

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ ІМЕНІ ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

ФІЗИКА

ЕЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ. ЗАКОНИ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

Курс лекцій

Рекомендовано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
як навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра
за освітньою програмою «Літаки і вертольоти», «Інженерія авіаційних та ракетно-космічних
систем», «Інженерія безпілотних та автономних систем», «Систем керування літальними
апаратами та комплексами»
спеціальності 134 Авіаційна та ракетно-космічна техніка, 173 Авіоніка

Укладачі: М. В. Чурсанова, М. О. Стретович, О. В. Дрозденко

Електронне мережеве навчальне видання

Київ
КПІ ім. Ігоря Сікорського
2025

УДК 537.3
Ф 50

Укладачі: *Чурсанова Марина Валеріївна*, канд. фіз.-мат. наук.
Стретович Микола Олександрович
Дрозденко Олександра Володимирівна

Рецензент *Решетняк С. О.*, д.фіз.-мат.наук, проф.,
завідувач кафедри загальної фізики КПІ ім. Ігоря Сікорського

Відповідальний редактор *Савченко Д. В.*, доктор фіз.-мат. наук, доцент

*Гриф надано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
(протокол № 6 від 10.04.2025 р.)
за поданням вченої ради фізико-математичного факультету
(протокол № 5 від 26.03. 2025 р.)*

Фізика. Електромагнетизм. Закони постійного струму [Електронний ресурс] : курс лекцій : навч. посіб. для здобувачів ступеня бакалавра за освіт. програмою «Літаки і вертольоти», «Інженерія авіаційних та ракетно-космічних систем», «Інженерія безпілотних та автономних систем», «Систем керування літальними апаратами та комплексами» спец. 134 Авіаційна та ракетно-космічна техніка, 173 Авіоніка / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад.: М. В. Чурсанова, М. О. Стретович, О. В. Дрозденко. – Електрон. текст. дані (1 файл). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2025. – 38 с.

Даний навчальний посібник є частиною курсу лекцій з дисципліни «Фізика. Частина 2» і присвячений темі силабусу «Постійний електричний струм та його характеристики». Матеріал, викладений в даному посібнику, слід вивчати після знайомства з розділом «Електростатика». Даний посібник призначений для здобувачів ступеня бакалавра за спеціальностями «Авіаційна та ракетно-космічна техніка» та «Авіоніка», також буде корисним для інших спеціальностей що вивчають фізику.

УДК 537.3

Реєстр. № 24/25-436. Обсяг 1,7 авт. арк.

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
проспект Берестейський, 37, м. Київ, 03056
<https://kpi.ua>

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру видавців, виготовлювачів
і розповсюджувачів видавничої продукції ДК № 5354 від 25.05.2017 р.

© КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2025

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА.....	5
1. ПОСТІЙНИЙ ЕЛЕКТРИЧНИЙ СТРУМ	6
1.1. Поняття електричного струму	6
1.2. Густина струму	8
1.3. Рівняння неперервності	10
Контрольні запитання.....	11
2. ЗАКОН ОМА	13
2.1. Закон Ома для однорідного провідника. Електричний опір.....	13
2.1.1. Залежність опору від температури.....	14
2.2. Закон Ома в диференціальній формі	15
2.3. Теорія Друде	16
2.3.1. Електропровідність з точки зору класичної теорії Друде.....	18
2.4. Узагальнений закон Ома	19
Контрольні запитання.....	22
3. ЕЛЕКТРИЧНІ КОЛА	25
3.1. Просте електричне коло	25
3.2. З'єднання резисторів	27
3.2.1. Послідовне з'єднання.....	27
3.2.2. Паралельне з'єднання.....	28
3.2.3. Шунтування.....	29
3.3. Розгалужені електричні кола. Правила Кірхгофа	30
3.3.1. Порядок розрахунку кіл за правилами Кірхгофа.....	31
Контрольні запитання.....	32
4. ЗАКОН ЗБЕРЕЖЕННЯ ЕНЕРГІЇ В ЕЛЕКТРИЧНОМУ КОЛІ. ЗАКОН ДЖОУЛЯ–ЛЕНЦА	34

4.1. Робота та потужність електричного струму	34
4.2. Закон Джоуля–Ленца.....	35
4.2.1. Закон Джоуля–Ленца в диференціальній формі	36
Контрольні запитання.....	36
ЛІТЕРАТУРА.....	38

ПЕРЕДМОВА

Даний навчальний посібник «Фізика. Електромагнетизм. Закони постійного струму» є частиною курсу лекцій з дисципліни «Фізика. Частина 2» і присвячений темі силабусу «Постійний електричний струм та його характеристики». Матеріал, викладений в даному посібнику, слід вивчати після знайомства з розділом «Електростатика».

Зокрема, тут розглянуті властивості та характеристики електричного струму, рівняння неперервності для електричного струму та умова стаціонарності струму, закон Ома, поняття електричного опору та електропровідності, основи класичної електронної теорії електропровідності металів (теорія Друде), поняття електрорушійної сили, правила розрахунку електричних кіл, а також поняття роботи та потужності електричного струму та закон Джоуля-Ленца.

1. ПОСТІЙНИЙ ЕЛЕКТРИЧНИЙ СТРУМ

1.1. Поняття електричного струму

Електричний струм – це будь-який впорядкований (напрямлений) рух електричних зарядів. Заряджені частинки, упорядкований рух або дрейф яких у даній речовині створює струм, називаються **носіями заряду**. Речовини, що проводять електричний струм, називають провідниками (або провідними середовищами). До провідників належать метали (носії заряду – вільні електрони), електроліти (носії заряду – позитивні та негативні іони) та плазма (носії заряду – електрони та іони). За напрям струму умовно прийнято напрям руху позитивно заряджених частинок (Рисунок 1.1).

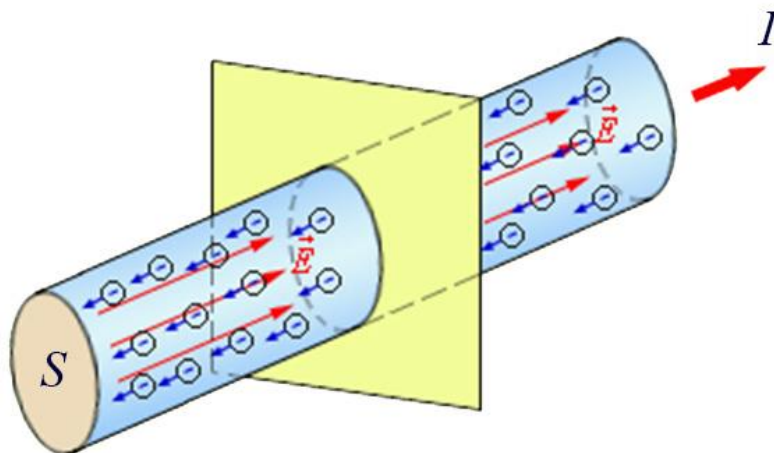


Рис. 1.1. Напрямок електричного струму в провіднику

Розрізняють наступні види електричного струму:

1) **струм провідності** – це струм в провіднику, викликаний рухом вільних електричних зарядів під дією прикладеного електричного поля: позитивних – за напрямом поля, негативних – проти поля;

2) **конвекційний струм** – це струм, викликаний переміщенням в просторі заряджених макроскопічних тіл.

Надалі мова йтиме про струм провідності.

Для появи та існування електричного струму необхідне виконання наступних умов:

1) **наявність вільних носіїв заряду** – заряджених частинок, що можуть переміщуватись по всьому об'єму провідника;

2) **наявність електричного поля**, енергія якого відновлюється та витрачається на впорядкований рух заряджених частинок.

