

УДК 539.1

И.В. Кандрачук, канд. техн.наук

## **Взаимодействие плоских акустических волн с криволинейной системой пьезокерамических цилиндрических преобразователей, во внутренней полости которой расположен электроупругий акустический экран**

Поставлена и решена задача о взаимодействии плоских акустических волн с криволинейной цилиндрической системой, образованной из круговых цилиндрических преобразователей и акустического экрана в виде электроупругого цилиндра. Решение получено с учетом связанности акустических, механических и электрических полей в каждом преобразователе и экране и многократного рассеяния волн всеми элементами системы. Приведены аналитические соотношения, позволяющие рассчитать параметры всех полей, возникающих в процессе работы системы.

The problem on interaction of plane acoustic waves with curved cylindrical system formed from circular cylindrical transducers and acoustic screen as a electro-resilient cylinder was stated and solved. The results were obtained due to connection of acoustic, mechanic and electric fields in every transducer and screen and multiple dispersion of waves by all elements of the system.

**Ключевые слова:** *цилиндрический пьезо-керамический преобразователь, акустический экран, электроупругий цилиндр, звуковое поле, рассеяние акустических волн.*

### **Введение**

В технической акустике, в частности в гидроакустике, в последние десятилетия были предложены [1] и нашли широкое применение так называемые конструктивно-совмещенные антенные системы с разделенными функциями приема и излучения звука. Особенность их построения состоит в том, что приемная и излучающая антенны занимают один и тот же объем и имеют одинаковые размеры. При этом излучающая антенна располагается во внутренней полости приемной антенны и выполняет роль ее акустического экрана. Предложенная схема построения приемной антенной системы позволяет полностью использовать габаритные размеры отсеков носителей, в которых размещаются антенные системы, для практической реализации эффективных поверхностей как прием-

ной, так и излучающей антенн. Однако при этом акустический экран приемной системы, отличается сложными частотно зависимыми импедансными свойствами, что существенно усложняет расчет параметров приемных антенн при их проектировании. Методы расчета таких антенн на сегодняшний день развиты слабо и требуют новых модельных подходов [2,3].

Одним из таких подходов может быть представление конструктивно-совмещенной антенной системы в виде криволинейной цилиндрической решетки, образованной из тонкостенных пьезокерамических цилиндрических преобразователей и акустического экрана, выполненного в виде электроупругого цилиндра.

Целью данной работы является получение аналитических выражений описывающих звуковые поля такой криволинейной системы при падении на нее плоских волн.

### **Постановка задачи**

Пусть в безграничном пространстве жидкости находится система, состоящая из, в общем случае, произвольного числа бесконечно длинных приемных пьезокерамических преобразователей и акустического экрана в виде электроупругого цилиндра. Преобразователи и экран возбуждаются падающей плоской волной давления, распространяющейся перпендикулярно их осям (плоская задача) и изменяющейся во времени по периодическому закону. Полное поле, воспринимаемое системой, представляет собой суперпозицию падающего поля и полей, рассеянных преобразователями и экраном.

Экран (его локальные полярные координаты обозначим  $r_0, \theta_0$ ) окружен  $N$  цилиндрами, образующими круговую антенную решетку (центры их нормальных сечений находятся на окружности  $r_0 = L$ ). Число  $N$  и место расположения приемных преобразователей в общем случае произвольны (рис.1).

Будем обозначать физические и геометрические параметры акустического экрана индексом  $k = 1, 2, \dots, N$ , связав каждый из них с полярной системой координат  $r_k, \theta_k$ . Местонахож-

дение центра  $k$ -го цилиндра определяется исходными значениями  $\theta_0 = \theta_{k0}$ ,  $r_0 = L$ .

Внутренние объемы всех преобразователей могут быть заполнены жидкостью или газом. Предполагается, что все электроупругие цилиндры имеют радиальную поляризацию, а их

сплошные токопроводящие покрытия на внутренней и внешней поверхностях могут быть замкнутыми, разомкнутыми или замкнутыми через нагрузочные сопротивления.

