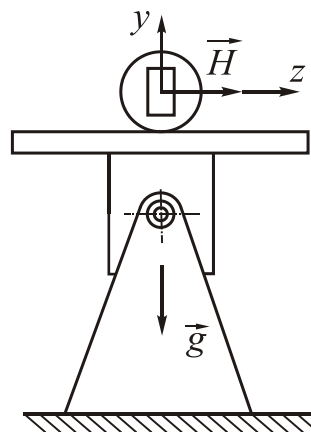


Рис. 3.19. Схема випробувань II. Вхідна вісь гіроскопу вертикальна і спрямована вгору

Проекції прискорення матимуть наступні значення

$$g_x = 0, \quad g_y = -g, \quad g_z = 0. \quad (3.47)$$

Підставимо дані вирази в формулу дрейфу гіроскопа (3.17):

$$\omega_{y\uparrow}^* = \omega_0 - k_z g + k_{zy} g^2. \quad (3.48)$$

Різниця дрейфів (3.46) і (3.48) дозволяє обчислити k_z :

$$k_z = \frac{\omega_{y\downarrow}^* - \omega_{y\uparrow}^*}{2g}. \quad (3.49)$$

Нажаль, дана схема випробувань дозволяє визначити тільки один коефіцієнт дрейфу.

3.3.3. Схема випробувань III. Вхідна вісь гіроскопа горизонтальна

На рис. 3.20 зображена схема установки. Оскільки вхідна вісь гіроскопа збігається з лінією горизонту, то вихідний сигнал гіроскопа буде пропорційний величині

$$\omega_y = \dot{\alpha} - U \cos \varphi. \quad (3.50)$$

Завдяки системі стабілізації можна виміряти дрейф гіроскопа за формулою

$$\omega_y^* = -\dot{\alpha} + U \cos \varphi. \quad (3.51)$$

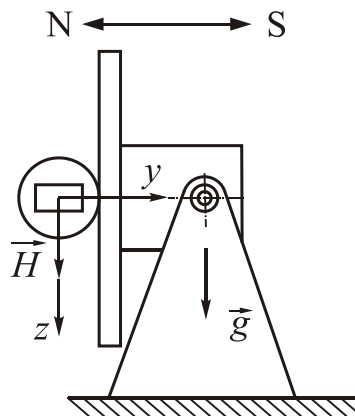


Рис. 3.20. Схема випробувань III. Вхідна вісь гіроскопа горизонтальна

На рис. 3.21 схема установки «прив'язана» до площини меридіану. Проекція $\vec{g}$ на площину горизонту дорівнює нулю. З урахуванням обертання поворотного столу (рис. 3.22), проекції прискорення матимуть наступні значення

$$g_x = -g \sin \alpha, \quad g_y = 0, \quad g_z = g \cos \alpha. \quad (3.52)$$

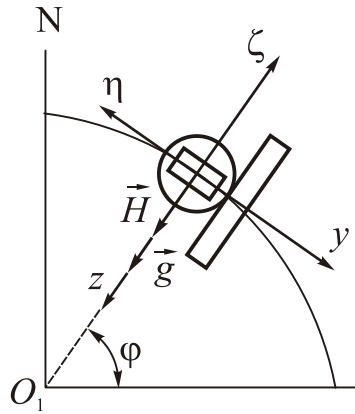


Рис. 3.21. Розташування установки в площині меридіану (схема III)

Після підстановки останніх виразів в формулу дрейфу, отримаємо

$$\omega_y^* = \omega_0 + k_{yz} \frac{g^2}{2} - k_x g \sin \alpha + k_y g \cos \alpha - k_{yx} \frac{g^2}{2} \sin 2\alpha + k_{yz} \frac{g^2}{2} \cos 2\alpha. \quad (3.53)$$

Тоді коефіцієнти Фур'є матимуть вигляд

$$\begin{aligned} C_0 &= \omega_0 + k_{yz} \frac{g^2}{2}; & C_1 &= -k_x g; & C_2 &= k_y g; \\ C_3 &= -k_{yx} \frac{g^2}{2}; & C_4 &= k_{yz} \frac{g^2}{2}. \end{aligned} \quad (3.54)$$

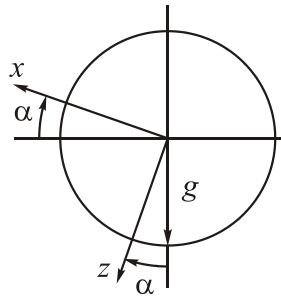


Рис. 3.22. Схема випробувань III. Вигляд згори на поворотний стіл

Тепер завдяки рівнянням (3.60) можна обчислити шукані параметри дрейфу

$$\begin{aligned} \omega_0 &= C_0 - C_4; \\ k_x &= -\frac{C_1}{g}; k_y = \frac{C_2}{g}; \\ k_{yx} &= \frac{2C_3}{g^2}; k_{yz} = -\frac{2C_4}{g^2}. \end{aligned} \quad (3.55)$$

Для даної схеми випробувань немає сенсу обертати корпус гіроскопа на 180° – оскільки більше п'яти параметрів дрейфу не одержати.

Найбільш інформативною є перша схема випробувань, яка дозволяє отримати всі дев'ять коефіцієнтів моделі дрейфу гіроскопа. Інші дві схеми випробувань дозволяють отримати обмежену кількість шуканих параметрів.

3.4. Випробування гіроскопа в режимі зворотного зв'язку за моментом (режим «електричної пружини»)

В якості об'єкту випробувань розглянемо двоступеневий гіроскоп зі зворотним зв'язком за моментом (рис. 3.23), рівняння руху якого має вигляд

$$I\ddot{\beta} + f\dot{\beta} + c\beta - H\omega_y = M_x + M_{\text{ДМ}}.$$

Тут $M_x, M_{\text{ДМ}}$ - моменти перешкод і датчика моменту. Момент перешкод викликає дрейф гіроскопа $\omega_y^* = \frac{M_x}{H}$, який слід визначити.

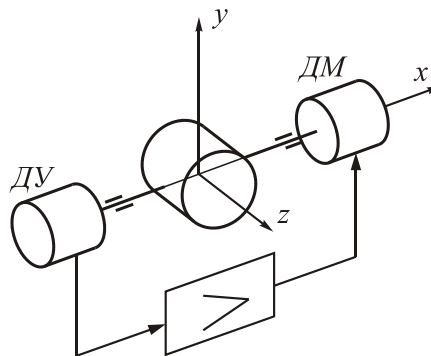


Рис. 3.23. Кінематична схема двоступеневих гіроскопа зі зворотним зв'язком по моменту

Визначимо момент датчика моменту, який би компенсував прецесію гіроскопа ($\beta \rightarrow 0$):

$$M_{\text{ДМ}} = -H(\omega_y + \omega_y^*).$$

За величиною струму датчика моменту і масштабного коефіцієнта визначають момент, врівноважує поплавковий гіровузол і, отже, можна визначити кутову швидкість прецесії гіроскопа

$$\omega_y + \omega_y^* = -\frac{M_{\text{ДМ}}}{H}.$$

Якщо розташувати гіроскоп так, щоб його вхідна вісь Oy була перпендикулярна осі обертання Землі ($\omega_y = 0$), то можна визначити дрейф гіроскопа

$$\omega_y^* = -\frac{M_{\text{ДМ}}}{H} . \quad (3.56)$$

Датчик моменту тут грає роль системи стабілізації, яка компенсує прецесійний рух гіроскопа (власний дрейф), викликаний моментами перешкод. Виходить, що поворотний стіл, який в режимі одновісного гіростабілізатора компенсував обертання Землі, тут не потрібен. Потрібна площина, яку можна повертати на фіксовані кути для отримання п'яти або більше значень дрейфу (3.56), які використовуються для розрахунків коефіцієнтів дрейфу

$$\omega_0, k_x, k_z, k_y, k_{yx}, k_{yz}, k_{zx}, k_{zy}, k_{yy}, k_{zz} .$$

Найбільш часто використовують три схеми випробувань:

- I- вихідна вісь гіроскопа паралельна земної осі і спрямована спочатку на північ, а потім на південь;
- II- вихідна вісь гіроскопа вертикальна і спрямована спочатку вниз, а потім вгору;
- III- вихідна вісь гіроскопа горизонтальна і спрямована на північ, а вхідна вісь спочатку направлена на захід, а потім на схід.

3.4.1. Схема I. Вихідна вісь гіроскопа паралельна земній осі

Режим зворотного зв'язку за моментом найбільш ефективний, коли вихідна вісь гіроскопа паралельна осі столу, а та в свою чергу паралельна земній осі (рис. 3.24). Розглянемо спочатку випадок, коли вихідна вісь спрямована на північ, а вхідна вісь спрямована на схід.

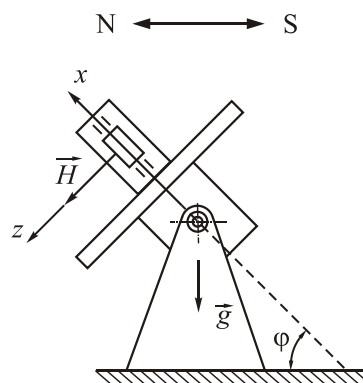


Рис. 3.24. Схема установки для випробувань гіроскопа в режимі зворотного зв'язку з моменту

Орієнтація гіроскопа відносно географічної системи координат показана на рис. 3.25.

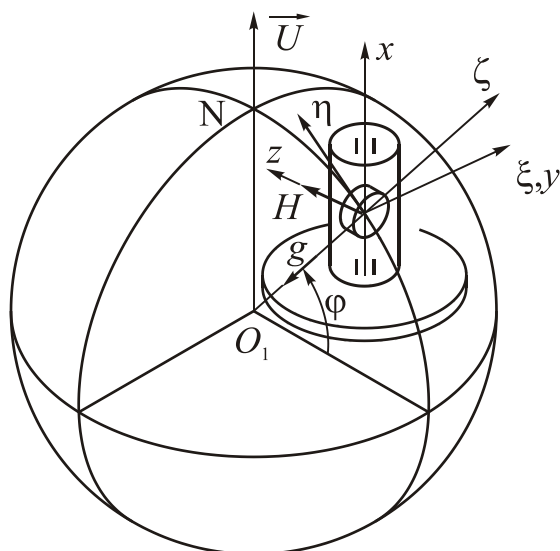


Рис. 3.25. Орієнтація гіроскопа відносно географічної системи координат для схеми I. Вихідна вісь гіроскопа паралельна земній осі і спрямована на північ

Для знаходження проєкцій прискорення корпусу гіроскопа скористаємося рис. 3.26 і рис. 3.27.

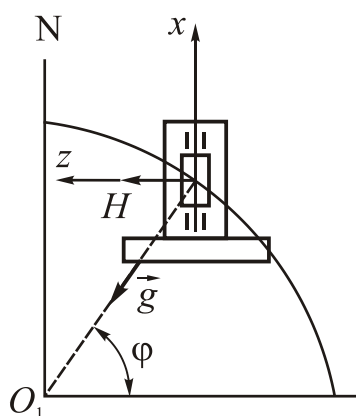


Рис. 3.26. Розташування установки в площині меридіана для схеми випробувань I

Щоб отримати проєкції $\vec{g}$ на осі Oy і Oz треба врахувати поворот столу. Вигляд згори на поворотний стіл зображений на рис. 3.27.

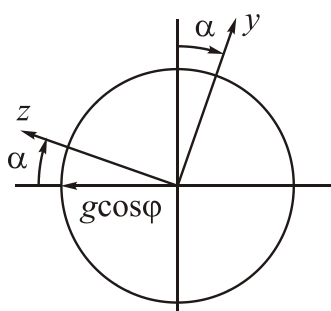


Рис. 3.27. Схема випробувань I. Вигляд згори на поворотний стіл

Тоді маємо

$$\begin{aligned} g_x &= -g \sin \varphi; \\ g_y &= -g \cos \varphi \sin \alpha; \\ g_z &= g \cos \varphi \cos \alpha. \end{aligned} \quad (3.57)$$

Підставимо вираз (3.57) у формулу дрейфу гіроскопа (3.17):

$$\begin{aligned} \omega_y^* &= \omega_0 - k_x g \sin \varphi - k_z g \cos \varphi \sin \alpha + k_y g \cos \varphi \cos \alpha - \\ &- k_{yx} g^2 \cos \varphi \sin \varphi \cos \alpha + k_{yz} g^2 \cos^2 \varphi \cos^2 \alpha + \\ &+ k_{zx} g^2 \cos \varphi \sin \varphi \sin \alpha + k_{zy} g^2 \cos^2 \varphi \sin^2 \alpha - \\ &-(k_{yy} - k_{zz}) g^2 \cos^2 \varphi \sin \alpha \cos \alpha. \end{aligned}$$

З урахуванням того, що

$$\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} \sin 2\alpha, \quad \cos^2 \alpha = \frac{1}{2} (1 + \cos 2\alpha), \quad \sin^2 \alpha = \frac{1}{2} (1 - \cos 2\alpha),$$

можна перетворити останній вираз до виду

$$\begin{aligned} \omega_y^* &= \omega_0 - k_x g \sin \varphi + (k_{zy} + k_{yz}) \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi + \\ &+ (-k_z g \cos \varphi + k_{zx} g^2 \cos \varphi \sin \varphi) \sin \alpha + \\ &+ [k_y g \cos \varphi - k_{yx} g^2 \sin \varphi \cos \varphi] \cos \alpha + \\ &+ (k_{zz} - k_{yy}) \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi \sin 2\alpha + (k_{yz} - k_{zy}) \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi \cos 2\alpha. \end{aligned} \quad (3.58)$$

У загальному вигляді розкладання дрейфу гіроскопу в ряд Фур'є має вигляд (3.23). Порівнюючи вирази (3.58) і (3.23), отримаємо значення коефіцієнтів Фур'є:

$$\begin{aligned} C_{0N} &= \omega_0 - k_x g \sin \varphi + (k_{yz} + k_{zy}) \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi; \\ C_{1N} &= -k_z g \cos \varphi + k_{zx} g^2 \cos \varphi \sin \varphi; \\ C_{2N} &= k_y g \cos \varphi - k_{yx} g^2 \sin \varphi \cos \varphi; \\ C_{3N} &= (k_{zz} - k_{yy}) \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi; \\ C_4 &= (k_{yz} - k_{zy}) \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi. \end{aligned} \quad (3.59)$$

Тут індекс «N» означає, що вихідна вісь гіроскопа спрямована на північ.

Переходом до коефіцієнтів Фур'є, ми перейшли від дев'яти невідомих параметрів дрейфу гіроскопа (3.17) до п'яти невідомих $C_0, C_1, \dots, C_4$ з рівняння (3.23). За величиною струму датчика моменту вимірюють дрейф гіроскопа (3.56). Необхідно зробити n (мінімум п'ять) вимірювань ω_y^* для різних

$\alpha_i, \quad i = 1, 2, \dots, n$, а потім, використовуючи метод найменших квадратів в матричній формі, визначити шукані коефіцієнти Фур'є (3.59).

Вихідна вісь гіроскопу паралельна земній осі і спрямована на південь

Розгорнемо гіроскоп на поворотному столі на 180° відносно осі Oz так, як показано на рис. 3.28.

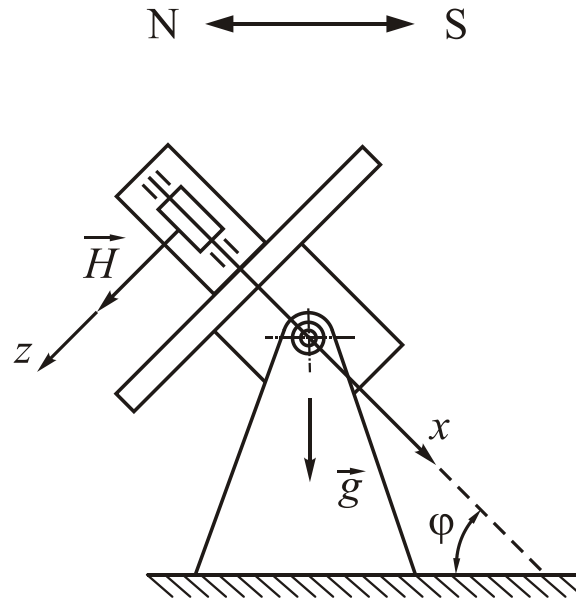


Рис. 3.28. *Схема I. Вихідна вісь гіроскопа паралельна земній осі і спрямована на південь*

Орієнтація гіроскопу відносно географічної системи координат показана на рис. 3.29.

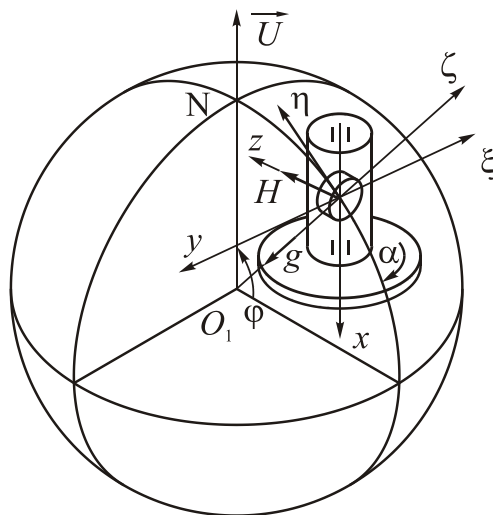


Рис. 3.29. *Орієнтація гіроскопа відносно географічної системи координат*

Для знаходження проекцій прискорення корпусу гіроскопу скористаємося рис. 3.30 і рис. 3.31.

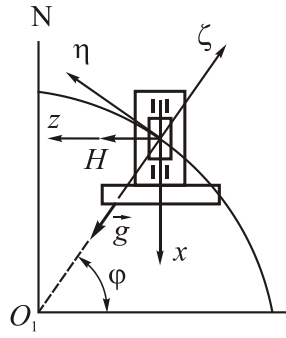


Рис. 3.30. Розташування установки в площині меридіана для схеми випробувань I

Тоді, маємо

$$\begin{aligned} g_x &= g \sin \varphi; \\ g_y &= g \cos \varphi \sin \alpha; \\ g_z &= g \cos \varphi \cos \alpha. \end{aligned} \quad (3.60)$$

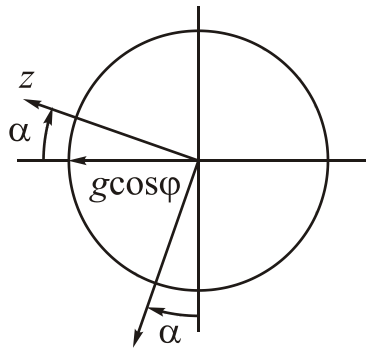


Рис. 3.31. Схема випробувань I. Вигляд згори на поворотний стіл

Підставимо вираз (3.60) в формулу дрейфу гіроскопа (3.17)

$$\begin{aligned} \omega_y^* &= \omega_0 + k_x g \sin \varphi + k_z g \cos \varphi \sin \alpha + k_y g \cos \varphi \cos \alpha + \\ &+ k_{yx} g^2 \cos \varphi \sin \varphi \cos \alpha + k_{yz} g^2 \cos^2 \varphi \cos^2 \alpha + \\ &+ k_{zx} g^2 \cos \varphi \sin \varphi \sin \alpha + k_{zy} g^2 \cos^2 \varphi \sin^2 \alpha + (k_{yy} - k_{zz}) g^2 \cos \varphi \sin \alpha \cos \alpha. \end{aligned}$$

Опускаючи проміжні перетворення, отримаємо

$$\begin{aligned} \omega_y^* &= \omega_0 + k_x g \sin \varphi + (k_{zy} + k_{yz}) \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi + \\ &+ (k_z g \cos \varphi + k_{zx} g^2 \cos \varphi \sin \varphi) \sin \alpha + \\ &+ [k_y g \cos \varphi + k_{yx} g^2 \sin \varphi \cos \varphi] \cos \alpha + \\ &+ (k_{yy} - k_{zz}) \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi \sin 2\alpha + (k_{yz} - k_{zy}) \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi \cos 2\alpha. \end{aligned} \quad (3.61)$$

Порівнюючи вирази (3.61) і (3.23), отримаємо значення коефіцієнтів Фур'є:

$$\begin{aligned}
C_{0S} &= \omega_0 + k_x g \sin \varphi + (k_{yz} + k_{zy}) \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi; \\
C_{1S} &= k_z g \cos \varphi + k_{zx} g^2 \cos \varphi \sin \varphi; \\
C_{2S} &= k_y g \cos \varphi + k_{yx} g^2 \sin \varphi \cos \varphi; \\
C_{3S} &= (k_{yy} - k_{zz}) \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi; \\
C_4 &= (k_{yz} - k_{zy}) \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi.
\end{aligned} \tag{3.62}$$

Відзначимо, що в силу симетрії підшипників ротора гіромотору $k_{yz} = k_{zy}$, тоді $k_{yz} = -k_{zy}$ і $C_{0S} = \omega_0 + k_x g \sin \varphi$.

За величиною струму датчика моменту вимірюють дрейф гіроскопу (3.56). Необхідно зробити n (мінімум п'ять) вимірювань ω_y^* для різних α_i , $i = 1, 2, \dots, n$, а потім, знову використовуючи метод найменших квадратів в матричній формі, визначити шукані коефіцієнти Фур'є (3.62).

Таким чином, провівши десять вимірювань дрейфу і провівши відповідні обчислення, ми отримаємо чисельні значення коефіцієнтів Фур'є (3.59) і (3.62).

Встановимо зв'язок між коефіцієнтами Фур'є і коефіцієнтами дрейфу, для цього складемо табл. 3.2:

Таблиця 3.2. Формули для коефіцієнтів Фур'є. Схема випробувань I в режимі зворотного зв'язку за моментом.

$\hat{C}_{0S} = \omega_0 + k_x g \sin \varphi;$	$\hat{C}_{0N} = \omega_0 - k_x g \sin \varphi;$
$\hat{C}_{1S} = k_z g \cos \varphi + k_{zx} \frac{g^2}{2} \sin 2\varphi;$	$\hat{C}_{1N} = -k_z g \cos \varphi + k_{zx} \frac{g^2}{2} \sin 2\varphi;$
$\hat{C}_{2S} = k_y g \cos \varphi + k_{yx} \frac{g^2}{2} \sin 2\varphi;$	$\hat{C}_{2N} = k_y g \cos \varphi - k_{yx} \frac{g^2}{2} \sin 2\varphi;$
$\hat{C}_{3S} = (k_{yy} - k_{zz}) \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi;$	$\hat{C}_{3N} = -(k_{yy} - k_{zz}) \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi;$
$\hat{C}_4 = k_{yz} g^2 \cos^2 \varphi.$	$\hat{C}_4 = k_{yz} g^2 \cos^2 \varphi.$

За допомогою таблиці розрахуємо параметри дрейфу гіроскопа:

$$\omega_0 = \frac{1}{2} (\hat{C}_{0S} + \hat{C}_{0N}); \tag{3.63}$$

$$k_x = \frac{1}{2g \sin \varphi} (\hat{C}_{0S} - \hat{C}_{0N}); \tag{3.64}$$

$$k_z = \frac{1}{2g \cos \varphi} (\hat{C}_{1S} - \hat{C}_{1N}); \quad (3.65)$$

$$k_{zx} = \frac{1}{g^2 \sin 2\varphi} (\hat{C}_{1S} + \hat{C}_{1N}); \quad (3.66)$$

$$k_y = \frac{1}{2g \cos \varphi} (\hat{C}_{2S} + \hat{C}_{2N}); \quad (3.67)$$

$$k_{yx} = \frac{1}{g^2 \sin 2\varphi} (\hat{C}_{2S} - \hat{C}_{2N}); \quad (3.68)$$

$$k_{yy} - k_{zz} = \frac{2\hat{C}_{3S}}{g^2 \cos^2 \varphi}, \quad (3.69)$$

або

$$k_{yy} - k_{zz} = -\frac{2\hat{C}_{3N}}{g^2 \cos^2 \varphi} \quad (3.70)$$

Так як $k_{yz} = -k_{zy}$, то

$$k_{yz} = \frac{\hat{C}_4}{g^2 \cos^2 \varphi}, \quad k_{zy} = -\frac{\hat{C}_4}{g^2 \cos^2 \varphi} \quad (3.71)$$

Отже, за формулами (3.63) – (3.71) вдається обчислити всі дев'ять коефіцієнтів дрейфу гіроскопа.

3.4.2. Схема випробувань II. Вихідна вісь гіроскопа вертикальна

На рис. 3.32 зображена схема установки.

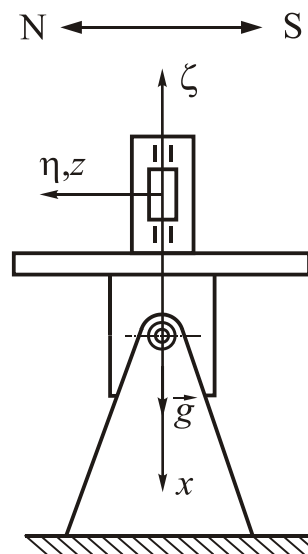


Рис. 3.32. Схема випробувань II. Вихідна вісь гіроскопа вертикальна і спрямована вниз

Орієнтація гіроскопа відносно географічної системи координат показана на рис.3.33.

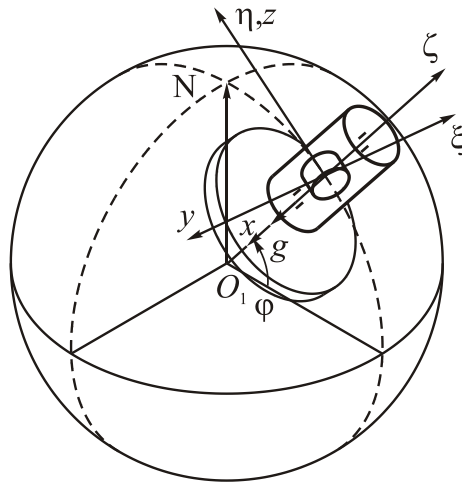


Рис. 3.33. Орієнтація гіроскопа відносно географічної системи координат

Прив'язка установки до площини меридіана показана на рис. 3.34.

Проекції прискорення корпусу гіроскопа матимуть наступні значення:

$$g_x = g, \quad g_y = 0, \quad g_z = 0.$$

Підставимо дані значення в формулу дрейфу (3.17):

$$\omega_{y\downarrow}^* = \omega_0 + k_x g.$$

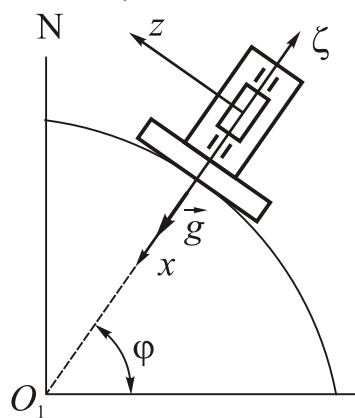


Рис. 3.34. Розташування установки в площині меридіана для схеми випробувань II

Повернемо корпус гіроскопу на 180° навколо осі oz . Схема установки показана на рис. 3.35. Тепер вихідна вісь направлена вгору, а вхідна вісь – на схід.

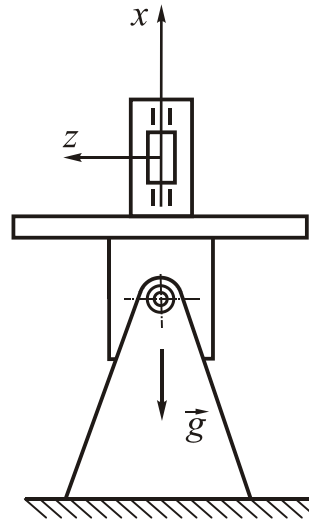


Рис. 3.35. *Схема випробувань II. Вихідна вісь гіроскопа вертикальна і направлена вгору*

Проекції прискорення корпусу гіроскопа матимуть наступні значення:

$$g_x = -g, \quad g_y = 0, \quad g_z = 0.$$

Підставимо дані значення в формулу дрейфу (3.17):

$$\omega_{y\uparrow}^* = \omega_0 - k_x g.$$

Використовуючи нові вирази для дрейфів, отримаємо формули тільки для двох коефіцієнтів дрейфу:

$$\omega_0 = \frac{\omega_{y\downarrow}^* + \omega_{y\uparrow}^*}{2}; \quad k_x = \frac{\omega_{y\downarrow}^* - \omega_{y\uparrow}^*}{2g}. \quad (3.72)$$

3.4.3. Схема випробувань III. Вихідна вісь гіроскопа горизонтальна

На рис. 3.36 зображена схема установки. Вісь кінетичного моменту направлена вгору по вертикалі.

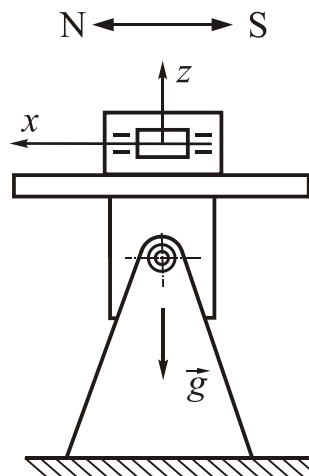


Рис. 3.36. *Схема випробувань III. Вихідна вісь гіроскопа горизонтальна, а вхідна вісь направлена на захід*

Орієнтація гіроскопа відносно географічної системи координат показана на рис. 3.37.

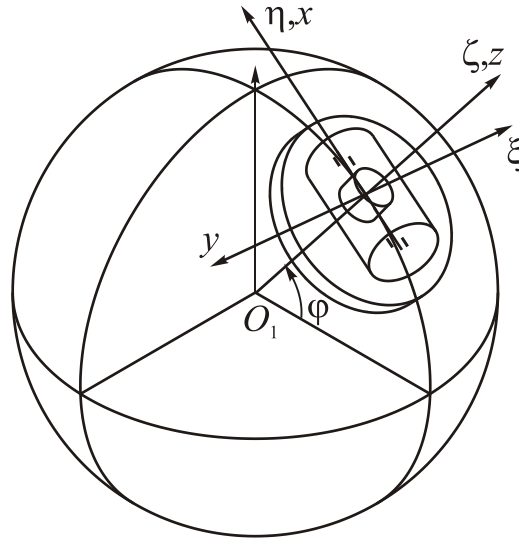


Рис. 3.37. Орієнтація гіроскопа відносно географічної системи координат

Прив'язка установки до площини меридіана показана на рис. 3.38. Проекції прискорення корпусу матимуть наступні значення:

$$g_x = 0, \quad g_y = 0, \quad g_z = -g.$$

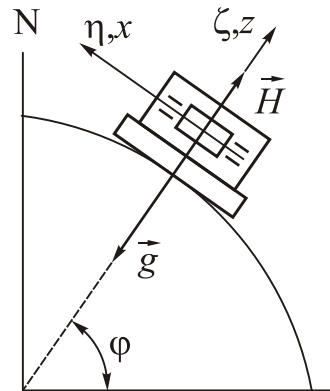


Рис. 3.38. Розташування установки в площині меридіана для схеми випробувань III

Підставимо дані значення в формулу дрейфу (3.17):

$$\omega_{yW}^* = \omega_0 - k_y g + k_{yz} g^2.$$

Розвернемо корпус гіроскопа на 180° навколо осі ox . На рис. 3.39 зображена схема установки. Тепер вісь кінетичного моменту направлена вниз, а вхідна вісь – на схід.

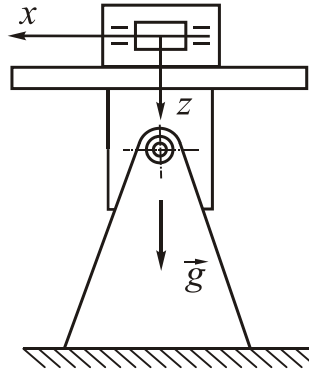


Рис. 3.39. Схема випробувань III. Вихідна вісь гіроскопа горизонтальна, а вхідна вісь направлена на схід

Проекція прискорення корпусу гіроскопа матимуть наступні значення

$$g_x = 0, \quad g_y = 0, \quad g_z = g.$$

Підставимо дані значення в формулу дрейфу (3.17):

$$\omega_{yE}^* = \omega_0 + k_y g + k_{yz} g^2.$$

Використовуючи отримані вирази дрейфів, отримаємо формули для інших двох коефіцієнтів дрейфу:

$$k_y = \frac{\omega_{yE}^* - \omega_{yW}^*}{2g}; \quad k_{yz} = \frac{\omega_{yE}^* + \omega_{yW}^*}{2g^2} - \frac{\omega_0}{g^2}. \quad (3.73)$$

Тут ω_0 вважається відомим з попереднього випробування.

Таким чином, схеми випробувань II і III дозволяють визначити лише частину коефіцієнтів дрейфу гіроскопа.

Відзначимо, що режим зворотного зв'язку по моменту ще називають режимом «електричної пружини», а напрямок уздовж осі обертання Землі по-іншому називають напрямком на Полярну зірку.

При випробуваннях гіроскопа в режимі зворотного зв'язку за моментом, як і в режимі одноосьового гіростабілізатора, необхідна точна виставка гіроскопа в площині меридіана. Для точної початкової виставки використовують теодоліт або наземний гірокомпас.

Якщо гіроскоп змінює орієнтацію в процесі випробувань, то неперпендикулярність його вхідної осі і осі столу призведе до спотворення даних, так як гіроскоп буде реагувати на обертання столу. Аналогічно неточна виставка столу призведе до помилок, оскільки гіроскоп буде реагувати на обертання Землі.

3.5. Випробування гіроскопів на центрифугі

Метою випробувань гіроскопів на центрифугі є дослідження вихідних сигналів і дрейфів гіроскопів при великих прискореннях, а також визначення зда-

тності гіроскопів протистояти тривалим або короткодійним прискоренням у включеному (робочому), або вимкненому (неробочому) стані [66].

Дані випробування зазвичай належать заключній серії випробувань гіроскопів і можуть привести до руйнування приладів. Особливо це відноситься до випробувань по дослідженню допустимих діапазонів прискорень безпечної експлуатації.

Під час монтажу гіроскопів на центрифугу слід уважно і точно виставляти осі гіроскопа, так щоб по-перше, обертання центрифуги не викликало прецесії гіроскопа, і по-друге, щоб максимальна кутова швидкість центрифуги не перевищувала допустимої вхідної кутової швидкості гіроскопа. Якщо ж метою випробувань є дослідження саме такого напрямку вектору прискорення, при якому обертання центрифуги викликає прецесію гіроскопа, тоді останній встановлюють в додаткову обертальну установку, яку розміщують на центрифугі. Ця обертальна установка парює обертання центрифуги і прецесія гіроскопа не виникає.

Випробування на центрифугі проводять, як правило, в режимі зворотного зв'язку за моментом.

Розглянемо схему випробувань, при якій вхідна вісь перпендикулярна осі обертання центрифуги, а вихідна вісь паралельна осі обертання центрифуги і направлена вгору (рис. 3.40).

При постійній кутовій швидкості обертання центрифуги величина доцентрового прискорення визначається за формулою

$$w^H = \omega^2 R, \quad (3.80)$$

де ω – кутова швидкість обертання центрифуги, R – відстань від осі обертання до центра мас гіроскопа. Величину доцентрового прискорення задають, регулюючи ω та R .

Нехай $w^H = 10g$. В табл.3.3 наведено результати обчисленої кутової швидкості центрифуги для різних радіусів.

