

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ УКРАИНЫ  
“КИЕВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
имени ИГОРЯ СИКОРСКОГО”**

На правах рукописи

**ШАЛДЕНКО АЛЕКСЕЙ ВИКТОРОВИЧ**

УДК 532.542

**ГИДРОДИНАМИКА И ТЕПЛООБМЕН В КАНАЛАХ СО ВСТАВКАМИ  
СЛОЖНОЙ ФОРМЫ В СИСТЕМАХ ТЕПЛОТВОДА РЭА**

**01.02.05 – механика жидкости, газа и плазмы**

Диссертация на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Научный руководитель:  
Гуржий Александр Андреевич  
д.ф.-м.н., с.н.с.

Киев – 2016

## СОДЕРЖАНИЕ

Содержание.....	2
Перечень условных обозначений, символов, сокращений и терминов..	5
<b>ВВЕДЕНИЕ</b> .....	7
<b>1. ОБЗОР ЛИТЕРАТУРНЫХ ИСТОЧНИКОВ</b> .....	16
1.1. Краткие исторические сведения развития микропроцессоров.....	16
1.2. Обоснование конструктивных возможностей надежного теплоотвода на кристаллах микропроцессора.....	19
1.3. Основные проблемы численного решения задач гидромеханики в приближении малых чисел Рейнольдса.....	28
1.4. Особенности решения задач переноса тепла во внутренних течениях.....	32
1.5. Проблемы дальнейших исследований .....	36
<b>2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ПЕРЕНОСА ТЕПЛА В КАНАЛЕ</b>	38
2.1 Основные уравнения движения жидкости и переноса тепла .....	38
2.2. Начальные и граничные условия.....	41
2.3. Дискретизация дифференциальных уравнений на расчетной сетке.....	46
2.4. Анализ условия устойчивости простой явной схемы.....	55
2.5. Тестирование численного решения задачи.....	60
2.6. Выводы по разделу.....	64
<b>3. АНАЛИЗ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛОПЕРЕДАЧИ В   ПРЯМОЛИНЕЙНОМ КАНАЛЕ</b> .....	66
3.1. Исходные данные для моделирования процессов теплопередачи в прямолинейном канале.....	66
3.2. Особенности нестационарных процессов внутри канала.....	68

3.3. Анализ стационарных тепловых потоков в прямолинейном канале без вставок.....	73
3.4. Особенности физических процессов в канале с системой симметричных вставок.....	78
3.4.1. Влияние высоты вставок на уровень теплопередачи.....	78
3.4.2. Влияние расстояния между вставками на уровень тепловых потоков.....	84
3.4.3. Определение уровней тепловых потоков при увеличении ширины вставок.....	91
3.5. Особенности физических процессов в канале с системой несимметричных вставок.....	97
3.5.1. Влияние высоты вставок на уровень тепловых потоков .....	97
3.5.2. Влияние расстояния между вставками на уровень тепловых потоков.....	104
3.6. Анализ особенностей процессов теплопередачи в прямолинейном канале.....	109
3.7. Выводы по разделу.....	112
<b>4. АНАЛИЗ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛОПЕРЕДАЧИ В ЗИГЗАГООБРАЗНОМ КАНАЛЕ.....</b>	<b>114</b>
4.1. Анализ стационарных тепловых потоков в зигзагообразном канале без вставок .....	114
4.2. Влияние ширины сегментов канала на уровень тепловых потоков.....	121
4.3. Анализ особенностей процессов теплопередачи в канале с системой несимметричных вставок.....	126
4.4. Влияние высоты вставок на процессы теплопередачи в канале с системой симметричных вставок.....	131
4.5. Определение уровней тепловых потоков при увеличении ширины вставок в зигзагообразных каналах.....	142

4.6. Анализ особенностей процессов теплопередачи в каналах различной геометрии .....	148
4.7. Выводы по разделу.....	154
<b>ВЫВОДЫ</b> .....	156
Список использованных источников.....	159
<b>Приложение</b> .....	177
Приложение А. Пример инженерного расчета прямолинейного канала со вставками.....	178
Приложение Б. Документы о внедрении и использовании результатов диссертационной работы.....	182

## ПЕРЕЧЕНЬ УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ, СИМВОЛОВ, СОКРАЩЕНИЙ И ТЕРМИНОВ

$a$	- расстояние между вставками в канале;
$c$	- ширина вставки в канале;
$c_p$	- удельная теплоемкость среды при постоянном давлении;
$D_1, D_2$	- ширина входного и выходного отверстия канала;
$\text{erf}(z), \text{erfc}(z)$	- функции интегралов вероятности;
$h$	- высота вставки в канале;
$L$	- длина канала по срединной линии;
$p(x,y,t)$	- поле давления;
$\Delta p$	- перепад давления, приложенного ко входу и выходу канала;
$Q(x,y,t)$	- безразмерное поле температур;
$S_1, S_2, \dots, S_{10}$	- расчетные области задачи;
$t$	- время;
$T(x,y,t)$	- поле температур (размерное);
$T_0$	- температура теплоносителя на входе канала;
$T_1$	- температура внешней нагретой поверхности канала;
$U(x,y,t)$	- проекция поля скорости течения жидкости на ось $Ox$ прямоугольной системы координат;
$V(x,y,t)$	- проекция поля скорости течения жидкости на ось $Oy$ прямоугольной системы координат;
$\mathbf{V}(x,y,t)$	- векторное поле скорости течения жидкости;
$W$	- высота расчетной области канала;
$x, y$	- пространственные координаты;
$\alpha$	- коэффициент температуропроводности среды;
$\beta, \beta^*$	- безразмерные параметры в расчетной схеме;
$\gamma$	- коэффициент теплопроводности сред;
$\varepsilon$	- возмущение (ошибка) в узле расчетной схемы;
$\mu$	- коэффициент динамической вязкости;

$\nu$	- коэффициент кинематической вязкости;
$\rho$	- плотность среды;
$\Psi(x,y,t)$	- функция тока течения жидкости;
$\omega(x,y,t)$	- поле завихренности течения жидкости;
$\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3$	- поверхности расчетных областей.

#### **Числа подобия**

Re	- число Рейнольдса;
Pe	- число Пекле.

#### **Индексы**

$i$	- номер узла на расчетной сетке в направлении оси $Ox$ прямоугольной системы координат;
$j$	- номер узла на расчетной сетке в направлении оси $Oy$ прямоугольной системы координат;
F	- жидкость;
S	- твердая среда.

#### **Сокращение**

РЭА	- радио-электронная аппаратура.
-----	---------------------------------

## ВВЕДЕНИЕ

Стремительному развитию современной вычислительной техники за последние годы способствуют две отчетливо наметившиеся тенденции, вызванные существенным ростом тактовой частоты микропроцессоров и значительным усложнением его элементной базы и структуры. Такая тенденция позволила в середине 60-х годов прошлого века Г.Е.Мооре сформулировать эмпирический закон, согласно которому каждые два года общее количество электронных элементов в микропроцессорах увеличивается в среднем в два раза. В тоже время стремление многих разработчиков и конструкторов микропроцессорной техники к миниатюризации приводит к заметному увеличению удельного тепловыделения, которое приходится на единицу поверхности электронных устройств.

Если первые микропроцессоры серии 8080/8085/8088 (1970-1980гг.), выполненные на микросхемах, содержали  $\approx 10^3 \dots 10^4$  элементов и могли охлаждаться собственными корпусами, то микропроцессоры серии 80285/80385/80485 (1980-1990гг.) состояли из  $\approx 10^5 \dots 10^6$  элементов. Для их охлаждения стали применяться пассивные радиаторы различной конструкции и конфигурации. Количество элементов в микропроцессорах следующей серии Pentium, AMD, Core, Intel (2000-2015гг.) было доведено до  $\approx 10^7 \dots 10^9$ . Такие микропроцессоры уже требовали принудительное охлаждение (cooler) для формирования надежного отвода тепловыделения.

В перспективе уже сегодня количество элементов в микропроцессорах может быть доведено до значений  $\approx 10^{10} \dots 10^{11}$ . Необходимость охлаждения таких сложных устройств формирует сегодня новую техническую задачу формирования надежного, устойчивого и контролируемого отвода выделенной теплоты с поверхности микроэлектронных устройств радиоэлектронной аппаратуры (РЭА).

Анализ современной научной литературы показывает, что воздушный принудительный теплоотвод с поверхности микропроцессоров, которые сего-

дня применяется в вычислительной технике, фактически выходит на свои предельные возможности. Одним из технических решений этой проблемы является создание в кристалле микропроцессора или других устройств РЭА системы каналов с жидким теплоносителем, который за счет диффузионного и конвективного потоков может выводить необходимое количество тепла во внешнее охлаждающее устройство.

Системы микроканалов широко применяются при создании химических чипов (химических микрореакторов), которые позволяют на электронном уровне контролировать и управлять термическими условиями динамически неустойчивых химических реакций. При этом возникает возможность синтеза новых материалов с улучшенными физическими свойствами.

Открытие явления детерминированного хаоса (H.Aref, 1984) позволило многим исследователям посмотреть на проблему переноса скалярных полей в жидкостях с новых концептуальных позиций. Было показано, что ламинарные потоки могут обладать динамической неустойчивостью. При этом в жидкости возникают интенсивные процессы переноса массы, энергии и других скалярных полей. Однако не все ламинарные потоки обладают таким свойством и не во всей области течения такие эффекты имеют место. Исследования J.M.Ottino, В.В.Мелешко и других ученых показали, что интенсивные процессы переноса чаще всего возникают в областях течения, в которых формируются локализованные вихревые структуры. Ненулевая поперечная компонента скорости в таких течениях может привести к потере устойчивости ламинарного течения и, как результат, процессы переноса скалярных полей в жидкости могут существенно возрасти.

**Актуальность темы** исследований обусловлена широким применением устройств теплопередачи в науке и технике. В результате выполнения диссертационной работы была решена научно-техническая проблема надежного и контролируемого теплоотвода с микроэлектронных устройств. Полученные результаты предоставляют исследователям в области гидродинамики и тепло-техники новые возможности при разработке и конструировании современных

технических устройств теплоотвода, отвечающих высоким требованиям микроэлектронной техники.

Открытие явление детерминированного хаоса в ламинарных течениях вязкой несжимаемой жидкости предоставляет новые возможности конструкторам различных профилей в разработке перспективных устройств тепловыделения, в которых могут быть сформированы неустойчивые гидродинамические течения с повышенными уровнями переноса скалярных полей. Выявление областей интенсивного теплопереноса ламинарными течениями представляет собой до настоящего времени открытую тему исследований.

Техническая значимость темы исследований связана с разработкой конструкции теплоприемника в подложке микропроцессора, позволяющего установить надежное и управляемое охлаждение при заданном значении плотности выделения тепловой энергии на кристалле микропроцессора для современной и перспективной вычислительной техники.

**Связь работы с научными программами, планами, темами.** Диссертация выполнена на кафедре Автоматизации проектирования энергетических процессов и систем Теплоэнергетического факультета Национального технического университета Украины “Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского”. Тематика диссертационной работы соответствует приоритетному направлению развития науки и техники “Энергетика и энергоэффективность” (ЗУ № 2519-VI от 09.09.2010г.). Отдельные разделы диссертационной работы входят в НИР “Численное моделирование процессов переноса скалярных полей в системах с распределенными параметрами” (номер государственной регистрации №0116U003816).

**Цель и задачи исследований.** Целью данной работы является повышение уровней удельной теплопередачи из кристалла подложки РЭА в жидкий теплоноситель за счет введения в канал системы вставок различной геометрии.

Для достижения поставленной цели необходимо последовательно решить следующие задачи:

1. Сформировать и обосновать математическую постановку задачи переноса тепла в криволинейном канале с системой вставок различной геометрии.

2. Провести численную дискретизацию нелинейных дифференциальных уравнений с частными производными для проведения численного моделирования процессов переноса тепла внутри прямолинейного и криволинейного каналов, заполненных однородной вязкой несжимаемой жидкостью.

3. Провести численное моделирование в двумерном приближении процессов теплопередачи из внешней нагретой среды в холодный теплоноситель для прямолинейного и зигзагообразного каналов конечной длины с системой вставок различной геометрии.

4. Выявить основные закономерности влияния геометрии вставок внутри прямолинейного и зигзагообразного каналов на гидродинамические и термодинамические процессы в жидкости в зависимости от скорости течения теплоносителя.

5. Получить количественные данные уровней усредненных тепловых потоков из внешней нагретой среды в холодный теплоноситель, и значений гидродинамических параметров течения жидкости для каналов с системой вставок различной геометрии.

6. Провести сравнительный анализ уровней тепловых потоков в каналах с целью выявления наиболее эффективной геометрии вставок внутри каналов для заданной скорости движения (расхода) теплоносителя.

**Объект исследования** – рабочий процесс в системах охлаждения жидким теплоносителем в элементах РЭА.

**Предмет исследования** – гидродинамические и термодинамические закономерности процесса теплообмена внутри прямолинейных и зигзагообразных каналов, заполненных однородным вязким теплоносителем, с системой вставок различной геометрии при малых числах Рейнольдса.

**Методы исследования.** При выполнении диссертационной работы использовались общепринятая модель жидкости, корректная математическая постановка задачи, численные методы решения задач математической физики.

При выполнении расчетов выполнялся комплексный анализ точности решения начально-краевой задачи, основанный на анализе точности интегрирования, выполнения законов сохранения энергии, массы и импульса. В работе проводилось комплексное тестирование численных методов исследования гидродинамических процессов и процессов теплопередачи, основанное на сравнительном анализе результатов численного моделирования с данными, опубликованными в мировой и национальной научной литературе.

**Научная новизна полученных результатов** состоит в дальнейшем развитии вычислительных методов в гидро- и термодинамике применительно к задачам расчета физических полей в охлаждающих каналах РЭА. Получены следующие новые результаты, которые выносятся на защиту:

1. Впервые решена задача переноса тепла из внешней нагретой среды в холодный теплоноситель с использованием численных методов, адаптированных для каналов с произвольной геометрией ограничивающих поверхностей на равномерной сетке в приближении малых чисел Рейнольдса  $Re$ .

2. Установлено условие устойчивости простой явной схемы численного решения нелинейных параболических уравнений переноса завихренности и тепла на равномерной сетке.

3. Впервые установлена количественная зависимость уровней тепловых потоков через границы криволинейных каналов со вставками и перепада давлений на входе и выходе каналов от скорости течения теплоносителя, соответствующие диапазону чисел Рейнольдса  $Re < 650$ .

4. Установлено влияние ширины сегментов зигзагообразных каналов на образование квазистационарных циркуляционных зон в угловых областях течения.

5. Показано, что система вставок внутри каналов позволяет увеличить уровни тепловых потоков из внешней среды в теплоноситель для течений при малых числах Рейнольдса  $Re$ . При этом в угловых областях перед вставками и за ними образуются циркуляционные зоны, и система локализованных вихревых структур, которые значительно увеличивают конвективные тепловые по-

токи в поперечном сечении канала за счет увеличения потерь давления, необходимого для формирования течения с заданной скоростью.

6. Выявлено, что введение системы вставок различной геометрии в криволинейные каналы при малых числах Рейнольдса ( $Re < 30 \dots 40$ ) не приводит к увеличению уровня тепловых потоков. В этом диапазоне скоростей потери давления связаны только с изменением направления течения при обтекании потоком вставок.

**Практическое значение полученных результатов.** Все разработанные автором методы расчета гидродинамических и термодинамических полей и контроля точности полученных результатов реализованы в виде компьютерных программ и программных комплексов. Основные результаты исследований могут быть использованы при конструировании теплообменников в энергетике, в РЭА различного назначения, в микропроцессорной технике, в различных устройствах в нанотехнологиях, в химических чипах (микрореакторах) для создания новых материалов, веществ и соединений в химической и фармацевтической промышленности.

Предложенные результаты и основные закономерности процессов теплообмена в жидкостях позволяют выявить некоторые особенности явления теплопереноса ламинарными течениями в сплошной среде и пояснить некоторые эффекты в природе и технике. Они частично используются в лекционных курсах “Численные методы в информатике”, “Математические методы моделирования систем с распределенными параметрами”, которые читаются студентам теплоэнергетического факультета Национального технического университета Украины “Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского”, при выполнении студентами курсовых и дипломных проектов.

**Личный вклад соискателя.** Разработка пакета компьютерных программ, направленных на моделирование процессов теплопередачи из внешней среды в жидкий теплоноситель, результаты численного моделирования, контроль вычислений и тестовые задачи были проведены соискателем самостоятельно с учетом советов и рекомендаций научного руководителя. Анализ и интерпрета-

ция полученных результатов, выявление общих закономерностей процессов теплопередачи внутри прямолинейного и зигзагообразного каналов были получены в результате совместной научной деятельности с научным руководителем и отдельными сотрудниками кафедры Автоматизации проектирования энергетических процессов и систем.

В опубликованных в соавторстве работах автору диссертации принадлежит анализ устойчивости простого явного метода решения нелинейных дифференциальных уравнений параболического типа, численные значения уровней тепловых потоков из внешней среды в теплоноситель в прямолинейном канале с системой симметричных и несимметричных вставок, в зигзагообразном канале с переменной шириной сегментов и различной геометрией вставок в областях изгиба криволинейного канала, разработка методики расчета энергетической эффективности каналов различной геометрии.

В работах [19, 21, 22, 24, 25, 78, 79] научному руководителю д.ф.-м.н. Гуржию А.А. принадлежит идея исследований, систематизация литературных источников и обсуждение полученных результатов. Соавтору доклада [23] Мацолу Д.Ю. принадлежит обработка численных массивов данных результатов численного моделирования, обсуждение полученных результатов.

**Апробация результатов диссертации.** Основные научные результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на 1 международном симпозиуме и 7 международных конференциях:

- XVI Международный симпозиум “Методы дискретных особенностей в задачах математической физики” (Харьков-Херсон, 10-15 июня, 2013).
- Всеукраїнська наукова-методична конференція “Сучасні науково-методичні проблеми математики у вищій школі” (Національний університет харчових технологій, Київ, 26-27 червня, 2013).
- II Міжнародна наукова конференція “Сучасні проблеми механіки” (Київський національний університет ім. Тараса Шевченка, 28-30 серпня, 2013).

- IV Международная научно-практическая конференция “Компьютерная гидромеханика” (Институт гидромеханики НАН Украины, Киев, 30 сентября - 1 октября, 2014).

- XIII Міжнародна науково-практична конференція “Сучасні інформаційні технології управління екологічною безпекою, природокористуванням, заходами в надзвичайних ситуаціях” (Інститут телекомунікацій і глобального інформаційного простору НАН України, Київ, 29 вересня - 3 жовтня, 2014).

- II Науково-практична дистанційна конференція молодих вчених і фахівців з розробки програмного забезпечення “Сучасні аспекти розробки програмного забезпечення” (Національний технічний університет України “КПІ”, Київ, вересень, 2015).

- Міжнародна наукова конференція “Сучасні проблеми математичного моделювання та обчислювальних методів”, (Національний університет водного господарства та природокористування, Рівне, 19 - 22 лютого, 2015).

- XIV Міжнародна науково-практична конференція аспірантів, магістрів, студентів “Сучасні проблеми наукового забезпечення енергетики” (НТУУ “КПІ”, 19-22 квітня, 2016).

- Международная конференция “Компьютерное моделирование в наукоемких технологиях” (Харьковский национальный университет им Н.В.Каразина, 27-31 мая, 2016.).

Результаты исследований докладывались и обсуждались на республиканском семинаре (руководитель академик НАН Украины В.Т.Гринченко) Института гидромеханики НАН Украины (2016), научном семинаре “Сучасні проблеми механіки” (руководитель д.ф.-м.н., проф. Я.А.Жук) Киевского национального университета им. Тараса Шевченко (2016) и расширенном научном семинаре (рук. д.т.н., проф. С.А.Лукьяненко) кафедры Автоматизации проектирования энергетических процессов и систем Национального технического университета Украины “КПИ” (2016).

**Публикации.** По результатам исследований опубликовано **15** научных трудов, в том числе **7** статей в периодических специализированных журналах [19, 21, 22, 24, 25, 78, 79], из них [22] в издании, которое включено в международные наукометрические базы IndexCopernicus, American Chemical Society, CrossRef, РИНЦ, WorldCat, Ulrich's Periodicals Directory, BASE, ResearchBib, CiteFactor и многих других. По материалам основных исследований опубликовано **8** докладов, из них **1** на международном симпозиуме [17] и **7** на международных конференциях [18, 23, 74, 75, 77, 80, 81].

**Структура и объем работы.** Диссертационная работа состоит из введения, четырех разделов, выводов, списка использованных источников и одного приложения. Она содержит 176 страниц основного текста, 107 рисунков и 2 таблицы. Список литературы содержит 172 наименования.

## РАЗДЕЛ 1

### ОБЗОР ЛИТЕРАТУРНЫХ ИСТОЧНИКОВ

#### 1.1. Краткие исторические сведения развития микропроцессоров

Быстрое развитие электроники за последние десятилетия всегда сопровождала проблема надежного отвода тепла от электронных элементов. Переход на МОП-структуры в конце прошлого столетия позволил разрабатывать электронные схемы и блоки, которые потребляли малые токи (микроамперы, и даже наноамперы). Они выполнялись в виде отдельного структурного элемента (микросхемы, чипы, микропроцессоры), которые сегодня составляют основу устройств различной электронной техники: калькуляторы, компьютеры, серверы, мобильные телефоны, бытовая техника, транспорт и др. Однако чрезвычайно быстрый рост количества электронных элементов в различных устройствах за последние годы приводит к возрастанию удельной электрической мощности, которую необходимо отводить с поверхности электронных устройств, для обеспечения их надежной работы.

Особенно отчетливо эта тенденция проявляется в компьютерной технике. Постоянное усложнение микропроцессоров сопровождается чрезвычайно быстрым увеличением количества элементов в них. Эта особенность позволила Г.Е.Мооре [125] в середине 60-х годов прошлого столетия сформулировать эмпирический закон, согласно которому количество элементов в компьютерных микропроцессорах в среднем увеличивается в два раза каждые два года.

