

УДК 004.05

Д.т.н., проф. Романкевич В.О., аспірант Єрмоленко І.А.,
асистент Поліщук О. П.

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

МЕТОД ПОБУДОВИ GL-MODEЛЕЙ ДЛЯ CONSECUTIVE-K-WITHIN-M-OUT-OF-N СИСТЕМ

Abstract

Vitaliy Romankevich, professor; Ihor Yermolenko, postgraduate student;
Assistant Olena Polischuk

Method of constructing GL-models for consecutive-k-within-m-out-of-n systems

This paper is devoted to the method of constructing a GL-model of the behavior of multiprocessor systems in a failure flow. In particular, we consider consecutive-k-within-m-out-of-n systems - systems that fail when any k of m consecutive elements fail. The GL-models under construction are based on the basic models with a minimum number of lost edges. An example of building GL-models for consecutive k-within-m-out-of-n is given.

Вступ

Сучасні автоматизовані системи керування (СК) суттєво зменшили ступінь безпосередньої участі людини у функціонуванні складних технічних систем. Мінімізація залежності від людського фактору сприяє підвищенню стабільності роботи СК, а оператор, в свою чергу, виконує значно менше рутинних і повторюваних дій. Водночас, автоматизовані СК роблять можливим розв'язання завдань із високим рівнем обчислювальної складності завдяки високим обчислювальним можливостям. Як правило, такі СК побудовані на основі мікропроцесорних систем, які здатні отримувати дані від контролерів, аналізувати їх та формувати керуючі сигнали відповідно до отриманої інформації.

Іноді, аварійні відмови СК можуть спричинити масштабні матеріальні збитки та фінансові втрати, у першу чергу в галузях авіаційної й космічної техніки, енергетичних систем та інфраструктур, що мають критичне значення. Критично небезпечними є відмови в автоматизованих системах керування транспортних і авіаційних засобів. Зокрема засобів, що обладнані автопілотними технологіями, через те, що їх функціонування залежить від автономної обробки даних із зовнішнього середовища та самостійного ухвалення рішень. Як результат - вихід з ладу навіть одного модуля може

призвести до неконтрольованої втрати об'єкта або мати катастрофічні наслідки.

У зв'язку з цим особливо важливо, щоб такі системи забезпечували безперервну роботу протягом заданого часу в межах визначених умов експлуатації. Інакше кажучи, головним критерієм їхньої ефективності виступає показник надійності. Водночас навіть високонадійні СК не застраховані від відмов, а отже, першорядного значення набуває відмовостійкість — здатність системи підтримувати працездатність або швидко відновлювати її при часткових збоях.

Враховуючи ключове значення надійності й безпеки, у проектуванні таких СК застосовуються відмовостійкі багатопроцесорні системи (ВБС). Їхня архітектура ґрунтується на використанні кількох процесорів, що забезпечує працездатність навіть за умов виходу з ладу деяких з цих процесорів. При створенні ВБС першочергова увага приділяється методикам розрахунку надійності та аналізу рівня безпеки.

ВБС є базовою, якщо вона залишається працездатною за умови, що кількість відмов не перевищує певного порогу m , тобто коли кількість справних процесорів не менша за $n - m$, де n - це загальна кількість процесорів у системі. Небазові системи, на відміну від базових, можуть демонструвати різну реакцію на однакову кількість відмов залежно від конкретної їх комбінації. Зокрема, система може вийти з ладу при одному наборі m відмов і залишатися працездатною при іншому наборі тієї ж кратності.

Для аналізу надійності як базових, так і небазових ВБС розроблено широкий спектр аналітичних методів. Проте основним недоліком аналітичних підходів є те, що при зміні або при введенні додаткових умов відмов необхідно розробляти нові методи [1]. В даній роботі розглянемо consecutive- k -within- m -out-of- n системи [2], які виходять з ладу при відмові будь-яких k з m послідовних компонентів.

