

**НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»**

**Навчально-науковий механіко-машинобудівний інститут
Кафедра динаміки і міцності машин та опору матеріалів**

До захисту допущено:
Завідувач кафедри
_____ Сергій ПИСКУНОВ
(підпис)

«___» _____ 2022 р.

**Дипломна робота
на здобуття ступеня бакалавра
за освітньо-професійною програмою «Динаміка і міцність машин»
спеціальності 131 «Прикладна механіка»
на тему: «Удосконалення черв'ячно-циліндричного редуктора установки
УСНС-3 для випробувань матеріалів на статичну та малоциклову міцність
за простого та складного навантаження»**

Виконала: студентка IV курсу групи МП-81 Поладько Оксана Миколаївна _____ (підпис)

Керівник: доцент, к.т.н., Коваль Віктор Вікторович _____ (підпис)

Консультант з деталей машин: к.т.н., доц. Лавренко Ярослав Іванович _____ (підпис)

Консультант з теорії мех. і машин: к.т.н., доц. Заховайко Олександр Панасович _____ (підпис)

Консультант з будівельної механіки: д.т.н., проф. Пискунов Сергій Олегович _____ (підпис)

Консультант з теорії пружності: д.т.н., проф. Бабенко Андрій Єлісейович _____ (підпис)

Консультант з чисельних методів: д.т.н., проф. Рудаков Костянтин Миколайович _____ (підпис)

Консультант з теорії коливань: д.т.н., проф. Боронко Олег Олександрович _____ (підпис)

Рецензент: д.т.н., проф. Данильченко Юрій Михайлович _____ (підпис)

Засвідчую, що у цій дипломній роботі немає
запозичень з праць інших авторів без відповідних
посилань.

Студент (-ка) _____
(підпис)

Київ – 2022 рік

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
Навчально-науковий механіко-машинобудівний інститут
Кафедра динаміки і міцності машин та опору матеріалів

Рівень вищої освіти – перший (бакалаврський)

Спеціальність – 131 «Прикладна механіка»

Освітньо-професійна програма «Динаміка і міцність машин»

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри

_____ Сергій ПИСКУНОВ
(підпис)

«__» _____ 2022 р.

ЗАВДАННЯ
на дипломну роботу студентці
Поладько Оксані Миколаївні

1. Тема роботи «Удосконалення черв'ячно-циліндричного редуктора установки УСНС-3 для випробувань матеріалів на статичну та малоциклову міцність за простого та складного навантаження», керівник роботи доцент, к.т.н., Коваль Віктор Вікторович., затверджені наказом по університету від 07.06.2022 р. № 923-с.
2. Термін подання студентом роботи 11.06.2022 р.
3. Вихідні дані до роботи: Установка УСНС-3 для механічних випробувань матеріалів в умовах складного напруженого стану, максимальний крутний момент – 80 кН, кутова швидкість захвата – 8 мм/хв.

4. Зміст роботи. В даній роботі провели вибір двигуна, розрахунок передач редуктора та їх проектування, корегування елементів зубчастої передачі та проектування корегованого евольвентного зачеплення, розрахунок ступінчастої пластини методами будівельної механіки, розрахунок прототипу конструктивного елемента методами теорії пружності, розрахунок напруженого стану випробувального зразка, визначення власних частот та відповідних власних форм коливань валу.

5. Перелік ілюстративного матеріалу (із зазначенням презентацій тощо) 7 слайдів у презентації, записка містить 98 сторінок, 22 рисунки, 10 таблиць, додаток та 16 джерел використаної літератури.

6. Консультанти розділів роботи

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	завдання прийняв
Деталі машин	Лавренко Я.І., доц.		
Теорія механізмів і машин	Заховайко О.П., доц..		
Будівельна механіка	Пискунов С.О., проф.		
Теорія пружності	Бабенко. А.Є., проф.		
Чисельні методи	Рудаков К.М., проф.		
Теорія коливань	Боронко О.О., проф.		

7. Дата видачі завдання 01.10.2021 р.

Календарний план

№ з/п	Назва етапів виконання дипломної роботи	Термін виконання етапів роботи	Примітка
1	Огляд літератури	01.12.2021 р.	
2	Виконання 1-2 розділів	01.02.2022 р.	
3	Виконання 3-4 розділів	01.04.2022 р.	
4	Виконання 5-7 розділів	01.06.2022 р.	
5	Передзахист	15.06.2022 р.	
6	Захист дипломної роботи	20.06.2022 р.	

Студент _____

Оксана ПОЛАДЬКО

Керівник _____

Віктор КОВАЛЬ

Анотація

Основним завданням бакалаврської роботи є модифікації привода випробувальної установка УСНС-3 призначена для випробувань матеріалів на статичну та малоциклову.

В роботі був модифікований привід і редуктор установки та обрані оптимальні габаритні значення вузлів. Всі елементи редуктора були накреслені в програмному комплексі КОМПАС-3D V-16.15. В роботі була проведена оптимізація зубчастого зачеплення за показниками якості зачеплення. Плиту, на якій фіксується дана установка було розраховано на міцність і жорсткість. Методами теорії пружності проведено розрахунки напружено-деформованого стану при крученні стержня моментом. За допомогою методу скінченних елементів та програмного комплексу Ansys Mechanical досліджено напружено-деформований стан тонкостінного зразка для випробувань на кручення. Методами теорії коливань визначено власні частоти та форми коливань проміжного валу редуктора. Сформовані загальні висновки по роботі.

Записка містить 98 сторінок, 22 рисунки, 10 таблиць.

Ключові слова: *випробувальна установка, редуктор, кінематична схема, циліндрична передача, черв'ячна передача, розрахунок валів, підшипники, зразок, напружено-деформований стан, опорна плита, коливання, власні частоти, власні форми.*

Робота складається з текстової та графічної частини, містить додаток зі специфікаціями до креслень.

Abstract

This bachelor work is devoted to the modification of the drive of the testing machine USNS-3 for the mechanical testing of materials under complex stress-strain state.

In that work, the drive and gearbox were modified by selection of the most optimal details and their working conditions. All elements of the gearbox were drawn in the software КОМПАС-3D V-16.15. Optimization of gearing on the indicators of gear quality was carried out in this work. Machine base plate strength and rigidity was calculated. Stress-strain state of a hollow infinite cylinder under surface axisymmetric load was calculated by the elasticity theory methods. Due to help of finite element method and Ansys Mechanical software the stress-strain state of a thin-walled specimen for tensile tests was calculated. Intermediate shaft oscillation normal modes were determined with the help of oscillation theory methods. General conclusions were formulated.

The note contains 98 pages, 22 figures, 10 tables.

Keywords: *test setup, reducer, kinematic scheme, cylindrical transmission, worm gear, calculation of shafts, substrates, sample, stress-strain state, base plate, oscillations, normal modes.*

The work consists of a text and graphic part, contains an application with drawings' specifications.

ЗМІСТ

1. ПРОЕКТУВАННЯ І РОЗРАХУНОК ПРИВОДА ВИПРОБУВАЛЬНОЇ УСТАНОВКИ УСНС-3	10
1.1. ОПИС СХЕМИ ПРОЕКТОВАНОГО ПРИВОДУ	10
1.2. ВИБІР ДВИГУНА, КІНЕМАТИЧНИЙ І СИЛОВИЙ РОЗРАХУНОК ПРИВОДА	11
1.2.1. Вибір двигуна.	11
1.2.1 Кінематичний та силовий розрахунок привода.	12
1.3. РОЗРАХУНОК ПЕРЕДАЧ	14
1.3.1. Розрахунок передачі гвинт-гайка	14
1.3.2 Розрахунок косозубої циліндричної передачі.....	18
1.3.2.1 Параметри навантаження зубчастої передачі	19
1.3.2.2 Матеріали зубчастих коліс.....	19
1.3.2.3 Допустимі напруження.....	20
1.3.2.4 Проектний розрахунок передачі.....	21
1.3.2.5 Попередні значення деяких параметрів передачі	22
1.3.2.6 Розрахунок активних поверхонь зубців на контактну витривалість.....	23
1.3.2.7 Розрахунок допустимих поверхонь зубців на контактну міцність	24
1.3.2.8 Розрахунок зубців на міцність при згині максимальним навантаженням	25
1.3.2.9 Розрахунок параметрів зубчастої передачі	26
1.3.2.10. Розрахунок сил у зачепленні передачі.....	27
1.3.3. Розрахунок черв'ячної передачі.	28
1.3.3.1. Параметри навантаження черв'ячної передачі	28
1.3.3.2. Матеріали для виготовлення черв'яка та черв'ячного колеса	29
1.3.3.3. Розрахунок допустимих напружень.....	29
1.3.3.4. Проектний розрахунок черв'ячної передачі	30
1.3.3.5. Перевірка активних поверхонь зубців черв'ячного колеса на контактну витривалість	33
1.3.3.6. Перевірка активних поверхонь зубців черв'ячного колеса на контактну міцність.....	34
1.3.3.7. Перевірка зубців черв'ячного колеса на витривалість при згині	34
1.3.3.8. Перевірка зубців на міцність при згині максимальним навантаженням	35
1.3.3.9. Розрахунок геометричних параметрів черв'ячної передачі	35
1.3.3.10. Розрахунок сил у зачепленні черв'ячної передачі	36
1.3.3.11. ККД черв'ячної передачі.....	36

1.3.3.12. Перевірка черв'яка на жорсткість	36
1.4. РОЗРАХУНОК ВАЛІВ ТА ЇХ ОПОР.....	37
1.4.1. Розрахунок швидкохідного вала	37
1.4.1.1. Проектний розрахунок і конструювання вала	37
1.4.1.2. Аналіз умов навантаження та вибір типу, розміри підшипників.....	38
1.4.2. Розрахунок проміжного валу	38
1.4.2.1. Проектний розрахунок і конструювання валу	38
1.4.2.3. Розрахунок вала на витривалість	42
1.4.2.4. Розрахунок валу на жорсткість	44
1.4.2.5. Аналіз умов навантаження та вибір типу, розміри підшипників.....	45
1.4.2.6. Розрахунок довговічності підшипника.....	46
1.4.3. Розрахунок тихохідного вала.....	47
1.4.3.1. Проектний розрахунок і конструювання вала	47
1.4.3.2. Аналіз умов навантаження та вибір типу, розміри підшипників.....	47
2. ПРОЕКТУВАННЯ КОРЕГОВАНОГО ЕВОЛЬВЕНТНОГО ЗАЧЕПЛЕННЯ ЗУБЧАСТИХ КОЛІС	49
2.1 Початкові данні і мета корегування.....	49
2.2. КОРЕГУВАННЯ В ПРОГРАМІ PROF Z	51
2.3. АНАЛІЗ ОТРИМАНИХ ДАНИХ.....	55
2.4. ПОБУДОВА ФОРМ ЗУБА ДЛЯ ШЕСТЕРНІ ТА КОЛЕСА	55
3. ПРОЕКТУВАННЯ ОПОРНОЇ ПЛИТИ	59
3.1 ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ І СИЛ	59
3.2 ВИЗНАЧЕННЯ ВЕКТОРІВ СТАНУ.....	63
3.4. ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ СТАНУ ПЛАСТИНИ	66
4. РОЗРАХУНОК ПРОТОТИПУ КОНСТРУКТИВНОГО ЕЛЕМЕНТА МЕТОДАМИ ТЕОРІЇ ПРУЖНОСТІ.....	70
4.1 ПРОВЕДЕННЯ РОЗРАХУНКІВ.....	70
5. ЧИСЛОВІ РОЗРАХУНКИ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ВИПРОБУВАЛЬНОГО ЗРАЗКА	77
5.1. ПОСТАНОВКА КРАЙОВОЇ ЗАДАЧІ ПРУЖНОСТІ.....	77
5.2. МЕТОД ОТРИМАННЯ РОЗВ'ЯЗКУ КРАЙОВОЇ ЗАДАЧІ ПРУЖНОСТІ.....	78
5.3. ВИБІР ЗРАЗКУ ТА ЙОГО ПОБУДОВА	80
5.4. РОЗРАХУНКОВА СХЕМА	82
5.5. РЕЗУЛЬТАТ РОЗРАХУНКІВ	82
6. РОЗРАХУНКИ ВЛАСНИХ ЧАСТОТ ТА ВІДПОВІДНИХ ВЛАСНИХ ФОРМ КРУТИЛЬНИХ ТА ЗГІНАЛЬНИХ КОЛИВАНЬ СИСТЕМИ З ДВОМА СТУПЕНЯМИ ВІЛЬНОСТІ.....	84

6.1 ПАРАМЕТРИ КОЛИВНОЇ СИСТЕМИ З ДВОМА СТУПЕНЯМИ ВІЛЬНОСТІ	84
6.2 РОЗРАХУНОК КРУТИЛЬНИХ КОЛИВАНЬ ЗА МЕТОДОМ РЕЛЕЯ.....	86
6.3. РОЗРАХУНОК ЗГИНАЛЬНИХ КОЛИВАНЬ.....	90
6.3.1. Визначення власних частот методом сил.....	90
6.3.2. Визначення першої власної частоти методом Релея.....	93
6.3.3. Визначення першої власної частоти методом Донкерлі.....	94
6.3.4. Порівняння результатів за трьома розрахунками.....	95
6.4. ВИСНОВКИ.....	95
СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ	96

1. Проектування і розрахунок привода випробувальної установки УСНС-3

1.1. Опис схеми проектного привода

Привод випробувальної установки містить електродвигун (Д) і три механічні передачі обертального руху: пасову передачу (1), черв'ячну передачу (2) циліндричну зубчасту передачу (3) та передачу гвинт-гайка(4).

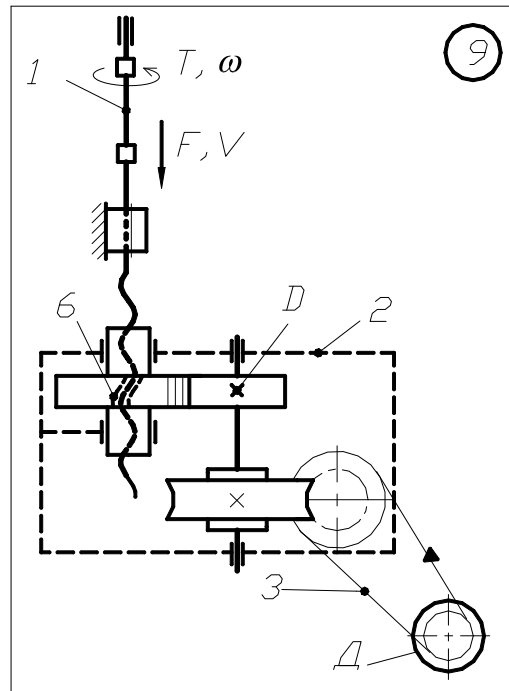


Рис.1.1. Кінематична схема приводу

Установка УСНС-3 для випробування статичної та малоцикливої міцності матеріалів за простого і складного навантаження в умовах плоского напруженого стану: 1 – двигун системи крутного моменту; 2 – черв'ячний редуктор; 3 – верхній захват; 4 – зразок; 5 – нижній захват; 6 – динамометр; 7 – рухома траверса; 8 – колони; 11 – розрізна гайка; 12 – черв'ячний редуктор осьового навантаження; 13 – станина; 14 – двигун системи осьового навантаження;

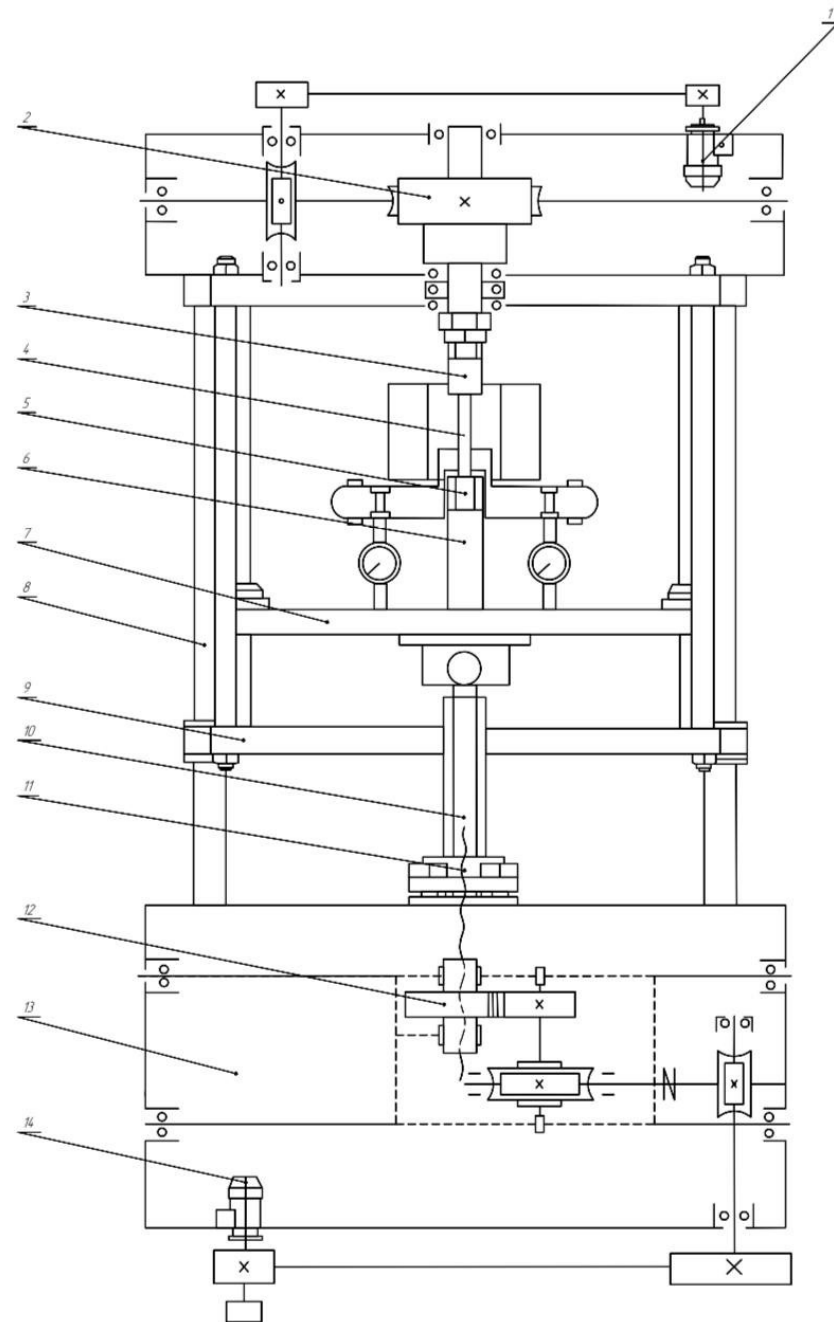


Рис.1.2. Схема цілої установки УСНС-2

1.2. Вибір двигуна, кінематичний і силовий розрахунок привода

1.2.1. Вибір двигуна.

Електродвигун для привода вибирають за потрібною потужністю на вихідному валу привода. Для вибору потужності привідного електродвигуна визначаємо загальний ККД ($\eta_{\text{заг}}$).

$$\eta_{\text{заг}} = \eta_{\text{п.п.}} \times \eta_{\text{ч.п.}} \times \eta_{\text{з.п.}} \times \eta_{\text{г.г.}} \times \eta_0^n \quad (1.1)$$

де $\eta_{п.п.}$ – ККД пасової передачі; $\eta_{ч.п.}$ – ККД черв'ячної передачі; $\eta_{з.п.}$ – ККД зубчатої передачі; $\eta_{г.г.}$ – ККД передачі «гвинт-гайка»; η_0 – ККД підшипників; n – кількість пар підшипників.

$$\eta_{заг} = 0,095 \times 0,75 \times 0,97 \times 0,6 \times 0,99^3 = 0,40236 \quad (1.2)$$

Визначаємо орієнтовне передатне відношення:

$$i' = i'_1 i'_2 i'_3, \quad (1.3)$$

де i_1 — передатне відношення пасової передачі; i_2 — передатне відношення циліндричної передачі; i_3 — передатне відношення зубчатої передачі;

$$i' = 5 \cdot 30 \cdot 5,2 = 780; \quad (1.4)$$

Орієнтовна частота обертання валу:

$$n = V/pz = 1,142; \quad (1.5)$$

$$n'_{дв} = ni' = 1,142 \cdot 780 = 891,4 \text{ хв}^{-1}; \quad (1.6)$$

Обираємо електродвигун, що відповідає вимогам зі списку двигунів наведених в [1]. Обрано двигун 4А63А6У3 з параметрами:

$$P = 180 \text{ Вт}; n = 885 \text{ хв}^{-1};$$

1.2.1 Кінематичний та силовий розрахунок привода.

Уточнюємо загальне передатне відношення після вибору двигуна:

$$i = \frac{n_{дв}}{\eta} = \frac{1370}{0.833} = 1644; \quad (1.5)$$

розбиваємо його між окремими передачами:

$$i_1 i_2 i_3 = i; \quad (1.6)$$

$i_1 = 5,2$ — передатне відношення пасової передачі; $i_2 = 30$ — передатне відношення черв'ячної передачі; $i_3 = 5$ — передатне відношення зубчатої передачі;

Визначаємо кутові швидкості усіх валів:

$$\omega_1 = \omega_{\text{дв}} = \frac{\pi \cdot n}{30} = \frac{3,14 \cdot 885}{30} = 92,63 \text{ с}^{-1}; \quad (1.7)$$

$$\omega_2 = \frac{\omega_1}{i_1} = \frac{92,63}{5,2} = 17,8134 \text{ с}^{-1}; \quad (1.8)$$

$$\omega_3 = \frac{\omega_2}{i_2} = \frac{17,8134}{30} = 0,59378 \text{ с}^{-1}; \quad (1.9)$$

$$\omega_4 = \frac{\omega_3}{i_3} = \frac{0,59378}{5} = 0,1187 \text{ с}^{-1}; \quad (1.10)$$

Потужності:

$$P_k = P_{k-1} \cdot \eta_{k-1}; \quad (1.11)$$

$$P_1 = 26,5 \text{ Вт}; \quad (1.12)$$

$$P_2 = P_1 \cdot \eta_1 = 26,5 \cdot 0,95 = 25,184 \text{ Вт}; \quad (1.13)$$

$$P_3 = P_2 \cdot \eta_2 = 18,888 \text{ Вт}; \quad (1.14)$$

$$P_4 = P_3 \cdot \eta_3 = 18,32 \text{ Вт}; \quad (1.15)$$

Крутні моменти:

$$T_1 = \frac{P_1}{\omega_1} = 0,286 \text{ Н} \cdot \text{м}; \quad (1.16)$$

$$T_2 = \frac{P_2}{\omega_2} = 1,4137 \text{ Н} \cdot \text{м}; \quad (1.17)$$

$$T_3 = \frac{P_3}{\omega_3} = 31,809 \text{ Н} \cdot \text{м}; \quad (1.18)$$

$$T_4 = \frac{P_4}{\omega_4} = 154,277 \text{ Н} \cdot \text{м}; \quad (1.19)$$

Кінематичні та силові характеристики привода наведені в таблиці 1.1.