Микропроцессоры серии 4004/8008/8080, разработанные в начале 70-х годов, содержали  $\approx 10^2 \dots 10^3$  элементов и требовали естественный теплоотвод в достаточно большом диапазоне температур [126, 145]. Следующая серия специализированных микропроцессоров 8080/8085/8088б, разработанная к концу 80-х годов, была выполнена на кристаллах большей площади, что позволила применять для нее естественное охлаждение. Они содержали  $\approx 10^3 \dots 10^4$  элементов в каждом микропроцессоре. В конце 90-х годов появились

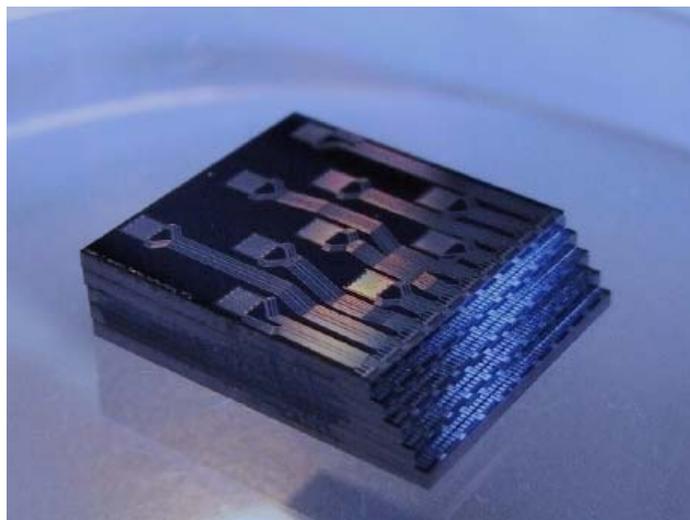


*Рис.1.1.Пример конструктивного решения кулера с повышенными значениями уровней теплопередачи [59]*

более мощные процессоры серии 80285/80385/80485, которые содержали  $\approx 10^5 \dots 10^6$  элементов. Такие структурные элементы электронной техники выделяли достаточно много тепла. Для организации надежного теплового баланса эти процессоры устанавливались на пассивные радиаторы соответствующих размеров.

В современных компьютерах применяются процессоры последнего поколения (Pentium, AMD, Core, Intel), число элементов в которых доведено до значений  $\approx 10^7 \dots 10^9$ . Применение таких процессоров сопровождается большим выделением тепла с его поверхности. Для обеспечения надежного теплового режима процессоры этой серии сегодня устанавливаются на воздушные радиаторы с принудительным охлаждением (cooler, рис.1.1). Некоторые подробности истории развития процессоров можно подчеркнуть в обзоре R.R.Schaller [145].

В перспективе, в ближайшее десятилетие появятся еще более мощные процессоры, которые будут содержать вплоть до  $\approx 10^{10} \dots 10^{11}$  элементов. Такие структурные элементы будут выделять значительно больше электрической мощности. Поэтому для организации надежного отвода тепла с их поверхности необходимо разрабатывать новые конструкции теплоотводов. Перспективные оценки [94] показывают, что воздушный принудительный теплоотвод с поверхности современных процессоров фактически выходит на сегодняшний день на свои предельные возможности.



*Рис.1.2.Пример конструктивного решения охлаждающей системы в виде системы микроканалов на процессоре [30]*

Одним из возможных технических решений проблемы надежного отвода выделяемой процессорами электрического тепла является создание в подложке кристалла системы микроканалов (рис.1.2), заполненных жидким теплоносителем [59, 94, 105]. Нагретый теплоноситель по трубкам может поступать в отдельно вынесенный теплоотвод, который позволит полученную теплоту передать во внешнюю среду. Для формирования непрерывного движения в такой системе теплоотвода необходимо поддерживать разность давлений, затрачивая часть электрической мощности компьютера. При этом возникает новая проблема: необходимо создать такие конструкции теплоприемников с жидким теплоносителем, которые, с одной стороны, затрачивают минимум электрической энергии и, с другой стороны, обеспечивают надежный отвод выделяемой процессором теплоты с фиксированной площади электронного устройства. Другими словами, теплоотводы на подложках кристаллов должны обеспечивать отвод теплоты с высокими значениями удельной мощности, которая приходится на единицу площади поверхности процессора.

В настоящее время известно несколько технологий изготовления системы каналов в кристаллах процессоров и других устройствах РЭА. Наиболее простой является технология склеивания [130] слоев подложки, которые содержат систему каналов различной геометрии. Часто применяется технология травле-

ния и наращивания подложки [115], которая позволяет формировать не только каналы различной геометрии [121], но и систему различных вставок внутри каналов [142], упорядоченную шероховатость на отдельных поверхностях каналов [152] и др.

## **1.2. Обоснование конструктивных возможностей надежного теплоотвода на кристаллах микропроцессоров**

Анализ физических процессов в каналах показывает [93, 97, 109], что в рассматриваемой системе имеет место два наиболее важных механизма теплопередачи: молекулярная диффузия, вызванная передачей тепла за счет броуновского движения, и конвективный перенос, вызванный передачей тепла за счет движения теплоносителя в канале. Если первый механизм, в основном, определяется физическими параметрами материала подложки, теплоносителя и поверхностью контакта, то второй механизм, помимо физических параметров внешней среды и теплоносителя, может управляться структурой течения в рассматриваемом канале.

С технической точки зрения материал подложки (кремний, реже сапфир [109]) процессора определяется технологией изготовления электронной схемы. Поэтому технических решений, с помощью которых можно увеличить уровни тепловых потоков из слоя, в котором находятся электронные устройства в область каналов, имеется немного. Уровни диффузионных потоков зависят от значения температуры теплоносителя. Поэтому, быстрый отвод нагретого теплоносителя из канала и выравнивание температуры жидкости в поперечном его сечении представляют собой одно из возможных технических решений поставленной задачи [35]. Отличительной особенностью движения теплоносителя внутри канала является малая скорость течения жидкости [142, 153]. Это значит, что внутри канала теплоноситель движется в ламинарном режиме, со скоростями, соответствующими малым числам Рейнольдса  $Re$ .

Для надежного охлаждения теплоносителя необходимо применять эффективные компактные устройства передачи тепла во внешнюю среду [36, 49, 56, 97, 143]. В работах [54, 155] предложена оригинальная конструкция воздушного радиатора в виде системы плоскоовальных труб с неполным оребрением. Показано, что такие радиаторы позволяют повысить удельную плотность рассеивания тепловой энергии по сравнению с плоскими радиаторами, часто применяемыми сегодня в РЭА. Экспериментальные исследования Е.Н.Письменного и др. [55] показали, что другой эффективной конструкцией воздушного радиатора является радиаторы с разрезными ребрами. В таких устройствах теплопередачи обнаружено существенное повышение уровней усредненных тепловых потоков при относительной высоте разреза ребра 0.6.

Охладительные системы, выполненные в виде микроканалов, широко применяются при создании химических чипов (химических микрореакторов [48, 109, 120]), которые позволяют на электронном уровне контролировать, управлять термическими параметрами динамически неустойчивых химических реакций. В работах японских исследователей М.Miyazaki, Н.Maeda [122], Р.Yang, А.Н.Rizvi, В.Messer et.al. [170] было показано, что использование химических чипов открывает дополнительные возможности для синтеза новых материалов с улучшенными физическими свойствами. Большинство химических реакций для их получения являются динамически неустойчивыми. Для проведения таких реакций необходимо поддерживать реагенты в узком температурном диапазоне [119, 134, 157]. Применение химических чипов позволяет контролировать условия проведения реакций на электронном уровне и проводить термически неустойчивые химические реакции.

В работе Н.П.Соколова [64] сделан обзор многих экспериментов, направленных на изучение теплообменных характеристик различных трактов с каналами со скрещивающимся оребрением. Сопоставление результатов опытных исследований коэффициентов теплоотдачи показало, что охлаждающие системы с компланарными каналами обладают повышенными уровнями теплопередачи по сравнению с прямолинейным каналом. Анализ литературных дан-

ных показывает, что увеличение скорости течения теплоносителя [9, 97], введение в канал системы различных вставок [14, 142], направляющих [84, 153] приводит к заметному улучшению термических свойств устройств теплопередачи различного назначения [3, 31, 53, 160].

Отличительной особенностью течений в микроканалах, является малые размеры поперечного сечения каналов и малые скорости течения жидкости [84, 94, 155]. Другими словами, в микроканалах формируются, как правило, ламинарные течения, которые характеризуются малыми числами Рейнольдса  $Re$  [142, 149]. Для формирования в микроканалах турбулентного течения необходимо к входу и выходу каналов прикладывать большой перепад давлений. Известно [132], что турбулентные течения обладают интенсивными режимами переноса различных скалярных полей. С технической точки зрения, конструктивная реализация турбулентных течений внутри микроканалов встречает ряд трудностей, связанных, в первую очередь, ограничениями механических свойств материала поверхностей микроканалов и условиями их эксплуатации. Например, в электронной промышленности, подложки процессоров выполняются из керамики, упругие свойства которой значительно хуже различных металлов. Именно по этой причине [96, 103, 109, 115, 147, 151, 163, 166], наибольший научный и практический интерес сегодня имеют охлаждающие микросистемы, которые работают на минимальных скоростях, которые соответствуют числам Рейнольдса  $Re < 1000$ .

Открытие Н.Ареф [85] явления хаотической адвекции позволило взглянуть на проблему интенсивного переноса температур гидродинамическими течениями с новых концептуальных позиций. В общем случае адвекция – физическое явление, связанное с переносом различных скалярных полей (массы, температуры, примеси и др.) только за счет движения (транспортное свойство) сплошной среды [132].

Главным достижением исследований конца прошлого столетия (например [119, 132, 158] и литература в них) является демонстрация того, что даже ламинарные потоки могут обладать динамической неустойчивостью. Такие ре-

жимы в течении образуются при возникновении хаотического режима движения отдельных жидких частиц в рассматриваемом течении. Так, в мировой научной литературе возник термин хаотическая адвекция [86, 87, 89, 98, 111, 118, 119, 133, 149, 159]. При этом в жидкостях возникают интенсивные процессы переноса массы [119, 132] и энергии [158]. Однако не все ламинарные потоки обладают таким свойством, и не во всей области течения хаотическая адвекция имеет место. Поиск течений и условий, при которых возникают режимы хаотической адвекции в жидкостях, представляет сегодня одну из важных и сложных задач гидромеханики.

Исследователи К.В.Кошель, С.В.Пранц [34], В.С.Мадерич, В.И.Никишов, А.Г.Стеценко [44], Н.Аref, S.Balachandar [86], O.U.V.Fuentes, G.J.F. van Heijst, В.Е.Cremers [98], С.В.Leong, J.M.Ottino [111], A.D.Stroock, J.M.McGraw [152] в своих работах показали, что различные гидродинамические системы могут терять свою гидродинамическую устойчивость в периферийной зоне локализованных вихревых структур. В таких течениях имеют место квазистационарные точки, в близлежащей области которых поле скорости может иметь различные по направлению компоненты скорости. Установлено, что по мере увеличения скорости течения в таких областях начинает формироваться неустойчивость потока, которая в конечном итоге может приводить к существенной интенсификации процессов переноса скалярных полей [7, 15, 16, 27, 117, 134] в гидродинамических течениях различного масштаба.

В работе Н.Song [149] рассматривается хаотическое перемешивание капелек жидкости в зигзагообразном канале. Хаотическая адвекция осуществляет быстрое экспоненциальное растяжение и образование складок поверхности жидкости в пределах области потока. В настоящее время существует две стратегии хаотизации процессов адвекции жидкости в каналах. Одна из них связана с усложнением архитектуры витой трубки [160], а другая использует различные виды упорядоченной шероховатости поверхностей каналов [152]. Хотя обе стратегии приводят к хаотизации процессов адвекции, практическое при-

менение сегодня находят только те устройства, производство которых оправдывает экономическую целесообразность [148, 151, 161].

С физической точки зрения понятно, что появление хаотической адвекции в каналах связано с формированием поперечного течения либо за счет сил инерции, либо за счет формирования пристеночного течения. Однако количественное сравнение процессов адвекции в этих течениях, наличие областей интенсивной адвекции и их смещение по мере продвижения жидкости вдоль канала в современной научной литературе не рассматривались.

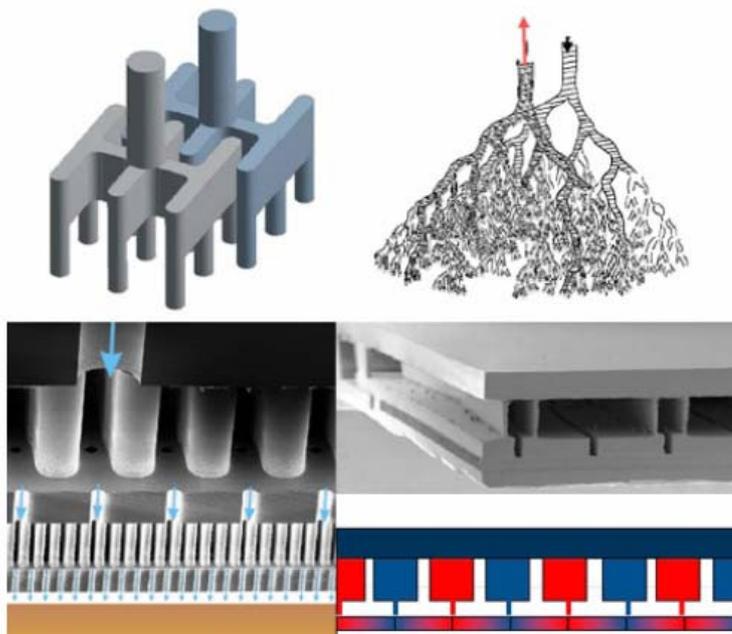
Явление адвекции жидкостей сегодня находит широкое применение при конструировании технических устройств различного назначения. А.Л.Буляница [10] рассматривал канал под действием электрических полей, изучал различные проявления конвекции и температуропроводности для осуществления контролируемого процесса нагревания жидкости в канале. Электрическое поле может формировать в канале нестационарное поле скоростей, под действием которого производится регулирование микропотоков различных скалярных полей. В работе рассмотрены возможные реализации этого способа управления от простейшего – термостабилизации канала до подключения электронной системы с обратной связью для регистрации значений различных компонент физических параметров. Главным результатом исследований стало открытие термического способа выведения жидкости из устойчивого состояния. Как результат, в потоке появляются интенсивные режимы переноса скалярных полей.

Другое важное техническое решение, которое приводит к образованию когерентных вихревых структур в канале и к соответствующей неустойчивости потока, связано с введением в канал системы перпендикулярных вставок различной геометрии [101]. Для нестационарных течений и неоднородной геометрии канала вихревые структуры индуцируют нерегулярное поле скорости, под влиянием которого формируются интенсивные потоки скалярных полей. Экспериментальные исследования А.Мокрани, С.Castelain, Н.Peerhossaini [124], Е.Saatdjian, А.Ј.Ѕ.Rodrigo, Ј.Р.В.Мота [144] показали высокую корреля-

цию между хаотизацией течений и уровнями скалярных потоков в каналах с различной геометрией ограничивающих поверхностей. В частности, по результатам исследований авторами предложены различные конструкции миксеров в каналах, которые обладают высокими параметрами смешивания жидкостей по сравнению с прямолинейным каналом.

В работах [91, 114, 124, 139] обнаружена связь между хаотической адвекцией и пиком тепловых потоков в криволинейных каналах для широкого диапазона чисел Рейнольдса  $Re$ . В частности, С.В.Собхан, S.V.Garimella [147] показали, что формирование поперечного потока в канале открывает дополнительные возможности выравнивания профиля поля температур в теплоносителе и, как результат, к повышению значения градиента температур в областях, прилегающих к границам канала.

Своеобразным полигоном для изучения интенсивных режимов переноса скалярных полей (массы, энергии) являются течения Дина, которые развиваются в криволинейных трубах малого радиуса по сравнению с радиусом кривизны трубы. В приближении малых чисел Дина  $Dn = Re (a/R)^2 \ll 1$ , где  $a$  – радиус трубы,  $R$  – радиус кривизны криволинейного сегмента трубы, такая задача имеет аналитическое решение. Некоторые подробности можно найти в работах F.T.Smith [146], и P.Naphon, S.Wongwises [127]. Соединение сегментов криволинейных труб под определенным углом позволяет сформировать квазипериодические течения в поперечном сечении канала. Применение различных критериев хаотичности движения отдельных жидких частиц в рассматриваемом течении показало [83, 113, 129, 162, 166], что с увеличением значений чисел Рейнольдса  $Re$  площади областей интенсивной адвекции в поперечном сечении трубы увеличиваются и при  $Re = 1000 \dots 1500$  фактически заполняют все поперечное сечение. Аналогичные результаты были получены с другими поперечными сечениями криволинейных каналов с постоянным радиусом кривизны [169].



*Рис.1.3. Пример конструктивного решения системы микроканалов переменного сечения с повышенными уровнями теплопередачи [30]*

Уменьшение размеров каналов представляет собой еще один из возможных путей повышения эффективности теплопередачи из твердой подложки во внешнюю среду (рис.1.3). В экспериментальных исследованиях S.A.Jajja, W.Ali, H.M.Ali, A.M.Ali [103] изучали процессы теплопередачи в криволинейных микроканалах шириной 0.2 мм, 0.5 мм, 1.0 мм и 1.5 мм. Тепловыделение микропроцессора моделировалось подогревом цилиндра, на который были намотаны микроканалы, выполненные из гибкого синтетического материала с высокой тепловой проводимостью. Было установлено, что удельный тепловой поток в каналах шириной 0.2 мм может достигать значений  $2156 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$ . Такие тепловые потоки значительно превышает уровни, регистрируемые в прямолинейном канале с аналогичными геометрическими и физическими параметрами.

Уменьшение размеров каналов приводит к необходимости проведения соответствующей интерпретации и коррекции гидродинамических и теплофизических граничных условий. В.Guerrier, С.Benard [99] уточнили нестационарные граничные условия для нанотечений, которые описываются уравнением переноса тепла. Было показано, что диффузионные эффекты на поверхности контакта твердой среды и теплоносителя способствуют увеличению уровней

тепловых потоков при внесении в поток внешнего возмущения высокой частоты.

Площадь поверхности каналов прямо пропорциональна квадрату масштаба течения, а масса теплоносителя оказывается пропорциональной кубу масштаба [63, 168]. По этой причине миниатюризация позволяет быстрее нагреть теплоноситель во всем его объеме, и, тем самым, обеспечить более качественный тепловой режим устройств РЭА. Детальный анализ проблем нанотехнологий в гидромеханике и теплотехнике приведен в содержательном обзоре А.А.Халатова, А.А.Долинского [70]. В частности, было отмечено, что переход в наномасштабы открывает новые возможности теплопередачи и снижении теплового сопротивления устройств различного назначения.

Формирование поперечного потока в канале может быть получено заданием поперечной составляющей скорости на поверхности канала. Такой необычный эффект может быть достигнут, с одной стороны, внешними электрическими или магнитными полями [7] в случае, если теплоноситель обладает соответствующими физическими свойствами, и, с другой стороны, формированием на поверхности канала системы наклонных канавок [151], под действием которых продольное течение в канале смещается в поперечном направлении.

В работе А.К.Prasad, J.R.Koseff [140] описаны экспериментальные исследования процессов перемешивания и термической конвекции в полости с прямоугольным сечением 150 мм x 450 мм и глубиной в пределах от 150 мм до 600 мм. Жидкость в полости приводилась в движение подвижной крышкой при постоянном подогреве нижней поверхности. Скорость движения крышки менялась в диапазоне, при котором отношение чисел Грасгофа и числа Рейнольдса  $Gr/Re^2$  изменялось в диапазоне от 0.1 до 1000. Главным результатом исследований оказалось экспериментальное подтверждение интенсификации процессов теплообмена периодическими течениями, которые определяются наличием периодических точек течения эллиптического типа. В работе проанализированы средние значения теплового потока на нижней границе, полу-

ченные безразмерные результаты являются полезными для проведения соответствующих конструкторских работ по созданию различных приложений в микротехнике.

Исследования S.Fann, W.J.Yang [96] показали, что нагрев оказывает существенное влияние на эволюцию вихревого слоя, сформированного движущимися поверхностями в полости с радиальным вращением. Численное решение задачи о распределении температур внутри полости, подверженной осевому вращению, показало, что ламинарные вихревые структуры, определяющие процессы переноса скалярных полей, зависят от соотношения центробежных сил и сил Архимеда в рассматриваемом течении. Другими словами, в работе было показано, что распределение поля завихренности не только оказывает влияние на распределение температур, но и, наоборот, поле температур способствует образованию локализованных вихревых структур.

J.Aubin, D.F.Fletcher, C.Xuereb [88] провели численные исследования различных геометрических параметров рифленой поверхности в микромиксерах на качество смешивания жидкостей. Основным результатом работы можно считать вывод о том, что количество канавок на поверхностях канала не влияет на качество смешивания жидкостей. С другой стороны, авторами были определены оптимальные значения глубины канавок с позиций минимума перепада давлений, которые необходимо приложить к входу и выходу канала для формирования течения с заданной продольной скоростью. Исследователи продемонстрировали, что широкие канавки могут формировать определенные мертвые зоны в микроканале, в то время как глубокие канавки способствуют формированию поперечной компоненты скорости и улучшают качество пространственного смешивания.

Анализ отечественной и зарубежной научной литературы позволяет сделать вывод о том, что с технической точки зрения образование когерентных вихревых структур в каналах можно получить за счет:

– формирования на одной (или нескольких) поверхности канала системы упорядоченных канавок, направленных под углом к оси канала [151, 152];

- введения в канал системы препятствий различной геометрии [8, 142];
- формированием шероховатости на поверхности канала [50, 65];
- изготовления криволинейных профилей каналов [121, 168, 172];
- другие технические решения [69, 95, 137, 171].

### **1.3. Основные проблемы численного решения задач гидромеханики в приближении малых чисел Рейнольдса**

В настоящее время существуют различные методы и подходы к решению уравнений Навье-Стокса, уравнения переноса тепла, уравнения Пуассона для давления и некоторых других уравнений, определяющих эволюцию физических полей в гидродинамических течениях при малых числах Рейнольдса [38-40, 46, 62, 82]. Некоторые подробности исторических этапов развития численных методов в гидромеханике можно найти, например, в книгах [52, 61, 138].

Среди основных подходов к решению уравнений гидродинамики следует выделить ставший уже классическим подход в терминах “скорость - давление” [61], основанный на решении нелинейных дифференциальных уравнений Навье-Стокса и уравнения Пуассона для давления [61, 66]. Главной особенностью этого подхода является наличие физически обоснованных граничных условий для рассматриваемой системы дифференциальных уравнений в частных производных. Недостатком подхода являются определенные трудности решения уравнения Пуассона для давления во внутренних течениях, которые приводят к нарушению условия равенства объемов втекающей и вытекающей в канал жидкостей по мере увеличения значений числа Рейнольдса  $Re$ .