Таблиця 3.3. Кутова швидкість центрифуги для різного радіусу R

$R, \text{ м}$	1	5	10
$\omega, \text{ об/хв}$	100	42	30

Знайдемо проекції уявного прискорення корпусу гіроскопа:

$$a_x = w_x^H - g_x, \quad a_y = w_y^H - g_y, \quad a_z = w_z^H - g_z.$$

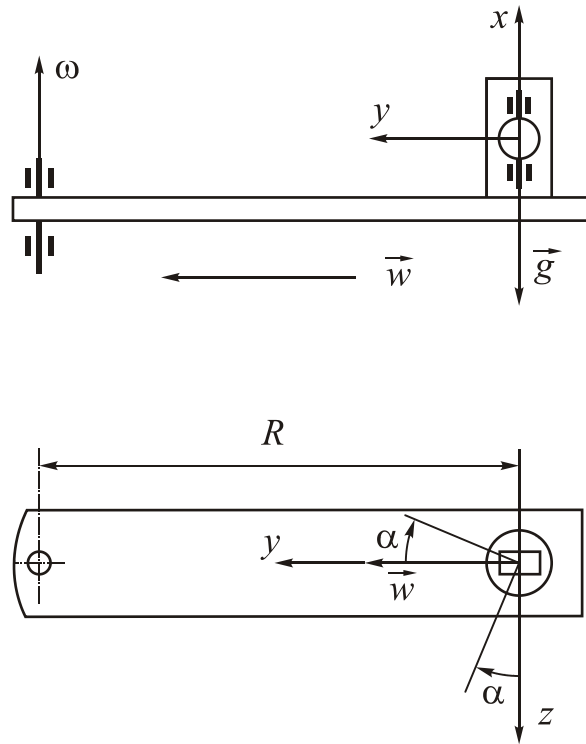


Рис. 3.40. Схема випробувань, при якій вхідна вісь перпендикулярна осі обертання центрифуги, а вихідна вісь паралельна осі обертання центрифуги і направлена вгору

З урахуванням повороту корпусу гіроскопа на кут α (рис. 3.40), отримаємо

$$\begin{aligned} w_x'' &= 0; & g_x &= -g; & a_x &= g; \\ w_y'' &= w'' \cos \alpha; & g_y &= 0; & a_y &= w'' \cos \alpha; \\ w_z'' &= w'' \sin \alpha; & g_z &= 0; & a_z &= w'' \sin \alpha. \end{aligned} \quad (3.81)$$

Підставимо дані вирази в формулу дрейфу гіроскопа (3.17):

$$\begin{aligned} \omega_y^* &= \omega_0 + k_x g + k_z w'' \cos \alpha + k_y w'' \sin \alpha + k_{yx} g w'' \sin \alpha + k_{yz} (w'')^2 \sin^2 \alpha + \\ &+ k_{zx} g w'' \cos \alpha + k_{zy} (w'')^2 \cos^2 \alpha + (k_{yy} - k_{zz}) (w'')^2 \sin \alpha \cos \alpha + \xi_{\uparrow}. \end{aligned}$$

З урахуванням того, що

$$\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} \sin 2\alpha, \quad \cos^2 \alpha = \frac{1}{2} (1 + \cos 2\alpha), \quad \sin^2 \alpha = \frac{1}{2} (1 - \cos 2\alpha)$$

останній вираз можна перетворити до вигляду

$$\begin{aligned} \omega_y^* &= \omega_0 + k_x g + (k_{yz} + k_{zy}) \frac{(w'')^2}{2} + (k_y + k_{yx} g) w'' \sin \alpha + (k_z + k_{zx} g) w'' \cos \alpha + \\ &+ (k_{yy} - k_{zz}) \frac{(w'')^2}{2} \sin 2\alpha + (k_{zy} - k_{yz}) \frac{(w'')^2}{2} \cos 2\alpha + \xi_{\uparrow}. \end{aligned} \quad (3.82)$$

$$\hat{\mathbf{C}}_{\uparrow} = (\mathbf{A}_{\uparrow}^T \mathbf{A}_{\uparrow})^{-1} \mathbf{A}_{\uparrow}^T \mathbf{\Omega}_{\uparrow}. \quad (3.87)$$

Змінимо орієнтацію гіроскопа, повернувши прилад на 180° навколо входної осі. Тепер входна вісь перпендикулярна осі обертання центрифуги, а вихідна вісь паралельна осі обертання центрифуги і направлена донизу (рис. 3.41).

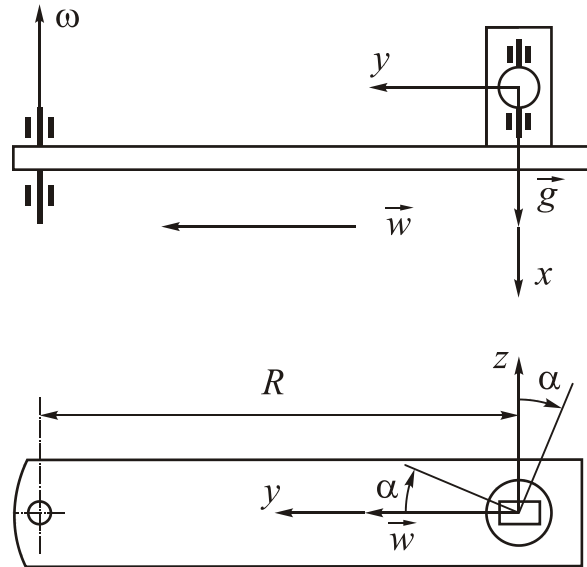


Рис. 3.41. Схема випробувань, при якій входна вісь перпендикулярна осі обертання центрифуги, а вихідна вісь паралельна осі обертання центрифуги і направлена донизу

Проекції лінійного прискорення корпусу гіроскопа в даному випадку матимуть вигляд:

$$\begin{aligned} w_x'' &= 0; & g_x &= g; & a_x &= -g; \\ w_y'' &= w'' \cos \alpha; & g_y &= 0; & a_y &= w'' \cos \alpha; \\ w_z'' &= -w'' \sin \alpha; & g_z &= 0; & a_z &= -w'' \sin \alpha. \end{aligned} \quad (3.88)$$

Підставимо дані вирази в формулу дрейфу гіроскопа (3.17):

$$\begin{aligned} \omega_y^* &= \omega_0 - k_x g + k_z w'' \cos \alpha - k_y w'' \sin \alpha + k_{yx} g w'' \sin \alpha + k_{yz} (w'')^2 \sin^2 \alpha - \\ &- k_{zx} g w'' \cos \alpha + k_{zy} (w'')^2 \cos^2 \alpha - (k_{yy} - k_{zz}) (w'')^2 \sin \alpha \cos \alpha + \xi_{\uparrow}. \end{aligned}$$

Можна перетворити останній вираз до вигляду:

$$\begin{aligned} \omega_y^* &= \omega_0 + k_x g + (k_{yz} + k_{zy}) \frac{(w'')^2}{2} - (k_y + k_{yx} g) w'' \sin \alpha + (k_z + k_{zx}) w'' \cos \alpha - \\ &- (k_{yy} - k_{zz}) \frac{(w'')^2}{2} \sin 2\alpha + (k_{zy} - k_{yz}) \frac{(w'')^2}{2} \cos 2\alpha + \xi_{\uparrow}. \end{aligned} \quad (3.89)$$

Таблиця 3.4. Формули для оцінок коефіцієнтів Фур'є.

$\hat{C}_{0\uparrow} = \omega_0 + k_x g;$	$\hat{C}_{0\downarrow} = \omega_0 - k_x g;$
$\hat{C}_{1\uparrow} = (k_y + k_{yx} g) w^H;$	$\hat{C}_{1\downarrow} = (-k_y + k_{yx} g) w^H;$
$\hat{C}_{2\uparrow} = (k_z + k_{zx} g) w^H;$	$\hat{C}_{2\downarrow} = (k_z - k_{zx} g) w^H;$
$\hat{C}_{3\uparrow} = (k_{yy} - k_{zz}) \frac{(w^H)^2}{2};$	$\hat{C}_{3\downarrow} = -(k_{yy} - k_{zz}) \frac{(w^H)^2}{2};$
$\hat{C}_4 = (k_{zy} - k_{yz}) \frac{(w^H)^2}{2}.$	$\hat{C}_4 = (k_{zy} - k_{yz}) \frac{(w^H)^2}{2}.$

Використовуючи отриману таблицю, отримаємо вирази шуканих параметрів дрейфу гіроскопа:

$$\omega_0 = \frac{1}{2}(\hat{C}_{0\uparrow} + \hat{C}_{0\downarrow}); \quad (3.94)$$

$$k_x = \frac{1}{2g}(\hat{C}_{0\uparrow} - \hat{C}_{0\downarrow}); \quad (3.95)$$

$$k_y = \frac{1}{2w}(\hat{C}_{1\uparrow} - \hat{C}_{1\downarrow}); \quad (3.96)$$

$$k_{yx} = \frac{1}{2gw}(\hat{C}_{1\uparrow} + \hat{C}_{1\downarrow}); \quad (3.97)$$

$$k_z = \frac{1}{2w}(\hat{C}_{2\uparrow} + \hat{C}_{2\downarrow}); \quad (3.98)$$

$$k_{zx} = \frac{1}{2gw}(\hat{C}_{2\uparrow} - \hat{C}_{2\downarrow}); \quad (3.99)$$

$$k_{yy} - k_{zz} = \frac{2\hat{C}_{3\uparrow}}{w^2} \quad \text{або} \quad k_{yy} - k_{zz} = -\frac{2\hat{C}_{3\downarrow}}{w^2}; \quad (3.100)$$

$$k_{yz} = -\frac{\hat{C}_4}{w^2}; \quad (3.101)$$

$$k_{zy} = \frac{\hat{C}_4}{w^2}. \quad (3.102)$$

Отже, за допомоги формул (3.94) – (3.102) вдається обчислити всі дев'ять коефіцієнтів дрейфу гіроскопа під час випробуванні на центрифугу.

Центрифуга (кутова швидкість обертання) може спричинити небажаний вплив на гіроскоп – якщо положення вхідної осі гіроскопа неперпендикулярно осі обертання центрифуги, то з'являється гіроскопічний момент, який компенсується датчиком моменту. При цьому даний момент значно більше за рівнем

момента, викликаного нерівножорсткістю або розбалансуванням ротора гіроскопа, який необхідно виміряти у результаті випробувань. Таким чином, виникає проблема в розподілі «корисного» сигналу (струм датчика моменту пропорційний моменту від нерівножорсткості) і «перешкоди» від кутової швидкості центрифуги.

Один із способів компенсації впливу, обумовленого обертанням центрифуги, полягає в зменшенні кінетичного моменту гіроскопа шляхом зниження швидкості обертання ротора [32]. Але при цьому можуть змінитися коефіцієнти нерівножорсткості. Другий спосіб полягає в установці протиобертової платформи на кінці плеча центрифуги, з тим щоб сумарна кутова швидкість, діюча на гіроскоп, дорівнювала нулю.

3.6. Електромагнітні випробування гіроскопів

Метою даних випробувань є дослідження і вимір будь-яких впливів, які можуть надавати зовнішні магнітні поля на дрейфи гіроскопа. Дані випробування проводять методом тестових поворотів в режимі зворотного зв'язку за моментом або в режимі одновісного гіростабілізатора, з додаванням пари котушок Гельмгольца, які розміщують таким чином, щоб вектор напруженості магнітного поля був розташований уздовж або перпендикулярно осі чутливості гіроскопа.

Спочатку проводять випробування гіроскопа при його відповідній географічній орієнтації і при вимкнених магнітних котушках. Потім аналогічні випробування повторюють при подачі електроживлення на котушки. Зазвичай, повна серія вимірювань виконується для різних орієнтацій магнітного поля по відношенню до осей гіроскопа для визначення максимального впливу. Як правило, гіроскоп під час проведення випробувань не вимикають, щоб виключити вплив ефекту «ВКЛ-ВИКЛ» і також гіроскопу дають увійти в сталий стан перед записом першої серії вимірювань.

Записані дані аналізуються для визначення середнього значення дрейфу для кожної серії випробувань. Порівнюють значення середнього дрейфу при відсутності і наявності магнітного поля для кожної його орієнтації з метою визначення амплітуди або будь-якої залежності дрейфу від величини і орієнтації магнітного поля. Типова чутливість гіроскопа показана на рис. 3.42 [66].

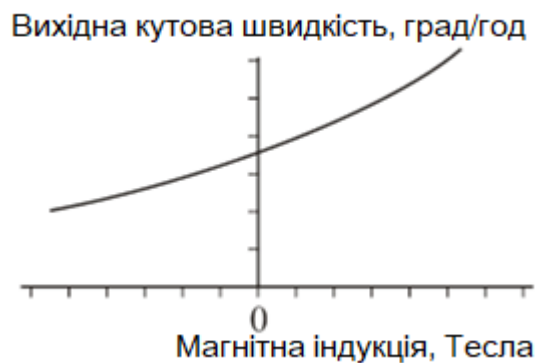


Рис. 3.42. Типова чутливість гіроскопа при електромагнітних випробуваннях

3.7. Вібраційні випробування гіроскопів

Як правило, вібраційні випробування є останньою серією випробувань гіроскопа, оскільки вони потенційно небезпечні через високий ризик руйнування приладу.

Наполегливо рекомендується [66] досліджувати власні частоти коливань монтажного пристосування, яке використовується для кріплення гіроскопа на вібраційному столі, до проведення будь-яких випробувань на випадкову вібрацію. Це дозволить виключити вплив резонансів монтажного пристосування на посилення вхідного прискорення.

Зазвичай при проведенні вібраційних випробувань переслідують чотири цілі:

1. Дослідження АЧХ датчика і його резонансних частот;
2. Визначення дрейфів через нерівножорсткості або дрейфів, що залежать від g^2 ;
3. Вивчення надійності і ресурсу гіроскопа в умовах впливу вібрації. При цьому датчик може або перебувати в робочому стані (випробування на вібростійкість – здатність виробу зберігати працездатність в умовах впливу вібрації), або бути виключеним (випробування на віброміцність – здатність виробу зберігати працездатність після впливу вібрації);
4. Оцінка зміни шумових параметрів вихідного сигналу гіроскопа в залежності від виду вібрації.

Для вібраційних випробувань використовують електродинамічні вібростенди, які дозволяють створювати різні види вібраційних впливів (гармонічна, полігармонічна, випадкова вібрація). Стіл вібратора може здійснювати або вертикальні, або горизонтальні коливання.

У разі випробувань на гармонічну вібрацію, стіл вібростенда здійснює гармонічні коливання відповідної амплітуди прискорення і у відповідній смузі частот.

У разі випробувань на випадкову вібрацію, задається спектральна щільність віброприскорення і ширина смуги частот вібрації.

В процесі проведення вібровипробувань з використанням електродинамічного вібростенда, можливе використання електромагнітних котушок або колець, що знижують вплив електромагнітного поля (degaussing coils – *англ.*), так як вібратор генерує дуже значне магнітне поле. Як показують випробування на магнітну чутливість, це поле може викликати дрейф гіроскопа.

Дослідження АЧХ. Першу серію випробувань слід провести при низькому рівні прискорення і включеному гіроскопі, щоб визначити резонанси датчика і частоти таких резонансів. Це дасть можливість дослідженням надалі вберегти датчик від руйнування. Гіроскоп відповідно орієнтується і жорстко кріпиться до столу вібростенда. Під час таких випробувань вібродатчик (мініатюрний акселерометр) кріпиться до випробувального гіроскопа або до його монтажного пристосування, для вимірювання прискорення з яким рухається гіроскоп. Вібростенд працює в режимі зворотного зв'язку, щоб забезпечити необхідний рівень віброприскорення. Як правило, вибирають режим гармонічної вібрації з максимальною величиною віброприскорення $1g$. Частота вібрації повільно змінюється від декількох герц до верхньої межі, зазвичай 10 kHz . Такий режим випробувань часто називають методом «коливальної або плаваючої частоти». Протягом такого режиму випробувань вихідний сигнал гіроскопа постійно вимірюється для того, щоб знайдені таким способом резонанси не спричинили поломки гіроскопа, а частоти резонансу були зафіксовані. Ці випробування можуть бути повторені для інших орієнтацій гіроскопа, щоб визначити вільні від резонансів частотні діапазони.

Визначення дрейфів через нерівножорсткості пружного підвісу гіроскопа. Випробування проводять на вплив горизонтальної та вертикальної вібрації. Випробування механічних гіроскопів проводять в режимі зворотного зв'язку за моментом. Гіроскоп зазвичай його закріплюють так, щоб вісь чутливості була перпендикулярна осі обертання Землі. Гіроскоп випробовують для того, щоб визначити середнє значення дрейфу для даної орієнтації за певний період часу. Гармонічна вібрація, яка діє на гіроскоп, задається з частотою значно віддаленою від частоти резонансів, які визначені методом «коливальної частоти». Випробування проводять для обраного заздалегідь рівня віброприскорення і вихідний сигнал гіроскопа фіксують за період коливань зазвичай протягом десятків хвилин. Такі випробування повторюють для різних амплітуд і різних фіксованих частот.

Випробування на надійність і ресурс гіроскопа. Для випробувань з метою визначення терміну служби (ресурсу), живучості та опірності датчика зазвичай використовують випадкову вібрацію. Випробування проводять як опи-

сано вище, але частота і амплітуда постійно змінюється за випадковим законом, спектр якого обмежений по частоті відповідною шириною (смугою), а амплітуда – величиною спектральної щільності. Дана спектральна щільність визначає максимальне прискорення, з яким рухається датчик, закріплений на столі вібростенда.

Залежно від сфери застосування випробуваного датчика, гіроскоп може перебувати у включеному (робочому) або вимкненому (неробочому) стані. Якщо, наприклад, досліджується чутливість до пошкоджень під час транспортування, то датчик випробують протягом тижнів або місяців в неробочому стані. В цьому випадку датчик повинен бути паспортизований до і після випробувань, щоб встановити будь-які зміни в своїй поведінці. Якщо ж досліджується датчик, що встановлюється на тактичних ракетах, на ділянці польоту, коли значні динамічні дії, датчик повинен бути у включеному стані, але час дії вібрації повинен бути коротким, наприклад 10с або ще менше. Вихідний сигнал гіроскопа повинен бути записаний до і після проведення таких вібровипробувань для встановлення значення будь-яких спостережуваних змін в поведінці датчика.

3.7.1. Визначення дрейфів через нерівножорсткість пружного підвісу. Випадок горизонтальної вібрації

Зупинимось на визначенні коефіцієнтів нерівножорсткості двоступеневого гіроскопа, пропорційних g^2 . Розглянемо випадок горизонтальної гармонійної вібрації $w^s = w_m \sin \omega t$.

На рис. 3.43 зображена схема установки. Тут 1 – гіроскоп, 2 – п'єзодатчик, 3 – стіл з направляючими або салазками, 4 – вібростенд, 5 – технологічна призма або поворотний стіл.

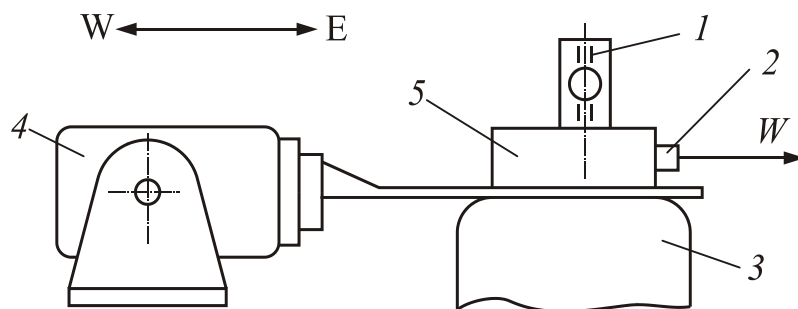


Рис. 3.43. Схема установки випробувань гіроскопа при горизонтальній вібрації

Розглянемо схему I, коли вихідна вісь гіроскопа паралельна земній осі і спрямована на північ, а вхідна вісь – на схід (рис. 3.44).

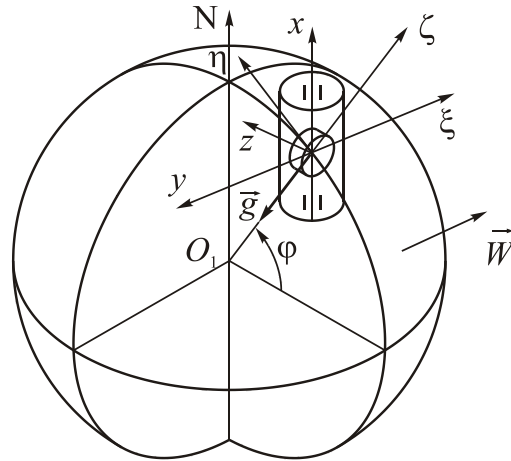


Рис. 3.44. Орієнтація гіроскопа відносно географічної системи координат при горизонтальній вібрації

Відносно спостерігача, що знаходиться в наземній випробувальній лабораторії і площині меридіана, фрагмент установки буде мати вигляд, представлений на рис. 3.45.

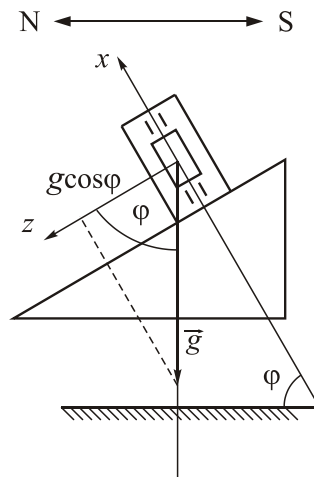


Рис. 3.45. Розташування установки в площині меридіана

Знайдемо проекції уявного прискорення корпусу гіроскопа:

$$a_x = w_x^g - g_x, \quad a_y = w_y^g - g_y, \quad a_z = w_z^g - g_z. \quad (3.103)$$

З урахуванням повороту корпусу гіроскопа на кут α (рис. 3.46), отримаємо

$$\begin{aligned} w_x^g &= 0; & g_x &= -g \sin \varphi; & a_x &= g \sin \varphi; \\ w_y^g &= w^g \cos \alpha; & g_y &= -g \cos \varphi \sin \alpha; & a_y &= w^g \cos \alpha + g \cos \varphi \sin \alpha; \\ w_z^g &= w^g \sin \alpha; & g_z &= g \cos \varphi \cos \alpha; & a_z &= w^g \sin \alpha - g \cos \varphi \cos \alpha. \end{aligned} \quad (3.104)$$

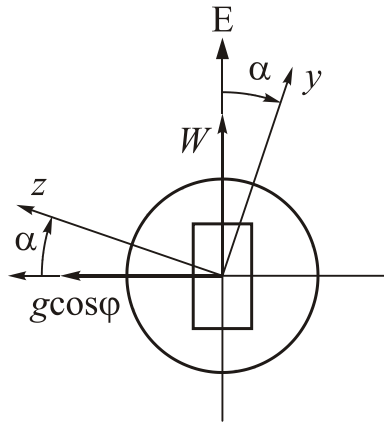


Рис. 3.46. Схема випробувань на горизонтальну вібрацію.
Вигляд зверху на поворотний стіл

Підставимо дані вирази у формулу дрейфу гіроскопа (3.17):

$$\begin{aligned} \omega_y^* = & \omega_0 + k_x g \sin \varphi + k_z (w^g \cos \alpha + g \cos \varphi \sin \alpha) + \\ & + k_y (w^g \sin \alpha - g \cos \varphi \cos \alpha) + k_{yx} g \sin \varphi (w^g \sin \alpha - g \cos \varphi \cos \alpha) + \\ & + k_{yz} (w^g \sin \alpha - g \cos \varphi \cos \alpha)^2 + k_{zx} g \sin \varphi (w^g \cos \alpha + g \cos \varphi \sin \alpha) + \\ & + k_{zy} (w^g \cos \alpha + g \cos \varphi \sin \alpha)^2 + \\ & + (k_{yy} - k_{zz}) (w^g \cos \alpha + g \cos \varphi \sin \alpha) (w^g \sin \alpha - g \cos \varphi \cos \alpha). \end{aligned}$$

Усереднимо дрейф гіроскопа за період вібрації T , ввівши оператор усереднення

$$\langle \omega_y^*(t) \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T \omega_y^*(t) dt.$$

З врахуванням того, що $\langle w^g \rangle = w_m \langle \sin \omega t \rangle = 0$, а також $\langle (w^g)^2 \rangle = \frac{w_m^2}{2}$, після нескладних перетворень отримаємо

$$\begin{aligned} \langle \omega_y^* \rangle_N = & C_{0N} + \tilde{C}_0 + (C_{1N} + \tilde{C}_1) \sin \alpha + (C_{2N} + \tilde{C}_2) \cos \alpha + \\ & + (C_{3N} + \tilde{C}_3) \sin 2\alpha + (C_{4N} + \tilde{C}_4) \cos 2\alpha. \end{aligned} \quad (3.105)$$

Тут коефіцієнти Фур'є $C_{0N}, C_{1N}, C_{2N}, C_{3N}, C_{4N}$ залежать від g і співпадають з коефіцієнтами Фур'є для раніше розглянутого випадку випробувань гіроскопа в режимі зворотного зв'язку за моментом (схема I, коли вихідна вісь гіроскопа паралельна земній осі і направлена на північ) і визначається виразами (3.65), а коефіцієнти Фур'є $\tilde{C}_i$ залежать від амплітуди вібрації.

$$\tilde{C}_0 = (k_{yz} + k_{zy}) \frac{w_m^2}{4}; \quad \tilde{C}_1 = \tilde{C}_2 = 0; \quad \tilde{C}_3 = (k_{yy} - k_{zz}) \frac{w_m^2}{4}; \quad \tilde{C}_4 = (k_{zy} - k_{yz}) \frac{w_m^2}{4}.$$

З урахуванням симетрії шарикопідшипників, маємо $k_{yz} = -k_{zy}$. Тоді

$$\tilde{C}_0 = \tilde{C}_1 = \tilde{C}_2 = 0; \quad \tilde{C}_3 = (k_{yy} - k_{zz}) \frac{w_m^2}{4}; \quad \tilde{C}_4 = k_{zy} \frac{w_m^2}{2}. \quad (3.106)$$

Отже можна зробити висновок про те, що горизонтальна вібрація при даній схемі розташування гіроскопа призводить до зміни обмеженого числа коефіцієнтів нерівножорсткості.

Випробування проводиться при декількох рівнях w_m . По отриманим даним визначаються коефіцієнти Фур'є розкладання в ряд по гармоніках кута α . Якщо кожен з коефіцієнтів Фур'є представити у вигляді графіку залежності від w_m^2 , то нахили кривих будуть визначати коефіцієнти нерівножорсткості, так як складові, які залежать від g не змінюються при зміні w_m^2 і являють собою постійні зміщення графіків вздовж осі ординат.

Повернемо корпус гіроскопа на 180° навколо осі кінетичного моменту так, щоб вихідна вісь була направлена на південь, а вхідна вісь – на захід (рис. 3.47).

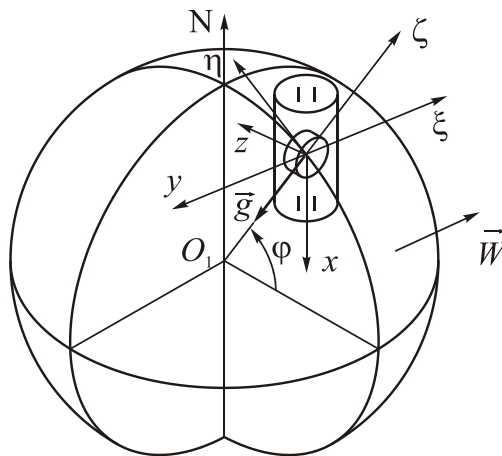


Рис. 3.47. Орієнтація гіроскопа відносно географічної системи координат при горизонтальній вібрації

Відносно спостерігача, який знаходиться в наземній випробувальній лабораторії і площини меридіану, фрагмент установки буде мати вигляд, представлений на рис. 3.48.

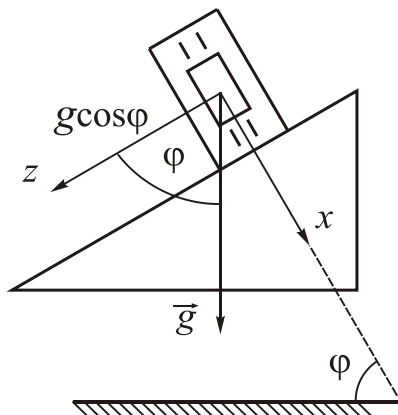


Рис. 3.48. Розташування установки в площині меридіану

Знайдемо проекції лінійного прискорення корпусу гіроскопа:

$$a_x = w_x^g - g_x, \quad a_y = w_y^g - g_y, \quad a_z = w_z^g - g_z.$$

З урахуванням повороту корпусу гіроскопа на кут α (рис. 3.49), отримаємо

$$\begin{aligned} w_x^g &= 0; & g_x &= g \sin \varphi; & a_x &= -g \sin \varphi; \\ w_y^g &= -w^g \cos \alpha; & g_y &= g \cos \varphi \sin \alpha; & a_y &= -w^g \cos \alpha - g \cos \varphi \sin \alpha; \\ w_z^g &= w^g \sin \alpha; & g_z &= g \cos \varphi \cos \alpha; & a_z &= w^g \sin \alpha - g \cos \varphi \cos \alpha. \end{aligned} \quad (3.107)$$

Підставимо вирази (3.107) в формулу дрейфу гіроскопа (3.17):

$$\begin{aligned} \omega_y^* &= \omega_0 - k_x g \sin \varphi - k_z (w^g \cos \alpha + g \cos \varphi \sin \alpha) + k_y (w^g \sin \alpha - g \cos \varphi \cos \alpha) - \\ &- k_{yx} g \sin \varphi (w^g \sin \alpha - g \cos \varphi \cos \alpha) + k_{yz} (w^g \sin \alpha - g \cos \varphi \cos \alpha)^2 + \\ &+ k_{zx} g \sin \varphi (w^g \cos \alpha + g \cos \varphi \sin \alpha) - k_{zy} (w^g \cos \alpha + g \cos \varphi \sin \alpha)^2 - \\ &-(k_{yy} - k_{zz})(w^g \cos \alpha + g \cos \varphi \sin \alpha)(w^g \sin \alpha - g \cos \varphi \cos \alpha). \end{aligned}$$

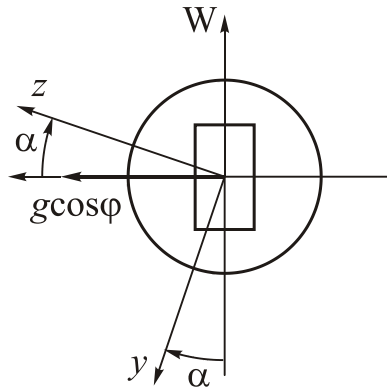


Рис. 3.49. Схема випробувань на горизонтальну вібрацію.
Вигляд зверху на поворотний стіл

Усереднюючи дрейф гіроскопа за період вібрації, після нескладних перетворень отримаємо:

$$\begin{aligned} \langle \omega_y^* \rangle_s &= C_{0S} + \tilde{C}_0 + (C_{1S} + \tilde{C}_1) \sin \alpha + (C_{2S} + \tilde{C}_2) \cos \alpha + \\ &+ (C_{3S} - \tilde{C}_3) \sin 2\alpha + (C_{4S} + \tilde{C}_4) \cos 2\alpha. \end{aligned} \quad (3.108)$$

Тут коефіцієнти Фур'є $C_{0S}, C_{1S}, C_{2S}, C_{3S}, C_{4S}$ залежать від g і співпадають з коефіцієнтами Фур'є для раніше розглянутого випадку випробувань гіроскопа в режимі зворотного зв'язку за моментом (схема I, коли вихідна вісь гіроскопа паралельна земній осі і направлена на південь) і визначається виразами (3.68). Коефіцієнти Фур'є $\tilde{C}_i$ відрізняються від (3.106) знаком $\tilde{C}_{3S}$, який не впливає на величину.

Таким чином, метод тестових поворотів «не працює» при вібраційних випробуваннях.

Для визначення інших коефіцієнтів нерівножорсткості необхідно провести випробування при іншій орієнтації гіроскопа.

Розглянемо **схему II** (рис. 3.50), коли вісь обертання гіродвигуна паралельна осі обертання Землі і направлена на північ.

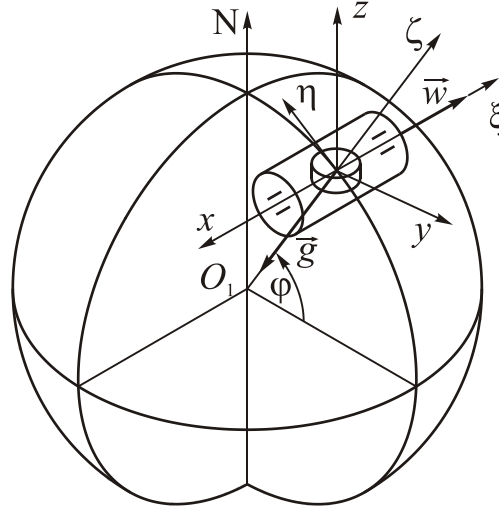


Рис. 3.50. Орієнтація гіроскопу відносно географічної системи координат під час горизонтальної вібрації

Проекції лінійного прискорення корпусу гіроскопа в цьому випадку мають вигляд:

$$a_x = w_x^g - g_x, \quad a_y = w_y^g - g_y, \quad a_z = w_z^g - g_z.$$

Відносно спостерігача, що знаходиться в наземній випробувальній лабораторії і площині меридіану, фрагмент установки буде мати вигляд, представлений на рис. 3.51.

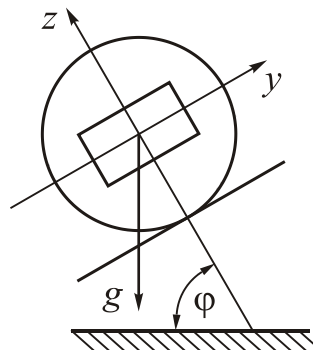


Рис. 3.51. Розташування установки в площині меридіану

З урахуванням повороту корпусу гіроскопа на кут α (рис. 3.52), отримаємо

$$\begin{aligned}
w_x^e &= -w^e \cos \alpha; & g_x &= g \cos \varphi \sin \alpha; & a_x &= -w^e \cos \alpha - g \cos \varphi \sin \alpha; \\
w_y^e &= -w^e \sin \alpha; & g_y &= -g \cos \varphi \cos \alpha; & a_y &= -w^e \sin \alpha + g \cos \varphi \cos \alpha; \\
w_z^e &= 0; & g_z &= -g \sin \varphi; & a_z &= g \sin \varphi.
\end{aligned} \quad (3.109)$$

Підставимо дані вирази в формулу дрейфу гіроскопа (3.17):

$$\begin{aligned}
\omega_y^* &= \omega_0 - k_x(w^e \cos \alpha + g \cos \varphi \sin \alpha) + k_z(-w^e \sin \alpha + g \cos \varphi \cos \alpha) - \\
&- k_{yx}g \sin \varphi(w^e \cos \alpha + g \cos \varphi \sin \alpha)g \sin \varphi + k_{yz}g^2 \sin^2 \varphi - \\
&- k_{zx}(w^e \cos \alpha + g \cos \varphi \sin \alpha)(-w^e \sin \alpha + g \cos \varphi \cos \alpha) + \\
&+ k_{zy}(-w^e \sin \alpha + g \cos \varphi \cos \alpha)^2 + (k_{yy} - k_{zz})(-w^e \sin \alpha + g \cos \varphi \cos \alpha)g \sin \varphi.
\end{aligned}$$

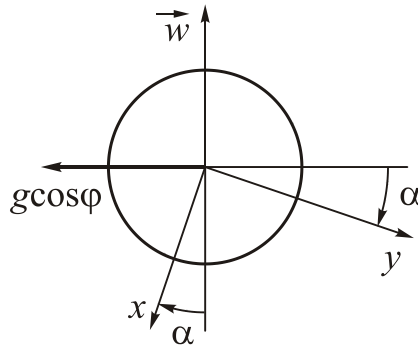


Рис. 3.52. Схема випробувань на горизонтальну вібрацію.
Вигляд зверху на поворотний стіл

Після усереднення залишаємо складові, які містять $(w^e)^2$:

$$\langle \omega_y^* \rangle = k_{zy} \frac{w_m^2}{4} + k_{zx} \frac{w_m^2}{4} \sin 2\alpha - k_{zy} \frac{w_m^2}{4} \cos 2\alpha.$$

Порівнюючи отриманий вираз з розкладанням в ряд Фур'є, отримаємо

$$\tilde{C}_0 = k_{zy} \frac{w_m^2}{4}; \quad \tilde{C}_1 = \tilde{C}_2 = 0; \quad \tilde{C}_3 = k_{zx} \frac{w_m^2}{4}; \quad \tilde{C}_4 = -k_{zy} \frac{w_m^2}{4}.$$

Дана схема дозволила оцінити ще один коефіцієнт нерівножорсткості k_{zx} .

3.7.2. Випробування гіроскопів при вертикальній вібрації

До цього часу ми розглядали горизонтальну вібрацію. Розглянемо випадок випробувань гіроскопів під час вертикальної вібрації, коли вихідна вісь гіроскопу паралельна осі обертання Землі і направлена на південь (схема І). Схема установки зображена на рис. 3.53.

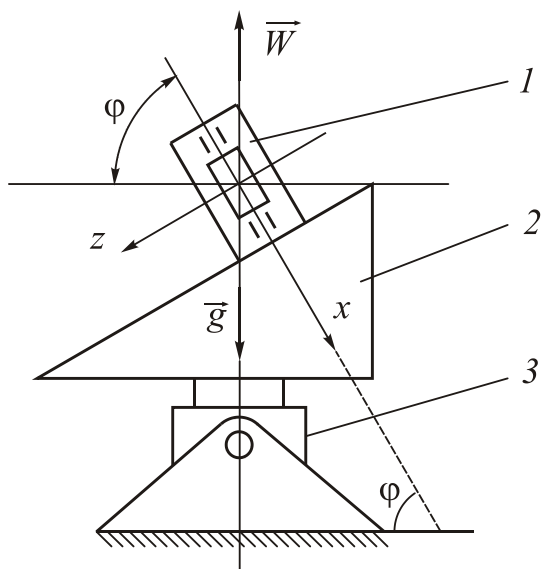


Рис. 3.53. Схема установки випробувань гіроскопів при вертикальній вібрації

Відносно географічної системи координат, схема випробувань буде мати вигляд, представлений на рис. 3.54. Тут введені такі позначення: 1 – гіроскоп, 2 – монтажна призма, 3 – вібростенд.