За *відсутності* електричного поля носії струму рухаються хаотично, і через будь-яку уявну поверхню S проходить в обидва боки в середньому однакова кількість носіїв того та іншого знаку – в середньому струм через поверхню S рівний нулю.

За *наявності* електричного поля на хаотичний рух електронів накладається впорядкований рух з деякою середньою швидкістю $\vec{u}$ – через поверхню S з'являється струм.

Сила струму – це скалярна фізична величина, яка чисельно дорівнює електричному заряду, що проходить через поперечний переріз провідника за одиницю часу:

$$I = \frac{dq}{dt}. \quad (1.1)$$

Якщо сила струму і його напрям не змінюються з часом, то такий струм називається **постійним**, а сила постійного струму визначається формулою

$$I = \frac{q}{t}, \quad (1.2)$$

де q – електричний заряд, що проходить за час t через поперечний переріз провідника.

Одиницею вимірювання сили електричного струму в Міжнародній системі одиниць SI є ампер (A). Один ампер – це сила постійного струму, який при проходженні по двом паралельним прямолінійним провідникам нескінченної довжини та нескінченно малої площі поперечного перерізу, розташованим у вакуумі на відстані

1 м один від одного, викликає на кожній ділянці провідника довжиною 1 метр силу взаємодії, рівну $2 \cdot 10^{-7}$ Н.

1.2. Густина струму

Електричний струм може бути розподілений нерівномірно по перерізу поверхні, через яку він протікає. Тому для більш детальної характеристики вводять поняття густини струму $\vec{j}$.

Густина струму – це векторна фізична величина, співнапрявлена зі струмом, яка чисельно дорівнює силі струму, що проходить через одиницю площі поперечного перерізу провідника, перпендикулярного до напрямку струму:

$$j = \frac{dI}{dS_{\perp}}, \quad [j] = 1 \frac{\text{А}}{\text{м}^2}, \quad (1.3)$$

де $dS_{\perp}$ – елементарна площадка, розташована в даній точці перпендикулярно до напрямку руху носіїв струму. За напрямком вектора $\vec{j}$ приймають напрямком вектора швидкості $\vec{v}$ впорядкованого руху позитивних носіїв (або напрямком, протилежний напрямку вектора швидкості впорядкованого руху негативних носіїв).

Силу і густину струму можна виразити через середню швидкість $\vec{v}$ впорядкованого руху носіїв у провіднику (Рисунок 1.2). Нехай за час dt через поперечний переріз S переноситься заряд

$$dq = Ne = n dV \cdot e = n S dl \cdot e = n S v dt \cdot e,$$

де N – повна кількість елементарних зарядів, що проходять через елементарний об'єм провідника dV за час dt , n – їх концентрація, e – елементарний заряд. Оскільки в межах нескінченно малого об'єму dV розподіл струму можна вважати рівномірним, то густину струму можна визначити за формулою:

$$j = \frac{I}{S} = \frac{dq}{S dt} = \frac{n S v dt \cdot e}{S dt} = n e v.$$

Отже, остаточно отримуємо вираз $j = n e v$, або у векторній формі

$$\vec{j} = ne\vec{\mu} = \rho\vec{\mu}, \quad (1.4)$$

де ρ – об'ємна густина заряду.

Якщо носіями є як додатні, так і від'ємні заряди, то густина струму визначається за формулою

$$\vec{j} = \rho_+\vec{\mu}_+ + \rho_-\vec{\mu}_-, \quad (1.5)$$

де ρ_+ та ρ_- – об'ємні густини додатніх та від'ємних зарядів-носіїв, μ_+ та μ_- – швидкості їх впорядкованого руху.

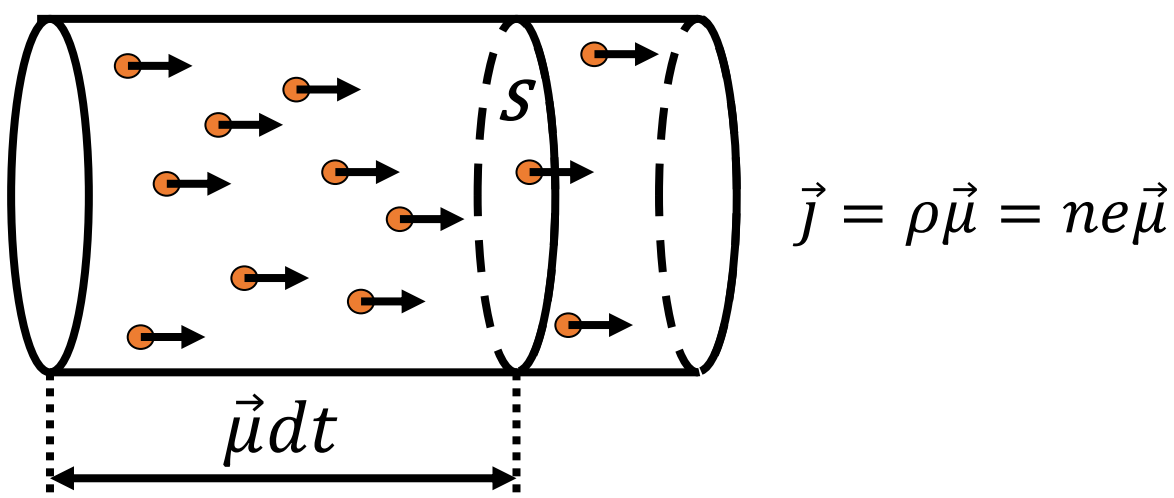


Рис. 1.2. Потік зарядів в провіднику

Знаючи вектор густини струму в кожній точці провідника, можна знайти силу струму через будь-яку поверхню S як інтеграл:

$$I = \int \vec{j} d\vec{S} \quad (1.6)$$

Отже, сила струму дорівнює потоку вектора густини струму через довільну поверхню.

1.3. Рівняння неперервності

Рівняння неперервності виражає закон збереження заряду: у точках, які є джерелами вектора $\vec{j}$, відбувається убування заряду.

Розглянемо деяке середовище, у якому протікає струм (Рисунок 1.3). Виберемо уявну замкнуту поверхню S . Заряд, що виходить в одиницю часу із об'єму V , обмеженого поверхнею S , згідно із законом збереження заряду, дорівнює швидкості зменшення заряду q , що міститься в даному об'ємі.

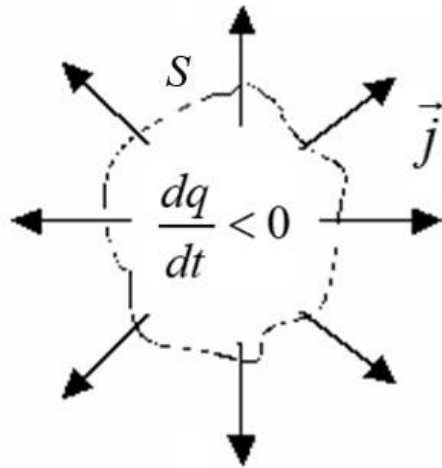


Рис. 1.3. Потік густини струму через замкнену поверхню

Потік вектора $\vec{j}$ крізь замкнену поверхню S дає заряд, що виходить за одиницю часу назовні із об'єму V , охопленого поверхнею S . За законом збереження заряду, цей потік дорівнює втраті заряду за одиницю часу всередині об'єму V :

$$\oint \vec{j} d\vec{S} = -\frac{dq}{dt}. \quad (1.7)$$

Співвідношення (1.7) називають **рівнянням неперервності**.

У випадку постійного (стаціонарного) струму розподіл зарядів в просторі має залишатись незмінним, тобто $dq/dt = 0$. Тому **рівняння неперервності для постійного струму**

$$\oint \vec{j} d\vec{S} = 0. \quad (1.8)$$

Це означає що лінії вектора $\vec{j}$ у випадку постійного струму ніде не починаються і ніде не закінчуються.

