

УДК 532.516

DOI: <http://dx.doi.org/>

**Гришин Н. В.**<sup>1</sup>, *інженер 1 категорії,*  
**Приходько А. А.**<sup>2</sup>, *професор, д. ф.-м. н.*

---

<sup>1</sup> *Государственное предприятие «Конструкторское бюро «Южное» им. М. К. Янгеля»*

<sup>2</sup> *Днепропетровский университет им. Олеся Гончара*

---

**СЕКЦИОНИРОВАНИЕ НАБЕГАЮЩЕГО ПОТОКА ПРИ СВЕРХЗВУКОВОМ ПОПЕРЕЧНОМ ОБТЕКАНИИ КРУГОВОГО ЦИЛИНДРА**

---

**En**

The numerical simulation results of supersonic incident flow along a cross circular cylinder of different length in Mach number range from 2.5 up to 3.5 with Reynolds number  $Re = 2 \cdot 10^6$  are presented in the article. Numerical simulation was carried out using unsteady three-dimensional Reynolds-averaged Navier–Stokes equations for compressible fluid. For the equation system closure four turbulence models such as SST (Shear Stress Transport), SAS SST (Scale-Adaptive Simulation Shear Stress Transport), DES (Detached Eddy Simulation) and LES (Large Eddy Simulation) were used. The numerical solution of the reference equations was obtained due to a control volume approach. In the calculations numerical methods that have the second order of approximation by space variables were used. The solution is presented to the task in three dimensional statement of flow around the infinite cylinder.

Due to the results of the numerical modeling the availability of large-scale vortexes that bring to a sectioning of the incident flow was discovered. In process of streamlining the flow is divided into equal segments (sections) along the cylinder. Formed sections of the flow are structured along the cylinder and have the equal scale.

The influence of the cylinder length on a sectioning scale and structure is considered. The numerical simulation results of the supersonic incident flow sectioning along a cross cylinder with the length  $6d$ ,  $4d$  and  $2d$  (where  $d$  is a diameter of current cylinder) are presented in the article. In this case the size of control volumes along the cylinder is constant. In addition Mach number influence on the sectioning scale and structure is considered. Mach number effect on origin and attenuation is done for the cylinder length  $4d$  in Mach number range from 2.5 up to 3.5 with the constant Reynolds number.

Also the causes of sectioning generating of the supersonic incident flow along the cross cylinder are discussed. The possible causes are space discontinuity of incident flow, flow instability in an area of the front critical point and interaction between the shock wave and vortex flow in a shock layer.

**Ua**

Наведені результати числового моделювання поперечного обтікання кругового циліндра надзвуковим потоком. За умови числового моделювання застосовувались нестационарні тривимірні осередненні за Рейнольдсом рівняння Нав'є-Стокса стисливого газу. Рішення системи вихідних рівнянь знайдено за допомогою методу контрольних об'ємів. У результаті розрахунків виявлено наявність великомаштабних вихрів, які призводять до секціонування набігаючого потоку.

**Введение**

Исследование вихревых структур, возникающих при обтекании криволинейных тел, является актуальной задачей современной аэродинамики. При обтекании цилиндра наблюдаются все основные явления, присущие вязко-невязким взаимодействиям набегающего потока с телом. На сегодняшний день многие вопросы такие как, проблемы

неустойчивости и периодичности по длине цилиндра на сверхзвуковом режиме обтекания остаются мало изученными. Исследованию явления секционирования набегающего потока посвящено ряд работ. Образование трехмерных вихревых структур при поперечном обтекании цилиндра гиперзвуковым невозмущенным потоком исследовано в работе [6]. Особенности формирования и развития когерентных вихревых структур турбулентного пограничного слоя рассмотрены в работе [2]. Изучение турбулентных пограничных слоев вблизи обтекаемой поверхности представленных в работах [21; 14; 15] показали наличие низкоскоростных мелкомасштабных когерентных структур, «струи» или «жгуты». Данные структуры представляют собой вращающиеся в противоположном направлении продольные вихри [21; 16; 20]. Они зарождаются в вязком подслое и при своем перемещении вниз по потоку увеличиваются в масштабе в поперечном сечении, отходя от обтекаемой поверхности [17; 21; 18].

В данной статье представлены результаты трехмерного численного моделирования секционирования набегающего потока при сверхзвуковом обтекании поперечного кругового цилиндра различной длины в диапазоне чисел Маха от 2,5 до 3,5 и числе Рейнольдса  $Re = 2 \cdot 10^6$ .

### Постановка задачи

Численное моделирование поперечного обтекания кругового цилиндра сверхзвуковым потоком проведено с применением нестационарных трехмерных осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса для сжимаемого газа:

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}_i}{\partial x_i} = 0,$$

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u_1 \\ \rho u_2 \\ \rho u_3 \\ e \end{bmatrix}; \quad \mathbf{E}_i = \begin{bmatrix} \rho u_i \\ \rho u_i u_1 + \delta_{1i} p - \tau_{1i} \\ \rho u_i u_2 + \delta_{2i} p - \tau_{2i} \\ \rho u_i u_3 + \delta_{3i} p - \tau_{3i} \\ (e + p) u_i - u_j \tau_{ij} - q_i \end{bmatrix},$$

здесь  $t$  – время;  $x_i$  – декартовы координаты;  $u_i$  – декартовы компоненты вектора скорости;  $i, j = 1, 2, 3$  предполагается суммирование по одинаковым индексам;  $\rho$  – плотность;  $p$  – давление;  $e$  – полная энергия;  $\tau_{ij}$  – компоненты тензора сдвиговых напряжений;  $q_i$  – компоненты вектора теплового потока.