Другим подходом к численному решению задач гидромеханики является подход в терминах “функция тока - завихренность” [42, 61], который базируется на решении уравнений переноса завихренности и уравнения Пуассона для функции тока. Основным преимуществом этого подхода к решению задач гидромеханики для внутренних течений является закладываемое условие равенства объемов втекающей и вытекающей жидкостей в канал. Главным его недос-

татком является отсутствие физически обоснованных граничных условий для поля завихренности. Кроме того, подход в терминах “функция тока - завихренность” чаще всего применяется при решении двухмерных задач гидродинамики (плоские и осесимметричные течения), потому что в этом случае количество уравнений, необходимых для решения задач, становится на одно меньше по сравнению с подходом в терминах “скорость - давление”. Однако для определения компонент поля скорости гидродинамических течений приходится применять различные методы численного дифференцирования [28, 32] по отношению к полю функции тока.

В обоих подходах приходится численно решать нелинейные дифференциальные уравнения второго порядка параболического типа (уравнение Навье-Стокса или уравнение переноса завихренности) и уравнение Пуассона (для давления или для функции тока) эллиптического типа.

Среди основных численных методов решения уравнений гидромеханики наиболее часто применяются [28, 136]:

- сеточные методы;
- методы конечных элементов;
- интегральные методы;
- специальные методы, адаптированные к конкретным задачам.

Методы конечных элементов чаще всего применяются для течений со свободной поверхностью, а интегральные методы сегодня находят широкое применение для решения задач гидромеханики применительно к течениям, развивающимся в замкнутых полостях. Подробный обзор численных методов можно найти в ставших уже классическими книгах [61, 66].

Для течений с малыми числами Рейнольдса  $Re$ , соответствующие ламинарным течениям несжимаемой жидкости, наиболее простыми и удобными при формировании прикладных программ являются сеточные методы. Идея этих методов заключается в формировании сетки узловых значений физических полей рассматриваемого течения и преобразования исходных дифферен-

циальных уравнений с частными производными в соответствующие дискретные аналоги [136].

Среди сеточных методов решения уравнений параболического типа можно выделить [28, 61, 67, 136]

- явные методы;
- неявные методы;
- комбинированные методы;
- специальные методы.

Явные методы позволяют сформировать алгебраическое выражение для неизвестного значения физического поля на следующем временном слое (при интегрировании задачи по времени) по известным значениям на текущем временном слое. Такая возможность в значительной мере сокращает усилия, необходимые для формирования прикладных программ, позволяет оперативно менять геометрию течения и обладает некоторыми другими преимуществами [61]. Главным недостатком метода является наличие динамической неустойчивости метода, которая вносит определенные ограничения на шаг временной дискретизации задачи.

Анализ устойчивости задачи может быть проведен с использованием метода дискретных возмущений, метода фон Неймана, метода Хёрста. Все они дают оценку шага временной дискретизации в зависимости от шага пространственной дискретизации задачи и некоторых параметров, входящих в уравнение параболического типа. Подробности методов анализа устойчивости простых явных схем применительно к одномерным уравнениям параболического типа систематично изложены в книге [61].

Неявные численные схемы решения уравнений гидромеханики позволяют одновременно определять все неизвестные узловые значения физических полей на следующем временном слое по некоторым базовым узловым значениям на текущем временном слое. При этом формируется система линейных алгебраических уравнений, решение которой позволяет заполнить узловые значения на следующем временном слое. Главным недостатком неявных методов явля-

ется необходимость решения системы алгебраических уравнений высокого порядка [136]. С теоретической точки зрения ограничений на шаг временной дискретизации такие схемы не имеют.

Если принять во внимание, что большие системы уравнений на конечно-разрядной вычислительной технике могут быть решены только при наличии преобладающей по модулю главной диагонали, то использование неявных методов решения дифференциальных уравнений параболического типа формально встречает ограничение на шаг временной дискретизации, вызванное потерей точности решения системы линейных алгебраических уравнений на конечной разрядной сетке [68].

Комбинированные методы (метод Кранкля-Никольсона, явные и неявные схемы чередующихся направлений), и специальные методы решения задач гидромеханики требуют отдельного изучения условия устойчивости, сходимости численного метода. Компьютерная реализация этих методов требует специальных профессиональных навыков программирования и тестирования. В большинстве случаев такие затраты оказываются оправданными при решении гидродинамических задач для умеренных значений чисел Рейнольдса [67, 136], изучении течений со сложной геометрией ограничивающих поверхностей [136], течения неоднородных жидкостей [51, 73], взаимодействия многофазных динамических систем [71, 154] и других задачах прикладной гидромеханики [6, 7, 12].

В работе [47] А.В.Минаков, А.А.Лобанов, А.А.Дектерев проводят анализ результатов тестирования и адаптации вычислительного пакета SigmaFlow применительно к задачам теплообмена жидкостей и изотермических течений в микроканалах. Авторы используют различные вычислительные методы гидромеханики и термодинамики с соответствующими граничными условиями первого и второго рода. Основным результатом исследований оказалось подтверждение справедливости классического подхода механики сплошных сред к течениям, которые развиваются в микроканалах с сечением порядка 10 мкм.

Многие вычислительные пакеты обладают различными вычислительными точностями при описании физических полей по мере увеличения скорости течения внутри канала. В частности, Д.В.Котов, С.Т.Суржиков [33] изучали особенности специальной численной схемы AUSM (Advection Upstream Splitting Method) на неструктурированных сетках. Сравнительный анализ численного решения задач о течении вязкого газа внутри каналов, которые были получены на структурированных сетках различного качества, показал значительное влияние порядка аппроксимации численной схемы и усредненного шага пространственной дискретизации на точность решения, на проявление различных вторичных эффектов в рассматриваемых течениях.

Таким образом, при численном решении задачи о переносе тепла в канале необходимо уделить внимание точности представления физических полей, проверять соблюдение законов сохранения, проводить тестирование на аналогичных задачах, имеющих аналитическое или численно-аналитическое решение.

#### **1.4. Особенности решения задач переноса тепла во внутренних течениях**

Анализ современной научной литературы показывает, что решение задачи о передаче тепла из внешней среды в жидкий теплоноситель внутри микроканала со сложной геометрией ограничивающих поверхностей представляет собой сложную научную проблему. Она связана не только с миниатюризацией образцов при проведении лабораторных исследований, проведения измерений физических полей в эксперименте, но и сложной вычислительной задачей, которую необходимо решать в канале с произвольной геометрией ограничивающих поверхностей. При этом в ламинарном течении, которое развивается при малых числах Рейнольдса  $Re$ , возникают различные вторичные эффекты, вихревые структуры и некоторые другие особенности, характерные для криволинейных микроканалов. По всей вероятности, учет этих эффектов при форми-

ровании численной модели течения имеет важное значение при анализе уровней теплопередачи из внешней среды в теплоноситель.

Некоторые особенности распределений давлений и гидродинамического сопротивления прямолинейного и криволинейного каналов с круговым поперечным сечением можно подчеркнуть в экспериментальных исследованиях В.М.Анискина и других [4]. В работе рассматривались микроканалы с сечением от 68,9 мкм до 70,3 мкм, в которых развивались течения с числами Рейнольдса  $Re = 320 \dots 3215$ . Определено критическое значение числа Рейнольдса ( $Re = 2300 \dots 2600$ ) для ламинарно-турбулентного перехода в прямолинейном микроканале. Интересно отметить, что для криволинейного микроканала в указанном диапазоне значений чисел Рейнольдса  $Re$  такого перехода обнаружено не было.

Аналогичный эффект смещения ламинарно-турбулентного перехода в область больших скоростей осевого течения для микроканалов с произвольным поперечным сечением изучался в работе [84]. Основным результатом численных исследований стала выработка безразмерного критерия появления турбулизации потока в криволинейном микроканале. В общем случае, это значение зависит от значений числа Рейнольдса  $Re$ , вида поперечного сечения, его периметра, площади, полярного момента инерции в поперечном сечении, и длины микроканала. Другими словами, течение в микроканале в диапазоне чисел Рейнольдса  $Re < 1000$  представляет собой ламинарное течение как для прямолинейного микроканала, так и микроканала с криволинейными границами.

Большое влияние на формирование тепловых потоков в каналах оказывает форма границ ограничивающих поверхностей. В частности, спектральный анализ уравнений переноса импульса, энергии и массы, проведенный в работе А.М.Guzmán, М.Ј.Сárdenas и др. [100] для канала с синусоидальными стенками, показал, что асимметрия течения приводит к появлению последовательности бифуркаций потока при значениях чисел Рейнольдса  $Re = 0.25, 0.375, 0.5$  и чисел Прандтля  $Pr = 1.0, 9.4$ . В этом диапазоне параметров обнаружено локальное увеличение удельного теплового потока через границы криволинейно-

го канала. Исследования D.X.Jin, Y.P.Lee и D.Y.Lee [104] установили аналогичную особенность в прямолинейном канале с одной прямой, а другой – треугольными стенками.

Y.Sui, C.J.Teo, P.S.Lee [153] получили численное решение задачи передачи тепла внутри криволинейного канала с синусоидальными стенками для стационарного ламинарного течения и переходного режима. Анализ результатов показал, что стационарное течение в таких каналах характеризуется формированием в поперечном сечении симметричного вторичного потока (вихрей Дина), которые при определенных условиях могут развиваться в направлении потока. Это, в конечном итоге, приводит к хаотическим процессам переноса скалярных полей, значительно повышают конвективное перемешивание жидкости и теплообмен. Заметим, что аналогичные выводы сделали T.Nishimura и др. [128] и F.Oviedo-Tolentino и др. [135] после анализа удельных тепловых потоков в каналах с пульсирующими течениями.

Другой возможностью интенсификации процессов переноса является помещение на границах канала системы вставок различной геометрии. C.Kang, K.S.Yang [106] и E.P.L.Roberts, M.R.Mackley [142] численно изучали неустойчивость потока в прямолинейном канале с перегородками, установленными перпендикулярно к границам течения. Было замечено, что, начиная с некоторого критического значения локального числа Рейнольдса  $Re_{\beta} = L/H = 3.08$  ( $L$  – расстояние между перегородками,  $H$  – ширина канала), циркуляционные зоны, образованные за вставками, теряют свою устойчивость. Исследования показали, что динамическая неустойчивость циркуляционных зон приводит к интенсификации процессов перемешивания в каналах. Интересно отметить, что аналогичные выводы были сформулированы в численных исследованиях T.Howes, P.J.Shardlow [102], S.Y.Kim, B.H.Kang, J.M.Hyun [108] для криволинейных каналов с различными системами вставок. Применение метода размерностей позволило B.Olayiwola и P.Walzel [131] привести оценки размеров циркуляционных зон в зависимости от размеров вставок и скорости основного потока.

Анализ литературных данных показывает, что интенсификация процессов переноса скалярных полей, может быть достигнута при использовании вставок различной геометрии [92, 107, 116, 150] и их ориентации по отношению к стенкам канала [26, 110, 156]. Аналогичные результаты были получены при проведении численного моделирования процессов переноса тепла [90] среди городских построек различной геометрии. Следовательно, можно сделать вывод о том, что описанные выше эффекты, связанные с появлением циркуляционных зон за препятствием, проявляются в течениях различного масштаба.

Применение вставок, расположенных в средней части каналов, способствуют формированию поперечных составляющих конвективного потока. Например, в работе A.Valencia и M.Sen [164] проведены численные исследования влияния прямоугольных вставок внутри канала на уровень теплопередачи. Авторы получили количественные данные падения давления и уровня теплопередачи от геометрии и вида перегородок: несимметричные бруски, перегородки на оси канала, системы прямоугольных вставок с различным размещением. Одним из выводов, полученных в исследованиях, связан с тем, что несимметричность потока внутри прямолинейного канала, вызванная системой вставок, существенного влияния на уровни теплопередачи не оказывает. Интересно отметить, что аналогичные выводы были получены при численном моделировании процессов теплопередачи в канале с системой круглых вставок, выполненное в работе C.Liang и G.Papadakis [112].

Теоретические исследования, проведенные в работе T.H.Tsai и R.Chein [163] показали, что распределение тепловых потоков для одиночного канала обладает определенной неравномерностью. Такой недостаток можно исправить, применяя систему параллельных каналов со встречными и параллельными потоками. В этом случае поток удельной мощности с единицы поверхности в абсолютных значениях становится меньше по сравнению с одиночным каналом, однако достигается равномерность тепловых потоков по всей охлаждаемой поверхности. Этот результат подтвержден экспериментальными исследованиями J.Qu, H.Wu и P.Cheng [141], и численными результатами прямого

численного моделирования в работах В.И.Артемова, А.И.Леонтьева, А.Ф.Полякова [5], А.И.Леонтьева и А.Ф.Полякова [41].

Аналогичные результаты были получены для зигзагообразных каналов [165, 167, 172]. Интересно отметить, что численный анализ тепловых потоков, выполненный в работе Z.Zheng, D.F.Fletcher, B.S.Haynes [172] для последовательности зигзагообразных каналов, показал, что экстремальные уровни удельных тепловых потоков в каналах зависят от возникновения поперечных вихрей Дина, проявление которых становится заметным только при числах Рейнольдса  $Re > 200$ .

### **1.5. Проблемы дальнейших исследований**

При изучении процессов теплопередачи в каналах из внешней твердой среды в теплоноситель исследователи используют различные теоретические подходы, численное моделирование и эксперимент. Каждый из подходов имеет определенные преимущества и некоторые недостатки.

В частности, аналитические решения процессов теплопередачи получены только в приближении малых чисел Рейнольдса  $Re < 1$  (приближение Стокса). Применение анализа размерностей способствует получению оценок физических эффектов внутри микроканала. Численное моделирование позволяет изучить особенности процессов теплопередачи для ламинарных течений при малых числах Рейнольдса  $Re$ . Однако численные решение задач переноса тепла встречает ряд трудностей, связанных с устойчивостью и сходимости численных схем. Заметим, что универсальных численных схем решения уравнений Навье-Стокса в настоящее время не существует, имеются ряд численных методов, которые предоставляют адекватные результаты только в узком диапазоне значений чисел Рейнольдса  $Re$ .

Экспериментальные исследования относятся к числу наиболее точных методов изучения процессов теплопередачи. Однако эти методы исследований в отношении каналов являются дорогостоящими и имеют определенные огра-

ничения в геометрии объектов изучения, в технологии изготовлении лабораторных образцов и др.

К числу основных проблем, которые необходимо рассмотреть и изучить в данной работе при формировании эффективной конструкции теплоотвода на подложке микропроцессора, следует отнести:

1. Обосновать корректную математическую постановку задачи переноса тепла в каналах с различными системами вставок в приближении малых чисел Рейнольдса  $Re$ .

2. Разработать пакет прикладных программ, направленных на моделирование процессов теплопередачи внутри канала со сложной геометрией ограничивающих поверхностей, провести тестирование и апробацию численного метода решения поставленной задачи.

3. Выявить основные закономерности влияния геометрии вставок внутри прямолинейного и зигзагообразного каналов на гидродинамические и термодинамические процессы в теплоносителе в зависимости от скорости течения жидкости внутри канала.

4. Получить количественные данные уровней усредненных тепловых потоков из внешней нагретой среды в холодный теплоноситель, и значений гидродинамических параметров течения жидкости для каналов с системой вставок различной геометрии.

5. Провести сравнительный анализ уровней тепловых потоков в каналах с целью выявления наиболее эффективной геометрии вставок внутри каналов для заданной скорости движения теплоносителя.

## РАЗДЕЛ 2

## ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ПЕРЕНОСА ТЕПЛА В КАНАЛЕ

## 2.1 Основные уравнения движения жидкости и переноса тепла

Рассмотрим процессы теплопередачи внутри двухмерного криволинейного канала (рис.2.1), заполненного однородной, вязкой, несжимаемой жидкостью с плотностью  $\rho$ , коэффициентом температуропроводности  $\alpha_F$ , коэффициентом теплопроводности  $\gamma_F$  и кинематическим коэффициентом вязкости  $\nu$ . Пусть стенки канала выполнены из твердого материала с коэффициентом температуропроводности  $\alpha_S$  и коэффициентом теплопроводности  $\gamma_S$ . Далее индексы “S” и “F” будут относиться к твердой и жидкой средам, соответственно. Необходимо определить уровень тепловых потоков из внешней среды в жидкий теплоноситель для течения в канале, которое развивается в направлении стрелок.

Основными уравнениями, описывающими гидродинамические процессы внутри канала (область  $\Omega_1$ ) и процессы теплопередачи являются уравнения Навье-Стокса, уравнение неразрывности и уравнение переноса тепла, которые в декартовой системе координат могут быть записаны в следующем виде [11, 37, 40, 62]:

$$\boxed{\phantom{\frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left\{ \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} \right\}}}, \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left\{ \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} \right\}, \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0, \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + U \frac{\partial T}{\partial x} + V \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left\{ \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right\}, \quad (2.4)$$

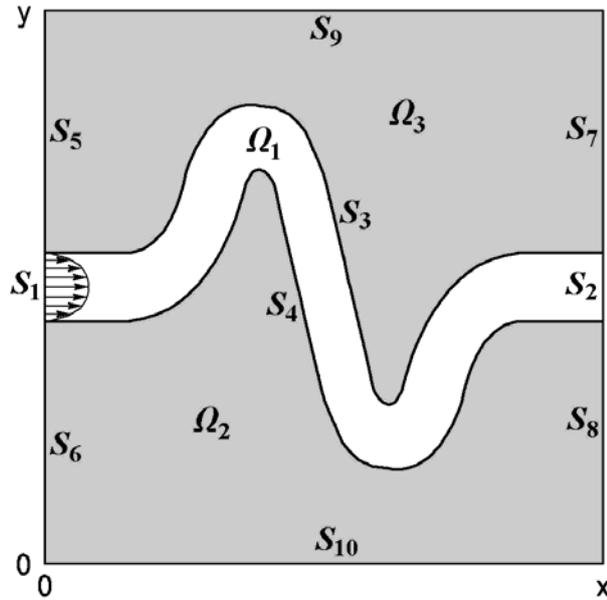


Рис.2.1. Геометрия криволинейного канала

где  $U(x,y,t)$ ,  $V(x,y,t)$  – проекции поля скорости,  $м/с$ ;  $p(x,y,t)$  – поле давления,  $Па$ ;  $T(x,y,t)$  – поле температур,  $К$ ;  $\rho$  – плотность жидкости,  $кг/м^3$ ;  $\nu$  – кинематическим коэффициентом вязкости жидкости,  $м^2/с$ ;  $\alpha = \chi/(\rho \cdot c_p)$  – коэффициент температуропроводности жидкости,  $м^2/с$ ,  $\chi$  – коэффициент теплопроводности,  $Вт/(м \cdot К)$ ;  $c_p$  – удельная теплоемкость среды при постоянном давлении,  $Дж/(кг \cdot К)$ .

Распространение тепла в твердой среде (области  $\Omega_2$  и  $\Omega_3$  на рис.2.1) описывается уравнением (2.4) при условии  $U = 0$ ,  $V = 0$ , в этом уравнении  $\alpha$  – коэффициент температуропроводности внешней среды,  $м^2/с$ .

При построении решений и проведении анализа двумерных течений удобно пользоваться функцией тока  $\Psi(x,y,t)$ , которая связана с проекциями поля скорости выражениями [13, 42]

$$U = \frac{\partial \Psi}{\partial y}, \quad V = -\frac{\partial \Psi}{\partial x}. \quad (2.5)$$

Линия  $\Psi = \text{const}$  (линия тока) представляет собой плоскую кривую, в каждой точке которой касательная и вектор скорости поля течения совпадают. При стационарном течении линии тока и траектории жидких частиц в рассматриваемом течении совпадают [6, 58].

В двумерных течениях поле завихренности  $\omega(x,y,t)$  имеет только одну составляющую, которая направлена перпендикулярно к плоскости течения [13, 45]. В этом случае поле завихренности связано с проекциями поля скорости следующим уравнением

$$\omega = \frac{\partial V}{\partial x} - \frac{\partial U}{\partial y}. \quad (2.6)$$

Подстановка уравнения (2.5) в уравнение (2.6) дает уравнение Пуассона для функции тока

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} = -\omega, \quad (2.7)$$

которое часто используется при решении задач гидромеханики в терминах “функция тока – завихренность” [61].

Для получения уравнения переноса завихренности необходимо уравнение (2.2) продифференцировать по координате  $x$ , а уравнение (2.1) продифференцировать по координате  $y$ . Разность этих выражений с учетом уравнения неразрывности (2.3) позволяет определить уравнение

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + U \frac{\partial \omega}{\partial x} + V \frac{\partial \omega}{\partial y} = \nu \left\{ \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right\}, \quad (2.8)$$

которое описывает развитие во времени поля завихренности [13, 39]. Интересно отметить, что в это уравнение явно не входит поле давления. Эта особенность уравнения часто является определяющей при решении различных двумерных гидродинамических задач [13, 39, 42, 61].

Для текущего момента времени можно определить распределение поля давления по заданным распределениям полей  $U(x,y,t)$ ,  $V(x,y,t)$ . Если уравнение (2.1) продифференцировать по координате  $x$ , а уравнение (2.2) продифференцировать по координате  $y$ , и определить в дальнейшем сумму полученных выражений, то получим уравнение Пуассона для давления

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} = -\rho \left\{ \left( \frac{\partial U}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial V}{\partial y} \right)^2 + 2 \frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial V}{\partial x} \right\}. \quad (2.9)$$

Если рассмотреть тождество

$$\left(\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y}\right)^2 = \left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2 + 2\frac{\partial U}{\partial x}\frac{\partial V}{\partial y}, \quad (2.10)$$

откуда следует

$$\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2 = -2\frac{\partial U}{\partial x}\frac{\partial V}{\partial y}, \quad (2.11)$$

Подстановка последнего выражения в уравнение (2.9) позволяет получить другую форму записи уравнения Пуассона для давления

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} = 2\rho \left\{ \frac{\partial U}{\partial x}\frac{\partial V}{\partial y} - \frac{\partial U}{\partial y}\frac{\partial V}{\partial x} \right\}. \quad (2.12)$$

При составлении дискретных аналогов уравнений переноса завихренности (2.8) и тепла (2.4) необходимо пользоваться консервативной формой записи параболических уравнений [61, 66]. Для этого прибавим в левую часть уравнения (2.8) выражение  $\omega(\partial U/\partial x + \partial V/\partial y) = 0$ , и так же к левой части уравнения (2.4) выражение  $T(\partial U/\partial x + \partial V/\partial y) = 0$ , и перегруппируем слагаемые. В результате получаем консервативную форму записи уравнения переноса завихренности и тепла

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial U \omega}{\partial x} + \frac{\partial V \omega}{\partial y} = \nu \left\{ \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right\}, \quad (2.13)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial UT}{\partial x} + \frac{\partial VT}{\partial y} = \alpha \left\{ \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right\}, \quad (2.14)$$

Приведенные выражения будут использоваться в дальнейшем при составлении дискретных аналогов уравнений переноса физических полей в рассматриваемой системе.