Таблиця 1.1. Кінематичні та силові характеристики привода.

	Вали			
	I	II	III	IV
Передачі	Пасова		Черв'ячна	Циліндрична косозуба
η	0,95		0,75	0,97
i	5,20		30	5
ω , с^{-1}	92,63	17,81	0,59	0,12
T , $\text{Н} \cdot \text{м}$	0,29	1,41	31,81	154,28
P , кВт	0,03	0,03	0,02	0,02

1.3. Розрахунок передач

1.3.1. Розрахунок передачі гвинт-гайка

З умови стійкості різьби проти спрацювання середній діаметр різьби гвинта:

$$d_2 \geq \sqrt{\frac{F}{\pi \psi_H \psi_h [p]}} = \sqrt{\frac{80 \cdot 10^3}{3.14 \cdot 2 \cdot 0.5 \cdot 14}} = 28.44 \text{ мм} \quad (1.20)$$

За ГОСТ 24737-81 підбираємо трапецийдальну різьбу з найближчими параметрами – Трап 40×7.

Для гвинта: середній діаметр - $d_2 = 36,5\text{мм}$; зовнішній діаметр $d=40\text{мм}$; внутрішній діаметр - $d_1 = 32\text{мм}$; крок $P=7\text{мм}$; а висота робочого профілю становить $h=4\text{мм}$.

Для гайки: зовнішній діаметр $d'=41\text{мм}$; внутрішній діаметр $d_1'=32\text{мм}$.

Висота гайки:

$$H = \psi_H d_2 = 2 * 36.5 = 73 \text{ мм} \quad (1.21)$$

Число витків у гайці:

$$z_B = H/P = \frac{73}{7} = 10.4 \quad (1.22)$$

$$z_B \leq z_{max} = 12$$

Кут підйому витків різьби:

$$\tan \psi = \frac{P}{\pi d_2} = 0,061; \quad \psi = 3,49^\circ \quad (1.23)$$

Зведений кут тертя у різьбі при коефіцієнті тертя $f=0.1$ та куті нахилу робочої сторони профілю різьби $\delta=15^\circ$:

$$\tan \varphi' = f/\cos \delta = 0,1035; \quad \varphi' = 5,91^\circ \quad (1.24)$$

Оскільки $\varphi' > \psi$, умова гальмування різьбової пари буде виконуватися.

Запишемо розрахунковий тиск у контакті витків передачі з вибраними розмірами:

$$p = \frac{F}{\pi d_2 h z_B} = \frac{80 * 10^3}{3.14 * 36.5 * 4 * 10.4} = 16.78 \text{ МПа} > 14 \text{ МПа} \quad (1.25)$$

Потрібно обрати нові параметри гвинта та гайки:

Для гвинта: середній діаметр - $d_2 = 44\text{мм}$; зовнішній діаметр $d=48\text{мм}$; внутрішній діаметр - $d_1 = 39\text{мм}$; крок $P=18\text{мм}$; висота робочого профілю $h=4\text{мм}$.

Для гайки: зовнішній діаметр $d'=49\text{мм}$; внутрішній діаметр $d_1'=40\text{мм}$.

Висота гайки:

$$H = \psi_H d_2 = 2 * 44 = 88\text{мм} \quad (1.26)$$

Число витків у гайці:

$$z_B = H/P = \frac{88}{8} = 11 \quad (1.27)$$

$$z_B \leq z_{max} = 12$$

Кут підйому витків різьби:

$$\tan \psi = \frac{P}{\pi d_2} = 0,0579; \quad \psi = 3,14^\circ \quad (1.28)$$

Зведений кут тертя у різьбі при коефіцієнті тертя $f=0.1$ та куті нахилу робочої сторони профілю різьби $\delta=15^\circ$:

$$\tan \varphi' = f/\cos \delta = 0,1035; \quad \varphi' = 5,91^\circ \quad (1.29)$$

Оскільки $\varphi' > \psi$, умова гальмування різьбової пари виконується:

$$p = \frac{F}{\pi d_2 h z_B} = \frac{80 * 10^3}{3.14 * 44 * 4 * 11} = 13,16\text{МПа} < 14\text{МПа} \quad (1.30)$$

Стійкість витків проти спрацювання забезпечується.

Перевірка гвинта на міцність:

$$T_p = \frac{1}{2} F d_2 \tan(\psi + \varphi') = \frac{1}{2} * 80 * 10^3 * 44 * 0.16 = 281600 \quad (1.31)$$

$$\sigma = \frac{4F}{\pi d_1^2} = \frac{4*80*10^3}{3.14*39^2} = 67 \text{МПа} \quad (1.32)$$

$$\tau = \frac{16T_p}{\pi d_1^3} = \frac{16*281600}{3.14*39^3} = 24,2 \text{МПа} \quad (1.33)$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} = 79 \text{МПа} < [\sigma] = 400 \text{МПа} \quad (1.34)$$

Статична міцність гвинта забезпечується.

Перевірка гвинта на стійкість:

$$s_{\text{ст}} = \frac{F_{\text{кр}}}{F} \geq [s_{\text{ст}}] \quad \lambda = \frac{vl}{i_{\text{min}}} \quad (1.35)$$

$$J_{\text{зв}} = \frac{3,14*39^4}{64} \left(0,4 + 0,6 \frac{48}{39} \right) = 129218,85 \text{ мм}^4 \quad (1.36)$$

$$i_{\text{min}} = \sqrt{\frac{4*129218,85}{3.14*39^2}} = 10,4 \text{мм} \quad (1.37)$$

$$\lambda = \frac{0,7*0,8}{10,4*10^{-3}} = 53,85 < \lambda_{\text{гр}} = 59 \quad (1.40)$$

$$F_{\text{кр}} = \frac{3.14^2 * 2.1 * 10^5 * 129218,85}{(0.7*800)^2} = 853 \text{кН} \quad (1.41)$$

$$s_{\text{ст}} = \frac{853}{80} = 10,66 > [n_{\text{ст}}] = 4 \quad (1.42)$$

Перевірка витків гайки на зріз:

$$\tau_{\text{зр}} = \frac{80000}{3,14*40*0,65*88} = 11,14 \text{МПа} < [\tau_{\text{зр}}] \quad (1.43)$$

Визначення розмірів гайки. Зовнішній діаметр гайки:

$$D \geq \sqrt{\frac{4 \cdot 1.3 \cdot 80000}{3.14 \cdot 93.3}} + 49^2 = 61.8 \text{ мм} \quad (1.44)$$

Приймаємо $D=62 \text{ мм}$, $D_\phi = 82 \text{ мм}$.

Висота фланця гайки:

$$\delta = 0.25 \cdot H = 0.25 \cdot 88 = 22 \text{ мм} \quad (1.45)$$

$$\tau_{зр} = \frac{80000}{3.14 \cdot 62 \cdot 22} = 18.7 \text{ МПа} < [\tau_{зр}] = 25 \text{ МПа} \quad (1.46)$$

Визначення ККД передачі:

$$\eta = 0.95 \frac{0.0579}{0.16} = 0.344 \quad (1.47)$$

1.3.2 Розрахунок косозубої циліндричної передачі.

Схематичне зображення передачі наведено на Рис. 1.3

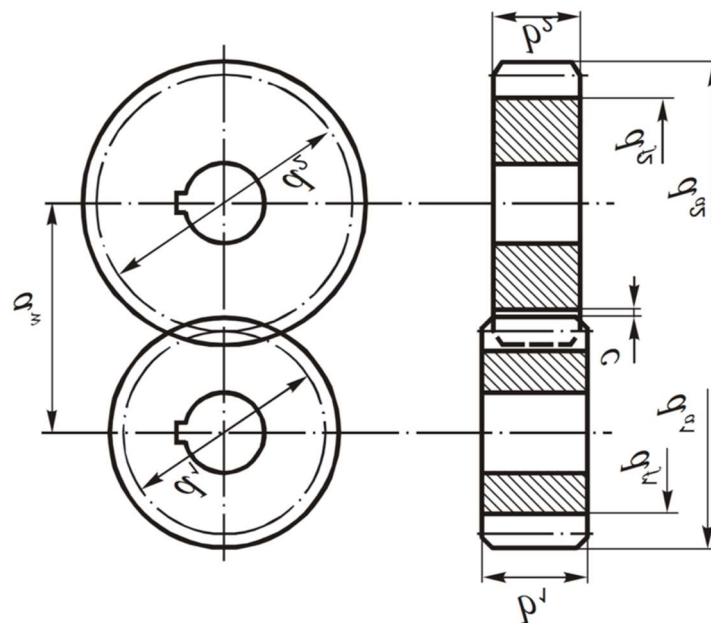


Рис. 1.3 Схема циліндричної зубчастої передачі

1.3.2.1 Параметри навантаження зубчастої передачі

Знайдемо максимальний обертовий момент при короткочасному перевантаженні до 200% :

$$T_{2max} = 2 \cdot T_2 = 63,62 \text{ Н} \cdot \text{м}; \quad (1.48)$$

Число циклів навантаження зубців шестірни та колеса за строк служби передачі:

$$N_{\Sigma 1} = \frac{1800 \cdot \omega_3 \cdot h}{\pi} = 6807692,3 \text{ циклів}; \quad (1.49)$$

$$N_{\Sigma 2} = \frac{N_{\Sigma 1}}{i} = 1361538,5 \text{ циклів}; \quad (1.50)$$

Розрахуємо еквівалентні числа циклів навантаження для розрахунків на контактну втому N_{HE} і втому при згині N_{FE} врахувавши коефіцієнти інтенсивності $K_{HE}=0,18$; $K_{FE}=0,07$ для режиму навантаження:

$$N_{HE1} = K_{HE} \cdot N_{\Sigma 1} = 1225384 \text{ циклів}; ;$$

$$N_{HE2} = K_{HE} \cdot N_{\Sigma 2} = 245076 \text{ циклів};$$

$$N_{FE1} = K_{FE} \cdot N_{\Sigma 1} = 476538 \text{ циклів};$$

$$N_{FE2} = K_{FE} \cdot N_{\Sigma 2} = 95307 \text{ циклів}; \quad (1.51)$$

1.3.2.2 Матеріали зубчастих коліс

Щоб виготовити шестерню та зубчате колесо вибираємо сталь 40Х із термообробкою – поліпшення. Для шестерні твердість поверхні зубців $H_1=280HB$, $\sigma_{b1}=900$ МПа, $\sigma_{T1}=750$ МПа; для колеса $H_2=245HB$, $\sigma_{b2}=790$ МПа, $\sigma_{T2}=640$ МПа.

1.3.2.3 Допустимі напруження

Допустимі напруження на контактну витривалість. Границя контактної витривалості зубців шестерні і колеса:

$$\begin{aligned}\sigma_{Hlimb1} &= 2 \cdot H_1 + 70 = 2 \cdot 280 + 70 = 630 \text{ МПа;} \\ \sigma_{Hlimb2} &= 2 \cdot H_2 + 70 = 2 \cdot 245 + 70 = 560 \text{ МПа;} \end{aligned} \quad (1.52)$$

Базу випробувань для матеріалів шестерні та колеса:

$$\begin{aligned}N_{HO1} &= 30 \cdot H_1^{2,4} = 30 \cdot 280^{2,4} = 2,24 \cdot 10^7 \text{ циклів;} \\ N_{HO2} &= 30 \cdot H_2^{2,4} = 30 \cdot 245^{2,4} = 1,62 \cdot 10^7 \text{ циклів;} \end{aligned} \quad (1.53)$$

Оскільки $N_{HO1} < N_{HE1}$, $N_{HO2} \leq N_{HE}$ то коефіцієнт довговічності для зубців шестерні та колеса $K_{HL} = 1$.

Прийmemo шорсткість поверхонь зубців $R_a = 1,25 \dots 0,63$. Тоді $Z_R = 1$.

Коефіцієнт запасу $S_H = 1,1$.

Допустимі контактні напруження:

$$\begin{aligned}[\sigma]_{H1} &= \frac{\sigma_{Hlimb1} \cdot Z_R \cdot K_{HL}}{S_H} = 1489 \text{ МПа;} \\ [\sigma]_{H2} &= \frac{\sigma_{Hlimb1} \cdot Z_R \cdot K_{HL}}{S_H} = 1323 \text{ МПа;} \end{aligned} \quad (1.54)$$

Розрахункове допустиме контактне напруження:

$$[\sigma]_H = 0,45([\sigma]_{H1} + [\sigma]_{H2}) = 1265,7 \text{ МПа;} \quad (1.55)$$

Перевіряємо умову:

$$[\sigma]_H \leq 1,23[\sigma]_{H2} = 1265,7 \leq 1628 \text{ МПа;} \quad (1.56)$$

Допустимі навантаження на витривалість при згині:

Границі витривалості зубців при згині для бази випробувань $N_{FO} = 4 \cdot 10^6$ [2].

$$\sigma_{Flimb1} = 1,8 \cdot H_1 = 504 \text{ МПа;}$$

$$\sigma_{Flimb2} = 1,8 \cdot H_2 = 1,8 \cdot 245 = 441 \text{ МПа}; \quad (1.57)$$

Оскільки $N_{FE1} < N_{FO}$, $N_{FE2} < N_{FO}$, то коефіцієнт довговічності для зубців шестерні та колеса $K_{FC} = 1$. Коефіцієнт запасу $S_F = 2,2$.

Допустиме напруження на втому на згині:

$$[\sigma]_{F1} = \frac{\sigma_{Flimb1} \cdot K_{FC} \cdot K_{FE}}{S_F} = 476,51 \text{ МПа};$$

$$[\sigma]_{F2} = \frac{\sigma_{Flimb1} \cdot K_{FC} \cdot K_{FE}}{S_F} = 416,95 \text{ МПа};$$

Допустиме граничне контактне навантаження:

$$[\sigma]_{Hmax} \leq 2,8 \cdot \sigma_{T2} = 2,8 \cdot 640 = 1792 \text{ МПа}; \quad (1.58)$$

Граничні допустимі напруження на згин для зубців шестерні та колеса

$$[\sigma]_{F1max} = 4,8 \frac{H_1}{S_F} = 4,8 \frac{280}{2,2} = 610,9 \text{ МПа};$$

$$[\sigma]_{F2max} = 4,8 \frac{H_2}{S_F} = 4,8 \frac{245}{2,2} = 534,54 \text{ МПа}; \quad (1.59)$$

1.3.2.4 Проектний розрахунок передачі

Обираємо коефіцієнт ширини вінця $\psi_{ba} = 0,40$

$$\psi_{bd} = 0,5 \cdot \psi_{ba} (U + 1) = 1,2; \quad (1.60)$$

В залежності від ψ_{bd} і $H < 350 \Rightarrow K_{H\beta} = 1,18$; $K_{\alpha} = 430 \text{ МПа}^{1/3}$ – для косозубого зачеплення.

Мінімальна міжосьова відстань передачі:

$$a_{\omega min} = K_{\alpha} (U + 1) \sqrt[3]{\frac{T_{1H} \cdot K_{H\beta}}{U \cdot \psi_{ba} \cdot [\sigma]_H^2}} = 57,24 \text{ мм} \quad (1.61)$$

Фактична $a_\omega = 60$ мм;

Число зубців: $z_1 = 19$; $z_2 = 95$;

Модуль зубців:

$$m'_n = \frac{2 \cdot a_\omega \cdot \cos \beta}{z_1 + z_2} = 0,97 \text{ мм}; \quad (1.62)$$

Згідно з ГОСТ приймаємо $m_n = 2,5$ мм.

1.3.2.5 Попередні значення деяких параметрів передачі

1) Ділильні діаметри шестерні та колеса:

$$d_1 = \frac{m_n \cdot z_1}{\cos \beta} = 39,337 \text{ мм};$$

$$d_2 = \frac{m_n \cdot z_2}{\cos \beta} = 196,687 \text{ мм}; \quad (1.63)$$

2) Ширина зубчатих вінців:

$$b_2 = \psi_{ba} \cdot a_\omega = 24 \text{ мм};$$

$$b_1 = b_2 + 2 \text{ мм} = 26 \text{ мм}; \quad (1.64)$$

3) Колова швидкість зубчатих коліс:

$$V = 0,5 \cdot \omega_3 \cdot d_1 = 0,01167 \frac{\text{м}}{\text{с}}; \quad (1.65)$$

Обираємо ступінь точності $n_{\text{СТ}} = 9$ для всіх показників точності зубчастих коліс і передачі [2]

4) Еквівалентна кількість числа зубців шестерні та колеса:

$$z_{V1} = z_1 = 21; \quad z_{V2} = z_2 = 105; \quad (1.66)$$

5) Коефіцієнт торцевого перекриття:

$$\varepsilon_\alpha = \left[1,88 - 3,2 \left(\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right) \right] \cos \beta = 1,617; \quad (1.67)$$

6) Колова сила у зачепленні коліс:

$$F_t = \frac{2 \cdot T_2}{d_1} = 1617,28 \text{ Н}; \quad (1.68)$$

1.3.2.6 Розрахунок активних поверхонь зубців на контактну витривалість

Для розрахунку попередньо визначимо такі коефіцієнти:

Коефіцієнт, що враховує механічні властивості матеріалів зубчастих коліс $Z_M = 275 \text{ МПа}^{1/2}$.

Коефіцієнт форми спряжених поверхонь зубців $Z_H = 1,77 \cdot \cos \beta = 1,77 \cdot 0,965 = 1,708$;

Коефіцієнт сумарної довжини контактних ліній при $\varepsilon_\beta > 0,9$,

$$Z_\varepsilon = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_\alpha}} = \sqrt{\frac{1}{1,617}} = 0,772;$$

Коефіцієнт, що враховує розподіл навантаження між зубцями в залежності від колової швидкості та ступеня точності $K_{H\alpha} = 1,07$.

Коефіцієнт, що враховує розподілення навантаження по ширині вінця $K_{H\beta} = 1,1$.

Коефіцієнт, що враховує динамічне навантаження зубців в залежності від колової швидкості, твердості зубців колеса та ступеня точності $K_{HV} = 1,03$. [2]

Питома розрахункова колова сила:

$$\omega_{Ht} = \frac{F_t}{b_2} \cdot K_{H\alpha} \cdot K_{H\beta} \cdot K_{HV} = 87,9 \frac{\text{Н}}{\text{мм}}; \quad (1.69)$$

Розрахункове контактне напруження:

$$\sigma_H = Z_M \cdot Z_H \cdot Z_\varepsilon \sqrt{\frac{\omega_{Ht}}{d_1} \cdot \frac{U+1}{U}} = 594,57 \text{ МПа}; \quad (1.70)$$

Стійкість зубців проти втомного викривування їхніх поверхонь забезпечується, оскільки $\sigma_H = 594,57 \text{ МПа}$, $[\sigma]_H = 1265,7273 \Rightarrow \sigma_H < [\sigma]_H$.