Рівняння неперервності в диференціальній формі. Враховуючи теорему Остроградського-Гаусса, $\oint_S \vec{j} d\vec{S} = \int_V \text{div} \vec{j} dV$. В той же час, електричний заряд можна

представити як $q = \int_V \rho dV$, і тоді $\frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\int_V \rho dV \right) = \int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV$. Таким чином,

$$\int_V \text{div} \vec{j} dV = - \int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV, \text{ і одержуємо}$$

$$\text{div} \vec{j} = - \frac{\partial \rho}{\partial t}. \quad (1.9)$$

Звідси витікає **умова стаціонарності струму:**

$$\text{div} \vec{j} = 0. \quad (1.10)$$

Вона означає що у випадку постійного струму поле вектора $\vec{j}$ не має джерел.

Контрольні запитання

1. Що таке електричний струм?
2. Які необхідні умови для появи та існування електричного струму?
3. Що таке носії заряду?
4. Які існують види провідників?
5. Як визначається напрямок електричного струму?
6. Дайте визначення сили струму
7. Якою формулою визначається взаємозв'язок між силою струму та електричним зарядом, що проходить через поперечний переріз провідника?
8. Що таке густина струму? В яких випадках силу струму необхідно визначати через його густину?
9. Якою формулою визначається взаємозв'язок між силою струму та густиною струму?

10. Як виразити густину струму через середню швидкість впорядкованого руху носіїв?
11. Як виразити густину струму якщо носіями є як додатні, так і від'ємні заряди?
12. Що виражає рівняння неперервності для електричного струму?
13. Чому дорівнює потік вектора густини струму крізь замкнену поверхню всередині провідника?
14. Яким є рівняння неперервності для постійного струму?
15. Які властивості мають лінії вектора густини струму у випадку постійного струму?
16. Виведіть рівняння неперервності в диференціальній формі
17. Сформулюйте умову стаціонарності струму

2. ЗАКОН ОМА

2.1. Закон Ома для однорідного провідника. Електричний опір

Закон Ома був встановлений експериментально.

Сила струму, що протікає через однорідний провідник, прямо пропорційна прикладеній до нього напрузі:

$$I = \frac{U}{R}, \quad (2.1)$$

де R – це константа пропорційності, що називається **опором провідника**.

Електричний опір R – це фізична величина, яка характеризує супротив провідника проходженню по ньому електричного струму.

Опір провідника довжиною l та площею поперечного перерізу S може бути визначений за формулою

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (2.2)$$

де ρ – це **питомий опір** речовини, який залежить від матеріалу провідника та його температури.

Одиницею вимірювання опору є ом (Ом). 1 Ом – опір такого провідника, в якому при напрузі на кінцях у 1 В протікає постійний струм 1 А.

Електропровідність речовини G – фізична величина, обернена до електричного опору:

$$G = \frac{1}{R}. \quad (2.3)$$

Для визначення електропровідності провідників використовують формулу

$$G = \sigma \frac{S}{l}, \quad (2.4)$$

де $\sigma = \frac{1}{\rho}$ – **питома провідність** речовини.

Одиниця вимірювання електричної провідності – Сименс. 1 См – провідність ділянки електричного кола, опір якої дорівнює 1 Ом.

2.1.1. Залежність опору від температури

Залежність опору та питомого опору металів від температури $t^{\circ}\text{C}$ задається наступними виразами:

$$\rho(t^{\circ}) = \rho_0(1 + \alpha t^{\circ}) \quad (2.5, \text{ а})$$

та

$$R(t^{\circ}) = R_0(1 + \alpha t^{\circ}), \quad (2.5, \text{ б})$$

де R_0 і ρ_0 (R і ρ) – відповідно опір провідника і питомий опір при температурі 0°C), а α – **температурний коефіцієнт опору** (ТКО). Для металевих провідників $\alpha > 0$, а для електrolітів $\alpha < 0$. Як показують досліди, для більшості хімічно чистих металевих провідників в інтервалі температур поблизу 0°C значення ТКО $\alpha \approx \frac{1}{273} \text{ K}^{-1}$. Тому попередні формули для чистих металів набувають вигляду:

$$\rho(T) = \rho_0 \alpha T \quad (2.6, \text{ а})$$

та

$$R(T) = R_0 \alpha T, \quad (2.6, \text{ б})$$

де T – абсолютна температура.

При дуже низьких температурах (так званих критичних) опір деяких речовин стрибком зменшується до 0 – речовина стає абсолютним провідником. Це явище називається **надпровідністю**. Відкрив його у 1911 р. Г. Камерлінг-Оннес для ртуті.

2.2. Закон Ома в диференціальній формі

Розглянемо нескінченно малий циліндричний об'єм навколо певної точки в провіднику (Рисунок 2.1). Вісь цього циліндра співпадає з напрямком вектора $\vec{j}$ в даній точці, а значить і з вектором напруженості електричного поля $\vec{E}$. Якщо довжина циліндра дорівнює dl , площа перерізу dS , тоді опір цього об'єму $R = \rho dl / dS$. Напруга U на циліндрі дорівнює $E dl$. Тоді за законом Ома:

$$j dS = \frac{E dl}{\rho dl / dS},$$

і ми отримуємо, вже у векторному вигляді,

$$\vec{j} = \frac{1}{\rho} \vec{E} = \sigma \vec{E}, \quad (2.7)$$

де $\sigma = \frac{1}{\rho}$ питома провідність середовища.

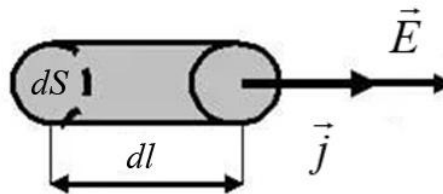


Рис. 2.1. Густина струму, що протікає через нескінченно малий циліндричний елемент провідника

Іншими словами, для омичних матеріалів (включаючи більшість металів) відношення густини струму до електричного поля є константою σ , яка не залежить від електричного поля, що створює струм, і залежить лише від матеріалу провідника.

Диференціальна форма закону Ома (2.7) – це векторна форма, яка використовується в електромагнетизмі та матеріалознавстві. Вона не містить диференціалів, а свою назву одержала тому що встановлює взаємозв'язок між

величинами, що відносяться до однієї точки провідника. Тобто, формула (2.7) є локальним законом Ома.

2.3. Теорія Друде

Теорія Друде – класичний опис руху електронів у металах, заснований на класичній механіці, який веде до закону Ома та показує, як питомий опір пов'язаний з рухом електронів у металах. Електрони у металі розглядаються як **електронний газ**, до якого можна застосувати кінетичну теорію газів. Наближено можна вважати, що електронний газ складають слабо зв'язані з ядром зовнішні валентні електрони, які можуть вільно пересуватися по металу, тоді як атомні ядра з електронами внутрішніх оболонок відіграють роль нерухомих позитивних іонів.

За відсутності електричного поля електрони провідності рухаються по металу в хаотичних напрямках. При прикладанні електричного поля $\vec{E}$, вільні електрони в середньому починають повільно дрейфувати у напрямку, протилежному напрямку електричного поля, із середньою швидкістю дрейфу, яка набагато менша ($\sim 10^{-4}$ м/с), ніж їх середня швидкість між зіткненнями ($\sim 10^6$ м/с).

Модель Друде розглядає електрони як кульки, що пружно відскокують від іонів, які складають структуру кристалічної ґратки (Рисунок 2.2).

Основні припущення теорії Друде:

- В інтервалі між зіткненнями не враховується взаємодія електрона з іншими електронами та іонами; при цьому нехтуються складні поля, що породжуються іншими електронами та іонами;
- Електрон рухається відповідно до законів Ньютона під впливом лише зовнішніх полів;
- Наближення, в якому нехтують електронною взаємодією в проміжках між зіткненнями, називається **наближення незалежних електронів**;

- Наближення, в якому нехтують електрон-іонною взаємодією, називається **наближення вільних електронів**.