Іншим підходом до оцінювання надійності ВБС є метод статистичного моделювання поведінки системи у потоці відмов. Статичне моделювання, на відміну від аналітичних методів, не потребує значних перерахунків при зміні умов виходу системи з ладу. Графо-логічна модель (GL-модель) [3] може бути використана як модель поведінки ВБС у потоці відмов. GL-модель являє собою неорієнтований граф, ребрам якого приписано булеві функції. Аргументами цих функцій виступають змінні x_i , що формують вектор стану системи в якому $x_i = 1$ означає, що процесор справний, а $x_i = 0$ - що процесор, що відмовив. Якщо значення функції, призначеної ребру, дорівнює нулю, відповідне ребро вилючається з графа. Втрата зв'язності графа інтерпретується як відмова всієї системи.

Постановка задачі

Незважаючи на наявність вже відомих методів для розрахунку надійності consecutive-k-within-m-out-of-n систем, недоліком аналітичних підходів є те, що навіть при незначній зміні конфігурації системи, необхідно буде розробляти окремий метод. Також consecutive-k-within-m-out-of-n система може бути частиною більшої системи, в якій кожна підсистема виходить з ладу за різних умов. У такому випадку, аналітичні розрахунки для всієї системи можуть мати велику складність. GL-моделі універсальні, і можуть застосовуватись до різних типів систем. Всі зміни умов виходу з ладу системи відобразити на GL-моделі відносно просто, в той час як аналітичні методи можуть потребувати значних перерахунків. З цього випливає, що основна мета роботи – розробити метод побудови GL-моделей для consecutive-k-within-m-out-of-n систем.

МВР-моделі

В основі GL-моделей для consecutive-k-within-m-out-of-n систем лежать МВР-моделі (мінімум втрачених ребер) [4]. Такі моделі втрачають одне ребро при m відмовах, і два ребра при $m+1$ відмовах. Якщо кількість відмов менше m , граф моделі не втрачає ребра.

Consecutive-k-within-m-out-of-n системи

GL-модель базової системи, що складається з N процесорів та залишається працездатною при відмові більше ніж m компонентів, позначатимемо як $K(m, N)$.

Загальну кількість ребер в графі, і, відповідно, кількість реберних функцій можна порахувати за формулою:

$$\rho(m, n) = n - m + 1$$

Розглянемо загальний підхід до побудови GL-моделі для consecutive-k-within-m-out-of-n систем. Як вже було зазначено вище, такі системи виходять з ладу при відмові будь-яких k з m послідовних елементів. Або, можна сказати, що система залишається у робочому стані доки у «вікні» розміром m залишаються $m - k + 1$ робочих елементів. Тому, розпочнемо побудову GL-моделі всієї системи з побудови підмоделі K_1 для перших m елементів. Підмодель K_1 також є GL-моделлю. Наступним кроком побудуємо модель K_2 для елементів від 2 до $m+1$. Будемо будувати моделі для всіх елементів зі зміщенням, до поки не дійдемо до останніх m елементів. Кількість підмоделей можна порахувати за формулою:

$$C = n - m + 1.$$

Тобто:

$$K = \{K_i \mid i = 1, 2, \dots, n - m + 1\},$$

де

$$K_i = K(x_i, x_{i+1}, \dots, x_{i+m-1}).$$

Далі, об'єднаємо всі отримані підмоделі $K_1 - K_{n-m+1}$ у GL-модель K . Побудуємо граф отриманої моделі, який, фактично, буде складатись з об'єднання графів підмоделей у одній точці. Отримана модель відповідає поведінці consecutive-k-within-m-out-of-n системи в потоці відмов.

Приклад

Нехай задана consecutive-k-within-m-out-of-n система, що складається з восьми процесорів і чотирьох датчиків (рис. 1). До кожного датчику під'єднано 5 процесорів. Для коректної обробки даних з датчика, необхідно щоб у робочому стані залишались хоча б 3 з 5 під'єднаних до датчика процесорів. Тобто, $n = 8, m = 5, k = 3$.