1.3.2.7 Розрахунок допустимих поверхонь зубців на контактну міцність

Під час дії перевантаження максимальне контактне напруження:

$$\sigma_{Hmax} = \sigma_H \sqrt{\frac{T_{1max}}{T_1}} = 840 \text{ МПа}; \quad (1.71)$$

Контактна міцність зубців забезпечується, оскільки:

$$\sigma_{Hmax} = 840 \text{ МПа} \leq [\sigma]_{Hmax} = 1792 \text{ МПа}; \quad (1.72)$$

Розрахунок зубців на витривалість при згині:

- Коефіцієнти форми зубців за таблицями $Y_{F1} = 3,9$; $Y_{F2} = 3,6$; [2, табл. 23.5]
- Коефіцієнт перекриття зубців $Y_\varepsilon = 1$.
- Коефіцієнт нахилу зубців $Y_\beta = 0.89$.
- Коефіцієнт, що враховує розподілення навантаження між зубцями

$$K_{F\alpha} = \frac{[4 + (\varepsilon_\alpha - 1)(n_{CT} - 5)]}{4 * \varepsilon_\alpha} = \frac{[4 + (1,602 - 1)(9 - 5)]}{4 * 1,602} = 1;$$

- Коефіцієнт нерівномірності розподілення навантаження по ширині зубчастих вінців $K_{F\beta} = 1,38$. [2]

- Коефіцієнт динамічного навантаження зубців в залежності від колової швидкості, твердості зубців колеса та ступеня точності $K_{FV} = 1,1$. [2]

Питома розрахункова колова сила:

$$\omega_{Ft} = \frac{F_t}{b_2} \cdot K_{F\alpha} \cdot K_{F\beta} \cdot K_{FV} = \frac{89,92}{74} \cdot 1 \cdot 1,38 \cdot 1,1 = 1,844 \frac{\text{Н}}{\text{мм}}; \quad (1.73)$$

Розрахункове напруження згину у зубцях шестерні та колеса:

$$\begin{aligned} \sigma_{F1} &= Y_{F1} \cdot Y_\varepsilon \cdot Y_\beta \cdot \frac{\omega_{Ft}}{m_n} = 3,9 \cdot 1 \cdot 0,89 \cdot \frac{1,844}{3} = 2,13 \text{ МПа}; \\ \sigma_{F2} &= Y_{F2} \cdot Y_\varepsilon \cdot Y_\beta \cdot \frac{\omega_{Ft}}{m_n} = 3,6 \cdot 1 \cdot 0,89 \cdot \frac{1,844}{3} = 1,97 \text{ МПа}; \end{aligned} \quad (1.74)$$

Стійкість зубців проти втомного руйнування при згині забезпечується:

$$[\sigma]_{F1} = 229 \text{ МПа}; \quad [\sigma]_{F2} = 200 \text{ МПа};$$

1.3.2.8 Розрахунок зубців на міцність при згині максимальним навантаженням

Максимальні напруження згину можна при перевантаженні:

$$\begin{aligned} \sigma_{F1max} &= \sigma_{F1} \frac{T_{1max}}{T_1} = 2,13 \frac{4,75}{2,376} = 4,275 \text{ МПа}; \\ \sigma_{F2max} &= \sigma_{F2} \frac{T_{1max}}{T_1} = 1,97 \frac{4,75}{2,376} = 3,946 \text{ МПа}; \end{aligned} \quad (1.75)$$

Міцність зубців на згин при дії максимального навантаження також забезпечується, бо максимальні розрахункові напруження менші від граничних напружень:

$$[\sigma]_{F1max} = 610 \text{ МПа}; \quad [\sigma]_{F2max} = 534 \text{ МПа};$$

1.3.2.9 Розрахунок параметрів зубчатої передачі

1) Розміри елементів зубців:

Висота головки зубця:

$$h_a = m_n = 3 \text{ мм}; \quad (1.76)$$

Висота ніжки зубця:

$$h_f = 1,25 \cdot m_n = 1,25 \cdot 3 = 3.75 \text{ мм}; \quad (1.77)$$

Кут профілю зубців:

$$\alpha_n = 20^\circ; \quad (1.78)$$

2) Розміри вінців зубчатих коліс:

Ділильні діаметри:

$$d_1 = 52.848 \text{ мм};$$

$$d_2 = 317.09 \text{ мм}; \quad (1.79)$$

Діаметри вершин зубців:

$$d_{\alpha 1} = d_1 + 2 \cdot m_n = 58.848 + 2 \cdot 3 = 58.848 \text{ мм};$$

$$d_{\alpha 2} = d_2 + 2 \cdot m_n = 317.09 + 2 \cdot 3 = 323.09 \text{ мм}; \quad (1.80)$$

Діаметри впадин:

$$d_{f1} = d_1 - 2,5 \cdot m_n = 52.848 - 2,5 \cdot 3 = 45.348 \text{ мм};$$

$$d_{f2} = d_2 - 2,5 \cdot m_n = 317.09 - 2,5 \cdot 3 = 309.59 \text{ мм}; \quad (1.81)$$

Міжосьова відстань передачі:

$$a_{\omega} = \frac{m_n(z_1 + z_2)}{2} = \frac{4(17 + 102)}{2} = 184.97 \text{ мм}; \quad (1.82)$$

1.3.2.10. Розрахунок сил у зачепленні передачі

Колова сила:

$$F_t = 89.92 \text{ Н}; \quad (1.83)$$

Радіальна сила:

$$F_{\gamma} = \frac{F_t \cdot \operatorname{tg} \alpha_n}{\cos \beta} = \frac{89.92 \cdot \operatorname{tg} 20^{\circ}}{0.965} = 280,99 \text{ Н}; \quad (1.84)$$

Осьова сила:

$$F_a = 24.43 \text{ Н}. \quad (1.85)$$

1.3.3. Розрахунок черв'ячної передачі.

Схема даної передачі наведена на Рис. 1.4.

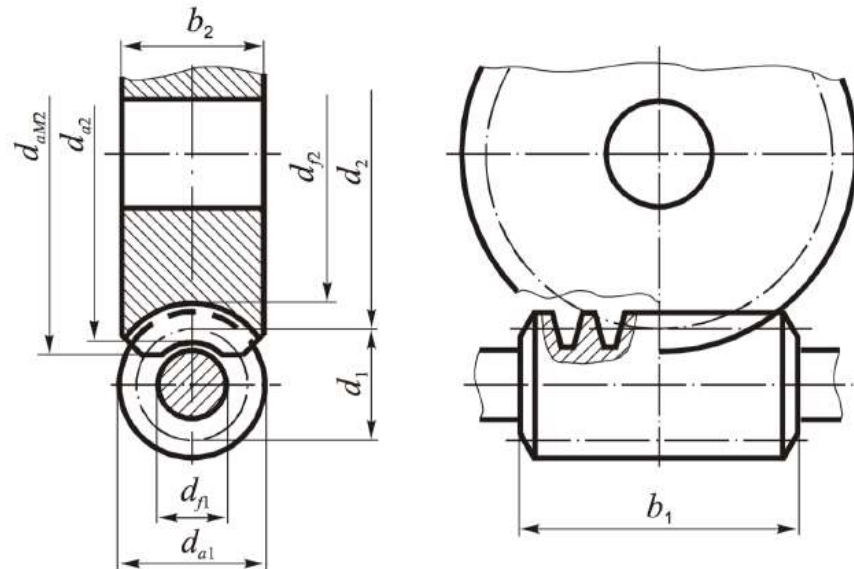


Рис. 1.4. Схема черв'ячної передачі

1.3.3.1. Параметри навантаження черв'ячної передачі

Кутова швидкість веденого вала визначається за формулою:

$$\omega_2 = \frac{\omega_1}{i} = 1,6 \text{ c}^{-1} \quad (1.86)$$

При короткочасному перевантаженні до 200% максимальний обертовий момент на веденому валу знаходимо за формулою:

$$T_{2\max} = 2T_2 = 47,7 \text{ Нм.} \quad (1.87)$$

Орієнтовна швидкість ковзання в зачепленні:

$$V_s = \left(4 \times \frac{\omega_1}{10^3}\right) \sqrt[3]{T_2} = 0,225 \text{ м/с} \quad (1.88)$$

Сумарне число циклів навантаження зубців колеса за строк служби передачі:

$$N_{\Sigma 2} = \frac{1800 \times w_2 \times h}{\pi} = 9654188 \text{ ц} \quad (1.89)$$

Для легкого режиму при коефіцієнті інтенсивності $K_{FE}=0,01$ еквівалентне число циклів навантаження зубців:

$$N_{FE2} = K_{NF} \times N_{\Sigma 2} = 96541 \text{ ц} \quad (1.90)$$

1.3.3.2. Матеріали для виготовлення черв'яка та черв'ячного колеса

Для виготовлення черв'яка візьмемо леговану сталь 40Х, термообробка – гартування із відпусканням, твердість $H_1 = 45 \dots 55 \text{ HRC}$, робочі поверхні витків шліфовані. Для вінця черв'ячного колеса із швидкістю ковзання $V_s = 0,337 \text{ м/с}$ вибираємо безолов'яну бронзу БрА9ЖЗЛ з цими характеристиками: границя міцності $\sigma_B = 500 \text{ МПа}$, границя текучості $\sigma_T = 230 \text{ МПа}$.

1.3.3.3. Розрахунок допустимих напружень

Допустимі контактні напруження. Для вінця черв'ячного колеса з безолов'яної бронзи допустиме контактне напруження визначимо за формулою (2.2.6)

$$[\sigma]_H = [\sigma]_{H0} = 300 - 25 \times V_s = 291,57 \text{ МПа} \quad (1.91)$$

Допустиме граничне контактне напруження:

$$[\sigma]_{Hmax} = 2 \times \sigma_T = 2 \times 230 = 460 \text{ МПа} \quad (1.92)$$

Допустимі напруження на згин. Для бази випробувань 10^6 та нереверсивного навантаження допустиме напруження на втому при згині:

$$[\sigma]_{F0} = 0,8 \times \sigma_B + 0,25 \times \sigma_T$$

$$[\sigma]_{F0} = 0,8 \times 500 + 0,25 \times 230 = 97,5 \text{ МПа} \quad (1.93)$$

Коефіцієнт довговічності:

$$K_{FL} = \sqrt[9]{\frac{10^6}{N_{FE2}}} = \sqrt[9]{\frac{10^6}{0,6219 \times 10^5}} = 1,296 \quad (1.94)$$

Враховуючи обмеження $0,54 \leq K_{FL} \leq 1$, беремо $K_{FL} = 1$. Тоді для зубців черв'ячного колеса допустиме напруження на втому при згині:

$$[\sigma]_F = [\sigma]_{F0} \times K_{FL} = 97,5 \text{ МПа} \quad (1.95)$$

Допустиме граничне напруження згину:

$$[\sigma]_{Fmax} = 0,8 \times \sigma_T = 0,8 \times 230 = 184 \text{ МПа} \quad (1.96)$$

1.3.3.4. Проектний розрахунок черв'ячної передачі

У проектному розрахунку визначимо мінімальну міжосьову відстань передачі. Число витків черв'яка беремо $z_1 = 2$. Тоді число зубців черв'ячного колеса $z_2 = z_1 \times i = 60$.

Мінімальна міжосьова відстань передач:

$$a_{wmin} = K_a \times \left(\frac{z_2}{q} + 1 \right) \times \sqrt[3]{\frac{T_2 \times K_{H\beta} \times q^2}{(z_2 \times [\sigma]_H)^2}} \quad (1.97)$$

де коефіцієнт $K_a = 310 \text{ МПа}^{1/3}$ – при сталевому черв'яку та бронзовому вінці колеса;

q – коефіцієнт діаметра черв'яка, $q = 14$;

T_2 – обертовий момент на валу черв'ячного колеса;

$[\sigma]_H$ – розрахункове допустиме контактне напруження;

$K_{H\beta}$ – коефіцієнт що враховує нерівномірність розподілу навантаження по ширині вінця черв'ячного колеса:

$$K_{H\beta} = 1 + \left(\frac{z_2}{\theta}\right)^3 \times (1 - k) = 1,02 \quad (1.98)$$

де θ – коефіцієнт деформації черв'яка, вибирається в залежності від z_1 і q , $\theta = 163$;

k – коефіцієнт, який враховує вплив режиму роботи передачі на припрацювання зубців, $k = 0,31$ за середнього нормального режиму навантаження.

$$a_{wmin} = 44,85 \text{ мм}$$

Модуль черв'ячної передачі:

$$m_n' = \frac{2 \times a_{wmin}}{q + z_2} = 1,21 \text{ мм} \quad (1.99)$$

Значення модуля округлимо до найближчого більшого з стандартного ряду: $m = 2$, при цьому раніше прийняте значення коефіцієнта діаметра черв'яка $q = 12$ відповідає отриманому модулю.

Уточнимо міжосьову відстань за формулою:

$$a_w' = 0,5 \times m \times (q + z_2) = 92 \text{ мм} \quad (1.100)$$

Прийmemo $a_w = 95$ мм, згідно з стандартним рядом лінійних розмірів. Маємо розбіжності між a_w' і a_w , але передачу можна вписати у вибрану міжосьову відстань a_w шляхом нарізання черв'ячного колеса зі зміщенням:

$$x = \frac{a_w}{m} - 0,5 \times (q + z_2) = -17 \quad (1.101)$$

Ділильні діаметри шестірні та колеса:

$$d_1 = m \times q = 35 \text{ мм}$$

$$d_2 = m \times z_2 = 150 \text{ мм} \quad (1.102)$$

Діаметр вершин витків черв'яка та зубців колеса:

$$d_{a1} = d_1 + 2 \times m = 40 \text{ мм}$$

$$d_{a2} = d_2 + 2 \times m(1 + 0,857) = 155 \text{ мм} \quad (1.103)$$

Ширина вінця черв'ячного колеса:

$$b_2 \leq 0,75 \times d_{a1} = 15$$

Вибираємо $b_2 = 15 \text{ мм}$.

Ділильний кут підйому лінії витка черв'яка:

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{z_1}{q} = 0,14; \gamma = 8,13^\circ \quad (1.104)$$

Швидкість ковзання у зачепленні визначається за формулою:

$$V_s = \frac{\omega_1 \times d_1}{2 \times \cos \gamma} = 0,314 \text{ м/с} \quad (1.105)$$

Ступінь точності передачі $n_{\text{ст}} = 9$.

Запишемо уточнене значення допустимого контактного напруження:

$$[\sigma]_H = [\sigma]_{H0} = 300 - 25 \times V_s = 292 \text{ МПа}$$

Еквівалентне число зубців черв'ячного колеса становить:

$$z_{v2} = \frac{z_2}{\cos \gamma^3} = 61,84 \quad (1.106)$$

Колова сила, що діє на зубці колеса:

$$F_{t2} = \frac{2 \times T_2}{d_2} = 424 \text{ кН} \quad (1.107)$$

1.3.3.5. Перевірка активних поверхонь зубців черв'ячного колеса на контактну витривалість

Умова міцності:

$$\sigma_H = Z_M \times Z_H \times Z_\varepsilon \sqrt{\frac{\omega_{Ht}}{d_2}} < [\sigma]_H \quad (1.108)$$

де Z_M – коефіцієнт, що враховує механічні властивості матеріалів черв'яка та черв'ячного колеса: для поєднання матеріалів сталь-бронза $Z_M = 210 \text{ МПа}^{1/2}$;

Z_H – коефіцієнт форми спряжених поверхонь витків черв'яка та зубців колеса:
 $Z_H = 1,8$;

Z_ε – коефіцієнт сумарної довжини контактних ліній: $Z_\varepsilon = 0,75$;

ω_{Ht} – питома розрахункова колова сила, що визначається за формулою:

$$\omega_{Ht} = \frac{F_t}{b_2} \times K_{H\beta} \times K_{Hv} = 36,27 \quad (1.109)$$

$K_{H\beta}$ – коефіцієнт що враховує нерівномірність розподілу навантаження по ширині зубчастих вінців $K_{H\beta} = 1,075$.

K_{Hv} – коефіцієнт, що враховує динамічне навантаження зубців, знаходиться за в залежності від твердості зубців, ступеня точності і колової швидкості колеса,
 $K_{Hv} = 1,15$.

Стійкість зубців проти втомного викришування їхніх активних поверхонь забезпечується, адже умова виконується $\sigma_H = 139,4 < [\sigma]_H = 280,89$.

1.3.3.6. Перевірка активних поверхонь зубців черв'ячного колеса на контактну міцність

Під час дії перевантаження максимальне контактне напруження:

$$\sigma_{Hmax} = \sigma_H \sqrt{\frac{T_{2max}}{T_2}} = 170,7 \text{ МПа} \quad (1.110)$$

Контактна міцність зубців забезпечується, оскільки:

$$\sigma_{Hmax} = 170,7 \text{ МПа} < [\sigma]_{Hmax} = 460 \text{ МПа}$$

1.3.3.7. Перевірка зубців черв'ячного колеса на витривалість при згині

Умова міцності:

$$\sigma_F = Y_F \times Y_\varepsilon \times Y_\beta \times \frac{\omega_{Ft}}{m} \leq [\sigma]_F \quad (1.111)$$

де Y_F – коефіцієнт форми зубців, який визначають залежно від еквівалентного числа зубців Z_v . $Y_F = 1,34$;

Y_ε – коефіцієнт перекриття зубців, який для прямозубих і косозубих коліс наближено беруть $Y_\varepsilon = 0,75$;

Y_β – коефіцієнт нахилу зубців, $Y_\beta = (1 - \gamma/140^\circ) / \cos \gamma = 0,945$;

ω_{Ht} – питома розрахункова колова сила:

$$\omega_{Ft} = \frac{F_t}{b_2} \times K_{F\beta} \times K_{Fv} \quad (1.112)$$

Коефіцієнти $K_{F\beta}$ і K_{Fv} вибирають аналогічно $K_{H\beta}$ і K_{Hv} , $K_{Fv} = 1,25$; $K_{F\beta} = 1,13$.

Питома розрахункова колова сила:

$$\omega_{Ht} = \frac{892.11}{27} \times 1,0.7 \times 1,15 = 40.87 \text{ Н/мм} \quad (1.113)$$

Розрахункове напруження згину:

$$\sigma_F = 13,85 \text{ МПа}$$

Стійкість зубців проти втомного руйнування при згині забезпечується, бо розрахункові напруження згину менші від відповідних допустимих напружень $[\sigma]_F = 13,85 \text{ МПа}$

1.3.3.8. Перевірка зубців на міцність при згині максимальним навантаженням

$$\sigma_{Fmax} = \sigma_F \frac{T_{2max}}{T_2} = 16,96 \text{ МПа} \quad (1.114)$$

Міцність зубців забезпечується, бо максимальні розрахункові напруження менші від гранично допустимих напружень $[\sigma]_{Fmax} = 184 \text{ МПа}$.

1.3.3.9. Розрахунок геометричних параметрів черв'ячної передачі

Розміри елементів витків черв'яка та зубців черв'ячного колеса:

– висота головки витка черв'яка та зубця колеса $h_a = m = 2,5 \text{ мм}$;

– висота ніжки $h_f = 1,2 \times m = 3 \text{ мм}$;

– висота витка та зубця $h = 2,2 \times m = 5,5 \text{ мм}$;

– розрахункова товщина витка $s = 0,5 \times \pi \times m = 3,92 \text{ мм}$;

Розміри вінців черв'яка та черв'ячного колеса:

– ділильні діаметри $d_1=35$ мм; $d_2=150$ мм (обчислені вище);

– діаметри вершин зубців $d_{a1} = 40$ мм, $d_{a2} = 155$ мм;

Оберемо $b_1 = 37$ мм.

– ширина вінця черв'ячного колеса $b_2 = 15$ мм;

– міжосьова відстань передачі $a_w = 50$ мм.

1.3.3.10. Розрахунок сил у зачепленні черв'ячної передачі

Колова сила:

$$F_{t2} = F_{a1} = 424.$$

Радіальні сили на колесі і черв'яку становитимуть:

$$F_{r1} = F_{r2} = F_{t2} \times \operatorname{tg} 20^\circ = 154 \text{ Н} \quad (1.115)$$

Осьова сила на колесі і колова сила на черв'яку:

$$F_{a2} = F_{t1} = F_{t2} \times \operatorname{tg} \gamma = 60 \text{ Н} \quad (1.116)$$

1.3.3.11. ККД черв'ячної передачі.

$$\eta = (0,95 \dots 0,96) \frac{\operatorname{tg} \gamma}{\operatorname{tg}(\gamma + \varphi')} = 0,61 \quad (1.117)$$

1.3.3.12. Перевірка черв'яка на жорсткість

Рівнодійна колової та радіальної сил на черв'яку:

$$F = \sqrt{F_{t1}^2 + F_{r1}^2} = 165,8 \text{ Н} \quad (1.118)$$

Осьовий момент інерції перерізу черв'яка дорівнюватиме:

$$J_0 = \frac{\pi \times d^4}{64} = 3.47 \times 10^4 \text{ мм}^4 \quad (1.119)$$

Візьмемо наближено відстань між опорами черв'яка

$$l \approx 0,8 \times d_2 = 0,8 \times 156 = 120 \text{ мм} \quad (1.120)$$

За модуля пружності для сталі $E = 2,1 \times 10^5$ МПа розрахункова стрілка прогину черв'яка:

$$y = \frac{F \times l^3}{48 \times E \times J_0} = 0,0008 \text{ мм} \quad (1.121)$$

Жорсткість черв'яка достатня, оскільки $y = 0,0025 \text{ мм} < [y] = 0,02 \text{ мм}$.

1.4. Розрахунок валів та їх опор

1.4.1. Розрахунок швидкохідного вала

1.4.1.1. Проектний розрахунок і конструювання вала

Для виготовлення вала берем Сталь 40Х, для якої $\sigma_B = 800$ МПа;

$$\sigma_T = 1000 \text{ МПа} [\tau] = 25 \text{ МПа}$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot T}{\pi \cdot [\tau]}} = 20 \text{ мм}; \quad (1.122)$$

З конструктивних міркувань оберемо $d = 26 \text{ мм}$.

$d_{\Pi} = 20 \text{ мм}$ - діаметр під підшипники.

1.4.1.2. Аналіз умов навантаження та вибір типу, розміри підшипників

Підбираємо підшипники кочення для вхідного вала редуктора за такими даними, одержаними при розрахунку вала:

$$R_A = \sqrt{R_{Ay}^2 + R_{Az}^2} = 716 \text{ Н}$$

$$R_B = \sqrt{R_{By}^2 + R_{Bz}^2} = 1765 \text{ Н} \quad (1.123)$$

Осьове навантаження вала $F_a = 892.11 \text{ Н}$; діаметр цапф вала для підшипників $d_n = 20$; кутова швидкість вала $\omega = 20.485 \text{ с}^{-1}$ потрібна довговічність підшипників $L_h = 10000 \text{ год.}$, при 90% надійності, типовий режим навантаження вала – легкий (А), короткочасне перевантаження до 150%, робоча температура підшипників до 50°C .

Підшипники обрано за ГОСТ 831-75.

1.4.2. Розрахунок проміжного валу

1.4.2.1. Проектний розрахунок і конструювання валу

Для виготовлення проміжного вала обираємо Сталь 45, яка володіє такими механічними характеристиками: $\sigma_b = 610 \text{ МПа}$; $\sigma_t = 363 \text{ МПа}$.

З умови міцності на кручення вираховуємо діаметр вала (приймаємо $[\tau] = 25 \text{ МПа}$):

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot T}{\pi \cdot [\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 66,31}{\pi \cdot 25}} = 23,8 \text{ мм}; \quad (1.124)$$

Обираємо $d = 42 \text{ мм}$.

$d_{\pi} = 40$ мм – діаметр під підшипники.

1.4.2.2. Перевірка статичної міцності валу

Значення сил у черв'ячному зчепленні

$F_{a1} = 424,13$ Н - осьова сила;

$F_{r1} = 154,37$ Н - радіальна сила;

$F_{t1} = 60,59$ Н - колова сила.

Сили у косозубому зчепленні:

$F_{r2} = 609,41$ Н - радіальна сила;

$F_{t2} = 1617,28$ Н - колова сила.

$F_{a2} = 433,43$ Н - осьова сила.