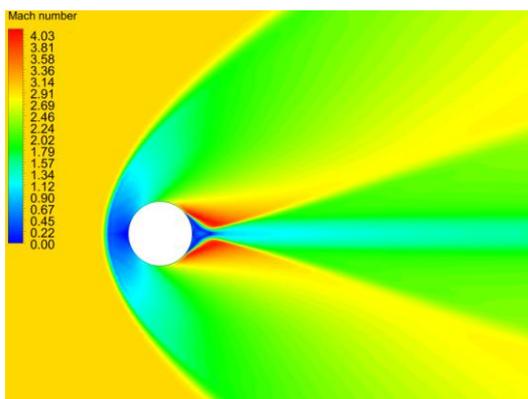
При замыкании системы уравнений использовались четыре модели турбулентности: *SST* (*Shear Stress Transport*), *SAS SST* (*Scale-Adaptive Simulation Shear Stress Transport*), *DES* (*Detached Eddy Simulation*) и *LES* (*Large Eddy Simulation*).

## Численная методика

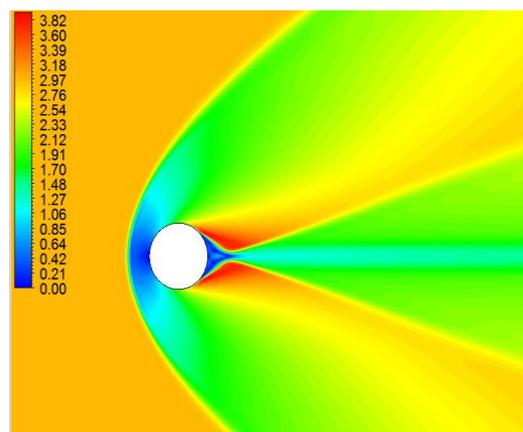
Численное решение системы исходных уравнений получено при помощи метода контрольных объемов. В расчетах использовались численные методики, имеющие второй порядок аппроксимации по пространственным переменным. Решение приведено для задач в трехмерной постановке обтекании бесконечного цилиндра. Для численного моделирования использовались три расчетные области, отличающиеся длиной цилиндра, которая составляет  $2d$ ,  $4d$  и  $6d$ , где  $d$  – диаметр цилиндра. При этом ширина контрольных объемов вдоль цилиндра остается неизменной. Таким образом, количество контрольных объемов в расчетной области составляет 676 764, 1 353 528 и 2 030 292 соответственно. Минимальный шаг пристеночной сетки выбирался из условия  $y^+ < 2$ , где  $y^+$  – толщина вязкого подслоя.

## Результаты численного моделирования

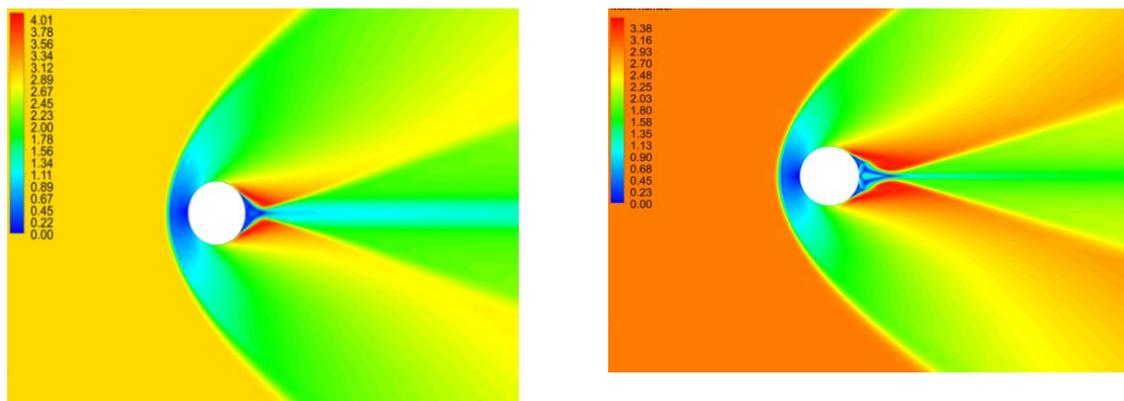
Поперечное обтекание цилиндра сверхзвуковым потоком характеризуется формированием на наветренной части, отсоединенной головной ударной волной. Течение за ударной волной, вдоль поверхности цилиндра, вплоть до угла  $45^\circ$  – дозвуковое. В данной области за цилиндром образуется веер волн разрежения и интенсивное вихревое течение. Пограничный слой отрывается от поверхности цилиндра при угле  $\sim 120^\circ$  (отсчет ведется от левой границы цилиндра, по часовой стрелке). Сложная ударно-волновая структура обтекания формируется в результате взаимодействия хвостовых скачков уплотнения. Вблизи донной части цилиндра наблюдается увеличение числа Маха (рис. 1)