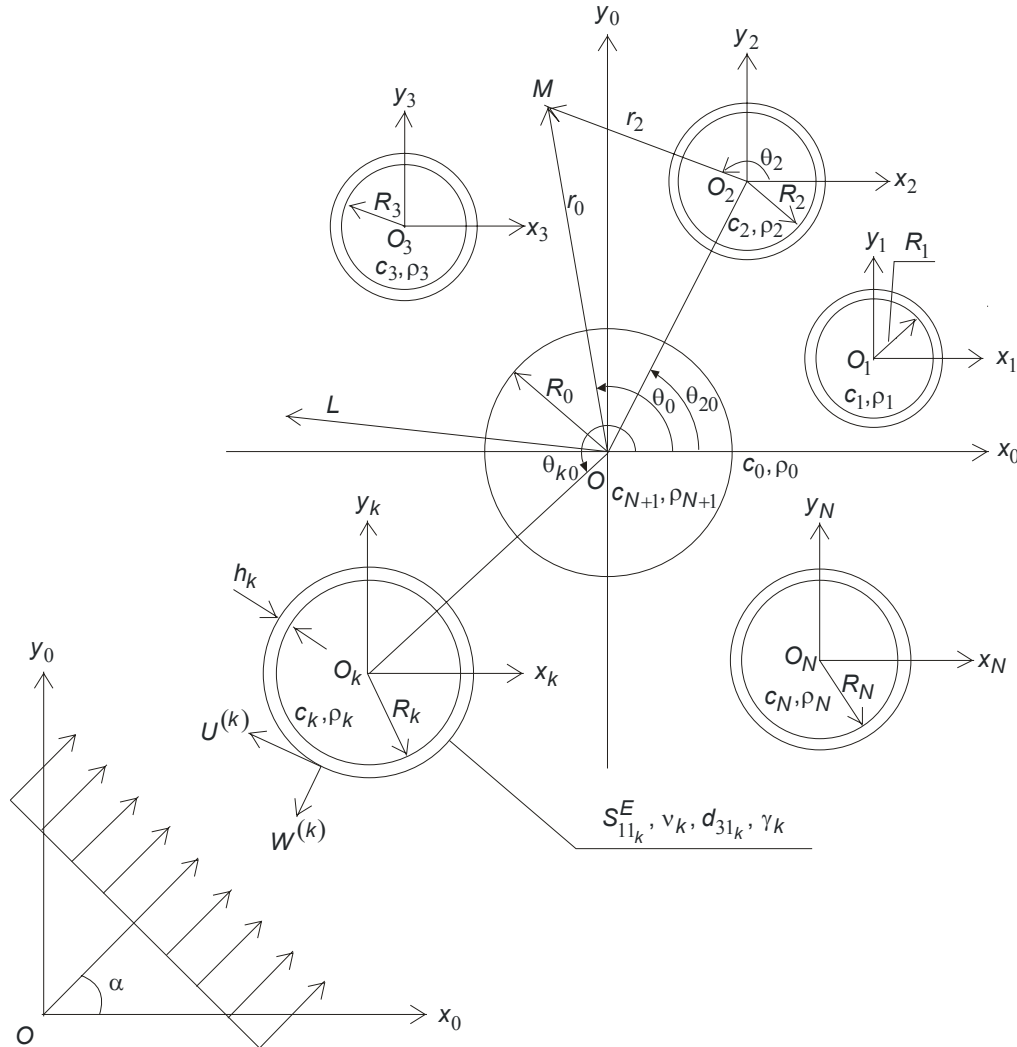


Рис.1. Система пьезокерамических цилиндрических преобразователей с электроупругим акустическим экраном

Математическое моделирование рассматриваемой гидроэлектроупругой системы выполним в рамках теории Кирхгофа-Лява, и акустической теории. В результате исходной для данной задачи является следующая система уравнений, включающая:

- уравнения движения тонкостенных пьезокерамических оболочек [4]:

$$\left(1 + \beta_k^2 \mu_k\right) \frac{\partial^2 U^{(k)}}{\partial \theta_k^2} + \frac{\partial W^{(k)}}{\partial \theta_k} + \beta_k^2 \mu_k \frac{\partial^3 W^{(k)}}{\partial \theta_k^3} - \frac{R_k^2}{C_{pk}^2} \frac{\partial^2 U^{(k)}}{\partial t^2} = 0;$$

$$\frac{\partial U^{(k)}}{\partial \theta_k} - \beta_k^2 \mu_k \frac{\partial^3 U^{(k)}}{\partial \theta_k^3} + W^{(k)} + \beta_k^2 \mu_k \frac{\partial^4 W^{(k)}}{\partial \theta_k^4} - R_k (1 + \nu_k) d_{31,k} E_r^{(k)} + \frac{R_k}{C_{pk}^2} \frac{\partial^2 W^{(k)}}{\partial t^2} = \frac{S_{11,k} (1 - \nu_k^2) R_k^2}{h_k} q_k, (k = 0, 1, \dots, N); \quad (1)$$