У XY площині:

$$\sum M_{Ai} = -M_{a1} - F_{r1}a + F_{r2}(a + b) + R_B(a + b + c) = 0;$$

$$R_B = -95,95 \text{ Н};$$

$$\sum Y_i = R_A - F_{r1} + F_{r2} + R_B = 0;$$

$$R_A = F_{r1} - R_B - F_{r2} = -359 \text{ Н};$$

У XZ площині:

$$\sum M_{Ai} = F_{t1}a - R_B(ab + c) + F_{t2}(a + b) = 0;$$

$$R_B = \frac{F_{t1}a + F_{t2}(a + b)}{a + b + c} = 1197 \text{ Н};$$

$$\sum Y_i = R_A - F_{t1} + R_B - F_{t2} = 0;$$

$$R_A = F_{t1} - R_B + F_{t2} = 480;$$

Сумарні згинальні моменти в перерізах I-I і II-II:

$$M_I = \sqrt{(M_y^I)^2 + (M_z^I)^2} = 26994,7 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{II} = \sqrt{(M_y^{II})^2 + (M_z^{II})^2} = 45917 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

Оскільки діаметри вала у перерізах I-I і II-II однакові, , а згинальний момент у перерізі II-II більший, ніж у перерізі I-I, то перевірку міцності слід виконувати для перерізу II-II.

Розрахункові схеми проміжного валу редуктора наведені на рис. 1.5.

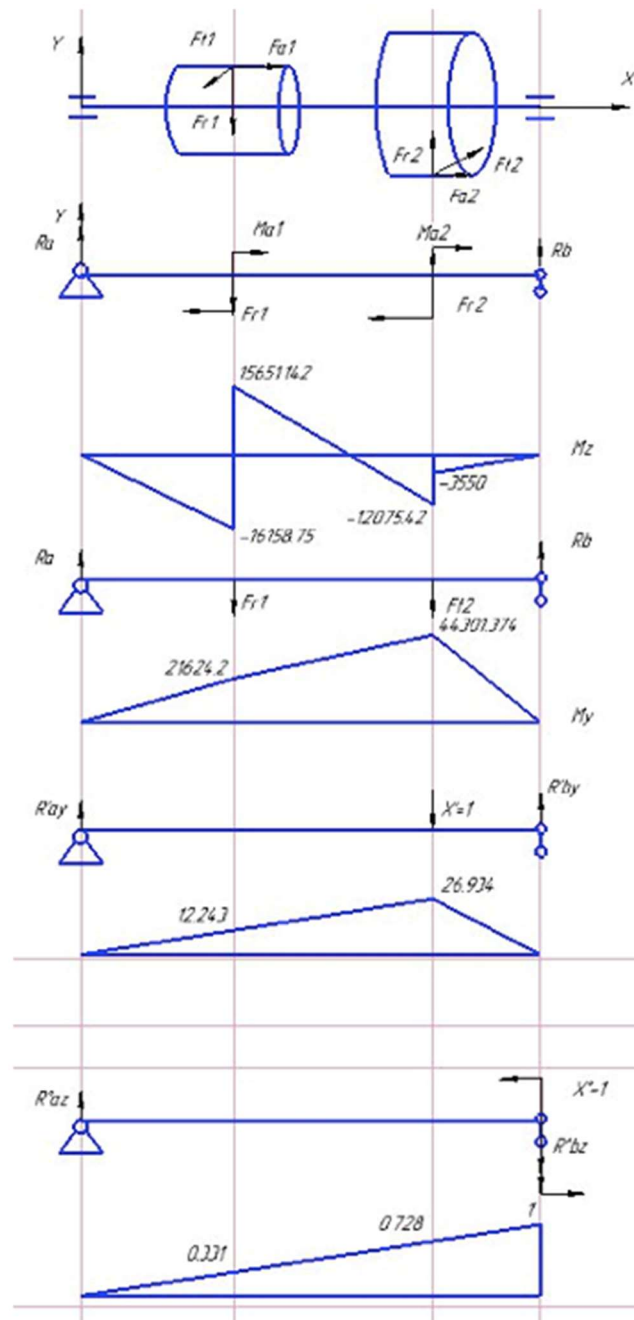


Рис. 1.5. Розрахункові схеми проміжного валу редуктора

Номінальні напруження в перерізі:

$$\sigma_{3r} = \frac{32 \cdot M}{\pi \cdot d^3} = 58,49 \text{ МПа}; \quad (1.125)$$

$$\sigma_c = \frac{4 \cdot F_a}{\pi \cdot d^2} = 1,38 \text{ МПа}; \quad (1.126)$$

$$\tau = \frac{16 \cdot T}{\pi \cdot d^3} = 20 \text{ МПа}; \quad (1.127)$$

За III-м критерієм міцності визначаємо еквівалентні напруження:

$$\sigma_{\text{екв}} = \sqrt{(\sigma_{3\Gamma} + \sigma_c)^2 + 4 \cdot \tau^2} = 72,29 \text{ МПа}; \quad (1.128)$$

Допустиме еквівалентне напруження:

$$[\sigma]_{\text{екв}} = 0,8 \cdot \sigma_T = 0,8 \cdot 363 = 290,4 \text{ МПа}; \quad (1.129)$$

Максимальне еквівалентне напруження при короткому перевантаженні:

$$\sigma_{\text{екв}}^{\text{max}} = \sigma_{\text{екв}} \cdot R_{\Pi} = 159,05 \text{ МПа}; \quad (1.130)$$

Умова статичної міцності виконується, оскільки:

$$\sigma_{\text{екв}}^{\text{max}} = 159,05 \text{ МПа} \leq [\sigma]_{\text{екв}} = 290,4 \text{ МПа}; \quad (1.131)$$

1.4.2.3. Розрахунок вала на витривалість

Границя втоми матеріалу вала для симетричного циклу:

$$\sigma_{-1} = 0,45 \cdot \sigma_H = 0,45 \cdot 610 = 274,5 \text{ МПа};$$

$$\tau_{-1} = 0,25 \cdot \sigma_H = 0,25 \cdot 610 = 152,5 \text{ МПа}; \quad (1.132)$$

Амплітуди нормальних і дотичних напружень:

$$\sigma_a = \frac{M}{W_{OH}} = 58,5 \text{ МПа}; \quad (1.133)$$

$$\tau_a = \frac{T}{W_{PH}} = 20,26 \text{ МПа}; \quad (1.134)$$

Моменти опору перерізу вала.

$$W_{OH} = 785 \text{ мм}^3;$$

$$W_{PH} = 1570 \text{ мм}^3; \quad (1.135)$$

Середнє значення нормальних та дотичних напружень:

$$\sigma_m = 1,38 \text{ МПа}; \quad (1.136)$$

$\tau_m = \tau_a = 1.751 \text{ МПа}$ – для випадку передавання навантажень;

Ефективні коефіцієнти концентрації напружень від швидкохідного паза:

$$K_\sigma = 1,70; K_\tau = 1,24;$$

Коефіцієнти чутливості матеріалу вала до симетрії циклу напружень:

$$\psi_\sigma = 0,02 + 2 \cdot 10^{-4} \sigma_B = 0,02 + 2 \cdot 10^{-4} \cdot 610 = 0,142;$$

$$\psi_\tau = 0,5\psi_\sigma = 0,5 \cdot 0,142 = 0,071; \quad (1.137)$$

Коефіцієнт, що враховує вплив абсолютних розмірів перерізу вала $K_\alpha = 0,81$;

Коефіцієнти запасу міцності за нормальними і дотичними напруженнями:

$$S_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{K_{\sigma} \cdot \sigma_a}{K_{\alpha}} + \psi_{\sigma} \cdot \sigma_m} = 2,31;$$

$$S_{\tau} = \frac{\tau_{-1}}{\frac{K_{\tau} \cdot \tau_a}{K_{\alpha}} + \psi_{\tau} \cdot \tau_m} = 4,32; \quad (1.138)$$

Сумарний коефіцієнт запасу:

$$S = \frac{S_{\sigma} \cdot S_{\tau}}{\sqrt{S_{\sigma}^2 + S_{\tau}^2}} = 2,04; \quad (1.139)$$

Загальний розрахунковий коефіцієнт запасу міцності:

$S = 2,04 > [S]_{min} = 1,5$, отже міцність вала у перерізі забезпечується.

1.4.2.4. Розрахунок вала на жорсткість

Методом Мора розрахуємо прогин. Тоді основний момент інерції перерізу вала:

$$I = \frac{\pi \cdot d^4}{64} = 7850 \text{ мм}^4; \quad E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}; \quad (1.140)$$

Прогин вала під шестернею буде: $[y] = 0,005 \cdot m = 0,02 \text{ мм}$; - допустимий прогин вала.

$$y = \sqrt{y_B^2 + y_F^2} = 0,0144 \text{ мм}; \quad (1.141)$$

$$y = 0,0144 \text{ мм} \leq [y] = 0,02 \text{ мм};$$

Повний кут нахилу:

$$\theta = \sqrt{\theta_B^2 + \theta_T^2} = 0,0011251 \text{ рад.}; \quad (1.142)$$

Тоді умова жорсткості виконується:

$$\theta = 0,0011251 \text{ рад.} \leq [\theta] = 0,001 \text{ рад.}; \quad (1.143)$$

1.4.2.5. Аналіз умов навантаження та вибір типу, розміри підшипників

Для типового режиму навантаження (СН) коефіцієнт інтенсивності: $K_e = 0,57$.

Згідно з умови роботи підшипника, беремо: $V = 1$ – обертання внутрішнього кільця підшипника, $K_\sigma = 1,5$ – коефіцієнт безпеки при короткочасних перевантаженнях до 150%, $K_T = 1$ – температурний коефіцієнт до 50°C; параметр осевого навантаження $e=0.36$.

Щоб визначити осьове навантаження R_{aB} на підшипник опори В спочатку обчислимо осеві складові сили у підшипниках опор А і В при навантаженні їх радіальними R_A і R_B :

$$F_{sA} = 0,83eR_A = 0,83 \cdot 0,36 \cdot 143,46 = 42,86 \text{ Н} \quad (1.144)$$

$$F_{sB} = 0,83eR_B = 0,83 \cdot 0,36 \cdot 916,25 = 117,56 \text{ Н}$$

Рівняння рівноваги вала:

$$F_a + R_{aA} - R_{aB} = 0$$

Якщо $R_{aA} = R_A$, то $R_{aB} = F_a + F_{sA} = 892,11 + 42,86 = 934,97 \text{ Н} >$

$$F_{sB} = 117,56 \text{ Н}$$

Отже R_{aB} знайдено вірно.

$$\frac{R_{aB}}{(VR_B)} = \frac{934,97}{(1 \cdot 393,469)} = 2,376 > e = 0,36 \quad (1.145)$$

Оберемо параметр осьового навантаження $e = 0,36$.

Оскільки відношення $\frac{R_{aB}}{(VR_B)} = 2,376 > e$ то беремо згідно з рекомендаціями $X = 0,4$; $Y = 1,5$.

Розрахункове еквівалентне навантаження на підшипники:

$$R = (X \cdot V \cdot R_r + Y \cdot R_a) K_\sigma \cdot K_T = (0,4 \cdot 1 \cdot 393,469 + 1,5 \cdot 934,94) \cdot \\ \cdot 1,5 \cdot 1 = 2339,685 \text{ Н}; \quad (1.146)$$

З урахуванням режиму навантаження протягом строку служби:

$$R_e = K_e \cdot R = 0,57 \cdot 2339,685 = 1333,6 \text{ Н};$$

1.4.2.6. Розрахунок довговічності підшипника

$$L = a_1 \times a_{23} \left(\frac{C_r}{R_E} \right)^p \\ L_h = 1745 \frac{L}{\omega} \quad (1.147)$$

де a_1 — коефіцієнт, що враховується у разі потреби мати підшипники підвищеної надійності. Для 95%-ї надійності коефіцієнт $a_1 = 1$;

a_{23} — коефіцієнт враховує якість матеріалу деталей підшипника та умови експлуатації. Для звичайних умов експлуатації серійних кулькових радіальних-упорних підшипників коефіцієнт $a_{23} = 0,7$;

p — показник степеня для кулькових підшипників $p = \frac{10}{3}$.

Розрахункова довговічність:

$$L = 1 \times 0.7 \left(\frac{78000}{1333.6} \right)^{10/3} = 542.924 \text{ млн. об.}$$

$$L_h = 1745 \times \frac{542.924}{0.525/60} = 30025 \text{ год} > 10000 \text{ год} \quad (1.148)$$

Підшипник витримає навантаження.

1.4.3. Розрахунок тихохідного вала

1.4.3.1. Проектний розрахунок і конструювання вала

Для виготовлення вала берем Сталь 45, для якої $\sigma_B = 600 \text{ МПа}$;

$\sigma_T = 355 \text{ МПа}$; $[\tau] = 25 \text{ МПа}$.

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot T}{\pi \cdot [\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 154,28}{\pi \cdot 25}} = 3,155 \text{ мм}; \quad (1.149)$$

З конструктивних міркувань оберемо $d = 65 \text{ мм}$.

$d_{\Pi} = 60 \text{ мм}$ - діаметр під підшипники.

1.4.3.2. Аналіз умов навантаження та вибір типу, розміри підшипників

Підбираємо підшипники кочення для вхідного вала редуктора за такими даними, одержаними при розрахунку вала:

$$R_A = \sqrt{R_{Ay}^2 + R_{Az}^2} = \sqrt{(-15.54)^2 + (-41.728)^2} = 44.523 \text{ Н}$$

$$R_B = \sqrt{R_{By}^2 + R_{Bz}^2} = \sqrt{(-18.37)^2 + (-48.728)^2} = 52.07 \text{ Н} \quad (1.150)$$

Осьове навантаження вала $F_a = 24.43$ Н; діаметр цапф вала для підшипників $d_n = 100$; кутова швидкість вала $\omega = 1,09$ с⁻¹ потрібна довговічність підшипників $L_h = 10000$ год., при 90% надійності, типовий режим навантаження вала – середній нормальний (СН), короткочасне перевантаження до 150%, робоча температура підшипників до 50°C. В перерізі В (оскільки для опори є найбільшим навантаженням):

$$\frac{F_a}{R_B} = \frac{24.43}{52.07} = 0.47 > 0,35 \quad (1.151)$$

Підшипники обрано за ГОСТ 27365-87.

1.5. Висновки

Проведена модернізація складових елементів приводу випробувальної установки УСНС-3. Підібраний двигун, проведений кінематичний та силовий розрахунок приводу. Розрахунки передач приводу проведені з узгодженням з нормативними документами.

Виконаний проектний розрахунок для валів редуктора і підібрані підшипники, з забезпеченням довговічності роботи.

Результатом розрахунків є складальне креслення редуктора, яке наведене в презентації, додержуючись вимог діючих стандартів.

2. Проектування корегованого евольвентного зачеплення зубчастих коліс

2.1 Початкові данні і мета корегування

Проведено аналіз спроектованої циліндричної зубчатої передачі, що входить до складу силового приводу установки УНС-3 за геометричними показниками якості зачеплення. Використаємо наступні дані:

- кількість зубців шестерні $z_1=19$ та колеса $z_2=95$
- міжосьова відстань $a_w=150$ мм;
- модуль зачеплення $m=2,5$;
- кут нахилу зубця $\beta=18,194$.

Шестерня та зубчате колесо виготовлялись з сталі 40Х з поліпшенням. Ступінь точності обираємо сьомий.

Оскільки кількості зубців шестерні і колеса більша 17, то колеса передачі передбачалось виготовляти без зміщення, адже підрізання зубців у цьому випадку відсутнє.

З допомогою програми PROF Z визначили такі показники якості для спроектованого зачеплення:

- коефіцієнти товщини зуба: $s_{k1}=0,752$, $s_{k2}=0,855$
- коефіцієнту перекриття $\varepsilon_\alpha=1,576$
- коефіцієнти питомого ковзання $\lambda_1=3,329$, $\lambda_2=0,171$
- коефіцієнт питомого тиску $\theta=0,353$

Проаналізуємо отримані дані та перевіримо коефіцієнт товщини зуба s_k . Даний коефіцієнт характеризує загострення зубця. Згідно з рекомендаціями для матеріалу з видом термообробки - поліпшення, $s_k > 0,25 \dots 0,3$. У нашому випадку s_k для колеса 0,752, для шестерні 0,855. Умови виконуються.

Коефіцієнт торцевого перекриття відповідає за те, щоб зачеплення було неперервним. Визначається він відношенням торцевого перекриття колеса φ_{a1} до його кутового кроку τ_1 :

$$\varepsilon_a = \frac{\varphi_{a1}}{\tau_1} = \frac{\varphi_{a2}}{\tau_2} \quad (2.1)$$

Для коефіцієнту перекриття ε_a скористуємось рекомендаціями для косозубого зачеплення. Ступінь точності сьомий, то ε_a має бути більше 1, в нашому випадку $\varepsilon_a = 1,576 > 1$, умова виконується.

Коефіцієнт питомого ковзання вказує ступінь ковзання зубів коліс під час зачеплення. Визначається відношенням швидкості ковзання і точці, де відбувається контакт профілів, до тангенсійної швидкості в момент контакту:

$$\lambda_1 = \frac{V_{\text{ковз}}}{V_{K1}^t} \quad \lambda_2 = \frac{V_{\text{ковз}}}{V_{K2}^t} \quad (2.2)$$

В даному випадку λ_1 і λ_2 відрізняється на порядок. Тому зношення активних частин профілів шестерні відбуватиметься швидше, ніж в колеса. Необхідно провести корекцію і обрати λ_1 і λ_2 однаковими, щоб зрівняти швидкість зношення шестерні та колеса, таким чином збільшивши загальний ресурс передачі.

Коефіцієнт питомого тиску Θ враховує кривизну профілів зубців на контактне напруження.

$$\Theta = \frac{m}{\rho_{зв}} \quad (2.3)$$

Де m - модуль зачеплення, $\rho_{зв}$ - зведений радіус кривизни зубів у точці контакту. $\Theta = 0,353$, що задовольняє умови.

Корегування проводиться для неперервності зачеплення, щоб уникнути поломки, проковзування і швидкого зношення колеса або шестерні.

2.2. Корегування в програмі PROF Z

Визначили коефіцієнти зміщень про заданій міжосьовій відстані, використовуючи програму PROF Z. Для цього в програму було введено кількість зубців, модуль зачеплення, кут нахилу зубців, а також міжосьову відстань. Діапазон коефіцієнту зміщення x_1 для першого розрахунку задається в межах від -1 до 1.

Отримані значення параметрів наведено в таблиці 2.2.1.

Таблиця 2.1. Перший розрахунок коефіцієнтів

x_1	x_2	sk_1	sk_2	ε_a	λ_1	λ_2	Θ
-1	1	0,887	0,729	1,62	-4,213	0	0,353
-0,8	0,8	0,895	0,761	1,642	-5,641	0,036	0,353
-0,6	0,6	0,884	0,79	1,645	-9,771	0,071	0,353
-0,4	0,4	0,856	0,815	1,633	-160,51	0,105	0,353
-0,2	0,2	0,812	0,837	1,609	8,219	0,138	0,353
0	0	0,752	0,855	1,576	3,329	0,171	0,353
0,2	-0,2	0,678	0,869	1,533	1,76	0,205	0,353
0,4	-0,4	0,59	0,88	1,482	0,987	0,238	0,353
0,6	-0,6	0,488	0,886	1,423	0,525	0,272	0,353
0,8	-0,8	0,373	0,889	1,356	0,219	0,306	0,353
1	-1	0,245	0,887	1,282	0	0,341	0,353

Оскільки нам необхідно знайти значення x_1 , при якому маємо максимальну збіжність коефіцієнтів питомого ковзання λ_1 і λ_2 , то проводимо другий розрахунок.

Таблиця 2.2. Другий розрахунок коефіцієнтів

x_1	x_2	sk_1	sk_2	ε_a	λ_1	λ_2	Θ
0,65	-0,65	0,461	0,887	1,407	0,438	0,28	0,353
0,665	-0,665	0,452	0,887	1,402	0,413	0,283	0,353
0,68	-0,68	0,444	0,888	1,397	0,389	0,285	0,353
0,695	-0,695	0,435	0,888	1,392	0,366	0,288	0,353
0,71	-0,71	0,427	0,888	1,387	0,343	0,291	0,353
0,725	-0,725	0,418	0,888	1,382	0,321	0,293	0,353
0,74	-0,74	0,409	0,888	1,377	0,299	0,296	0,353
0,75	-0,75	0,4	0,888	1,372	0,278	0,298	0,353
0,77	-0,77	0,391	0,889	1,367	0,258	0,301	0,353
0,785	-0,785	0,382	0,889	1,361	0,238	0,304	0,353
0,8	-0,8	0,373	0,889	1,356	0,219	0,306	0,353

Оскільки нам необхідно знайти значення x_1 , при якому маємо максимальну збіжність коефіцієнтів питомого ковзання λ_1 і λ_2 , то проводимо третій розрахунок при якому x_1 задано в межах від 0,74 до 0,745, результати наведено в табл.2.3.

Таблиця 2.3. Третій розрахунок коефіцієнтів

x_1	x_2	sk_1	sk_2	ε_a	λ_1	λ_2	Θ
0,74	-0,74	0,409	0,888	1,377	0,299	0,296	0,353
0,741	-0,74	0,409	0,888	1,377	0,299	0,296	0,353
0,741	-0,741	0,409	0,888	1,377	0,298	0,296	0,353
0,742	-0,741	0,408	0,888	1,376	0,297	0,296	0,353
0,742	-0,742	0,408	0,888	1,376	0,297	0,296	0,353
0,743	-0,742	0,408	0,888	1,376	0,296	0,296	0,353
0,743	-0,743	0,407	0,888	1,376	0,295	0,296	0,353
0,744	-0,743	0,407	0,888	1,376	0,294	0,296	0,353
0,744	-0,744	0,407	0,888	1,376	0,294	0,296	0,353
0,745	-0,744	0,406	0,888	1,375	0,293	0,297	0,353
0,745	-0,745	0,406	0,888	1,375	0,292	0,297	0,353

Бачимо, що при $x_1=0,743$, $\lambda_1=\lambda_2$. Цей випадок підходить, тому проводимо наступний розрахунок.