а) модель турбулентности SST



б) модель турбулентности SAS SST



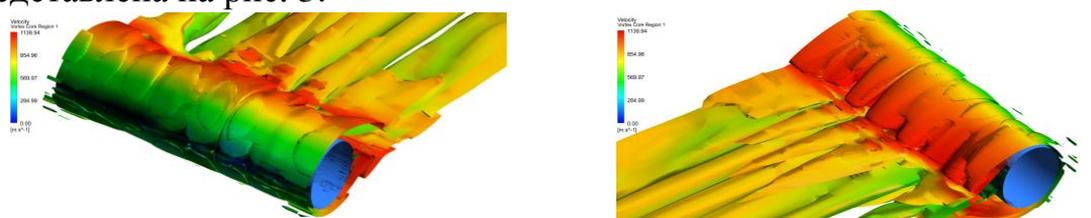
в) модель турбулентности DES

г) модель турбулентности LES

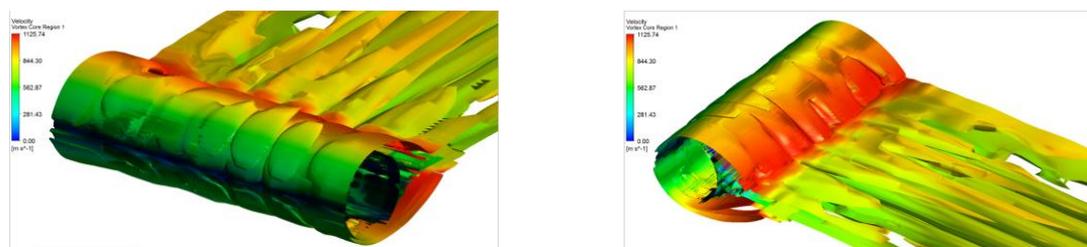
Рис. 1. Влияние модели турбулентности на распределение числа Маха при сверхзвуковом обтекании цилиндра

### Влияние моделей турбулентности на секционирование набегающего потока

По результатам численного моделирования поперечного обтекания кругового цилиндра, длиной  $4d$  сверхзвуковым потоком  $M=3$ , для разных моделей турбулентности, было обнаружено наличие крупномасштабных вихрей, приводящих к секционированию набегающего потока. В процессе обтекания поток начинает делиться на равные участки (секции) вдоль цилиндра. Образовавшиеся секции потока структурированы вдоль цилиндра и имеют одинаковый масштаб, и представлены на рис. 2. Проекция векторного поля скоростей на касательную плоскость к наветренной части цилиндра, показывающее образование вихрей, представлена на рис. 3.



а) модель турбулентности SST



б) модель турбулентности SAS SST

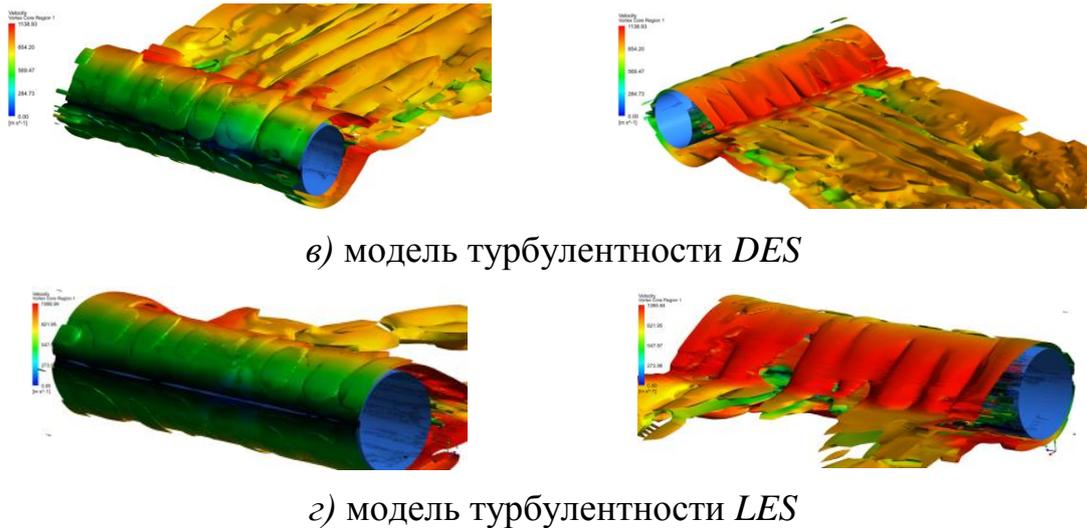


Рис. 2. Распределение изоповерхности модуля завихренности при различных моделях турбулентности

Секционирование набегающего потока на сверхзвуковом режиме обтекания цилиндра формируется в результате пространственной неоднородности набегающего потока, неустойчивости потока в области передней критической точки и взаимодействия ударной волны с вихревым течением в ударном слое [6]. Неоднородность поперечного распределения параметров особенно ярко начинает проявляться при сверх- и гиперзвуковых скоростях. Градиент параметров потока неизбежно возмущает плоскую моду обтекания трехмерными вихрями. Образовавшиеся возмущения усиливаются при обтекании затупленных тел.

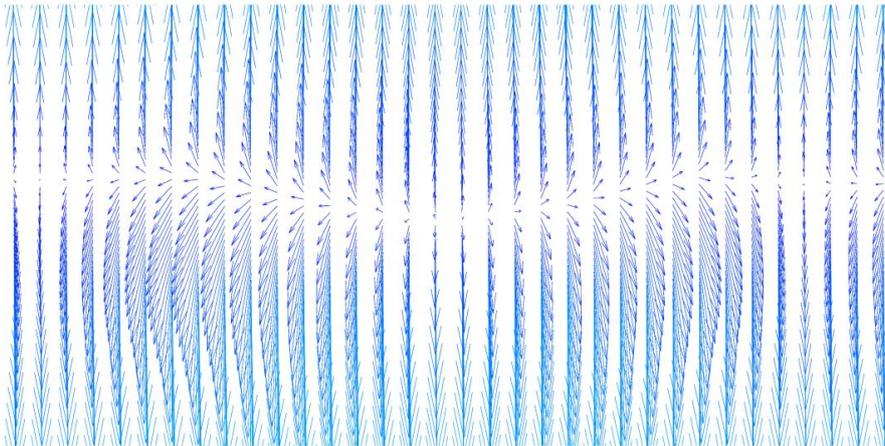


Рис. 3. Проекция векторного поля скоростей на касательную плоскость к наветренной части кругового цилиндра. Модель турбулентности *DES*