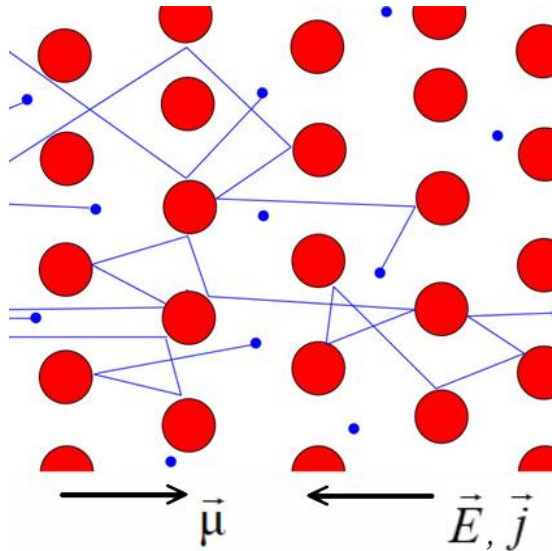


Рис. 2.2. Схематична ілюстрація моделі Друде для електронного газу в металі: синім кольором зображені вільні електрони, червоним — позитивні іони у вузлах кристалічної ґратки, $\vec{\mu}$ — середня швидкість впорядкованого руху електронів (швидкість дрейфу)

Рух електрона після зіткнення не залежить від його руху до зіткнення. При кожному зіткненні електрон відхиляється у випадковому напрямку зі швидкістю, яка набагато перевищує швидкість, надану електричним полем. Результатом є те, що електрони рухаються зигзагоподібно шляхом зіткнень, але в цілому дрейфують у напрямку, протилежному електричному полю.

Надлишок енергії, яку набувають електрони в електричному полі, передається атомам провідника при зіткненні електронів і атомів. Енергія, передана атомам, збільшує енергію їх коливань, що спричиняє підвищення температури провідника.

2.3.1. Електропровідність з точки зору класичної теорії Друде

Електрони будуть прискорюватися в напрямку, протилежному вектору напруженості електричного поля:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_{el}}{m_e} = \frac{q\vec{E}}{m_e}, \quad (2.8)$$

де $\vec{F}_{el} = q\vec{E}$ – електрична сила, m_e – маса електрона. Оскільки електричне поле однорідне, прискорення електрона є сталим, тому його рух можна моделювати як рівноприскорений. Швидкість електрона

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t = \vec{v}_0 + \frac{q\vec{E}}{m_e}t, \quad (2.9)$$

де $\vec{v}_0$ – початкова швидкість електрона в момент відразу після зіткнення. Тепер візьмемо середнє значення виразу (2.9) для всіх електронів у провіднику для всіх можливих значень часу зіткнень t і всіх можливих значень початкової швидкості $\vec{v}_0$. Якщо припустити що початкові швидкості випадково розподілені по всім можливим напрямкам, середнє значення $\vec{v}_0$ дорівнює нулю. В той же час, середнє значення швидкості $\vec{v}$ дорівнює швидкості дрейфу $\vec{\mu}$, і одержуємо вираз

$$\vec{\mu} = \frac{q\vec{E}}{m_e}\tau, \quad (2.10)$$

де τ – середній інтервал часу між послідовними зіткненнями.

Таким чином, згідно з формулою (1.4), за швидкістю дрейфу можна визначити густину електричного струму:

$$\vec{j} = nq\vec{\mu} = n\frac{q^2\vec{E}}{m_e}\tau, \quad (2.11)$$

де n – концентрація електронів. Порівнюючи цей вираз із законом Ома у диференціальній формі, $\vec{j} = \sigma \vec{E}$, отримуємо наступні співвідношення для питомої провідності та питомого опору провідника:

$$\sigma = \frac{nq^2}{m_e} \tau; \quad \rho = \frac{m_e}{nq^2 \tau}. \quad (2.12)$$

2.4. Узагальнений закон Ома

Якщо в електричному колі на носії струму діють лише сили електростатичного поля, то під дією цих сил позитивні носії переміщувались би з ділянок з високим потенціалом до ділянок з низьким потенціалом (а негативні носії – у зворотному напрямку) доти, доки потенціали не вирівнялись би. Це призвело би до вирівнювання потенціалів у всіх точках кола і, як наслідок, до зникнення електростатичного поля і припинення струму.

Щоб цього не відбулося, у колі постійного струму наряду з ділянками, де додатні носії рухаються в напрямку зменшення потенціалу ϕ , повинні бути ділянки, на яких перенесення додатніх носіїв відбувається у напрямку зростання потенціалу ϕ , тобто проти сил електростатичного поля (Рисунок 2.3).

Перенесення носіїв у напрямку зростання потенціалу можливе лише за допомогою сил не електростатичного походження. Такі сили називаються **сторонніми силами**. Тому для існування постійного струму в електричному колі обов'язково потрібно мати пристрої – так звані **джерела струму**, які здатні створювати і підтримувати різницю потенціалів за рахунок роботи сторонніх сил. Ділянка кола, до складу якої входить джерело сторонніх сил, називається **неоднорідною**.

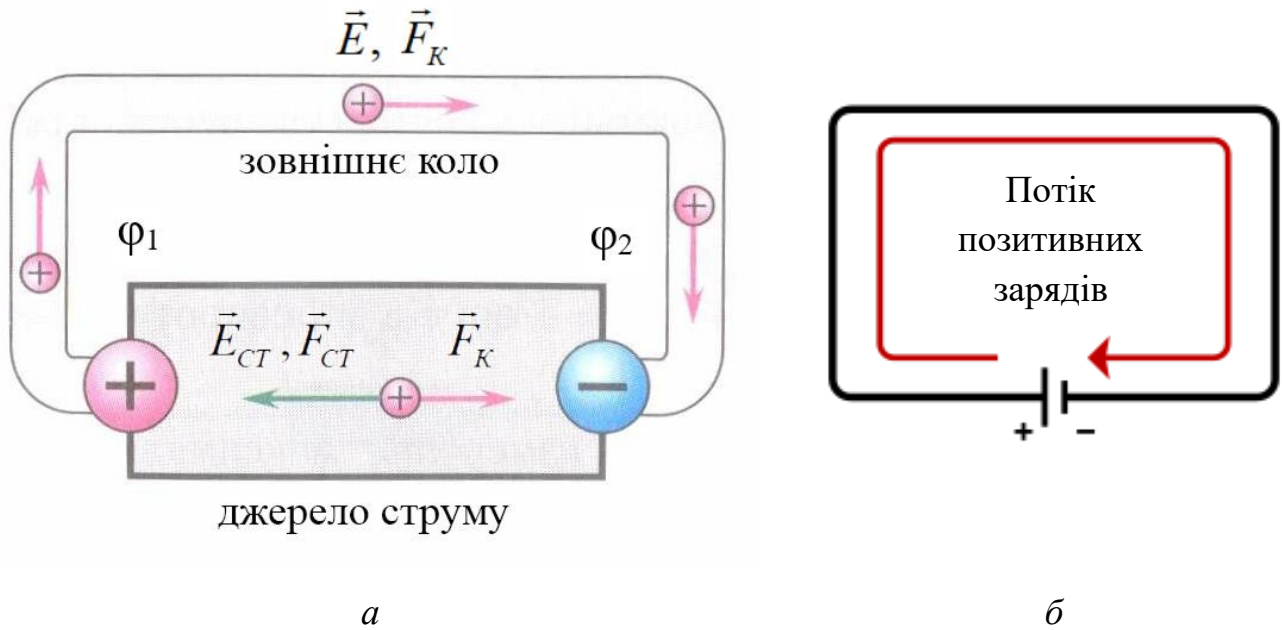


Рис. 2.3. Електричне коло з джерелом сторонніх сил: у зовнішньому колі позитивні носії переміщуються під дією кулонівської сили електростатичного поля в напрямку від високого потенціалу до низького ($\Phi_1 > \Phi_2$), а у джерелі струму вони переміщуються під дією сили поля сторонніх сил у напрямку від низького потенціалу до високого (а), та схематичне зображення такого кола (б)

Природа сторонніх сил може бути різна: механічна (генератори), хімічна (акумулятори, гальванічні елементи), теплова (термoelementи), світлова (фотоеlementи) тощо, але спільним є те, що сторонні сили здійснюють роботу по переміщенню зарядів.