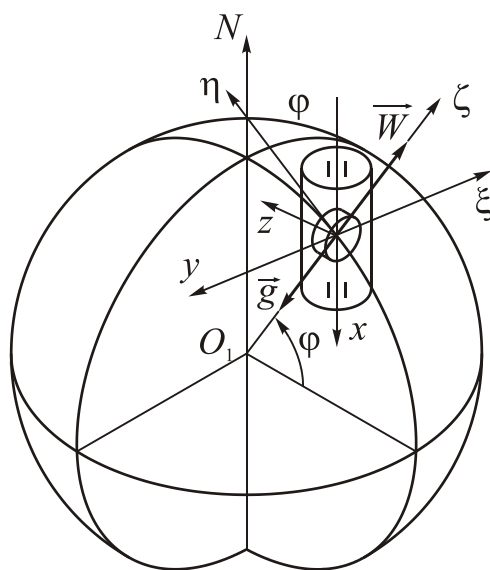


Рис. 3.54. Орієнтація гіроскопу відносно географічної системи координат при вертикальній вібрації

Відносно спостерігача, що знаходиться в наземній випробувальній лабораторії в площині меридіана, фрагмент установки зображений на рис. 3.55.

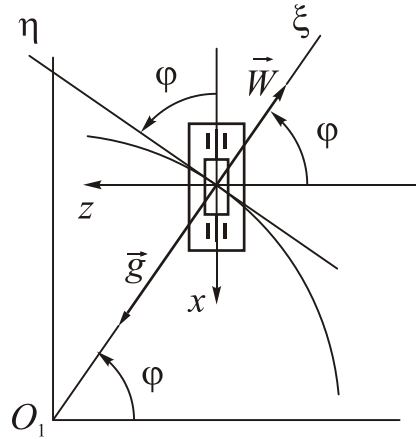


Рис. 3.55. Розташування установки в площині меридіану при вертикальній вібрації

Схема випробувань в площині паралелі (вигляд зверху на гіроскоп) зображена на рис. 3.56.

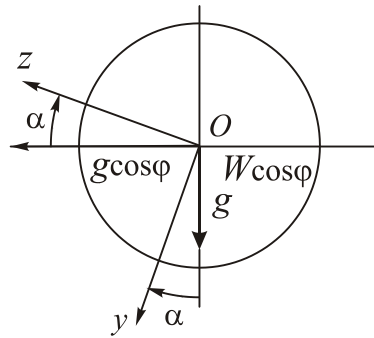


Рис. 3.56. Схема випробувань в площині паралелі (вигляд зверху на гіроскоп)

Використовуючи останні два рисунки, знайдемо проекції уявного прискорення корпусу гіроскопа:

$$\begin{aligned} w_x &= (w^e - g) \sin \varphi; \\ w_y &= (w^e - g) \cos \varphi \sin \alpha; \\ w_z &= (w^e - g) \cos \varphi \cos \alpha. \end{aligned} \quad (3.110)$$

Підставимо дані вирази в формулу дрейфу гіроскопа (3.17):

$$\begin{aligned} \omega_y^* &= \omega_0 - k_x (w^e - g) \sin \varphi + k_z (w^e - g) \cos \varphi \sin \alpha + k_y (w^e - g) \cos \varphi \cos \alpha + \\ &+ k_{yx} (w^e - g)^2 \sin \varphi \cos \varphi \cos \alpha + k_{yz} (w^e - g)^2 \cos^2 \varphi \cos^2 \alpha + \\ &+ k_{zx} (w^e - g)^2 \sin \varphi \cos \varphi \sin \alpha + k_{zy} (w^e - g)^2 \cos^2 \varphi \sin^2 \alpha + \\ &+ (k_{yy} - k_{zz}) (w^e - g)^2 \cos^2 \varphi \sin \alpha \cos \alpha. \end{aligned}$$

Усереднюючи дрейф гіроскопа за період вібрації, після нескладних перетворень отримаємо

$$\langle \omega_y^* \rangle = C_0 + \tilde{C}_0 + (C_1 + \tilde{C}_1) \sin \alpha + (C_2 + \tilde{C}_2) \cos \alpha + \\ + (C_3 + \tilde{C}_3) \sin 2\alpha + (C_4 + \tilde{C}_4) \cos 2\alpha.$$

Тут коефіцієнти Фур'є C_0, C_1, C_2, C_3, C_4 залежать від g і співпадають з коефіцієнтами Фур'є для раніше розглянутого випадку випробування гіроскопу в режимі зворотного зв'язку по моменту (схема I, коли вихідна вісь гіроскопа паралельна земній осі і направлена на південь) і визначається виразами (3.68), а коефіцієнти Фур'є $\tilde{C}_i$ залежать від амплітуди вібрації. Розглянемо постійну складову дрейфу, яка залежить від останніх доданків:

$$\langle \tilde{\omega}_y^* \rangle = \tilde{C}_0 + \tilde{C}_1 \sin \alpha + \tilde{C}_2 \cos \alpha + \tilde{C}_3 \sin 2\alpha + \tilde{C}_4 \cos 2\alpha.$$

З урахуванням того, що $\langle w^e \rangle = w_m \langle \sin \omega t \rangle = 0$, а також $\langle (w^e)^2 \rangle = \frac{w_m^2}{2}$, після нескладних перетворень отримаємо

$$\langle \tilde{\omega}_y^* \rangle = (k_{yz} + k_{zy}) \frac{w_m^2}{4} \cos^2 \varphi + k_{zx} \frac{w_m^2}{2} \sin \varphi \cos \varphi \sin \alpha + k_{yx} \frac{w_m^2}{2} \sin \varphi \cos \varphi \cos \alpha + \\ + k_{yy} - k_{zz}) \frac{w_m^2}{4} \cos^2 \varphi \sin 2\alpha + (k_{yz} - k_{zy}) \frac{w_m^2}{4} \cos^2 \varphi \cos 2\alpha.$$

Отже, коефіцієнти Фур'є $\tilde{C}_i$ залежать від амплітуди вібрації і мають вигляд

$$\begin{aligned} \tilde{C}_0 &= (k_{yz} + k_{zy}) \frac{w_m^2}{4} \cos^2 \varphi; & \tilde{C}_1 &= k_{zx} \frac{w_m^2}{2} \sin \varphi \cos \varphi; \\ \tilde{C}_2 &= k_{yx} \frac{w_m^2}{2} \sin \varphi \cos \varphi; & \tilde{C}_3 &= (k_{yy} - k_{zz}) \frac{w_m^2}{4} \cos^2 \varphi; \\ \tilde{C}_4 &= (k_{yz} - k_{zy}) \frac{w_m^2}{4} \cos^2 \varphi. \end{aligned} \quad (3.111)$$

Опускаючи аналогічні викладки для випадку, коли вихідна вісь гіроскопа розгорнута на 180° , відмітимо, що отримані коефіцієнти Фур'є чисельно не відрізняються від коефіцієнтів Фур'є (3.111). Таким чином, метод тестових поворотів при вібрації «не працює».

Вигляд коефіцієнтів Фур'є (3.111) показує, що максимальний ефект від дії вібрації на значення коефіцієнтів спостерігається при $\varphi = 45^\circ$. Аналогічний ефект буде спостерігатись при такому ж куті відхилення вихідної осі гіроскопа від вертикалі місця.

Розглянемо схеми випробувань II і III, коли вихідна вісь гіроскопа вертикальна (рис. 3.57) і коли вихідна вісь гіроскопа горизонтальна (рис. 3.58).

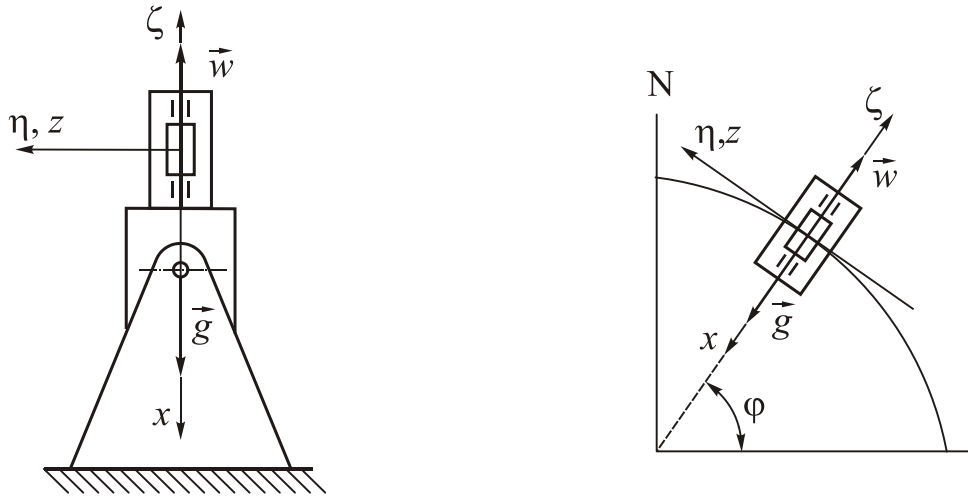


Рис. 3.57. Схема випробувань II, коли вихідна вісь гіроскопа вертикальна

Для схеми II маємо

$$a_x = w^g - g; \quad a_y = a_z = 0.$$

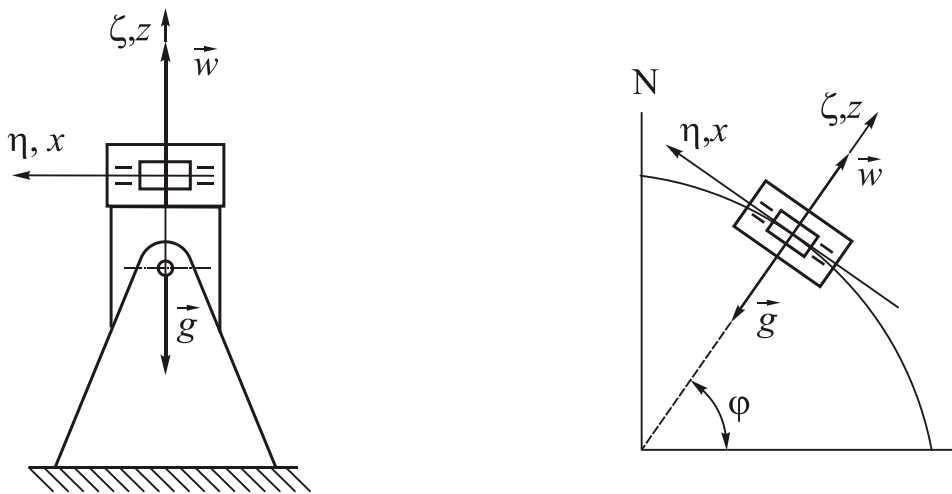


Рис. 3.58. Схема випробувань III, коли вихідна вісь гіроскопа горизонтальна

Для схеми III маємо

$$a_x = a_y = 0; \quad a_z = w^g - g.$$

Очевидно, що такі схеми розташування гіроскопа на вібростенді не дають можливості отримати постійну складову дрейфу через нерівножорсткості пружного підвісу. Тому їх використовують для визначення АЧХ, резонансних частот гіроскопа і проведення випробувань на вібростійкість. Випробування для визначення АЧХ, резонансних частот гіроскопа проводять для дослідження розташування власних частот гіроскопа по відношенню до частоти вібрації. Якщо власні частоти гіроскопа знаходяться в полісі вібрації, то застосовують систему віброзахисту.

3.8. Випробування динамічно налаштованих гіроскопів

Динамічно налаштовані гіроскопи (ДНГ) знайшли широке використання в якості чутливих елементів приладів і систем орієнтації, стабілізації і навігації 80-90-х роках ХХ століття. ДНГ, завдяки таким своїм перевагам, як малі габарити і енергоспоживання, невисока ціна при відпрацьованій технології серійного виготовлення, малий час готовності і висока надійність, стали застосовуватись спочатку в авіації, а потім на морських суднах (гірокомпаси SKR-80, «Яхта», «Крузиз», «Гюйс»).

На рис. 3.59 показана конструктивна схема двокільцевого ДНГ. Тут $Oxyz$ - система координат, зв'язана з корпусом ДНГ.

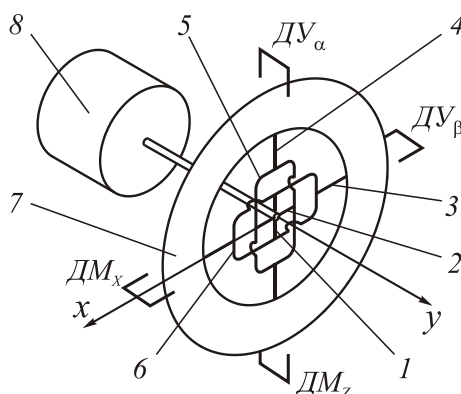


Рис. 3.59. Схема ДНГ з двокільцевим підвісом: 1,2,3,4 – перша, друга, третя і четверта пари торсіону пружного підвісу; 5,6 – перше і друге кільця; 7 – ротор гіроскопа; 8 – гіродвигун.

В табл. 3.5 наведено для порівняння параметри двох ДНГ морського і авіаційного призначення.

Таблиця 3.5 Параметри двох ДНГ морського і авіаційного призначення.

Параметри	ГБ-23	ГВК-6
Систематичний дрейф		
- не залежний від g , °/год	1,5	3
- залежний від g , °/год/ g	1,5	0,5
- через нерівножорсткість, °/год/ g^2	0,1	0,05
- квадратурний дрейф, °/год/ g	1,0	0,5
Випадковий дрейф (σ) за шість годин, °/год ^{1/2}	0,02	0,05
Частота обертання ротора, Гц (кутова швидкість, об/хв)	200 (12000)	240 (14400)
Кінетичний момент, Г см с ²	240	180
Стала часу, сек	50	50
Маса, кг	0,4	0,39
Ресурс, год	10000	1000

Лінеаризовані рівняння руху двокільцевого ДНГ мають вигляд [2,10,20,35]:

$$\begin{aligned} I\ddot{\alpha} + h\dot{\alpha} + \Delta c\alpha + H\dot{\beta} + h\Omega\beta &= M_z - I\dot{\omega}_z - H^*\omega_x; \\ I\ddot{\beta} + h\dot{\beta} + \Delta c\beta - H\dot{\alpha} - h\Omega\alpha &= M_x - I\dot{\omega}_x + H^*\omega_z. \end{aligned} \quad (3.112)$$

Тут позначено:

$$I = B + b, \quad H = (A + 2b)\Omega, \quad H^* = (A + b - c + a)\Omega, \quad \Delta c = c_T - (c - a + b)\Omega^2,$$

Δc - залишкова жорсткість ДНГ або похибка динамічного налаштування, A, B - осьовий і екваторіальний моменти інерції ротора, a, b, c - моменти інерції колець пружного підвісу; Ω - кутова швидкість обертання ротора, c_T - сумарна кутова жорсткість торсіонів, h - коефіцієнт в'язкого демпфування, M_x, M_z - моменти, прикладені до ротора гіроскопа.

Характеристики ДНГ можна розділити на точні і конструкційні.

До *точних характеристик* відноситься систематична і випадкова складові дрейфу гіроскопа, їх залежності від температури навколишнього середовища, від впливу лінійних прискорень і інших впливових факторів.

До *конструкційних характеристик* відносяться крутизна і лінійність датчиків моментів гіроскопа, крутизна і нульові сигнали датчиків кута і інші параметри, які характеризують конструкцію гіроскопа.

Визначення точних характеристик гіроскопа проводиться шляхом вимірювання кутової швидкості руху вектору кінетичного моменту в інерціальному просторі відносно осей чутливості.

За прийнятою для ДНГ методики систематична складова дрейфу визначається як середнє значення швидкості дрейфу, наприклад, за кілька хилин. Випадкова складова дрейфу визначається як зміна систематичної складової дрейфу за декілька годин.

Так як кути відхилення маховика ДНГ повинні бути малими, кутова швидкість руху вектору кінетичного моменту гіроскопу вимірюється в режимі зворотного зв'язку за моментом (в режимі «електричної пружини»), при якому сигнали з датчиків кута для обнуління подаються після відповідного перетворення в датчиках моменту гіроскопа.

Випробування проводять в сталому тепловому режимі, щоб результати вимірювань не залежали від температури. Для стаціонарного теплового режиму модель дрейфів ДНГ приймемо у вигляді:

$$\begin{aligned} \tilde{\omega}_x &= \omega_{x0} + k_{x1}a_x + k_{z1}a_y + k_{y1}a_z + k_{11}a_xa_y + k_{12}a_ya_z + k_{13}a_zax + k_{14}a_x^2 + k_{15}a_y^2 + k_{16}a_z^2; \\ \tilde{\omega}_z &= \omega_{z0} + k_{x2}a_x + k_{z2}a_y + k_{y2}a_z + k_{21}a_xa_y + k_{22}a_ya_z + k_{23}a_zax + k_{24}a_x^2 + k_{25}a_y^2 + k_{26}a_z^2. \end{aligned} \quad (3.113)$$

Тут позначено: $\tilde{\omega}_y, \tilde{\omega}_z$ - кутові швидкості дрейфів ДНГ; ω_{x0}, ω_{z0} - незалежна складова дрейфу, обумовлена недосконалістю датчиків кута, датчиків моменту і пружного підвісу, недосконалістю шарикопідшипників, які породжують осьові, радіальні і кутові вібрації. Вона змінюється під впливом вібрації на корпус ДНГ, але не залежить від повільних поступальних прискорень. В незалежну складову включається також дрейф через залишкову жорсткість пружного підвісу внаслідок обмеженої точності динамічного налаштування, $^{\circ}/\text{ч}$; k_{xi}, k_{yi}, k_{zi} ($i=1,2$) – коефіцієнти складової дрейфу, яка залежить від поступального прискорення, $^{\circ}/\text{г} \cdot \text{г}$; k_{ij}, k_{ij}, k_{ij} ($j=1,2,\dots,6$) коефіцієнти складової дрейфу через нерівножорсткість пружного підвісу, $^{\circ}/\text{г} \cdot \text{г}^2$; a_x, a_y, a_z - проекції на осі $Oxyz$ уявного прискорення корпусу ДНГ.

Дана модель дрейфів ДНГ відрізняється від прийнятої моделі [10,12] наявністю доданків, які містять відповідні проекції a^2 , які розширюють модель до повного набору доданків з проекціями a_x^2, a_y^2, a_z^2 .

Для паспортизації дрейфів ДНГ за моделлю (3.113) необхідно знати двадцять коефіцієнтів – десять для дрейфу по одній осі і стільки ж по іншій. Їх можна розрахувати для конкретного зразку, якщо для нього відомі інструментальні похибки виготовлення. Однак достовірно розрахувати технологічні похибки виготовлення в зібраному гіроскопі неможливо. Тому ці коефіцієнти визначають експериментально і вносять в паспорт гіроскопа.

Так як кути відхилення маховика ДНГ повинні бути малими, то випробування приладу проводять в режимі «електричної пружини» – зворотного зв'язку за моментом. Вектор $\vec{H}$ гіроскопа орієнтують паралельно осі світу (рис. 3.60) і проводять так звані «полярні випробування»: повертають корпус ДНГ навколо вектору $\vec{H}$ гіроскопа (по куту α від 0° до 360°) на дискретні кути і вимірюють при цьому струми (пропорційні кутовим швидкостям дрейфу) в ланках зворотних зв'язків, які відносяться до взаємо перпендикулярних осей прецесії. У результаті отримують декілька серій вимірів, кожна з яких представляє собою систему рівнянь для визначення двадцяти коефіцієнтів, які входять в рівняння (3.113). Надмірність спостережень дозволяє мінімізувати помилки визначення зазначених коефіцієнтів.

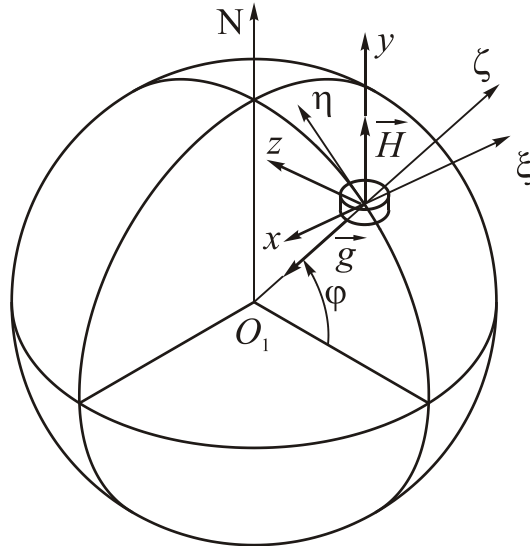


Рис. 3.60. Орієнтація ДНГ відносно географічної системи координат

Струми датчиків моменту в цьому режимі характеризують діючі на гіроскоп відповідні моменти. При відомій крутизні датчиків моменту відповідні моменти дозволяють визначити дрейфи гіроскопа відносно його осей чутливості.

Визначення всіх коефіцієнтів рівнянь (3.113) проводиться шляхом вимірювання дрейфів гіроскопа при різній орієнтації приладу відносно вектору гравітації $\vec{g}$.

Розглянемо схему I (рис. 3.60), коли вектор кінетичного моменту гіроскопа паралельний земної осі і направлений на північ.

Відносно спостерігача, який знаходиться в наземній випробувальній лабораторії і площині меридіану, фрагмент установки буде мати вигляд, представлений на рис. 3.61.

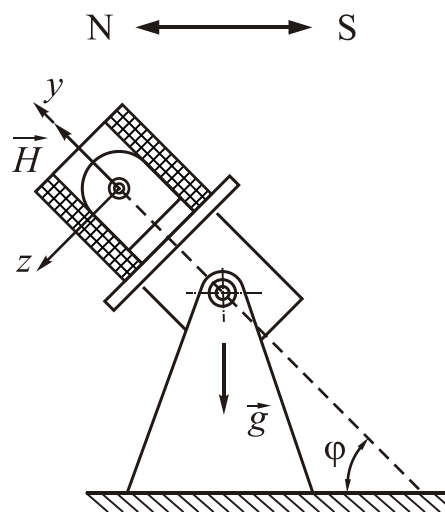


Рис. 3.61. Схема I. Вектор кінетичного моменту гіроскопа паралельний земної осі і направлений на північ

В умовах нерухомої основи $\vec{a} = -\vec{g}$. Проекції прискорення $\vec{g}$ на осі $Oxyz$, зв'язані з корпусом гіроскопа (рис. 3.62, 3-63) будуть мати вигляд:

$$g_x = g \cos \varphi \sin \alpha, \quad g_y = -g \sin \varphi, \quad g_z = g \cos \varphi \cos \alpha, \quad (3.114)$$

де α – кут, відлічуваний у площині обертання його ротора.

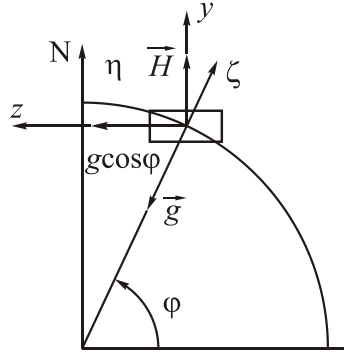


Рис. 3.62. Розташування установки в площині меридіану для схеми випробувань I

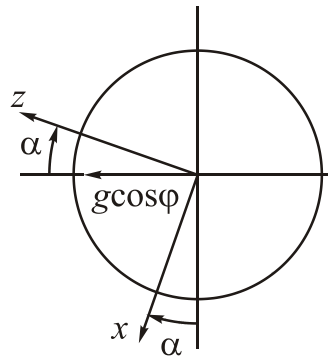


Рис. 3.63. Схема випробувань I. Вигляд зверху на поворотний стіл

Підставимо дані вирази для проекцій прискорення в першу формулу дрейфів (3.113):

$$\begin{aligned} \tilde{\omega}_x^N = & \omega_{x0} + k_{15} g^2 \sin^2 \varphi - k_{z1} g \sin \varphi + (k_{14} + k_{16}) \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi + \\ & + (k_{x1} - k_{11} g \sin \varphi) g \cos \varphi \sin \alpha + (k_{y1} - k_{12} g \sin \varphi) g \cos \varphi \cos \alpha + \\ & + k_{13} \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi \sin 2\alpha + (k_{16} - k_{14}) \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi \cos 2\alpha. \end{aligned}$$

Очевидно, останній вираз можна уявити у вигляді розкладення в ряд Фур'є:

$$\tilde{\omega}_x^N = C_{0N} + C_{1N} \sin \alpha + C_{2N} \cos \alpha + C_{3N} \sin 2\alpha + C_{4N} \cos 2\alpha,$$

де коефіцієнти Фур'є мають вигляд:

$$\begin{aligned}
C_{0N} &= \omega_{x0} + k_{15}g^2 \sin^2 \varphi - k_{z1}g \sin \varphi + (k_{14} + k_{16}) \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi; \\
C_{1N} &= (k_{x1} - k_{11}g \sin \varphi)g \cos \varphi; \\
C_{2N} &= (k_{y1} - k_{12}g \sin \varphi)g \cos \varphi; \\
C_{3N} &= k_{13} \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi; \\
C_4 &= (k_{16} - k_{14}) \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi.
\end{aligned} \tag{3.115}$$

Розгорнемо гіроскоп на 180° навколо осі Oz так, щоб вектор $\vec{H}$ був направлений на південь (рис. 3.64).

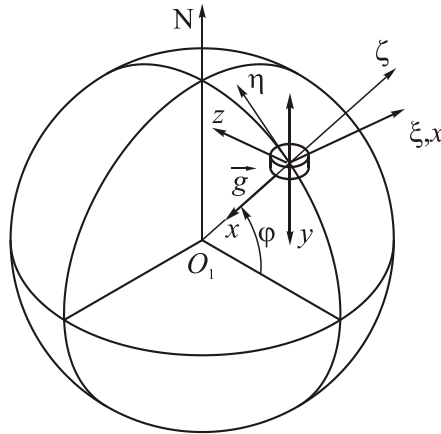


Рис. 3.64. Орієнтація ДНГ відносно географічної системи координат

Відносно спостерігача, який знаходиться в наземній випробувальній лабораторії і площині меридіану, фрагмент установки буде мати вигляд, представлений на рис. 3.65.

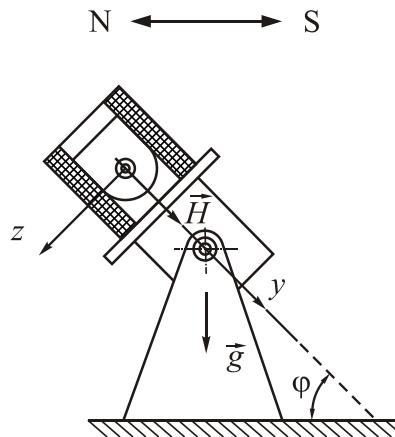


Рис. 3.65. Схема I. Вектор кінетичного моменту гіроскопа паралельний земної осі і направлений на південь

Тепер проекції прискорення $\vec{g}$ на осі $Oxyz$, зв'язані з корпусом гіроскопа (рис. 3.66, 3.67) будуть мати вигляд

$$g_x = -g \cos \varphi \sin \alpha, \quad g_y = g \sin \varphi, \quad g_z = g \cos \varphi \cos \alpha, \quad (3.116)$$

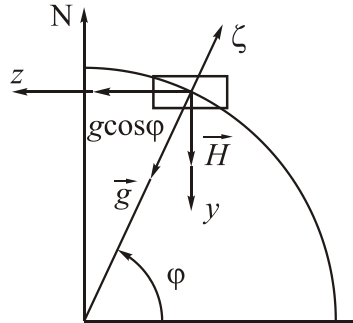


Рис. 3.66. Розташування установки в площині меридіану для схеми випробувань I після розвороту на 180°

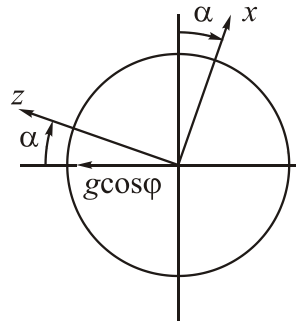


Рис. 3.67. Схема випробувань I. Вигляд зверху на поворотний стіл після розвороту на 180°

Підставимо дані вирази для проекції прискорення в першу формулу дрейфів (3.113):

$$\begin{aligned} \tilde{\omega}_x^S = & \omega_{x0} + k_{15} g^2 \sin^2 \varphi + k_{z1} g \sin \varphi + (k_{14} + k_{16}) \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi - \\ & - (k_{x1} + k_{11} g \sin \varphi) g \cos \varphi \sin \alpha + (k_{y1} + k_{12} g \sin \varphi) g \cos \varphi \cos \alpha - \\ & - k_{13} \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi \sin 2\alpha + (k_{16} - k_{14}) \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi \cos 2\alpha. \end{aligned}$$

Очевидно, останній вираз можна уявити у вигляді розкладення в ряд Фур'є (3.29), де коефіцієнти Фур'є мають вигляд:

$$\begin{aligned} C_{0S} = & \omega_{x0} + k_{15} g^2 \sin^2 \varphi + k_{z1} g \sin \varphi + (k_{14} + k_{16}) \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi; \\ C_{1S} = & - (k_{x1} + k_{11} g \sin \varphi) g \cos \varphi; \quad C_{3S} = -k_{13} \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi; \\ C_{2S} = & (k_{y1} + k_{12} g \sin \varphi) g \cos \varphi; \quad C_4 = (k_{16} - k_{14}) \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi. \end{aligned} \quad (3.117)$$

Застосовуючи методику розрахунку невідомих коефіцієнтів Фур'є, розглянуту нами для двоступеневих гіроскопів, знаходимо для паспортизації ДНГ невідомі параметри в правих частинах рівнянь (3.113). Відзначимо, що в силу симетрії пружного підвісу має місце співвідношення $k_{14} = -k_{16}$. Тоді з рівнянь (3.115) і (3.117) можна знайти всі коефіцієнти, крім ω_{x0} і k_{15} , які необхідно розділити. Для цього необхідно використовувати іншу схему випробувань.

Розглянемо схему II (рис. 3.68, 3-69), коли вектор кінетичного моменту гіроскопа горизонтальний, а вісь Oz спрямована вниз.

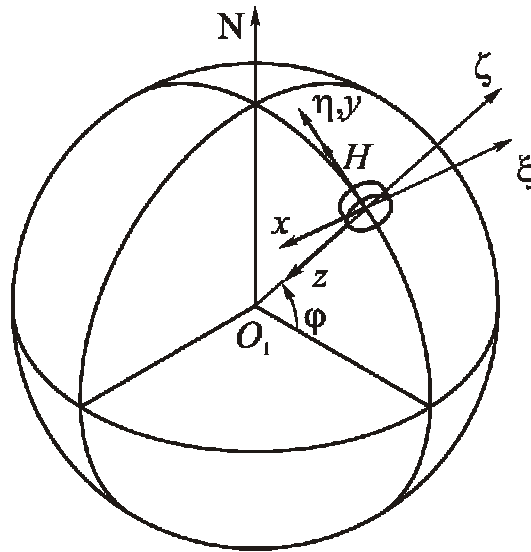


Рис. 3.68. Орієнтація ДНГ відносно географічної системи координат для схеми II

Відносно спостерігача, що знаходиться в наземній випробувальній лабораторії і площині меридіана, фрагмент установки буде мати вигляд, представлений на рис. 3.69.

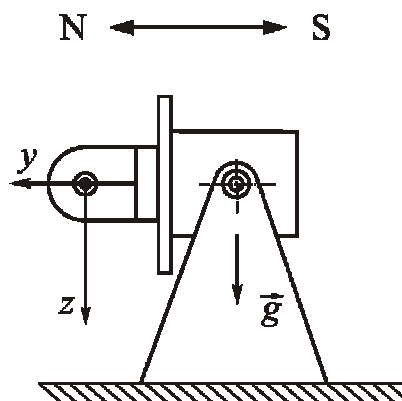


Рис. 3.69. Схема II. Вектор кінетичного моменту гіроскопа горизонтальний, а вісь Oz спрямована вниз

Проекція прискорення $\vec{g}$ на осі $Oxyz$, пов'язані з корпусом гіроскопа (рис. 3.70) матимуть вигляд

$$g_x = 0, \quad g_y = 0, \quad g_z = g.$$

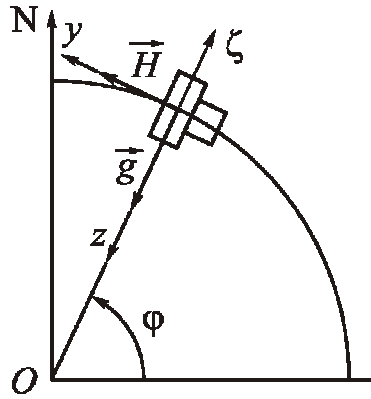


Рис. 3.70. Розташування установки в площині меридіану для схеми випробувань II

Підставляючи останні значення в першу формулу дрейфів (3.113), отримаємо

$$\omega_{x\downarrow} = \omega_{x0} + k_{y1}g + k_{16}g^2.$$

Розвернемо гіроскоп на 180° навколо осі Oy так, щоб вісь Oz була спрямована вгору. Проекції прискорення $\vec{g}$ на осі $Oxyz$ будуть мати вигляд

$$g_x = 0, \quad g_y = 0, \quad g_z = -g.$$

Підставляючи останні значення в першу формулу дрейфів (3.113), отримаємо

$$\omega_{x\uparrow} = \omega_{x0} - k_{y1}g + k_{16}g^2.$$

Тепер можна знайти ω_{x0} :

$$\omega_{x0} = \frac{1}{2}(\omega_{x\uparrow} + \omega_{x\downarrow}) - k_{16}g^2.$$

Відзначимо, що параметри дрейфу $\tilde{\omega}_z$ визначаються аналогічно і можуть вимірюватися одночасно з обчисленням параметрів дрейфу $\tilde{\omega}_x$.

Вимоги до випробувального устаткування. Випробуваний гіроскоп повинен поміщатися в спеціальний пристрій, що забезпечує йому стаціонарний тепловий режим після закінчення деякого часу, яке визначається експериментально. Жорсткісні і теплові умови місця кріплення ДНГ у пристосуванні повинні бути такими, як у штатному приладі. Пристосування разом з гіроскопом встановлюється на досить жорсткий похило-поворотний стіл, який в свою чергу,

повинен бути встановлений на масивному фундаменті. Вимірювальна апаратура для одночасного вимірювання дрейфів ω_x і ω_z навколо осей Ox і Oz в режимі зворотного зв'язку за моментом повинна забезпечувати вимір з точністю до 0,001 °/г.

Вплив нахилу випробувального устаткування на покази гіроскопа. Нахил випробувального устаткування або монтажного пристосування може привести до додаткових похибок в показаннях гіроскопа [10]. Нехай ε_1 і ε_2 – кути нахилу осі кінетичного моменту гіроскопа відносно базових осей $Ox_0y_0z_0$ (рис. 3.71).

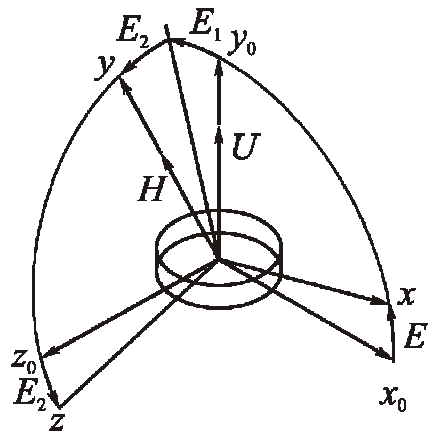


Рис. 3.71. Кінематична схема впливу нахилу випробувального устаткування на точність вимірювань

Ці нахили визвуть проєкції кутової швидкості обертання Землі на осі чутливості гіроскопа, що призведе до додаткових складових дрейфу ДНГ:

$$\Delta\omega_x = U \sin \varepsilon_1, \quad \Delta\omega_z = -U \cos \varepsilon_1 \sin \varepsilon_2. \quad (3.118)$$

Оскільки кути ε_1 і ε_2 досить малі, то справедливі наближені вирази

$$\Delta\omega_x = U \varepsilon_1, \quad \Delta\omega_z = -U \varepsilon_2.$$

Звідси можна отримати допустимі значення кутів нахилу осі кінетичного моменту гіроскопа відносно базових осей $Ox_0y_0z_0$:

$$\varepsilon_1 = \frac{\Delta\omega_x}{U} \text{ та } \varepsilon_2 = -\frac{\Delta\omega_z}{U}. \quad (3.119)$$

Так, при вимозі до $\Delta\omega_x$ не більше 0,001° / год, отримаємо $\varepsilon_1 = 14''$.