Как показали многочисленные исследования [3; 5; 10; 13; 19] поперечное обтекание цилиндра обладает свойством многократного (6 – 15 раз) усиления возмущений, вектор за-вихренности которых ориентирован перпендикулярно набегающему потоку и оси цилиндра. Пространственная

неоднородность параметров потока является лишь одной из первичных причин появления вихревых структур. Данный эффект не несет в себе механизмов самогенерации и поддержания вихревых структур, иными словами вихревая структура существует до тех пор пока существует внешнее возмущение. Поэтому рассматриваются дополнительные особенности вихреобразования как неустойчивость потока и взаимодействия ударной волны с вихревым течением, которые описывают поддержание вихревых структур за счет внутренних явлений.

В области перед точкой торможения на цилиндре, линии тока плоской моды течения имеют отрезок с положительной кривизной, и скорость здесь тоже возрастает по радиусу к центру кривизны. Вследствие этого, в области перед точкой торможения на цилиндре, течение может потерять устойчивость с последующим образованием трехмерных периодических вихревых структур [1; 6]. Сильное взаимодействие вихревых структур с головной ударной волной, приводящее к периодическому возмущению ее формы, в свою очередь служит энергетической подпиткой для вихрей. Энергетическая подпитка вихревых структур осуществляется за счет разности потерь полного давления в струйках тока, прошедших через прямые и наклонные участки ударной волны. [6]. Полученное распределение коэффициента давления на наветренной части показывает неоднородность распределения давления вдоль поверхности цилиндра, имеются возвышенности и впадины, которые соответствуют ядрам вихрей на наветренной части (рис. 4). Распределение коэффициента трения на наветренной части показывает периодичность вихревого течения на плоскую моду обтекания в поперечном сечении, вызывающую неустойчивость потока, что является причиной зарождения вихрей (рис. 5).

Сравнение различных моделей турбулентности показало, что профиль распределения числа Маха практически не отличается друг от друга, различие проявляется только в донной области за цилиндром.

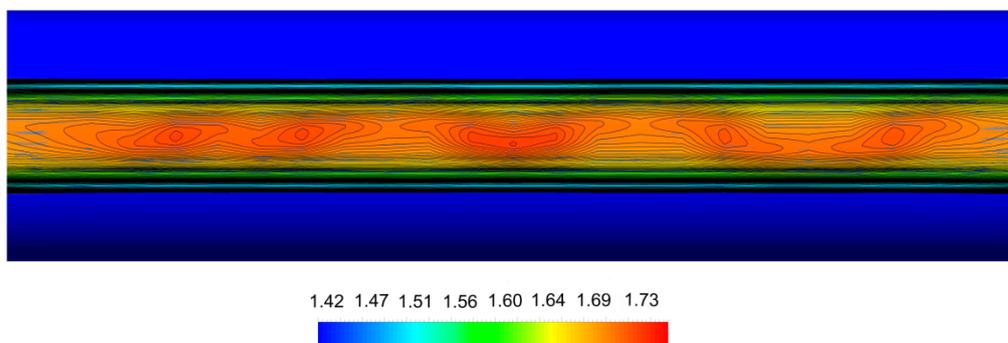


Рис. 4. Распределение коэффициента давления на наветренной части вдоль поверхности цилиндра. Модель турбулентности DES

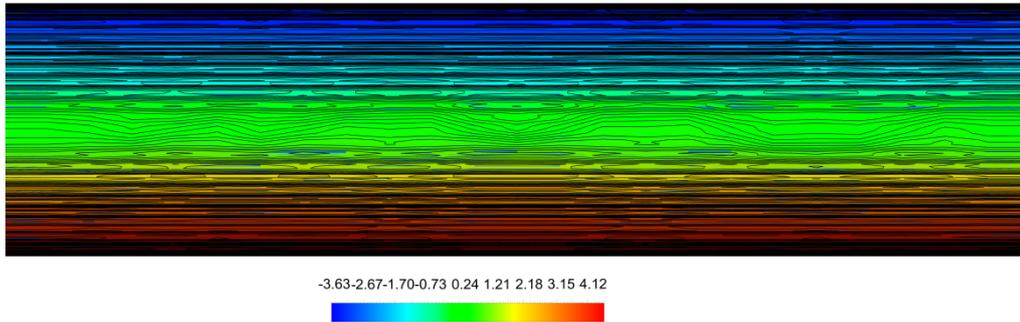
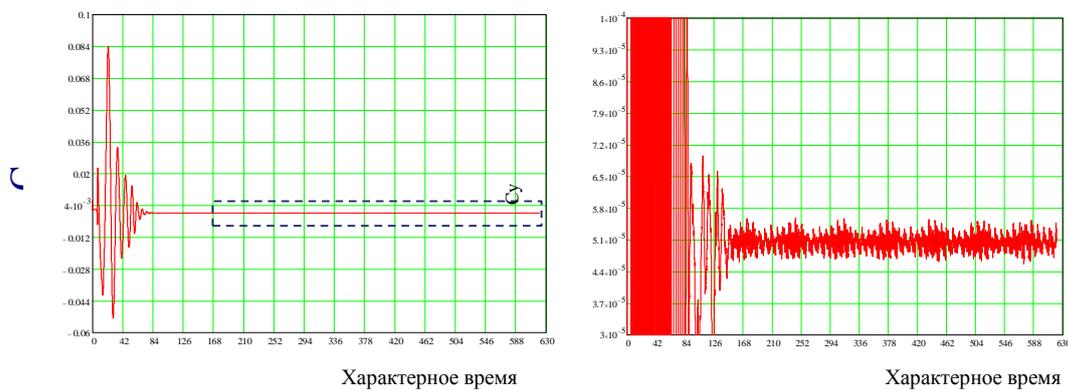