Фізична величина, що чисельно дорівнює роботі, яка здійснюється сторонніми силами при переміщенні одиничного позитивного заряду, називається **електрорушійною силою (ЕРС)**:

$$\varepsilon = \frac{A_{CT}}{q}. \quad (2.13)$$

Робота сторонніх сил по переміщенню заряду на замкненій частині кола

$$A_{CT} = \oint \vec{F}_{CT} d\vec{l} = q_0 \oint \vec{E}_{CT} d\vec{l}, \quad (2.14)$$

де $\vec{E}_{CT} = \frac{\vec{F}_{CT}}{q_0}$ – напруженість поля сторонніх сил.

ЕРС, що діє в замкненому колі,

$$\varepsilon = \frac{A_{CT}}{q} = \oint \vec{E}_{CT} d\vec{l}, \quad (2.15, a)$$

ЕРС на ділянці кола між точками 1 – 2

$$\varepsilon_{12} = \int_1^2 \vec{E}_{CT} d\vec{l}. \quad (2.15, б)$$

Якщо на заряд діють одночасно сторонні сили і сили електростатичного поля, то результуюча сила дорівнюватиме:

$$\vec{F} = \vec{F}_{CT} + \vec{F}_K = q_0(\vec{E}_{CT} + \vec{E}).$$

Робота результуючої сили на ділянці 1–2 кола над зарядом q_0

$$A_{12} = q_0 \int_1^2 \vec{E}_{CT} d\vec{l} + q_0 \int_1^2 \vec{E} d\vec{l} = q_0 \varepsilon_{12} + q_0(\varphi_1 - \varphi_2). \quad (2.16)$$

Для замкненого кола $\varphi_1 - \varphi_2 = 0$, тому у цьому випадку

$$A = q_0 \varepsilon. \quad (2.17)$$

Напруга на ділянці кола – це фізична величина, яка визначається роботою, що здійснюється результуючим полем електростатичних (кулонівських) і сторонніх сил при переміщенні одиничного позитивного заряду на даній ділянці кола:

$$U_{12} = \varepsilon_{12} + (\varphi_1 - \varphi_2). \quad (2.18)$$

Поняття напруги – це *узагальнене поняття різниці потенціалів*. У випадку відсутності джерела струму на ділянці напруга на кінцях ділянки кола дорівнює різниці потенціалів.

У диференціальній формі узагальнений закон Ома можна записати як

$$\vec{j} = \sigma(\vec{E} + \vec{E}_{CT}). \quad (2.19)$$

Розглянемо випадок струму в тонких дротах, коли вектор густини струму можна вважати незмінним всюди по поперечному перерізу провідника. Помноживши (2.19) на елемент довжини $d\vec{l}$, отримаємо

$$\int_1^2 \frac{\vec{j} d\vec{l}}{\sigma} = \int_1^2 \vec{E} d\vec{l} + \int_1^2 \vec{E}_{CT} d\vec{l}.$$

Перший інтеграл $\int_1^2 \frac{\vec{j} d\vec{l}}{\sigma} = \int_1^2 \frac{j_l dl}{\sigma} = \int_1^2 \rho j_l dl = \int_1^2 \rho \frac{I}{S} dl = I \int_1^2 \rho \frac{dl}{S}$, тоді як $\int_1^2 \rho \frac{dl}{S} = R$,

де R – електричний опір між точками 1 і 2.

Другий інтеграл – це різниця потенціалів між точками 1 і 2: $\int_1^2 \vec{E} d\vec{l} = \varphi_1 - \varphi_2$.

А третім інтегралом є електрорушійна сила $\int_1^2 \vec{E}_{CT} d\vec{l} = \varepsilon_{12}$.

Після цих перетворень ми отримали **узагальнений закон Ома для неоднорідної ділянки кола** в інтегральній формі:

$$IR = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_{12}. \quad (2.20)$$

Контрольні запитання

1. Як формулюється закон Ома для однорідного провідника?
2. Що таке опір провідника?
3. Що таке електропровідність і як вона пов'язана з опором провідника?
4. Від чого залежить опір провідника?
5. Як розрахувати опір, знаючи матеріал, з якого зроблений провідник?
6. Як змінюється опір металевого провідника при зміні температури?

7. Що таке надпровідність?
8. Сформулюйте та виведіть закон Ома в диференціальній формі
9. Який взаємозв'язок між густиною струму у провіднику та напруженістю електричного поля у ньому?
10. Яка теорія пов'язує питомий опір та електропровідність провідника з рухом електронів у металах на основі класичної механіки?
11. Що таке електронний газ?
12. Як рухаються електрони провідності по металу за відсутності електричного поля та при прикладанні електричного поля?
13. Які основні припущення теорії Друде?
14. Що таке швидкість дрейфу електронів?
15. Що відбувається при зіткненні електронів і атомів кристалічної ґратки провідника?
16. Чому дорівнює прискорення електронів в електричному полі?
17. Чому дорівнює швидкість електронів в провіднику при прикладанні електричного поля? Середня швидкість?
18. Чому дорівнюють питома провідність та питомий опір провідника на основі теорії Друде?
19. Чому якщо в електричному колі на носії струму діють лише сили електростатичного поля, то струм, який виникає, дуже швидко припиняється?
20. Що необхідно щоб в колі підтримувався постійний струм?
21. Яким чином можливе перенесення носіїв у напрямку зростання електричного потенціалу?
22. Що називається сторонніми силами?
23. Що таке джерело струму?
24. Яка ділянка кола називається неоднорідною?
25. Дайте означення електрорушійної сили (ЕРС)
26. Як обчислити ЕРС на основі напруженості поля сторонніх сил?

27. Що таке напруга на ділянці кола? Чому вона дорівнює?
28. Яка складова напруги визначається роботою електростатичних (кулонівських) сил по переміщенню заряду, а яка роботою сторонніх сил?
29. Чому дорівнює напруга на ділянці кола у випадку відсутності сторонніх сил?
30. Як записується узагальнений закон Ома у диференціальній формі?
31. Як записується узагальнений закон Ома в інтегральній формі?

3. ЕЛЕКТРИЧНІ КОЛА

3.1. Просте електричне коло

Електричне коло – це система, яка складається із джерел струму і споживачів електричної енергії (опорів), з'єднаних між собою провідниками. Найпростіше електричне коло – це замкнений контур, утворений джерелом струму (ε , r) і резистором R . Розглянемо його складові елементи.

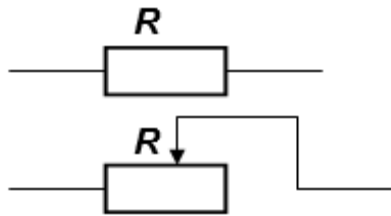


Рис.3.1. Схематичне позначення резистора зі сталим (згори) та змінним (внизу) опором

Резистор – це частина провідника з певним опором R (Рисунок 3.1).

Змінний резистор або **реостат** – це пристрій для зміни опору в колі.