## 2.2. Начальные и граничные условия

Для получения корректного решения системы уравнений (2.7), (2.13), (2.14) с учетом (2.5) и (2.6) необходимо задать начальные и граничные условия.

При движении вязкой жидкости должно выполняться граничное условие прилипания (смотри обозначения на рис.2.1)

$$U|_{S_3} = 0, \quad V|_{S_3} = 0, \quad U|_{S_4} = 0, \quad V|_{S_4} = 0 \quad (2.15)$$

На входе и выходе канала задается параболическое распределение поля скорости [62, 82] для ламинарного течения, записанное относительно локальной системы координат, связанной с нижней поверхностью канала:

$$\begin{aligned} U|_{S_1} &= 4U_1 y \left( \frac{1}{D_1} - \frac{y}{D_1^2} \right), & V|_{S_1} &= 0, \\ U|_{S_2} &= 4U_2 y \left( \frac{1}{D_2} - \frac{y}{D_2^2} \right), & V|_{S_2} &= 0, \end{aligned} \quad (2.16)$$

где  $U_1$  и  $U_2$  – максимальные значения скоростей (на оси течения) теплоносителя на входе и выходе канала, соответственно, а  $D_1$  и  $D_2$  – ширина входного и выходного отверстий каналов.

Уравнение Пуассона для функции тока (2.7) необходимо дополнить следующими граничными условиями:

$$\begin{aligned} \Psi|_{S_1} &= U_1 \frac{4y^2}{D_1} \left( \frac{1}{2} - \frac{y}{3D_1} \right), & \Psi|_{S_2} &= U_2 \frac{4y^2}{D_2} \left( \frac{1}{2} - \frac{y}{3D_2} \right) \\ \Psi|_{S_3} &= \Psi_3, & \Psi|_{S_4} &= \Psi_0. \end{aligned} \quad (2.17)$$

Заметим, что для заданного параболического профиля скорости течения на входе и выходе канала (2.16) имеем  $\Psi_3 = 2D_1 U_1 / 3 = 2D_2 U_2 / 3$ .

Граничными условиями для поля температур являются [37, 43]:

$$\begin{aligned} T|_{S_1} &= T_0, & T|_{S_2} &= T_{out}, \\ T_F|_{S_3, S_4} &= T_S|_{S_3, S_4}, & \frac{\partial T_F}{\partial \mathbf{n}} \Big|_{S_3, S_4} &= \gamma \frac{\partial T_S}{\partial \mathbf{n}} \Big|_{S_3, S_4} \\ \frac{\partial T_S}{\partial \mathbf{n}} \Big|_{S_5, S_6, S_7, S_8} &= 0, & T_S|_{S_9, S_{10}} &= T_1 \end{aligned} \quad (2.18)$$

где  $\gamma = \gamma_S / \gamma_F$  – отношение теплопроводностей твердой среды и жидкости в канале,  $T_0$  – температура теплоносителя на входе канала,  $T_1$  – температура

внешней нагретой поверхности канала,  $\mathbf{n}$  – вектор нормали к поверхности. Профиль температур  $T_{\text{out}}$  на выходе канала определяется в процессе проведения вычислений.

Для поля завихренности граничными условиями на входе и выходе канала являются:

$$\omega|_{S_1} = \frac{4U_1}{D_1} \left(1 - \frac{2y}{D_1}\right), \quad \omega|_{S_2} = \frac{4U_2}{D_2} \left(1 - \frac{2y}{D_2}\right). \quad (2.19)$$

Граничные условия на твердых поверхностях канала ( $S_3, S_4$ ) будут определены позднее.

Для поля давления граничные условия имеют вид:

$$p|_{S_1} = \Delta p, \quad p|_{S_2} = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial \mathbf{n}}|_{S_3, S_4} = 0. \quad (2.20)$$

где  $\Delta p$  – разность приложенных давлений между входом и выходом канала.

В качестве начальных условий задаются распределения полей функции тока  $\Psi(x, y, 0)$ , завихренности  $\omega(x, y, 0)$ , соответствующие ламинарному течению внутри прямолинейного канала, и поле температур  $T(x, y, 0)$ . Для определения начального распределения гидродинамических параметров течения необходимо решить задачу (2.7) с учетом (2.5) и (2.6) при соответствующих начальных условиях (2.17).

При необходимости, можно определить начальное распределение поля давления,  $p(x, y, 0)$ . В этом случае необходимо решить уравнение (2.12) с начальными условиями (2.20) для заданного распределения поля скорости,  $U(x, y, 0)$  и  $V(x, y, 0)$ .

В дальнейшем удобно задачу пронормировать на ширину канала  $D = D_1$ , максимальную скорость течения в средней части на входе канала  $U_0 = U_1$ , плотность жидкости  $\rho$  и на разницу температур,  $\Delta T = T_1 - T_0$ . В результате получаем следующую систему безразмерных величин:

$$x^* = \frac{x}{D}, \quad y^* = \frac{y}{D}, \quad t^* = \frac{tU_0}{D}, \quad U^* = \frac{U}{U_0}, \quad V^* = \frac{V}{U_0},$$

$$\Psi^* = \frac{\Psi}{DU_0}, \quad \omega^* = \frac{\omega D}{U_0}, \quad Q^* = \frac{T - T_0}{\Delta T}. \quad (2.21)$$

При необходимости, можно сформировать обратные преобразования:

$$x = x^* D, \quad y = y^* D, \quad t = \frac{t^* D}{U_0}, \quad U = U^* U_0, \quad V = V^* U_0,$$

$$\Psi = \Psi^* D U_0, \quad \omega = \frac{\omega^* U_0}{D}, \quad T = Q^* \Delta T + T_0. \quad (2.22)$$

В этом случае нормированные уравнения переноса завихренности (2.13), уравнение Пуассона для функции тока (2.7) и уравнение переноса тепла (2.14) принимают вид (здесь и далее звездочки у безразмерных величин опущены):

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial U \omega}{\partial x} + \frac{\partial V \omega}{\partial y} = \frac{1}{\text{Re}} \left\{ \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right\}, \quad (2.23)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} = -\omega, \quad (2.24)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial U Q}{\partial x} + \frac{\partial V Q}{\partial y} = \frac{1}{\text{Pe}} \left\{ \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 Q}{\partial y^2} \right\}, \quad (2.25)$$

где  $\text{Re} = U_0 \cdot D / \nu$  – число Рейнольдса, а  $\text{Pe} = U_0 \cdot D / \alpha$  – число Пекле. Отметим, что  $\text{Pe} = \text{Pr} \cdot \text{Re}$ , где  $\text{Pr} = \nu / \alpha$  – число Прандтля для заданной среды.

В дальнейшем целесообразно принять  $U_0$  значение, соответствующее скорости течения при  $\text{Re} = 100$  для рассматриваемого течения. В этом случае будет удобно проводить сравнительный анализ тепловых потоков через ограничивающие поверхности, поскольку масштаб времени (2.21) для различных режимов течения и различных геометрий канала будет одинаковым.

Безразмерное уравнение Пуассона для давления имеет вид

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} = 2 \left\{ \frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial V}{\partial y} - \frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial V}{\partial x} \right\}. \quad (2.26)$$

Задача описывается дифференциальными уравнениями (2.23) – (2.25) и при необходимости (2.26) должна быть дополнена следующими нормированными граничными условиями на каждой из границ:

$$\omega|_{S1} = 4(1-2y), \quad \Psi|_{S1} = 4y^2 \left( \frac{1}{2} - \frac{y}{3} \right), \quad Q_F|_{S1} = 0, \quad p|_{S1} = \Delta p,$$

$$\omega|_{S2} = \frac{4U_*}{D_*} \left( 1 - \frac{2y}{D_*} \right), \quad \Psi|_{S2} = U_* \frac{4y^2}{D_*} \left( \frac{1}{2} - \frac{y}{3D_*} \right), \quad p|_{S2} = 0, \quad (2.27)$$

$$\Psi|_{S3} = \Psi_3^*, \quad Q_F|_{S3} = Q_S|_{S3}, \quad \frac{\partial Q_F}{\partial \mathbf{n}}|_{S3} = \gamma \frac{\partial Q_S}{\partial \mathbf{n}}|_{S3}, \quad \frac{\partial p}{\partial \mathbf{n}}|_{S3} = 0,$$

$$\Psi|_{S4} = 0, \quad Q_F|_{S4} = Q_S|_{S4}, \quad \frac{\partial Q_F}{\partial \mathbf{n}}|_{S4} = \gamma \frac{\partial Q_S}{\partial \mathbf{n}}|_{S4}, \quad \frac{\partial p}{\partial \mathbf{n}}|_{S4} = 0,$$

$$\frac{\partial Q_S}{\partial x}|_{S5} = 0, \quad \frac{\partial Q_S}{\partial x}|_{S6} = 0, \quad \frac{\partial Q_S}{\partial x}|_{S7} = 0, \quad \frac{\partial Q_S}{\partial x}|_{S8} = 0,$$

$$Q_S|_{S9} = 1, \quad Q_S|_{S10} = 1,$$

$$\text{где} \quad D_* = \frac{D_2}{D_1}, \quad \Psi_3^* = \frac{2}{3},$$

Значения поля температур на выходе канала  $Q_F|_{S2}$ , поля завихренности  $\omega|_{S3}$  и  $\omega|_{S4}$  будут определены в процессе проведения вычислений.

В качестве начального распределения температур принимается

$$Q|_{\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3} = 1, \quad \text{кроме} \quad Q|_{S1} = 0. \quad (2.28)$$

Для определения начального распределения гидродинамических полей внутри  $\Omega_1$  необходимо выполнить итерационные вычисления. Сначала задается  $\omega|_{\Omega_1}^{(1)} = 0$ , затем используя уравнение (2.24) определяется поле функции тока  $\Psi|_{\Omega_1}^{(1)}$ , по которому можно определить (2.5) поле скорости  $U|_{\Omega_1}^{(1)}$  и  $V|_{\Omega_1}^{(1)}$  и новое распределение (2.6) поля завихренности  $\omega|_{\Omega_1}^{(2)}$  и так далее до тех пор, пока значения полей на текущей и предыдущей итерациях не будут отличаться по модулю на малую величину, например  $|\Psi|_{\Omega_1}^{(k)} - \Psi|_{\Omega_1}^{(k-1)}| < \varepsilon$ . Полученные распределения полей завихренности, функции тока и скорости могут использоваться в качестве начальных распределений в рассматриваемой задаче

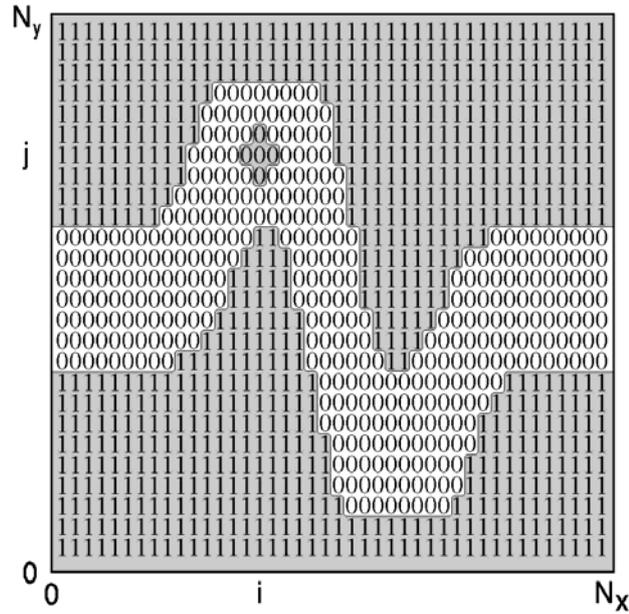


Рис.2.2. Геометрия канала на равномерной сетке

$$\begin{aligned}
 \omega|_{\Omega_1}^{(k)} &= \omega(x, y, 0)|_{\Omega_1}, & \Psi|_{\Omega_1}^{(k)} &= \Psi(x, y, 0)|_{\Omega_1}, \\
 U|_{\Omega_1}^{(k)} &= U(x, y, 0)|_{\Omega_1}, & V|_{\Omega_1}^{(k)} &= V(x, y, 0)|_{\Omega_1}.
 \end{aligned} \tag{2.29}$$

### 2.3. Дискретизация дифференциальных уравнений на расчетной сетке

Задача о переносе тепла в криволинейном канале, заполненном однородной, вязкой, несжимаемой жидкостью, решалась численно на равномерной сетке в шаговом пространственной дискретизации  $\delta_x = \delta_y = \delta$  по обеим координатам и шагом  $\Delta$  по временной координате. Пример дискретизации двухмерного профиля канала показан на рис.2.2, на котором нулями обозначена область течения теплоносителя ( $\Omega_1$ ), а единицами показана область внешней твердой среды ( $\Omega_2$  и  $\Omega_3$ ).

Введем обозначение индексов узлов вычислительной сетки

$$\omega(x, y, t) = \omega(i\delta, j\delta, n\Delta) \equiv \omega_{i,j}^n, \quad \Psi(x, y, t) = \Psi(i\delta, j\delta, n\Delta) \equiv \Psi_{i,j}^n,$$

$$U(x, y, t) = U(i\delta, j\delta, n\Delta) \equiv U_{i,j}^n, \quad V(x, y, t) = V(i\delta, j\delta, n\Delta) \equiv V_{i,j}^n, \quad (2.30)$$

$$p(x, y, t) = p(i\delta, j\delta, n\Delta) \equiv p_{i,j}^n,$$

Приведенные обозначения будут в дальнейшем использоваться при проведении дискретизации дифференциальных уравнений в рассматриваемой задаче.

Для уравнений (2.5) и (2.6) дискретные аналогии второго порядка точности по пространственным переменным относительно текущего узла расчетной сетки  $(i, j)$  имеют вид

$$U_{i,j}^n = \frac{\Psi_{i,j+1}^n - \Psi_{i,j-1}^n}{2\delta} + O(\delta^2), \quad V_{i,j}^n = \frac{\Psi_{i-1,j}^n - \Psi_{i+1,j}^n}{2\delta} + O(\delta^2)$$

$$\omega_{i,j}^n = \frac{V_{i+1,j}^n - V_{i-1,j}^n - U_{i,j+1}^n + U_{i,j-1}^n}{2\delta} + O(\delta^2), \quad (2.31)$$

Дифференциальные уравнения (2.24) и (2.26) представляют собой дифференциальные уравнения Пуассона. Эти уравнения представляют собой дифференциальные уравнения эллиптического типа, общий вид которых можно записать в следующем виде:

$$\frac{\partial^2 R}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 R}{\partial y^2} = G, \quad (2.32)$$

где  $R(x, y, t) = \{\Psi(x, y, t), p(x, y, t)\}$ ,  $G = \left\{ -\omega, 2 \left( \frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial V}{\partial y} - \frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial V}{\partial x} \right) \right\}$

Дискретный аналог дифференциального уравнения (2.32) второго порядка точности по пространственным переменным можно представить в виде [136]

$$\frac{R_{i+1,j}^n - 2R_{i,j}^n + R_{i-1,j}^n}{\delta^2} + \frac{R_{i,j+1}^n - 2R_{i,j}^n + R_{i,j-1}^n}{\delta^2} = G_{i,j}^n + O(\delta^2). \quad (2.33)$$

Здесь  $G_{i,j}^n$  - источниковое слагаемое, записанное относительно текущего узла с индексами  $(i, j)$ . В уравнении для функции тока это слагаемое равно

$$G_{i,j}^n = \omega_{i,j}^n, \quad (2.34)$$

а в уравнении для давления

$$G_{i,j}^n = \frac{(U_{i+1,j}^n - U_{i-1,j}^n)(V_{i,j+1}^n - V_{i,j-1}^n) - (U_{i,j+1}^n - U_{i,j-1}^n)(V_{i+1,j}^n - V_{i-1,j}^n)}{2\delta^2}. \quad (2.35)$$

Для решения уравнения (2.33) необходимо организовать итерационные вычисления, выразив значение  $R_{i,j}^{(k+1)}$  на следующей  $(k+1)$ -ой итерации через значения функции на соседних узлах на  $k$ -ой итерации. Получаем

$$R_{i,j}^{(k+1)} = \frac{1}{4} \left( R_{i+1,j}^{(k)} + R_{i-1,j}^{(k)} + R_{i,j+1}^{(k)} + R_{i,j-1}^{(k)} - G_{i,j} \delta^2 \right). \quad (2.36)$$

Численная схема (2.36) в современной литературе [28,136] получила название итерационный метод Гаусса-Зейделя для решения дифференциального уравнения эллиптического типа.

Скорость сходимости итерационного процесса в методе Гаусса-Зейделя зависит от близости начального приближения искомому решению. В большинстве случаев искомое решение перед первым обращением к процедуре неизвестно. Поэтому итерационный процесс в методе Гаусса-Зейделя может сходиться достаточно медленно. Как результат, для решения задачи могут потребоваться большие вычислительные ресурсы.

Сегодня известно несколько численных методов решения уравнения Пуассона, в которых итерационные процессы сходятся к решению значительно быстрее по сравнению с методом Гаусса-Зейделя. К числу таких методов относится метод последовательной верхней релаксации. Исследования [136] показали, что этот метод уменьшает вычислительную невязку на каждой итерации (что, в целом, является характерным для большинства методов), складывая ее с обратной по знаку невязкой на предыдущей итерации. Такое “задавливание” невязки оказывается настолько эффективным, что количество итераций, необходимых для получения решения поставленной задачи методом последовательной релаксации, оказывается на порядок меньше количества итераций в методе Гаусса-Зейделя при одинаковых граничных условиях и начальных приближениях.

За основу метода последовательной верхней релаксации взят итерационный метод Гаусса-Зейделя, невязка которого на  $k$ -ой итерации может быть определена очевидным выражением

$$E_{i,j}^{(k)} = R_{i,j}^{(k+1)} - R_{i,j}^{(k)}. \quad (2.37)$$

Эта же невязка может быть оценена непосредственно из основной формулы (2.36) итерационного метода Гаусса-Зейделя

$$E_{i,j}^{(k)} = -R_{i,j}^{(k+1)} + \frac{1}{4} \left( R_{i+1,j}^{(k)} + R_{i-1,j}^{(k)} + R_{i,j+1}^{(k)} + R_{i,j-1}^{(k)} - G_{i,j} \delta^2 \right). \quad (2.38)$$

Если теперь невязку (2.38), предварительно умножив на весовой коэффициент, подставить в выражение (2.37), то получим равенство

$$R_{i,j}^{(k+1)} = R_{i,j}^{(k)} (1 - \lambda) + \frac{\lambda}{4} \left[ R_{i+1,j}^{(k)} + R_{i-1,j}^{(k)} + R_{i,j+1}^{(k)} + R_{i,j-1}^{(k)} - G_{i,j} \delta^2 \right], \quad (2.39)$$

где  $\lambda$  – параметр релаксации, который принимает значения в диапазоне  $1.0 < \lambda < 2.0$ . Заметим, что при  $\lambda = 1.0$  формула (2.39) совпадает с расчетной формулой итерационного метода Гаусса-Зейделя (2.36). Некоторые рекомендации по выбору значения параметра  $\lambda$  в методе последовательной верхней релаксации можно найти в [61].

Шаблон метода последовательной верхней релаксации представляет собой “крест” (смотри рис.2.2), который для текущего узла с индексами  $(i,j)$  использует значения соседних узлов:  $(i+1,j)$ ,  $(i-1,j)$ ,  $(i,j+1)$  и  $(i,j-1)$ . Шаблон схемы может быть использован только для внутренних узлов области  $\Omega_1$ .

При решении уравнения Пуассона для функции тока (2.24) использовались граничные условия первого рода (условия Дирихле) (2.27), поэтому шаблон схемы (2.39) на узлах, расположенных на границе течения, не использовался.

При решении уравнения Пуассона для давления (2.26) использовались граничные условия первого рода (условие Дирихле) на входе и выходе канала, а так же граничные условия второго рода (условия Неймана) на твердых по-

верхностях (2.27). В этом случае шаблон (2.39) используется для узлов, расположенных на границе.

В качестве примера, демонстрирующего применение шаблона на границе течения, рассмотрим нижнюю поверхность канала с индексами  $(i,s)$ . Для этого узла уравнение (2.39) примет следующие значения индексов

$$p_{i,s}^{(k+1)} = p_{i,s}^{(k)}(1 - \lambda) + \frac{\lambda}{4} [p_{i+1,s}^{(k)} + p_{i-1,s}^{(k)} + p_{i,s+1}^{(k)} + p_{i,s-1}^{(k)} - G_{s,j} \delta^2]. \quad (2.40)$$

При этом используется значение поля давления в мнимом узле  $(i,s-1)$ , которое не используется в расчетной сетке. Значение в мнимом узле можно определить из граничного условия, записывая дискретный аналог первой производной

$$\left. \frac{\partial p}{\partial y} \right|_s = \frac{p_{i,s+1} - p_{i,s-1}}{2\delta} + O(\delta^2), \quad (2.41)$$

Из которого следует, что

$$p_{i,s+1} = p_{i,s-1}. \quad (2.42)$$

В уравнении (2.40) источниковое слагаемое можно записать, используя разности второго порядка. Из уравнения (2.35) получаем

$$G_{i,s}^n = 0. \quad (2.43)$$

Отметим, что тесты, проведенные в рамках настоящих исследований, показывают, что первое обращение к уравнению (2.39) с граничными условиями (2.42) требуют продолжительных вычислений, поскольку значение давления  $p|_{s1} = \Delta p$  на входе канала приходится подбирать таким, чтобы распределение скорости (2.16) течения на входе канала, соответствовало заданному значению числа Рейнольдса  $Re$ . В этих условиях, для вычисления оценки значения  $\Delta p$  на входе канала можно воспользоваться граничным условием

$$\left. \frac{\partial p}{\partial y} \right|_s = \frac{1}{Re} \left. \frac{\partial \omega}{\partial x} \right|_s, \quad (2.44)$$

которое непосредственно следует из уравнений Навье-Стокса (2.2). Некоторые подробности и рекомендации применения этого граничного условия в задачах гидромеханики можно найти в [61].