Рис. 5. Распределение коэффициента трения на наветренной части вдоль поверхности цилиндра. Модель турбулентности DES

Применение различных моделей турбулентности не оказывало влияние на секционирование потока. Различие в масштабе и структуре секций на наветренной части и в донном следе за цилиндром, вызвано различными подходами к моделированию вихрей, как в пристеночном слое, так и вдали от стенок цилиндра. Модель турбулентности *SST* показала удовлетворительные результаты в пристеночном слое. Модель турбулентности *SAS SST* позволяет исследовать формирование в потоке вихрей различных масштабов. Моделирование турбулентности с помощью отсоединенных вихрей (*DES*) является гибридной моделью, комбинирующей лучшие свойства полуэмпирических моделей на основе осредненных по Рейнольдсу нестационарных уравнений Навье-Стокса (*RANS*) и моделирования крупных вихрей (*LES*).

В результате численного моделирования обтекания цилиндра, для всех моделей турбулентности, получены следующие аэродинамические характеристики:  $C_y \approx 0$ ,  $C_x \approx 1,34 \pm 0,03$ . Наиболее характерные изменения аэродинамических коэффициентов, приведены на рис. 6.



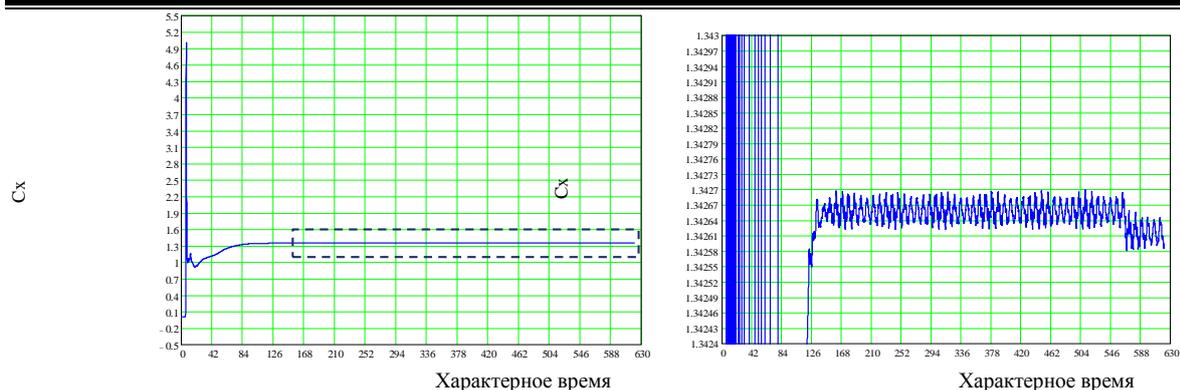
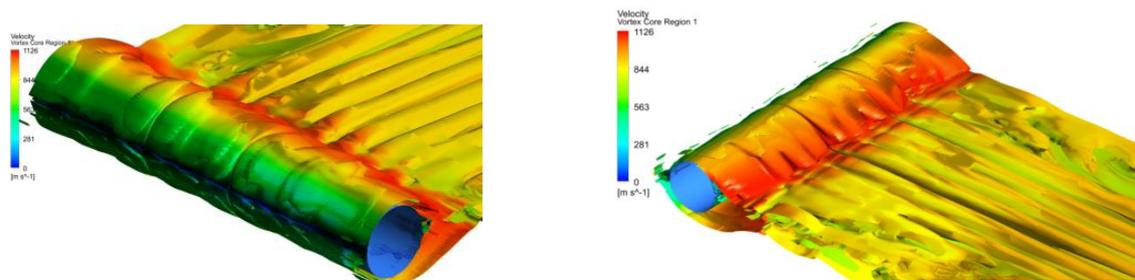


Рис. 6. Изменение аэродинамических коэффициентов. Модель турбулентности SAS SST

Проведенное численное моделирование сверхзвукового обтекания цилиндра продолжительностью в  $\sim 600$  характерных времен показало отсутствие дорожки Кармана в донном следе за цилиндром. Основные изменения коэффициентов при выходе на установившийся режим наблюдались до  $\sim 120$  характерной единицы времени, дальнейшее продолжение расчета (рис. 6) показало наличие колебаний с малой амплитудой (число Струхала  $St \approx 0,015$ ). Данных колебания говорит о присутствии мелких вихрей в донном следе за цилиндром. Крупномасштабные вихри, приводящие к секционированию набегающего потока на наветренной части цилиндра подавляют дорожку Кармана на сверхзвуковом режиме.

### Влияния длины цилиндра на масштаб и структуру секционирования

Для определения влияния длины цилиндра и размеров контрольных объемов в поперечном сечении расчетной области на изменение масштаба и количества секций потока рассмотрено численное моделирование секционирования набегающего потока при длине цилиндра  $6d$  и  $2d$ , в сравнении с моделированием при длине цилиндра  $4d$ . При этом значение чисел Маха  $M=3$  и Рейнольдса  $Re=2 \cdot 10^6$  остаются неизменными. Ширина контрольных объемов вдоль цилиндра остается также неизменной. Результаты моделирования получены для модели турбулентности SAS SST и приведены на рис. 7, 8.