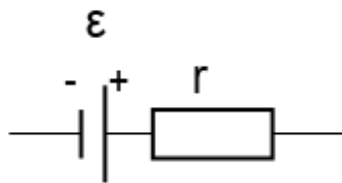


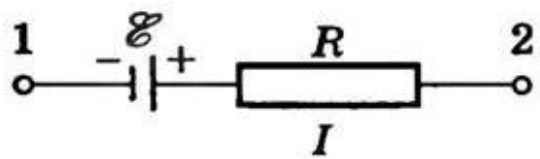
Рис.3.2. Схематичне позначення ділянки кола з батареєю

Батарея (Рисунок 3.2) – це джерело електрорушійної сили (ЕРС).

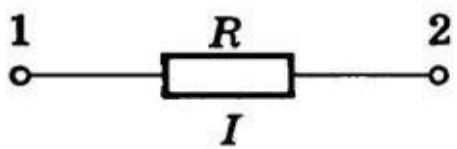
Джерело ЕРС має власний опір, який називається внутрішнім опором r . Зовнішній опір R часто називають опором навантаження.

В усіх випадках простого кола закон Ома дозволяє розрахувати електричні параметри як окремих ділянок, так і повного кола. За законом Ома, сила струму на ділянці кола прямо пропорційна напрузі на її кінцях та обернено пропорційна опору ділянки.

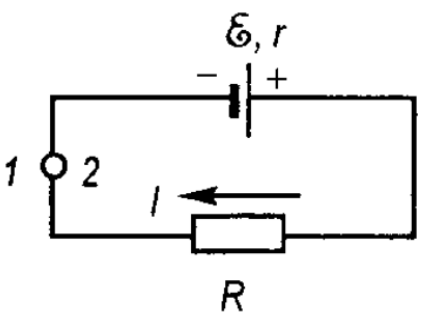
Закон Ома для неоднорідної ділянки кола (тобто для ділянки, на якій присутні сторонні сили (джерела струму), Рисунок 3.3):

 Рис.3.3. Схематичне зображення неоднорідної ділянки кола	$I = \frac{U}{R} = \frac{\varepsilon_{12} + \varphi_1 - \varphi_2}{R}. \quad (3.1)$
---	---

Закон Ома для однорідної ділянки кола (тобто для ділянки, яка не містить джерела струму ($\varepsilon = 0$), Рисунок 3.4):

 Рис.3.4. Схематичне зображення однорідної ділянки кола	$I = \frac{U}{R} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R}. \quad (3.2)$
--	--

Закон Ома для повного (замкненого) кола (тобто потенціали $\varphi_1 = \varphi_2$):

 Рис.3.5. Схематичне зображення замкненого кола	Сила струму в замкненому колі (Рисунок 3.5) дорівнює відношенню ЕРС джерела струму до повного опору кола: $I = \frac{\varepsilon}{r + R}, \quad (3.3)$ де R – опір зовнішньої частини кола, r – внутрішній опір джерела. Напруга на зовнішній частині кола: $U = IR = \varepsilon - Ir. \quad (3.4)$
---	---

Струм короткого замикання – це струм у електричному колі, коли клеми батареї з'єднані провідником з нехтовно малим опором ($R \rightarrow 0$):

$$I = \frac{\varepsilon}{r}. \quad (3.5)$$

3.2. З'єднання резисторів

3.2.1. Послідовне з'єднання

При послідовному з'єднанні резисторів кількість заряду Q , що виходить з резистора R_1 , має увійти в наступний резистор R_2 , і так далі (Рисунок 3.6). Тому через всі резистори за певний проміжок часу проходить однаковий заряд Q , а значить, за середній час через кожний резистор проходить однаковий струм:

$$I = I_1 = I_2 = \dots = I_n.$$

Різниця потенціалів, прикладена до послідовної комбінації резисторів, розподіляється між ними, тому напруга усієї серії резисторів дорівнює сумі падінь напруги на кожному з них:

$$U = U_1 + U_2 + \dots + U_n.$$

Тоді еквівалентний загальний опір послідовної комбінації дорівнює:

$$R = R_1 + R_2 + \dots + R_n = \sum_{i=1}^n R_i. \quad (3.6)$$

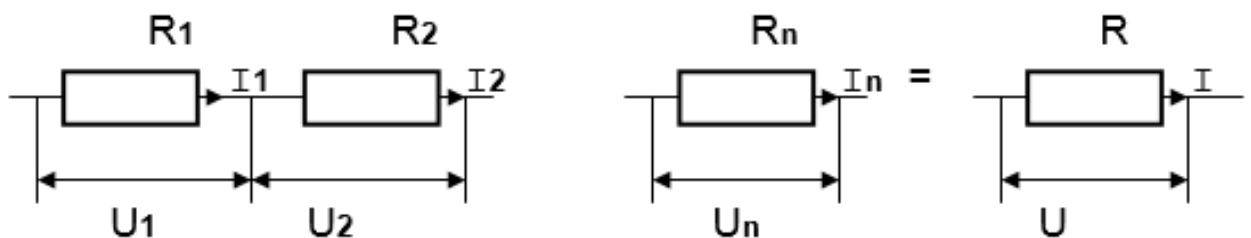


Рис.3.6. Послідовне з'єднання резисторів

3.2.2. Паралельне з'єднання

При паралельному з'єднанні всі резистори під'єднані до одних і тих самих вузлів зліва та справа (Рисунок 3.7), тому падіння напруги однакове для кожного резистора:

$$U = U_1 = U_2 = \dots = U_n.$$

В той час як струм з одного вузла розходить по гілках резисторів та сходиться на їх кінцях в другому вузлі. Згідно до закону збереження електричного заряду, загальний струм I має дорівнювати сумі струмів, які проходять через кожний з резисторів:

$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_n.$$

Тоді для еквівалентного загального опору паралельної комбінації

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}. \quad (3.7)$$

Наприклад, для системи двох резисторів, з'єднаних паралельно

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}; \quad R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}.$$

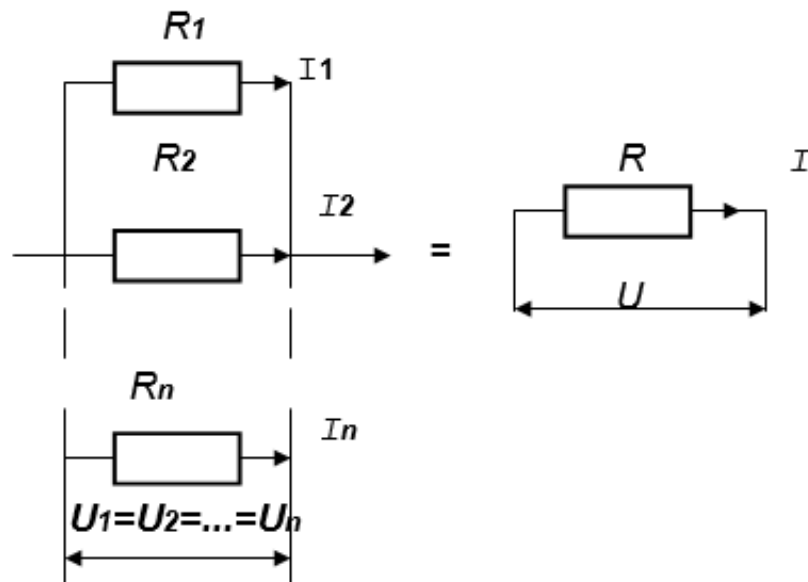


Рис.3.7. Паралельне з'єднання резисторів

3.2.3. Шунтування

Амперметр – прилад для вимірювання сили струму в електричному колі – приєднується послідовно до інших елементів та вимірює значення I на даній ділянці.

Якщо сила струму зavelика для певного амперметра, то виконується розгалуження (шунтування) паралельно до приладу, щоб відвести надлишок сили струму (Рисунок 3.8).