3.9. Модель вихідних сигналів блоку механічних гіроскопів

Отже, ми показали, що дрейфи механічних гіроскопів містять складові, які залежать від g і g^2 . Тому слід доповнити отриману раніше модель (3.4).

З урахуванням g - і g^2 -дрейфів виразу для вихідних сигналів блоку гіроскопів представимо у вигляді

$$\begin{bmatrix} U_{\omega x} \\ U_{\omega y} \\ U_{\omega z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{\omega x} \\ B_{\omega y} \\ B_{\omega z} \end{bmatrix} + \mathbf{M}_{1\omega} \cdot \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} + \mathbf{M}_g \cdot \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} + \mathbf{M}_{2g} \cdot \begin{bmatrix} a_x a_y \\ a_y a_z \\ a_x a_z \end{bmatrix} + \mathbf{M}_{g^2} \cdot \begin{bmatrix} a_x^2 \\ a_y^2 \\ a_z^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_{\omega x} \\ n_{\omega y} \\ n_{\omega z} \end{bmatrix}, \quad (3.120)$$

де $B_{\omega x}, B_{\omega y}, B_{\omega z}$ – нульові сигнали гіроскопів, які не містять дрейфів, що залежать від g і g^2 , $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ – проекції абсолютної кутовий швидкості основи, w_x, w_y, w_z – проекції прискорення основи,

$$\mathbf{M}_{1\omega} = \begin{bmatrix} n_{11} & n_{12} & n_{13} \\ n_{21} & n_{22} & n_{23} \\ n_{31} & n_{32} & n_{33} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{M}_g = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{M}_{2g} = \begin{bmatrix} l_{11} & l_{12} & l_{13} \\ l_{21} & l_{22} & l_{23} \\ l_{31} & l_{32} & l_{33} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{M}_{g^2} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix}.$$

Як показує практика [30], для IBM, до складу яких входять мікромеханічні гіроскопи, при розгляді рухів без вібрації і значних перевантажень, буває достатньо враховувати в моделі вихідних сигналів тільки доданки, що містять g -дрейфи. В цьому випадку, вирази для вихідних сигналів блоку гіроскопів представимо у вигляді

$$\begin{bmatrix} U_{\omega x} \\ U_{\omega y} \\ U_{\omega z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{\omega x} \\ B_{\omega y} \\ B_{\omega z} \end{bmatrix} + \mathbf{M}_{1\omega} \cdot \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} + \mathbf{M}_g \cdot \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_{\omega x} \\ n_{\omega y} \\ n_{\omega z} \end{bmatrix}, \quad (3.121)$$

3.10. Оптико-електронні гіроскопи

Оптико-електронні гіроскопи (кільцеві лазерні і волоконно-оптичні гіроскопи), на відміну від механічних гіроскопів, не мають обертових частин (мас) і завдяки цьому мають такі переваги:

- слабка чутливість до прискорення (перевантажень);
- мала споживана потужність (кілька Вт);
- малий час готовності (кілька секунд);

- висока надійність (середнє напруцювання до відмови становить 10000 годину) і великий термін служби (10 років);
- дискретний характер вихідної інформації;
- порівняно низька вартість при відпрацьованій технології і високих точних характеристиках ($= 0,01^\circ / \text{год}$).

В основі принципу роботи оптико-електронних гіроскопів [33] лежить ефект Саньяка (рис. 3.72).

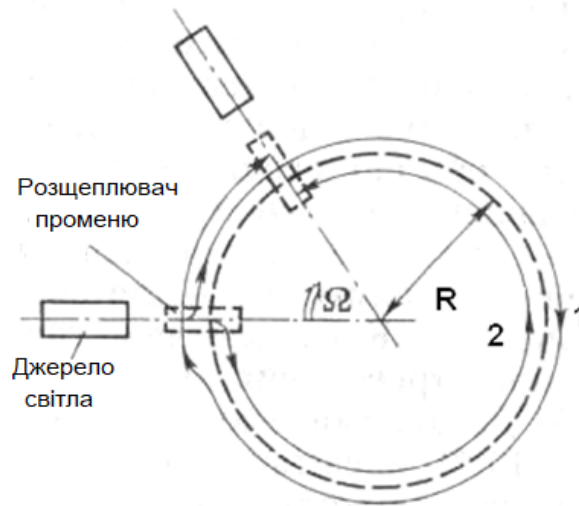


Рис. 3.72. Схема виникнення ефекту Саньяка

За круговим оптичним шляхом завдяки розщепленню променя світло поширюється в двох протилежних напрямках. Якщо при цьому система знаходиться в спокої відносно інерціального простору, обидва світлових променя поширюються зустрічно по оптичному шляху однакової довжини:

$$\Omega = 0 : L_1 = L_2 = L, \quad \Delta L = L_1 - L_2 = 0.$$

Час обходу променем контуру $L = 2\pi R$ рівне

$$t_0 = \frac{2\pi R}{c},$$

де c – швидкість світла.

При появі абсолютної кутової швидкості $\Omega \neq 0$ шлях променю 1 збільшується, а променю 2 зменшується (на величину відстані між початковим і кінцевим положеннями джерела світла). Знайдемо цю зміну шляхів променів 1 і 2 за час t_0 :

$$l = \Omega R t_0 \quad (3.122)$$

Підставимо в (3.122) значення t_0 :

$$l = \frac{2\pi R^2}{c} \Omega. \quad (3.123)$$

Довжина шляху променю 1 і променю 2 становить

$$L_1 = 2\pi R + l; \quad L_2 = 2\pi R - l;$$

а їх різниця

$$\Delta L = L_1 - L_2 = 2l = \frac{4\pi R^2}{c} \Omega. \quad (3.124)$$

З урахуванням площі оптичного контуру $S = \pi R^2$ вираз (3.124) набуде вигляду

$$\Delta L = \frac{4S}{c} \Omega. \quad (3.125)$$

Різниці ходу променів ΔL відповідає різниця часу повернення променів в вихідну точку

$$\Delta t = t_1 - t_2 = \frac{\Delta L}{c} = \frac{4S}{c^2} \Omega. \quad (3.126)$$

Якщо джерело світла випромінює з частотою, то в розщеплювачі виникає фазовий зсув інтерференційних смуг:

$$\Delta \varphi = \omega_0 \Delta t = \frac{4S \omega_0}{c^2} \Omega.$$

Коефіцієнт $h_{\text{и}} = \frac{4S \omega_0}{c^2}$ називають масштабним коефіцієнтом або чутливістю інтерферометра. Тоді

$$\Delta \varphi = h_{\text{и}} \Omega. \quad (3.127)$$

Отже, виникнення різниці фаз (3.127) між світловими хвилями при обертанні оптичної системи в інерціальному просторі з кутовою швидкістю Ω називається ефектом Саньяка (1913 р.).

Формула (3.127) показує, що, вимірюючи оптичним пристроєм фазовий зсув інтерференційних смуг $\Delta \varphi$, можна виміряти кутову швидкість. Однак, масштабний коефіцієнт – величина мала, отже треба збільшувати площу контуру. У відомих дослідах Галі і Майкельсона у 1925 р. для визначення кутової швидкості добового обертання Землі площа оптичного контуру досягала 613 x 339 кв. метрів. Зі збільшенням площі контуру зростають енергетичні втрати. Все це

призвело до того, що реалізація схеми датчика кутової швидкості на базі інтерферометра стала можливою тільки у зв'язку з розвитком світловолоконної оптики і застосуванням лазера (LASER – Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation – «посилення світла за допомогою вимушеного випромінювання»).

3.10.1. Волоконно-оптичний гіроскоп

На рис. 3.73 приведена загальна схема волоконно-оптичного гіроскопу (ВОГ) [33].

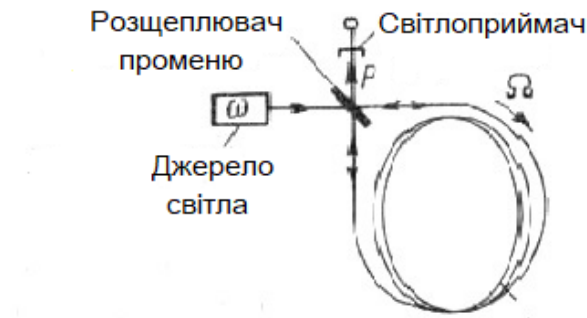


Рис. 3.73. Загальна схема волоконно-оптичного гіроскопа

Одним із способів збільшення площі оптичного контуру є використання світловолокна, намотаного на котушку:

$$S = N \cdot S_{\epsilon},$$

де N – кількість витків, S_{ϵ} – площа оптичного контуру одного витка.

Тепер залежність (3.127) набуде вигляду

$$\Delta\varphi = \frac{4NS_{\epsilon}\omega_0}{c^2}\Omega.$$

Оскільки кругова частота $\omega_0 = 2\pi f$, то

$$\Delta\varphi = \frac{8\pi fNS_{\epsilon}}{c^2}\Omega. \quad (3.128)$$

Довжина хвилі пов'язана з частотою випромінювання виразом

$$\lambda = \frac{c}{f}.$$

Виділимо в виразі (3.128) довжину хвилі

$$\Delta\varphi = \frac{8\pi NS_{\epsilon}}{\lambda c} \Omega.$$

Виділимо в останній формулі довжину $L_{\epsilon} = 2\pi RN$ і діаметр $D = 2R$ ко-
тушки світловолокна. Оскільки

$$4NS_{\epsilon} = 4N \cdot \pi R^2 = 2\pi RN \cdot 2R = L_{\epsilon} \cdot D,$$

то для ВОГ формула (3.127) набуде вигляду

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi L_{\epsilon} D}{\lambda c} \Omega.$$

Коефіцієнт $h_{\text{BOГ}} = \frac{2\pi L_{\epsilon} D}{\lambda c}$ називають масштабним коефіцієнтом або чут-
ливістю ВОГ. Тоді

$$\Delta\varphi = h_{\text{BOГ}} \Omega. \quad (3.129)$$

Треба відзначити, що вираз (3.129) є ідеальним. Насправді, вихідний сиг-
нал ВОГ має наступну структуру [66]:

$$\Delta\varphi = B_{\omega} + S_{\omega} \omega_{\text{вх}} + n_{\omega}, \quad (3.130)$$

де B_{ω} – нульовий сигнал, $\omega_{\text{вх}}$ – вхідна кутова швидкість, S_{ω} – масштабний кое-
фіцієнт, n_{ω} – випадковий шум.

Масштабний коефіцієнт S_{ω} відрізняється від номінального значення $h_{\text{BOГ}}$
похибкою масштабного коефіцієнта. Нульовий сигнал містить дрейф або ухід
ВОГ, який можна розділити на власний дрейф ВОГ і дрейф, що залежить від
впливу навколишнього середовища. Власний дрейф ВОГ ω^* складається з пос-
тійної складової ω_0 , випадкової складової ω_R і дрейфу від кута квантування ω_q :

$$\omega^* = \omega_0 + \omega_R + \omega_q. \quad (3.131)$$

Дрейф, що залежить від впливу навколишнього середовища, залежить від
впливу зовнішніх факторів, наприклад, температури, електромагнітного поля
тощо.

Існують дослідження [8], присвячені впливу вібрацій та прискорень, які
значно перевищують величину g , на величину дрейфу ВОГ. Дані вібрації і при-
скорення можуть призводити до деформації оптичного контуру. У цьому випа-
дку пропонується розширювати модель вихідного сигналу ВОГ (3.130) до мо-
делі практично подібної до моделі вихідного сигналу механічних гіроскопів

(3.120). Однак, для звичайних умов експлуатації модель вихідного сигналу ВОГ описується виразом (3.130). Реальну схему ВОГ розглянемо на прикладі гіроскопа ОИУС1000 [25]. Він складається з супер люмінесцентного діода (СЛД), деполяризатора (ДП), фото-приймального пристрою (ФПУ), волоконного розгалужувача (ВР), кільцевого інтерферометра Саньяка і блоку електроніки (рис. 3.74).

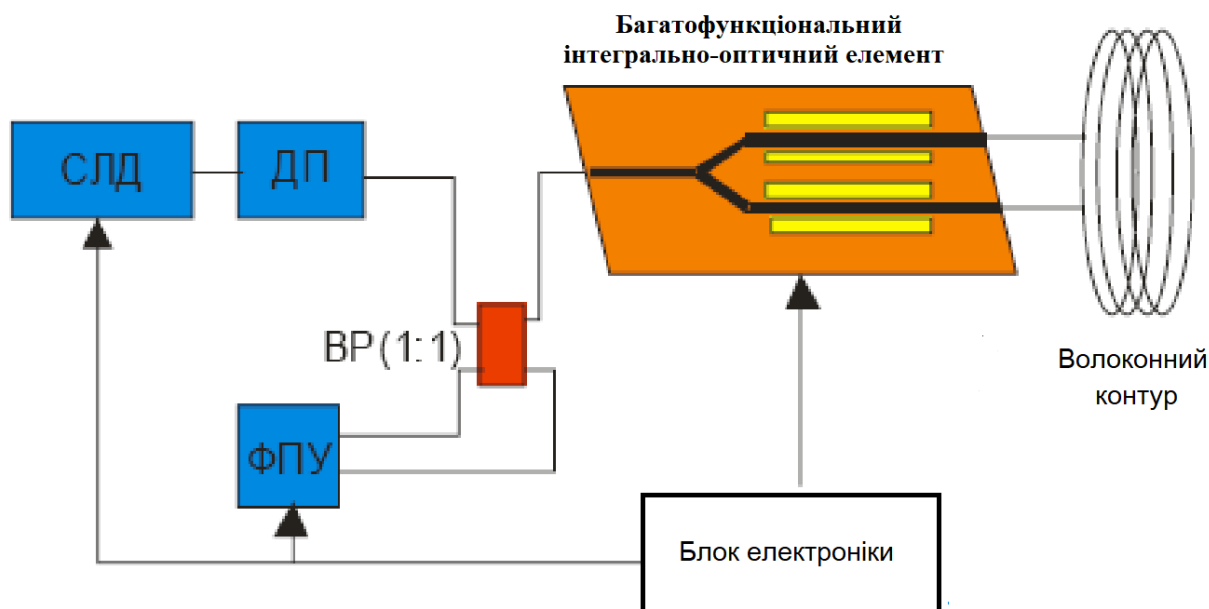


Рис. 3.74. Схема ВОГ ОИУС1000

Блок електроніки керує режимом роботи СЛД, здійснює енергопостачання елементів ВОГ, обробку сигналів з фотодетектора, управління фазовими модуляторами і передачу інформації про величину кутової швидкості по інтерфейсу RS-485. Кільцевий інтерферометр складається з багатофункціонального інтегрально-оптичного елемента (БІОЕ) і зберігає стан поляризації світла волоконного контуру.

Випробування гіроскопа ОИУС1000 проходили в ЦНИИ «Электроприбор» на стенді AC1120E фірми Acutronic, встановленому в термокамері VT7004 Voetsch фірми Industrietechnik. Оцінка характеристик шуму і зміщення нуля проводилася при температурі в термокамері $20 \pm 0,4^{\circ}\text{C}$. При цьому записувалися реалізації довжиною не менше 10 ч. Характеристики шуму ВОГ розраховувалися за допомогою методу варіацій Аллана (Додаток 4). Стабільність зміщення нуля і шумові характеристики ВОГ перевірялися при вимкненому двигуні поворотного столу та вертикальному напрямку осі чутливості приладу. Частота знімання даних становила 100 Гц.

Для визначення зміни зміщення нульового сигналу від запуску до запуску було оброблено 10 реалізацій. По кожній було розраховано середнє значення і СКВ шуму. Результати випробувань наведено в табл. 3.6.

Таблиця 3.6. Зміщення нульового сигналу гіроскопа ОИУС1000 від запуску до запуску

№ реалізації	Середнє значення дрейфу, град/год	СКВ, град/год
1	13,184	0,008
2	13,059	0,007
3	13,106	0,007
4	13,238	0,007
5	13,180	0,007
6	13,057	0,008
7	13,055	0,008
8	13,046	0,007
9	13,049	0,007
10	13,044	0,007

В роботі [60] показано, що для оцінки параметрів шуму на виході ВОГ доцільніше замість традиційних СКВ використовувати апарат варіацій Аллана:

$$\sigma_A^2(\tau) = R^2 \frac{\tau^2}{2} + K^2 \frac{\tau}{3} + B^2 \frac{2}{\pi} \ln 2 + N^2 \frac{1}{\tau} + Q^3 \frac{3}{\tau^2},$$

де R, K, B, N, Q – коефіцієнти випадкової швидкості дрейфу (Додаток 4).

На рис. 3.75 показані результати розрахунків варіацій Аллана для лінійки ВОГ виробництва компанії «Оптолінк».

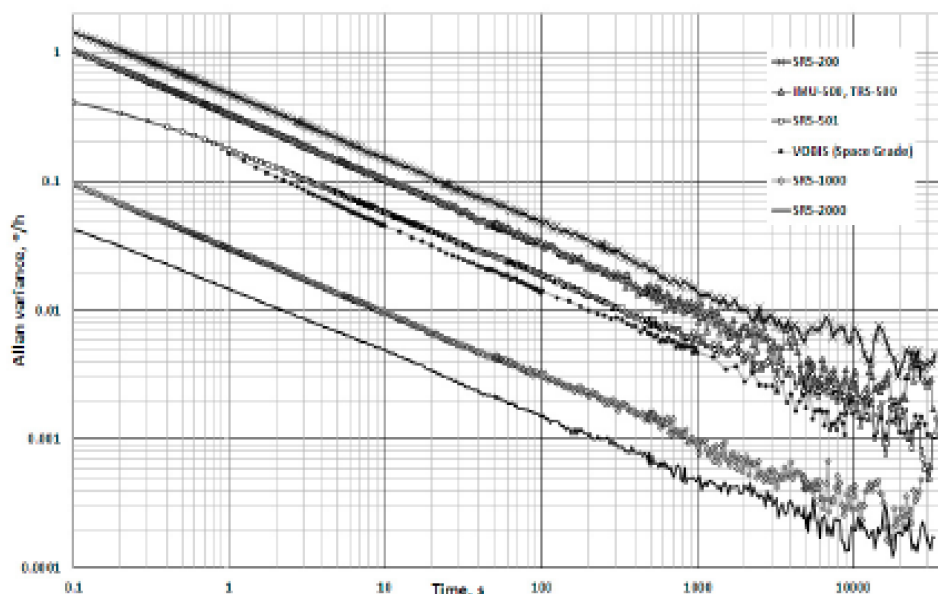


Рис. 3.75. Варіації Аллана ВОГ виробництва компанії «Оптолінк»

Автори роблять висновок, що шум на виході ВОГ в основному складається з випадкового блукання кута (angle random walk – ARW) і нестабільності ну-

льового сигналу (bias instability-BI). Крім того, більш детальний розгляд дозволяє виділити дрейф кутової швидкості (rate ramp – RR), шум типу Марківського процесу і шум мерехтіння.

У доповіді [64] наводяться результати робіт, присвячені підвищенню точності ВОГ, призначених для морської БІНС Marins. Автори радять при розробці ВОГ не тільки використовувати геометричний фактор – збільшувати діаметр котушки і довжину волокна, а також приділяти увагу контролю довжини хвилі джерела випромінювання і зменшувати вплив температурного градієнта. На рис. 3.76 представлені варіації Аллана складової шуму вихідного сигналу двох різних ВОГ – звичайного і оптимізованого.

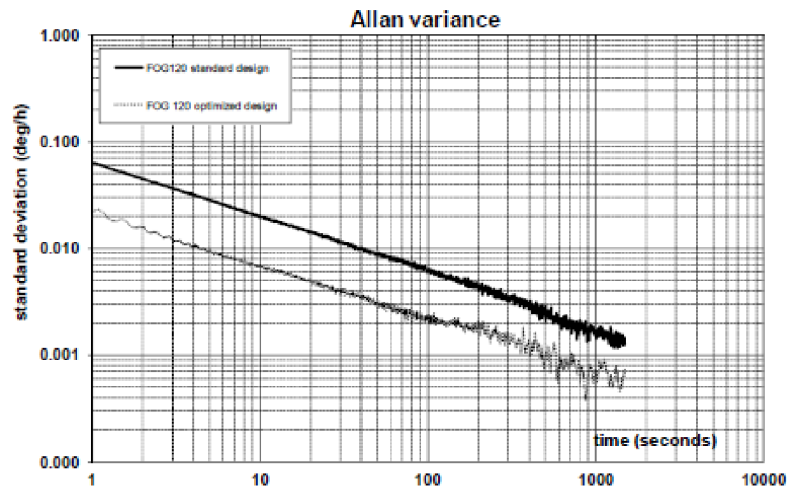


Рис. 3.76. Варіації Аллана ВОГ морської БІНС Marins

Авторам вдалося досягти величини шуму $0,13 \mu rd / \sqrt{Hz}$ для джерела випромінювання $160 \mu W$. Для гіроскопа FOG120 з довжиною волокна близько одного кілометра дана величина шуму еквівалентна випадковому дрейфу $3,4 \cdot 10^{-4} град / \sqrt{час}$, а для гіроскопу FOG200 з довжиною волокна в кілька кілометрів – $7,0 \cdot 10^{-5} град / \sqrt{час}$.

3.10.2. Лазерні гіроскопи

На рис. 3.77 приведена загальна схема кільцевого лазерного гіроскопа (ЛГ) [33] трикутної форми.



Рис. 3.77. Принципова схема кільцевого лазерного гіроскопа

Відзначимо специфіку ЛГ. Кільцевий ЛГ виготовляється подібно газовому лазеру: у кварцовому блоці шляхом розплавлення створюється канал, який заповнюється сумішшю гелію і неону. Довжина хвилі генерується лазером випромінювання $\lambda = 632,8$ нм (червоний колір). Лазер поміщається в контур оптичного резонатора, який представляє систему дзеркал.

Резонатор застосовують, щоб збільшити число квантів в лазері – якщо два дзеркала встановити паралельно один одному, вийде тунель з ряду дзеркал: світло відбивається десятки і сотні разів. При порушенні газу спонтанне випромінювання атомів отримує максимальне посилення в напрямку оптичної осі резонатора і активного середовища.

Необхідною умовою роботи кільцевого ЛГ є виконання основної умови генерації

$$L = m\lambda, \quad (3.132)$$

яке означає кратність периметра L довжині світлової хвилі λ . Тут m - ціле число ($m \approx 10^5 \dots 10^6$), причому $\lambda = \frac{c}{f}$, де f - частота хвилі генеруючого випромінювання.

В режимі генерації встановлюються дві зустрічно рухомі хвилі – промені 1 і 2, шляхи яких на нерухомій основі повністю збігаються:

$$\Omega = 0: \quad L_1 = L_2 = L, \quad \Delta L = L_1 - L_2 = 0.$$

Промені 1 і 2, змішуючись за допомоги напівпрозорого дзеркала, утворюють нерухому інтерференційну картинку на фотоприймачі.

При наявності кутової швидкості основи $\Omega \neq 0$ оптичні шляхи променів

$$L_1 = L + l, \quad L_2 = L - l, \quad \Delta L = 2l.$$

Відповідно до (3.132) частоти генерації променів рівні

$$f_1 = \frac{mc}{L_1}, \quad f_2 = \frac{mc}{L_2}.$$

Знайдемо різницю частот

$$\Delta f = f_2 - f_1 = mc \left(\frac{1}{L_2} - \frac{1}{L_1} \right) = mc \frac{L_1 - L_2}{L_1 L_2} = mc \frac{\Delta L}{L_1 L_2}. \quad (3.133)$$

З урахуванням того, що $\Delta L = \frac{4S}{c}\Omega$, а також $L_1 L_2 \approx L^2$, тоді різниця частот

$$\Delta f = mc \frac{4S}{cL^2} \Omega.$$

В знаменнику останнього виразу замість одного значення L підставимо необхідну умову генерації (3.132). Тоді отримаємо різницю частот

$$\Delta f = h \cdot \Omega, \quad (3.134)$$

де $h_{\text{ЛГ}} = \frac{4S}{\lambda L}$ – масштабний коефіцієнт або чутливість кільцевого ЛГ.

Отже, специфікою ЛГ є те, що у нього різниця частот, а не зсув фаз, як у ВОГ, пропорційна вимірюваній кутовій швидкості.

Сучасні ЛГ мають здатність вимірювати 0,001°/год.

Залежність (3.134) ідеальна. На практиці, ЛГ має такі основні похибки [65]:

- зсув нуля;
- ефект «захоплення» зустрічних хвиль або синхронізації (lock-in) (рис. 3.78);

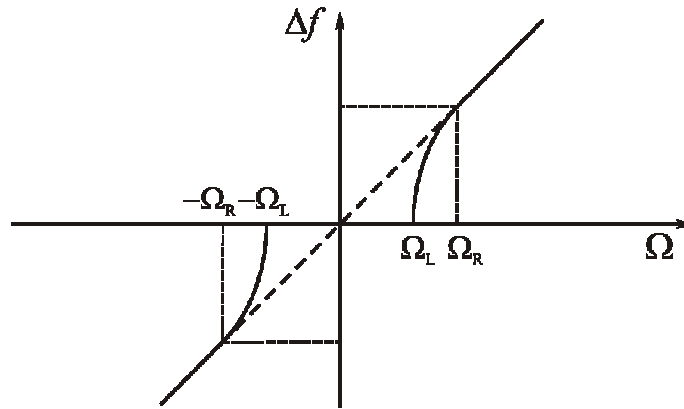


Рис. 3.78. Ефект «захоплення» зустрічних хвиль

Ефект захоплення математично можна представити у вигляді

$$\Delta f = \begin{cases} 0 & \text{для } \Omega^2 \leq \Omega_L^2 \\ \frac{4S}{L\lambda} \sqrt{\Omega^2 - \Omega_L^2} & \text{для } \Omega^2 > \Omega_L^2. \end{cases}$$

Причиною ефекту захоплення зустрічних хвиль є розсіювання дзеркал. Луч, що рухається за годинниковою стрілкою, «нав'язує» свою фазу коливань зустрічному променю і навпаки. У результаті при обертанні основи лазер генерує зустрічні хвилі з однаковою частотою, так само, коли $\Omega = 0$.

Усувають ефект захоплення завдяки ефекту Керра, або використовуючи вібропідставку.

Схему ЛГ з вібропідставкою розглянемо на прикладі гіроскопа RL-28 виробництва підприємства спеціального приладобудування «Завод «Арсенал», м.Київ [16] (рис. 3.79). Гіроскоп RL-28 складається з чотирикутного оптичного резонатора 1, п'єзокоректорів 2,3, вібропідвісу 4, анодів 5,6, холодного катода 7, діафрагми для селекції аксіальних мод 8, плоско-сферичних дзеркал 9,10, газопоглиначів 11,12, плоских дзеркал 13,14, змішувальної призми 15, двоплощинного фотоприймача 16, призми каналу потужності 17, фотоприймачів 18, 19 і втулки вібропідставки 20.

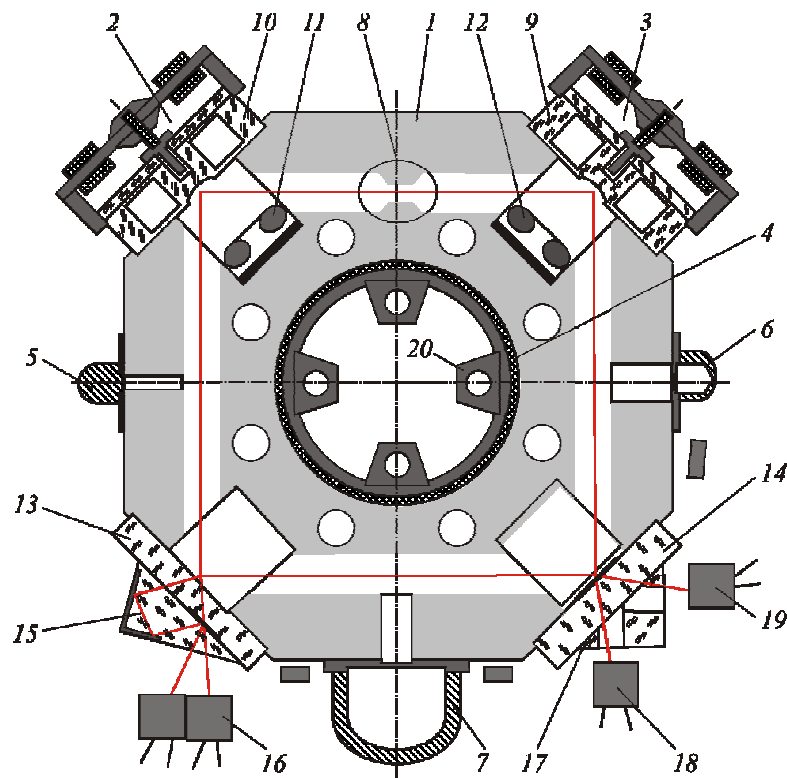


Рис. 3.79. Схема лазерного гіроскопа RL-28

Вихідний сигнал ЛГ має наступну структуру [66]:

$$\Delta f = B_{\omega} + S_{\omega} \omega_{\text{вх}} + n_{\omega}, \quad (3.135)$$

де B_{ω} – нульовий сигнал, $\omega_{\text{вх}}$ – вхідна кутова швидкість, S_{ω} – масштабний коефіцієнт, n_{ω} – випадковий шум.

Масштабний коефіцієнт S_{ω} відрізняється від номінального значення $h_{\text{ЛГ}}$ похибкою масштабного коефіцієнта. Нульовий сигнал містить дрейф або ухід ЛГ, який можна розділити на власний дрейф ЛГ і дрейф, що залежить від впливу навколишнього середовища. Власний дрейф ЛГ за своєю структурою аналогічний (3.131), але має свої особливості.

На вихідний сигнал ЛГ впливають чотири основні типи шумів – випадкове блукання кута (angle random walk – ARW), нестабільність нульового сигналу (bias instability-BI), випадкове блукання кутової швидкості (rate random walk-RRW) і дрейф кутової швидкості (rate ramp -RR) [16].

У сигналі ЛГ так само присутній шум квантування (quantization noise – QN). Якщо джерела цих шумів є статистично незалежними, то їх параметри дають змогу визначати варіації Аллана, які в цьому випадку будуть сумою квадратів кожного типу помилок:

$$\sigma^2(\tau) = \sigma_{QN}^2(\tau) + \sigma_{ARW}^2(\tau) + \sigma_{BI}^2(\tau) + \sigma_{RRW}^2(\tau) + \sigma_{RR}^2(\tau). \quad (3.136)$$

Через різні властивості вони мають різні нахили на графіку варіацій Аллана з логарифмічним масштабом по осі часу. Однак наявність в гіроскопі RL-28 системи корекції його периметра сприяє практично повній відсутності таких випадкових процесів, як випадкове блукання і дрейф кутової швидкості (RRW і RR) (рис. 3.80). В такому випадку, основною метою практичного застосування варіацій Аллана є визначення коефіцієнтів домінуючих шумів випадкового блукання кута (ARW) і шуму квантування (QN), яким відповідають прямі з нахилом $-1/2$ і -1 дБ / декаду.

На рис. 3.80 представлений графік обчислень варіацій Аллана за даними ЛГ RL-28. На цьому графіку ділянки, відповідні процесам QN і ARW мають нечіткі межі, що викликає невизначеність при оцінюванні їх параметрів.

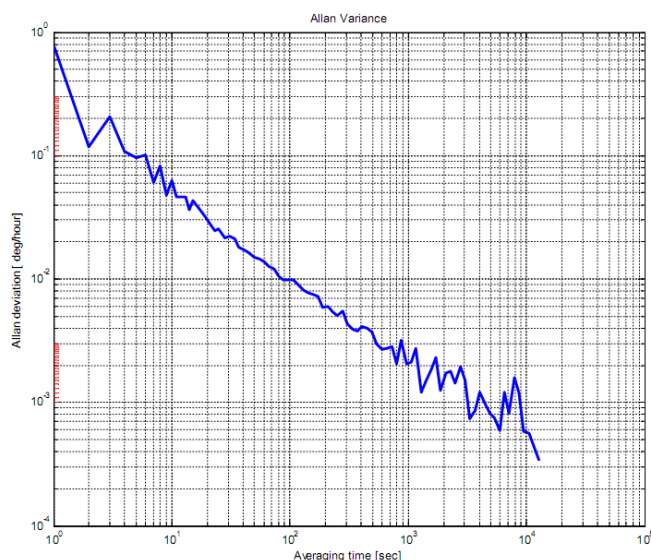


Рис. 3.80. Варіації Аллана лазерного гіроскопа RL-28

Для усунення такої невизначеності була проведена попередня обробка сигналу за допомогою вейвлет-перетворення. Вейвлети представляють собою особливі функції у вигляді коротких хвиль (сплесків) з нульовим інтегральним значенням і з локалізацією по осі незалежної змінної (часу або частоти), здат-

них до зсуву по цій осі і масштабування (розтягування/стиснення). Будь-який з найбільш часто використовуваних типів вейвлетів породжує повну ортогональну систему функцій. У разі вейвлет-аналізу сигналу в зв'язку зі зміною масштабу вейвлети здатні виявити відмінність в характеристиках процесу на різних шкалах, а за допомогою зсуву можна проаналізувати властивості процесу в різних точках на всьому досліджуваному інтервалі [43].

Застосування вейвлет-перетворення дає можливість зробити аналіз нестационарного зашумлення сигналу ЛГ, у результаті чого можна визначити і відняти шум квантування. Для підтвердження коректності результатів при виділенні шуму квантування з вихідного сигналу ЛГ, виділений шум був проінтегрований. Результати представлені на рис. 3.81.

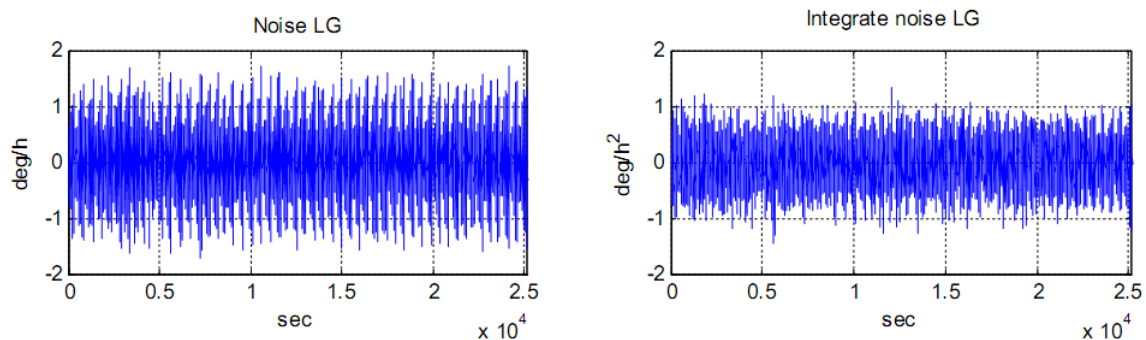


Рис. 3.81. Шум квантування, виділений з вихідного сигналу ЛГ і інтеграл від цього шуму

Наступним етапом дослідження характеристик ЛГ при такому підході буде обчислення ВА вже для двох складових від вихідного сигналу ЛГ, отриманих шляхом вейвлет-перетворення і визначення параметрів шумів (рис. 3.82). З графіків можна отримати значення параметрів QN і ARW:

$$QN = 0.35 \text{ кут. сек.}; \text{ ARW} = 0.012 \text{ } ^\circ/\sqrt{\text{ч}}.$$

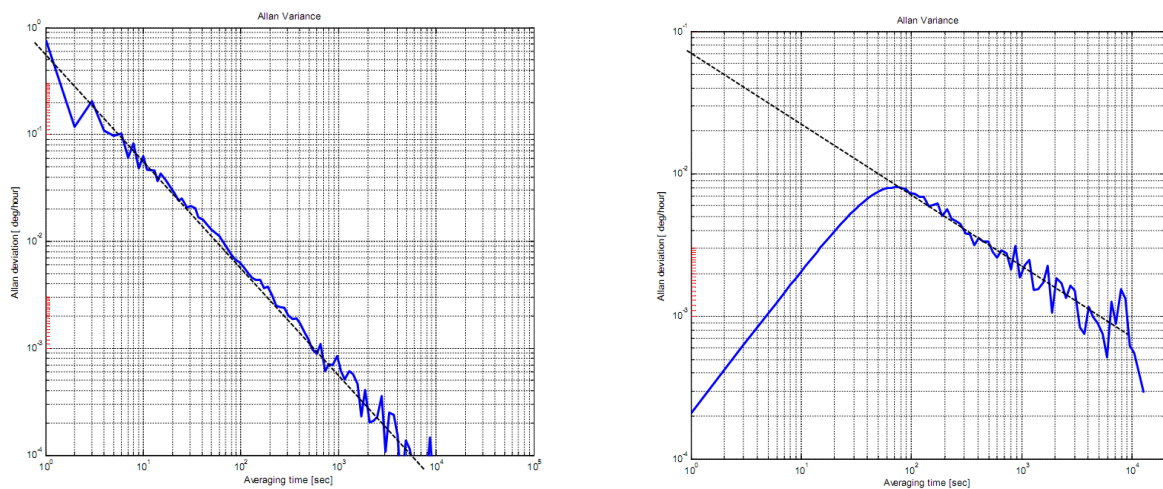


Рис. 3.82. Визначення параметрів шуму квантування і випадкового блукання кута

Випробування ЛГ [52] поділяють на приймальні, кваліфікаційні та випробування на надійність.