Оскільки $m = 5$, то почнемо з побудови GL-моделі для перших 5 процесорів. Тобто система може витримати

$$M = k - 1 = 3 - 1 = 2$$

відмов на відрізку довжиною m . Загальна кількість підмоделей буде:

$$C = n - m + 1 = 8 - 5 + 1 = 4.$$

Як вже було зазначено вище, метод побудови GL-моделей для consecutive-k-within-m-out-of-n систем ґрунтується на МВР-моделях, тож побудуємо МВР модель $K_1(2, 5)$. Кількість реберних функцій, і, відповідно, ребер у графі, буде:

$$\rho(2,5) = 5 - 2 + 1 = 4.$$

Визначимо реберні функції K_1 :

$$\begin{aligned} f_1 &= x_1 \vee x_2; \\ f_2 &= x_1 x_2 \vee x_3 x_4 x_5; \\ f_3 &= x_3 \vee x_4; \\ f_4 &= x_3 x_4 \vee x_5. \end{aligned}$$

Інші підмоделі будуть повністю повторювати K_1 зі зміщенням. Відповідно реберні функції K_2 будуть:

$$\begin{aligned} f_5 &= x_2 \vee x_3; \\ f_6 &= x_2 x_3 \vee x_4 x_5 x_6; \\ f_7 &= x_4 \vee x_5; \\ f_8 &= x_4 x_5 \vee x_6. \end{aligned}$$

K_3 :

$$\begin{aligned} f_9 &= x_3 \vee x_4; \\ f_{10} &= x_3 x_4 \vee x_5 x_6 x_7; \\ f_{11} &= x_5 \vee x_6; \\ f_{12} &= x_5 x_6 \vee x_7. \end{aligned}$$

K_4 :

$$\begin{aligned} f_{13} &= x_4 \vee x_5; \\ f_{14} &= x_4 x_5 \vee x_6 x_7 x_8; \end{aligned}$$

$$f_{15} = x_6 \vee x_7;$$

$$f_{16} = x_6 x_7 \vee x_8.$$

Модель K , що відповідає поведінці всієї системи в потоці відмов, буде об'єднанням всіх вище визначених реберних функцій. Побудуємо граф моделі K (рис. 2).

Впевнимось, що отримана модель відповідає поведінці заданої системи в потоці відмов. Наприклад, граф втратить зв'язність на таких векторах, як 00011111, 11010101, 11100011, 11101100, 10011011, 00101001, 10000111. Тобто, на всіх векторах, що відповідають умові виходу з ладу consecutive-3-within-5-out-of-8 системи: відмова трьох з п'яти послідовних елементів. При цьому, зв'язність графа зберігається на таких векторах: 10011111, 01101011, 00111001.