Розрахуємо параметри коліс та передачі при відповідному коефіцієнті зміщення.

Параметри з'єднання при $x_1=0,743$:

Міжосьова відстань: $a_w=150,002$

Кут зачеплення (град): $\alpha_w=20,966$

Висота зуба: $h_i=5.625$

Коефіцієнт торцевого перекриття: $\varepsilon_a=1,376$

Коефіцієнт тиску в полюсі: $\Theta=0,353$

Визначимо параметри колеса та шестерні. В таблиці 2. 3 наведені наступні параметри: r - радіус ділильної окружності, r_w - радіус початкової окружності, r_a - радіус окружності вершини, r_f - радіус окружності впадини, r_b - радіус основної окружності, s_k - коефіцієнт товщини по окружності вершини, λ - коефіцієнт ковзання.

Таблиця 2.4. Параметри шестерні та колеса $x_1=0,743$.

	Шестерня	Колесо
r	25	124,999
r_w	25	125,001
r_a	29,357	125,644
r_f	23,732	120,019
r_b	23,345	116,726
s_k	0,387	0,844
λ	0,295	0,296

Проведемо аналогічний розрахунок при $x=0$. Отримаємо наступні значення:

Міжосьова відстань: $a_w = 149,999$

Кут зачеплення (град): $\alpha_w = 20,963$

Висота зуба: $h_i = 5,625$

Коефіцієнт торцевого перекриття: $\varepsilon_a = 1,576$

Коефіцієнт тиску в полюсі: $\Theta = 0,353$.

Таблиця 2.5. Параметри шестерні та колеса $x_1=0$

	Шестерня	Колесо
r	25	124,999
r_w	25	124,999
r_a	27,5	127,499
r_f	21,875	121,874
r_b	23,345	116,726
s_k	0,715	0,812
λ	3,329	0,171

2.3. Аналіз отриманих даних

Проаналізовано отримані параметри при $x_1=0,743$.

Коефіцієнт торцевого перекриття ε_α має бути більше 1 і ця умова після коригування виконується $\varepsilon_\alpha = 1,376 > 1$.

Коефіцієнти питомого ковзання однакові при даному коефіцієнті зміщення, до чого і потрібно було прийти.

Коефіцієнти товщини зуба s_k мають відповідати умові: $s_k > 0,25 \dots 0,3$. У нашому випадку s_k для колеса 0,844, для шестерні 0,387. Умови також виконуються.

В нашому випадку Θ однаковий при значеннях $x_1 = 0$ та $x_1 = 0,743$, умови виконані.

2.4. Побудова форм зуба для шестерні та колеса

Розрахуємо координати шестерні та колеса з допомогою програми PROF Z. В таблиці 2.6 отримали координати 20 точок колеса та шестерні при $x_1=0,743$.

Таблиця 2.6. Координати шестерні та колеса при $x_1=0,743$.

	Шестерня			Колесо		
Ділянка	Ділянка	x_k	y_k	Ділянка	x_k	y_k
1	Перехідна	3,755	23,515	Перехідна	3,796	119,844
2	Перехідна	3,312	23,703	Перехідна	3,254	120,002
3	Перехідна	3,085	23,941	Перехідна	2,926	120,281
4	Перехідна	2,989	24,117	Перехідна	2,745	120,554
5	Перехідна	2,947	24,237	Перехідна	2,631	120,814
6	Перехідна	2,927	24,321	Перехідна	2,55	121,079
7	Евольвентна	2,876	24,567	Евольвентна	2,48	121,35
8	Евольвентна	2,812	24,835	Евольвентна	2,406	121,628
9	Евольвентна	2,732	25,124	Евольвентна	2,327	121,914
10	Евольвентна	2,636	25,434	Евольвентна	2,243	122,208
11	Евольвентна	2,522	25,763	Евольвентна	2,154	122,509
12	Евольвентна	2,388	26,112	Евольвентна	2,06	122,817
13	Евольвентна	2,235	26,478	Евольвентна	1,961	123,133
14	Евольвентна	2,059	26,861	Евольвентна	1,856	123,456
15	Евольвентна	1,86	27,26	Евольвентна	1,746	123,786
16	Евольвентна	1,637	27,673	Евольвентна	1,631	124,123
17	Евольвентна	1,389	28,101	Евольвентна	1,51	124,468
18	Евольвентна	1,114	28,54	Евольвентна	1,383	124,819
19	Евольвентна	0,811	28,991	Евольвентна	1,25	125,177
20	Евольвентна	0,48	29,451	Евольвентна	1,111	125,542

В таблиці 2.7 знайшли відповідно координати 20 точок колеса та шестерні при $x_1=0$.

Таблиця 2.7. Координати шестерні та колеса при $x_1=0$

	Шестерня			Колесо		
	Ділянка	x_k	y_k	Ділянка	x_k	y_k
1	Перехідна	3,446	21,584	Перехідна	3,858	121,796
2	Перехідна	2,883	21,839	Перехідна	3,373	121,934
3	Перехідна	2,568	22,215	Перехідна	3,097	122,162
4	Перехідна	2,417	22,582	Перехідна	2,962	122,355
5	Перехідна	2,349	22,941	Перехідна	2,889	122,509
6	Перехідна	2,332	23,311	Перехідна	2,844	122,64
7	Евольвентна	2,332	23,403	Евольвентна	2,752	122,944
8	Евольвентна	2,327	23,53	Евольвентна	2,655	123,254
9	Евольвентна	2,314	23,691	Евольвентна	2,553	123,572
10	Евольвентна	2,29	23,886	Евольвентна	2,446	123,896
11	Евольвентна	2,254	24,114	Евольвентна	2,334	124,226
12	Евольвентна	2,202	24,375	Евольвентна	2,217	124,564
13	Евольвентна	2,133	24,666	Евольвентна	2,094	124,908
14	Евольвентна	2,043	24,989	Евольвентна	1,965	125,259
15	Евольвентна	1,929	25,34	Евольвентна	1,831	125,616
16	Евольвентна	1,791	25,719	Евольвентна	1,69	125,979
17	Евольвентна	1,625	26,125	Евольвентна	1,544	126,349
18	Евольвентна	1,43	26,556	Евольвентна	1,392	126,725
19	Евольвентна	1,202	27,009	Евольвентна	1,233	127,107
20	Евольвентна	0,94	27,484	Евольвентна	1,069	127,495

По заданим координатам побудуємо профіль шестерні та колеса при оптимізованих та неоптимізованих формі зуба (рис.2.1)

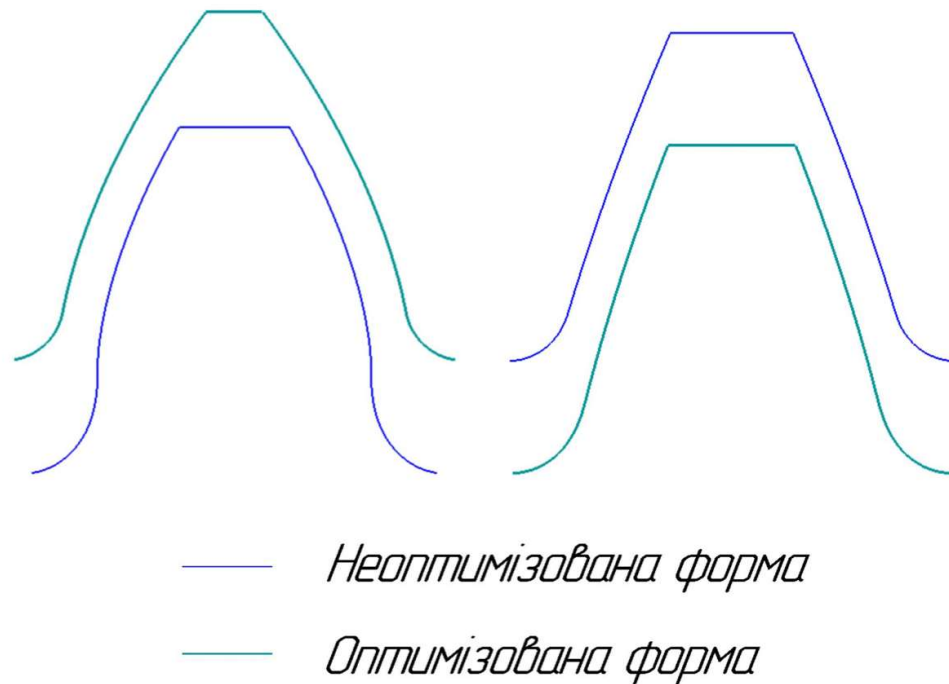


Рис.2.1. Профіль шестерні та колеса при оптимізованій та неоптимізованій формі зуба.

2.5. Висновки

З наведених вище результатів, можна зробити наступний висновок:

- оптимальні коефіцієнти зміщення шестерні $x_1=0,743$, колеса відповідно $x_2=-0,742$;
- всі показники якості, а саме коефіцієнт питомого ковзання, коефіцієнт торцевого перекриття, коефіцієнт товщини зуба та коефіцієнт питомого тиску задовольняють умови роботи передачі;
- підбір оптимальних параметрів забезпечує: підвищення міцності зубців шестерні, збільшення загального ресурсу, зменшення зношування.

3. Проектування опорної плити

Для колової ступінчатої пластини розрахуємо допустимі навантаження та побудуємо епюри внутрішніх зусиль, прогинів і визначимо допустиме навантаження.

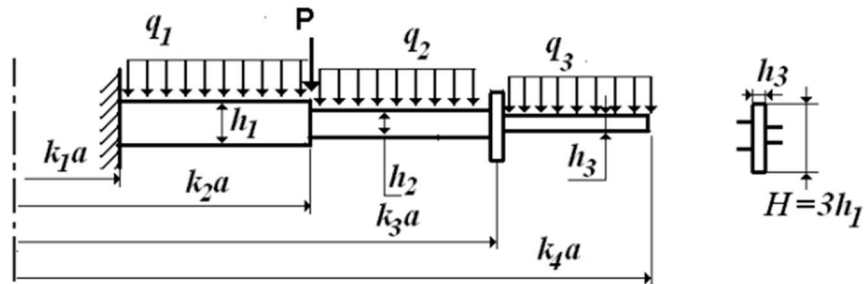


Рис.3.1. Кільцева ступінчата плита

В таблиці 3.1 наведені вхідні параметри

Таблиця 3.1. Вхідні параметри

№	a, см	k_1	k_2	k_3	k_4	h_1 , см	h_2 , см	h_3 , см	q_1	q_2	q_3	P
1	2	4	7	10	15	0.8	0.6	0.2	0	0	q	q

Також відомі наступні значення: $E = 2 \cdot 10^4$ кН/см²; $\mu = 0,3$; $[\sigma] = 16$ кН/см².

3.1 Визначення параметрів і сил

Розрахункову схему опорної плити зображено на рис. 3.2

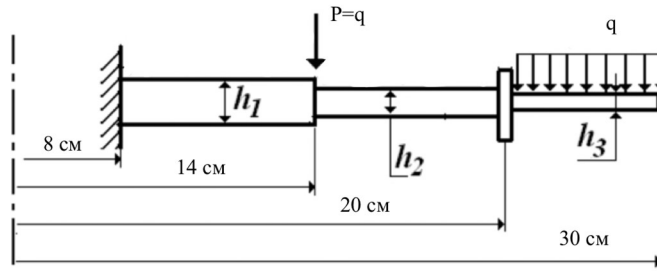


Рис.3.2. Розрахункова схема

Визначимо відстані від центру пластини:

$$\begin{aligned}
 r_{11} &= k_1 \times a = 4 \cdot 2 = 8 \text{ см} \\
 r_{12} &= r_{21} = k_2 \times a = 7 \cdot 2 = 14 \text{ см} \\
 r_{22} &= r_{31} = k_3 \times a = 10 \cdot 2 = 20 \text{ см} \\
 r_{32} &= k_4 \times a = 15 \cdot 2 = 30 \text{ см}
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

Також обчислимо безрозмірну характеристику ділянок λ_i за формулою:

$$\begin{aligned}
 \lambda_i &= \frac{r_{i1}}{r_{i2}} \\
 \lambda_1 &= \frac{8}{14} = 0,57 \\
 \lambda_2 &= \frac{14}{20} = 0,7 \\
 \lambda_3 &= \frac{20}{30} = 0,667
 \end{aligned} \tag{3.2}$$

Визначаємо циліндричну жорсткість:

$$D_1 = \frac{E \times h_1^3}{12(1 - \mu^2)} = \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 8^3}{12 \cdot (1 - 0,3^2)} = 174,15 \cdot 10^5 \text{ Н} \times \text{мм}$$

$$D_2 = \frac{E \times h_2^3}{12(1 - \mu^2)} = \frac{2 \cdot 10^4 \cdot 6^3}{12 \cdot (1 - 0,3^2)} = 73,47 \cdot 10^5 \text{ Н} \times \text{мм}$$

$$D_3 = \frac{E \times h_3^3}{12(1 - \mu^2)} = \frac{2 \cdot 10^4 \cdot 2^3}{12 \cdot (1 - 0,3^2)} = 2,72 \cdot 10^5 \text{ Н} \times \text{мм} \quad (3.3)$$

А також їх співвідношення:

$$\frac{D_1}{D_2} = \frac{8^3}{6^3} = 2,37 \qquad \frac{D_2}{D_1} = \frac{6^3}{8^3} = 0,422$$

$$\frac{D_1}{D_3} = \frac{8^3}{2^3} = 0,198 \qquad \frac{D_3}{D_1} = 0,0156$$

$$\frac{D_2}{D_1} = \frac{6^3}{2^3} = 27 \qquad \frac{D_3}{D_2} = 0,037$$

$$\sum F_y = R - Pl - qS \quad (3.4)$$

$$l = 2\pi 140 = 879,2$$

$$S = \pi \cdot (r_{32}^2 - r_{31}^2) = \pi \cdot (300^2 - 200^2) = 157000 \text{ мм}^2$$

$$P_{11} = R = 157879q$$

$$P_{31} = q\pi \cdot (r_{32}^2 - r_{31}^2) = 2260,8q \quad (3.5)$$

Перевірка: $P_{21} = P_{31} = R - Pl = 157000q$ - рівновага середньої частини.

Визначення моменту інерції поперечного перерізу (Рис. 3.3)

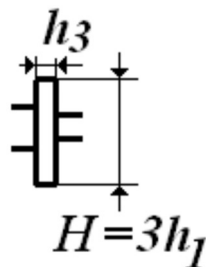


Рис.3.3. Поперечний переріз ділянки з ребром

$$J_x = \frac{h_3}{12} ((3h_1)^3 - \frac{h_2^3}{2} - \frac{h_3^3}{2}) = \frac{2}{12} ((3 \cdot 8)^3 - \frac{6^3}{2} - \frac{2^3}{2}) = 2285,34 \text{ мм}^4 \quad (3.6)$$

3.1. Визначаємо матриці переходу та вектори навантажень

Визначимо матрицю переходу через кожну ділянку по формулі:

$$L_i = \begin{bmatrix} \psi_{\theta\theta}(\lambda_i) & \frac{D_1}{D_i} \psi_{\theta m}(\lambda_i) \\ \frac{D_i}{D_1} \psi_{r\theta}(\lambda_i) & \psi_{rm}(\lambda_i) \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

Для першої ділянки:

$$L_1 = \begin{pmatrix} 0,5466 & 0,3488 \\ 0,3174 & 0,7559 \end{pmatrix}$$

Для другої ділянки:

$$L_2 = \begin{pmatrix} 0,6685 & 0,6043 \\ 0,0979 & 0,8215 \end{pmatrix}$$

Для третьої ділянки:

$$L_3 = \begin{pmatrix} 0,6246 & 18,4832 \\ 0,0041 & 0,7979 \end{pmatrix}$$

Визначаємо матриці переходу через ребро:

$$L_R = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{EJ_x}{RD_1} & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0,1312 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

$$\frac{EJ_x}{RD_1} = \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 2285,34}{200 \cdot 174,15 \cdot 10^5} = 0,1312$$

Визначимо вектори навантаження для кожної ділянки. Скористаємось формулою:

$$R_i = \begin{pmatrix} \frac{P_{i1}}{D_i} \cdot \psi_{\theta P}(\lambda_i) + \frac{q_i \cdot r_{i2}^2}{D_i} \cdot \psi_{\theta q}(\lambda_i) \\ \frac{P_{i1}}{D_1} \psi_{rP}(\lambda_i) + \frac{q_i \cdot r_{i2}^2}{D_1} \psi_{rq}(\lambda_i) \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

$$R_1 = \begin{pmatrix} \frac{157879q \cdot 0,0198}{D_1} + 0 \\ \frac{157879q \cdot 0,0813}{D_1} + 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3126 \\ 12835,6 \end{pmatrix} \frac{q}{D_1}$$

$$R_2 = \begin{pmatrix} \frac{157000q \cdot 174,15 \cdot 10^5 \cdot 0,0081}{D_1 \cdot 73,47 \cdot 10^5} + 0 \\ \frac{157000q \cdot 0,0511}{D_1} + 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3014,4 \\ 8022,7 \end{pmatrix} \frac{q}{D_1}$$

$$R_3 = \begin{pmatrix} \frac{157000q \cdot 174,15 \cdot 10^5 \cdot 0,0113}{D_1 \cdot 2,72 \cdot 10^5} + \frac{-q \cdot 300^2 \cdot 174,15 \cdot 10^5 \cdot 5,84 \cdot 10^{-3}}{D_1 \cdot 2,72 \cdot 10^5} \\ \frac{157000q \cdot 0,0608}{D_1} + \frac{-q \cdot 300^2 \cdot 0,0493}{D_1} \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} 79936,13 \\ 5108,6 \end{pmatrix} \frac{q}{D_1}$$

3.2 Визначення векторів стану

Вектори стану визначаємо за формулою

$$x = \bar{x}C + \bar{\bar{x}}, \quad (3.10)$$

де C – не визначений коефіцієнт.

Проводимо перший розрахунок. В ньому знайдемо $\bar{x}$.

Граничні умови на початку першої ділянки:

$$\bar{x}_{11} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

Обчислення векторів стану для характерних перерізів:

$$\bar{x}_{12} = L_1 \times \bar{x}_{11} = \begin{pmatrix} 0,5466 & 0,3488 \\ 0,3174 & 0,7559 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,3488 \\ 0,7559 \end{pmatrix}$$

$$\bar{x}_{21} = \bar{x}_{12}$$

$$\bar{x}_{22} = L_2 \times \bar{x}_{21} = \begin{pmatrix} 0,6685 & 0,6044 \\ 0,0979 & 0,8215 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0,3488 \\ 0,7559 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,69 \\ 0,6551 \end{pmatrix}$$

$$\bar{x}_{31} = L_R \times \bar{x}_{21} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0,1312 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0,69 \\ 0,6551 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,69 \\ 0,7456 \end{pmatrix}$$

$$\bar{x}_{32} = L_3 \times \bar{x}_{31} = \begin{pmatrix} 0,6246 & 18,4832 \\ 0,0041 & 0,7979 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0,69 \\ 0,7456 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14,2121 \\ 0,5977 \end{pmatrix}$$

Другий розрахунок, з урахуванням граничних умов, та навантаження дадуть нам $\bar{\bar{x}}$.