Повний обсяг випробувань ЛГ складається з 15 пунктів [52, розділ 12]:

1. Механічні дослідження виробу;
2. Електричні дослідження виробу (опір ізоляції і т.п.);
3. Перевірка витоку;
4. Перевірка вхідного живлення;
5. Перевірка часу включення;
6. Перевірка прогріву (приладу);
7. Перевірка полярності;
8. Перевірка температури (датчика і навколишнього середовища);
9. Визначення масштабного коефіцієнта;
10. Визначення діапазону вимірювань (кутової швидкості);
11. Визначення вирахування антизахвату і шуму квантування;
12. Визначення постійної і випадкової (random walk) швидкості дрейфу;
13. Визначення нахилу осі чутливості до площини резонатора;
14. Визначення генеруючих полів (електромагнітної інтерференції, магнітного розсіювання);
15. Випробування на вплив зовнішніх факторів.

Перші вісім пунктів є підготовчими операціями або вхідним контролем. Випробування в основному визначаються п.п. 9-14.

Слід зазначити, що на практиці не обов'язково всі пункти входять в програму випробувань відповідного виробу. Обсяг випробувань визначається призначенням об'єкта випробувань і вимогами замовника.

Контрольні запитання

1. Що таке калібрувальні випробування гіроскопів?
2. Намалювати типову статичну характеристику та вказати основні її параметри.
3. Модель дрейфу (уходу) кутової швидкості двоступеневого гіроскопа.
4. Схема випробувань гіроскопів в режимі одновісного гіростабілізатора.
5. Схема випробувань гіроскопів в режимі зворотного зв'язку за моментом.
6. Випробування гіроскопів на центрифугі.
7. Електромагнітні випробування гіроскопів.
8. Вібраційні випробування гіроскопів.
9. Випробування динамічно налаштованих гіроскопів.
10. Модель вихідного сигналу ВОГ.
11. Модель вихідного сигналу ЛГ.

4. КАЛІБРУВАННЯ ІНЕРЦІАЛЬНО-ВИМІРЮВАЛЬНИХ МОДУЛІВ

До цього часу ми розглядали випробування інерціальних чутливих елементів: гіроскопів і акселерометрів. Останні використовуються в складі різних інерціальних систем: інерціальних системах орієнтації або курсовертикалях, інерціальних навігаційних системах, побудованих на базі гіростабілізованої платформи і безплатформових інерціальних навігаційних системах (БІНС), безплатформових інерціальних системах орієнтації (БІСО), гірокомпасах, гірогоризонткомпасах і т.і.

Будь-яка БІНС і БІСО містять інерціально-вимірний модуль (ІВМ), до складу якого входять блок гіроскопів і блок акселерометрів (рис. 4.1).

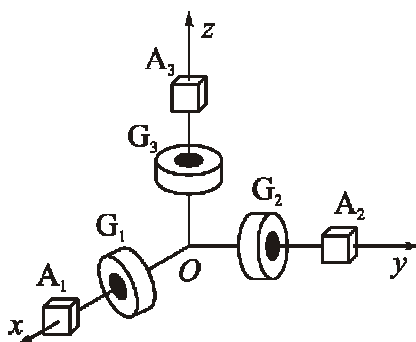


Рис. 4.1. Інерціально-вимірний модуль

Випробування БІНС і БІСО містять етап калібрування ІВМ. Під калібруванням розуміють визначення параметрів виробу для подальшого використання (наприклад, визначення та компенсації похибок приладу). Зазвичай гіроскопи і акселерометри, до того як поступити на ділянку складання, проходять автономні випробування і калібрування. Однак важливо визначити їх параметри в складі ІВМ, оскільки вихідні параметри гіроскопів і акселерометрів ІВМ будуть «прив'язані» до його базових осей і можуть відрізнятися від автономного калібрування.

4.1. Калібрування блоку осьових акселерометрів

Зазвичай калібрування блоку акселерометрів проводять методом тестових поворотів [30;66]. При калібруванні акселерометрів в складі ІВМ, як правило, використовується оптична ділильна головка (ОДГ), яка дозволяє досить точно повертати об'єкт випробувань навколо горизонтальної осі обертання.

Для калібрування блоку акселерометрів методом тестових поворотів необхідно проводити вимірювання вихідних сигналів, спочатку повертаючи блок, наприклад, навколо осі ox , а потім, переставляючи блок акселерометрів на ОДГ так, щоб поворот здійснювався навколо осі oy .

Для калібрування блоку акселерометрів скористаємося виразами вихідних сигналів осьових акселерометрів у вигляді (2.25):

$$\begin{bmatrix} U_{ax} \\ U_{ay} \\ U_{az} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{ax} \\ B_{ay} \\ B_{az} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_{ax} \\ n_{ay} \\ n_{az} \end{bmatrix}.$$

де B_{ax}, B_{ay}, B_{az} – нульові сигнали, a_x, a_y, a_z – проекції уявного прискорення, k_{11}, k_{22}, k_{33} – масштабні коефіцієнти, інші елементи матриці 3x3 – коефіцієнти перехресного зв'язку, n_{ax}, n_{ay}, n_{az} – шуми вимірювань.

При калібруванні акселерометрів у складі ІВМ, як правило, використовується ОДГ. Для зменшення вплив шумів вимірювань вихідні сигнали осереднюються на протязі, наприклад, 100 секунд. Тому надалі будемо опускати n_{ax}, n_{ay}, n_{az} :

$$\begin{aligned} U_{ax} &= B_{ax} + k_{11}a_x + k_{12}a_y + k_{13}a_z; \\ U_{ay} &= B_{ay} + k_{21}a_x + k_{22}a_y + k_{23}a_z; \\ U_{az} &= B_{az} + k_{31}a_x + k_{32}a_y + k_{33}a_z. \end{aligned} \quad (4.1)$$

Для послідовності фіксованих положень, отримаємо значення вихідних сигналів акселерометрів.

На початку, розглянемо повороти блока акселерометрів на 90° навколо осі ox .

У першому – початковому положенні (рис.4.2), проекції уявного прискорення прийматимуть вигляд

$$a_x = 0; \quad a_y = 0; \quad a_z = g.$$

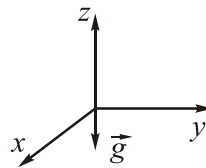


Рис.4.2. Перше положення

Підставляючи данні значення проекцій уявного прискорення в рівняння (4.1), будемо мати

$$U_{ax1} = B_{ax} + k_{13} \cdot g; \quad U_{ay1} = B_{ay} + k_{23} \cdot g; \quad U_{az1} = B_{az} + k_{33} \cdot g. \quad (4.2)$$

У другому положенні (рис.4.3), проекції уявного прискорення прийматимуть вигляд

$$a_x = 0; \quad a_y = g; \quad a_z = 0.$$

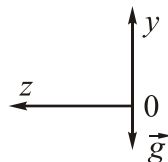


Рис.4.3. Друге положення

Підставляючи данні значення проекцій уявного прискорення в рівняння (4.1), будемо мати

$$U_{ax2} = B_{ax} + k_{12} \cdot g; \quad U_{ay2} = B_{ay} + k_{22} \cdot g; \quad U_{az2} = B_{az} + k_{32} \cdot g. \quad (4.3)$$

У третьому положенні (рис.4.4), проекції уявного прискорення прийматимуть вигляд

$$a_x = 0; \quad a_y = 0; \quad a_z = -g.$$

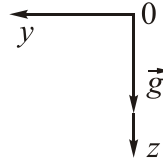


Рис.4.4. Третє положення

Підставляючи данні значення проекцій уявного прискорення в рівняння (4.1), будемо мати

$$U_{ax3} = B_{ax} - k_{13} \cdot g; \quad U_{ay3} = B_{ay} - k_{23} \cdot g; \quad U_{az3} = B_{az} - k_{33} \cdot g. \quad (4.4)$$

У четвертому положенні (рис.4.5), проекції уявного прискорення прийматимуть вигляд

$$a_x = 0; \quad a_y = -g; \quad a_z = 0.$$

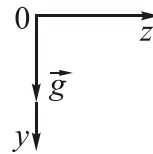


Рис.4.5. Четверте положення

Підставляючи данні значення проекцій уявного прискорення в рівняння (4.1), будемо мати

$$U_{ax4} = B_{ax} - k_{12} \cdot g; \quad U_{ay4} = B_{ay} - k_{22} \cdot g; \quad U_{az4} = B_{az} - k_{32} \cdot g. \quad (4.5)$$

Тепер, розглянемо повороти блока акселерометрів на 90° навколо осі ou .

В п'ятому положенні (рис.4.6), проекції уявного прискорення прийматимуть вигляд

$$a_x = 0; \quad a_y = 0; \quad a_z = g.$$

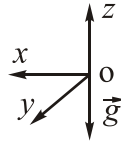


Рис.4.6. П'яте положення

Підставляючи данні значення проекцій уявного прискорення в рівняння (4.1), будемо мати

$$U_{ax5} = B_{ax} + k_{13} \cdot g; \quad U_{ay5} = B_{ay} + k_{23} \cdot g; \quad U_{az5} = B_{az} + k_{33} \cdot g. \quad (4.6)$$

У шостому положенні (рис.4.7), проекції уявного прискорення прийматимуть вигляд

$$a_x = -g; \quad a_y = 0; \quad a_z = 0.$$

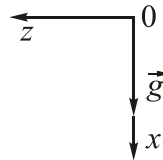


Рис.4.7. Шосте положення

Підставляючи данні значення проекцій уявного прискорення в рівняння (4.1), будемо мати

$$U_{ax6} = B_{ax} - k_{11} \cdot g; \quad U_{ay6} = B_{ay} - k_{21} \cdot g; \quad U_{az6} = B_{az} - k_{31} \cdot g. \quad (4.7)$$

У сьомому положенні (рис.4.8), проекції уявного прискорення прийматимуть вигляд

$$a_x = 0; \quad a_y = 0; \quad a_z = -g.$$

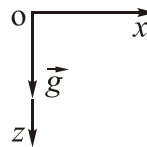


Рис.4.8. Сьоме положення

Підставляючи данні значення проекцій уявного прискорення в рівняння (4.1), будемо мати

$$U_{ax7} = B_{ax} - k_{13} \cdot g; \quad U_{ay7} = B_{ay} - k_{23} \cdot g; \quad U_{az7} = B_{az} - k_{33} \cdot g. \quad (4.8)$$

У восьмому положенні (рис.4.9), проекції уявного прискорення прийматимуть вигляд

$$a_x = g; \quad a_y = 0; \quad a_z = 0.$$

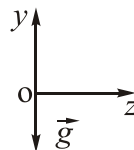


Рис.4.9. Восьме положення

Підставляючи данні значення проекцій уявного прискорення в рівняння (4.1), будемо мати

$$U_{ax8} = B_{ax} + k_{11} \cdot g; \quad U_{ay8} = B_{ay} + k_{21} \cdot g; \quad U_{az8} = B_{az} + k_{31} \cdot g. \quad (4.9)$$

На основі зазначених поворотів і вихідних сигналів складена табл.4.1.

Таблиця 4.1. Вихідні сигнали блоку акселерометрів.

	Положення	Проекції прискорення	Вихідні сигнали акселерометрів
Поворот навколо ox			
1		$a_x = 0$ $a_y = 0$ $a_z = g$	$U_{ax1} = B_{ax} + k_{13} \cdot g$ $U_{ay1} = B_{ay} + k_{23} \cdot g$ $U_{az1} = B_{az} + k_{33} \cdot g$
2		$a_x = 0$ $a_y = g$ $a_z = 0$	$U_{ax2} = B_{ax} + k_{12} \cdot g$ $U_{ay2} = B_{ay} + k_{22} \cdot g$ $U_{az2} = B_{az} + k_{32} \cdot g$
3		$a_x = 0$ $a_y = 0$ $a_z = -g$	$U_{ax3} = B_{ax} - k_{13} \cdot g$ $U_{ay3} = B_{ay} - k_{23} \cdot g$ $U_{az3} = B_{az} - k_{33} \cdot g$
4		$a_x = 0$ $a_y = -g$ $a_z = 0$	$U_{ax4} = B_{ax} - k_{12} \cdot g$ $U_{ay4} = B_{ay} - k_{22} \cdot g$ $U_{az4} = B_{az} - k_{32} \cdot g$
Поворот навколо oy			
5		$a_x = 0$ $a_y = 0$ $a_z = g$	$U_{ax5} = B_{ax} + k_{13} \cdot g$ $U_{ay5} = B_{ay} + k_{23} \cdot g$ $U_{az5} = B_{az} + k_{33} \cdot g$
6		$a_x = -g$ $a_y = 0$ $a_z = 0$	$U_{ax6} = B_{ax} - k_{11} \cdot g$ $U_{ay6} = B_{ay} - k_{21} \cdot g$ $U_{az6} = B_{az} - k_{31} \cdot g$
7		$a_x = 0$ $a_y = 0$ $a_z = -g$	$U_{ax7} = B_{ax} - k_{13} \cdot g$ $U_{ay7} = B_{ay} - k_{23} \cdot g$ $U_{az7} = B_{az} - k_{33} \cdot g$
8		$a_x = g$ $a_y = 0$ $a_z = 0$	$U_{ax8} = B_{ax} + k_{11} \cdot g$ $U_{ay8} = B_{ay} + k_{21} \cdot g$ $U_{az8} = B_{az} + k_{31} \cdot g$

Використовуючи отримані вирази вихідних сигналів акселерометрів (4.2)-(4.9), обчислимо шукані параметри блока осьових акселерометрів:

$$\begin{aligned}
 B_{ax} &= \frac{1}{8} \sum_{i=1}^8 U_{axi}, \quad B_{ay} = \frac{1}{8} \sum_{i=1}^8 U_{ayi}, \quad B_{az} = \frac{1}{8} \sum_{i=1}^8 U_{azi}; \\
 k_{11} &= \frac{1}{2g} (U_{ax8} - U_{ax6}), \quad k_{12} = \frac{1}{2g} (U_{ax2} - U_{ax4}), \\
 k_{13} &= \frac{1}{4g} (U_{ax1} + U_{ax5} - U_{ax3} - U_{ax7}); \\
 k_{21} &= \frac{1}{2g} (U_{ay8} - U_{ay6}), \quad k_{22} = \frac{1}{2g} (U_{ay2} - U_{ay4}), \\
 k_{23} &= \frac{1}{4g} (U_{ay1} + U_{ay5} - U_{ay3} - U_{ay7}); \\
 k_{31} &= \frac{1}{2g} (U_{az8} - U_{az6}), \quad k_{32} = \frac{1}{2g} (U_{az2} - U_{az4}), \\
 k_{33} &= \frac{1}{4g} (U_{az1} + U_{az5} - U_{az3} - U_{az7}).
 \end{aligned} \tag{4.10}$$

4.2. Калібрування блоку маятникових акселерометрів

В якості вимірювачів уявного прискорення часто використовують маятникові акселерометри. Математичну модель вихідних сигналів маятникових акселерометрів отримаємо з рівнянь (2.46):

$$\begin{bmatrix} U_{ax} \\ U_{ay} \\ U_{az} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{ax} \\ B_{ay} \\ B_{az} \end{bmatrix} + \mathbf{K} \cdot \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} + \mathbf{M} \cdot \begin{bmatrix} a_x a_y \\ a_y a_z \\ a_x a_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_{ax} \\ n_{ay} \\ n_{az} \end{bmatrix}. \tag{4.11}$$

де

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{M} = \begin{bmatrix} l_{11} & l_{12} & l_{13} \\ l_{21} & l_{22} & l_{23} \\ l_{31} & l_{32} & l_{33} \end{bmatrix}.$$

Проведемо на початку випробування згідно п.4.1. для визначення нульових сигналів B_{ax}, B_{ay}, B_{az} , масштабних коефіцієнтів і коефіцієнтів перехресного зв'язку – елементів матриці $\mathbf{K}$. Для цього виконаємо послідовність фіксованих поворотів, зазначених у другому стовпці табл.4.1.

Проводячи розрахунки по формулам (4.10), знаходимо значення нульових сигналів B_{ax}, B_{ay}, B_{az} , масштабних коефіцієнтів і коефіцієнтів перехресного зв'язку. Залишається визначити елементи матриці $\mathbf{M}$.

Усереднюючи вихідні сигнали на протязі однієї хвилини, запишемо систему рівнянь в звичайній формі:

$$\begin{aligned}
U_{ax} &= B_{ax} + k_{11}a_x + k_{12}a_y + k_{13}a_z + l_{11}a_xa_y + l_{12}a_ya_z + l_{13}a_xa_z; \\
U_{ay} &= B_{ay} + k_{21}a_x + k_{22}a_y + k_{23}a_z + l_{21}a_xa_y + l_{22}a_ya_z + l_{23}a_xa_z; \\
U_{az} &= B_{az} + k_{31}a_x + k_{32}a_y + k_{33}a_z + l_{31}a_xa_y + l_{32}a_ya_z + l_{33}a_xa_z.
\end{aligned} \tag{4.12}$$

На початку розвернемо блок акселерометрів на кут δ навколо осі Ox як показано на рис.4.10.

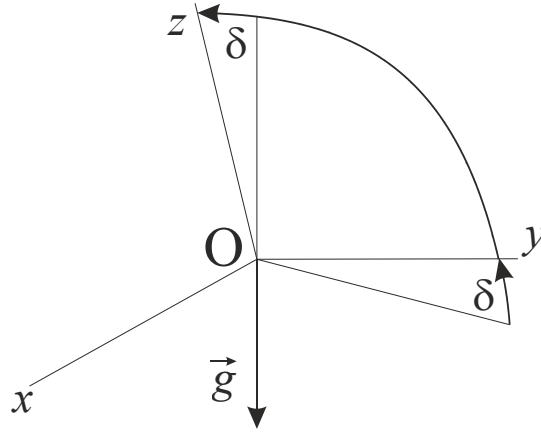


Рис.4.10. Поворот блока маятникових акселерометрів навколо осі Ox

Проекції уявного прискорення матимуть наступний вид:

$$a_x = 0, \quad a_y = g \sin \delta, \quad a_z = g \cos \delta.$$

Підставимо значення проекцій уявного прискорення в систему рівнянь (4.12):

$$\begin{aligned}
U_{ax9} &= B_{ax} + k_{12}g \sin \delta + k_{13}g \cos \delta + l_{12}g^2 \sin \delta \cos \delta; \\
U_{ay9} &= B_{ay} + k_{22}g \sin \delta + k_{23}g \cos \delta + l_{22}g^2 \sin \delta \cos \delta; \\
U_{az9} &= B_{az} + k_{32}g \sin \delta + k_{33}g \cos \delta + l_{32}g^2 \sin \delta \cos \delta.
\end{aligned}$$

Вирішуючи отримані рівняння відносно невідомих елементів матриці $\mathbf{M}$, отримаємо

$$\begin{aligned}
l_{12} &= \frac{2}{g^2 \sin 2\delta} (U_{ax9} - B_{ax} - k_{12}g \sin \delta - k_{13}g \cos \delta); \\
l_{22} &= \frac{2}{g^2 \sin 2\delta} (U_{ay9} - B_{ay} - k_{22}g \sin \delta - k_{23}g \cos \delta); \\
l_{32} &= \frac{2}{g^2 \sin 2\delta} (U_{az9} - B_{az} - k_{32}g \sin \delta - k_{33}g \cos \delta).
\end{aligned} \tag{4.13}$$

Для випадку, коли $\delta = 45^\circ$, формули (4.13) матимуть наступний вид:

$$\begin{aligned}
l_{12} &= \frac{2}{g^2} \left[U_{ax9} - B_{ax} - \frac{\sqrt{2}}{2} g (k_{12} + k_{13}) \right]; \\
l_{22} &= \frac{2}{g^2} \left[U_{ay9} - B_{ay} - \frac{\sqrt{2}}{2} g (k_{22} + k_{23}) \right]; \\
l_{32} &= \frac{2}{g^2} \left[U_{az9} - B_{az} - \frac{\sqrt{2}}{2} g (k_{32} + k_{33}) \right].
\end{aligned}$$

Тепер розвернемо блок акселерометрів на кут δ навколо осі Oy як показано на рис.4.11.

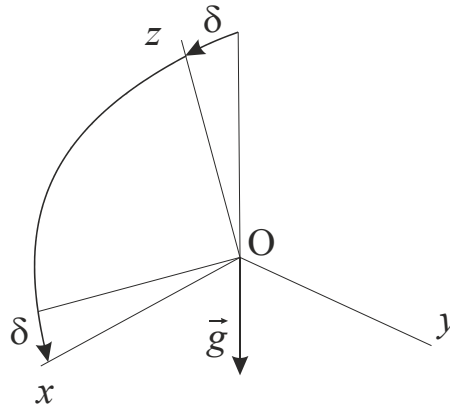


Рис.4.11. Поворот блока маятникових акселерометрів навколо осі Oy

Проекції уявного прискорення матимуть наступний вид:

$$a_x = -g \sin \delta, \quad a_y = 0, \quad a_z = g \cos \delta.$$

Підставимо значення проекцій уявного прискорення в систему рівнянь (4.12):

$$U_{ax10} = B_{ax} - k_{11}g \sin \delta + k_{13}g \cos \delta - l_{13}g^2 \sin \delta \cos \delta;$$

$$U_{ay10} = B_{ay} - k_{21}g \sin \delta + k_{23}g \cos \delta - l_{23}g^2 \sin \delta \cos \delta;$$

$$U_{az10} = B_{az} - k_{31}g \sin \delta + k_{33}g \cos \delta - l_{33}g^2 \sin \delta \cos \delta.$$

Вирішуючи отримані рівняння відносно невідомих елементів матриці $\mathbf{M}$, отримаємо

$$\begin{aligned} l_{13} &= -\frac{2}{g^2 \sin 2\delta} (U_{ax10} - B_{ax} + k_{11}g \sin \delta - k_{13}g \cos \delta); \\ l_{23} &= -\frac{2}{g^2 \sin 2\delta} (U_{ay10} - B_{ay} + k_{21}g \sin \delta - k_{23}g \cos \delta); \\ l_{33} &= -\frac{2}{g^2 \sin 2\delta} (U_{az10} - B_{az} + k_{31}g \sin \delta - k_{33}g \cos \delta). \end{aligned} \quad (4.14)$$

Для випадку, коли $\delta = 45^\circ$, формули (4.14) матимуть наступний вид:

$$\begin{aligned} l_{13} &= -\frac{2}{g^2} \left[U_{ax10} - B_{ax} + \frac{\sqrt{2}}{2} g (k_{11} - k_{13}) \right]; \\ l_{23} &= -\frac{2}{g^2} \left[U_{ay10} - B_{ay} + \frac{\sqrt{2}}{2} g (k_{21} - k_{23}) \right]; \\ l_{33} &= -\frac{2}{g^2} \left[U_{az10} - B_{az} + \frac{\sqrt{2}}{2} g (k_{31} - k_{33}) \right]. \end{aligned}$$

И, нарешті, розвернемо блок акселерометрів на кут δ навколо осі Oz як показано на рис.4.12.

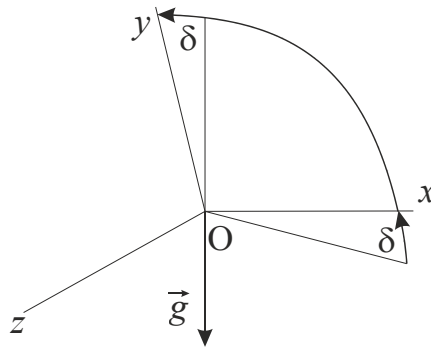


Рис.4.12. Поворот блока маятникових акселерометрів навколо осі Oz

Проекції уявного прискорення матимуть наступний вид:

$$a_x = g \sin \delta, \quad a_y = g \cos \delta, \quad a_z = 0.$$

Підставимо значення проекцій уявного прискорення в систему рівнянь (4.12):

$$U_{ax11} = B_{ax} + k_{11}g \sin \delta + k_{12}g \cos \delta + l_{11}g^2 \sin \delta \cos \delta;$$

$$U_{ay11} = B_{ay} + k_{21}g \sin \delta + k_{22}g \cos \delta + l_{21}g^2 \sin \delta \cos \delta;$$

$$U_{az11} = B_{az} + k_{31}g \sin \delta + k_{32}g \cos \delta + l_{31}g^2 \sin \delta \cos \delta.$$

Вирішуючи отримані рівняння відносно невідомих елементів матриці **M**, отримаємо

$$\begin{aligned} l_{11} &= -\frac{2}{g^2 \sin 2\delta} (U_{ax11} - B_{ax} + k_{11}g \sin \delta - k_{13}g \cos \delta); \\ l_{21} &= -\frac{2}{g^2 \sin 2\delta} (U_{ay11} - B_{ay} + k_{21}g \sin \delta - k_{23}g \cos \delta); \\ l_{31} &= -\frac{2}{g^2 \sin 2\delta} (U_{az11} - B_{az} + k_{31}g \sin \delta - k_{33}g \cos \delta). \end{aligned} \quad (4.15)$$

Для випадку, коли $\delta = 45^\circ$, формули (4.15) матимуть наступний вид:

$$\begin{aligned} l_{11} &= -\frac{2}{g^2} \left[U_{ax11} - B_{ax} - \frac{\sqrt{2}}{2} g (k_{11} + k_{13}) \right]; \\ l_{21} &= -\frac{2}{g^2} \left[U_{ay11} - B_{ay} - \frac{\sqrt{2}}{2} g (k_{21} + k_{23}) \right]; \\ l_{31} &= -\frac{2}{g^2} \left[U_{az11} - B_{az} - \frac{\sqrt{2}}{2} g (k_{31} + k_{33}) \right]. \end{aligned}$$

Отже, провівши розрахунки по формулам (4.13), (4.14) і (4.15) можливо визначити шукані елементи матриці **M**.

4.3. Калібрування блоку гіроскопів

Вихідні сигнали блоку гіроскопів в матричній формі представимо у вигляді (3.4):

$$\begin{bmatrix} U_{\omega x} \\ U_{\omega y} \\ U_{\omega z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{\omega x} \\ B_{\omega y} \\ B_{\omega z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_{\omega x} \\ n_{\omega y} \\ n_{\omega z} \end{bmatrix}, \quad (4.16)$$

де $B_{\omega x}, B_{\omega y}, B_{\omega z}$ – нульові сигнали гіроскопів, s_{11}, s_{22}, s_{33} – масштабні коефіцієнти кожного з гіроскопів, $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ – значення проекцій кутової швидкості основи на осі Ox, Oy, Oz , $n_{\omega x}, n_{\omega y}, n_{\omega z}$ – шуми вимірювань.

Для зменшення вплив шумів вимірювань вихідні сигнали осереднюються на протязі 30...60 секунд. Тому надалі будемо опускати $n_{\omega x}, n_{\omega y}, n_{\omega z}$.

На початку розглянемо обертання навколо осі Ox ($\omega_{xi} \neq 0, \omega_{yi} = \omega_{zi} = 0$).

Підставляючи значення кутової швидкості ω_{x1} в вирази вихідних сигналів (4.16), для 1-го виміру отримаємо

$$\begin{bmatrix} U_{\omega x1} \\ U_{\omega y1} \\ U_{\omega z1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{\omega x} \\ B_{\omega y} \\ B_{\omega z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \omega_{x1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{\omega x} \\ B_{\omega y} \\ B_{\omega z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} s_{11}\omega_{x1} \\ s_{21}\omega_{x1} \\ s_{31}\omega_{x1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{\omega x} & s_{11} \\ B_{\omega y} & s_{21} \\ B_{\omega z} & s_{31} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ \omega_{x1} \end{bmatrix}. \quad (4.17)$$

Якщо записати дане матричне рівняння в звичайному вигляді, то отримаємо три алгебраїчних рівнянь і шість невідомих $B_{\omega x}, B_{\omega y}, B_{\omega z}, s_{11}, s_{21}, s_{31}$. Для рішення даної проблеми необхідно мати ще три рівняння.

Підставляючи значення кутової швидкості ω_{x2} в вирази вихідних сигналів (4.16), для 2-го виміру отримаємо

$$\begin{bmatrix} U_{\omega x2} \\ U_{\omega y2} \\ U_{\omega z2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{\omega x} & s_{11} \\ B_{\omega y} & s_{21} \\ B_{\omega z} & s_{31} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ \omega_{x2} \end{bmatrix}. \quad (4.18)$$

Об'єднуючи три попередніх рівняння для значення ω_{x1} і три поточних для значення ω_{x2} , отримаємо шість алгебраїчних рівнянь і шість невідомих. Цього цілком досить для знаходження шести невідомих. Однак, переважно мати надлишкове число рівнянь, щоб використовувати метод найменших квадратів (МНК). Для цього проведемо n - вимірювань для ω_{xn} значення кутової швидкості:

$$\begin{bmatrix} U_{\omega xn} \\ U_{\omega yn} \\ U_{\omega zn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{\omega x} & s_{11} \\ B_{\omega y} & s_{21} \\ B_{\omega z} & s_{31} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ \omega_{xn} \end{bmatrix}. \quad (4.19)$$

Об'єднаймо отримані n - рівнянь в одно матричне рівняння:

$$\begin{bmatrix} U_{\omega x1} & U_{\omega x2} & \dots & U_{\omega xn} \\ U_{\omega y1} & U_{\omega y2} & \dots & U_{\omega yn} \\ U_{\omega z1} & U_{\omega z2} & \dots & U_{\omega zn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{\omega x} & s_{11} \\ B_{\omega y} & s_{21} \\ B_{\omega z} & s_{31} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ \omega_{x1} & \omega_{x2} & \dots & \omega_{xn} \end{bmatrix}. \quad (4.20)$$

Перевіримо розмірності матриць: $(3 \times n) = (3 \times 2)(2 \times n)$.

Отримане матричне рівняння можливо записати в компактній формі

$$\mathbf{B}_1 = \mathbf{X}_1 \cdot \mathbf{A}_1, \quad (4.21)$$

де

$$\mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} U_{\omega x1} & U_{\omega x2} & \dots & U_{\omega xn} \\ U_{\omega y1} & U_{\omega y2} & \dots & U_{\omega yn} \\ U_{\omega z1} & U_{\omega z2} & \dots & U_{\omega zn} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{X}_1 = \begin{bmatrix} B_{\omega x} & s_{11} \\ B_{\omega y} & s_{21} \\ B_{\omega z} & s_{31} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ \omega_{x1} & \omega_{x2} & \dots & \omega_{xn} \end{bmatrix}.$$

Використовуючи матричний МНК, розрахуємо шукані параметри блока гіроскопів:

$$\mathbf{X}_1 = \mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{A}_1^T \cdot (\mathbf{A}_1 \cdot \mathbf{A}_1^T)^{-1}. \quad (4.22)$$

Тепер розглянемо обертання навколо осі Oy ($\omega_{xi} = \omega_{zi} = 0$, $\omega_{yi} \neq 0$).

Підставляючи значення кутової швидкості ω_{yn+1} в вирази вихідних сигналів (16), для 1-го виміру отримаємо

$$\begin{bmatrix} U_{\omega xn+1} \\ U_{\omega yn+1} \\ U_{\omega zn+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{\omega x} \\ B_{\omega y} \\ B_{\omega z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_{yn+1} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{\omega x} \\ B_{\omega y} \\ B_{\omega z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} s_{12}\omega_{yn+1} \\ s_{22}\omega_{yn+1} \\ s_{32}\omega_{yn+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{\omega x} & s_{12} \\ B_{\omega y} & s_{22} \\ B_{\omega z} & s_{32} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ \omega_{yn+1} \end{bmatrix}$$

Підставляючи значення кутової швидкості ω_{yn+2} в вирази вихідних сигналів (4.16), для 2-го виміру отримаємо

$$\begin{bmatrix} U_{\omega xn+2} \\ U_{\omega yn+2} \\ U_{\omega zn+2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{\omega x} & s_{12} \\ B_{\omega y} & s_{22} \\ B_{\omega z} & s_{32} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ \omega_{yn+2} \end{bmatrix}.$$

Для i -го виміру ($i = \overline{n+1, 2n}$) вихідні сигнали гіроскопів прийматимуть вигляд

$$\begin{bmatrix} U_{\omega xi} \\ U_{\omega yi} \\ U_{\omega zi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{\omega x} & s_{12} \\ B_{\omega y} & s_{22} \\ B_{\omega z} & s_{32} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ \omega_{yi} \end{bmatrix}.$$

Об'єднуючи отримані $2n$ - рівнянь в одно матричне рівняння, отримаємо:

$$\begin{bmatrix} U_{\omega xn+1} & U_{\omega xn+2} & \dots & U_{\omega x2n} \\ U_{\omega yn+1} & U_{\omega yn+2} & \dots & U_{\omega y2n} \\ U_{\omega zn+1} & U_{\omega zn+2} & \dots & U_{\omega z2n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{\omega x} & s_{12} \\ B_{\omega y} & s_{22} \\ B_{\omega z} & s_{32} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ \omega_{yn+1} & \omega_{yn+2} & \dots & \omega_{y2n} \end{bmatrix}. \quad (4.23)$$

Отримане матричне рівняння можливо записати в компактній формі

$$\mathbf{B}_2 = \mathbf{X}_2 \cdot \mathbf{A}_2, \quad (4.24)$$

де

$$\mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} U_{\omega xn+1} & U_{\omega xn+2} & \dots & U_{\omega x2n} \\ U_{\omega yn+1} & U_{\omega yn+2} & \dots & U_{\omega y2n} \\ U_{\omega zn+1} & U_{\omega zn+2} & \dots & U_{\omega z2n} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{X}_2 = \begin{bmatrix} B_{\omega x} & s_{12} \\ B_{\omega y} & s_{22} \\ B_{\omega z} & s_{32} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ \omega_{yn+1} & \omega_{yn+2} & \dots & \omega_{y2n} \end{bmatrix}$$

Використовуючи матричний МНК, розрахуємо шукані параметри блока гіроскопів:

$$\mathbf{X}_2 = \mathbf{B}_2 \cdot \mathbf{A}_2^T \cdot (\mathbf{A}_2 \cdot \mathbf{A}_2^T)^{-1}. \quad (4.25)$$

Нарешті розглянемо обертання навколо осі Oz ($\omega_{xi} = \omega_{yi} = 0$, $\omega_{zi} \neq 0$).