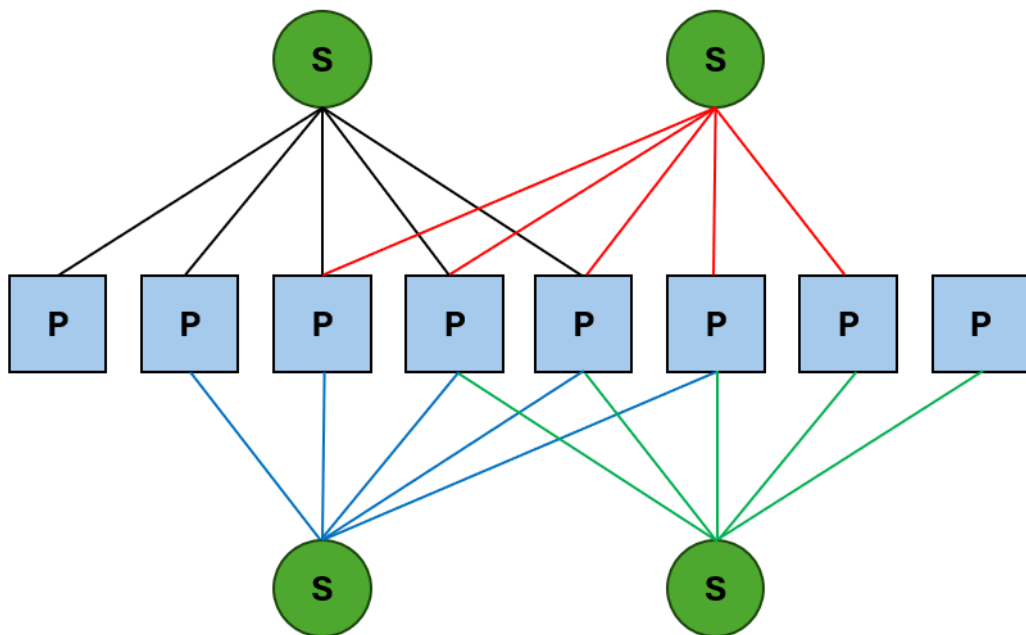


Рис. 1. Приклад consecutive-3-within-5-out-of-8 системи

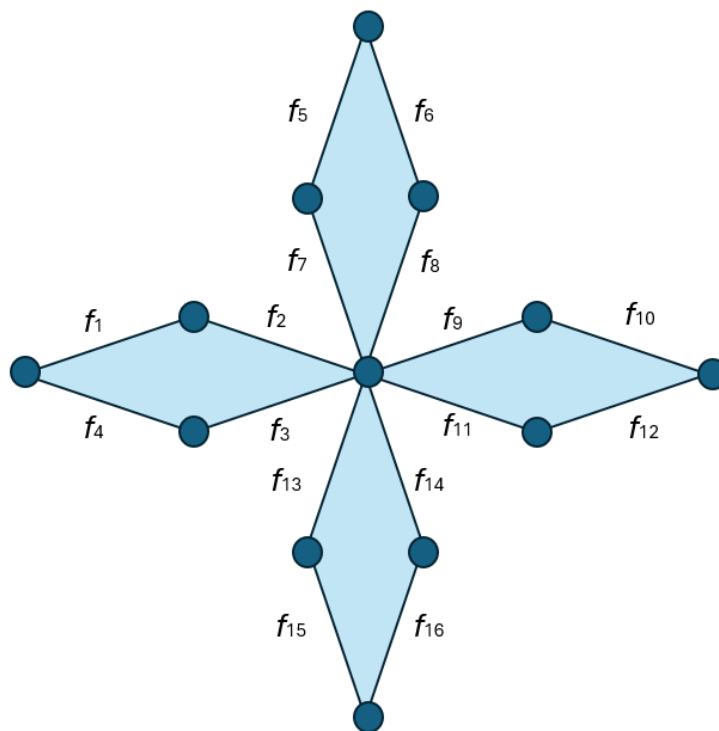


Рис. 1 Граф GL-моделі consecutive-3-within-5-out-of-8 системи

Висновки

Запропоновано метод побудови GL-моделей для consecutive-k-within-m-out-of-n систем. Такі системи виходять з ладу при відмові будь-яких k з m послідовних елементів.

Метод побудови моделі базується на використанні МВР-моделей. Наведено приклад побудови моделі для consecutive-k-within-m-out-of-n системи, яким продемонстровано, що отримана модель відповідає заданій системі.

Подальші дослідження можуть стосуватись питань побудови GL-моделей для інших видів небазових k-out-of-n систем.

Література

1. Peiravi A., Nourelfath M., Kazemi Zanjani, M. Redundancy strategies assessment and optimization of k-out-of-n systems based on Markov chains and genetic algorithms // *Reliability Engineering & System Safety*. – 2022 – Vol. 221, Article ID 108277.
2. Torrado N. Tail behavior of consecutive 2-within-m-out-of-n systems with nonidentical components // *Applied Mathematical Modeling*. – 2015 – Vol. 39 (15). – P. 4586-4592.

3. *Романкевич А.М., Карачун Л.Ф., Романкевич Л.Ф.* Графо-логические модели для анализа сложных отказоустойчивых вычислительных систем // Электронное моделирование. — 2001. — Т. 23, № 1. — С. 102-111.
4. *Романкевич В. А., Потапова Е. Р., Бахтари Хедаятоллах, Назаренко В. В.* GL-модель поведения отказоустойчивых многопроцессорных систем с минимальным числом теряемых рёбер // Вісник НТУУ “КПІ” – Інформатика, управління та ОТ. — 2006. — № 45. — С. 93-100.