Граничні умови на внутрішньому контурі:

$$\bar{\bar{x}}_{11} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.12)$$

Визначення векторів стану для другого розрахунку:

$$\bar{\bar{x}}_{12} = L_1 \times \bar{\bar{x}}_{11} + R_1 = \begin{pmatrix} 3126 \\ 12835,6 \end{pmatrix} \frac{q}{D_1}$$

$$\bar{\bar{x}}_{21} = \bar{\bar{x}}_{12}$$

$$\bar{\bar{x}}_{22} = L_2 \times \bar{\bar{x}}_{21} + R_2 = \begin{pmatrix} 0,6685 & 0,6044 \\ 0,0979 & 0,8215 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3126 \\ 12835,6 \end{pmatrix} \frac{q}{D_1} +$$

$$+ \begin{pmatrix} 3014,4 \\ 8022,7 \end{pmatrix} \frac{q}{D_1} = \begin{pmatrix} 12861,97 \\ 18873,2 \end{pmatrix} \frac{q}{D_1}$$

$$\bar{\bar{x}}_{31} = L_R \times \bar{\bar{x}}_{22} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0,1312 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 12861,97 \\ 18873,2 \end{pmatrix} \frac{q}{D_1} = \begin{pmatrix} 12861,97 \\ 20560,69 \end{pmatrix} \frac{q}{D_1}$$

$$\begin{aligned} \bar{\bar{x}}_{32} &= L_3 \times \bar{\bar{x}}_{31} + R_3 = \begin{pmatrix} 0,6246 & 18,4832 \\ 0,0041 & 0,7979 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 12861,97 \\ 20560,69 \end{pmatrix} \frac{q}{D_1} + \\ &+ \begin{pmatrix} 79936,13 \\ 5108,6 \end{pmatrix} \frac{q}{D_1} = \begin{pmatrix} 467997 \\ 23113,7 \end{pmatrix} \frac{q}{D_1} \end{aligned}$$

Визначення константу з граничних умов:

$$\left(\frac{\bar{M}_r}{D_1} \right)_{32} \times C + \left(\frac{\bar{M}_r}{D_1} \right)_{32} = 0 \quad (3.13)$$

$$0,5977 \cdot C + 23113,7 \cdot \frac{q}{D_1} = 0$$

$$C = -0,1475q \quad (3.14)$$

Обчислюємо вектори стану на початку і в кінці кожної ділянки.

$$x_{ij} = \bar{x}_{ij} \times c + \bar{\bar{x}}_{ij} \quad (3.15)$$

$$x_{11} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \left(-38671 \frac{q}{D_1} \right) + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -38671 \end{pmatrix} \frac{q}{D_1}$$

$$x_{12} = \begin{pmatrix} 0,3488 \\ 0,7559 \end{pmatrix} \left(-38671 \frac{q}{D_1} \right) + \begin{pmatrix} 3126 \\ 12835,6 \end{pmatrix} \frac{q}{D_1} = \begin{pmatrix} -10362,4 \\ -16395,8 \end{pmatrix} \frac{q}{D_1}$$

$$x_{21} = x_{12}$$

$$x_{22} = \begin{pmatrix} 0,69 \\ 0,6551 \end{pmatrix} \left(-38671 \frac{q}{D_1} \right) + \begin{pmatrix} 12861,97 \\ 18873,2 \end{pmatrix} \frac{q}{D_1} = \begin{pmatrix} -13821 \\ -6460 \end{pmatrix} \frac{q}{D_1}$$

$$x_{31} = \begin{pmatrix} 0,69 \\ 0,7456 \end{pmatrix} \left(-38671 \frac{q}{D_1} \right) + \begin{pmatrix} 12861,97 \\ 20560,69 \end{pmatrix} \frac{q}{D_1} = \begin{pmatrix} -13821 \\ -4772,7 \end{pmatrix} \frac{q}{D_1}$$

$$x_{32} = \begin{pmatrix} 14,2121 \\ 0,5977 \end{pmatrix} \left(-38671 \frac{q}{D_1} \right) + \begin{pmatrix} 467997 \\ 23113,7 \end{pmatrix} \frac{q}{D_1} = \begin{pmatrix} -81599 \\ 0 \end{pmatrix} \frac{q}{D_1}$$

3.4. Визначення параметрів стану пластини

Визначаємо коллові згинаючі моменти на початку і на кінці кожної ділянки.

$$\left(\frac{M_\theta}{D_1}\right)_{ij} = \mu \left(\frac{M_r}{D_1}\right)_{ij} + \left(\frac{\theta}{r}\right)_{ij} \times (1 - \mu^2) \frac{D_i}{D_1} \quad (3.16)$$

$$\left(\frac{M_\theta}{D_1}\right)_{11} = 0,3(-38671) \frac{q}{D_1} + 0 = -11601,3 \frac{q}{D_1}$$

$$\left(\frac{M_\theta}{D_1}\right)_{12} = 0,3(-16395,8) \frac{q}{D_1} + (-10362,4) \frac{q}{D_1} \cdot 0,91 = -143468,5 \frac{q}{D_1}$$

$$\left(\frac{M_\theta}{D_1}\right)_{21} = 0,3(-16395,8) \frac{q}{D_1} + (-10362,4) \frac{q}{D_1} \cdot 0,91 \cdot 0,422 = -8898,1 \frac{q}{D_1}$$

$$\left(\frac{M_\theta}{D_1}\right)_{22} = 0,3(-6460) \frac{q}{D_1} + (-13821) \frac{q}{D_1} \cdot 0,91 \cdot 0,422 = -7245,5 \frac{q}{D_1}$$

$$\left(\frac{M_\theta}{D_1}\right)_{31} = 0,3(-4772,7) \frac{q}{D_1} + (-13821) \frac{q}{D_1} \cdot 0,91 \cdot 0,0156 = -1628 \frac{q}{D_1}$$

$$\left(\frac{M_\theta}{D_1}\right)_{32} = 0,3 \cdot 0 + (-81599) \frac{q}{D_1} \cdot 0,91 \cdot 0,0156 = -1158,4 \frac{q}{D_1}$$

Визначаємо різницю прогинів на початку і в кінці кожної ділянки.

$$\begin{aligned} \Delta_i = (w_{i2} - w_{i1}) = & -r_{i2}^2 \times \psi_{w\theta}(\lambda_i) \left(\frac{\theta}{r}\right)_{i1} - \left(\frac{M_r}{D_1}\right)_{i1} \times \frac{D_1}{D_i} \times r_{i2}^2 \times \psi_{wm}(\lambda_i) - \\ & - \frac{P_{i1}}{D_i} \times r_{i2}^2 \times \psi_{wp}(\lambda_i) - \frac{q_i}{D_i} \times r_{i2}^2 \times \psi_{wq}(\lambda_i) \end{aligned} \quad (3.17)$$

$$w_{11} = 0$$

$$w_{12} = w_{11} - r_{12}^2 \times \psi_{w\theta}(\lambda_1) \left(\frac{\theta}{r}\right)_{11} - \left(\frac{M_r}{D_1}\right)_{11} \times 1 \times r_{12}^2 \times \psi_{wm}(\lambda_1) -$$

$$-\frac{P_{11}}{D_{11}} \times r_{12}^2 \times \psi_{wp}(\lambda_1) - \frac{q_1}{D_1} \times r_{12}^2 \times \psi_{wq}(\lambda_1) = 78,2 \frac{q}{D_1}$$

$$w_{21} = w_{12}$$

$$w_{22} = w_{21} - r_{22}^2 \times \psi_{w\theta}(\lambda_2) \left(\frac{\theta}{r}\right)_{21} - \left(\frac{M_r}{D_2}\right)_{21} \times \frac{D_1}{D_2} \times r_{22}^2 \times \psi_{wm}(\lambda_2) -$$

$$-\frac{P_{21}}{D_1} \times r_{22}^2 \times \psi_{wp}(\lambda_2) - 0 = 273 \frac{q}{D_1}$$

$$w_{22} = w_{31}$$

$$w_{32} = 966 \frac{q}{D_1}$$

Визначаємо найбільші напруження на початку і у кінці кожної ділянки. Еквівалентні напруження знайдемо за 4 теорією міцності. Скористаємось формулами:

$$\sigma_{r\max} = \frac{6M_r}{h^2} \quad (3.18)$$

$$\sigma_{\varphi\max} = \frac{6M_\theta}{h^2} \quad (3.19)$$

$$\sigma_{\text{екв}}^{\text{IV}} = \sqrt{\sigma_{r\max}^2 + \sigma_{\theta\max}^2 - \sigma_{r\max} \times \sigma_{\theta\max}} \quad (3.20)$$

Результати розрахунків занесені до таблиці 3.2.

Таблиця 3.2. Максимальні напруження, kH/cm^2 .

Максимальні напруження	Номер ділянки					
	11	12	21	22	31	32
$\sigma_{r\max}$	-36254	-1537	-2732,6	-1076,7	-7159	0
$\sigma_{\theta\max}$	-1087,6	-1345,2	-1483	-1207,6	-2442	-1737,6
$\sigma_{\text{екв}}^{\text{IV}}$	3222,35	1450,64	2369,38	1147,76	6303,36	1737,6

Побудуємо епюри M_r , M_ϕ , ϕ , w , $\sigma_{r\max}$, $\sigma_{\phi\max}$, $\sigma_{\text{екв}}^{\text{IV}}$.

Максимальні дотичні напруження $\sigma_{\text{екв}}^{\text{IV}} = (\sigma_{\text{екв}}^{\text{IV}})_{31} = 6303,36$

Визначаємо параметр $[q]$:

$$[q] = \frac{[\sigma]}{\sigma_{\text{екв}}^{\text{IV}}} = 25383,3$$

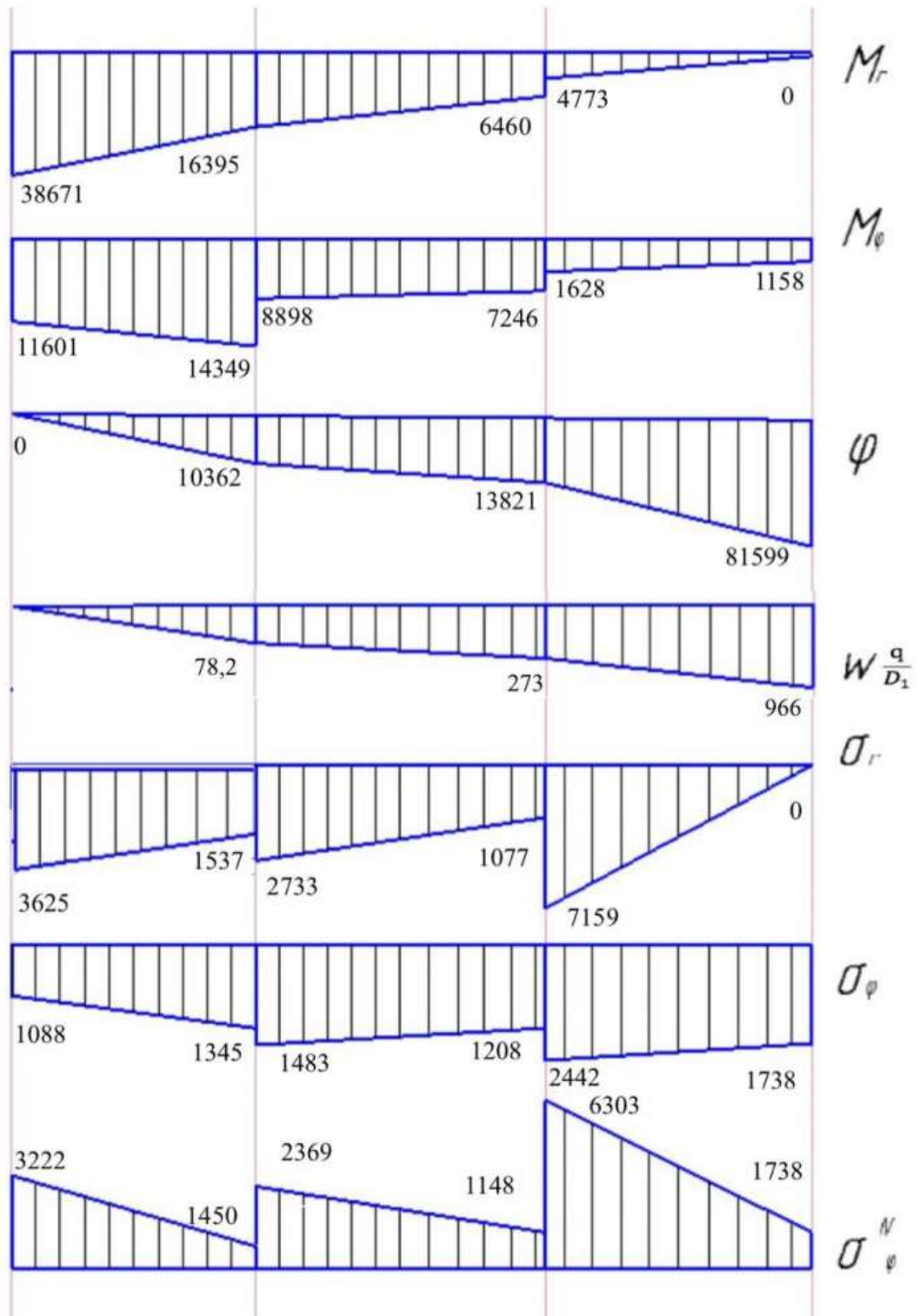


Рис.3.4. Епюри

4. Розрахунок прототипу конструктивного елемента методами теорії пружності

Визначити напружено-деформований стан при крученні ексцентричного кільця моментом, якщо $R_1 = 4R_2$, $R_2 = e$, $e = 1$ см.

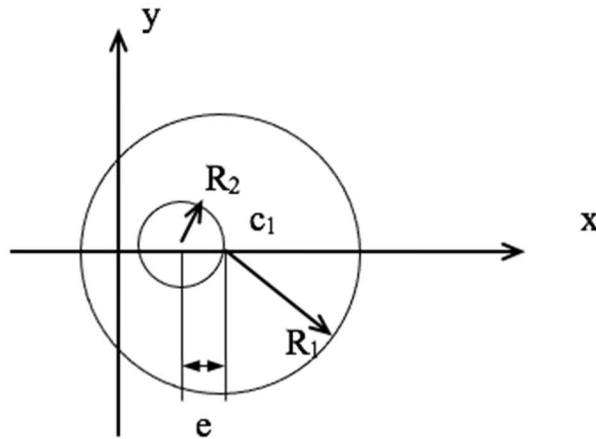


Рис.4.1. Ексцентричне кільце

4.1 Проведення розрахунків

Поперечний переріз стержня, що скручується представляє собою область S площини z , обмежену ззовні окружністю Γ_0 радіуса r_0 , а зсередини ексцентричною окружністю Γ_1 радіуса r_1 ; відстань між центрами окружностей позначається як e . Функція, що здійснює конформне перетворення кругового кільця σ площини $\zeta = \rho e^{i\theta}$ в область S , представляється у вигляді:

$$z = x + iy = \omega(\zeta) = \frac{\zeta}{1 - a\zeta} = \frac{\rho(\cos \vartheta - a\rho) + i\rho \sin \vartheta}{1 + a^2\rho^2 - 2a\rho \cos \vartheta}, \quad (4.1)$$

де a – дійсна постійна, при чому $a\rho < 1$ в області σ , тобто при $\rho_1 \leq \rho \leq \rho_0$.

Окружності γ_0, γ_1 радіусів ρ_0, ρ_1 – зовнішня і внутрішня границі кільця σ - переходять в окружності Γ_0, Γ_1 – границі області S ; абсиси точок перетину цих окружностей з віссю x рівні відповідно

$$x_1^0 = \frac{\rho_0}{1 - a\rho_0}, \quad x_2^0 = -\frac{\rho_0}{1 + a\rho_0}; \quad x_1^1 = \frac{\rho_1}{1 - a\rho_1}, \quad x_2^1 = -\frac{\rho_1}{1 + a\rho_1}.$$

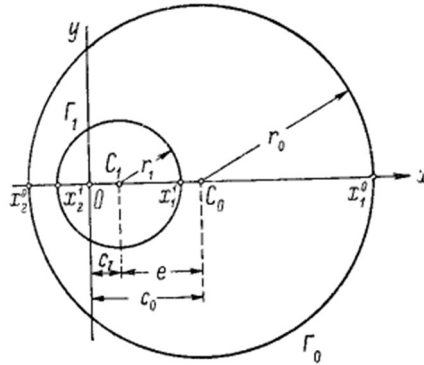


Рис.4.2. Позначення параметрів на заданому кільці.

Абсиси центрів окружностей Γ_0, Γ_1 , їх радіусів і відстані між центрами будуть:

$$\left. \begin{aligned} c_0 &= \frac{1}{2}(x_1^0 + x_2^0) = \frac{a\rho_0^2}{1 - a^2\rho_0^2}, \\ c_1 &= \frac{1}{2}(x_1^1 + x_2^1) = \frac{a\rho_1^2}{1 - a^2\rho_1^2}, \\ r_0 &= \frac{1}{2}(x_1^0 - x_2^0) = \frac{\rho_0}{1 - a^2\rho_0^2}, \quad r_1 = \frac{\rho_1}{1 - a^2\rho_1^2}; \\ e &= c_0 - c_1 = a[r_0^2 - r_1^2 - (c_0^2 - c_1^2)]. \end{aligned} \right\} \quad (4.2)$$

Три рівняння (4.2) дозволяють визначити параметри ρ_0, ρ_1, a , по заданим геометричним розмірам поперечного перерізу S :

$$\left. \begin{aligned} \rho_0 &= \frac{2r_0}{\sqrt{1+4a^2r_0^2+1}}, \quad \rho_1 = \frac{2r_1}{\sqrt{1+4a^2r_1^2+1}}, \\ a &= e[(r_0-r_1+e)(r_0+r_1-e)(r_0+r_1+e)(r_0-r_1-e)]^{-1/2}. \end{aligned} \right\} \quad (4.3)$$

Рівняння окружностей Γ_0, Γ_1 записані у вигляді:

$$\left. \begin{aligned} r_0^2 - (x - c_0)^2 - y^2 &= 0, \\ r_1^2 - (x - c_1)^2 - y^2 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (4.4)$$

Функція напружень суцільного круглого стержня з поперечним перерізом S_0 записуються у вигляді:

$$\Phi_*(x, y) = \frac{1}{2} [r_0^2 - (x - c_0)^2 - y^2], \quad (4.5)$$

і її значення Γ_1 по (4.1) і (4.2) буде:

$$\begin{aligned} \Phi_*|_{\Gamma_1} &= \frac{1}{2} \{ [r_0^2 - (x - c_0)^2 - y^2] - [r_1^2 - (x - c_1)^2 - y^2] \} = \\ &= \frac{1}{2} \frac{e}{a} + ex = \frac{1}{2} \frac{e}{a} + \frac{e}{a} \sum_{k=1}^{\infty} (a\rho_1)^k \cos k\vartheta. \end{aligned} \quad (4.6)$$

Тут використано легко отримане по (4.1) представлення x_{Γ_1} тригонометричним рядом. Тому:

$$\Phi(x, y) = \Phi_*(x, y) + e \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\alpha^k a^{k-1}}{1 - \alpha^k} \left(\rho^k - \frac{\rho_0^{2k}}{\rho^k} \right) \cos k\vartheta, \quad (4.7)$$

де $\alpha = \rho_1^2 / \rho_0^2$.

Геометрична жорсткість визначається наступним чином, при чому тут $C_* = I_p$:

$$\begin{aligned}
2C_1S_1 - 2 \int \int_{S_1} \Phi_+ d\sigma &= \pi r_1^2 \left[\frac{e}{a} - (r_0^2 - c_0^2) + \left(\frac{r_1^2}{2} + c_1^2 \right) - 2c_0c_1 \right] = \\
&= -\frac{\pi r_1^4}{2} - 2c_1 e \pi r_1^2.
\end{aligned}$$

Помітивши ще, що:

$$\begin{aligned}
|\omega'(\xi)|^2 &= (1 - 2a\rho \cos \vartheta + a^2\rho^2)^{-2} = \\
&= \frac{1 + a^2\rho^2}{(1 - a^2\rho^2)^3} + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(a\rho)^k}{(1 - a^2\rho^2)^2} \left(\frac{1 + a^2\rho^2}{1 - a^2\rho^2} + k \right) \cos k\vartheta,
\end{aligned}$$

Маємо:

$$\begin{aligned}
a^k \int_{\rho_1}^{\rho} \left(\rho^k - \frac{\rho_0^{2k}}{\rho^k} \right) \rho d\rho \int_0^{2\pi} |\omega'(\xi)|^2 \cos k\vartheta d\vartheta &= \\
&= 2\pi \int_{\rho_1}^{\rho} [(a\rho)^{2k} - (a\rho_0)^{2k}] \left(\frac{1 + a^2\rho^2}{1 - a^2\rho^2} + k \right) \frac{\rho d\rho}{(1 - a^2\rho^2)^2}.
\end{aligned}$$

Введемо нову змінну $q = 1 - a^2\rho^2$. Тоді підінтегральна функція перетвориться до легко інтегрованого виду:

$$\begin{aligned}
\int_{\rho_1}^{\rho} [(a\rho)^{2k} - (a\rho_0)^{2k}] \left(\frac{1 + a^2\rho^2}{1 - a^2\rho^2} + k \right) \frac{\rho d\rho}{(1 - a^2\rho^2)^2} &= \\
&= \frac{1}{2a^2} \left[(a\rho_0)^{2k} \int_{q_1}^{q_0} \left(k - 1 + \frac{2}{q} \right) \frac{dq}{q^2} + \int_{q_1}^{q_0} d \frac{(1 - q)^{k+1}}{q^2} \right],
\end{aligned}$$

Отримуємо:

$$\begin{aligned}
& 2e \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\alpha^k a^{k-1}}{1-\alpha^k} \int_{\rho_1}^{\rho_0} \left(\rho^k - \frac{\rho_0^{2k}}{\rho^k} \right) \rho d\rho \int_0^{2\pi} |\omega'(\xi)|^2 \cos k\vartheta d\vartheta = \\
& = 2\pi \frac{e}{a^3} \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ \frac{(a\rho_1)^{2k}}{1-\alpha^k} \left[(k+1) \left(\frac{1-q_1}{q_1} - \frac{1-q_0}{q_0} \right) + \left(\frac{1-q_1}{q_1} \right)^2 - \left(\frac{1-q_0}{q_0} \right)^2 \right] + \right. \\
& \quad \left. + \frac{\alpha^k}{1-\alpha^k} \left[\frac{(1-q_0)^{k+1}}{q_0^2} - \frac{(1-q_1)^2}{q_1^2} \right] \right\}.
\end{aligned}$$

Замінивши q_0, q_1 їх значеннями і використавши формули зв'язку (4.2) геометричних параметрів, приходимо до наступного вираження геометричної жорсткості:

$$C = C_* - \left[\frac{\pi r_1^4}{2} + 2\pi e^2 r_1^2 + 2\pi \frac{e^2}{a^2} \sum_{k=1}^{\infty} k \frac{\alpha^k (a\rho_1)^{2k}}{1-\alpha^k} \right]. \quad (4.8)$$

Ряд в цій формулі можна перетворити до форми, що приводилась М. І. Мусхелішвілі:

$$C = C_* - \left[\frac{\pi r_1^4}{2} + 2\pi e^2 r_1^2 + 2\pi e^2 \rho_1^2 \sum_{s=1}^{\infty} \frac{\alpha^s}{(1 - a^2 \rho_1^2 \alpha^s)^2} \right]. \quad (4.9)$$

Зробимо розрахунки параметрів і функцій напружень:

$$a := e((r_0 - r_1 + e)(r_0 + r_1 - e)(r_0 + r_1 + e)(r_0 - r_1 - e))^{\left(-\frac{1}{2}\right)} = 7,217 \frac{1}{m}$$

$$\rho_0 := \frac{2r_0}{\sqrt{1+4a^2r_0^2+1}} = 0,037 \text{ m}$$

$$\rho_1 := \frac{2r_1}{\sqrt{1+4a^2r_1^2+1}} = 0,01 \text{ m} \quad (4.10)$$

$$a := \frac{\rho_1^2}{\rho_0^2} = 0,072 \quad (4.11)$$

$$\begin{aligned} x_{01} &:= \frac{\rho_0}{1-a\rho_0} = 0,051 \, m & x_{11} &:= \frac{\rho_1}{1-a\rho_1} = 0,011 \, m \\ x_{02} &:= \frac{\rho_0}{1+a\rho_0} = 0,029 \, m & x_{12} &:= \frac{\rho_1}{1+a\rho_1} = 0,009 \, m \end{aligned} \quad (4.12)$$

$$c_0 := \frac{1}{2}(x_{01} + x_{02}) = 0,04 \, m$$

$$\Phi'_1(\rho, \theta) := \frac{1}{2}(r_0^2 - ((\rho \cos(\theta)) - c_0)^2 - (\rho \sin(\theta))^2)$$

$$\Phi(\rho, \theta) := \Phi'_1(\rho, \theta) + e \sum_{k=1}^{100} \frac{a^k a^{k-1}}{1-a^k} \left(\rho^k - \frac{\rho_0^{2k}}{\rho^k} \right) \cos(k(\theta)) \quad (4.13)$$

$$I_p := \frac{\pi r_0^4}{4} = 2,011 * 10^{-6} \, m^4 \quad (4.14)$$

$$\begin{aligned} C &:= I_p - \left(\frac{\pi r_1^4}{4} + 2\pi r_1^2 e^2 \right. \\ &\quad \left. + 2\pi \rho_1^2 e^2 \sum_{s=1}^{100} \frac{a^s}{(1 - a^2 \rho_1^2 a^s)^2} \right) = 1,935 * 10^{-6} \, m^4 \end{aligned} \quad (4.15)$$

$$alfa := \frac{M_z}{G C} = 6,46 * 10^{-6} \quad (4.16)$$

$$\Phi'_1(\rho, \theta) := \frac{d}{d\rho} \Phi(\rho, \theta) Galfa \quad (4.17)$$

$$\Phi'(x_{01}, 0) = -4,899 * 10^3$$

$$\Phi'(x_{11}, 0) = 2,099 * 10^4$$

$$\Phi' (x_{12}, 0) = 2,371 * 10^4$$

$$\Phi' (x_{02}, 0) = 6,623 * 10^3 \quad (4.18)$$

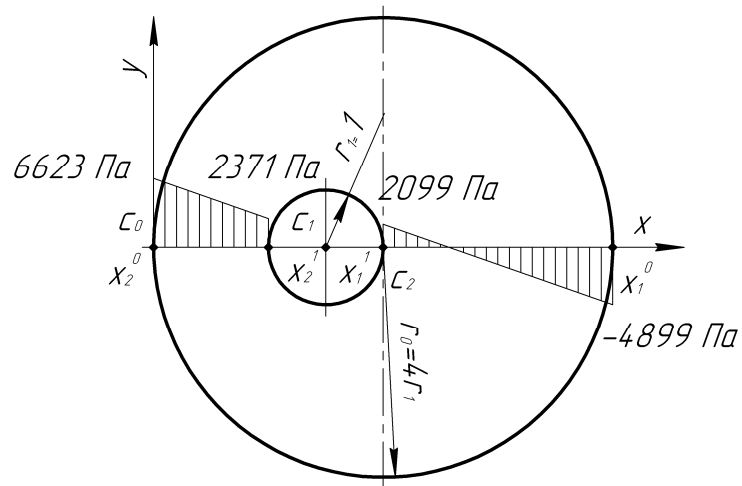


Рис.4.3. Розподіл напружень по вісі симетрії.