- уравнения, описывающие волновые процессы в жидкостях вне и внутри преобразователей и экрана:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 \varphi^{(0)}}{\partial r_k^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi^{(0)}}{\partial r_k} + \frac{1}{r_k^2} \frac{\partial^2 \varphi^{(0)}}{\partial \theta_k^2} = \\ & = \frac{1}{C_0^2} \frac{\partial^2 \varphi^{(0)}}{\partial t^2} \quad (k = 0, 1, \dots, N); \\ & \frac{\partial^2 \varphi^{(i)}}{\partial r_i^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi^{(i)}}{\partial r_i} + \frac{1}{r_i^2} \frac{\partial^2 \varphi^{(i)}}{\partial \theta_i^2} = \\ & = \frac{1}{C_i^2} \frac{\partial^2 \varphi^{(i)}}{\partial t^2} \quad (i = 1, 2, \dots, N); \\ & \frac{\partial^2 \varphi^{(N+1)}}{\partial r_0^2} + \frac{1}{r_0} \frac{\partial \varphi^{(N+1)}}{\partial r_0} + \frac{1}{r_0^2} \frac{\partial^2 \varphi^{(N+1)}}{\partial \theta_0^2} = \\ & = \frac{1}{C_{N+1}^2} \frac{\partial^2 \varphi^{(N+1)}}{\partial t^2}, \end{aligned} \quad (2)$$

-зависимости между гидродинамическими нагрузками оболочек и давлениями в акустических средах:

$$q^{(k)} = \left| -p^{(0)} + p^{(k)} \right|_{r_k=R_k}, \quad (k = 0, 1, \dots, N); \quad (3)$$

-уравнение неразрывности сред на границах с оболочками:

$$p^{(i)} = -\rho_i \frac{\partial \varphi^{(i)}}{\partial t}, \quad (i = 0, 1, \dots, N+1); \quad (4)$$

Здесь используются следующие обозначения:  $U^{(k)}, W^{(k)}$  - тангенциальные и нормальные перемещения точек срединной поверхности преобразователей, образующих круговую антенную решетку  $k = 1, 2, \dots, N$  и внутреннего  $k = 0$  экрана;  $E_r^{(k)} = 0$  - напряженность электрического поля;  $\beta_k, \mu_k, c_{pk}$  - постоянные, зависящие от физических модулей упругости  $S_{11k}^E$  и  $v_k$ , пьезомодуля  $d_{31k}$  и плотности  $\rho_k$  материала геометрического радиуса  $R_k$  и толщины  $h_k$  параметров  $k$ -ой электродированной оболочки;  $p^{(i)}, \varphi^{(i)}$  - давление и потенциал скорости акустических полей в средах, заполняющих безграничное внешнее пространство ( $i=0$ ), внутренние объемы цилиндров, оси которых лежат на окружности  $r_0 = L$ , ( $i = 1, 2, \dots, N$ ), и центрально расположенного цилиндра  $i = N+1$ ;  $\rho_i, c_i$  - величины, определяющие свойства этих сред (плотность и скорость распространения звуковой волны),  $t$  - время. Выражения для  $\beta_k, \mu_k, c_{pk}$  приведены в работе [4].

В зависимости от варианта электрического нагружения электродов каждой  $k$ -ой ( $k = 1, 2, \dots, N$ ) оболочки, уравнения движения (1) дополняются одним из соотношений: либо  $E_r^{(k)} = 0$  при закороченных электродах, либо

$$I^{(k)} = \frac{E_r^{(k)} h_k}{z_n^{(k)}}, \quad \text{если электроды замкнуты через}$$

нагрузочное сопротивление  $z_n^{(k)}$ . Отметим, что ток через  $k$ -ую пьезоэлектрическую оболочку описывается выражением, приведенным в работах [4, 5].