По аналогии можно оценить скорость изменения давления вдоль границы по распределению завихренности около границы

$$\left. \frac{\partial p}{\partial x} \right|_s = \frac{1}{\text{Re}} \left. \frac{\partial \omega}{\partial y} \right|_s, \quad (2.45)$$

Уравнение переноса завихренности (2.23) и уравнение переноса тепла (2.25) представляют собой уравнения параболического типа. Общий вид этих уравнений:

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial UF}{\partial x} + \frac{\partial VF}{\partial y} = \frac{1}{\text{Ze}} \left\{ \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \right\}, \quad (2.46)$$

где  $F(x, y, t) = \{\omega(x, y, t), Q(x, y, t)\}$ ,  $\text{Ze} = \{\text{Re}, \text{Pe}\}$ .

Для решения этого уравнения использовалась простая явная схема второго порядка точности по пространственным координатам и первого порядка точности по времени с разностями против потока [61, 66]

$$\frac{F_{i,j}^{n+1} - F_{i,j}^n}{\Delta} + \frac{A_{i,j}^n}{\delta} + \frac{B_{i,j}^n}{\delta} = \frac{1}{\text{Ze}} \left\{ \frac{F_{i+1,j}^n - 2F_{i,j}^n + F_{i-1,j}^n}{\delta^2} + \frac{F_{i,j+1}^n - 2F_{i,j}^n + F_{i,j-1}^n}{\delta^2} \right\} + O(\delta^2, \Delta), \quad (2.47)$$

$$\text{где } A_{i,j}^n = \begin{cases} U_{i,j}^n F_{i,j}^n - U_{i-1,j}^n F_{i-1,j}^n & \text{при } U_{i,j}^n \geq 0, \\ U_{i+1,j}^n F_{i+1,j}^n - U_{i,j}^n F_{i,j}^n & \text{при } U_{i,j}^n < 0, \end{cases}$$

$$B_{i,j}^n = \begin{cases} V_{i,j}^n F_{i,j}^n - V_{i,j-1}^n F_{i,j-1}^n & \text{при } V_{i,j}^n \geq 0, \\ V_{i,j+1}^n F_{i,j+1}^n - V_{i,j}^n F_{i,j}^n & \text{при } V_{i,j}^n < 0, \end{cases}$$

Из выражения (2.47) непосредственно следует шаблон простой явной схемы решения нелинейного уравнения параболического типа с разностями против потока

$$F_{i,j}^{n+1} = (1 - 4\beta)F_{i,j}^n - \beta^*(A_{i,j}^n + B_{i,j}^n) + \beta(F_{i+1,j}^n + F_{i-1,j}^n + F_{i,j+1}^n + F_{i,j-1}^n), \quad (2.48)$$

который (смотри рис.2.2) для текущего узла с индексами  $(i,j)$  использует значения соседних узлов:  $(i+1,j)$ ,  $(i-1,j)$ ,  $(i,j+1)$  и  $(i,j-1)$ . Шаблон схемы для определения значений поля завихренности может быть использован только для внутренних узлов области  $\Omega_1$ . Для определения поля температур этот шаблон может использоваться во всех областях, за исключением узлов, расположенных на границах расчетной области.

В приведенном выше уравнении применены обозначения

$$\beta = \frac{\Delta}{\delta^2}, \quad \beta^* = \frac{\Delta}{\delta^2 Ze}. \quad (2.49)$$

При решении уравнения переноса завихренности (2.23) использовались граничные условия первого рода (условия Дирихле) (2.27) на входе и выходе канала, и граничные условия второго рода (условия Неймана) на твердых поверхностях.

Для определения координат границ канала, геометрия которого задана системой “1” – твердая среда, и “0” – внутренняя часть канала (смотри рис.2.2), необходимо сформировать процедуру, которая может для текущего набора индексов  $(i,j)$  идентифицировать положение границы в выбранной системе координат. Для этого в пакете программ профиль канала считывается в массив целых чисел  $I(i,j)$ . Затем проводится анализ значения двух функций

$$\begin{aligned} S_1 &= I(i,j) + I(i+1,j) + I(i-1,j) + I(i,j+1) + I(i,j-1), \\ S_2 &= S_1 + I(i+1,j+1) + I(i+1,j-1) + I(i-1,j+1) + I(i-1,j-1). \end{aligned} \quad (2.50)$$

Рассмотрим различные случаи значений функций (2.50):

- Если  $S_1 = 0$  – текущий узел принадлежит внутренней части течения. К этому узлу можно применить шаблон простого явного метода решения дифференциального уравнения параболического типа (2.48) или шаблон метода последовательной релаксации для решения дифференциального уравнения эллиптического типа (2.40).

- Если  $S_1 = 5$  – текущий узел принадлежит внешней части расчетной области. К этому узлу можно применить шаблон простого явного метода решения дифференциального уравнения теплопередачи (2.48).

- Если  $S_1 = 1$  и  $I(i, j-1) = 1$  – текущий узел принадлежит нижней границе.

- Если  $S_1 = 1$  и  $I(i, j+1) = 1$  – текущий узел принадлежит верхней границе.

- Если  $S_1 = 1$  и  $I(i-1, j) = 1$  – текущий узел принадлежит левой границе.

- Если  $S_1 = 1$  и  $I(i+1, j) = 1$  – текущий узел принадлежит правой границе.

- Если  $S_1 = 2$  и  $I(i, j+1) + I(i-1, j) = 2$  – текущий узел принадлежит левому верхнему внутреннему углу границы.

- Если  $S_1 = 2$  и  $I(i, j+1) + I(i+1, j) = 2$  – текущий узел принадлежит правому верхнему внутреннему углу границы.

- Если  $S_1 = 2$  и  $I(i, j-1) + I(i-1, j) = 2$  – текущий узел принадлежит левому нижнему внутреннему углу границы.

- Если  $S_1 = 2$  и  $I(i, j-1) + I(i+1, j) = 2$  – текущий узел принадлежит правому нижнему внутреннему углу границы.

- Если  $S_2 = 1$  и  $I(i-1, j+1) = 1$  – текущий узел принадлежит левому внешнему углу границы.

- Если  $S_2 = 1$  и  $I(i+1, j+1) = 1$  – текущий узел принадлежит правому внешнему углу границы.

- Если  $S_2 = 1$  и  $I(i-1, j-1) = 1$  – текущий узел принадлежит левому внешнему углу границы.

- Если  $S_2 = 1$  и  $I(i+1, j-1) = 1$  – текущий узел принадлежит правому внешнему углу границы.

Приведенный анализ границ применялся при проведении вычислений в каналах, геометрия которых задана в файле (смотри пример на рис.2.2).

Значение завихренности на стенке определяется из условия прилипания жидкости к твердой поверхности. Рассмотрим плоскую поверхность снизу и запишем разложение значения функции тока  $\Psi(x, y+\Delta)$  в ряд Тейлора относительно точки  $(x, y)$ , принадлежащей границе.

$$\Psi(x, y + \delta) = \Psi(x, y) + \frac{\partial \Psi}{\partial y} \Big|_{(x,y)} \delta + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} \Big|_{(x,y)} \frac{\delta^2}{2} + O(\delta^3), \quad (2.51)$$

Из граничного условия прилипания на границе следует, что  $(\partial \Psi / \partial y)_{(x,y)} = U(x,y) = 0$ . С другой стороны, из этого же условия получаем, что на твердой поверхности  $V(x,y) = 0$  и  $(\partial V / \partial x)_{(x,y)} = 0$ . Получаем  $\boxed{\times}$  =  $\omega(x,y)$ .

Таким образом, из уравнения (2.50) следует, что [61]

$$\omega(x, y) = 2 \frac{\Psi(x, y) - \Psi(x, y + \delta)}{\delta^2} + O(\delta), \quad (2.52)$$

Другими словами значение завихренности на границе определяется в первом приближении скоростью изменения значений функции тока около поверхности.

При решении уравнения переноса тепла (2.25) так же использовались граничные условия первого рода (условия Дирихле) (2.27) на границах расчетной области, за исключением границы на выходе канала, и граничные условия второго рода (условия Неймана) на ограничивающих течение теплоносителя поверхностях.

Дискретные аналоги граничного условия для поля температур на границе течения можно записать с использованием дискретных аналогов первой производной

$$\gamma \frac{-3Q_{i,s-2}^n + 4Q_{i,s-1}^n - Q_{i,s}^n}{2\delta} = \frac{Q_{i,s}^n - 4Q_{i,s+1}^n + 3Q_{i,s+2}^n}{2\delta}, \quad (2.53)$$

из которого непосредственно следует, что на границе

$$Q_{i,s}^n = \frac{\gamma(-3Q_{i,s-2}^n + 4Q_{i,s-1}^n) + 4Q_{i,s+1}^n - 3Q_{i,s+2}^n}{\gamma + 1}. \quad (2.54)$$

Граничные значения поля температур  $Q(x,y,t)$  на выходе канала определяется интерполяцией поля температур по узловым значениям, используя интерполяционную формулу Лежандра второго порядка по схеме Эйткена [1]

$$F(x) = b_2(x - x_1)(x - x_0) + b_1(x - x_0) + b_0, \quad (2.55)$$

где 
$$b_0 = F_0, \quad b_1 = \frac{F_1 - F_0}{x_1 - x_0}, \quad b_2 = \left( \frac{F_2 - F_0}{x_2 - x_0} - b_1 \right) \frac{1}{x_1 - x_0}.$$

Таким образом, для определения поля завихренности  $\omega(x,y,t)$  и поля температур  $Q(x,y,t)$  использовалась простая явная схема (2.48) решения параболических уравнений (2.23) и (2.25), а для определения поля функции тока  $\Psi(x,y,t)$  и поля давления  $p(x,y,t)$  применялся метод последовательной верхней релаксации (2.40) решения эллиптических уравнений (2.24) и (2.26) с соответствующими начальными и граничными значениями.

#### 2.4. Анализ условия устойчивости простой явной схемы

Несмотря на относительную простоту явной схемы (2.48) решения параболических уравнений, она обладает недостатком, связанным с устойчивостью численного интегрирования уравнений. Любое возмущение, внесенное в схему, в процессе решения задачи может возрастать и на некоторой итерации ошибка может превысить решение. Возникают осцилляции, которые накладываются на решение, и выделить решение на фоне случайной ошибки не удастся.

Численная схема называется устойчивой, если любое возмущение  $\varepsilon = \varepsilon_{i,j}^n$ , внесенное в узел  $(i,j)$  схемы, на каждой последующей итерации интегрирования по времени, удовлетворяет условию [61, 136]

$$\left| \frac{\varepsilon_{i,j}^{n+1}}{\varepsilon} \right| \leq 1. \quad (2.56)$$

Другими словами, локальное возмущение на каждой последующей итерации должно быть меньше по модулю значения возмущения на текущей итерации. Это условие накладывает ограничение на величину шага дискретизации по времени для простого явного метода решения параболических уравнений.

В дальнейшем, не нарушая общности рассуждений, будем полагать, что  $U_{i,j}^n > 0$ ,  $V_{i,j}^n > 0$  и  $U_{i,j}^n = V_{i,j}^n = F_{i,j}^n \approx 1$ .

Внесем возмущение  $\varepsilon$  в текущий узел  $(i,j)$  искомого поля  $F(x,y,t)$  простой явной схемы. В этом случае численная схема (2.48) для узла  $(i,j)$  с возмущением на текущем  $n$ -ом временном слое приведет к появлению возмущения в этом же узле на следующем  $(n+1)$ -ом временном слое:

$$F_{i,j}^{n+1} + \varepsilon_{i,j}^{n+1} = -\beta^*[U_{i,j}^n(F_{i,j}^n + \varepsilon) - U_{i-1,j}^n F_{i-1,j}^n + V_{i,j}^n(F_{i,j}^n + \varepsilon) - V_{i,j-1}^n F_{i,j-1}^n] + \\ + (1 - 4\beta)(F_{i,j}^n + \varepsilon) + \beta(F_{i+1,j}^n + F_{i-1,j}^n + F_{i,j+1}^n + F_{i,j-1}^n). \quad (2.57)$$

Вычитание уравнения (2.48) из (2.57) позволяет определить величину возмущения в этом узле:

$$\varepsilon_{i,j}^{n+1} = [1 - 4\beta - 2\beta^*] \varepsilon. \quad (2.58)$$

Тогда условие устойчивости рассматриваемой численной схемы

$$\left| \frac{\varepsilon_{i,j}^{n+1}}{\varepsilon} \right| = |1 - 4\beta - 2\beta^*| \leq 1. \quad (2.59)$$

Анализ неравенства (2.59) дает два ограничения на шаг по времени

$$\Delta \geq 0, \quad \Delta \leq \frac{Ze\delta^2}{2 + Ze\delta}, \quad (2.60)$$

первое из которых выполняется всегда, а второе вносит ограничение сверху на шаг дискретизации по времени для разных значений параметра  $Ze$ . Видно, что при малых значениях  $Ze$  величина шага  $\Delta$  может быть пропорциональна  $Ze$ . При больших значениях  $Ze$  величина шага должна быть меньше  $\delta$ .

При проведении вычислений возмущение, возникшее в узле  $(i,j)$  на  $n$ -ом временном слое, может появиться на следующем временном слое в узле  $(i-1,j)$ . Для определения величины возмущения запишем уравнение (2.48) для узла  $(i-1,j)$  и учтем возмущение  $\varepsilon$ , которое было внесено в узел  $(i,j)$ . Получаем

$$F_{i-1,j}^{n+1} + \varepsilon_{i-1,j}^{n+1} = -\beta^*[U_{i-1,j}^n F_{i-1,j}^n - U_{i-2,j}^n F_{i-2,j}^n + V_{i-1,j}^n F_{i-1,j}^n - V_{i-1,j-1}^n F_{i-1,j-1}^n] + \\ + (1 - 4\beta)F_{i-1,j}^n + \beta(F_{i,j}^n + \varepsilon + F_{i-2,j}^n + F_{i-1,j+1}^n + F_{i-1,j-1}^n). \quad (2.61)$$

Следовательно

$$\varepsilon_{i-1,j}^n = \beta\varepsilon. \quad (2.62)$$

В этом случае условие устойчивости (2.56) внесет ограничение

$$\Delta \leq Ze\delta^2, \quad (2.63)$$

которое является менее жестким по сравнению с (2.60) для произвольных значений параметра  $Ze$ .

При проведении вычислений начальное возмущение на  $n$ -ом временном слое может появиться в узле  $(i+1, j)$  на следующем временном слое. Аналогичные действия позволяют записать

$$\begin{aligned} F_{i+1, j}^{n+1} + \varepsilon_{i+1, j}^{n+1} = & -\beta^* [U_{i+1, j}^n F_{i+1, j}^n - U_{i, j}^n (F_{i, j}^n + \varepsilon) + V_{i+1, j}^n F_{i+1, j}^n - V_{i+1, j-1}^n F_{i+1, j-1}^n] + \\ & + (1 - 4\beta) F_{i+1, j}^n + \beta (F_{i+2, j}^n + F_{i, j}^n + \varepsilon + F_{i+1, j+1}^n + F_{i+1, j-1}^n). \end{aligned} \quad (2.64)$$

Поэтому

$$\varepsilon_{i+1, j}^n = [\beta^* + \beta] \varepsilon \quad (2.65)$$

с обозначениями, принятыми ранее. В конечном итоге получаем следующее ограничение на шаг дискретизации по времени

$$\Delta \leq \frac{Ze\delta^2}{1 + Ze\delta}, \quad (2.66)$$

которое имеет структуру, аналогичную (2.60). Видно, что при малых значениях  $Ze$  величина шага  $\Delta$  может быть пропорциональна значению  $Ze$ . При больших значениях  $Ze$  величина шага дискретизации по времени должна быть меньше  $\delta$ .

Начальное возмущение  $\varepsilon$ , внесенное в узел  $(i, j)$  может появиться в узле  $(i, j-1)$  на следующем  $(n+1)$ -ом временном слое. В этом случае

$$\begin{aligned} F_{i, j-1}^{n+1} + \varepsilon_{i, j-1}^{n+1} = & -\beta^* [U_{i, j-1}^n F_{i, j-1}^n - U_{i-1, j-1}^n F_{i-1, j-1}^n + V_{i, j-1}^n F_{i, j-1}^n - V_{i, j-2}^n F_{i, j-2}^n] + \\ & + (1 - 4\beta) F_{i, j-1}^n + \beta (F_{i+1, j-1}^n + F_{i-1, j-1}^n + F_{i, j}^n + \varepsilon + F_{i, j-2}^n). \end{aligned} \quad (2.67)$$

Тогда

$$\varepsilon_{i, j-1}^n = \beta \varepsilon. \quad (2.68)$$

Следовательно, получаем ограничение на шаг дискретизации по времени

$$\Delta \leq Z\epsilon\delta^2, \quad (2.69)$$

которое является аналогичным условию (2.63), полученным ранее.

Наконец, определим значение возмущения в узле  $(i,j+1)$  на следующем временном слое, которое появится после внесения возмущения  $\epsilon$  в узел  $(i,j)$ .

Получаем

$$\begin{aligned} F_{i,j+1}^{n+1} + \epsilon_{i,j+1}^{n+1} = & -\beta^*[U_{i,j+1}^n F_{i,j+1}^n - U_{i-1,j+1}^n F_{i-1,j+1}^n + V_{i,j+1}^n F_{i,j+1}^n - V_{i,j}^n (F_{i,j}^n + \epsilon)] + \\ & +(1-4\beta)F_{i,j+1}^n + \beta(F_{i+1,j+1}^n + F_{i-1,j+1}^n + F_{i,j+2}^n + F_{i,j}^n + \epsilon). \end{aligned} \quad (2.70)$$

После вычитания из этого уравнения уравнение (2.48), записанное для узла  $(i,j+1)$ , получаем

$$\epsilon_{i,j+1}^n = [\beta^* + \beta]\epsilon. \quad (2.71)$$

Следовательно

$$\Delta \leq \frac{Z\epsilon\delta^2}{1 + Z\epsilon\delta}. \quad (2.72)$$

Это ограничение совпало с ограничением (2.66).

Полученные выше ограничения по разному влияют на величину максимального шага дискретизации по времени простой явной схемы решения уравнений параболического типа. Исследования [136] показывают, что более жесткое ограничение на величину  $\Delta$  вносит условие периодической устойчивости, которое получается при анализе величины возмущения в узле  $(i,j)$  на  $(n+2)$ -ом временном слое. При анализе этого возмущения необходимо принимать во внимание возмущения, которые уже имеют место на  $(n+1)$ -ом временном слое.

Принимая во внимание выражения (2.58), (2.62), (2.65), (2.68) и (2.71), получаем выражение

$$\begin{aligned} F_{i,j}^{n+2} + \epsilon_{i,j}^{n+2} = & -\beta^*[U_{i,j}^n (F_{i,j}^n + \{1-4\beta-2\beta^*\}\epsilon) - U_{i-1,j}^n (F_{i-1,j}^n + \beta\epsilon) + \\ & + V_{i,j}^n (F_{i,j}^n + \{1-4\beta-2\beta^*\}\epsilon) - V_{i,j-1}^n \{F_{i,j-1}^n + \beta\epsilon\}] + \\ & +(1-4\beta)(F_{i,j}^n + \{1-4\beta-2\beta^*\}\epsilon) + \\ & + \beta(F_{i+1,j}^n + F_{i-1,j}^n + F_{i,j+1}^n + F_{i,j-1}^n + 2\{\beta + \beta^*\}\epsilon + 2\beta\epsilon) \end{aligned} \quad (2.73)$$

Вычитание из уравнения (2.73) уравнение (2.48), записанное для узла  $(i,j)$  на  $(n+1)$ -ом временном слое, позволяет определить величину возмущения

$$\varepsilon_{i,j}^{n+2} = (1 - 8\beta - 4\beta^* + 20\beta\beta + 20\beta\beta^* + 4\beta^*\beta^*)\varepsilon. \quad (2.74)$$

В этом случае, условие периодической устойчивости простой явной схемы (2.48) можно представить в виде

$$\left| \frac{\varepsilon_{i,j}^{n+2}}{\varepsilon} \right| = |1 - A\Delta + B\Delta^2| \leq 1, \quad (2.75)$$

где

$$A = 8\beta + 4\beta^* = \frac{8 + 4\delta Ze}{\delta^2 Ze},$$

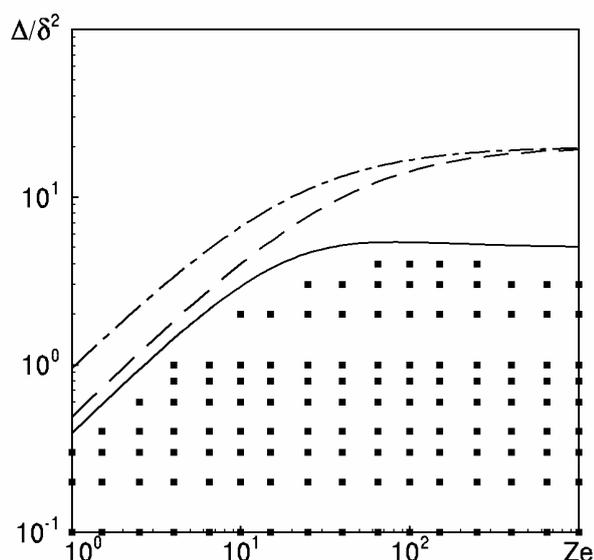
$$B = 20\beta\beta + 20\beta\beta^* + 4\beta^*\beta^* = \frac{20 + 20\delta Ze + 16\delta^2 Ze^2}{\delta^4 Ze^2}.$$

Анализ условия (2.75) дает единственное ограничение:

$$\Delta \leq \frac{(8 + 4\delta Ze)\delta^2 Ze}{20 + 20\delta Ze + 16\delta^2 Ze^2}. \quad (2.76)$$

В качестве тестового примера рассмотрим задачу, связанную с течением вязкой, несжимаемой жидкости внутри прямолинейного канала шириной  $D = 1.0$  и длиной  $L = 18.0$  при разных значениях чисел Рейнольдса  $Re$ . Введем внутри канала равномерную сетку с шагом пространственной дискретизации  $\delta = 0.05$  и проследим выполнение условий устойчивости при решении уравнения переноса завихренности.