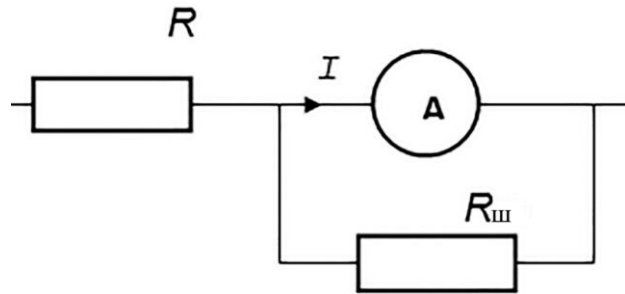


Рис.3.8. Шунтування амперметра

Для того, щоб отримувати правильні виміри, опір **шунта** (резистора, який паралельно підключається до амперметра) має спеціальне значення

$$R_{\text{ш}} = \frac{R_A}{n - 1}, \quad (3.8)$$

де $R_{\text{ш}}$ – опір шунта, R_A – опір амперметра, $n = \frac{I}{I_A}$ – відношення вимірюваної сили струму до межі вимірювання сили струму амперметром (I – сила струму в колі, I_A – максимально допустимий струм для амперметра).

За схожим принципом, для **вольтметрів** – приладів для вимірювання напруги ділянки кола – для зменшення напруги ділянки до значень, які дозволені приладом, до вольтметра послідовно під'єднується додатковий опір $R_{\text{дод}}$ (Рисунок 3.9):

$$R_{\text{дод}} = R_V (n - 1), \quad (3.9)$$

де R_V – опір вольтметра, $n = \frac{U}{U_V}$ – відношення вимірюваної напруги до максимальної напруги, на яку розрахований вольтметр.

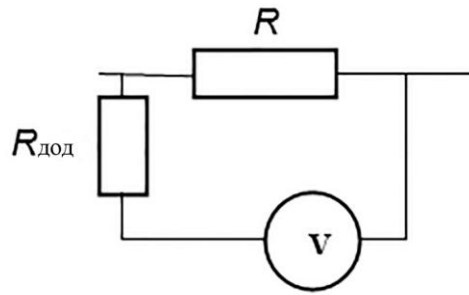


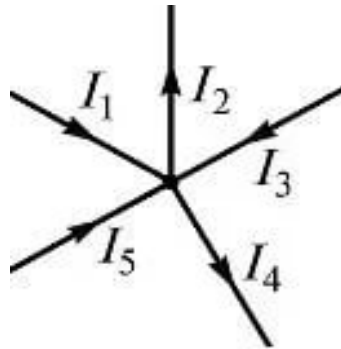
Рис.3.9. Додатковий опір вольтметра

3.3. Розгалужені електричні кола. Правила Кірхгофа

Розгалужене коло – це мережа, утворена двома або кількома замкненими електричними колами, які з’єднані між собою в окремих точках і мають спільні ділянки.

Вузол електричного кола – це будь-яка точка кола, в якій сходиться не менше трьох провідників із струмом (Рисунок 3.10).

Перше правило Кірхгофа виражає закон збереження заряду в будь-якій точці кола постійного струму і стосується вузлів розгалуженого кола: *алгебраїчна сума струмів, що сходяться у вузлі, дорівнює нулю*



$$\sum_{i=1}^n I_i = 0. \quad (3.10)$$

Рис.3.10. Вузол електричного кола

Струм, що входить у вузол, вважається додатним, а що виходить з вузла – від’ємним. На Рисунку 3.10 зображений схематичний приклад вузла електричного кола, для якого, за першим правилом Кірхгофа:

$$I_1 - I_2 + I_3 - I_4 + I_5 = 0.$$

Друге правило Кірхгофа є узагальненням закону Ома на розгалужені електричні кола і стосується контурів.

В будь-якому замкненому контурі, довільно вибраному в розгалуженому електричному колі, алгебраїчна сума спадів напруг (добутків сил струмів I_i на опір R_i відповідних ділянок цього контуру) дорівнює алгебраїчній сумі ЕРС, що містяться в цьому контурі:

$$\sum_{i=1}^n I_i R_i = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i . \quad (3.11)$$

3.3.1. Порядок розрахунку кіл за правилами Кірхгофа

Далі наведемо запропонований алгоритм для розрахунку кіл за правилами Кірхгофа:

1. Вибрати **довільний** напрям струмів на всіх ділянках кола. Записати $(n - 1)$ рівняння за **першим правилом** (n – кількість вузлів).
Дійсний напрям струмів визначається під час розв'язання задачі: якщо шуканий струм має додатне значення, то його напрям був вибраний правильно, від'ємне – його істинний напрям протилежний до вибраного;
2. Для кожного замкненого контуру в колі обрати **напрямок обходу** (за годинниковою стрілкою чи проти годинникової стрілки) та строго його дотримуватись. Застосувати **друге правило** для контурів, обійшовши всі ділянки в обраному напрямі:
 - Спад напруги IR вважається додатним, якщо напрям струму на даній ділянці співпадає з напрямом обходу;
 - ЕРС, які діють вздовж вибраного напрямку обходу (напрямок поля сторонніх сил всередині ЕРС від «-» до «+»), вважаються додатними, проти – від'ємними;
3. Скласти таку кількість рівнянь, щоб їх число дорівнювало числу шуканих величин (в систему рівнянь повинні входити всі опори і ЕРС даного кола).

Кожний вибраний контур повинен містити хоча б один елемент, який відсутній в попередніх контурах (інакше вийдуть рівняння, що є рівносильними до вже складених).

На рисунку 3.11 зображений приклад деякого замкненого контуру у колі, для якого можна застосувати друге правило Кірхгофа:

$$I_1 R_1 + I_2 R_2 + I_3 R_3 = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_3.$$

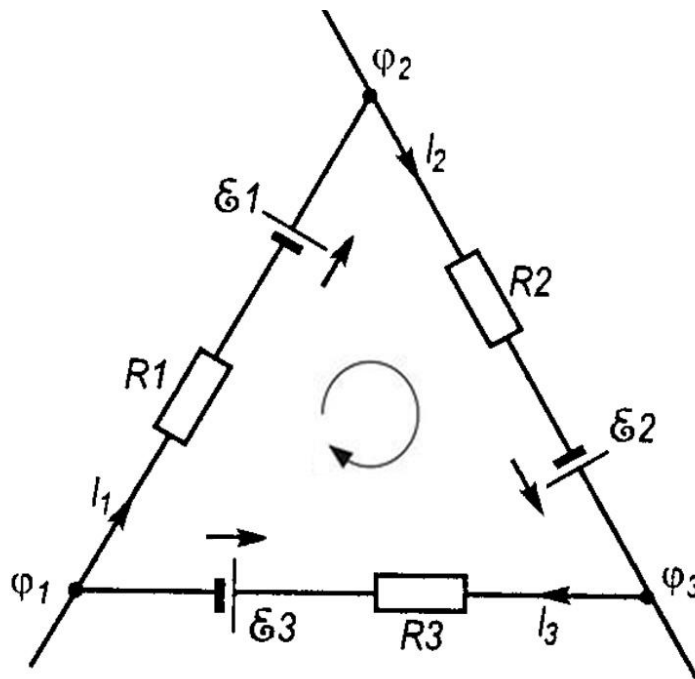


Рис.3.11. Приклад замкненого контуру у колі

Контрольні запитання

1. Що таке електричне коло?
2. Які обов'язкові складові елементи найпростішого електричного кола?
3. Що таке резистор? Як він позначається на електричній схемі?
4. Як на електричній схемі позначається джерело струму?
5. Що таке внутрішній опір та опір навантаження?
6. Як записується закон Ома для неоднорідної ділянки кола?
7. Як записується закон Ома для однорідної ділянки кола?