Условия безотрывного контакта поверхностей пьезоэлектрических оболочек с акустическими средами имеют вид:

$$\frac{\partial W^{(k)}}{\partial t} = \frac{\partial [\varphi_p^0 + \psi]}{\partial r_k} \Big|_{r_k=R_k}; \quad (5)$$

$$\frac{\partial W^{(k)}}{\partial t} = \frac{\partial \varphi^{(k)}}{\partial r_k} \Big|_{r_k=R_k}, \quad (k = 0, 1, \dots, N).$$

Здесь,  $\varphi_p^0$  - потенциал скорости поля рассеяния системы оболочек;  $\psi$  - потенциал скорости падающей плоской волны, распространяющейся под углом  $\alpha$  к осям  $O_x X_k$  декартовых систем координат (рис.1). В переменных  $r_k$  и  $\theta_k$  он имеет вид:

$$\begin{aligned} \psi(r_0, \theta_0, t) &= \\ &= Q e^{-i\omega t + i \frac{\omega}{c_0} [L \cos(\theta_{k0} - \alpha) + r_k \cos(\theta_k - \alpha)]}; \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \psi(r_0, \theta_0, t) &= \psi(r_{N+1}, Q_{N+1}, t) = \\ &= Q e^{-i\omega t + i \frac{\omega}{c_0} r \cos(\theta_k - \alpha)}, \end{aligned}$$

где  $\theta$  - амплитуда падающей волны,  $\theta_{k0}$  - угловая координата  $\theta_k$  (рис.1) в системе координат.

### Метод решения

Решение будем искать в виде рядов по собственным формам колебаний, которые для данного варианта гидроэлектроупругой системы записываются в виде:

$$W^{(k)} = e^{-i\omega t} \sum_{n=-\infty}^{\infty} W_n^{(k)} e^{-in\theta_k};$$

$$U^{(k)} = e^{-i\omega t} \sum_{n=-\infty}^{\infty} U_n^{(k)} e^{-in\theta_k}; \quad (7)$$

$$\varphi_p^{(0)} = e^{-i\omega t} \sum_{k=0}^N \sum_{n=-\infty}^{\infty} \varphi_{np}^{(0)} e^{-in\theta_k};$$

$$\varphi^i = e^{-i\omega t} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \varphi_n^{(i)}(r_j) e^{-in\theta_j}, (i = 1, 2, \dots, N + 1). \quad (8)$$

Гармоники  $\varphi_{np}^{(k)}$  и  $\varphi_n^{(i)}$  удовлетворяют уравнению Бесселя, что следует в результате подстановки рядов (8) в волновые уравнения (2). Их общие решения с учетом условия Зоммерфельда на бесконечности для потенциала  $\varphi_p^{(0)}$  и ограниченности каждого из потенциалов  $\varphi^{(i)}$  ( $i = 1, 2, \dots, N + 1$ ) в начале  $i$ -ой системы координат, выражаются через функции Ханкеля первого рода и Бесселя в виде:

$$\varphi_{np}^{(k)} = A_n^{(k)} H_n^{(1)}\left(\frac{\omega}{c_0} r_k\right); \quad (9)$$

$$\varphi_n^{(i)} = B_n^{(i)} J_n\left(\frac{\omega}{c_0} r_j\right).$$

Здесь  $A_n^{(k)}$  и  $B_n^{(i)}$  – неизвестные коэффициенты разложения, соответственно звуковых полей рассеяния оболочек во внешней среде и полей внутри оболочек, определяемые из граничных условий.