Появление неустойчивости явной схемы сопровождается появлением пульсаций решения, образованием противотечений, переполнением численных значений представления чисел на компьютере и некоторые другие эффекты [66, 67, 136]. На рис.2.3 показаны области допустимых значений шагов  $\Delta$  дискретизаций по времени (квадратики) для различных значений числа Рейнольдса  $Re$ . Видно, что в области малых значений чисел Рейнольдса  $Re$  простая явная схема требует малых значений  $\Delta$ . С другой стороны, в области значений  $Re \approx 100$  величины  $\Delta$  могут достигать значений  $(3 \dots 4)\delta^2$ .



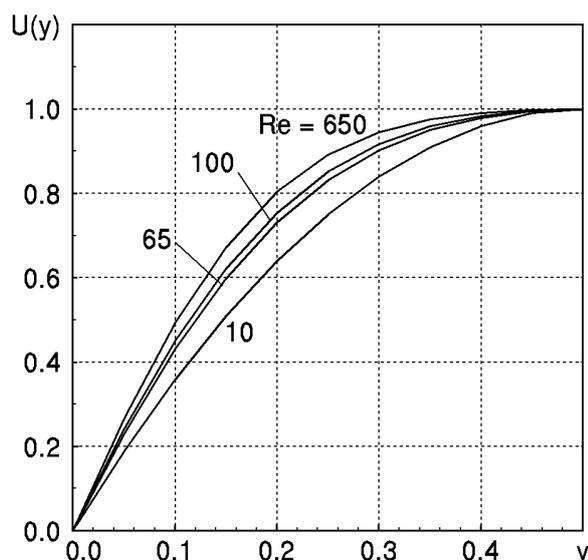
*Рис.2.3. Зависимость ограничений на шаг дискретизации по времени от числа Рейнольдса в простом явном методе решения параболического уравнения*

На рис.2.3 сплошной линией нанесено самое жесткое условие (2.60), пунктирной линией показано условие (2.72), а штрихпунктирной линией показано условие (2.76). Полученные режимы устойчивых вычислений для различных значений числа Рейнольдса  $Re$  в уравнении переноса завихренности (2.23) и числа Пекле  $Pe$  в уравнении переноса тепла (2.25) использовались в дальнейшем при анализе задачи.

## 2.5. Тестирование численного решения задачи

Для проведения надежных вычислений необходимо протестировать сформированные численные модули и процедуры на аналитических решениях, имеющих в современной научной литературе. Поскольку в программе применяется отдельный модуль для решения дифференциальных уравнений параболического типа (2.48), его необходимо протестировать одновременно как на стационарной, так и на нестационарной задачах.

Тестирование для стационарного режима было проведено на аналитическом решении стационарной гидродинамической задачи ламинарного течения вязкой несжимаемой жидкости внутри прямолинейного двухмерного канала



*Рис.2.4. Профиль продольной скорости в прямолинейном канале при различных числах Рейнольдса*

без вставок, в котором при малых числах Рейнольдса  $Re$  формируется параболический профиль продольной компоненты скорости  $U(y)$  [2, 38, 42].

Тест стационарного режима был проведен на двухмерной гидродинамической задаче со следующими параметрами:  $L = 18$ ,  $\delta = 0.05$  при  $t = 10.0$ . Нормированные результаты вычислений показаны на рис.2.4 для сечения  $x = L/2$  в системе координат, связанной с нижней поверхностью канала. Видно, что при увеличении значений  $Re$  профиль продольной скорости течения сглаживается в центральной части канала, и формирует большой градиент  $\partial U / \partial y$  около границы течения.

Максимальная по модулю разность между значениями скорости  $U(L/2, y)$ , полученными при проведении вычислений, и профилем скорости  $U_T(y)$  в сечении канала по литературным данным [2, 38, 57, 60]

$$E_{\max}^U = |U(L/2, y) - U_T(y)| \quad \text{при } -0.5 < y < 0.5, \quad (2.77)$$

позволяет оценить точность решения параболического уравнения на равномерной сетке с  $\delta = 0.05$ . Некоторые данные сравнительного анализа численного решения дифференциального уравнения параболического типа простым явным методом при малых числах Рейнольдса  $Re$  показаны в Таблице 2.1. Не-

симметричность численных значений профиля скорости при указанных в таблице значениях  $Re$  не превышала  $10^{-5}$ . Анализ результатов численного моделирования и результатов, опубликованных в научной литературе [2, 57] свидетельствует о хорошем совпадении данных.

Таблица 2.1. Максимальная ошибка численного решения тестовой гидродинамической задачи

$Re$	25	65	100	250	650
$E_{\max}^U$	0.005	0.006	0.008	0.010	0.012

Полученное численное решение распределения поля продольной компоненты скорости в прямолинейном канале позволяет провести тест значений градиента давления, необходимого для формирования течения с параболическим профилем в прямолинейном канале. Аналитическое решение [2, 82] для ламинарного течения внутри бесконечного двухмерного прямолинейного канала, заполненного однородной вязкой несжимаемой жидкостью, имеет вид (в размерных величинах):

$$\frac{dp}{dx} = \frac{8\rho v^2}{D^3} Re, \quad (2.78)$$

Сравнение полученных численных данных с аналитическим решением (2.78) показывает, что метод последовательной верхней релаксации решения дифференциальных уравнений эллиптического типа для давления (2.40) дает относительную ошибку вычислений порядка 0.4...0.9% в диапазоне значений чисел Рейнольдса  $Re < 1000$ .

Тестирование модуля численного решения для нестационарного режима было проведено на одномерной нестационарной задаче теплопередачи в однородной среде от нагретой стенки  $y = 0.5$  с температурой  $Q_1 = 1.0$  к холодной стенке  $y = H$  с температурой  $Q_2 = 0.0$ . Численный эксперимент проводился для случая  $\gamma \gg 1$ ,  $Re = 5.0$  и  $H = 12.5$  на равномерной сетке с шагом  $\delta = 0.05$  пространственной дискретизации и шагом  $\Delta = 0.8\delta^2 = 0.002$  дискретизации по времени.

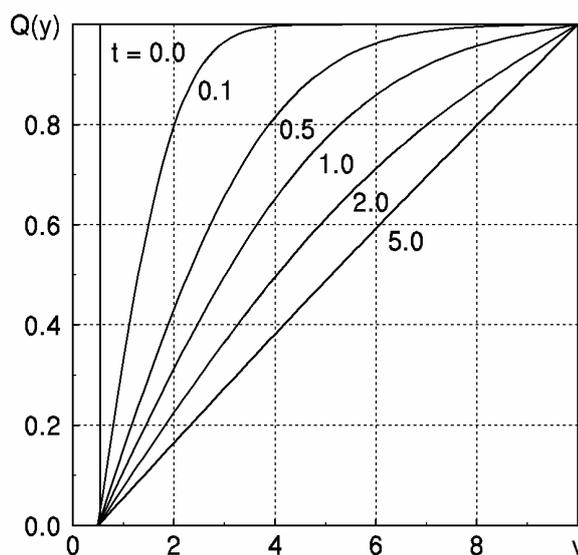


Рис.2.5. Профиль температур в тестовой задаче одномерной нестационарной теплопроводности для различных моментов времени

Результаты вычислений поля температур  $Q(y,t)$  показаны на рис.2.5 для различных моментов времени. Видно, что в начальный момент времени профиль поля температур имеет скачок, который с течением времени выравнивается. При  $t = 5.0$  профиль температур приобретает линейное распределение, что свидетельствует о выходе задачи на стационарный режим.

Аналитическое решение тестовой задачи имеет вид [43]:

$$Q_T(y,t) = \operatorname{erf} \frac{y-0.5}{2\sqrt{\alpha t}} - \sum_{n=1}^{\infty} \left( \operatorname{erfc} \frac{2nH+y-0.5}{2\sqrt{\alpha t}} - \operatorname{erfc} \frac{2nH-y+0.5}{2\sqrt{\alpha t}} \right), \quad (2.79)$$

где  $\operatorname{erf}(z)$  и  $\operatorname{erfc}(z)$  – интегралы вероятностей [1]. Некоторые подробности вычисления интегралов вероятности можно найти в [28, 72].

Максимальная разность между вычисленными значениями поля температур  $Q(y,t)$  и значениями  $Q_T(y,t)$ , полученными из (2.79), для различных моментов времени сведены в Таблицу 2.2. Видно, что максимальная ошибка в определении значений поля температур не превышает 0.3%.

Таблица 2.2. Максимальная ошибка численного решения тестовой задачи теплопроводности

$y$	1.0	2.0	4.0	8.0
$t = 0.1$	0.0020	0.0006	0.0000	0.0000
$t = 0.5$	0.0026	0.0018	0.0005	0.0000
$t = 1.0$	0.0026	0.0022	0.0010	0.0001
$t = 2.0$	0.0022	0.0023	0.0015	0.0003
$t = 4.0$	0.0017	0.0021	0.0018	0.0008
$t = 10.0$	0.0013	0.0017	0.0018	0.0011

Таким образом, простая явная схема для решения параболических уравнений и метод последовательной верхней релаксации для решения эллиптических уравнений в двухмерной задаче теплопередачи в прямолинейном канале с хорошей точностью описывает физические поля в области малых значений чисел Рейнольдса  $Re < 1000$ .

## 2.6. Выводы по разделу

По результатам исследований, проведенным в настоящем разделе, можно сделать следующие выводы:

1. Приведены основные уравнения задачи теплопередачи из внешней нагретой среды в криволинейный канал, заполненного однородной вязкой несжимаемой жидкостью. Задача решается в терминах “функция тока - завихренность” и сводится к одновременному решению уравнения переноса завихренности, уравнения переноса тепла, уравнению Пуассона для функции тока с соответствующими начальными и граничными условиями. Задача решается в безразмерном виде.

2. Проведена дискретизация основных уравнений на равномерной сетке. Численное решение поставленной задачи основано на решении дифференциальных уравнений параболического типа простым явным методом и дифференциальных уравнений эллиптического типа методом последовательной верхней релаксации в области с произвольной границей ограничивающих поверхностей.

3. Показано, что простой явный метод решения уравнений переноса завихренности и тепла имеет ограничение на шаг дискретизации по времени, выполнение которого обеспечивает устойчивые вычисления для заданного шага пространственной дискретизации и параметров уравнений (число Рейнольдса, число Пекле).

4. Проведено тестирование численной схемы на двумерной гидродинамической задаче стационарного ламинарного течения вязкой несжимаемой жидкости внутри прямолинейного канала без вставок и одномерной нестационарной задаче теплопередачи от нагретой стенки к холодной стенке. Сравнение численных результатов и аналитических решений, представленных в научной литературе, свидетельствуют о хорошей точности численного решения поставленной задачи.

Изложение материала базируется на публикациях [21, 19, 76, 79]. Основные результаты исследований обсуждались на международных конференциях [18, 20, 23].

### РАЗДЕЛ 3

## АНАЛИЗ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛОПЕРЕДАЧИ В ПРЯМОЛИНЕЙНОМ КАНАЛЕ

В текущем разделе работы проводится анализ гидродинамических параметров течения однородной вязкой несжимаемой жидкости внутри прямолинейного канала конечной длины и термических параметров процесса теплопередачи из внешней среды в жидкость. Рассматриваются случаи различной геометрии канала, включая каналы без вставок, каналы с системой симметричных и несимметричных вставок различной высоты, ширины и расстояния между ними. Основное внимание уделяется анализу структуры течения внутри канала, разности приложенного давления к входу и выходу канала и уровню тепловых потоков через ограничивающие его поверхности по мере увеличения скорости течения (числа Рейнольдса  $Re$ ) теплоносителя внутри канала.

### 3.1. Исходные данные для моделирования процессов теплопередачи в прямолинейном канале

Рассмотрим процессы теплопередачи на кремниевой подложке с размерами  $W \times L$ , внутри которой имеется прямолинейный канал (рис.3.1) шириной  $D$ , заполненный водой. Внутри канала может находиться система симметричных и несимметричных вставок высотой  $h$ , шириной  $c$ , которые расположены на расстоянии  $a$  относительно друг друга.

В качестве базового геометрического параметра задачи выбираем ширину  $D$  входного отверстия канала. В этом случае геометрическими параметрами подложки являются:

- длина,  $L = 18D$ ;
- высота,  $W = 25D$ .

Физическими параметрами теплоносителя внутри канала являются [29, 36, 49]:

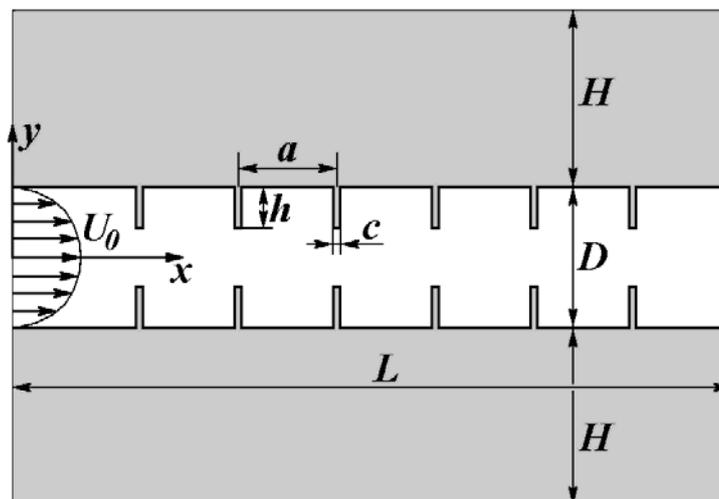


Рис.3.1. Геометрия прямолинейного канала

- плотность,  $\rho_F = 1.0 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ ;
- коэффициент температуропроводности,  $\alpha_F = 1.42 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$ ;
- коэффициент теплопроводности,  $\gamma_F = 0.6 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$ ;
- кинематическим коэффициентом вязкости,  $\nu = 1.0 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ ;
- удельная теплоемкость,  $c_{pF} = 4200 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$ .

Физическими параметрами подложки являются:

- плотность,  $\rho_S = 2.5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ ;
- коэффициент температуропроводности,  $\alpha_S = 3.33 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ ;
- коэффициент теплопроводности,  $\gamma_S = 7.23 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$ ;
- удельная теплоемкость,  $c_{pS} = 840 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$ .

В дальнейшем, при проведении вычислений, использовались безразмерные параметры, определенные в соответствии с выражениями (2.21). В качестве характерной скорости  $U_0$  течения принимается значение, соответствующее числу Рейнольдса  $Re = 100$ . В этом случае масштаб времени (2.21) для различных значений скорости осевого потока теплоносителя будет одинаковым, и сравнительный анализ тепловых эффектов в рассматриваемом течении будет проведен с меньшими усилиями.

Относительная теплопроводность сред (2.18) принимает значение

$$\gamma = \frac{3.33 \cdot 10^{-6}}{1.42 \cdot 10^{-7}} = 23.5, \quad (3.1)$$

а числа Прандтля для теплоносителя и внешней среды, отнесенные к вязкости жидкости, будут равны, соответственно:

$$\text{Pr}_F = \frac{1.0 \cdot 10^{-6}}{1.42 \cdot 10^{-7}} = 7.0, \quad \text{Pr}_S = \frac{1.0 \cdot 10^{-6}}{3.33 \cdot 10^{-6}} = 0.33. \quad (3.2)$$

Другие физические параметры, которые будут использоваться при проведении моделирования гидродинамических и термодинамических процессов и при анализе полученных данных, удобно обезразмерить на коэффициент теплопроводности  $\gamma_F$  теплоносителя. В частности, безразмерные тепловой поток выделения (или поглощения) и удельная теплоемкость сред равны

$$W^* = \frac{WD}{\gamma_F \Delta T}, \quad c_p^* = \frac{c_p \rho_F U_0 D}{\gamma_F}, \quad (3.3)$$

где  $\Delta T = T_1 - T_0$  – разница температур подложки на внешней границе ( $T_1$ ) и жидкости на входе канала ( $T_0$ ). В дальнейшем звездочки у безразмерных величин опускаем.

### 3.2. Особенности нестационарных процессов внутри канала

Процесс теплопередачи начинается с момента времени, при котором внешняя среда и теплоноситель были нагреты до температуры  $T_1$ . В начальный момент времени на вход канала подается холодная жидкость с температурой  $T_0$ , где  $T_1 > T_0$ . Проведенное ранее обезразмеривание задачи позволяет, не нарушая общности расчетов и анализа полученных данных, решить обратную задачу, связанную с нагревом внешней среды за счет подачи нагретого теплоносителя. В этом случае, в начальный момент времени имеем  $T_1 < T_0$ .

Нестационарные тепловые процессы внутри канала можно условно разделить на несколько этапов.

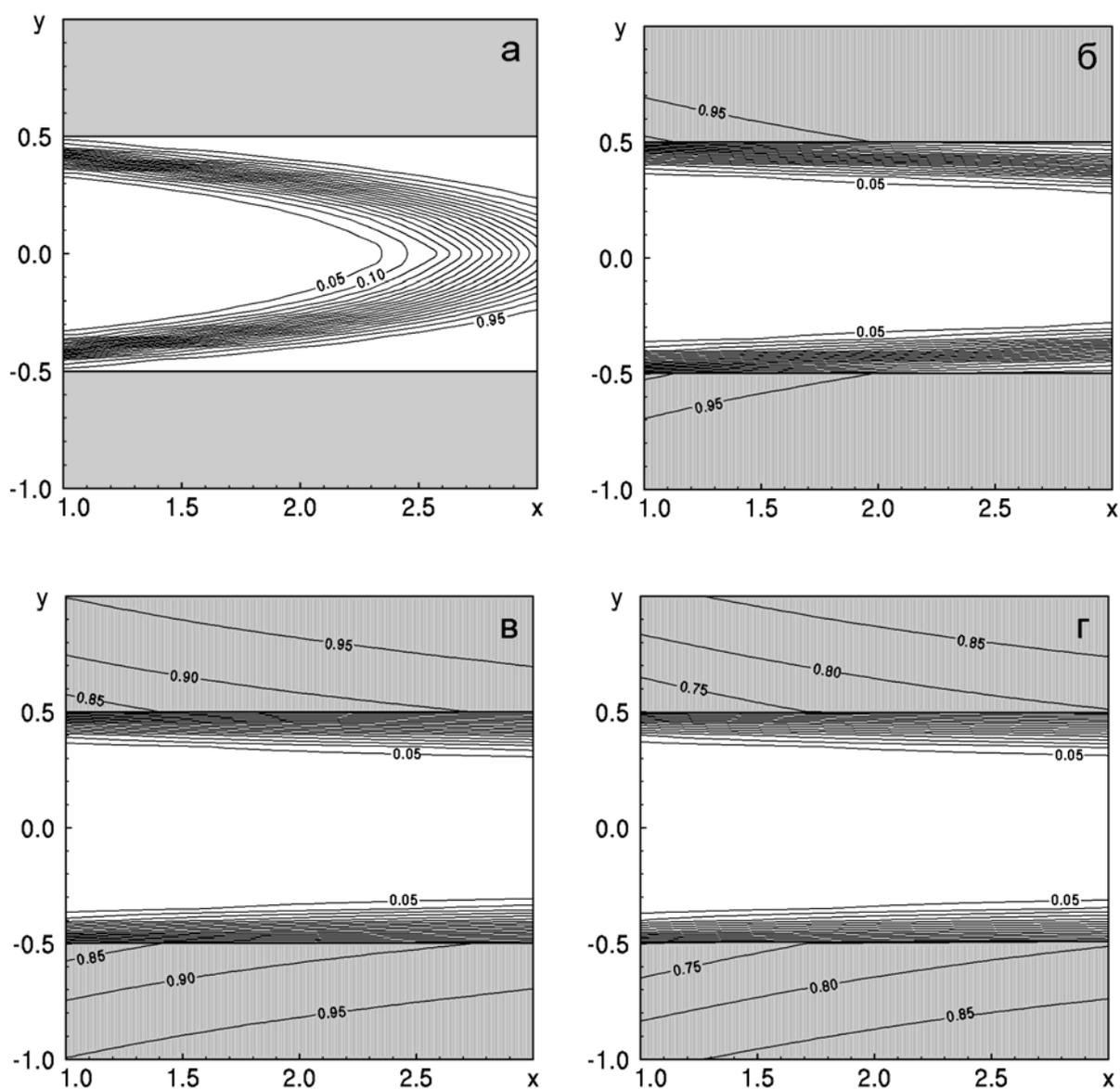


Рис.3.2. Распределение поля температур на входе канала при  $Re = 150$  для моментов времени: а)  $t = 2$ , б)  $t = 5$ , в)  $t = 10$ , г)  $t = 30$

**Первый этап** связан с постепенным заполнением холодным теплоносителем полости канала с нагретыми ограничивающими поверхностями. Диффузионные тепловые процессы постепенно нагревают часть жидкости, расположенную около стенок канала. На рис.3.2,а показано распределение температур на входе канала в момент времени  $t = 2.0$  для случая, при котором внутри канала уже сформировано течение с профилем продольной скорости, соответствующей числу Рейнольдса  $Re = 150$  (смотри рис.2.4). На рисунке нанесены линии равного уровня (изотермы) с шагом дискретизации  $\Delta Q = 0.05$ . Видно, что жидкость постепенно прогревается, при этом формируется градиент поля тем-

ператур, как в продольном направлении канала, так и в поперечном его сечении. Однако, жидкость, прилегающая к границам течения, все еще имеет начальную температуру. Продолжительность этого этапа зависит от скорости течения теплоносителя и длины канала. В диапазоне значений чисел Рейнольдса  $Re = 10 \dots 650$  и длины канала  $L = 18$  первый этап продолжается  $t_1 \approx 3.0 \dots 20.0$ .

**Второй этап** сопровождается постепенным выравниванием температур в области, прилегающей к границам течения. При этом теплоноситель около границ постепенно нагревается, а внешняя среда около канала остывает за счет диффузионного теплового потока, направленного в канал. Характерное распределение температур показано на рис.3.2,б для момента времени  $t = 5.0$ . Исследования показывают, что на втором этапе градиент поля температур в поперечном сечении канала имеет максимальное значение и, как результат, из внешней среды в теплоноситель формируется максимальный тепловой поток.

С течением времени тепловой поток приводит к постепенному выравниванию температур на границе канала. На рис.3.2,в, который соответствует моменту времени  $t = 10.0$ , показано распределение температур в области, прилегающей ко входу канала. На рисунке видно, что части теплоносителя и внешней среды, которые прилегают к границе, постепенно выравнивают свои температуры. В результате тепловой поток из внешней среды постепенно уменьшается и достигает своей стабилизации. Продолжительность этого этапа зависит от многих параметров: скорости течения теплоносителя, длины канала, относительных коэффициентов теплопередачи жидкости и твердой среды и др. В целом, этот этап может продолжаться до значений  $t_2 \approx 50.0 \dots 100.0$  в рассматриваемом диапазоне чисел Рейнольдса  $Re$ . Исследования показывают, что для медленных течений и длинных каналов может возникнуть ситуация, при которой на входе канала уже наступил второй этап теплопередачи, а на выходе канала еще продолжается первый этап.