5. Числові розрахунки напружено-деформованого стану випробувального зразка

5.1. Постановка крайової задачі пружності

Маємо об'єм тіла Ω і його обмежує поверхня S . Застосуємо координати Лагранжа.

В початковий момент t_0 в даному тілі переміщення $(u_t)_0 = u_t(x, t_0)$, деформації $(e_{ij})_0 = e_{ij}(x, t_0)$, напруження $(\sigma_{mn})_0 = \sigma_{mn}(x, t_0)$ дорівнюють нулю. Потім в Ω і на частині поверхні $S_G = S_U \cup S_P$ в певний час відбувається зміна навантажень, тоді на час t будуть прикладатися поверхневі сили на S_P $\bar{P}_m(x, t)$, а на S_U відбудуться переміщення $\bar{U}_i(x, t)$.

Крайова задача для визначення переміщень, напружень і деформацій матиме такий вигляд [11]:

1) Рівняння рівноваги:

$$\nabla_n \sigma_{mn} + \hat{O}_m = 0 \quad (5.1)$$

2) Геометричні рівняння:

$$e_{ij} = 0,5(\nabla_i U_j + \nabla_j U_i) \quad (5.2)$$

Наявні лише пружні деформації e_{ij}^e .

3) Фізичні рівняння:

$$e_{ij}^e = C_{ijmn} \sigma_{mn} \quad (5.3)$$

тут C_{ijmn} - тензор модулів пружності.

Граничні умови:

$$U_i|_{S_U} = \bar{U}_i \quad (5.4)$$

$$\sigma_{mn} v_n|_{S_P} = \bar{P}_m \quad (5.5)$$

Щоб отримати розв'язок застосуємо принцип можливих переміщень.

Використавши (5.1, 5.2, 5.5), а також теорему Гауса-Остроградського і властивість симетрії $\sigma_{mn} = \sigma_{nm}$ отримаємо функціонал відносно варіації переміщень і деформацій, що пов'язані з ними:

$$F = \int_{\Omega} \sigma_{mn} \delta e_{mn} d\Omega - \int_{S_p} \bar{P}_m \delta U_m dS = 0 \quad (5.6)$$

Цей функціонал, разом із (5.4) покаже безліч можливих НДС. Справжній НДС є одним з них, але він ще задовольняє (5.3).

5.2. Метод отримання розв'язку крайової задачі пружності

Використаємо метод скінченних елементів [11, 12].

Для початку напишемо закон Гука в матричному вигляді:

$$\{\sigma\} = [D]\{e^e\} \quad (5.7)$$

Тут $[D]$ – матриця модулів пружності. Для пружної ізотропії маємо:

$$[D] = 2G \begin{pmatrix} a & b & b & 0 & 0 & 0 \\ b & a & b & 0 & 0 & 0 \\ b & b & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c \end{pmatrix} \quad (5.8)$$

Позначимо: $2G = E/(1 + \mu)$, $a = (1 - \mu)/(1 - 2\mu)$, $b = \mu/(1 - 2\mu)$, $c = 0,5$, де E – модуль Юнга, μ – коефіцієнт Пуассону.

Зважатимемо, що наявні тільки пружні деформації $\{e\} = \{e^e\}$, тоді (5.7) запишемо у наступному вигляді:

$$\{\sigma\} = [D]\{e\} \quad (5.9)$$

Приймемо:

- $\{q\}_e = \{(q^1 \cdot q^2 \cdot q^3)_1 \dots (q^1 \cdot q^2 \cdot q^3)_M\}^T = \{(q^1 \cdot q^2 \cdot q^3)_{3M}\}^T$ - вектор переміщень у вузлах СЕ
- $[B]$ - матриця диференціювання за глобальними координатами

Тоді рівняння (5.2) тоді перепишемо в такому вигляді:

$$\{e\} = [B]\{q\}_e \quad (5.10)$$

Запишемо функціонал (5.6), врахуючи можливість суперпозиції робіт СЕ, оскільки СЕ взаємодіють між собою те не перетинаються:

$$F = \sum_e \int_{\Omega_e} \{\delta q\}_e^T [B]^T [D] [B] \{q\}_e d\Omega - \sum_e \int_{S_p^e} \{\delta q\}_e^T [\varphi]^T \{p\} dS = 0 \quad (5.11)$$

де $\{p\} = \{\bar{p}_1, \bar{p}_2, \bar{p}_3\}^T$ - вектори навантажень, S_p^e - сторона скінченного елемента.

Враховуватимемо, що $\{\delta q\}_e^T$ і $\{q\}_e$ не залежать від параметрів інтегрування, маємо:

$$F = \sum_e \{\delta q\}_e^T \cdot \{q\}_e \int_{\Omega_e} [B]^T [D] [B] d\Omega - \sum_e \{\delta q\}_e^T \int_{S_p^e} [\varphi]^T \{p\} dS = 0 \quad (5.12)$$

Позначимо:

$$[K]_e = \int_{\Omega_e} [B]^T [D] [B] d\Omega \quad (5.13)$$

$$\{P\}_e = \int_{S_p^e} [\varphi]^T \{p\} dS \quad (5.14)$$

Тоді:

$$F = \sum_e \{\delta q\}_e^T ([K]_e \{q\}_e - \{P\}_e) = 0 \quad (5.15)$$

Варіації переміщень довільні. Запишемо СЛАР:

$$[K]\{q\} = \{P\} \quad (5.16)$$

Де позначали: $[K] = \sum_e [K]_e$, $\{P\} = \sum_e \{P\}_e$.

5.3. Вибір зразку та його побудова

Необхідно обрати тип зразка відповідно до типу установки. В даній роботі розглядається установка типу УСНС-3, яка застосовується для випробування статичної та малоцикливої міцності матеріалів за простого і складного навантаження в умовах плоского напруженого стану, тому обираємо трубчастий зразок для кручення. Для визначення геометричних характеристик застосуємо формули з опору матеріалів.

Вихідні дані:

Модуль юнга $E = 2 \cdot 10^5$ МПа.

Коефіцієнт Пуассона $\mu = 0,27$.

Границя міцності $\sigma_B = 1100$ МПа.

Гарантований запас потужності устаткування $k=2.5$.

Максимальна осьова сила устаткування $N_{max}=80$ кН.

Максимально допустимий коефіцієнт концентрації напружень $\alpha = 1,05$.

Визначимо максимальну силу для зразку:

$$N = \frac{N_{max}}{k} = \frac{80000}{2,5} = 32000 \text{ Н} \quad (5.17)$$

Значення максимального напруження:

$$\sigma_{\max} = \frac{\sigma_B}{\alpha} = \frac{1100}{1,05} = 1047,6 \text{ МПа} \quad (5.18)$$

Звідки площа поперечного перерізу:

$$A \leq \frac{N}{\sigma_{\max}} = \frac{32000}{1047,6} = 30,5 \text{ мм}^2 \quad (5.19)$$

Позначимо D- середній діаметр, d_Н- наріжний діаметр, d_В- внутрішній, а δ- товщина стінки. Тоді:

$$D = \frac{d_B + d_H}{2}$$

$$\delta = \frac{d_H - d_B}{2}$$

$$A = \pi \frac{(d_H^2 - d_B^2)}{4} = \pi D \delta \quad (5.20)$$

Прийmemo співвідношення $\frac{D}{\delta} = 20$. Тоді $A = 20\pi\delta^2$, звідки:

$$\delta = \sqrt{\frac{A}{20\pi}} = \sqrt{\frac{30,5}{20\pi}} = 0,7 \text{ мм} \quad (5.21)$$

З врахуванням стандартних значень отворів, прийmemo δ=1 мм, d_В=14 мм, D=15 мм, d_Н=16 мм.

Визначимо інші параметри:

Робоча довжина: L_{цил}=5d_Н=80 мм

Діаметр голівки: D_{гол}=25 мм

Довжина голівки: L_{гол}=20 мм

Загальна довжина зразка: $L=140$ мм

Кут нахилу перехідної частини: $\Theta=6^\circ$.

Радіуси заокруглень: $R_1=40$ мм, $R_2=2$ мм

5.4. Розрахункова схема

Маємо трубчатий зразок, що розтягується. Оскільки він симетричний, будемо розглядати лише половину зразку. Закріплення запобігає повороту та переміщенню перпендикулярно до площини розсічення, задаємо його в циліндричній системі координат. Силу прикладаємо до поверхні голівки, як розподілене навантаження. Розрахункова схема зображена на рис 5.1.

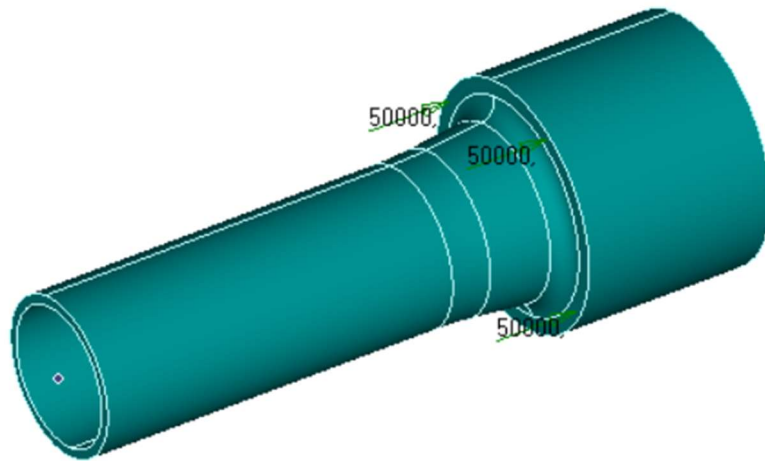


Рис. 5.1. Розрахункова схема

5.5. Результат розрахунків

Напружено-деформований стан в пружній області отримаємо з використанням FEMAP. На рис. 5.2. зобразимо напруження за Мізесом від розтягу.

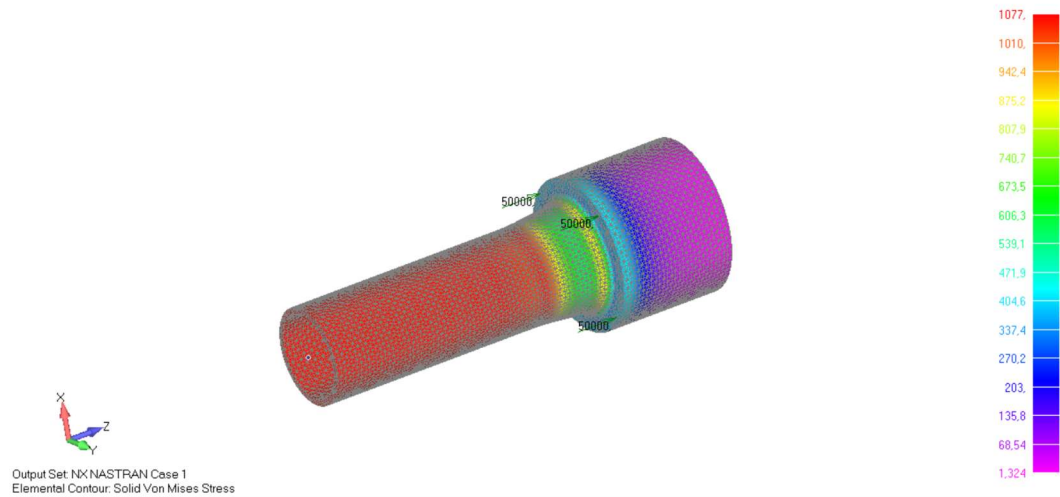


Рис. 5.2. Напруження за Мізесом, МПа

Знайдем коефіцієнт концентрації напружень. За допомогою FEMAP побудуємо графік для визначення концентрації напружень за Мізесом (рис.5.3)

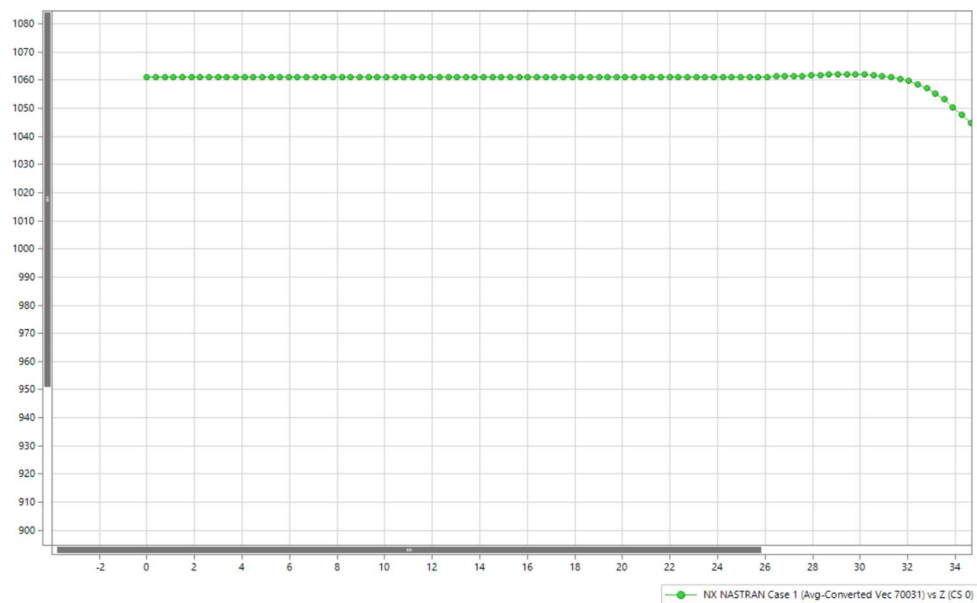


Рис. 5.3. Графік для знаходження концентрації напружень

Коефіцієнт концентрації напружень:

$$\alpha = \frac{\sigma_{nom}}{\sigma_{max}} = \frac{1077}{1048} = 1,027 < 1,05 \quad (5.23)$$

6. Розрахунки власних частот та відповідних власних форм крутильних та згинальних коливань системи з двома ступенями вільності.

6.1 Параметри коливної системи з двома ступенями вільності

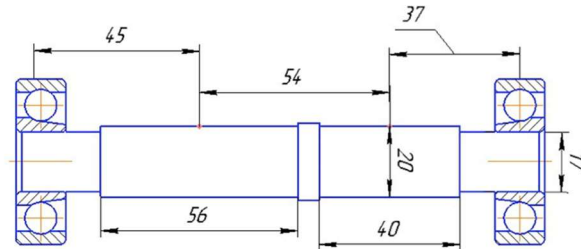


Рис. 6.1. Проміжний вал

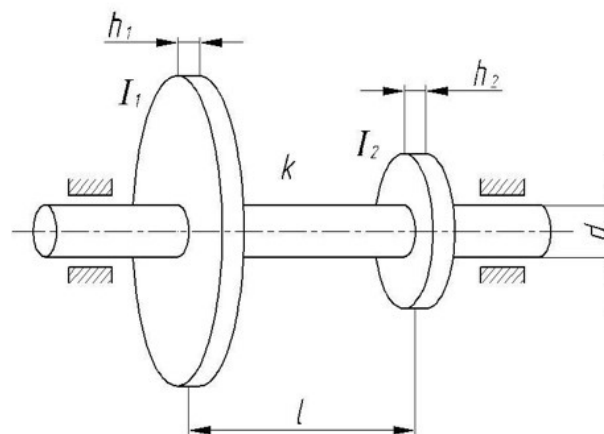


Рис.6.2. Розрахункова схема

Вихідні дані:

$L_1 = 45$ мм, $L_2 = 54$ мм, $L_3 = 37$ мм, $L = 136$ мм, $d = 17$ мм, $d_s = 20$ мм, $G = 8 \cdot 10^4$ МПа, $D_1 = 150$ мм, $D_2 = 20$ мм, $h_1 = 56$ мм, $h_2 = 40$ мм

φ_1, φ_2 – кути повороту черв'ячного колеса та шестерні, які являють собою узагальнені координати;

матеріал шестерні – сталь 40Х;

матеріал черв'ячного колеса – сталь 40Х;

значення густини матеріалів: для сталі $\rho_2 = 7,85 \times 10^3 \frac{\text{Н} \cdot \text{с}^2}{\text{м}^4}$,

Жорсткість валу визначаємо за формуло:

$$k = \frac{G * I_p}{L}$$

I_p - полярний момент інерції, який визначаємо за формулою:

$$I_p = \frac{\pi * d^4}{32} = \frac{\pi * (20 * 10^{-3})^4}{32} = 1,57 * 10^{-8} \quad (6.1)$$

де d – діаметр валу;

Визначаємо жорсткість валу за формулою:

$$k = \frac{G * I_p}{L} = \frac{8 * 10^{10}}{54 * 10^{-3}} * 1,57 * 10^{-8} = 0,233 * 10^5 \text{ Н} * \text{м} \quad (6.2)$$

Значення осевих моментів інерції

$$I_1 = \rho_1 * h_1 * \frac{\pi * D_1^4}{32} = 7850 * 56 * 10^{-3} \frac{3,14 * (150 * 10^{-3})^4}{32} =$$

$$= 0,0218 \text{ Н} * \text{с}^2 * \text{м}$$

$$I_2 = \rho_2 * h_2 * \frac{\pi * D_2^4}{32} = 7850 * 40 * 10^{-3} \frac{3,14 * (20 * 10^{-3})^4}{32} =$$

$$= 4,93 * 10^{-6} \text{ Н} * \text{с}^2 * \text{м} \quad (6.3)$$

h_1, h_2 – ширина колеса та шестерні відповідно.