Поскольку звуковые поля, рассеянные (отраженные) каждой из пьезокерамических оболочек криволинейной системы, заданы в своих локальных координатных системах, для представления потенциала скорости полного рассеянного поля  $\varphi_p^{(0)}$  в одной, связанной с каждым из цилиндров  $k$ -ой системе координат, воспользуемся теоремой сложения для цилиндрических волновых функций [6]:

$$H_n^{(1)}\left(\frac{\omega}{c_0} r_j\right) e^{in\theta_j} = \quad (10)$$

$$= \sum_{m=-\infty}^{\infty} H_{n-m}^{(1)}\left(\frac{\omega}{c_0} L_{kj}\right) J_m\left(\frac{\omega}{c_0} r_k\right) e^{i(n-m)\theta_{kj}} e^{im\theta_k}.$$

Используя теорему сложения (10) для волновых цилиндрических функций при  $r_k < L_{kj}$ ,

получим следующее представление искомого потенциала  $\varphi_p^{(0)}$  в каждой из ( $k=1, \dots, N+1$ ) локальных координатных систем:

$$\varphi_p^{(0)}(r_k, \theta_k) = e^{-i\omega t} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ A_n^{(k)} H_n^{(1)}\left(\frac{\omega}{c_0} r_k\right) + \sum_{j \neq k}^{N+1} \right. \quad (11)$$

$$\left. \times \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_m^{(j)} H_{m-n}^{(1)} J_m\left(\frac{\omega}{c_0} r_k\right) e^{i(m-n)\theta_{kj}} \right\} e^{in\theta_k}$$

Угловая  $\theta_{kj}$  и радиальная  $L_{kj}$  координаты центра  $O_x$   $k$ -ой координатной системы в  $j$ -ой системе ( $k = 1, \dots, N + 1$ ) определяются по формулам:

$$\theta_{kj} = \begin{cases} \frac{\theta_{k0} + \theta_{j0} + \pi}{2}, & k > j \quad (k \neq N + 1, j \neq N + 1) \\ \frac{\theta_{k0} + \theta_{j0} - \pi}{2}, & k < j \quad (k \neq N + 1, j \neq N + 1) \\ \theta_{k0}, & j \neq N + 1 \\ \pi + \theta_{j0}, & j \neq N + 1 \end{cases} \quad (12)$$

$$L_{kj} = \begin{cases} 2L \cos \frac{\pi - \theta_{j0} - \theta_{k0}}{2}, & (k \neq N + 1, j \neq N + 1) \\ L, & j = N + 1 \\ L, & k = n + 1 \end{cases} \quad (k \neq j)$$

Аналогичные выражению (10) разложения в ряды по собственным формам колебаний допускают потенциалы (6) падающей плоской волны:

$$\psi(r_k, \theta_k) = Q e^{-i\omega t + i \frac{\omega}{c_0} L \cos(\theta_{k0} - \alpha)} \times \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n I_n\left(\frac{\omega}{c_0} r_k\right) e^{-in\alpha} e^{in\theta_k}, (k = 1, 2, \dots, N), \quad (13)$$

$$\psi(r_0, \theta_0, t) = Q e^{-i\omega t} \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n I_n\left(\frac{\omega}{c_0} r_0\right) e^{-in\alpha} e^{in\theta_0}.$$

С учетом соотношений (3), (4), (8), (11) и (13) представим нагрузку  $q_k$ , действующую на каждую из оболочек ( $k = 0, \dots, N$ ), в виде ряда Фурье:

$$q_k = \sum q_n^{(k)} e^{in\theta_k}, \quad (14)$$

где

$$q_n^{(0)} = -i\omega \left\{ \rho_0 \sum_{j=1}^N \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_m^{(j)} H_{m-n}^{(1)} \left( \frac{\omega}{c_0} L_{0j} \right) J_n \left( \frac{\omega}{c_0} R_0 \right) e^{i(m-n)\theta_{0j}} + \rho_0 A_n^{(0)} H_n^{(1)} \left( \frac{\omega}{c_0} R_0 \right) \right. \\ \left. + \rho_{N+1} B_n^{(N+1)} J_n \left( \frac{\omega}{c_{N+1}} R_0 \right) - \rho_0 Q i^n J_n \left( \frac{\omega}{c_0} R_0 \right) e^{-in\alpha} \right\};$$

$$q_n^{(k)} = -i\omega \left\{ \rho_0 \sum_{j=1}^N \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_m^{(j)} H_{m-n}^{(1)} \left( \frac{\omega}{c_0} L_{kj} \right) J_n \left( \frac{\omega}{c_0} R_k \right) e^{i(m-n)\theta_{kj}} + \rho_0 A_n^{(k)} H_n^{(1)} \left( \frac{\omega}{c_0} R_k \right) \right. \\ \left. - \rho_k B_n^{(k)} J_n \left( \frac{\omega}{c_0} R_k \right) + \rho_0 Q i^n e^{\frac{i\omega}{c_0} L \cos(\theta_{k0} - \alpha)} J_n \left( \frac{\omega}{c_0} R_k \right) e^{-in\alpha} \right\}; \quad (15)$$