а) длина цилиндра  $6d$

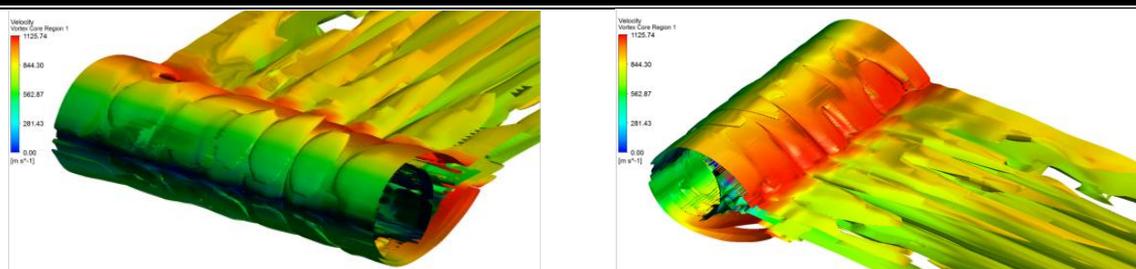
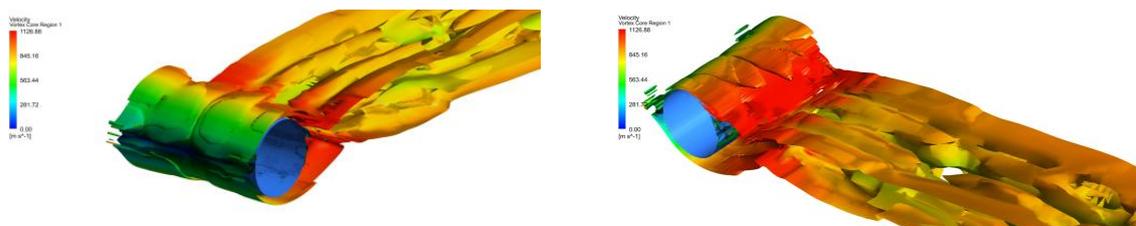
б) длина цилиндра  $4d$ в) длина цилиндра  $2d$ 

Рис. 7. Влияние длины цилиндра на распределение изоповерхности модуля завихренности. Модель турбулентности SAS SST

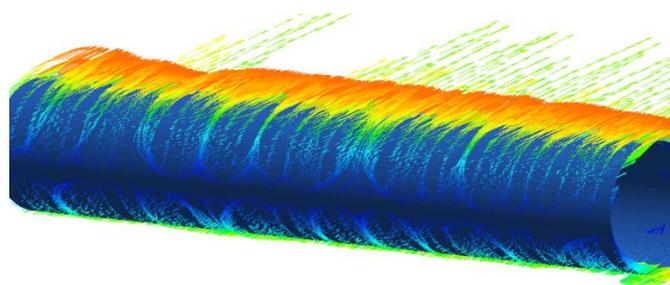


Рис. 8. Вихри на наветренной части цилиндра, расчетная схема бд. Модель турбулентности SAS SST

По результатам проведенного моделирования влияния длины цилиндра на масштаб и количество секций набегающего потока, показано изменение количества вихрей на единицу длины цилиндра. Так на цилиндре длиной  $2d$  обнаружено  $\sim 4$  секции, на цилиндре длиной  $4d$   $\sim 8$  секций, на цилиндре длиной  $6d$   $\sim 12$  секций. Поперечные размеры секций во всех рассмотренных задачах равнозначные, что позволяет сделать вывод о том, что длина цилиндра на масштаб вихрей не влияет.

### Влияние числа Маха на секционирование потока

Исследование влияния числа Маха набегающего потока на зарождение и затухание секционирования проведено на цилиндре, длиной  $4d$  в диапазоне чисел Маха от 2,5 до 3,5, при фиксированном числе Рейнольдса. Результаты моделирования получены для модели турбулентности SAS SST и приведены на рис. 9.