Підставляючи значення кутової швидкості ω_{z2n+1} в вирази вихідних сигналів (4.16), для 1-го виміру отримаємо

$$\begin{bmatrix} U_{\omega x 2n+1} \\ U_{\omega y 2n+1} \\ U_{\omega z 2n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{\omega x} \\ B_{\omega y} \\ B_{\omega z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_{z2n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{\omega x} & s_{13} \\ B_{\omega y} & s_{23} \\ B_{\omega z} & s_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ \omega_{z2n+1} \end{bmatrix}.$$

Підставляючи значення кутової швидкості ω_{z2n+2} в вирази вихідних сигналів (4.16), для 2-го виміру отримаємо

$$\begin{bmatrix} U_{\omega x 2n+2} \\ U_{\omega y 2n+2} \\ U_{\omega z 2n+2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{\omega x} & s_{13} \\ B_{\omega y} & s_{23} \\ B_{\omega z} & s_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ \omega_{z2n+2} \end{bmatrix}.$$

Для i -го виміру ($i = \overline{2n+1, 3n}$) вихідні сигнали гіроскопів прийматимуть вигляд

$$\begin{bmatrix} U_{\omega x 2n+i} \\ U_{\omega y 2n+i} \\ U_{\omega z 2n+i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{\omega x} & s_{13} \\ B_{\omega y} & s_{23} \\ B_{\omega z} & s_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ \omega_{z2n+i} \end{bmatrix}.$$

Підставляючи значення кутової швидкості в вирази вихідних сигналів, отримаємо систему рівнянь для $2n+1$ -го виміру, $2n+2$ -го виміру і т.д. Об'єднуючи отриману серію $3n$ вимірів й, отримаємо наступне матричне рівняння:

$$\begin{bmatrix} U_{\omega x 2n+1} & U_{\omega x 2n+2} & \dots & U_{\omega x 3n} \\ U_{\omega y 2n+1} & U_{\omega y 2n+2} & \dots & U_{\omega y 3n} \\ U_{\omega z 2n+1} & U_{\omega z 2n+2} & \dots & U_{\omega z 3n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{\omega x} & s_{13} \\ B_{\omega y} & s_{23} \\ B_{\omega z} & s_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ \omega_{z2n+1} & \omega_{z2n+2} & \dots & \omega_{z3n} \end{bmatrix}. \quad (4.26)$$

Отримане матричне рівняння можливо записати в компактній формі

$$\mathbf{B}_3 = \mathbf{X}_3 \cdot \mathbf{A}_3, \quad (4.27)$$

де

$$\mathbf{B}_3 = \begin{bmatrix} U_{\omega x 2n+1} & U_{\omega x 2n+2} & \dots & U_{\omega x 3n} \\ U_{\omega y 2n+1} & U_{\omega y 2n+2} & \dots & U_{\omega y 3n} \\ U_{\omega z 2n+1} & U_{\omega z 2n+2} & \dots & U_{\omega z 3n} \end{bmatrix}, \mathbf{X}_3 = \begin{bmatrix} B_{\omega x} & s_{13} \\ B_{\omega y} & s_{23} \\ B_{\omega z} & s_{33} \end{bmatrix}, \mathbf{A}_3 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ \omega_{z2n+1} & \omega_{z2n+2} & \dots & \omega_{z3n} \end{bmatrix}$$

Використовуючи матричний МНК, розрахуємо шукані параметри блока гіроскопів:

$$\mathbf{X}_3 = \mathbf{B}_3 \cdot \mathbf{A}_3^T \cdot (\mathbf{A}_3 \cdot \mathbf{A}_3^T)^{-1}. \quad (4.28)$$

Очевидно, що матричне рівняння (4.21), (4.24) і (4.27) мають наступну структуру

$$\mathbf{B}_i = \mathbf{X}_i \cdot \mathbf{A}_i, \quad (4.29)$$

де $i = 1, 2, 3$.

Формули (4.22), (4.25) і (4.28) можливо записати в загальному вигляді:

$$\mathbf{X}_i = \mathbf{B}_i \cdot \mathbf{A}_i^T \cdot (\mathbf{A}_i \cdot \mathbf{A}_i^T)^{-1}. \quad (4.30)$$

Таким чином, виконуючи розрахунки за формулою (4.30), можливо знай-

ти нульові сигнали гіроскопів $B_{\omega x}, B_{\omega y}, B_{\omega z}$ і елементи матриці $\begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} \end{bmatrix}$.

4.4. Калібрування гіроскопів с урахуванням g -дрейфів

До цього часу передбачалося, що постійні дрейфи гіроскопів не залежать від g . Насправді це припущення справедливо в основному для оптико-електронних гіроскопів. Тому розглянемо випадок, коли зміщення нулів гіроскопів містять складові, які залежать від g . Скористаємося моделлю вихідних сигналів (3.121):

$$\begin{bmatrix} U_{\omega x} \\ U_{\omega y} \\ U_{\omega z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{\omega x}^* \\ B_{\omega y}^* \\ B_{\omega z}^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_{\omega x} \\ n_{\omega y} \\ n_{\omega z} \end{bmatrix}, \quad (4.31)$$

де

$$\begin{bmatrix} B_{\omega x}^* \\ B_{\omega y}^* \\ B_{\omega z}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{\omega x} \\ B_{\omega y} \\ B_{\omega z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix}.$$

Усереднюючи вихідні сигнали, запишемо останнє матричне рівняння в звичайній формі:

$$\begin{aligned} U_{\omega x} &= B_{\omega x} + b_{11}a_x + b_{12}a_y + b_{13}a_z + s_{11}\omega_x + s_{12}\omega_y + s_{13}\omega_z; \\ U_{\omega y} &= B_{\omega y} + b_{21}a_x + b_{22}a_y + b_{23}a_z + s_{21}\omega_x + s_{22}\omega_y + s_{23}\omega_z; \\ U_{\omega z} &= B_{\omega z} + b_{31}a_x + b_{32}a_y + b_{33}a_z + s_{31}\omega_x + s_{32}\omega_y + s_{33}\omega_z. \end{aligned} \quad (4.32)$$

Калібрування гіроскопів с урахуванням g -дрейфів проводять на нерухомій основі, враховуючи обертання Землі з кутовою швидкістю Ω , на широті φ , с використанням ОДГ або поворотної установки, що дозволяє здійснювати поворот блока гіроскопів на фіксовані кути. Розташуємо ОДГ або поворотну установку так, щоб ось Ox перебувала в площині меридіана. Для послідовності фіксованих положень з табл.1, отримаємо значення вихідних сигналів гіроскопів $U_{\omega xi}, U_{\omega yi}, U_{\omega zi}$.

Для першого положення (рис.4.2) будемо мати наступне значення проєкцій уявного прискорення і кутової швидкості основи:

$$\begin{aligned} a_x &= 0; \quad a_y = 0; \quad a_z = g; \\ \omega_x &= \Omega \cos \varphi; \quad \omega_y = 0; \quad \omega_z = \Omega \sin \varphi. \end{aligned}$$

Підставляючи данні значення в рівняння (4.32), отримаємо

$$\begin{aligned}
U_{\omega x1} &= B_{\omega x} + s_{11}\Omega \cos \varphi + s_{13}\Omega \sin \varphi + b_{13}g; \\
U_{\omega y1} &= B_{\omega y} + s_{21}\Omega \cos \varphi + s_{23}\Omega \sin \varphi + b_{23}g; \\
U_{\omega z1} &= B_{\omega z} + s_{31}\Omega \cos \varphi + s_{33}\Omega \sin \varphi + b_{33}g.
\end{aligned} \tag{4.33}$$

Для другого положення (рис.4.3) будемо мати наступне значення проєкцій уявного прискорення і кутової швидкості основи:

$$\begin{aligned}
a_x &= 0; \quad a_y = g; \quad a_z = 0; \\
\omega_x &= \Omega \cos \varphi; \quad \omega_y = \Omega \sin \varphi; \quad \omega_z = 0.
\end{aligned}$$

Підставляючи данні значення в рівняння (4.32), отримаємо

$$\begin{aligned}
U_{\omega x2} &= B_{\omega x} + s_{11}\Omega \cos \varphi + s_{12}\Omega \sin \varphi + b_{12}g; \\
U_{\omega y2} &= B_{\omega y} + s_{21}\Omega \cos \varphi + s_{22}\Omega \sin \varphi + b_{22}g; \\
U_{\omega z2} &= B_{\omega z} + s_{31}\Omega \cos \varphi + s_{32}\Omega \sin \varphi + b_{32}g.
\end{aligned} \tag{4.34}$$

Для третього положення (рис.4.4) будемо мати наступне значення проєкцій уявного прискорення і кутової швидкості основи:

$$\begin{aligned}
a_x &= 0; \quad a_y = 0; \quad a_z = -g; \\
\omega_x &= \Omega \cos \varphi; \quad \omega_y = 0; \quad \omega_z = -\Omega \sin \varphi.
\end{aligned}$$

Підставляючи данні значення в рівняння (4.32), отримаємо

$$\begin{aligned}
U_{\omega x3} &= B_{\omega x} + s_{11}\Omega \cos \varphi - s_{13}\Omega \sin \varphi - b_{13}g; \\
U_{\omega y3} &= B_{\omega y} + s_{21}\Omega \cos \varphi - s_{23}\Omega \sin \varphi - b_{23}g; \\
U_{\omega z3} &= B_{\omega z} + s_{31}\Omega \cos \varphi - s_{33}\Omega \sin \varphi - b_{33}g.
\end{aligned} \tag{4.35}$$

Для четвертого положення (рис.4.5) будемо мати наступне значення проєкцій уявного прискорення і кутової швидкості основи:

$$\begin{aligned}
a_x &= 0; \quad a_y = -g; \quad a_z = 0; \\
\omega_x &= \Omega \cos \varphi; \quad \omega_y = -\Omega \sin \varphi; \quad \omega_z = 0.
\end{aligned}$$

Підставляючи данні значення в рівняння (4.32), отримаємо

$$\begin{aligned}
U_{\omega x4} &= B_{\omega x} + s_{11}\Omega \cos \varphi - s_{12}\Omega \sin \varphi - b_{12}g; \\
U_{\omega y4} &= B_{\omega y} + s_{21}\Omega \cos \varphi - s_{22}\Omega \sin \varphi - b_{22}g; \\
U_{\omega z4} &= B_{\omega z} + s_{31}\Omega \cos \varphi - s_{32}\Omega \sin \varphi - b_{32}g.
\end{aligned} \tag{4.36}$$

Для п'ятого положення (рис.4.6) будемо мати наступне значення проєкцій уявного прискорення і кутової швидкості основи:

$$a_x = 0; \quad a_y = 0; \quad a_z = g;$$

$$\omega_x = 0; \quad \omega_y = \Omega \cos \varphi; \quad \omega_z = \Omega \sin \varphi.$$

Підставляючи данні значення в рівняння (4.32), отримаємо

$$\begin{aligned} U_{\omega x 5} &= B_{\omega x} + s_{12} \Omega \cos \varphi + s_{13} \Omega \sin \varphi + b_{13} g; \\ U_{\omega y 5} &= B_{\omega y} + s_{22} \Omega \cos \varphi + s_{23} \Omega \sin \varphi + b_{23} g; \\ U_{\omega z 5} &= B_{\omega z} + s_{32} \Omega \cos \varphi + s_{33} \Omega \sin \varphi + b_{33} g. \end{aligned} \quad (4.37)$$

Для шостого положення (рис.4.7) будемо мати наступне значення проєкцій уявного прискорення і кутової швидкості основи:

$$a_x = -g; \quad a_y = 0; \quad a_z = 0;$$

$$\omega_x = -\Omega \sin \varphi; \quad \omega_y = \Omega \cos \varphi; \quad \omega_z = 0.$$

Підставляючи данні значення в рівняння (32), отримаємо

$$\begin{aligned} U_{\omega x 6} &= B_{\omega x} - s_{11} \Omega \sin \varphi + s_{12} \Omega \cos \varphi - b_{11} g; \\ U_{\omega y 6} &= B_{\omega y} - s_{21} \Omega \sin \varphi + s_{22} \Omega \cos \varphi - b_{21} g; \\ U_{\omega z 6} &= B_{\omega z} - s_{31} \Omega \sin \varphi + s_{32} \Omega \cos \varphi - b_{31} g. \end{aligned} \quad (4.38)$$

Для сьомого положення (рис.4.8) будемо мати наступне значення проєкцій уявного прискорення і кутової швидкості основи:

$$a_x = 0; \quad a_y = 0; \quad a_z = -g;$$

$$\omega_x = 0; \quad \omega_y = \Omega \cos \varphi; \quad \omega_z = -\Omega \sin \varphi.$$

Підставляючи данні значення в рівняння (4.32), отримаємо

$$\begin{aligned} U_{\omega x 7} &= B_{\omega x} + s_{12} \Omega \cos \varphi - s_{13} \Omega \sin \varphi - b_{13} g; \\ U_{\omega y 7} &= B_{\omega y} + s_{22} \Omega \cos \varphi - s_{23} \Omega \sin \varphi - b_{23} g; \\ U_{\omega z 7} &= B_{\omega z} + s_{32} \Omega \cos \varphi - s_{33} \Omega \sin \varphi - b_{33} g. \end{aligned} \quad (4.39)$$

Для восьмого положення (рис.4.9) будемо мати наступне значення проєкцій уявного прискорення і кутової швидкості основи:

$$a_x = g; \quad a_y = 0; \quad a_z = 0;$$

$$\omega_x = \Omega \sin \varphi; \quad \omega_y = \Omega \cos \varphi; \quad \omega_z = 0.$$

Підставляючи данні значення в рівняння (4.32), отримаємо

$$\begin{aligned}
U_{\omega x8} &= B_{\omega x} + s_{11}\Omega \sin \varphi + s_{12}\Omega \cos \varphi + b_{11}g; \\
U_{\omega y8} &= B_{\omega y} + s_{21}\Omega \sin \varphi + s_{22}\Omega \cos \varphi + b_{21}g; \\
U_{\omega z8} &= B_{\omega z} + s_{31}\Omega \sin \varphi + s_{32}\Omega \cos \varphi + b_{31}g.
\end{aligned}
\tag{4.40}$$

Для описаної послідовності фіксованих положень і отриманих виразів для вихідних сигналів гіроскопів складемо табл.4.2:

Табл.4.2. Вихідні сигнали гіроскопів.

№ п.	Проекції прискорення	Проекції кутової швидкості	Вихідні сигнали гіроскопів
1	$a_x = 0$ $a_y = 0$ $a_z = g$	$\omega_x = \Omega \cos \varphi$ $\omega_y = 0$ $\omega_z = \Omega \sin \varphi$	$U_{\omega x1} = B_{\omega x} + s_{11}\Omega \cos \varphi + s_{13}\Omega \sin \varphi + b_{13}g$ $U_{\omega y1} = B_{\omega y} + s_{21}\Omega \cos \varphi + s_{23}\Omega \sin \varphi + b_{23}g$ $U_{\omega z1} = B_{\omega z} + s_{31}\Omega \cos \varphi + s_{33}\Omega \sin \varphi + b_{33}g$
2	$a_x = 0$ $a_y = g$ $a_z = 0$	$\omega_x = \Omega \cos \varphi$ $\omega_y = \Omega \sin \varphi$ $\omega_z = 0$	$U_{\omega x2} = B_{\omega x} + s_{11}\Omega \cos \varphi + s_{12}\Omega \sin \varphi + b_{12}g$ $U_{\omega y2} = B_{\omega y} + s_{21}\Omega \cos \varphi + s_{22}\Omega \sin \varphi + b_{22}g$ $U_{\omega z2} = B_{\omega z} + s_{31}\Omega \cos \varphi + s_{32}\Omega \sin \varphi + b_{32}g$
3	$a_x = 0$ $a_y = 0$ $a_z = -g$	$\omega_x = \Omega \cos \varphi$ $\omega_y = 0$ $\omega_z = -\Omega \sin \varphi$	$U_{\omega x3} = B_{\omega x} + s_{11}\Omega \cos \varphi - s_{13}\Omega \sin \varphi - b_{13}g$ $U_{\omega y3} = B_{\omega y} + s_{21}\Omega \cos \varphi - s_{23}\Omega \sin \varphi - b_{23}g$ $U_{\omega z3} = B_{\omega z} + s_{31}\Omega \cos \varphi - s_{33}\Omega \sin \varphi - b_{33}g$
4	$a_x = 0$ $a_y = -g$ $a_z = 0$	$\omega_x = \Omega \cos \varphi$ $\omega_y = -\Omega \sin \varphi$ $\omega_z = 0$	$U_{\omega x4} = B_{\omega x} + s_{11}\Omega \cos \varphi - s_{12}\Omega \sin \varphi - b_{12}g$ $U_{\omega y4} = B_{\omega y} + s_{21}\Omega \cos \varphi - s_{22}\Omega \sin \varphi - b_{22}g$ $U_{\omega z4} = B_{\omega z} + s_{31}\Omega \cos \varphi - s_{32}\Omega \sin \varphi - b_{32}g$
5	$a_x = 0$ $a_y = 0$ $a_z = g$	$\omega_x = 0$ $\omega_y = \Omega \cos \varphi$ $\omega_z = \Omega \sin \varphi$	$U_{\omega x5} = B_{\omega x} + s_{12}\Omega \cos \varphi + s_{13}\Omega \sin \varphi + b_{13}g$ $U_{\omega y5} = B_{\omega y} + s_{22}\Omega \cos \varphi + s_{23}\Omega \sin \varphi + b_{23}g$ $U_{\omega z5} = B_{\omega z} + s_{32}\Omega \cos \varphi + s_{33}\Omega \sin \varphi + b_{33}g$
6	$a_x = -g$ $a_y = 0$ $a_z = 0$	$\omega_x = -\Omega \sin \varphi$ $\omega_y = \Omega \cos \varphi$ $\omega_z = 0$	$U_{\omega x6} = B_{\omega x} - s_{11}\Omega \sin \varphi + s_{12}\Omega \cos \varphi - b_{11}g$ $U_{\omega y6} = B_{\omega y} - s_{21}\Omega \sin \varphi + s_{22}\Omega \cos \varphi - b_{21}g$ $U_{\omega z6} = B_{\omega z} - s_{31}\Omega \sin \varphi + s_{32}\Omega \cos \varphi - b_{31}g$
7	$a_x = 0$ $a_y = 0$ $a_z = -g$	$\omega_x = 0$ $\omega_y = \Omega \cos \varphi$ $\omega_z = -\Omega \sin \varphi$	$U_{\omega x7} = B_{\omega x} + s_{12}\Omega \cos \varphi - s_{13}\Omega \sin \varphi - b_{13}g$ $U_{\omega y7} = B_{\omega y} + s_{22}\Omega \cos \varphi - s_{23}\Omega \sin \varphi - b_{23}g$ $U_{\omega z7} = B_{\omega z} + s_{32}\Omega \cos \varphi - s_{33}\Omega \sin \varphi - b_{33}g$
8	$a_x = g$ $a_y = 0$ $a_z = 0$	$\omega_x = \Omega \sin \varphi$ $\omega_y = \Omega \cos \varphi$ $\omega_z = 0$	$U_{\omega x8} = B_{\omega x} + s_{11}\Omega \sin \varphi + s_{12}\Omega \cos \varphi + b_{11}g$ $U_{\omega y8} = B_{\omega y} + s_{21}\Omega \sin \varphi + s_{22}\Omega \cos \varphi + b_{21}g$ $U_{\omega z8} = B_{\omega z} + s_{31}\Omega \sin \varphi + s_{32}\Omega \cos \varphi + b_{31}g$

Шукані параметри – елементи матриці $\begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix}$ і $\begin{bmatrix} B_{\omega x} \\ B_{\omega y} \\ B_{\omega z} \end{bmatrix}$ знайдемо, використовуючи розрахункові значення вихідних сигналів гіроскопів $U_{\omega xi}, U_{\omega yi}, U_{\omega zi}$ і розраховані раніше елементи матриці $\begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} \end{bmatrix}$:

$$\begin{aligned}
b_{11} &= \frac{1}{2g}(U_{\omega x8} - U_{\omega x6}) - \frac{s_{11}}{g}\Omega \sin \varphi, & b_{12} &= \frac{1}{2g}(U_{\omega x2} - U_{\omega x4}) - \frac{s_{12}}{g}\Omega \sin \varphi, \\
b_{13} &= \frac{1}{4g}(U_{\omega x1} - U_{\omega x3} + U_{\omega x5} - U_{\omega x7}) - \frac{s_{13}}{g}\Omega \sin \varphi; \\
b_{21} &= \frac{1}{2g}(U_{\omega y8} - U_{\omega y6}) - \frac{s_{21}}{g}\Omega \sin \varphi, & b_{22} &= \frac{1}{2g}(U_{\omega y2} - U_{\omega y4}) - \frac{s_{22}}{g}\Omega \sin \varphi, \\
b_{23} &= \frac{1}{4g}(U_{\omega y1} - U_{\omega y3} + U_{\omega y5} - U_{\omega y7}) - \frac{s_{23}}{g}\Omega \sin \varphi; \\
b_{31} &= \frac{1}{2g}(U_{\omega z8} - U_{\omega z6}) - \frac{s_{31}}{g}\Omega \sin \varphi, & b_{32} &= \frac{1}{2g}(U_{\omega z2} - U_{\omega z4}) - \frac{s_{32}}{g}\Omega \sin \varphi, \\
b_{33} &= \frac{1}{4g}(U_{\omega z1} - U_{\omega z3} + U_{\omega z5} - U_{\omega z7}) - \frac{s_{33}}{g}\Omega \sin \varphi; \\
B_{\omega x} &= \frac{1}{8} \sum_{i=1}^8 U_{\omega xi} - \frac{\Omega \cos \varphi}{2}(s_{11} + s_{12}); & B_{\omega y} &= \frac{1}{8} \sum_{i=1}^8 U_{\omega yi} - \frac{\Omega \cos \varphi}{2}(s_{21} + s_{22}); \\
B_{\omega z} &= \frac{1}{8} \sum_{i=1}^8 U_{\omega zi} - \frac{\Omega \cos \varphi}{2}(s_{31} + s_{32}).
\end{aligned}
\tag{4.42}$$

4.5. Калібрування гіроскопів с урахуванням g^2 -дрейфів

С урахуванням g - і g^2 -дрейфів вирази для вихідних сигналів блока гіроскопів представимо у вигляді

$$\begin{bmatrix} U_{\omega x} \\ U_{\omega y} \\ U_{\omega z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{\omega x} \\ B_{\omega y} \\ B_{\omega z} \end{bmatrix} + \mathbf{M}_{1\omega} \cdot \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} + \mathbf{M}_g \cdot \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} + \mathbf{M}_{2g} \cdot \begin{bmatrix} a_x a_y \\ a_y a_z \\ a_x a_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_{\omega x} \\ n_{\omega y} \\ n_{\omega z} \end{bmatrix}, \tag{4.43}$$

де $B_{\omega x}, B_{\omega y}, B_{\omega z}$ – нульові сигнали гіроскопів, які не містять дрейфів, залежних від g і g^2 ,

$$\mathbf{M}_{1\omega} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{M}_g = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{M}_{2g} = \begin{bmatrix} l_{11} & l_{12} & l_{13} \\ l_{21} & l_{22} & l_{23} \\ l_{31} & l_{32} & l_{33} \end{bmatrix}.$$

Калібрування гіроскопів з урахуванням g - і g^2 -дрейфів проводять на нерухомій основі, враховуючи обертання Землі з кутовою швидкістю Ω , на широті φ , з використанням ОДГ або поворотної установки, що дозволяє здійснювати поворот блока гіроскопів на фіксовані кути. Розташуємо ОДГ або поворотну установку так, щоб ось Ox перебувала в площині меридіана. Проведемо послідовність фіксованих поворотів згідно табл.4.2 і отримаємо значення вихідних сигналів гіроскопів $U_{\omega xi}, U_{\omega yi}, U_{\omega zi}$ ($i = 1, 2, \dots, 8$). Проводячи розрахунки по формулам (4.42), отримаємо нульові сигнали гіроскопів $B_{\omega x}, B_{\omega y}, B_{\omega z}$, а також елементи матриць $\mathbf{M}_{1\omega}, \mathbf{M}_g$. Завдання полягає в знаходженні елементів матриці $\mathbf{M}_{2g}$.

Усереднюючи вихідні сигнали на протязі однієї хвилини, запишемо рівняння для вихідних сигналів (4.43) в звичайній формі

$$\begin{aligned} U_{\omega x} &= B_{\omega x} + s_{11}\omega_x + s_{12}\omega_y + s_{13}\omega_z + b_{11}a_x + b_{12}a_y + b_{13}a_z + l_{11}a_xa_y + l_{12}a_ya_z + l_{13}a_xa_z; \\ U_{\omega y} &= B_{\omega y} + s_{21}\omega_x + s_{22}\omega_y + s_{23}\omega_z + b_{21}a_x + b_{22}a_y + b_{23}a_z + l_{21}a_xa_y + l_{22}a_ya_z + l_{23}a_xa_z; \\ U_{\omega z} &= B_{\omega z} + s_{31}\omega_x + s_{32}\omega_y + s_{33}\omega_z + b_{31}a_x + b_{32}a_y + b_{33}a_z + l_{31}a_xa_y + l_{32}a_ya_z + l_{33}a_xa_z. \end{aligned} \quad (4.44)$$

На початку розвернемо блок гіроскопів на кут δ навколо осі Ox як показано на рис.4.10.

Проекції уявного прискорення і кутової швидкості основи матимуть наступний вид:

$$\begin{aligned} a_x &= 0, \quad a_y = g \sin \delta, \quad a_z = g \cos \delta; \\ \omega_x &= \Omega \cos \varphi; \quad \omega_y = \Omega \sin \varphi \sin \delta; \quad \omega_z = \Omega \sin \varphi \cos \delta. \end{aligned}$$

Підставимо данні значення в систему рівнянь (4.44):

$$\begin{aligned} U_{\omega x9} &= B_{\omega x} + s_{11}\Omega \cos \varphi + s_{12}\Omega \sin \varphi \sin \delta + s_{13}\Omega \sin \varphi \cos \delta + \\ &\quad + b_{12}g \sin \delta + b_{13}g \cos \delta + l_{12}g^2 \sin \delta \cos \delta; \\ U_{\omega y9} &= B_{\omega y} + s_{21}\Omega \cos \varphi + s_{22}\Omega \sin \varphi \sin \delta + s_{23}\Omega \sin \varphi \cos \delta + \\ &\quad + b_{22}g \sin \delta + b_{23}g \cos \delta + l_{22}g^2 \sin \delta \cos \delta; \\ U_{\omega z9} &= B_{\omega z} + s_{31}\Omega \cos \varphi + s_{32}\Omega \sin \varphi \sin \delta + s_{33}\Omega \sin \varphi \cos \delta + \\ &\quad + b_{32}g \sin \delta + b_{33}g \cos \delta + l_{32}g^2 \sin \delta \cos \delta. \end{aligned}$$

Вирішуючи отримані рівняння відносно невідомих елементів матриці $\mathbf{M}_{2g}$, отримаємо

$$\begin{aligned}
l_{12} &= \frac{2}{g^2 \sin 2\delta} (U_{\omega x9} - B_{\omega x} - s_{11}\Omega \cos \varphi - s_{12}\Omega \sin \varphi \sin \delta - s_{13}\Omega \sin \varphi \cos \delta - \\
&\quad - b_{12}g \sin \delta - b_{13}g \cos \delta); \\
l_{22} &= \frac{2}{g^2 \sin 2\delta} (U_{\omega y9} - B_{\omega y} - s_{21}\Omega \cos \varphi - s_{22}\Omega \sin \varphi \sin \delta - s_{23}\Omega \sin \varphi \cos \delta - \\
&\quad - b_{22}g \sin \delta - b_{23}g \cos \delta); \\
l_{32} &= \frac{2}{g^2 \sin 2\delta} (U_{\omega z9} - B_{\omega z} - s_{31}\Omega \cos \varphi - s_{32}\Omega \sin \varphi \sin \delta - s_{33}\Omega \sin \varphi \cos \delta - \\
&\quad - b_{32}g \sin \delta - b_{33}g \cos \delta).
\end{aligned} \tag{4.45}$$

Розглянемо випадок, коли $\delta = 45^\circ$. Формули (4.45) матимуть наступний вигляд

$$\begin{aligned}
l_{12} &= \frac{2}{g^2} \left[U_{\omega x9} - B_{\omega x} - s_{11}\Omega \cos \varphi - \frac{\sqrt{2}}{2}\Omega \sin \varphi (s_{12} + s_{13}) - \frac{\sqrt{2}}{2}g(b_{12} + b_{13}) \right]; \\
l_{22} &= \frac{2}{g^2} \left[U_{\omega y9} - B_{\omega y} - s_{21}\Omega \cos \varphi - \frac{\sqrt{2}}{2}\Omega \sin \varphi (s_{22} + s_{23}) - \frac{\sqrt{2}}{2}g(b_{22} + b_{23}) \right]; \\
l_{32} &= \frac{2}{g^2} \left[U_{\omega z9} - B_{\omega z} - s_{31}\Omega \cos \varphi - \frac{\sqrt{2}}{2}\Omega \sin \varphi (s_{32} + s_{33}) - \frac{\sqrt{2}}{2}g(b_{32} + b_{33}) \right].
\end{aligned}$$

Тепер розвернемо блок гіроскопів на кут δ навколо осі O_y , як показано на рис.4.11.

Проекції уявного прискорення і кутової швидкості основи матимуть наступний вид:

$$\begin{aligned}
a_x &= -g \sin \delta, \quad a_y = 0, \quad a_z = g \cos \delta; \\
\omega_x &= -\Omega \sin \varphi \sin \delta; \quad \omega_y = \Omega \cos \varphi; \quad \omega_z = \Omega \sin \varphi \cos \delta.
\end{aligned}$$

Підставимо данні значення в систему рівнянь (4.44):

$$\begin{aligned}
U_{\omega x10} &= B_{\omega x} - s_{11}\Omega \sin \varphi \sin \delta + s_{12}\Omega \cos \varphi + s_{13}\Omega \sin \varphi \cos \delta - \\
&\quad - b_{11}g \sin \delta + b_{13}g \cos \delta - l_{13}g^2 \sin \delta \cos \delta; \\
U_{\omega y10} &= B_{\omega y} - s_{21}\Omega \sin \varphi \sin \delta + s_{22}\Omega \cos \varphi + s_{23}\Omega \sin \varphi \cos \delta - \\
&\quad - b_{21}g \sin \delta + b_{23}g \cos \delta - l_{23}g^2 \sin \delta \cos \delta; \\
U_{\omega z10} &= B_{\omega z} - s_{31}\Omega \sin \varphi \sin \delta + s_{32}\Omega \cos \varphi + s_{33}\Omega \sin \varphi \cos \delta - \\
&\quad - b_{31}g \sin \delta + b_{33}g \cos \delta - l_{33}g^2 \sin \delta \cos \delta.
\end{aligned}$$

Вирішуючи отримані рівняння відносно невідомих елементів матриці $\mathbf{M}_{2g}$, отримаємо

$$\begin{aligned}
l_{13} &= \frac{2}{g^2 \sin 2\delta} (U_{\omega x10} - B_{\omega x} + s_{11}\Omega \sin \varphi \sin \delta - s_{12}\Omega \cos \varphi - \\
&\quad - s_{13}\Omega \sin \varphi \cos \delta + b_{11}g \sin \delta - b_{13}g \cos \delta); \\
l_{23} &= \frac{2}{g^2 \sin 2\delta} (U_{\omega y10} - B_{\omega y} + s_{21}\Omega \sin \varphi \sin \delta - s_{22}\Omega \cos \varphi - \\
&\quad - s_{23}\Omega \sin \varphi \cos \delta + b_{21}g \sin \delta - b_{23}g \cos \delta); \\
l_{33} &= \frac{2}{g^2 \sin 2\delta} (U_{\omega z10} - B_{\omega z} + s_{31}\Omega \sin \varphi \sin \delta - s_{32}\Omega \cos \varphi - \\
&\quad - s_{33}\Omega \sin \varphi \cos \delta + b_{31}g \sin \delta - b_{33}g \cos \delta).
\end{aligned} \tag{4.46}$$

Розглянемо випадок, коли $\delta = 45^\circ$. Формули (4.46) матимуть наступний вигляд

$$\begin{aligned}
l_{13} &= \frac{2}{g^2} \left[U_{\omega x10} - B_{\omega x} - s_{12}\Omega \cos \varphi + \frac{\sqrt{2}}{2}\Omega \sin \varphi (s_{11} - s_{13}) + \frac{\sqrt{2}}{2}g(b_{11} - b_{13}) \right]; \\
l_{23} &= \frac{2}{g^2} \left[U_{\omega y10} - B_{\omega y} - s_{22}\Omega \cos \varphi + \frac{\sqrt{2}}{2}\Omega \sin \varphi (s_{21} - s_{23}) + \frac{\sqrt{2}}{2}g(b_{21} - b_{23}) \right]; \\
l_{33} &= \frac{2}{g^2} \left[U_{\omega z10} - B_{\omega z} - s_{32}\Omega \cos \varphi + \frac{\sqrt{2}}{2}\Omega \sin \varphi (s_{31} - s_{33}) + \frac{\sqrt{2}}{2}g(b_{31} - b_{33}) \right].
\end{aligned}$$

І, нарешті, повернемо блок гіроскопів на кут δ навколо осі Oz , як показано на рис.4.12.

Проекції уявного прискорення та кутової швидкості основи матимуть наступний вигляд:

$$\begin{aligned}
a_x &= g \sin \delta, \quad a_y = g \cos \delta, \quad a_z = 0; \\
\omega_x &= \Omega \sin \varphi \sin \delta; \quad \omega_y = \Omega \sin \varphi \cos \delta; \quad \omega_z = \Omega \cos \varphi.
\end{aligned}$$

Підставимо дані значення в систему рівнянь (44):

$$\begin{aligned}
U_{\omega x11} &= B_{\omega x} + s_{11}\Omega \sin \varphi \sin \delta + s_{12}\Omega \sin \varphi \cos \delta + s_{13}\Omega \cos \varphi + \\
&\quad + b_{11}g \sin \delta + b_{13}g \cos \delta + l_{11}g^2 \sin \delta \cos \delta; \\
U_{\omega y11} &= B_{\omega y} + s_{21}\Omega \sin \varphi \sin \delta + s_{22}\Omega \sin \varphi \cos \delta + s_{23}\Omega \cos \varphi + \\
&\quad + b_{21}g \sin \delta + b_{22}g \cos \delta + l_{21}g^2 \sin \delta \cos \delta; \\
U_{\omega z11} &= B_{\omega z} + s_{31}\Omega \sin \varphi \sin \delta + s_{32}\Omega \sin \varphi \cos \delta + s_{33}\Omega \cos \varphi + \\
&\quad + b_{31}g \sin \delta + b_{32}g \cos \delta + l_{31}g^2 \sin \delta \cos \delta.
\end{aligned}$$

Вирішуючи отримані рівняння відносно невідомих елементів матриці $\mathbf{M}_{2g}$, отримаємо

$$\begin{aligned}
l_{11} &= \frac{2}{g^2 \sin 2\delta} (U_{\omega x11} - B_{\omega x} - s_{11}\Omega \sin \varphi \sin \delta - s_{12}\Omega \sin \varphi \cos \delta - \\
&\quad - s_{13}\Omega \cos \varphi - b_{11}g \sin \delta - b_{12}g \cos \delta); \\
l_{21} &= \frac{2}{g^2 \sin 2\delta} (U_{\omega y11} - B_{\omega y} - s_{21}\Omega \sin \varphi \sin \delta - s_{22}\Omega \sin \varphi \cos \delta - \\
&\quad - s_{23}\Omega \cos \varphi - b_{21}g \sin \delta - b_{22}g \cos \delta); \\
l_{31} &= \frac{2}{g^2 \sin 2\delta} (U_{\omega z11} - B_{\omega z} - s_{31}\Omega \sin \varphi \sin \delta - s_{32}\Omega \sin \varphi \cos \delta - \\
&\quad - s_{33}\Omega \cos \varphi - b_{31}g \sin \delta - b_{32}g \cos \delta).
\end{aligned} \tag{4.47}$$

Для випадка, коли $\delta = 45^\circ$, формули (4.47) матимуть наступний вигляд

$$\begin{aligned}
l_{11} &= \frac{2}{g^2} \left[U_{\omega x11} - B_{\omega x} - s_{13}\Omega \cos \varphi - \frac{\sqrt{2}}{2}\Omega \sin \varphi (s_{11} + s_{12}) - \frac{\sqrt{2}}{2}g (b_{11} + b_{12}) \right]; \\
l_{21} &= \frac{2}{g^2} \left[U_{\omega y11} - B_{\omega y} - s_{32}\Omega \cos \varphi - \frac{\sqrt{2}}{2}\Omega \sin \varphi (s_{21} + s_{22}) - \frac{\sqrt{2}}{2}g (b_{21} + b_{22}) \right]; \\
l_{31} &= \frac{2}{g^2} \left[U_{\omega z11} - B_{\omega z} - s_{33}\Omega \cos \varphi - \frac{\sqrt{2}}{2}\Omega \sin \varphi (s_{31} + s_{32}) - \frac{\sqrt{2}}{2}g (b_{31} + b_{32}) \right].
\end{aligned}$$

Отже, після проведення розрахунків по формулам (4.45), (4.46) та (4.47) можна визначити шукані елементи матриці $\mathbf{M}_{2g}$.

4.6. Скалярне калібрування блоку акселерометрів

Для калібрування блоку акселерометрів зазвичай використовують метод тестових поворотів, при якому в якості еталону приймають вектор прискорення сили тяжіння $\vec{g}$. Основний недолік такого методу – жорсткі умови до кутового налаштування обладнання для випробувань, адже неточність налаштування впливає на результати калібрування.

Також відомий скалярний спосіб калібрування [5;21;45] акселерометрів, який отримав свою назву завдяки тому, що у якості еталону вимірюваної величини приймають не вектор, а скалярну величину. В гравітаційному полі Землі для акселерометрів такою скалярною величиною буде величина прискорення сили тяжіння g .