При сплошных электродированных покрытиях из выражения для тока смещения следует пропорциональная зависимость между напряженностью электрического поля и нулевой компонентной прогиба пьезокерамической оболочки  $E^{(k)} = a_k W_0^{(k)}$ . Значения коэффициентов  $a_k$  для принятых вариантов электрического нагружения электродов вычисляются по формулам, приведенным в работе [5].

Решение уравнения электроупругих оболочек относительно гармоник перемещений  $W_n^{(k)}$  и  $U_n^{(k)}$  выразим через  $q_n^{(k)}$ , ( $k=0,1,\dots,N$ ). Эти соотношения приобретают вид, приведенный в работе [4]. Далее, подставляя  $W^k, \varphi_p^{(0)}(r_k, \theta_k), \psi(r_k, \theta_k)$  и  $\varphi^{(k)}$  в граничные условия (4) и (5) на поверхностях цилиндров, получим следующую бесконечную систему линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных коэффициентов разложений  $A_n^{(k)}, B_n^{(k)}$ :

$$A_n^{(k)} + \sum_{j=0}^N \sum_{m=-\infty}^{\infty} F_{nm1}^{(kj)} A_m^{(j)} + G_{n1}^{(k)} B_n^{(k)} = Q U_{n1}^{(k)};$$

$$G_{n2}^{(k)} A_n^{(k)} + \sum_{j=0}^N \sum_{m=-\infty}^{\infty} F_{nm2}^{(kj)} A_m^{(j)} + B_n^{(k)} = Q U_{n2}^{(k)};$$

$$k = 1, \dots, N; \quad (16)$$

$$A_n^{(0)} + \sum_{j=1}^N \sum_{m=-\infty}^{\infty} F_{nm1}^{(0j)} A_m^{(j)} + G_{n1}^{(0)} B_n^{(N+1)} = Q U_{n1}^{(0)};$$

$$G_{n2}^{(0)} A_n^{(0)} + \sum_{j=0}^N \sum_{m=-\infty}^{\infty} F_{nm2}^{(0j)} A_m^{(j)} + B_n^{(N+1)} = Q U_{n2}^{(0)}.$$

Здесь:

$$F_{nm1}^{(1)} = \frac{H_{(m-n)}^{(1)} \left( \frac{\omega}{c_0} L_{sj} \right) e^{i(m-n)\theta_{sj}} N_{n1}^{(s)}}{T_n^{(s)}}, (s, j = 0, 1, \dots, N);$$

$$G_{n1}^{(k)} = \frac{i\omega \rho_k J_n \left( \frac{\omega}{c_k} R_k \right)}{T_n^{(k)}}, G_{n1}^{(0)} = \frac{i\omega \rho_{N+1} J_n \left( \frac{\omega}{c_{N+1}} R_k \right)}{T_n^{(0)}};$$

$$G_{n2}^{(s)} = \frac{i\omega \rho_0 H_n^{(1)} \left( \frac{\omega}{c_0} R_s \right)}{N_{n2}^{(s)}}, (s = 0, 1, \dots, N);$$

$$U_{n1}^{(k)} = -\frac{i^n e^{\frac{i\omega}{c_0} L \cos(\theta_{k0} - \alpha)} N_{n1}^{(r)}}{T_n^{(k)}};$$

$$U_{n1}^{(0)} = -\frac{i^n N_{n1}^{(0)}}{T_n^{(0)}};$$

$$U_{n2}^{(k)} = \frac{b_n^{(k)} \omega \rho_0 i^{n+1} e^{\frac{i\omega}{c_0} L \cos(\theta_{k0} - \alpha)} I_n \left( \frac{\omega}{c_0} R_k \right) e^{-in\alpha}}{N_{n2}^{(k)}};$$

$$U_{n2}^{(0)} = \frac{b_n^{(0)} \omega \rho_0 i^{n+1} I_n \left( \frac{\omega}{c} R_0 \right) e^{-in\alpha}}{N_{n2}^{(k)}}. \quad (17)$$