**Третий этап** связан с постепенным выравниванием температур в твердой среде и выходом рассматриваемой термодинамической системы на стационарный тепловой режим. Распределение температур в момент времени, при кото-

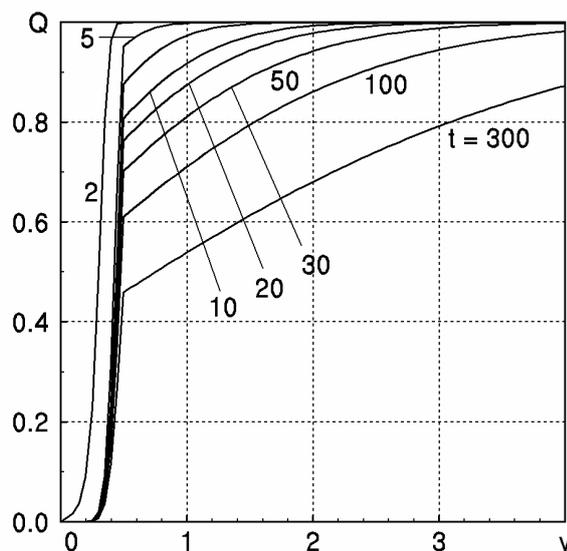


Рис.3.3. Динамика изменения поля температур в сечении  $x = 2.0$  канала для течения с числом Рейнольдса  $Re = 150$

ром термодинамическая система выходит на стационарный тепловой режим, показано на рис.3.2,г. Исследования показывают, что при некоторых условиях, связанных с характером течения теплоносителя в канале, может возникать квазистационарный тепловой режим.

Приведенные выше этапы развития поля температур в канале можно проследить на рис.3.3, на котором представлена динамика изменения поля температур  $Q(y)$  в сечении  $x = 2.0$ . На первом этапе происходит заполнение холодным теплоносителем полости канала. При этом, в области, прилегающей к границе, жидкость быстро нагревается. На втором этапе профиль температур на ограничивающей поверхности начинает постепенно выравниваться, формируя максимальный тепловой поток из внешней среды в жидкость. На третьем этапе происходит постепенный выход системы на стационарный тепловой режим.

Значение нормированного теплового потока через верхнюю поверхность канала со стороны жидкости определяется выражением [37]

$$W(x,t) = \frac{\partial Q_F}{\partial y} \Big|_{y=D/2} . \quad (3.4)$$

На рис.3.4 показаны профили теплового потока  $W(x)$  для различных моментов времени вдоль верхней границы канала для течения с продольной

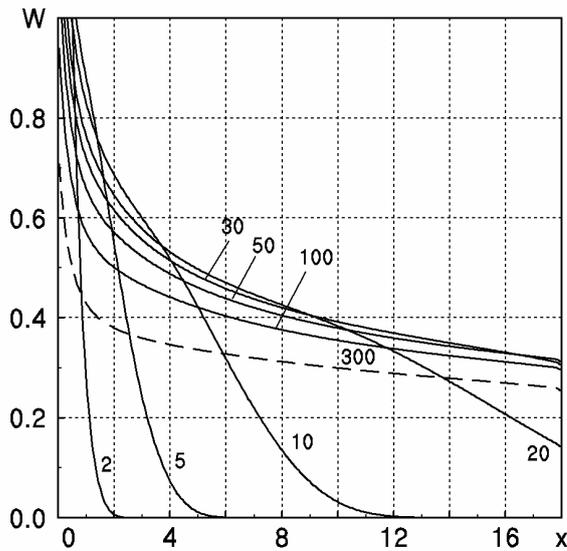


Рис.3.4. Изменение распределения теплового потока вдоль канала для различных моментов времени при числе Рейнольдса  $Re = 150$

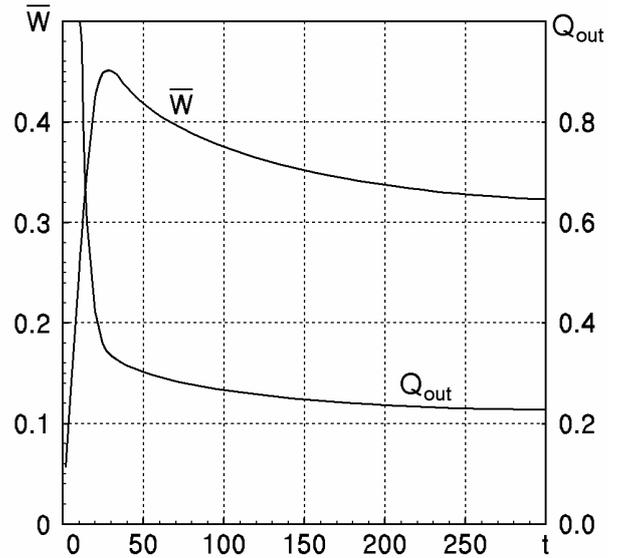


Рис.3.5. Динамика изменение усредненного уровня теплового потока через поверхности и температуры жидкости на выходе канала

скоростью, соответствующей числу Рейнольдса  $Re = 150$ . Значения моментов времени показаны на рисунке цифрами. Видно, что наибольший тепловой поток устанавливается на входе канала. С течением времени его уровень постепенно падает и выравнивается по длине канала. Кривая, соответствующая стационарному тепловому режиму, обозначена на рисунке штриховой линией.

Видно, что второй этап развития во времени процесса теплопередачи продолжался в рассматриваемом случае примерно до момента  $t_2 \approx 25.0 \dots 30.0$ . Последующее выравнивание температур на границе канала приводит к незначительному понижению уровня теплового потока через ограничивающие поверхности. Рис.3.5 иллюстрирует динамику во времени изменения усредненного по длине уровня теплового потока на верхней границе

$$\bar{W}(t) = \frac{1}{L} \int_0^L \frac{\partial Q_F}{\partial y} \Big|_{y=D/2} dx \quad (3.5)$$

и средней по сечению температуры теплоносителя на выходе канала

$$Q_{out}(t) = \int_0^D Q(L, y, t) dy. \quad (3.6)$$

Анализ полученных результатов позволяет заключить, что стационарный тепловой режим в канале определяется многими параметрами и характеризуется постепенным выходом на асимптотические распределения температур, значений уровней тепловых потоков (как локальных, так и усредненных по длине канала) и усредненных по сечению канала значений температуры теплоносителя на его выходе. Момент времени, при котором наступает стационарный тепловой режим (или близкий к нему квазистационарный режим) зависят в первую очередь от продольной скорости теплоносителя (числа Рейнольдса  $Re$ ), длины канала и отношения коэффициентов теплопроводности внешней среды и теплоносителя.

### **3.3. Анализ стационарных тепловых потоков в прямолинейном канале без вставок**

Численное решение нестационарной задачи теплопередачи для прямолинейного канала конечной длины показывает, что внутри канала с течением времени формируется стационарный профиль скорости, который характеризуется наличием только продольной компоненты скорости для диапазона чисел Рейнольдса  $Re < 650$ . В дальнейшем будем проводить анализ термодинамических процессов только для стационарных (или квазистационарных) режимов.

Пример распределения поля функции тока  $\Psi(x,y)$  при стационарном режиме течения в области, прилегающей к входу канала, показан на рис.3.6 для случая  $Re = 65$ . На рисунке показано семейство линий тока с шагом дискретизации  $\Delta\Psi = 0.02$  для момента времени  $t = 250$ , который соответствует стационарному течению внутри канала. Видно, что распределение функции тока зависит только от поперечной координаты канала. Следовательно, в рассматриваемом течении имеет место только продольная компонента скорости, а поперечное течение внутри канала отсутствует. Равенство постоянным значениям функции тока на внутренних поверхностях канала свидетельствует о выполнении граничного условия (2.27).

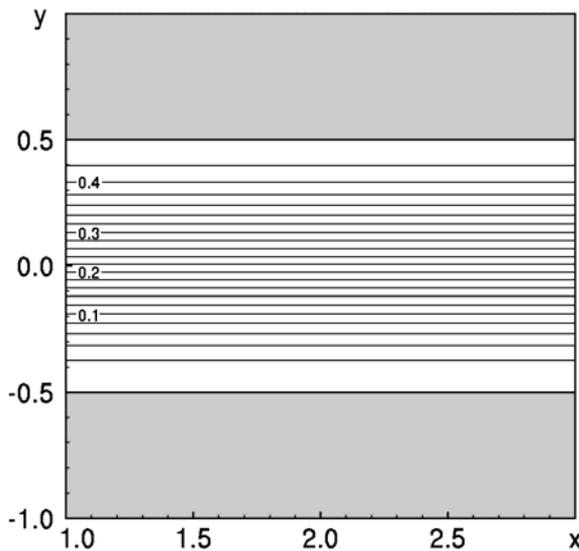


Рис.3.6. Распределение поля функции тока внутри прямолинейного канала при  $Re=65$

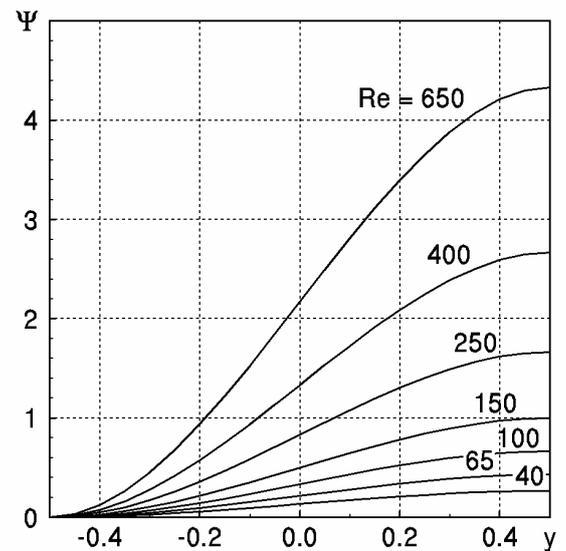


Рис.3.7. Профили поля функции тока в сечении  $x = 2.0$  прямолинейного канала при разных числах  $Re$

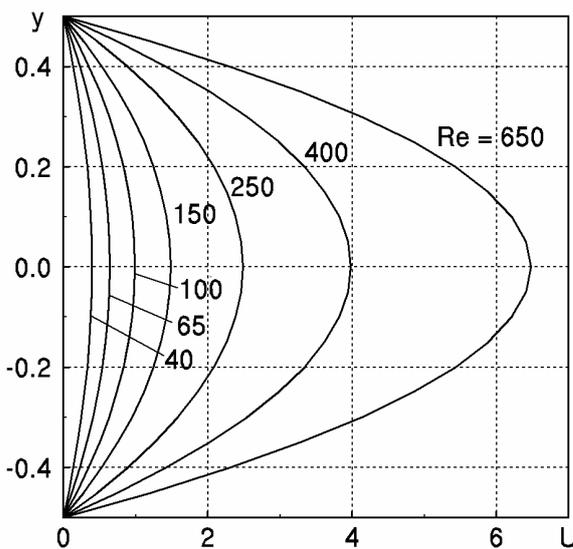


Рис.3.8. Профили продольной скорости в сечении  $x = 2.0$  прямолинейного канала при разных числах  $Re$

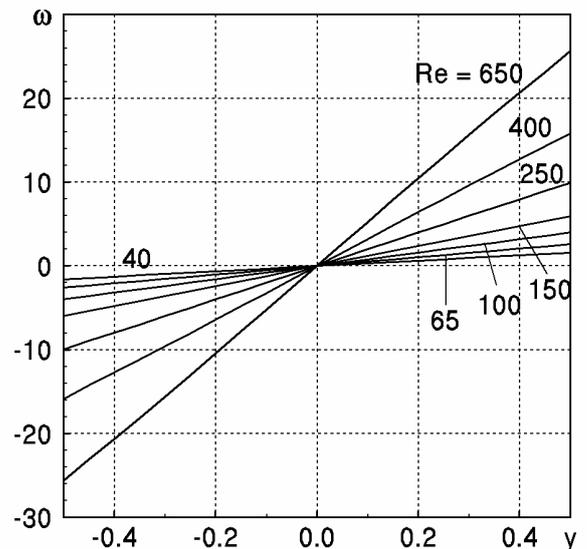
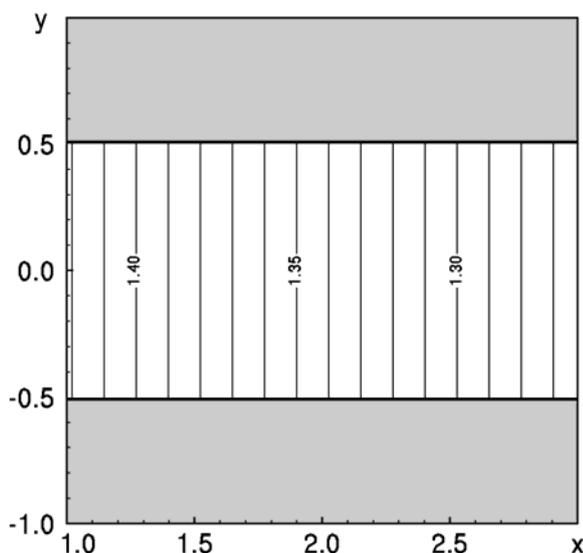


Рис.3.9. Профили поля завихренности в сечении  $x = 2.0$  прямолинейного канала при разных числах  $Re$

Профили функции тока в сечении  $x = 2.0$  для различных значений числа Рейнольдса  $Re$  показано на рис.3.7 для моментов времени  $t = 250$ . На нижней границе канала значения функции тока равны нулю. На верхней границе значения функции тока зависят от амплитуды продольной компоненты скорости течения.

Рис.3.8 иллюстрирует профили продольной компоненты скорости  $U(y)$  внутри прямолинейного канала без вставок в сечении  $x = 2.0$ . Они представля-



*Рис.3.10. Профиль поля давления внутри прямолинейного канала при  $Re=65$*

ют собой параболические функции с максимумом на оси канала. На границах течения значения скоростей равны нулю. По этой причине в течении вязкой несжимаемой жидкости около границ канала формируется максимум поля завихренности  $\omega(y)$  (рис.3.9). Распределение поля завихренности не зависит от продольной координаты. Распределение  $\omega(y)$  представляет собой симметричную функцию относительно осевой линии канала, что находит хорошее соответствие с данными [2, 82].

Исследования показывают, что внутри канала при стационарном режиме течения формируется равномерный по продольной координате градиент поля давления. Пример распределения поля давления в области, прилегающей к входу канала, показан на рис.3.10. На рисунке нанесены линии равного уровня (изобары) с шагом дискретизации  $\Delta p = 0.01$  для момента времени  $t = 250$ . Сравнение численных результатов распределения давления внутри канала с аналитическим решением (2.76) показывают, что они находятся в хорошем соответствии друг с другом.

Наличие только продольной составляющей скорости течения жидкости в диапазоне чисел Рейнольдса  $Re < 650$  приводит к тому, что в поперечном сечении канала имеет место только диффузионная составляющая теплового потока. По этой причине минимальное значение поля температуры  $Q(x,y)$  в теп-

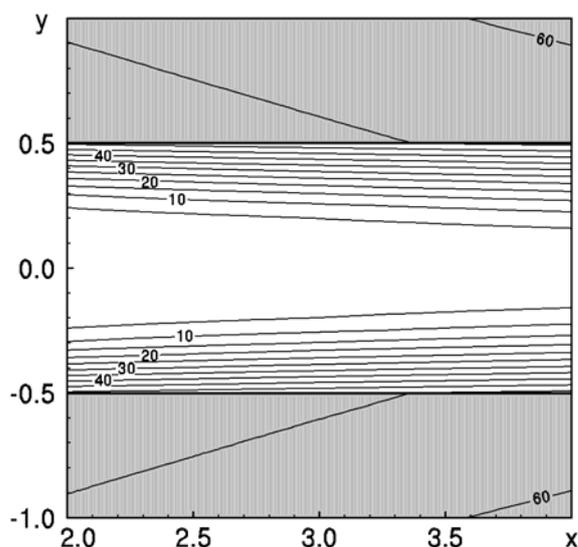


Рис.3.11. Распределение поля температур внутри прямолинейного канала при  $Re = 65$

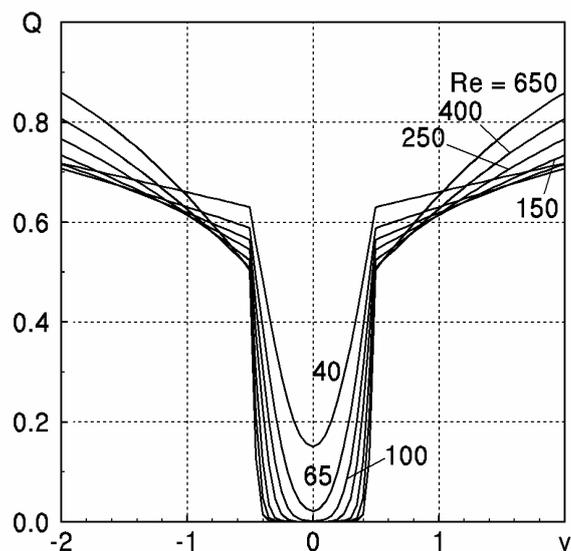


Рис.3.12. Профили поля температур в сечении  $x = 2.0$  прямолинейного канала при разных числах  $Re$

лоносителя устанавливается на оси канала (рис.3.11). Значения температуры в жидкости постепенно увеличивается по мере приближения к границам.

Профили поля температур  $Q(y)$  в сечении канала  $x = 2.0$  показаны на рис.3.12 после выхода течения на стационарный режим для различных значений чисел Рейнольдса  $Re$ . При медленном движении теплоносителя (например, при  $Re = 40$ ) тепловые потоки успевают сформировать параболический профиль поля температур в сечении канала. По мере увеличения продольной скорости течения на оси канала остается область течения с температурой, которая соответствует температуре теплоносителя на входе канала. Интересно отметить общую тенденцию, связанную с тем, что при увеличении значений числа Рейнольдса  $Re$  градиенты поля температур в области, прилегающей к границе, постепенно увеличивается.

Такой неравномерный нагрев теплоносителя приводит к тому, что локальный максимум теплового потока из внешней среды в теплоноситель формируется около входа канала, где контактируют холодная жидкость и нагретая стенка. Величина теплового потока постепенно уменьшается по мере удаления по границе от входа канала и достигает своего минимума на выходе канала.

В целом, при увеличении значений чисел Рейнольдса  $Re$  увеличиваются значения уровней тепловых потоков в рассматриваемом течении. На рис.3.13

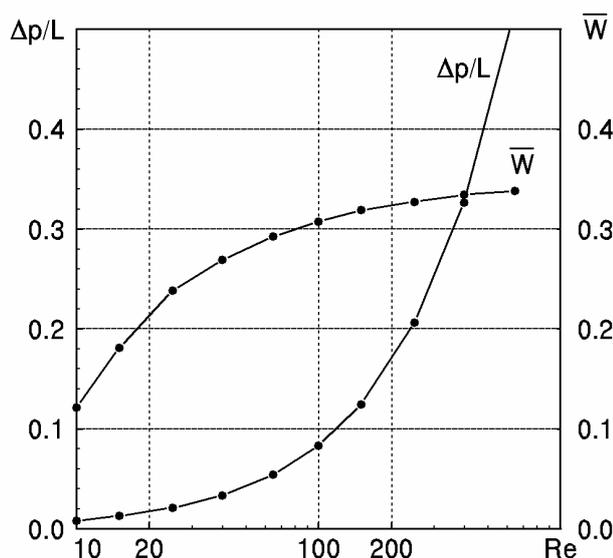


Рис.3.13. Зависимость усредненного теплового потока через границы течения и усредненного градиента давления от чисел Рейнольдса  $Re$  в прямолинейном канале без вставок

показана зависимость усредненного по длине канала теплового потока  $\bar{W}$  от скорости течения теплоносителя.

Анализ данных показывает, что с увеличением скорости течения жидкости в канале уменьшается время прохождения теплоносителя через канал конечной длины. По этой причине диффузионные потоки внутри канала “не успевают” прогреть все поперечное сечение канала. При увеличении скорости течения теплоносителя градиент поля температур около его границ постепенно увеличивается. В результате, уровень тепловых потоков через ограничивающие поверхности имеет общую тенденцию к увеличению.

На рис.3.13 показана также зависимость перепада давлений, которые необходимо приложить к входу и выходу канала, для разных значений чисел Рейнольдса  $Re$

$$\frac{\Delta p}{L} = \frac{p_1 - p_0}{L}, \quad (3.7)$$

где  $p_1$  – значение давления на входе канала,  $p_0$  – значение давления на выходе канала,  $L$  – длина канала. Анализ численных данных показывает, что в рассматриваемом диапазоне значений чисел Рейнольдса  $Re$  устанавливается в первом приближении линейная зависимость значений  $\Delta p/L$  от продольной

скорости теплоносителя. Такой результат находится в хорошем соответствии с данными, опубликованными в литературе [46, 82].

Таким образом, диффузионные потоки в поперечном направлении внутри канала конечной длины при определенных параметрах могут не успеть выровнять поле температур в теплоносителе. Конвективные тепловые потоки при больших числах Рейнольдса могут достаточно быстро выводить полученное тепло из канала. Другими словами, при ламинарном течении теплоносителя в прямолинейном канале определяющее влияние на уровень тепловых потоков через ограничивающие поверхности оказывают только диффузионные потоки на границе течения.

### **3.4. Особенности физических процессов в канале с системой симметричных вставок**

В настоящих исследованиях для формирования поперечного конвективного теплового потока в канале предлагается использовать систему вставок, расположенную на границе течения (рис.3.1). Рассмотрим сначала влияние системы симметричных вставок на структуру течения жидкости в канале и общие тепловые потоки из внешней среды в теплоноситель.

#### **3.4.1. Влияние высоты вставок на уровень теплопередачи**

Появление системы симметричных вставок в канале приводит к уменьшению его эффективной ширины. Рассмотрим особенности стационарных физических процессов внутри канала при фиксированных расстояниях между вставками  $a = 1.0$  и толщины вставок  $c = 0.1$  для различных значений их высот  $h = 0.1 \dots 0.3$ .