8. Як записується закон Ома для повного кола?
9. Чому дорівнює напруга на зовнішній частині кола?
10. Чому дорівнює струм короткого замикання?
11. Яке з'єднання резисторів називається послідовним?
12. Чому дорівнює еквівалентний опір послідовної комбінації провідників?
13. Яке з'єднання резисторів називається паралельним?
14. Чому дорівнює еквівалентний опір паралельної комбінації провідників?
15. Як називається прилад для вимірювання сили струму в електричному колі?
16. Як називається прилад для вимірювання напруги на ділянці кола?
17. Яким чином в електричне коло приєднується амперметр?
18. Що таке шунтування? В яких випадках воно виконується в електричному колі?
19. Яким має бути опір шунта?
20. Яким чином в електричне коло приєднується вольтметр?
21. Яким чином і з якою метою до вольтметра під'єднується додатковий опір?
22. Що таке розгалужене електричне коло?
23. Що таке вузол електричного кола?
24. Сформулюйте перше правило Кірхгофа
25. Який закон виражає перше правило Кірхгофа?
26. До яких елементів розгалуженого кола застосовується перше правило Кірхгофа?
27. Від чого залежить знак сили струму у першому правилі Кірхгофа?
28. Сформулюйте друге правило Кірхгофа
29. Що таке спад напруги?
30. Від чого залежить знак спаду напруги у другому правилі Кірхгофа?
31. Від чого залежить знак ЕРС у другому правилі Кірхгофа?
32. Який алгоритм розрахунку кіл за правилами Кірхгофа?
33. Що означає якщо виявилось що розрахований струм має від'ємне значення?

4. ЗАКОН ЗБЕРЕЖЕННЯ ЕНЕРГІЇ В ЕЛЕКТРИЧНОМУ КОЛІ. ЗАКОН ДЖОУЛЯ–ЛЕНЦА

4.1. Робота та потужність електричного струму

Розглянемо однорідний провідник опором R , до кінців якого прикладено напругу U . За час dt через переріз провідника переноситься заряд $dq = Idt$. Робота сил поля при перенесенні електричного заряду від точки 1 до точки 2 у провіднику дорівнює $\delta A = dq(\varphi_1 - \varphi_2) = Idt(\varphi_1 - \varphi_2)$, де $\varphi_1 - \varphi_2 = U$ – напруга на провіднику. Отже, **робота струму** визначається як:

$$\delta A = U dq = IU dt = I^2 R dt = \frac{U^2}{R} dt. \quad (4.1)$$

При постійному струмі силою I за скінченний проміжок часу t робота електричного струму на зовнішній ділянці кола

$$A = IU \int_0^t dt = IU t. \quad (4.2)$$

У загальному випадку, якщо струм з часом змінюється,

$$A = \int_0^t I^2(t) R dt. \quad (4.3)$$

При цьому робота джерела постійної ЕРС:

$$A_{EPC} = q\varepsilon = I\varepsilon t. \quad (4.4)$$

Потужністю електричного струму P називають величину, що чисельно дорівнює роботі, яку виконує струм за одиницю часу:

$$P = \frac{dA}{dt} = IU = I^2 R = \frac{U^2}{R}. \quad (4.5)$$

Для повного кола, з урахуванням (3.3), корисна потужність на опорі R

$$P = \frac{\varepsilon^2 R}{(R + r)^2}. \quad (4.6)$$

При цьому загальна потужність джерела струму на зовнішній і внутрішній частинах електричного кола

$$P_{EPC} = \varepsilon I = \frac{\varepsilon^2}{R + r}. \quad (4.7)$$

Відношенням корисної потужності до загальної потужності джерела визначають коефіцієнт корисної дії (ККД) джерела струму

$$\eta = \frac{P}{P_{EPC}} = \frac{A}{A_{EPC}} = \frac{U}{\varepsilon} = \frac{R}{R + r}. \quad (4.8)$$

4.2. Закон Джоуля–Ленца

Якщо струм проходить по *нерухомому* провіднику, в якому не відбуваються хімічні перетворення, то вся робота струму перетворюється у внутрішню енергію провідника, тобто витрачається на його нагрівання. За законом збереження енергії, $\delta A = \delta Q$, тобто потенціальна електрична енергія перетворюється на внутрішню енергію, яка відповідає посиленому коливальному руху атомів у кристалічній ґратці провідника, що викликає його нагрівання. Цей процес описується **законом Джоуля – Ленца**: кількість теплоти, що виділяється у провіднику при проходженні по ньому електричного струму, дорівнює добутку опору провідника, квадрата сили струму та часу його проходження. Для нескінченно малого часу протікання струму

$$\delta Q = \delta A = I^2 R dt. \quad (4.9)$$

Повна кількість теплоти, виділена в провіднику за час t

$$Q = \int_0^t I^2 R dt, \quad (4.10)$$

а у випадку постійного струму що не змінюється з часом

$$Q = I^2 R t. \quad (4.11)$$

Це є інтегральна форма запису закону Джоуля–Ленца.

4.2.1. Закон Джоуля–Ленца в диференціальній формі

Виділимо в провіднику елементарний циліндричний об'єм $dV = dS \, dl$ (вісь циліндра співпадає з напрямом струму), опір якого $R = \rho \frac{dl}{dS}$. За законом Джоуля–Ленца, за час dt в цьому об'ємі виділиться кількість теплоти

$$\delta Q = I^2 R dt = (jdS)^2 \rho \frac{dl}{dS} dt = \rho j^2 dS dl dt = \rho j^2 dV dt.$$

Кількість теплоти, що виділяється за одиницю часу в одиниці об'єму провідника, називається **питомою тепловою потужністю струму**:

$$w = \frac{\delta Q}{dV dt} = \rho j^2. \quad (4.12)$$

Виходячи з диференціальної форми закону Ома ($\vec{j} = \sigma \vec{E}$), виражаємо $\vec{E} = \frac{\vec{j}}{\sigma} = \rho \vec{j}$, і одержуємо вираз закону Джоуля–Ленца в диференціальній формі:

$$w = \vec{j} \vec{E}, \quad (4.13)$$

або

$$w = \sigma E^2 = \rho j^2. \quad (4.14)$$

Контрольні запитання

1. Як визначається робота струму?
2. Як обчислюється робота, виконана за певний проміжок часу для постійного і для змінного струму?
3. Чому дорівнює робота джерела ЕРС?
4. Що таке потужність електричного струму?

5. Чому дорівнює потужність джерела ЕРС?
6. Як визначається коефіцієнт корисної дії (ККД) джерела струму?
7. При обчисленні ККД джерела яка робота (або потужність) вважається корисною, а яка затраченою?
8. Як проявляється закон збереження енергії в електричному колі?
9. Сформулюйте закон Джоуля–Ленца
10. Чому дорівнює повна кількість теплоти, виділена в провіднику за деякий час?
11. Що таке питома теплова потужність струму?
12. Сформулюйте закон Джоуля–Ленца в диференціальній формі

ЛІТЕРАТУРА

1. Кучерук Іван Митрофанович. Загальний курс фізики: У 3 т. Т. 2. Електрика і магнетизм: навч. посіб. для студ. вищ. техн. і пед. закл. освіти / І. М. Кучерук, І. Т. Горбачук, П. П. Луцик; за ред. І. М. Кучерука. – К.: Техніка, 2001. – 452 с.
2. Serway, Raymond A. Physics for Scientists and Engineers with Modern Physics / R. A. Serway, J. W. Jewett, Jr. – 8th ed. – USA: Brooks/Cole, Cengage Learning Inc., 2010. – 1558 p.
3. Іродов Ігор Євгенович. Основні закони електромагнетизму: навч. пос. для студентів вузів / І. Є. Іродов. – 2-е вид. – М.: Вищ. шк., 1991. – 289 с.