В выражениях (17) приняты обозначения:

$$T_n^{(s)} = \left[ -i\omega \rho_0 b_n^{(s)} - \frac{n}{R_s} \right] H_n^{(1)} \left( \frac{\omega}{c_0} R_s \right) + \frac{\omega}{c_0} H_{n+1}^{(1)} \left( \frac{\omega}{c_0} R_s \right);$$

$$N_{n1}^{(s)} = \left[ -i\omega \rho_0 b_n^{(s)} - \frac{n}{R_s} \right] J_n \left( \frac{\omega}{c_k} R_s \right) + \frac{\omega}{c_k} J_{n+1} \left( \frac{\omega}{c_k} R_s \right);$$

$$N_{n2}^{(k)} = \left[ -i\omega \rho_k b_n^{(k)} - \frac{n}{R_s} \right] J_n \left( \frac{\omega}{c_0} R_s \right) + \frac{\omega}{c_0} J_{n+1} \left( \frac{\omega}{c_0} R_s \right);$$

$$N_{n2}^{(0)} = \left[ i\omega \rho_{N+1} b_n^{(0)} - \frac{n}{R_0} \right] J_n \left( \frac{\omega}{c_{N+1}} R_0 \right) + \frac{\omega}{c_{N+1}} J_{n+1} \left( \frac{\omega}{c_{N+1}} R_0 \right). \quad (18)$$

Если внутренние объемы цилиндров заполнены вакуумом, бесконечная система уравнений (16) упрощается и принимает вид:

$$A_n^{(k)} + \sum_{j=0}^N \sum_{m=-\infty}^{\infty} F_{nm}^{(kj)} A_m^{(j)} + G_{n1}^{(k)} B_n^{(k)} = QU_{n1}^{(k)}, k = 1, \dots, N,$$

$$A_n^{(0)} + \sum_{j=1}^N \sum_{m=-\infty}^{\infty} F_{nm}^{(0j)} A_m^{(j)} + G_{n1}^{(0)} B_n^{(k)} = QU_{n1}^{(0)}. \quad (19)$$

Отметим, что бесконечная система уравнений (16) является квазирегулярной и имеет единственное решение, которое может быть получено методом редукции [5]. Это можно показать, используя асимптотические представления для функций Ханкеля и Бесселя, когда их порядок значительно больше аргумента.

После вычисления коэффициентов  $A_n^{(k)}$ , ( $k=0, 1, \dots, N$ ) и  $B_n^{(i)}$ , ( $i=1, 2, \dots, N+1$ ) находятся:

- давление на поверхностях контакта каждого из цилиндров с внешней (в соответствующей системе координат) акустической средой:

$$P^{(0)} \Big|_{r_k=R_k} = e^{i\omega t} i\omega \rho_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ A_n^{(k)} H_n^{(1)} \left( \frac{\omega}{c_0} R_k \right) + \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq k}}^N \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_m^{(1)} H_{m-n}^{(1)} \left( \frac{\omega}{c_0} L_{kj} \right) J_n \left( \frac{\omega}{c_0} R_k \right) e^{i(m-n)\theta_{kj}} + Q \left[ (1 - \delta_{k0}) e^{\frac{\omega}{c_0} \cos(\theta_{k0} - \alpha)} + \delta_{ka} \right] i^n J_n \left( \frac{\omega}{c_0} R_k \right) \right\} e^{in\theta_k},$$

где  $k=0, 1, \dots, N$ ;  $\delta_{k0}$  - символ Кронекера;

- давление в произвольных точках сред вне и внутри оболочек:

$$P^{(0)} = e^{i\omega t} i\omega \rho_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ \sum_{j=0}^N A_n^{(k)} H_n^{(1)} \left( \frac{\omega}{c_0} r_k \right) e^{in\theta_k} + Q i^n J_n \left( \frac{\omega}{c_0} r_0 \right) e^{in\theta_0} \right\}, k = 0, 1, \dots, N,$$

$$P^{(k)} = e^{i\omega t} i\omega \rho_k \sum_{n=-\infty}^{\infty} B_n^{(k)} J_n \left( \frac{\omega}{c_k} r_k \right) e^{in\theta_k}, (k = 1, 2, \dots, N),$$

$$P^{(N+1)} = e^{i\omega t} i\omega \rho_{N+1} \sum_{n=-\infty}^{\infty} B_n^{(N+1)} J_n \left( \frac{\omega}{c_{N+1}} r_0 \right) e^{in\theta_{k0}},$$

по формулам (3) действующие на оболочку нагрузки  $q^{(k)}$ .