З урахуванням похибок масштабних коефіцієнтів акселерометрів, вихідні сигнали акселерометрів (4.1) матимуть вид:

$$\begin{aligned}
U_{ax} &= B_{ax} + (S_{ax} + E_{ax})a_x + k_{12}a_y + k_{13}a_z + n_{ax}; \\
U_{ay} &= B_{ay} + (S_{ay} + E_{ay})a_y + k_{21}a_x + k_{23}a_z + n_{ay}; \\
U_{az} &= B_{az} + (S_{az} + E_{az})a_z + k_{31}a_x + k_{32}a_y + n_{az},
\end{aligned} \tag{4.48}$$

де S_{ax}, S_{ay}, S_{az} – номінальні значення масштабних коефіцієнтів акселерометрів, E_{ax}, E_{ay}, E_{az} – похибки масштабних коефіцієнтів акселерометрів.

Калібрування проводимо на нерухомій основі у гравітаційному полі Землі, тому перейдемо від уявного прискорення $\vec{a}$ до проекцій прискорення сили тяжіння $\vec{g}$. Розглянемо вихідні сигнали акселерометрів при $a_x = -g_x, a_y = -g_y, a_z = -g_z$:

$$\begin{aligned} U_{ax} &= B_{ax} - (S_{ax} + E_{ax})g_x - k_{12}g_y - k_{13}g_z + n_{ax}; \\ U_{ay} &= B_{ay} - (S_{ay} + E_{ay})g_y - k_{21}g_x - k_{23}g_z + n_{ay}; \\ U_{az} &= B_{az} - (S_{az} + E_{az})g_z - k_{31}g_x - k_{32}g_y + n_{az}, \end{aligned} \quad (4.49)$$

Для зменшення впливу шумів вимірювань вихідні сигнали осереднюються протягом 100 секунд. Тому в подальшому будемо опускати n_{ax}, n_{ay}, n_{az} .

Запишемо рівняння (4.49) в безрозмірній формі. Проведемо операцію нормування – для цього розділимо кожне рівняння вихідного сигналу акселерометра на відповідний масштабний коефіцієнт і модуль вектору $\vec{g}$ ($g = \sqrt{g_x^2 + g_y^2 + g_z^2}$):

$$\begin{aligned} \frac{U_{ax}}{S_{ax} \cdot g} &= \frac{B_{ax}}{S_{ax} \cdot g} - \left(1 + \frac{E_{ax}}{S_{ax}}\right) \frac{g_x}{g} - \frac{k_{12}}{S_{ax}} \frac{g_y}{g} - \frac{k_{13}}{S_{ax}} \frac{g_z}{g}; \\ \frac{U_{ay}}{S_{ay} \cdot g} &= \frac{B_{ay}}{S_{ay} \cdot g} - \left(1 + \frac{E_{ay}}{S_{ay}}\right) \frac{g_y}{g} - \frac{k_{21}}{S_{ay}} \frac{g_x}{g} - \frac{k_{23}}{S_{ay}} \frac{g_z}{g}; \\ \frac{U_{az}}{S_{az} \cdot g} &= \frac{B_{az}}{S_{az} \cdot g} - \left(1 + \frac{E_{az}}{S_{az}}\right) \frac{g_z}{g} - \frac{k_{31}}{S_{az}} \frac{g_x}{g} - \frac{k_{32}}{S_{az}} \frac{g_y}{g}. \end{aligned} \quad (4.50)$$

Введемо нові позначення безрозмірних вихідних сигналів і величин прямих частин

$$\begin{aligned} \tilde{a}_x &= \frac{U_{ax}}{S_{ax} \cdot g}; \quad b_{ax} = \frac{B_{ax}}{S_{ax} \cdot g}; \quad e_{ax} = \frac{E_{ax}}{S_{ax}}; \quad \bar{g}_x = \frac{g_x}{g}; \\ \tilde{a}_y &= \frac{U_{ay}}{S_{ay} \cdot g}; \quad b_{ay} = \frac{B_{ay}}{S_{ay} \cdot g}; \quad e_{ay} = \frac{E_{ay}}{S_{ay}}; \quad \bar{g}_y = \frac{g_y}{g}; \\ \tilde{a}_z &= \frac{U_{az}}{S_{az} \cdot g}; \quad b_{az} = \frac{B_{az}}{S_{az} \cdot g}; \quad e_{az} = \frac{E_{az}}{S_{az}}; \quad \bar{g}_z = \frac{g_z}{g}. \end{aligned} \quad (4.51)$$

Згідно скалярному способу калібрування, слід обчислити скалярну величину вектору вимірювань і порівняти його з відомим скалярним значенням вимірюваного вектору.

У другому розділі зазначено, похибки виготовлення і установки акселерометрів в інерціально-вимірювальний модуль призводять до появи кутів *невиставлення*.

Кути невивиставлення призводять до появи матриці

$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{ax} + E_{ax} & S_{ax}\Delta_{xz} & -S_{ax}\Delta_{xy} \\ -S_{ay}\Delta_{yz} & S_{ay} + E_{ay} & S_{ay}\Delta_{yx} \\ S_{az}\Delta_{zy} & -S_{az}\Delta_{zx} & S_{az} + E_{az} \end{bmatrix}.$$

З урахуванням даної матриці нормовані вихідні сигнали акселерометрів візьмуть вид

$$\begin{aligned} \tilde{a}_x &= b_{ax} - (1 + e_{ax})\bar{g}_x - \Delta_{xz}\bar{g}_y + \Delta_{xy}\bar{g}_z; \\ \tilde{a}_y &= b_{ay} - (1 + e_{ay})\bar{g}_y + \Delta_{yz}\bar{g}_x - \Delta_{yx}\bar{g}_z; \\ \tilde{a}_z &= b_{az} - (1 + e_{az})\bar{g}_z - \Delta_{zy}\bar{g}_x + \Delta_{zx}\bar{g}_y. \end{aligned}$$

Розкриємо дужки і поміняємо місцями доданки:

$$\begin{aligned} \tilde{a}_x &= -\bar{g}_x + b_{ax} - e_{ax}\bar{g}_x - \Delta_{xz}\bar{g}_y + \Delta_{xy}\bar{g}_z; \\ \tilde{a}_y &= -\bar{g}_y + b_{ay} - e_{ay}\bar{g}_y + \Delta_{yz}\bar{g}_x - \Delta_{yx}\bar{g}_z; \\ \tilde{a}_z &= -\bar{g}_z + b_{az} - e_{az}\bar{g}_z - \Delta_{zy}\bar{g}_x + \Delta_{zx}\bar{g}_y. \end{aligned}$$

Піднесемо до квадрату нормовані вихідні сигнали і складемо:

$$\begin{aligned} \tilde{a}_x^2 + \tilde{a}_y^2 + \tilde{a}_z^2 &= \left[-\bar{g}_x + (b_{ax} - e_{ax}\bar{g}_x - \Delta_{xz}\bar{g}_y + \Delta_{xy}\bar{g}_z) \right]^2 + \\ &+ \left[-\bar{g}_y + (b_{ay} - e_{ay}\bar{g}_y + \Delta_{yz}\bar{g}_x - \Delta_{yx}\bar{g}_z) \right]^2 + \\ &+ \left[-\bar{g}_z + (b_{az} - e_{az}\bar{g}_z - \Delta_{zy}\bar{g}_x + \Delta_{zx}\bar{g}_y) \right]^2. \end{aligned}$$

Розкриємо справа квадратні дужки:

$$\begin{aligned} \tilde{a}_x^2 + \tilde{a}_y^2 + \tilde{a}_z^2 &= \bar{g}_x^2 - 2\bar{g}_x(b_{ax} - e_{ax}\bar{g}_x - \Delta_{xz}\bar{g}_y + \Delta_{xy}\bar{g}_z) + \\ &+ (b_{ax} - e_{ax}\bar{g}_x - \Delta_{xz}\bar{g}_y + \Delta_{xy}\bar{g}_z)^2 + \\ &+ \bar{g}_y^2 - 2\bar{g}_y(b_{ay} - e_{ay}\bar{g}_y + \Delta_{yz}\bar{g}_x - \Delta_{yx}\bar{g}_z) + \\ &+ (b_{ay} - e_{ay}\bar{g}_y + \Delta_{yz}\bar{g}_x - \Delta_{yx}\bar{g}_z)^2 + \\ &+ \bar{g}_z^2 - 2\bar{g}_z(b_{az} - e_{az}\bar{g}_z - \Delta_{zy}\bar{g}_x + \Delta_{zx}\bar{g}_y) + \\ &+ (b_{az} - e_{az}\bar{g}_z - \Delta_{zy}\bar{g}_x + \Delta_{zx}\bar{g}_y)^2. \end{aligned}$$

Оскільки $\bar{g}_x^2 + \bar{g}_y^2 + \bar{g}_z^2 = 1$, а також нехтуючи величинами другого порядку малості, для тріади акселерометрів отримаємо

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}(\tilde{a}_x^2 + \tilde{a}_y^2 + \tilde{a}_z^2 - 1) = & -b_{ax}\bar{g}_x - b_{ay}\bar{g}_y - b_{az}\bar{g}_z + e_{ax}\bar{g}_x^2 + e_{ay}\bar{g}_y^2 + e_{az}\bar{g}_z^2 + \\ & + (\Delta_{xz} - \Delta_{yz})\bar{g}_x\bar{g}_y + (\Delta_{zy} - \Delta_{xy})\bar{g}_x\bar{g}_z + (\Delta_{yx} - \Delta_{zx})\bar{g}_y\bar{g}_z. \end{aligned} \quad (4.52)$$

Позначимо різниці кутів невивиставлення для акселерометрів

$$\delta_{a1} = \Delta_{xz} - \Delta_{yz}, \quad \delta_{a2} = \Delta_{zy} - \Delta_{xy}, \quad \delta_{a3} = \Delta_{yx} - \Delta_{zx},$$

Тепер вихідне «каліброване» рівняння (4.52) для акселерометрів набуде вигляду

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}(\tilde{a}_x^2 + \tilde{a}_y^2 + \tilde{a}_z^2 - 1) = & -b_{ax}\bar{g}_x - b_{ay}\bar{g}_y - b_{az}\bar{g}_z + \\ & + e_{ax}\bar{g}_x^2 + e_{ay}\bar{g}_y^2 + e_{az}\bar{g}_z^2 + \delta_{a1}\bar{g}_x\bar{g}_y + \delta_{a2}\bar{g}_x\bar{g}_z + \delta_{a3}\bar{g}_y\bar{g}_z. \end{aligned} \quad (4.53)$$

Отже, різниця між скалярною величиною нормованого вимірюваного вектору і його дійсним значенням, рівним одиниці, пропорційна погрішностям акселерометрів. Коефіцієнтами в цій залежності є нормовані значення вимірюваного прискорення $\bar{g}_x, \bar{g}_y, \bar{g}_z$ для акселерометрів, їх степінь та добуток.

У рівняннях (4.53) шуканими невідомими є дев'ять параметрів, які спотворюють вихідні сигнали блоку акселерометрів. Три з них представляють собою різниці кутів неортогональності осей приладів.

Для калібрування блоку акселерометрів треба в полі сили тяжіння повертати його навколо відповідного напрямку на фіксовані кути і в кожному положенні отримувати нормовані вихідні сигнали. Для вирішення рівняння (4.53) потрібно мінімум дев'ять положень блоку акселерометрів, тобто число випробувань повинно бути $n \geq 9$.

Задамо орієнтацію блоку акселерометрів відносно географічної системи координат $o\xi\eta\zeta$ кутами Ейлера-Крилова α, β, γ (рис.4.13).

Перехід від системи координат $o\xi\eta\zeta$ к $oxyz$ визначається матрицею напрямних косинусів

$$\begin{bmatrix} g_x \\ g_y \\ g_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{bmatrix}. \quad (4.54)$$

Використовуючи матричні рівняння (4.54), отримаємо нормовані проєкції прискорення $\bar{g}$:

$$\begin{aligned} \bar{g}_x &= -a_{13}; \\ \bar{g}_y &= -a_{23}; \\ \bar{g}_z &= -a_{33}. \end{aligned} \quad (4.55)$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} -\bar{g}_{x1} & -\bar{g}_{y1} & -\bar{g}_{z1} & \bar{g}_{x1}^2 & \bar{g}_{y1}^2 & \bar{g}_{z1}^2 & \bar{g}_{x1}\bar{g}_{y1} & \bar{g}_{x1}\bar{g}_{z1} & \bar{g}_{y1}\bar{g}_{z1} \\ -\bar{g}_{x2} & -\bar{g}_{y2} & -\bar{g}_{z2} & \bar{g}_{x2}^2 & \bar{g}_{y2}^2 & \bar{g}_{z2}^2 & \bar{g}_{x2}\bar{g}_{y2} & \bar{g}_{x2}\bar{g}_{z2} & \bar{g}_{y2}\bar{g}_{z2} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ -\bar{g}_{xn} & -\bar{g}_{yn} & -\bar{g}_{zn} & \bar{g}_{xn}^2 & \bar{g}_{yn}^2 & \bar{g}_{zn}^2 & \bar{g}_{xn}\bar{g}_{yn} & \bar{g}_{xn}\bar{g}_{zn} & \bar{g}_{yn}\bar{g}_{zn} \end{bmatrix};$$

$\mathbf{e}_a$ - вектор стовпець шуканих параметрів розмірності (9×1) кожен:

$$\mathbf{e}_a = [b_{ax} \quad b_{ay} \quad b_{az} \quad e_{ax} \quad e_{ay} \quad e_{az} \quad \delta_{a1} \quad \delta_{a2} \quad \delta_{a3}]^T.$$

Вирішуючи матричне рівняння (4.57) методом найменших квадратів (МНК), отримаємо

$$\hat{\mathbf{e}}_a = (\mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{u}_a, \quad (4.58)$$

де $\hat{\mathbf{e}}_a$ – оцінки шуканих параметрів блоку акселерометрів.

При обчисленні за формулою (4.58) – виконання таких обчислювальних процедур з матрицями, як транспонування, добутку і обернення виробляється в основному з елементами матриці напрямних косинусів.

Тепер, знаючи оцінки нормованих параметрів $\hat{\mathbf{e}}_a$, можна, використовуючи формули (4.51), обчислити оцінки вихідних параметрів

$$\hat{B}_{aj} = \hat{b}_{aj} S_{aj} g; \quad \hat{E}_{aj} = \hat{e}_{aj} S_{aj}, \quad j = x, y, z.$$

Треба відзначити, що на жаль, скалярний спосіб калібрування дозволяє отримати тільки оцінки різниці кутів невиващення для акселерометрів

$$\hat{\delta}_{a1} = \hat{\Delta}_{xz} - \hat{\Delta}_{yz}, \quad \hat{\delta}_{a2} = \hat{\Delta}_{zy} - \hat{\Delta}_{xy}, \quad \hat{\delta}_{a3} = \hat{\Delta}_{yx} - \hat{\Delta}_{zx}.$$

Для отримання їх роздільних значень, слід використовувати інший метод, наприклад, метод тестових поворотів.

4.7. Скалярне калібрування блоку гіроскопів

Для калібрування блоку гіроскопів зазвичай використовують одновісні обертальні установки, при якому в якості еталону приймають вектор кутової швидкості обертання установки $\vec{\omega}$. Основний недолік такого методу – пред'явлення жорстких вимог до кутової виставки випробувального устаткування, оскільки неточність виставки впливає на результати калібрування.

Також відомий скалярний спосіб калібрування [5,45] блоку гіроскопів, Який отримав свою назву завдяки тому, що в якості еталону вимірюваної величини приймають не вектор, а скалярну величину. Для гіроскопів такою скалярною величиною буде величина кутової швидкості обертання установки $\vec{\omega}$. Скористаємося виразами для вихідних сигналів гіроскопів (3.4). Після усереднення вихідних сигналів, отримаємо:

$$\begin{bmatrix} U_{\omega x} \\ U_{\omega y} \\ U_{\omega z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{\omega x} \\ B_{\omega y} \\ B_{\omega z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}. \quad (4.59)$$

З урахуванням похибок масштабних коефіцієнтів гіроскопів матриця 3х3 набуде вигляду

$$\begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{\omega x} + E_{\omega x} & S_{\omega x} \Delta_{xz} & -S_{\omega x} \Delta_{xy} \\ -S_{\omega y} \Delta_{yz} & S_{\omega y} + E_{\omega y} & S_{\omega y} \Delta_{yx} \\ S_{\omega z} \Delta_{zy} & -S_{\omega z} \Delta_{zx} & S_{\omega z} + E_{\omega z} \end{bmatrix},$$

де $S_{\omega x}, S_{\omega y}, S_{\omega z}$ – номінальні значення масштабних коефіцієнтів гіроскопів, $E_{\omega x}, E_{\omega y}, E_{\omega z}$ – похибки масштабних коефіцієнтів гіроскопів, Δ_{yx} – кути невиставлення гіроскопів.

Підставляючи останню матрицю 3х3 в вирази (4.59), отримаємо

$$\begin{aligned} U_{\omega x} &= B_{\omega x} + (S_{\omega x} + E_{\omega x})\omega_x + S_{\omega x} \Delta_{xz} \omega_y - S_{\omega x} \Delta_{xy} \omega_z; \\ U_{\omega y} &= B_{\omega y} + (S_{\omega y} + E_{\omega y})\omega_y - S_{\omega y} \Delta_{yz} \omega_x + S_{\omega y} \Delta_{yx} \omega_z; \\ U_{\omega z} &= B_{\omega z} + (S_{\omega z} + E_{\omega z})\omega_z + S_{\omega z} \Delta_{zy} \omega_x - S_{\omega z} \Delta_{zx} \omega_y. \end{aligned} \quad (4.60)$$

Запишемо рівняння (4.60) в безрозмірною формі. Проведемо операцію нормування – для цього розділимо кожне рівняння вихідного сигналу акселерометра на відповідний масштабний коефіцієнт і модуль вектору кутової швидкості обертання установки $\vec{\omega}$.

$$\begin{aligned} & \left(\omega = \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2} \right): \\ \frac{U_{\omega x}}{S_{\omega x} \cdot \omega} &= \frac{B_{\omega x}}{S_{\omega x} \cdot \omega} + \left(1 + \frac{E_{\omega x}}{S_{\omega x}} \right) \frac{\omega_x}{\omega} + \Delta_{xz} \frac{\omega_y}{\omega} - \Delta_{xy} \frac{\omega_z}{\omega}; \\ \frac{U_{\omega y}}{S_{\omega y} \cdot \omega} &= \frac{B_{\omega y}}{S_{\omega y} \cdot \omega} + \left(1 + \frac{E_{\omega y}}{S_{\omega y}} \right) \frac{\omega_y}{\omega} - \Delta_{yz} \frac{\omega_x}{\omega} + \Delta_{yx} \frac{\omega_z}{\omega}; \\ \frac{U_{\omega z}}{S_{\omega z} \cdot \omega} &= \frac{B_{\omega z}}{S_{\omega z} \cdot \omega} + \left(1 + \frac{E_{\omega z}}{S_{\omega z}} \right) \frac{\omega_z}{\omega} + \Delta_{zy} \frac{\omega_x}{\omega} - \Delta_{zx} \frac{\omega_y}{\omega}. \end{aligned} \quad (4.61)$$

Введемо нові позначення безрозмірних вихідних сигналів і величин правих частин

$$\begin{aligned}
\tilde{\omega}_x &= \frac{U_{\omega x}}{S_{\omega x} \cdot \omega}; & b_{\omega x} &= \frac{B_{\omega x}}{S_{\omega x} \cdot \omega}; & e_{\omega x} &= \frac{E_{\omega x}}{S_{\omega x}}; & \bar{\omega}_x &= \frac{\omega_x}{\omega}; \\
\tilde{\omega}_y &= \frac{U_{\omega y}}{S_{\omega y} \cdot \omega}; & b_{\omega y} &= \frac{B_{\omega y}}{S_{\omega y} \cdot \omega}; & e_{\omega y} &= \frac{E_{\omega y}}{S_{\omega y}}; & \bar{\omega}_y &= \frac{\omega_y}{\omega}; \\
\tilde{\omega}_z &= \frac{U_{\omega z}}{S_{\omega z} \cdot \omega}; & b_{\omega z} &= \frac{B_{\omega z}}{S_{\omega z} \cdot \omega}; & e_{\omega z} &= \frac{E_{\omega z}}{S_{\omega y}}; & \bar{\omega}_z &= \frac{\omega_z}{\omega}.
\end{aligned} \tag{4.62}$$

Тепер з урахуванням позначень (4.62) нормовані вихідні сигнали гіроскопів візьмуть вид

$$\begin{aligned}
\omega_x &= b_{\omega x} + (1 + e_{\omega x}) \bar{\omega}_x + \Delta_{xz} \bar{\omega}_y - \Delta_{xy} \bar{\omega}_z; \\
\tilde{\omega}_y &= b_{\omega y} + (1 + e_{\omega y}) \bar{\omega}_y - \Delta_{yz} \bar{\omega}_x + \Delta_{yx} \bar{\omega}_z; \\
\tilde{\omega}_z &= b_{\omega z} + (1 + e_{\omega z}) \bar{\omega}_z + \Delta_{zy} \bar{\omega}_x - \Delta_{zx} \bar{\omega}_y.
\end{aligned}$$

Розкриємо дужки і поміняємо місцями складові:

$$\begin{aligned}
\tilde{\omega}_x &= \bar{\omega}_x + b_{ax} + e_{ax} \bar{\omega}_x + \Delta_{xz} \bar{\omega}_y - \Delta_{xy} \bar{\omega}_z; \\
\tilde{\omega}_y &= \bar{\omega}_y + b_{ay} + e_{ay} \bar{\omega}_y - \Delta_{yz} \bar{\omega}_x + \Delta_{yx} \bar{\omega}_z; \\
\tilde{\omega}_z &= \bar{\omega}_z + b_{az} + e_{az} \bar{\omega}_z + \Delta_{zy} \bar{\omega}_x - \Delta_{zx} \bar{\omega}_y.
\end{aligned}$$

Зведемо в квадрат нормовані вихідні сигнали і додамо:

$$\begin{aligned}
\tilde{\omega}_x^2 + \tilde{\omega}_y^2 + \tilde{\omega}_z^2 &= \left[\bar{\omega}_x + (b_{\omega x} + e_{\omega x} \bar{\omega}_x + \Delta_{xz} \bar{\omega}_y - \Delta_{xy} \bar{\omega}_z) \right]^2 + \\
&+ \left[\bar{\omega}_y + (b_{\omega y} + e_{\omega y} \bar{\omega}_y - \Delta_{yz} \bar{\omega}_x + \Delta_{yx} \bar{\omega}_z) \right]^2 + \\
&+ \left[\bar{\omega}_z + (b_{\omega z} + e_{\omega z} \bar{\omega}_z + \Delta_{zy} \bar{\omega}_x - \Delta_{zx} \bar{\omega}_y) \right]^2.
\end{aligned}$$

Розкриємо справа квадратні дужки:

$$\begin{aligned}
\tilde{\omega}_x^2 + \tilde{\omega}_y^2 + \tilde{\omega}_z^2 &= \bar{\omega}_x^2 + 2\bar{\omega}_x (b_{\omega x} + e_{\omega x} \bar{\omega}_x + \Delta_{xz} \bar{\omega}_y - \Delta_{xy} \bar{\omega}_z) + \\
&+ (b_{\omega x} + e_{\omega x} \bar{\omega}_x + \Delta_{xz} \bar{\omega}_y - \Delta_{xy} \bar{\omega}_z)^2 + \\
&+ \bar{\omega}_y^2 + 2\bar{\omega}_y (b_{\omega y} + e_{\omega y} \bar{\omega}_y - \Delta_{yz} \bar{\omega}_x + \Delta_{yx} \bar{\omega}_z) + \\
&+ (b_{\omega y} + e_{\omega y} \bar{\omega}_y - \Delta_{yz} \bar{\omega}_x + \Delta_{yx} \bar{\omega}_z)^2 + \\
&+ \bar{\omega}_z^2 + 2\bar{\omega}_z (b_{\omega z} + e_{\omega z} \bar{\omega}_z + \Delta_{zy} \bar{\omega}_x - \Delta_{zx} \bar{\omega}_y) + \\
&+ (b_{\omega z} + e_{\omega z} \bar{\omega}_z + \Delta_{zy} \bar{\omega}_x - \Delta_{zx} \bar{\omega}_y)^2.
\end{aligned}$$

Оскільки $\bar{\omega}_x^2 + \bar{\omega}_y^2 + \bar{\omega}_z^2 = 1$, а також нехтуючи величинами другого порядку малості, для тріади акселерометрів отримаємо

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}(\tilde{\omega}_x^2 + \tilde{\omega}_y^2 + \tilde{\omega}_z^2 - 1) = & b_{\omega x} \bar{\omega}_x + b_{\omega y} \bar{\omega}_y + b_{\omega z} \bar{\omega}_z + e_{\omega x} \bar{\omega}_x^2 + e_{\omega y} \bar{\omega}_y^2 + e_{\omega z} \bar{\omega}_z^2 + \\ & + (\Delta_{xz} - \Delta_{yz}) \bar{\omega}_x \bar{\omega}_y + (\Delta_{zy} - \Delta_{xy}) \bar{\omega}_x \bar{\omega}_z + (\Delta_{yx} - \Delta_{zx}) \bar{\omega}_y \bar{\omega}_z. \end{aligned} \quad (4.63)$$

Позначимо різниці кутів невивиставлення для акселерометрів

$$\delta_{\omega 1} = \Delta_{xz} - \Delta_{yz}, \quad \delta_{\omega 2} = \Delta_{zy} - \Delta_{xy}, \quad \delta_{\omega 3} = \Delta_{yx} - \Delta_{zx},$$

Тепер вихідне «каліброване» рівняння (4.63) для акселерометрів набуде вигляду

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}(\tilde{\omega}_x^2 + \tilde{\omega}_y^2 + \tilde{\omega}_z^2 - 1) = & b_{\omega x} \bar{\omega}_x + b_{\omega y} \bar{\omega}_y + b_{\omega z} \bar{\omega}_z + \\ & + e_{\omega x} \bar{\omega}_x^2 + e_{\omega y} \bar{\omega}_y^2 + e_{\omega z} \bar{\omega}_z^2 + \delta_{\omega 1} \bar{\omega}_x \bar{\omega}_y + \delta_{\omega 2} \bar{\omega}_x \bar{\omega}_z + \delta_{\omega 3} \bar{\omega}_y \bar{\omega}_z. \end{aligned} \quad (4.64)$$

Отже, різниця між скалярною величиною нормованого вимірюваного вектору і його дійсним значенням, рівним одиниці, пропорційна похибки гіроскопів. Коефіцієнтами в цій залежності є нормовані значення вимірюваної кутової швидкості $\bar{\omega}_x, \bar{\omega}_y, \bar{\omega}_z$, їх степені та добутки.

У рівняннях (4.64) шуканими невідомими є дев'ять параметрів, які спотворюють вихідні сигнали блоку гіроскопів. Три з них представляють собою різниці кутів неортогональності осей приладів.

Згідно скалярному способу калібрування, слід обчислити скалярну величину вектору вимірювань і порівняти його з відомим скалярним значенням вимірюваного вектору.

Проведемо n випробувань і запишемо рівняння (4.64) для n випробувань:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}(\tilde{\omega}_{xi}^2 + \tilde{\omega}_{yi}^2 + \tilde{\omega}_{zi}^2 - 1) = & b_{\omega x} \bar{\omega}_{xi} + b_{\omega y} \bar{\omega}_{yi} + b_{\omega z} \bar{\omega}_{zi} + \\ & + e_{\omega x} \bar{\omega}_{xi}^2 + e_{\omega y} \bar{\omega}_{yi}^2 + e_{\omega z} \bar{\omega}_{zi}^2 + \delta_{\omega 1} \bar{\omega}_{xi} \bar{\omega}_{yi} + \delta_{\omega 2} \bar{\omega}_{xi} \bar{\omega}_{zi} + \delta_{\omega 3} \bar{\omega}_{yi} \bar{\omega}_{zi}. \end{aligned} \quad (4.65)$$

Тут $\tilde{\omega}_{xi}, \tilde{\omega}_{yi}, \tilde{\omega}_{zi}$ – нормовані вихідні сигнали блоку гіроскопів, $\bar{\omega}_{xi}, \bar{\omega}_{yi}, \bar{\omega}_{zi}$ – нормовані значення вимірюваної кутової швидкості для i -го положення блоку гіроскопів ($i=1, 2, \dots, n$).

Уявімо рівняння (4.65) в матричній формі:

$$\mathbf{u}_{\omega} = \mathbf{\omega} \cdot \mathbf{e}_{\omega}, \quad (4.66)$$

де $\mathbf{u}_{\omega}$ – вектор-стовпець розмірності $(n \times 1)$ нормованих вихідних сигналів блоку акселерометрів:

$$\mathbf{u}_{\omega} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(\tilde{\omega}_{x_1}^2 + \tilde{\omega}_{y_1}^2 + \tilde{\omega}_{z_1}^2 - 1) \\ \frac{1}{2}(\tilde{\omega}_{x_2}^2 + \tilde{\omega}_{y_2}^2 + \tilde{\omega}_{z_2}^2 - 1) \\ \\ \frac{1}{2}(\tilde{\omega}_{x_n}^2 + \tilde{\omega}_{y_n}^2 + \tilde{\omega}_{z_n}^2 - 1) \end{bmatrix},$$

$\mathbf{\Omega}$ – матриця нормованих проекцій вимірюваної кутової швидкості розмірності $(n \times 9)$:

$$\mathbf{\bar{\omega}} = \begin{bmatrix} \bar{\omega}_{x1} & \bar{\omega}_{y1} & \bar{\omega}_{z1} & \bar{\omega}_{x1}^2 & \bar{\omega}_{y1}^2 & \bar{\omega}_{z1}^2 & \bar{\omega}_{x1}\bar{g}_{y1} & \bar{\omega}_{x1}\bar{\omega}_{z1} & \bar{\omega}_{y1}\bar{\omega}_{z1} \\ \bar{\omega}_{x2} & \bar{\omega}_{y2} & \bar{\omega}_{z2} & \bar{\omega}_{x2}^2 & \bar{\omega}_{y2}^2 & \bar{\omega}_{z2}^2 & \bar{\omega}_{x2}\bar{g}_{y2} & \bar{\omega}_{x2}\bar{\omega}_{z2} & \bar{\omega}_{y2}\bar{\omega}_{z2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \bar{\omega}_{xn} & \bar{\omega}_{yn} & \bar{\omega}_{zn} & \bar{\omega}_{xn}^2 & \bar{\omega}_{yn}^2 & \bar{\omega}_{zn}^2 & \bar{\omega}_{xn}\bar{\omega}_{yn} & \bar{\omega}_{xn}\bar{\omega}_{zn} & \bar{\omega}_{yn}\bar{\omega}_{zn} \end{bmatrix};$$

$\mathbf{e}_a$ – вектор-стовпець шуканих параметрів розмірності (9×1) Кожен:

$$\mathbf{e}_{\omega} = \begin{bmatrix} b_{\omega x} & b_{\omega y} & b_{\omega z} & e_{\omega x} & e_{\omega y} & e_{\omega z} & \delta_{\omega 1} & \delta_{\omega 2} & \delta_{\omega 3} \end{bmatrix}^T.$$

Вирішуючи матричне рівняння (66) методом найменших квадратів (МНК), отримаємо

$$\hat{\mathbf{e}}_{\omega} = \left(\boldsymbol{\omega}^T \boldsymbol{\omega} \right)^{-1} \boldsymbol{\omega}^T \mathbf{u}_{\omega}, \quad (4.67)$$

де $\hat{\mathbf{e}}_{\omega}$ – оцінки шуканих параметрів блоку акселерометрів.

При обчисленні за формулою (4.67) – виконання таких обчислювальних процедур з матрицями, як транспонування, добутку і обернення вже не справляється з елементами матриці напрямних косинусів, як це було при скалярному калібруванні блоку акселерометрів. Тому для вирішення проблеми виродження матриці, необхідно забезпечити виконання умови $rank \mathbf{\omega} = 9$.

Тепер, знаючи оцінки нормованих параметрів $\hat{\mathbf{e}}_{\omega}$, можна, використовуючи формули (4.62), обчислити оцінки вихідних параметрів

$$\hat{B}_{\omega j} = \hat{b}_{\omega j} S_{\omega j} \omega; \quad \hat{E}_{\omega j} = \hat{e}_{\omega j} S_{\omega j}, \quad j = x, y, z.$$

Контрольні запитання

1. Як проводиться калібрування блоку акселерометрів?
2. Як проводиться калібрування блоку гіроскопів?
3. Як проводиться калібрування блоку гіроскопів з урахуванням g - дрейфів?
4. У чому суть скалярною калібрування ІВМ?

Список використаної та рекомендованої літератури

1. Аврутов В.В. Надежность и диагностика / В.Аврутов, Н. Бурау. – LAP LAMBERT Academic Publishing, 2015. – 164 с.
2. Аврутов В.В. Интеркардинальная девиация гироскопа с динамически настраиваемым гироскопом // *Прикладная механика*. – 1991. – т. 27, № 6. – С.99-106.
3. Аврутов В.В. Испытания инерциальных приборов: Учебное пособие. – К.: НТУУ «КПИ им. Игоря Сикорского», 2016. – 205 с. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://kafpson.kpi.ua/Arhiv/Avrutov/T7.pdf>
4. Аврутов В.В. Мікромеханічні акселерометри та їх випробування: навч. посібник / В.В. Аврутов, П.М. Бондар, В.В. Мелешко. – К.: Корнійчук, 2008. – 64 с.
5. Аврутов В.В. О скалярной калибровке блока гироскопов и акселерометров // *Вісник НТУУ «КПІ», Серія ПРИЛАДОБУДУВАННЯ*. – 2010. – Випуск 40. – С.10–17.
6. Аврутов В.В. Исследование инерциально-измерительного модуля с USB портом / В.В. Аврутов, С.В. Царенко // *Вісник НТУУ «КПІ», Серія ПРИЛАДОБУДУВАННЯ*. – 2012. – Випуск 44. – С.24–28.
7. Акустическая камера РК-1500 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.tsagi.ru/experimental_base/akusticheskaya-kamera-rk-1500/
8. Антонова М.В. Модель погрешностей волоконно-оптического гироскопа / Автореферат диссертации на соискание уч. степ. канд. техн. наук / – М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2014. – 18 с.
9. Болванович О.М. Акселерометр для БІНС / Пояснювальна записка до дипломного проекту освітньо-кваліфікаційного рівня “спеціаліст”/ – Київ, НТУУ «КПІ», 2015. – 172 с.
10. Брозгуль Л.И. Динамически настраиваемые гироскопы: Модели погрешностей для систем навигации. – М.: Машиностроение, 1989. – 232 с.
11. Бромберг П.В. Теория инерциальных систем навигации. – М.: Наука, 1979. – 296 с.
12. Бурмистров В.П. Автоматизированная система испытаний прецизионных гироскопических приборов / В.П. Бурмистров, Н.А. Темляков, А.А. Хасанов // *Гироскопия і навігація*. – 1995. – №3 (10). – с. 24-29.
13. Бутенин Н.В. Курс теоретической механики: учебник в 2-х томах. Т. II: Динамика. – М.: Наука, 1979. – 544 с.

14. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. – М.: Наука, 1988. – 552 с.
15. Глудкин О.П. Методы и устройства испытаний РЭС і ЭВС. Учебник для вузов. / О.П. Глудкин – М.: Высшая школа, 1991. – 336 с.
16. Головач С.В. Экспериментальное исследование характеристик лазерного гироскопа // Вісник НТУУ «КПІ», Серія ПРИЛАДОБУДУВАННЯ. – 2014. – Випуск 40. – С.33–38.
17. ГОСТ 16504-81. Испытания и контроль качества продукции. Основные термины і определения – М.: Издательство стандартов, 1991. – 48 с.
18. Дмитриев С.П. Информационная надежность, контроль и диагностика навигационных систем /С.П. Дмитриев, Н.В. Колесов, А.В. Осипов – СПб., ЦНИИ «Электроприбор», 2003. – 207с.
19. Евстифеев М.И. Результаты испытаний микромеханических гироскопов при механических воздействиях / М.И. Евстифеев, Д.П. Елисеев, А.С. Ковалев, Д.В. Розенцвейн // *Гироскопия і навігація*. – 2011. – №1 (16) – с. 49-58.
20. Збруцкий А.В. Метод наименьших квадратов в задаче оценивания погрешностей динамически настраиваемого гироскопа / А.В. Збруцкий, В.К. Черный // *Механика гироскопических систем*. – 1984, вып.3. – с.53-59.
21. Измайлов Е.А. Скалярный способ калибровки и балансировки бесплатформенных инерциальных навигационных систем / Е.А. Измайлов, С.Н. Лепе, А.В. Молчанов, Е.Ф. Поликовский // XV Международная конференция по интегрированным навигационным системам. / ГНЦ РФ ЦНИИ «Электроприбор». – СПб., 2008. – С.145-154.
22. Калихман Д.В. Прецизионные управляемые стенды для динамических испытаний гироскопических приборов. ГНЦ РФ ЦНИИ «Электроприбор». – СПб., 2008. – 298 с.
23. Карачун В.В. Проникающее акустическое излучение как фактор перехода инерциальных чувствительных элементов гиросtabilизированных платформ в импедансные. Смешанная краевая задача / В.В. Карачун, В.Н. Мельник // *Космічна наука і технологія*. – 2011. – №2 (17). – С. 22-31.
24. Климатическая камера [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://ru.wikipedia.org/wiki/Климатическая_камера.
25. Коркишко Ю.Н. Волоконно-оптический гироскоп навигационного класса точности / Ю.Н. Коркишко, В.А. Федоров, В.Е. Прилуцкий, В.Г. Пономарев, В.Г. Марчук, И.В. Морев, С.М. Кострицкий, Е. М. Падерин, Л.Н. Несенюк, А.С. Буравлев, Л.Г. Лисин // *Гироскопия і навігація*. – 2008. – №1 (60). – с. 71-82.

26. Кучерков С.Г. Использование вариации Аллана при исследовании характеристик микромеханического гироскопа / С.Г. Кучерков, Д.И. Лычев, А.И. Скалон, Л.А. Чертков // *Гироскопия і навігація*. – 2003. – №2 (41). – с. 98-104.
27. Ленк А. Механические испытания приборов / А.Ленк, Ю. Ренитц. – М.: Мир, 1976. – 270 с.
28. Малышева Е.А. Испытания гироскопических систем: учеб. пособ. Часть I. – М.: МВТУ им. Н.Э. Баумана, 1975. – 80 с.
29. Малышева Е.А. Испытания гироскопических систем: учеб. пособ. Часть II. – М.: МВТУ им. Н.Э. Баумана, 1976. – 90 с.
30. Мелешко В.В. Бесплатформенные инерциальные навигационные системы: учеб. пособ. /В.В. Мелешко, О.И. Нестеренко. – Кировоград: ПОЛИМЕД – Сервис, 2011. – 172 с.
31. Нефедов В.И. Метрология и радиоизмерения: Учебник для вузов/ В.И. Нефедов, В.И. Хакин, В.К. Битюков и др./ Под ред. В.И. Нефедова. – М.: Высш. шк., 2003. – 526 с.
32. Ригли У. Теория, проектирование и испытания гироскопов / У. Ригли, У. Холлистер, У. Денхард. – М.: Мир, 1972. – 416 с.
33. Окоси Т. Волоконно-оптические датчики/ Т. Окоси, К. Окамото, М. Оцу, Х. Нисихара і др. – Л.: Энергоатомиздат, 1990. – 256 с.
34. Павловский М.А. Теоретическая механика / М.А. Павловский, Т.В. Путята . – К.: Вища шк., 1985. – 328 с.
35. Павловский М.А. Теория гироскопов. – К.: Вища шк., 1986. – 303 с.
36. Пельпор Д.С. Гироскопические системы. Гироскопические приборы і системи./Под ред. Пельпора Д.С. – М.: Высш. шк., 1988. – 424 с.
37. Пешехонов В.Г. Три века развития теории и техники морской навигации в Санкт-Петербурге // *Гироскопия и навигация*. – 2003. – № 2 (41). – С.3-17.
38. Попов Е.П. Теория линейных систем автоматического регулирования и управления. – М.: Наука, 1978. – 256 с.
39. Тэйлор Р. Шум. – М.: «Мир», 1978. – 308 с.
40. Успенский В.Б. Метод калибровки акселерометрического измерительного модуля / В.Б. Успенский, М.В. Некрасова // *Вісник НТУУ «КПІ», Серія ПРИЛАДОБУДУВАННЯ*. – 2012. – Випуск 44. – С.15–23.

41. Челпанов И.Б. Роторное стендовое оборудование для испытаний микромеханических приборов / И.Б. Челпанов, М.И. Евстифеев, А.В. Кочетков // Интернет-журнал «Науковедение». – 2013. – №5. – С.1-11.
42. Челпанов И.Б. Акустические испытания микромеханических гироскопов / И.Б. Челпанов, М.И. Евстифеев, А.В. Кочетков // Интернет-журнал «Науковедение». – 2013. – №5. – С.1-8.
43. Яковлев А.Н. Введение в вейвлет-преобразования / А.Н. Яковлев. – Учеб. пособие. – Новосибирск. Изд-во НГТУ, 2003 – 104 с.
44. Aronowitz F. Fundamentals of the Ring Laser Gyro // In: Optical Gyros and their Application (NATO RTO AGARDograph 339). – 1999.–P.3-1–3-45.
45. Avrutov V. On Scalar Calibration of an Inertial Measurement Unit / V. Avrutov, S. Golovach, T. Mazepa // 19-th St. Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems. St. Petersburg, Russia, 2012. – State Research Center (CSRI) Elektropribor, 2012, pp.117-121.
46. Ideal-Aerosmith. The Model 9790-BVR Scorsby Motion Test Table [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.ideal-aerosmith.com/motion/scorsby-motion-test-table-9790-bvr>
47. IEEE Std 1554™, IEEE Recommended Practice for Inertial Sensors Test Equipment, Instrumentation, Data Acquisition and Analysis. – IEEE Aerospace and Electronic Systems Society. – IEEE 3 Park Avenue, New York, NY 10016 – 5997, USA, 2005. – 103 p.
48. IEEE Std 292™, IEEE Specification Format for Single-Degree-of-Freedom Spring-Restrained Rate Gyros. – IEEE Aerospace and Electronic Systems Society. – IEEE 3 Park Avenue, New York, NY 10016 – 5997, USA, 1969. – 16 p.
49. IEEE Std 293™, IEEE Test Procedure for Single-Degree-of-Freedom Spring-Restrained Gyros. – IEEE Aerospace and Electronic Systems Society. – IEEE 3 Park Avenue, New York, NY 10016 – 5997, USA, 1969. – 20 p.
50. IEEE Std 517™, IEEE Standard Specification Format Guide and Test Procedure for Single-Degree-of-Freedom Rate-Integrating Gyros. – IEEE Aerospace and Electronic Systems Society. – IEEE 3 Park Avenue, New York, NY 10016 – 5997, USA, 1974. – 60 p.
51. IEEE Std 529™, IEEE Supplement for Strapdown Applications to IEEE Standard Specification Format Guide and Test Procedure for Single-Degree-of-Freedom Rate-Integrating Gyros. – IEEE Aerospace and Electronic Systems Society. – IEEE 3 Park Avenue, New York, NY 10016 – 5997, USA, 1974. – 24 p.

52. IEEE Std 647™, IEEE Standard Specification Format Guide and Test Procedure for Single-Axis Laser Gyros. – IEEE Aerospace and Electronic Systems Society. – IEEE 3 Park Avenue, New York, NY 10016 – 5997, USA, 2006. – 93 p.
53. IEEE Std 671™, IEEE Standard Specification Format Guide and Test Procedure for Nongyroscopic Inertial Angular Sensors: Jerk, Acceleration, Velocity, and Displacement. – IEEE Aerospace and Electronic Systems Society. – IEEE 3 Park Avenue, New York, NY 10016 – 5997, USA, 1985. – 12 p.
54. IEEE Std 813™, IEEE Specification Format Guide and Test Procedure for Two-Degree-of Freedom Dynamically Tuned Gyros. – IEEE Aerospace and Electronic Systems Society. – IEEE 3 Park Avenue, New York, NY 10016 – 5997, USA, 1988. – 99 p.
55. IEEE Std 836™, IEEE Recommended Practice for Precision Centrifuge Testing of Linear Accelerometers. – IEEE Aerospace and Electronic Systems Society. – IEEE 3 Park Avenue, New York, NY 10016 – 5997, USA, 2001. – 97 p.
56. IEEE Std 952™, IEEE Standard Specification Format Guide and Test Procedure for Single-Axis Interferometric Fiber Optic Gyros. – IEEE Aerospace and Electronic Systems Society. – IEEE 3 Park Avenue, New York, NY 10016 – 5997, USA, 1997. – 84 p.
57. IEEE Std 1293™, IEEE Standard Specification Format Guide and Test Procedure for Linear, Single-Axis Nongyroscopic Accelerometers. – IEEE Aerospace and Electronic Systems Society. – IEEE 3 Park Avenue, New York, NY 10016 – 5997, USA, 1998. – 249 p.
58. IEEE Std 1431™, IEEE Standard Specification Format Guide and Test Procedure for Coriolis Vibratory Gyros. – IEEE Aerospace and Electronic Systems Society. – IEEE 3 Park Avenue, New York, NY 10016 – 5997, USA, 2004. – 79 p.
59. Kaajakari V. Practical MEMS / Small Gear Publishing, Las Vegas, 2009. – 478 p.
60. Korkishko Yu.N. Investigation and Identification of Noise Sources of High Precision Fiber Optic Gyroscopes / Yu.N. Korkishko, V.A. Fedorov, V.E. Prilutskiy, V.G. Ponomarev, I.V. Morev, D.V. Obuhovuch, I.V. Fedorov, N.I. Krobka // 20-th St. Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems. St. Petersburg, Russia, 2013. – State Research Center (CSRI) Elektropribor, 2013, pp. 59-62.
61. Lawrence A. Modern Inertial Technology. Navigation, Guidance and Control / Springer-Verlag, 1993. – 259 p.
62. Likholt N.I. Accelerometers for Strapdown Inertial Navigation Systems / N.I. Likholt, A.M. Shostak, Yu.Yu Yur'yev, I.V. Nikonov, N.G. Chernyak // 19-th St. Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems. St. Petersburg, Russia, 2012. – State Research Center (CSRI) Elektropribor, 2012, pp.88-90.

63. Maudi T. MEMS Manufacturing Testing: An Accelerometer Case Study / T. Maudi, A. Hardt, R. Nielsen, D. Stanersen, R. Bieschke, M. Miller // ITC International Test Conference / IEEE, 2003. – P. 843-849.
64. Paturel Y. One nautical mile per month FOG-based Strapdown Inertial Navigation System: A Dream Already Within Reach? / Y. Paturel, J. Honthaas, H. Lefevre, F. Napolitano // 20-th St. Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems. St. Petersburg, Russia, 2013. – State Research Center (CSRI) Elektropribor, 2013, pp. 28-35.
65. Siouris G. M. Aerospace Avionic Systems. A Modern Synthesis // Academic Press, San- Diego, California, USA, 1993. – P. 84-133.
66. Titterton D. Strapdown Inertial Navigation Technology / D. Titterton, J. Weston. – 2nd Edition. – Institution of Electrical Engineers, UK, 2004. – 558 p.
67. Zlatkin Y.M. Laser SINS for Cyclone-4 Launch Vehicle /Y.M. Zlatkin, A.N. Kalnoguz, V.G. Voronchenko, M.I. Lykholit, A.Y. Vakhlov, A.M. Sladky, V.M. Slyusar //19-th St. Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems. St. Petersburg, Russia, 2012. – State Research Center (CSRI) Elektropribor, 2012, pp.72-81.
68. Збруцький О.В. Гірокомпаси для навігації та наведення / О.В. Збруцький, А.С. Довгополий, О.І. Нестеренко, В.М. Григор'єв. – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, «Політехніка», 2017. – 200 с.
69. Рижков Л.М., Іванов С.В. Про інерційні девіації коректованих гірокомпасів. - Наукові вісті НТУУ “КПІ”, 1999, № 1,с.132-135.
70. Рижков Л.М., Іванов С.В. Про одну методику динамічного синтезу систем автоматичного регулювання. - Наукові вісті НТУУ “КПІ”, 1999, № 3,с.71-74.
71. Рижков Л.М., Збруцький О.В., Іванов С.В. Вплив структури передаточної функції індикатора горизонту на динаміку коректованого гірокомпаса. - Механіка гіроскопічних систем, 1999-2000, № 15-16, с.58-63.
72. Рижков Л.М., Іванов С.В., Кришталь В.Ф. Експериментальне дослідження однієї схеми віброзахисту коректованого гірокомпаса. - Механіка гіроскопічних систем, 1999-2000, № 15-16, с.79-85.
73. Рижков Л.М., Іванов С.В. Динаміка коректованого гірокомпаса з автономним спостерегаючим пристроєм. - Наукові вісті НТУУ “КПІ”, 2002, № 6, с.112-117.

Додаток 1.

Виявлення та виключення грубих похибок з результатів випробувань

Іноді можна помітити, що в отриманій групі результатів випробувань один або два результати істотно відрізняються від інших. Якщо наявність помилки в знятті показань та інших недоліків не виявлено, то необхідно перевірити, чи не є дані результати грубими похибками, що підлягають виключенню [31]. Вирішення цієї задачі виконується загальними методами перевірки статистичних гіпотез в припущенні нормального розподілу результатів спостережень.

Критерій оцінки аномальну результатів випробувань. Цей критерій використовують, коли число випробувань невелике ($n \leq 20$).

Алгоритм виключення грубих похибок за цим критерієм з результатів випробувань наступний:

1. Результати випробувань впорядковують за зростанням

$$x_1 \leq x_2 \leq \dots < x_n.$$

Тут x_1 і x_n – передбачувані промахи.

2. Обчислюють оцінки середнього арифметичного значення, абсолютних похибок і СКО:

$$\tilde{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad (\text{Д1.1})$$

$$\tilde{\Delta}_i = x_i - \tilde{x}, \quad (\text{Д1.2})$$

$$\tilde{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \tilde{\Delta}_i^2}. \quad (\text{Д3.3})$$

3. Для передбачуваних промахів, якими можуть бути результати x_1 і x_n , проводять розрахунок коефіцієнтів

$$t_1 = \frac{|\tilde{\Delta}_1|}{\tilde{\sigma}}, \quad t_n = \frac{|\tilde{\Delta}_n|}{\tilde{\sigma}}, \quad (\text{Д1.4})$$

4. Задаються рівнем значущості критерію помилки q , який залежить від імовірності того, що істинне значення вимірюваної величини $x_{\text{и}}$ знаходиться в довірчому інтервалі

$$P_d(x_n < x_{\text{н}} < x_{\text{в}}) = 1 - q.$$

Тут $x_{\text{н}}, x_{\text{в}}$ – нижня і верхня границі довірчого інтервалу.

Цей рівень повинен бути досить малим, щоб ймовірність помилки була невелика. Чим більше довірна ймовірність P_d , тим менше рівень значимості критерію помилки q .

З табл. Д1.1 по заданих параметрах q і n знаходять граничне значення коефіцієнта t_r .

5. Виконують порівняння коефіцієнтів, які визначаються за формулами (4) з t_r .

Якщо виконується $t_1 > t_r$ і $t_n > t_r$, результати x_1 і x_n відносять до промахів і виключають з результатів випробувань.

6. Обчислюють нові значення $\tilde{x}$ і $\tilde{\sigma}$ без урахування промахів.

Табл. Д1.1. Граничне значення коефіцієнта t_r

Число спостережень n	Граничне значення t_r при рівні значущості q				Число спостережень n	Граничне значення t_r при рівні значущості q			
	0,100	0,075	0,050	0,025		0,100	0,075	0,050	0,025
3	1,15	1,15	1,15	1,15	12	2,13	2,20	2,29	2,41
4	1,42	1,44	1,46	1,48	13	2,17	2,24	2,33	2,47
5	1,60	1,64	1,67	1,72	14	2,21	2,28	2,37	2,50
6	1,73	1,77	1,82	1,89	15	2,25	2,32	2,41	2,55
7	1,83	1,88	1,94	2,02	16	2,28	2,35	2,44	2,58
8	1,91	1,96	2,03	2,13	17	2,31	2,38	2,48	2,62
9	1,98	2,04	2,11	2,21	18	2,34	2,41	2,50	2,66
10	2,03	2,10	2,18	2,29	19	2,36	2,44	2,53	2,68
11	2,09	2,14	2,23	2,36	20	2,38	2,46	2,56	2,71

Приклад 1. Перевірити результати 18-ти багаторазових вимірювань опору резистора R (Ом), представлені в табл. Д1.2, на наявність промахів. Рівень значущості помилки $q = 0.1$.

Таблиця Д1.2

R_i	8,619	8,380	8,498	8,484	8,340	8,526	8,394	8,641	8,420
R_i	8,553	8,522	8,408	8,283	8,494	8,399	8,561	8,551	8,669

Рішення:

1. Упорядковуємо результати вимірювань по зростанню (табл. Д1.3):

Таблиця Д1.3

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
R_i	8,283	8,340	8,380	8,394	8,399	8,408	8,420	8,484	8,494
$\tilde{\Delta}_i$	-0,203	-0,146	-0,106	-0,092	-0,087	-0,078	-0,066	-0,002	0,008
i	10	11	12	13	14	15	16	17	18
R_i	8,498	8,522	8,526	8,551	8,553	8,561	8,619	8,641	8,669
$\tilde{\Delta}_i$	0,012	0,036	0,04	0,065	0,067	0,075	0,133	0,155	0,183

2. обчислюємо оцінку $\tilde{x} = \tilde{R}$, Абсолютну похибку $\tilde{\Delta}_i = x_i - \tilde{x}$ і оцінку СКО $\tilde{\sigma}$:

$$\tilde{R} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n R_i = \frac{152,742}{18} = 8,486 \text{ Ом};$$

$$\tilde{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\tilde{\Delta}_i)^2} = \sqrt{\frac{0,188528}{17}} = 0,105.$$

3. Обчислюємо коефіцієнти t_1 і t_{18} за формулою (3):

$$t_1 = \frac{|R_1 - \tilde{R}|}{\tilde{\sigma}} = 1,933 ; t_{18} = \frac{|R_{18} - \tilde{R}|}{\tilde{\sigma}} = 1,743.$$

4. За рівнем значущості помилки $q = 0.1$ і $n = 18$ з табл.1 знаходимо $t_r = 2,34$.

5. Оскільки $t_1 < t_r$ і $t_{18} < t_r$, результати R_1 і R_{18} не є грубими похибками. Аналогічний висновок відноситься для всіх результатів спостережень.

Критерій «трьох сігм»

Цей критерій добре працює при числі випробувань $n > 20$.

1. Значення $\tilde{x}$ і $\tilde{\sigma}$ обчислюють без урахування екстремальних значень x_i .

2. Результат x_i вважають промахом, якщо $|x_i - \tilde{x}| > 3\tilde{\sigma}$.

Додаток 2.

Метод найменших квадратів. Лінійна залежність

Нехай дано експериментальні дані $x_i, y_i (i=1, 2, \dots, n)$, де n – число випробувань (рис. Д2.1) [31].

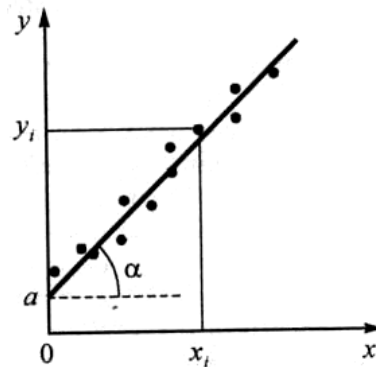


Рис. Д2.1. експериментальні дані

Потрібно визначити аналітичну залежність $y = f(x)$ між x і y . експериментальні дані x_i, y_i відрізняються від істинних значень x і y через систематичні і випадкових похибок вимірювань.

Виникає запитання найкращої апроксимації залежності $y = f(x)$ за експериментальними даними x_i, y_i .

Оптимальний підхід до вирішення даного завдання можливий на основі застосування *методу найменших квадратів* (МНК).

Суть методу МНК полягає в тому, що найімовірніше значеннями шуканої аналітичної залежності будуть такі, при яких сума квадратів відхилень експериментальних значень y_i від значень самої функції y , буде найменшою:

$$\sum_{i=1}^n (y_i - y)^2 = \min. \quad (\text{Д2.1})$$

У разі регресійної моделі $y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_mx^m$ - поліном з невідомими коефіцієнтами, які потрібно обчислити.

Сума (Д2.1) мінімальна, якщо її частинні похідні по a_j дорівнюють нулю:

$$\frac{\partial}{\partial a_j} \sum_{i=1}^n (y_i - y)^2 = 0, \text{ де } j=1, 2, \dots, m$$

Розглянемо важливий для практики **випадок I**, коли шукана залежність має лінійний характер виду

$$y = a_0 + a_1x. \quad (\text{Д2.2})$$

Підставимо (Д2.2) в (Д2.1):

$$\sum_{i=1}^n [y_i - (a_0 + a_1 x_i)]^2 = \min. \quad (\text{Д2.3})$$

Сума (Д2.3) мінімальна, якщо її частинні похідні по a_0 і a_1 дорівнюють нулю.

Знаходимо частинні похідні і з отриманих рівнянь складемо систему рівнянь

$$\begin{aligned} a_0 n + a_1 \sum x_i &= \sum y_i; \\ a_0 \sum x_i + a_1 \sum x_i^2 &= \sum y_i x_i. \end{aligned} \quad (\text{Д2.4})$$

Позначимо $\sum x_i = s_1$, $\sum x_i^2 = s_2$; $\sum y_i = s_3$; $\sum y_i x_i = s_4$.

Тоді систему рівнянь можна записати в матричному вигляді:

$$\begin{bmatrix} n & s_1 \\ s_1 & s_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_3 \\ s_4 \end{bmatrix}. \quad (\text{Д2.5})$$

Вирішуємо систему рівнянь (Д2.5) методом Крамера:

$$a_0 = \frac{\Delta_0}{\Delta}, \quad a_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} \quad (\text{Д2.6})$$

$$\text{де } \Delta = \begin{vmatrix} n & s_1 \\ s_1 & s_2 \end{vmatrix} = ns_2 - s_1^2, \quad \Delta_0 = \begin{vmatrix} s_3 & s_1 \\ s_4 & s_2 \end{vmatrix} = s_2 s_3 - s_1 s_4, \quad \Delta_1 = \begin{vmatrix} n & s_3 \\ s_1 & s_4 \end{vmatrix} = ns_4 - s_1 s_3.$$

Приклад 2. Потрібно встановити реальну залежність опору металевого провідника від температури $R_t = f(t)$ за результатами спільних вимірів (табл. Д2.1).

Теоретична залежність опору від температури: $R_t = R_0(1 + \alpha t)$,

де R_0 - опір при $t = 0$, α - температурний коефіцієнт.

Таблиця Д2.1

$t, \text{ } ^\circ\text{C}$	$R_t, \text{ Ом}$
10	10,3
15	10,9
20	11,3
25	11,6

Теоретичну залежність опору від температури можна представити у вигляді

$$R_t = R_0 + R_0 \alpha t.$$

Позначимо $a_0 = R_0$, $a_1 = R_0 \alpha$.

Розрахуємо шукані коефіцієнти за формулами (Д2.6):

$$a_0 = 9,52 \text{ Ом}, \quad a_1 = 0,086 \text{ Ом / град.}$$

$$\alpha = \frac{a_1}{R_0} = 9,03 \cdot 10^{-3} \text{ 1 / град.}$$

Отже, реальна залежність має вигляд $R_t = 9,52(1 + 9,03 \cdot 10^{-3} t)$.

$$\frac{\partial F(\mathbf{e})}{\partial \hat{\mathbf{a}}} = 0. \quad (\text{Д3.9})$$

Похідна від матриці виду (Д3.8) обчислюється таким чином [18]:

$$\frac{\partial F(\mathbf{e})}{\partial \hat{\mathbf{a}}} = 2 \frac{\partial}{\partial \hat{\mathbf{a}}} (\mathbf{y} - \mathbf{X}\hat{\mathbf{a}})^T (\mathbf{y} - \mathbf{X}\hat{\mathbf{a}}). \quad (\text{Д3.6})$$

З огляду на, що операція транспонування для суми і добутку матриць виконується за правилами $(\mathbf{A} + \mathbf{B})^T = \mathbf{A}^T + \mathbf{B}^T$ і $(\mathbf{AB})^T = \mathbf{B}^T \mathbf{A}^T$, отримаємо

$$\frac{\partial}{\partial \hat{\mathbf{a}}} (\mathbf{y} - \mathbf{X}\hat{\mathbf{a}})^T = \frac{\partial}{\partial \hat{\mathbf{a}}} (\mathbf{y}^T - \hat{\mathbf{a}}^T \mathbf{X}^T) = \frac{\partial \mathbf{y}^T}{\partial \hat{\mathbf{a}}} - \frac{\partial \hat{\mathbf{a}}^T}{\partial \hat{\mathbf{a}}} \mathbf{X}^T - \hat{\mathbf{a}}^T \frac{\partial \mathbf{X}^T}{\partial \hat{\mathbf{a}}}. \quad (\text{Д3.11})$$

Оскільки $\frac{\partial \hat{\mathbf{a}}^T}{\partial \hat{\mathbf{a}}} = \mathbf{I}$ — одинична матриця [18], а перше і останнє складові в (Д3.11) дорівнюють нулю, тоді

$$\frac{\partial}{\partial \hat{\mathbf{a}}} (\mathbf{y} - \mathbf{X}\hat{\mathbf{a}})^T = -\mathbf{I} \cdot \mathbf{X}^T = -\mathbf{X}^T.$$

Тепер вираз (Д3.6) можна записати у вигляді

$$\frac{\partial F(\mathbf{e})}{\partial \hat{\mathbf{a}}} = -2\mathbf{X}^T (\mathbf{y} - \mathbf{X}\hat{\mathbf{a}}) = -2\mathbf{X}^T \mathbf{y} + 2\mathbf{X}^T \mathbf{X}\hat{\mathbf{a}}.$$

Прирівнюючи останній вираз нулю, згідно з умовою МНК (Д3.9), отримаємо

$$\hat{\mathbf{a}} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{y}. \quad (\text{Д3.12})$$

Якщо вихідна система рівнянь має вигляд

$$\mathbf{y} = \mathbf{aX} + \xi, \quad (\text{Д3.13})$$

то застосування МНК в матричній формі призведе до необхідності вирішення наступного матричного рівняння:

$$\hat{\mathbf{a}} = \mathbf{y} \cdot \mathbf{X}^T \cdot (\mathbf{X} \cdot \mathbf{X}^T)^{-1}. \quad (\text{Д3.14})$$

Таблиця Д3.2. Результати випробувань

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y_i	7	10	15	18	20	22	23	23,5	25	24,5	25

Наведемо скрипт MatLAB розрахунку:

```

x = [0;1;2;3;4;5;6;7;8;9;10];           % Задані значення вхідного сигналу
y = [7;10;15;18;20;22;23;23.5;25;24.5;25]; % Задані значення вихідного сигналу
z = size (x);                             % Знаходження розміру матриці вхідного сигналу
X = [ones (z) x (x. ^ 2) (x. ^ 3) (x. ^ 4)] % формування матриці X
a = (X \ y) \ (X' * y);                   % Матричний МНК
a0 = a(1),a1=a(2),a2=a(3),a3=a(4),a4=a(5) % коефіцієнти a = [a0 a1 a2 a3 a4]
yt = a0+a1.*x+a2.*(x.^2)+a3.*(x.^3)+a4.*(x.^4); % Розрахунок оцінки вихідного
сигналу (апроксимуючої кривої)
plot (x, y, 'p', x, yt, '-')              % побудова графіків

```

У результаті обчислень побудований графік на рис. Д3.1 і отримані наступні коефіцієнти:

```

a0 = 6.6888;
a1 = 4.3517;
a2 = -0.15836;
a3 = -0.031177;
a4 = 0.0021853.

```

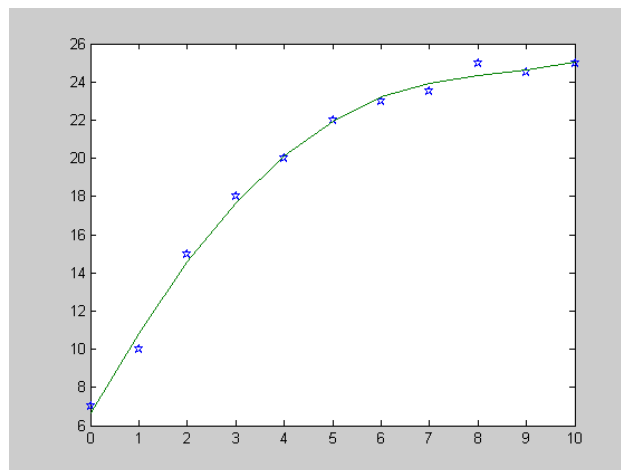


Рис. Д3.1. Графік апроксимованої кривої

Додаток 4.**Варіації Аллана**

Для опису шумових характеристик гіроскопів використовують варіації Аллана. Нехай у результаті випробувань отримані наступні дані:

$$x_1, x_2, \dots, x_{i-1}, x_i, \dots, x_n.$$

Оцінку дисперсії (квадрату незміщеної оцінки СКО) можна обчислити за формулою

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2, \text{ де } \bar{x} = \frac{1}{2}(x_{i-1} + x_i).$$

Для двох сусідніх значень x_{i-1}, x_i незміщена оцінка дисперсії обчислюється за формулою:

$$\begin{aligned} \sigma_{i-1,i}^2 &= \frac{1}{2-1} \left[(x_{i-1} - \bar{x})^2 + (x_i - \bar{x})^2 \right] = x_{i-1}^2 - 2 \cdot \bar{x} \cdot x_{i-1} + \bar{x}^2 + x_i^2 - 2 \cdot \bar{x} \cdot x_i + \bar{x}^2 = \\ &= x_{i-1}^2 - 2 \cdot \bar{x} \cdot (x_{i-1} + x_i) + 2\bar{x}^2 + x_i^2 = \dots = \frac{1}{2}(x_{i-1} - x_i)^2. \end{aligned}$$

Для масиву N вимірювань варіації Аллана обчислюються для групи $x_i(M)$ послідовних вимірювань

$$\sigma_A^2(\tau) = \frac{1}{2K} \sum_{i=1}^K [\bar{x}_{i-1}(M) - \bar{x}_i(M)]^2,$$

де $K = \frac{N}{M}$, M – розмір групи, $\bar{x}_i(M)$ – середнє значення групи.

Виходячи з відомих для інерціальних вимірювачів основних фізичних причин виникнення шумових складових і відповідних виразів для спектральної щільності, пропонується вираз [26]:

$$\sigma_A^2(\tau) = R^2 \frac{\tau^2}{2} + K^2 \frac{\tau}{3} + B^2 \frac{2}{\pi} \ln 2 + N^2 \frac{1}{\tau} + Q^3 \frac{3}{\tau^2},$$

де R, K, B, N, Q – коефіцієнти випадкової швидкості дрейфу, яка визначається як:

- R – квазідетермінована зміна вхідної швидкості виду $\omega(t) = Rt$;

- K - випадкове блукання швидкості і описується спектральною щільністю

$$S_{\omega}(f) = \left(\frac{K}{2\pi} \right)^2 \frac{1}{f^2};$$

- B – нестабільність зміщення нуля і описується спектральною щільністю ви-

$$\text{ду мерехтіння шуму } S_{\omega}(f) = \begin{cases} \frac{B^2}{2\pi} \frac{1}{f}, & f \leq f_0 \\ 0, & f > f_0 \end{cases}$$

- N – випадкове блукання кута $S_{\omega}(f) = N^2$ (білий шум);

- Q – квантування вихідного сигналу $S_{\omega}(f) = (2\pi f)^2 Q^2 \tau$.

На практиці використовують графіки [47], побудовані в логарифмічному масштабі, зміни квадратного кореня від $\sigma_A^2(\tau)$ в залежності від інтервалу кореляції τ для вихідного сигналу гіроскопа (рис. Д4.1) і для вихідного сигналу акселерометра (рис. Д4.2).

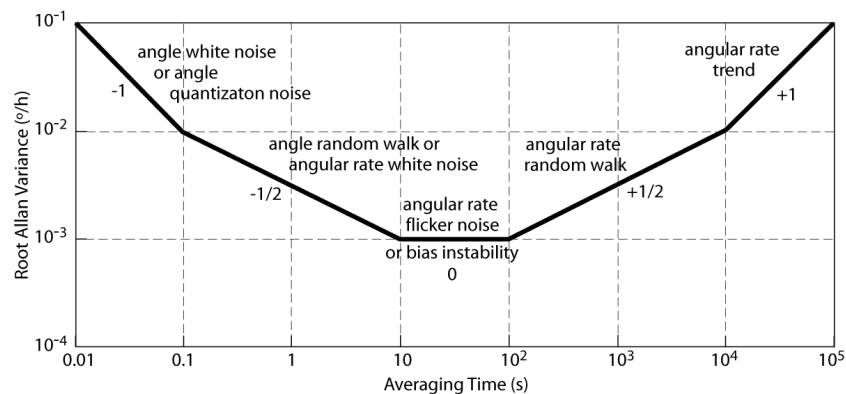


Рис. Д4.1. Графік зміни квадратного кореня від $\sigma_A^2(\tau)$

в залежності від інтервалу кореляції τ для вихідного сигналу гіроскопа

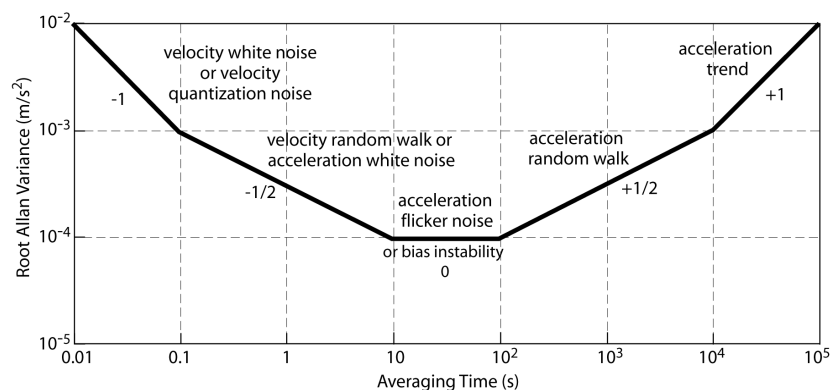


Рис. Д4.2. Графік зміни квадратного кореня від $\sigma_A^2(\tau)$

в залежності від інтервалу кореляції τ для вихідного сигналу акселерометра

Предметний покажчик

А

акселерометри

- осьові 47
- маятникові 57
- мікромеханічні 88

акустичні камери 35

Аллана варіації 89

В

вібраційні випробування акселерометрів 85

вібростенд 31

віброфуги 35

впливи 13

- об’єктивні 13
- суб’єктивні 13

впливаючі фактори 13

- механічні 13
- кліматичні 13
- біологічні 13
- радіаційні 13
- електромагнітні 13
- спеціальні середовища 13
- термічні 13
- космічні 13

випробування 9

- льотні 15
- наземні 15
- дослідні 9
- доводочні 10
- калібрувальні 86
- приймальні 10
- заводські 10
- контрольні 10
- швартові 15
- ходові 15

Г

гіроскоп

- волоконно-оптичний 162
- двоступеневий поплавцевий 99

- динамічно налаштований 148
 - лазерний 166
- гіростабілізатор одновісний 104

Д

діапазон вимірів

- акселерометра 47
- гіроскопа 93

динамічні випробування акселерометрів 78

Е

експлуатація 11

електромагнітні випробування акселерометрів 78

ескізний проект 11

Ж

життєвий цикл 11

К

калібрування 68

класифікація випробувань 16

кліматичні камери 43

кліматичні випробування акселерометрів 74

кільця Гельмгольца 37

коефіцієнти перехресного зв'язку акселерометра 57

М

масштабний коефіцієнт

- акселерометра 47
- гіроскопа 93

метод тестових поворотів 68

метод послідовних поворотів 71

методика випробувань 23

Н

науково-дослідна робота (НДР) 11

нульовий сигнал (зміщення нуля)

- акселерометра 47
- гіроскопа 93

О

оптична ділильна головка (ОДГ) 27

П

поворотні установки

- одновісні 28
- двовісні 29
- тривісні 29

програма випробувань 23

полігон 18

поріг чутливості

- акселерометра 47
- гіроскопа 93

Р

Розробка 11

- робочої документації (РРД) 11

С

серійне виробництво 11

статичні випробування

- акселерометрів 68
- гіроскопів 93

стенд випробувальний 15

стенди хитавиці 39

Т

технічне завдання (ТЗ) 11

технічна пропозиція (ТПр) 11

технічний проект (ТП) 11

У

кути невивставлення 52

ударні стенди 36

умови експлуатації 16

- нормальні 16
- робочі 16
- граничні 16

Ц

центрифуга 30