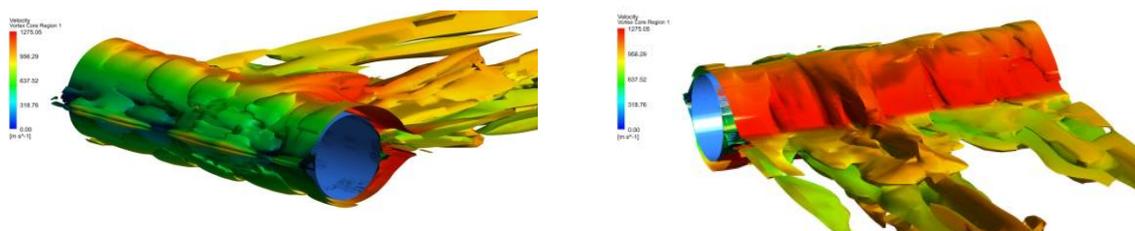
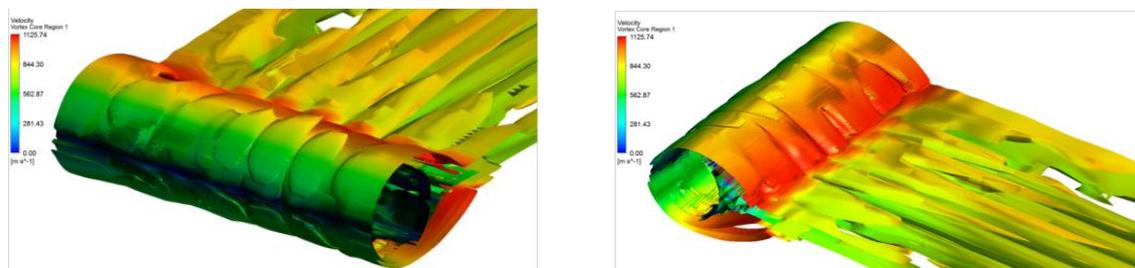
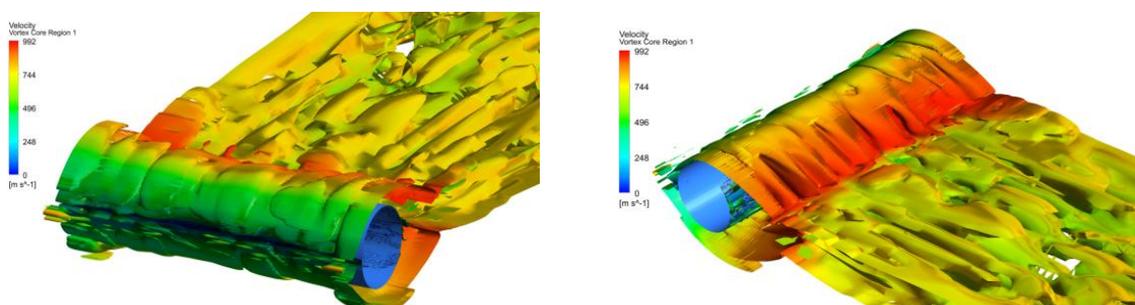
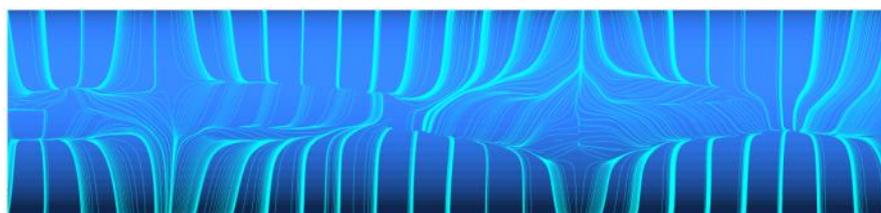
а) число Маха  $M=3,5$ а) число Маха  $M=3$ а) число Маха  $M=2,5$ 

Рис. 9. Изоповерхности модуля завихренности.

Модель турбулентности SAS SST

Анализ результатов расчета показал, что при числе Маха  $M=2,5$  происходит зарождение вихрей на наветренной части, приводящее к секционированию. Образовавшиеся вихри имеют различные размеры и неоднородную структуру. При числе Маха  $M=3,5$  наблюдается неустойчивость вихрей на наветренной части, что приводит к образованию секций потока различных масштабов. При данном числе Маха наблюдается преобразование течения предельных линий тока, что может приводить к изменению масштаба вихрей и количество секций (рис. 10). Таким образом, при числе Рейнольдса  $Re=2 \cdot 10^6$  значения чисел Маха  $M=2,5$  и  $M=3,5$  являются критическими, при которых проявляется эффект секционирования набегающего потока.

а) число Маха  $M=3,5$

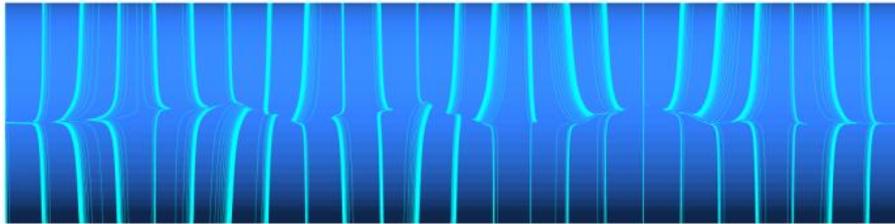
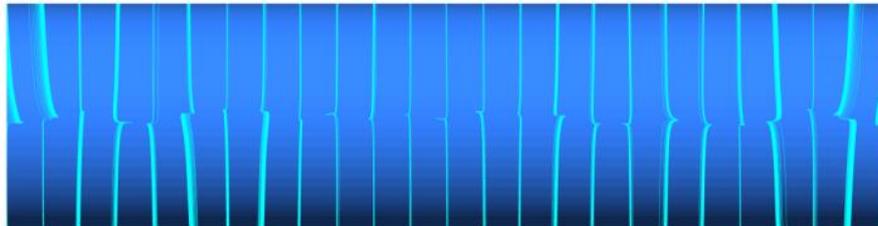
б) число Маха  $M=3$ в) число Маха  $M=2,5$ 

Рис. 10. Предельные линии тока на поверхности цилиндра.  
Модель турбулентности SAS SST

### **Выводы**

По результатам проведенных расчетов можно сделать следующие выводы:

1. На основе анализа результатов численного моделирования поперечного обтекания кругового цилиндра сверхзвуковым потоком обнаружено наличие крупномасштабных вихрей, приводящих к секционированию набегающего потока. В процессе обтекания поток делится на равные участки (секции) по длине цилиндра. Образовавшиеся секции потока имеют структурированное расположение вдоль цилиндра и равнозначный масштаб секций.
2. Секционирования потока происходит в результате пространственной неоднородности набегающего потока, неустойчивости потока в области передней критической точки и взаимодействия ударной волны с вихревым течением в ударном слое. Градиент параметров потока неизбежно возмущает плоскую моду обтекания трехмерными вихрями. Образовавшиеся возмущения усиливаются при обтекании затупленных тел. Тем не менее, неоднородность потока является внешним возмущением, приводящим к образованию вихревых структур. Механизм самогенерации и поддержания вихревых структур за счет внутренних причин описывается при помощи неустойчивости потока и взаимодействия ударной волны с вихревым течением.
3. Применяемые модели турбулентности не оказывали влияние на масштаб и количество вихрей вдоль цилиндра.
4. Длина цилиндра не оказывала влияния на масштаб поперечных вихрей и структуру секций.
5. Установлен диапазон значений чисел Маха, при которых проявляется секционирование набегающего потока.