При расчете дальнего поля давление волн  $P_p^0$ , отраженных рассматриваемой системой, оправдано использование асимптотических разложений, справедливых при больших значениях  $\frac{\omega}{c_0} r_j$ :

$$P_p^{(0)} = e^{-i\omega t} i\omega \rho_0 \sum_{j=0}^N \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n^{(j)} \frac{2}{\sqrt{\frac{\omega}{c} r_j}} e^{i \left( \frac{\omega}{c_0} r_j - \frac{n\pi}{2} - \frac{\pi}{4} \right) e^{in\theta_j}}.$$

Величины  $r_k$ ,  $\theta_k$  при  $k \neq 0$  выражаются через координаты центрально расположенной оболочки посредством формул:

$$r_k = \sqrt{L^2 + r_0^2 - 2Lr_0 \cos(\theta_0 - \theta_{k0})};$$

$$\theta_k = \pi - \theta_{k0} - \arctg \frac{r_0 \sin(\theta_0 - \theta_{k0})}{L - r_0 \cos(\theta_0 - \theta_{k0})}.$$

Располагая значениями  $q^{(k)}$  нетрудно опеределять нормальные и тангенциальные перемещения точек пьезокерамических приемников, напряженности возбуждаемых в них электрических полей и разности потенциалов между электродами.

В случае, когда центрально расположенная оболочка  $k=0$  является только упругой, например, металлической, достаточно в исходных уравнениях задачи приравнять нулю соответствующие пьезоконстанты, диэлектрическую проницаемость и напряженность электрического поля.

### Выводы

Предложена процедура расчета звуковых полей, формируемых криволинейной системой, образованной из конечного числа круговых цилиндрических пьезокерамических преобразователей и электроупругого экрана, расположенного во внутренней полости системы, при возбуждении системы плоскими акустическими волнами. В качестве акустического экрана рассмотрена тонкая цилиндрическая электроупругая оболочка. Рассматриваемая физическая модель соответствует конструктивно-совмещенной антенной системе с разделенными функциями приема и излучения при работе системы в режиме приема. В расчетной модели этой системы учтены:

- связанность в каждом пьезокерамическом преобразователе акустических, механических и электрических полей;
- влияние многократного отражения звуковых волн на формирование системой и ее элементами звуковых полей, возникающего в системах такого типа при возбуждении элементов;
- импедансные свойства акустического экрана и их частотная зависимость.

Достоверность полученных соотношений подтверждается тем, что в частном случае возбуждения рассматриваемой системы в криволинейную систему без акустического экрана они совпадают с выражениями, приведенными в работе [4].

**Литература**

1. *Шамарин Ю.Е., Лейко А.Г., Шамарин А.Ю., Ткаченко В.П.,* Технология акустических антенн. – К: Аванностприм, - 2001. – 255с.
2. *Коржик О.В., Лейко О.Г.* Взаємодія плоскої акустичної хвилі з лінійною решіткою електропружних циліндричних перетворювачів // *Наук. Вісті НТУУ «КПІ».* – 2001. - №4. – С. 106-114.
3. *Кандрачук И.В.* Взаимодействие плоской акустической волны с криволинейной системой, образованной из цилиндрических пьезокерамических преобразователей и экрана конечной звукопрозрачности // *Электроника и связь.* – 2007. - №2. – С. 72-78.
4. *Гринченко В.Т., Улитко А.Ф., Шульга Н.А.* Электроупругость. – К.: Наук. Думка, 1989. – 279с.
5. *Лейко А.Г., Шамарин Ю.Е., Ткаченко В.П.* Подводные акустические антенны. – К.: Аванностприм, 2000. – 319с.
6. *Шендеров Е.Л.* Волновые задачи гидроакустики. – Л.: судостроение. 1972. – 348с.

*Национальный технический университет Украины  
«Киевский политехнический институт»*

*Поступила в редакцию 7 сентября 2012 г.*