6.2 Розрахунок крутильних коливань за методом Релея

Вирази для кінетичної та потенціальної енергії мають такий вигляд:

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} \cdot I_1 \cdot \dot{\varphi}_1^2 + \frac{1}{2} \cdot I_2 \cdot \dot{\varphi}_2^2; \\ \Pi &= \frac{1}{2} k (\varphi_2 - \varphi_1)^2. \end{aligned} \quad (6.4)$$

Підставимо значення кінетичної та потенціальної енергії до рівняння Лагранжа

другого роду $\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_j} = 0$ для двох узагальнених координат, і

отримаємо систему двох рівнянь:

$$\begin{cases} I_1 \ddot{\varphi}_1 + k \varphi_1 - k \varphi_2 = 0 \\ I_2 \ddot{\varphi}_2 - k \varphi_1 + k \varphi_2 = 0 \end{cases} \quad (6.5)$$

Матриця інерції та жорсткості:

$$[a] = \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \quad [c] = \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \quad (6.6)$$

Розв'язок шукаємо у вигляді $\{ \varphi \} = \{ \Phi \} \cos(\omega t - \beta)$

$$-\omega^2 \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (6.7)$$

$$\begin{bmatrix} k - \omega^2 I_1 & -k \\ -k & k - \omega^2 I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Прирівнюючи детермінанти до 0 матимемо:

$$\det \begin{bmatrix} k - \omega^2 I_1 & -k \\ -k & k - \omega^2 I_2 \end{bmatrix} = 0$$

$$(k - \omega^2 I_1)(k - \omega^2 I_2) - k^2 = 0 \quad (6.8)$$

$$k^2 - \omega^2 k I_1 - \omega^2 k I_2 + \omega^4 I_1 I_2 - k^2 = 0$$

Знайдемо корені рівняння: $\omega^4 I_1 I_2 - \omega^2 k(I_1 + I_2) = 0$;

$$\omega^2 [\omega^2 I_1 I_2 - k(I_1 + I_2)] = 0$$

$$\omega^2 = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \omega_1^2 = 0 \\ \omega_2^2 = \frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2} \end{bmatrix}$$

$$\omega_2^2 = \frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2} = \frac{0,233 \cdot 10^5 \cdot (0,0218 + 4,93 \cdot 10^{-6})}{0,0218 \cdot 4,93 \cdot 10^{-6}} = 4,7272 \cdot 10^9 \text{ c}^{-2} \quad (6.9)$$

Розглянемо два можливих випадки підставляючи значення частот:

для першого випадку маємо:

$$\omega_1^2 = 0$$

$$\begin{bmatrix} k - \omega^2 I_1 & -k \\ -k & k - \omega^2 I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_{11} = 1 \\ \Phi_{12} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$k - k\Phi_{12} = 0 \quad \Rightarrow \quad \Phi_{12} = 1$$

$$\begin{Bmatrix} \Phi_{11} \\ \Phi_{12} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}$$

для другого випадку:

$$\omega_2^2 = \frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2}$$

$$\begin{bmatrix} k - \left(\frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2} \right) I_1 & -k \\ -k & k - \left(\frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2} \right) I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_{21} \\ \Phi_{22} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (6.10)$$

Проведемо обчислення:

$$k - \frac{k(I_1 + I_2)}{I_2} - k\Phi_{22} = 0 \quad \Rightarrow \quad \Phi_{22} = -\frac{I_1}{I_2} = -\frac{0,0218}{4,93 \cdot 10^{-6}} = -44.22$$

Покажемо обчислені власні форми коливань у графічному вигляді:

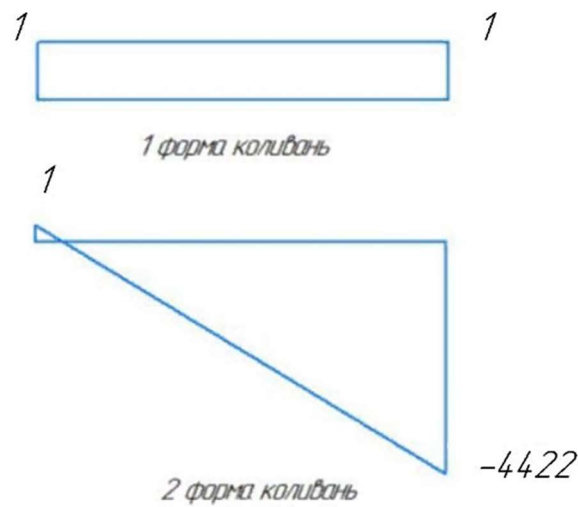


Рис. 6.3. Форми коливань

Однією з властивостей власних форм коливань є їх ортогональність, отже:

$$\{\Phi\}_i^T [c] \{\Phi\}_s = 0$$

$$\{\Phi\}_i^T [a] \{\Phi\}_s = 0$$

Перший випадок:

$$\{1 \quad 1\} \begin{bmatrix} 0,0218 & 0 \\ 0 & 4,93 * 10^{-6} \end{bmatrix} \left\{ -\frac{1}{4,93 * 10^{-6}} \right\} = \{1 \quad 1\} \begin{Bmatrix} 44.22 \\ -44.22 \end{Bmatrix} = 44.22 - 44.22 = 0 \quad (6.11)$$

Другий випадок:

$$\begin{aligned} \{1 \quad 1\} \cdot \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 1 \\ -\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix} &= \{1 \quad 1\} \cdot \begin{Bmatrix} k + k \frac{I_1}{I_2} \\ -k - k \frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix} = \\ &= 0,233 * 10^5 \left(1 + \frac{0,0218}{4,93 * 10^{-6}} \right) - 0,233 * 10^5 \left(1 + \frac{0,0218}{4,93 * 10^{-6}} \right) \\ &= 0; \end{aligned} \quad (6.12)$$

Значення власних частот за допомогою методу Релея:

$$\omega_i^2 = \frac{\{\Phi\}_{i'}^T [c] \{\Phi\}_i}{\{\Phi\}_{i'}^T [a] \{\Phi\}_i};$$

$$\omega_1^2 = \frac{\{1 \quad 1\} \cdot \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}}{\{1 \quad 1\} \cdot \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}} = \frac{\{1 \quad 1\} \cdot \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}}{\{1 \quad 1\} \cdot \begin{Bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{Bmatrix}} = 0 ;$$

$$\begin{aligned} \omega_2^2 &= \frac{\{1 \quad -\frac{I_1}{I_2}\} \cdot \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 1 \\ -\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix}}{\{1 \quad -\frac{I_1}{I_2}\} \cdot \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 1 \\ -\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix}} = \frac{\{1 \quad -\frac{I_1}{I_2}\} \cdot \begin{Bmatrix} k + k \frac{I_1}{I_2} \\ -k - k \frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix}}{\{1 \quad -\frac{I_1}{I_2}\} \cdot \begin{Bmatrix} I_1 \\ -I_1 \end{Bmatrix}} = \\ &= \frac{k \cdot \left(1 + \frac{I_1}{I_2} \right) + k \cdot \frac{I_1}{I_2} \cdot \left(1 + \frac{I_1}{I_2} \right)}{I_1 \cdot \left(1 + \frac{I_1}{I_2} \right)} = \frac{k \cdot \left(1 + \frac{I_1}{I_2} \right)}{I_1} = \frac{(I_1 + I_2)}{I_1 I_2} k = \end{aligned}$$

$$= \frac{0,233 * 10^5 * (0,0218 + 4,93 * 10^{-6})}{0,0218 * 4,93 * 10^{-6}} = 4,7272 * 10^9 \text{ c}^{-2} \quad (6.13)$$

$$\text{Отже } \omega_1 = 0, \omega_2 = \sqrt{4,7272 * 10^9} = 68754,64 \text{ c}^{-1}$$

6.3. Розрахунок згинальних коливань

6.3.1. Визначення власних частот методом сил

Для даного валу проведемо розрахунок згинальних коливань. Знайдемо маси:

$$\begin{aligned} m_b = m_1 &= \frac{\rho_1 \pi D_1^2 h_1}{4} = 7850 * (3,14 * \left(\frac{150}{2} * 10^{-3}\right)^2 * 56 * 10^{-3} - \\ &- 3,14 * \left(\frac{20}{2} * 10^{-3}\right)^2 * 56 * 10^{-3} = 7,626 \end{aligned} \quad (6.14)$$

$$m_c = m_2 = \frac{\rho_2 \pi D_2^2 h_2}{4} = \frac{7850 * 3,14 * 20^2 * 40 * 10^{-9}}{4} = 0,0986 \text{ кг}$$

$$I = \frac{3,14 * (20 * 10^{-3})^4}{64} = 7,85 * 10^{-9}$$

$$EI = 2.1 * 10^{11} * 7,85 * 10^{-9} = 1648,5 \text{ Н} \cdot \text{м}^2 \quad (6.15)$$

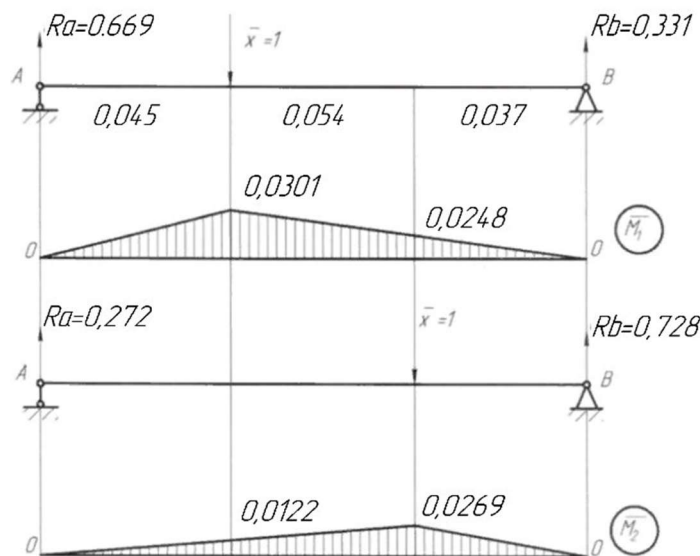


Рис. 6.4. Епюри моментів від одиничних сил.

$$\begin{aligned}
\delta_{11} &= \frac{1}{EI} \left(0,5 * 0,0301 * 0,0301 * \frac{2}{3} * 0,045 + 0,5 * 0,054 * \frac{1}{3} * (0,0301 - \right. \\
&\quad \left. 0,0248) + 0,054 * 0,028 * 0,0155 + 0,5 * 0,0248 * 0,0248 * \frac{2}{3} * 0,037 \right) \\
&= \frac{1}{EI} * 9,16 * 10^{-5} \\
\delta_{21} &= \frac{1}{EI} (1,49 * 10^{-5} + 2,86 * 10^{-5} + 8,23 * 10^{-6}) = 5,173 * 10^{-5} \\
\delta_{22} &= \frac{1}{EI} \left(0,5 * 0,045 * \frac{2}{3} * 0,0122 * 0,0122 + 0,5 * 0,054 * \frac{2}{3} * (0,0269 - 0,0122) + \right. \\
&\quad \left. 0,054 * 0,0122 * 0,01955 + 0,5 * 0,037 * \frac{2}{3} * 0,0269 * 0,0269 \right) = \frac{1}{EI} * 2,883 * 10^{-4}
\end{aligned} \tag{6.16}$$

Запишемо диференціальні рівняння в переміщеннях:

$$\begin{cases} w_1 = -\ddot{w}_1 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - \ddot{w}_2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ w_2 = -\ddot{w}_1 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 - \ddot{w}_2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 \end{cases} \tag{6.17}$$

Шукаємо переміщення у вигляді

$$w_i = W_i \cdot \cos(\omega \cdot t) \tag{6.18}$$

Після підстановки отримаємо:

$$\begin{cases} (\omega^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) \cdot W_1 + \omega^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \cdot W_2 = 0 \\ \omega^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 \cdot W_1 + (\omega^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \cdot W_2 = 0 \end{cases}$$

Повинні отримати не тривіальний розв'язок маємо, що детермінант останньої матриці має бути рівний нулю:

$$\det \begin{bmatrix} (\omega^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) & \omega^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ \omega^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 & (\omega^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \end{bmatrix} = 0 \tag{6.19}$$

Розкриваючи визначник, отримуємо характеристичне рівняння відносно ω^2 , з якого знаходимо ω^2_1, ω^2_2 :

$$(\omega^2 m_1 \delta_{11} - 1)(\omega^2 m_2 \delta_{22} - 1) - \omega^4 m_1 m_2 \delta_{12} \delta_{21} = 0;$$

$$\omega^4 m_1 m_2 \delta_{11} \delta_{22} - \omega^2 m_1 \delta_{11} - \omega^2 m_2 \delta_{22} + 1 - \omega^4 m_1 m_2 \delta_{12} \delta_{21} = 0;$$

$$\omega^4 (\delta_{11} \delta_{22} - \delta_{12} \delta_{21}) m_1 m_2 - \omega^2 (m_2 \delta_{22} + m_1 \delta_{11}) + 1 = 0;$$

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{m_2 \delta_{22} + m_1 \delta_{11} \mp \sqrt{(m_2 \delta_{22} + m_1 \delta_{11})^2 - 4(m_1 m_2 \delta_{11} \delta_{22} - m_1 m_2 \delta_{12}^2)}}{2(m_1 m_2 \delta_{11} \delta_{22} - m_1 m_2 \delta_{12}^2)}; \quad (6.20)$$

$$\omega_1^2 = 2349860,7$$

$$\omega_2^2 = 64807083 \text{ c}^{-2}$$

$$\omega_1 = 1532,93 \text{ c}^{-1}; \omega_2 = 8050,28 \text{ c}^{-1}$$

Розрахуємо власні форми коливань та перевіримо умови ортогональності. Кожній частоті відповідає своя форма коливань, розглядаємо два можливих випадки, підставляючи до відповідної матриці значення знайдених двох частот та знайдемо W_i, W_{2i} .

$$\begin{bmatrix} (\omega_i^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) & \omega_i^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ \omega_i^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 & (\omega_i^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} W_1 \\ W_2 \end{Bmatrix} = 0 \quad (6.21)$$

При $\omega_1^2 = 2349860,7$ і нормованій $W_{11} = 1$ отримаємо з розв'язку рівняння таку першу власну форму:

$$\begin{bmatrix} (\omega_1^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) & \omega_1^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ \omega_1^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 & (\omega_1^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} W_{11} \\ W_{21} \end{Bmatrix} = 0$$

$$W_{11} = -0,20$$

Аналогічно при $\omega_2^2 = 64807083 \text{ c}^{-2}$ і нормованій $W_{21} = 1$

$$\begin{bmatrix} (\omega_2^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) & \omega_2^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ \omega_2^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 & (\omega_2^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} W_{21} \\ W_{22} \end{Bmatrix} = 0 \quad (6.22)$$

$$\{W\}_1 = \begin{Bmatrix} 1 \\ -0,20 \end{Bmatrix}$$

$$\{W\}_2 = \begin{Bmatrix} 1 \\ 4,963 \end{Bmatrix}$$

Однією з властивостей власних форм коливань є їх ортогональність, маємо перевірити виконання і цієї умови.

Перевірка умови ортогональності:

$$\{W\}_1^T [m] \{W\}_2 = 0$$

$$\{1 \quad -0,20\} \cdot \begin{bmatrix} 5,157 & 0 \\ 0 & 1,37 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 1 \\ 4,963 \end{Bmatrix} \approx 0$$

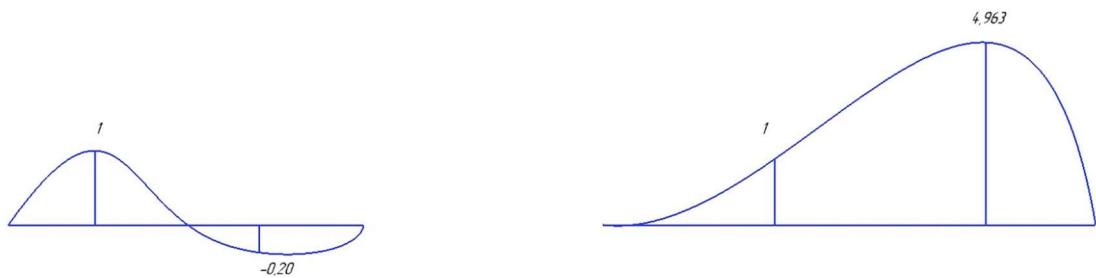


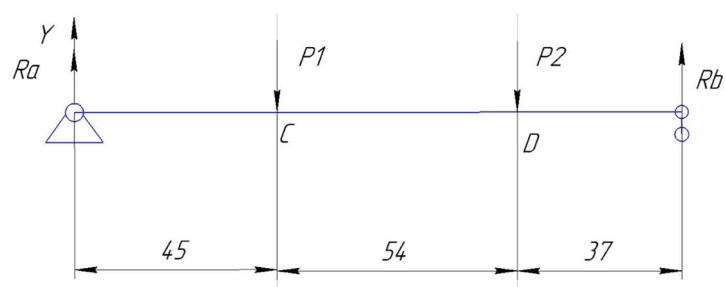
Рис.6.5. Власні форми коливань

6.3.2. Визначення першої власної частоти методом Релея

$$P_1 = m_1 g = 76,26 \text{ Н}$$

$$P = m_2 g = 0,986 \text{ Н}$$

$$R_b = 25,95 \text{ Н} \quad R_a = 52,296 \text{ Н}$$



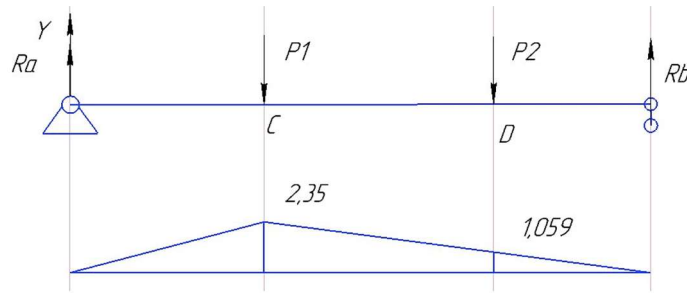


Рис.6.6. Система з двома ступенями свободи

$$W_1 = \Delta_{1P} = \frac{0,003944}{EI}; \quad W_2 = \Delta_{2P} = \frac{0,002491}{EI}$$

$$\omega_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^2 P_i \cdot W_i}{\sum_{i=1}^2 m_i \cdot W_i^2} = \frac{P_1 \cdot W_1 + P_2 \cdot W_2}{m_1 \cdot W_1^2 + m_2 \cdot W_2^2} = \frac{76,26 \cdot \frac{0,003944}{EI} + 0,986 \cdot \frac{0,002491}{EI}}{7,626 \cdot \left(\frac{0,003944}{EI}\right)^2 + 0,0986 \cdot \left(\frac{0,002491}{EI}\right)^2} \quad (6.23)$$

$$\omega_1 = 50,37\sqrt{EI} = 50,37\sqrt{1648,5} = 2045,1 \text{ c}^{-1}$$

6.3.3. Визначення першої власної частоти методом Донкерлі

$$\frac{1}{\omega_1^2} = \frac{1}{(\omega'_1)^2} + \frac{1}{(\omega'_2)^2}$$

$$\frac{1}{(\omega'_1)^2} = m_1 \delta_{11} = 7,626 * 9,16 * \frac{10^{-5}}{EI} = 6,98 * 10^{-4} * \frac{1}{EI}$$

$$\frac{1}{(\omega'_2)^2} = m_2 \delta_{22} = 0,0986 * 2,883 * \frac{10^{-4}}{EI} = 2,84 * 10^{-5} * \frac{1}{EI}$$

$$\frac{1}{\omega_1^2} = 6,98 * 10^{-4} * \frac{1}{EI} + 2,84 * 10^{-5} * \frac{1}{EI} = 7,284 * 10^{-4} * \frac{1}{EI}$$

$$\omega_1^2 = 1372.87 * EI$$

$$\omega_1 = 37.05\sqrt{EI} = 37.05\sqrt{1648,5} = 1504,38 \text{ c}^{-1}$$

6.3.4. Порівняння результатів за трьома розрахунками

Для порівняння, значення першої власної частоти згинних коливань:

- метод сил: $\omega_1 = 1532,93 \text{ с}^{-1}$

- методом Релея: $\omega_1 = 2045,1 \text{ с}^{-1}$

- методом Донкерлі: $\omega_1 = 1504,38 \text{ с}^{-1}$

Похибка результатів:

$$\delta_{\text{Релея}} = \left| \frac{2045,1 - 1532,93}{2045,1} \right| * 100 = 25\%$$

$$\delta_{\text{Донкерлі}} = \left| \frac{1532,93 - 1504,38}{1532,93} \right| * 100 = 1,54\%$$

6.4. Висновки

Для проміжного валу розраховали крутильних та згинальних коливань. У випадку з крутильними коливаннями були визначені власні частоти методом Релея, побудовані форми коливань та перевірені умови ортогональності.

Для згинальних коливань були визначині власні частоти трьома методами: методом сил, методом Релея та методом Донкерлі. Значення отримані в результаті цих розрахунків були порівняні. Метод Релея дав завищене значення частот, а метод Донкерлі занижене. Визначили форми коливань та перевірили умови ортогональності.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Б.І. Ковальчук, О.П. Заховайко. Метод. вказівки до виконання курсового проекту з деталей машин для студ. спец. "Динаміка і міцність машин" – К.: НТУУ "КПІ", 2011.
2. Павлище В.Т. Основи конструювання та розрахунків деталей машин: Підручник для вузів. – К.: Вища шк., 1993.
3. Курмаз Л.В., Курмаз О.Л. Конструирование узлов и деталей машин: Справочное учебно-методическое пособие. – М.: Высш. шк., 2007.
4. Профілювання циліндричного евольвентного зачеплення з використанням персональної ЕОМ. Методичні вказівки до курсового проекту з дисципліни "Теорія механізмів і машин" для студентів спеціальності "Динаміка і міцність машин" / Укл.: О.П.Заховайко, О.Б.Овсієнко, О.М.Протащук та ін.- К.: НТУУ "КПІ", 2000. – 40 с.
5. Чемерис О.М. Методичні вказівки до розв'язування задач симетричного згину круглих пластин з дисципліни "Будівельна механіка машин" для студентів спеціальності ДММ. – К.: КПІ, 1992.
6. Бояршинов С.В. Основы строительной механики машин –М.: "Машиностроение", 1973 – 456с.
7. Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С. Пластинки и оболочки– М.: "Наука" , 1966. – 636с.
8. Савин Г.Н. Распределение напряжений около отверстий – К.: «Наукова думка», 1968
9. Мухелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости – М.: «Наука», 1966.
10. Рудаков К.М. Чисельні методи аналізу в динаміці та міцності конструкцій: Навч. посібник. – К.: НТУУ "КПІ", 2007. – 379 с.

11. Рудаков К.Н. FEMAP 10.2.0. Геометрическое и конечно-элементное моделирование конструкций. К., 2011. – 317 с. Режим доступа : <http://www.cad.dp.ua/stats/FEMAP-102.php>
12. Василенко М.В., Алексейчук О.М. Теорія коливань і стійкості руху: Підручник. – Київ: Вища шк., 2004. – 525с.
13. Методичні вказівки до виконання випускної атестаційної роботи бакалавра з напрямку 0902 – Інженерна механіка для спеціальності 7.090201 – Динаміка і міцність машин / Укл.: А.Є. Бабенко, О.О. Боронко, О.П. Заховайко, Б.І. Ковальчук, К.М. Рудаков, Ю.М. Сидоренко, О.М. Чемерис. Під загальною редакцією М.І. Бобиря. – К.: НТУУ "КПІ", 2004. – 47 с.
14. Г.С. Писаренко. Опір матеріалів / Підручник. – К.: Вища школа, 1993. – 655с.
15. Иванов М.Н., Детали машин. Учебн. для машиностр. спец. вузов. 4-е изд. перераб. – М.: Высш. шк. 1984. – 336с.
16. Лурье И. А. Теория упругости. Издательство «Наука», 1970. – 872 с.