**Список использованной литературы**

1. *Боголепов В. В.* Влияние сжимаемости на развитие вихрей Тейлора–Гертлера при больших числах Рейнольдса [Текст] // В. В. Боголепов, И. И. Липатов – Изв РАН. МЖГ. 1997. №1. С. 36-47
2. *Воскобойников В. А.* Когерентные вихревые структуры турбулентного пограничного слоя на продольно обтекаемом цилиндре [Текст]/ – Журн. ISSN 1561-9087 Прикладна гідромеханіка – 2012. –Т.14, N 1., – С. 49-62.
3. *Гертлер Г.* Проблема пограничного слоя и вопросы теплопередачи[Текст]/ В. Толмина (Пер с англ. и нем. под общ. ред В. А. Баума). М.: Госэнергоиздат, 1960. 394 с.
4. *Гарбарук, А. В.* Моделирование турбулентности в расчетах сложных течений [Текст]/А. В. Гарбарук, М. Х. Стрелец, М. Л. Шур.– С-Пб : Изд. Политех. ин-та. 2012. – 88 с.
5. *Дроздов С. М.* Генерация вихревых структур на лобовой поверхности цилиндра, поперечно обтекаемого гиперзвуковым потоком [Текст]/ – Изв. РАН. МЖГ – 2006. –№6.–С. 3-18.
6. *Дроздов С. М.* Численное моделирование трехмерных вихревых структур при поперечном обтекании цилиндра гиперзвуковым потоком [Текст]/ – Известия РАН. МЖГ – 2010. –№5.–С. 17-30.
7. *Дроздов С. М.* К проблеме неединственности стационарного гиперзвукового обтекания тел с цилиндрическим лобовым затуплением [Текст]/ – Изв. РАН. МЖГ – 2014. –№2.–С. 29-44.
8. *Дроздов С. М.* Экспериментальное моделирование трехмерных мод гиперзвукового обтекания тел с цилиндрическим лобовым затуплением [Текст]/ – Изв. РАН. МЖГ – 2014. –№4.–С. 15-26.
9. *Приходько О. А.* Численное моделирование нестационарных несжимаемых течений на основе уравнений Навье-Стокса в произвольной системе координат [Текст]/ О. А. Приходько, Д. А. Редчиц // Прикл. гидромеханика, 2005.– Т.7(79).– №1. –С. 56–71.
10. *Устинов М. В.* Восприимчивость пограничного слоя на пластине с затупленной передней кромкой к нестационарным вихревым возмущениям [Текст] // Изв.РАН.МЖГ.2002. №4. С. 56-68.
11. *Фрост У.* Турбулентность. Принципы и применение [Текст] / У. Фрост, Т. Моулден.– М.: Мир, 1980. –535с.
12. *Чжен П.* Отрывные течения [Текст]/П. Чжен. – М.: Мир, 1972–1973.– Т. 1.–3.
13. *Bae S.* Influence of inflow disturbances on stagnation-region heat transfer [Text]/ Bae S., Lele S.K., Sung H.J. // Trans. ASME. J. Heat Transfer. 2000. V. 122. №2. P. 258-265.

14. *Blackwelder R. F.* Streamwise vortices associated with the bursting phenomenon [Text]/ R. F. Blackwelder, H. Eckelmann // J. Fluid Mech.– 1979.– 94.– P. 577–594.
15. *Blackwelder R. F.* On the wall structure of the turbulent boundary layer [Text]/ R. F. Blackwelder, R. E. Kaplan // J. Fluid Mech.– 1976.– 76.– P. 89–112.
16. *Brandt L.* Streak interactions and breakdown in boundary layer flows [Text]/ L. Brandt, H. C. de Lange // Phys. Fluids.– 2008.– 20, • 024107.– P. 1–17.
17. *Cantwell B. J.* Organized motion in turbulent flow // Annu. Rev. Fluid Mech.– 1981.– 13.– P. 457–515.
18. *Corino E. R.* A vizual investigation of the wall region in turbulent flow [Text]/ E. R. Corino, R. S. Brodkey // J. Fluid Mech.– 1969.– 37.– P. 1–30.
19. *Goldstein M. E.* Distortion of a flat plate boundary layer by free-stream vorticity normal to the plate [Text]/ M. E. Goldstein, S. J. Leib, S. J. Cowley // J. Fluid Mech. 1992. V. 237. P. 231–260.
20. *Fucunishi Y., Sato H., Inoue O.* Study of developing process of coherent structures in the turbulent boundary layer // AIAA Pap.– 1985.– • 547.– P. 1–10.
21. *Kline S. J.* The structure of turbulent boundary layers [Text]/ S. J. Kline, W. S. Reynolds, F. A. Schraub, P. W. Runstadler // J. Fluid Mech.– 1967.– 30.– P. 741–773.
22. *Sume B.* Hydrodynamics around cylindrical structure [Text]/ B. Sume, J. Fredsoe. – Singapore. World Scientific, 2006. –530 p.