На рис.3.14 показано распределение функции тока в средней части канала для вставок высотой  $h = 0.1$ . На рисунке нанесено семейство линий функции тока равного уровня с шагом дискретизации  $\Delta\Psi = \Psi_{S2}/20$  для течений с числом

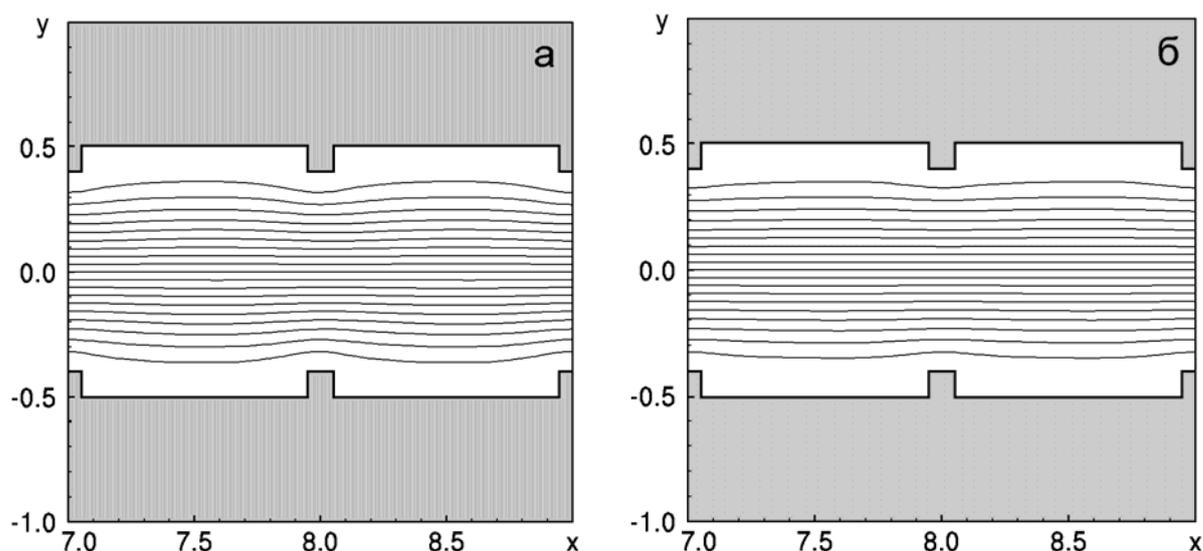


Рис.3.14. Распределение функции тока внутри канала со вставками  $h = 0.1$  для течений при: а)  $Re = 40$ , б)  $Re = 150$

Рейнольдса  $Re = 40$  (рис.3.14,а) и  $Re = 150$  (рис.3.14,б). Здесь  $\Psi_{S2}$  – значение функции тока на верхней границе канала. Рисунки выполнены в момент времени  $t = 300$ .

Визуальный анализ показывает, что внутри канала формируется симметричное течение, которое характеризуется определенным увеличением скорости теплоносителя в областях между вставками. Сравнение рис.3.14 и рис.3.6 показывает, что введение в течение вставок малой высоты качественных изменений в общую картину течения теплоносителя не вносит.

Некоторые отличия в течении теплоносителя возникают при увеличении высоты вставок в прямолинейном канале. На рис.3.15 показано распределение функции тока  $\Psi(x,y)$  для вставок высотой  $h = 0.2$  ( $t = 300$ ), выполненное в аналогичном стиле. Увеличение высоты вставок при одинаковых значениях чисел Рейнольдса  $Re$  приводит к увеличению скорости потока между вставками. Более того, в течении перед вставками и за вставками образуются циркуляционные зоны, в которых поле завихренности имеет одинаковый знак. На рисунке они отмечены штриховой линией.

Анализ численных данных показывает, что с увеличением скорости теплоносителя площадь циркуляционных зон возрастает. При малых числах Рейнольдса  $Re$  эти зоны характеризуются в первом приближении стационарным

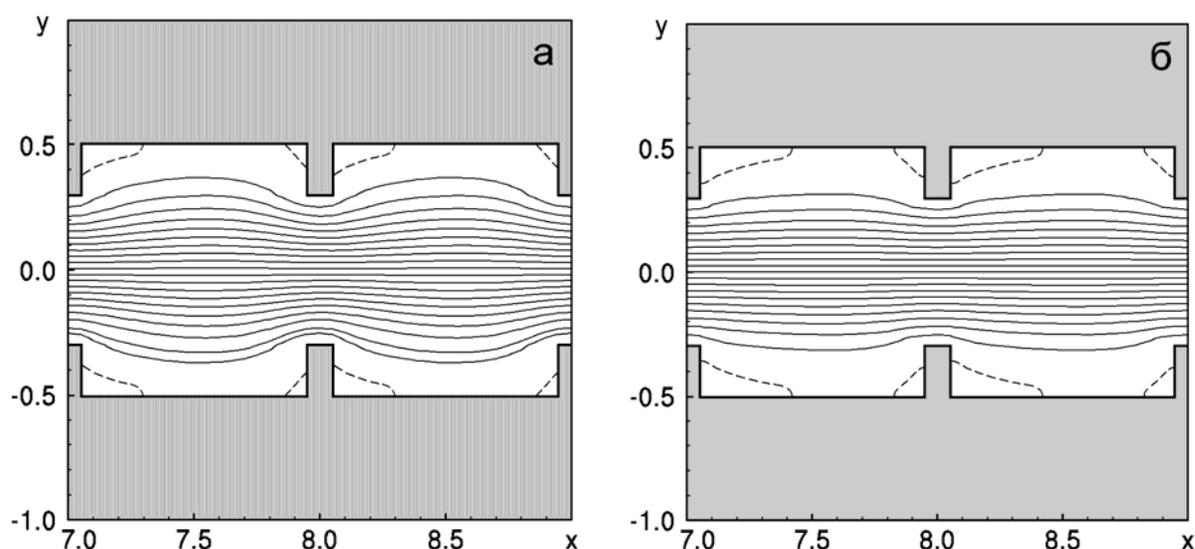


Рис.3.15. Распределение функции тока внутри канала со вставками  $h = 0.2$  для течений при: а)  $Re = 40$ , б)  $Re = 150$

режимом течения (рис.3.15,а). Характерной особенностью таких циркуляционных зон течения является примерно на порядок меньшие значения компонент скоростей течения по сравнению со скоростью внешнего потока. При увеличении скорости потока циркуляционные зоны (рис.3.15,б) становятся квазистационарными. При этом часть жидкости из внешней области попадает в циркуляционную зону и такое же количество жидкости увлекается осевым потоком в канал. В современной литературе такие вихревые структуры в угловых зонах течения называются вихрями Моффата [123].

Анализ численных данных показывает, что образование циркуляционных зон вызвано срывом потока жидкости с поверхности вставок. Этот процесс сопровождается формированием интенсивных вихрей в областях за вставками. Пример распределения поля завихренности  $\omega(x,y)$ , соответствующий течению на рис.3.15 показан на рис.3.16. Видно, что поле завихренности обладает симметрией относительно оси канала. При этом максимум поля завихренности расположен в областях, прилегающих к вставкам.

Жидкость в верхней циркуляционной зоне (рис.3.16) вращается против часовой стрелки (положительная завихренность), а в нижней циркуляционной зоне – вращается по часовой стрелке (отрицательная завихренность). Анализ численных результатов показывает, что завихренность в угловых зонах тече-

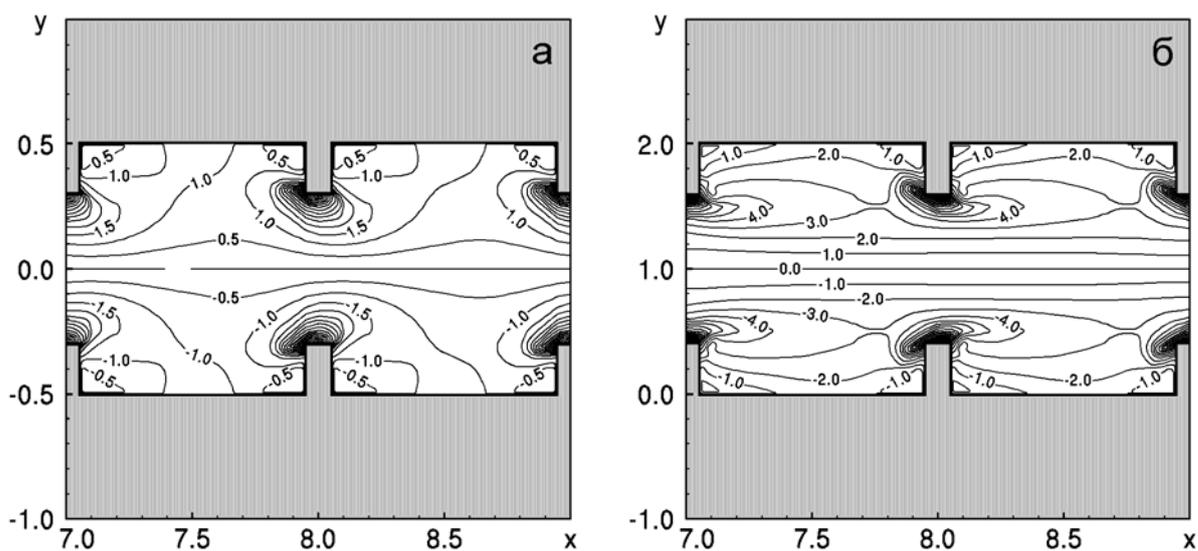


Рис.3.16. Распределение поля завихренности внутри канала с вставками  $h = 0.2$  для течений при: а)  $Re = 40$ , б)  $Re = 150$

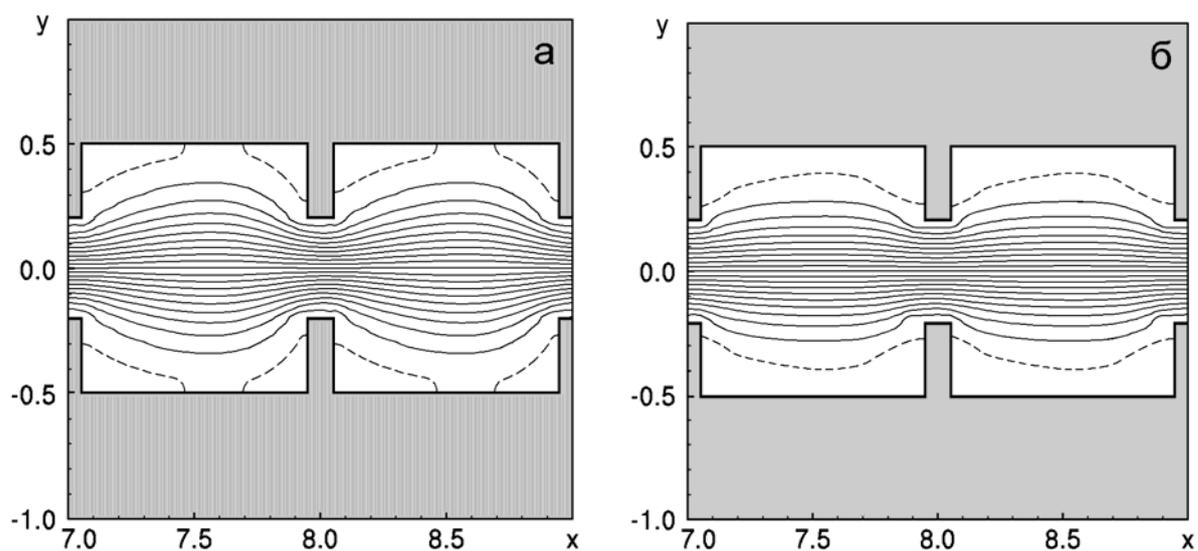


Рис.3.17 Распределение поля функции тока внутри канала со вставками  $h = 0.3$  для течений при: а)  $Re = 40$ , б)  $Re = 150$

ния имеет одинаковый знак с завихренностью, сформированной за вставками канала, но с меньшей (по модулю) амплитудой поля завихренности.

При дальнейшем увеличении высоты вставок площадь областей циркуляционных зон перед вставками и за ними в прямолинейном канале увеличиваются, и при скоростях теплоносителя, соответствующих числам Рейнольдса  $Re > 100 \dots 120$ , циркуляционные зоны замыкаются. Характерный пример приведен на рис.3.17, на котором нанесены линии равного уровня поля функции тока  $\Psi(x,y)$  для случая  $h = 0.3$  в момент времени  $t = 300$ . В этом случае граница

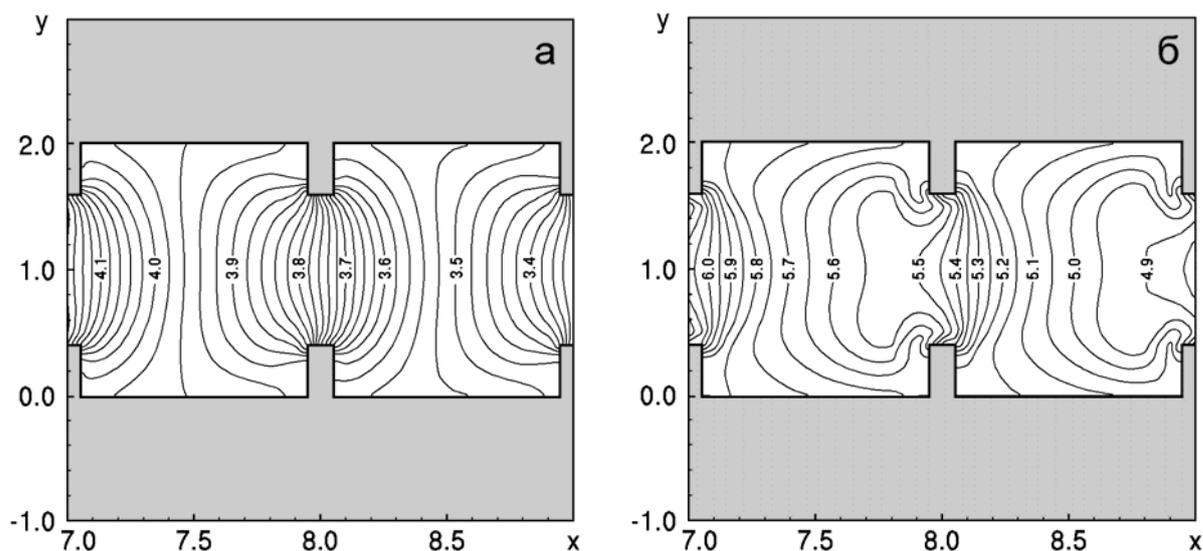


Рис.3.18. Распределение поля давления внутри канала со вставками  $h = 0.2$  для течений при: а)  $Re = 40$ , б)  $Re = 150$

между циркуляционными зонами и осевым течением находится в квазистационарном режиме. Таким образом, только малая часть холодной жидкости проникает в циркуляционную зону, поток массы из осевого течения в приграничную область не равен нулю.

Относительное сужение канала и формирование локализованных вихревых структур в течении за вставками вносят определенный вклад в изменение распределения поля давления  $p(x,y)$  по сравнению с каналом без вставок. Распределение поля давления, соответствующее течению теплоносителя на рис.15, показано на рис.3.18, на который нанесены линии равного давления (изобары) с шагом дискретизации  $\Delta p = 0.02$ . Видно, что поле давления обладает симметрией. В областях, в которых формируются вихри, появляется повышенный градиент давления. Такое неравномерное распределение поля давления приводит к необходимости увеличения перепада давлений, прикладываемых к входу и выходу канала для формирования течения с заданной продольной скоростью на входе канала.

Распределение температур в рассматриваемом течении показано на рис.3.19 для случая  $Re = 40$  и  $Re = 150$  в начале канала. На рисунке нанесены изотермы с шагом дискретизации  $\Delta Q = 0.05$ . Поле температур обладает

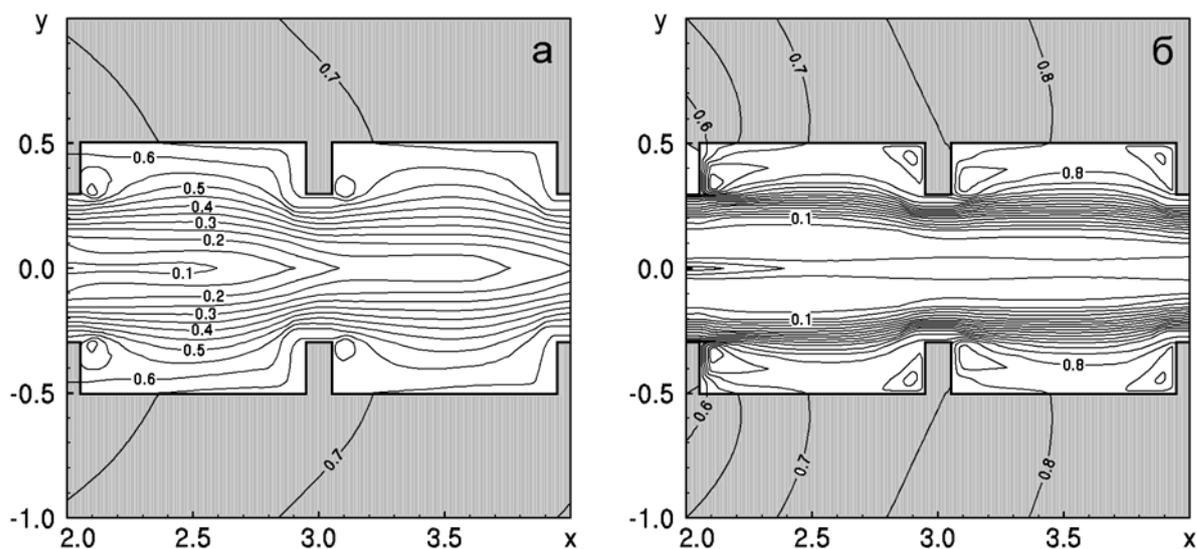


Рис.3.19. Распределение поля температур внутри канала со вставками  $h = 0.2$  для течений при: а)  $Re = 40$ , б)  $Re = 150$

симметрией и имеет ненулевой градиент в направлении, перпендикулярном к границе.

Анализ данных показывает, что при малых числах Рейнольдса  $Re$  имеет место прогрев осевой части течения канала. Повышенная температура остается и в циркуляционных зонах. Периодическое выбрасывание жидкости из циркуляционной зоны в осевое течение и наоборот, приводит к интенсификации конвективных тепловых процессов в канале. Такая тенденция сохраняется при дальнейшем увеличении скорости теплоносителя. С другой стороны, при увеличении значений чисел Рейнольдса  $Re$  увеличивается площадь осевой области теплоносителя, которая не успевает нагреться в канале и выносится осевым потоком из него.

На рис.3.20 показана зависимость усредненного по длине канала градиента давления (3.7) от скорости теплоносителя для различных значений высоты  $h$  вставок. Ось ординат на рисунке отнесена к значению числа Рейнольдса  $Re$ . Нижняя кривая соответствует зависимости, показанной на рис.3.13 для прямолинейного канала без вставок. Исследования показали, что увеличение скорости потока приводит к увеличению перепада давлений, которую необходимо приложить к входу и выходу канала для обеспечения заданной скорости теплоносителя в канале. Формирование локализованных вихревых структур для

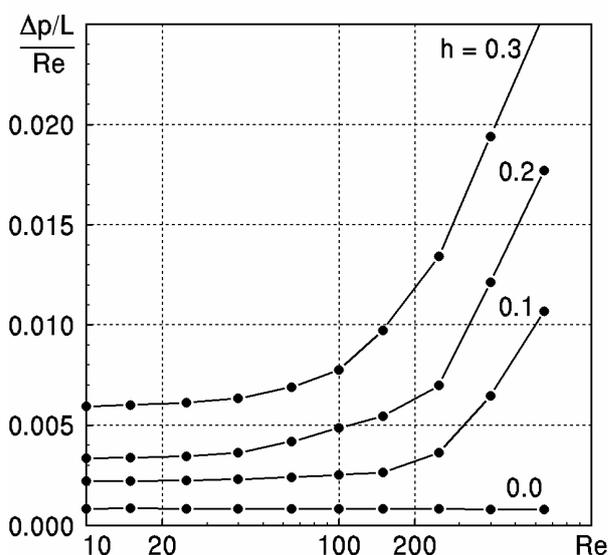


Рис.3.20. Зависимость усредненного градиента поля давления внутри прямолинейного канала со вставками от значений числа  $Re$

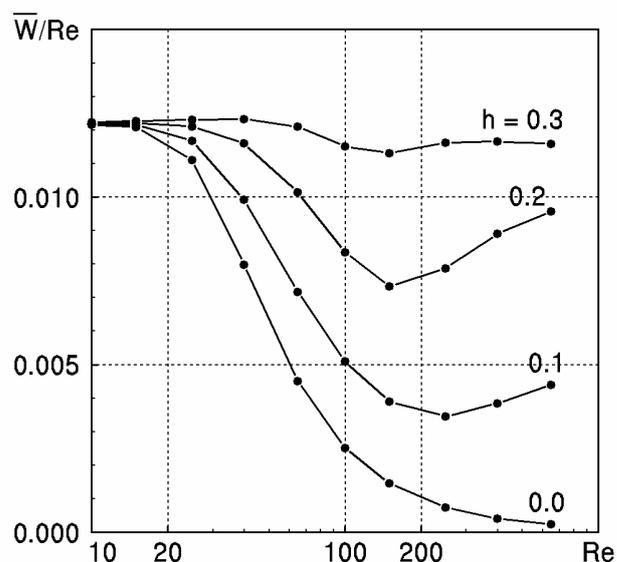


Рис.3.21. Зависимость усредненного теплового потока через границы течения в прямолинейном канале со вставками от значений  $Re$

умеренных чисел Рейнольдса  $Re$  (в рамках рассматриваемого диапазона скоростей течения теплоносителя) увеличивает разницу между кривыми по мере увеличения значений высоты вставок  $h$ .

Появление вставок в прямолинейном канале приводит к интенсификации процессов теплопереноса в рассматриваемом течении. На рис.3.21 показана усредненная зависимость уровня теплового потока через границы канала от скорости течения для различных значений  $h$  высоты вставок. Однако, при малых числах Рейнольдса ( $Re < 20 \dots 30$ ) введение в канал системы вставок фактически не увеличивает уровень среднего теплового потока. Только при  $Re > 20 \dots 30$  намечается тенденция к увеличению уровней тепловых потоков через ограничивающие поверхности. При  $h = 0.3$  достигается фактически линейная зависимость значений усредненного теплового потока от значений числа Рейнольдса  $Re$  в прямолинейном канале конечной длины. Другими словами, введение системы симметричных вставок в прямолинейный канал позволяет увеличить тепловой диффузионный поток через боковые поверхности канала за счет увеличения потерь давления, необходимого для формирования течения с заданной скоростью.

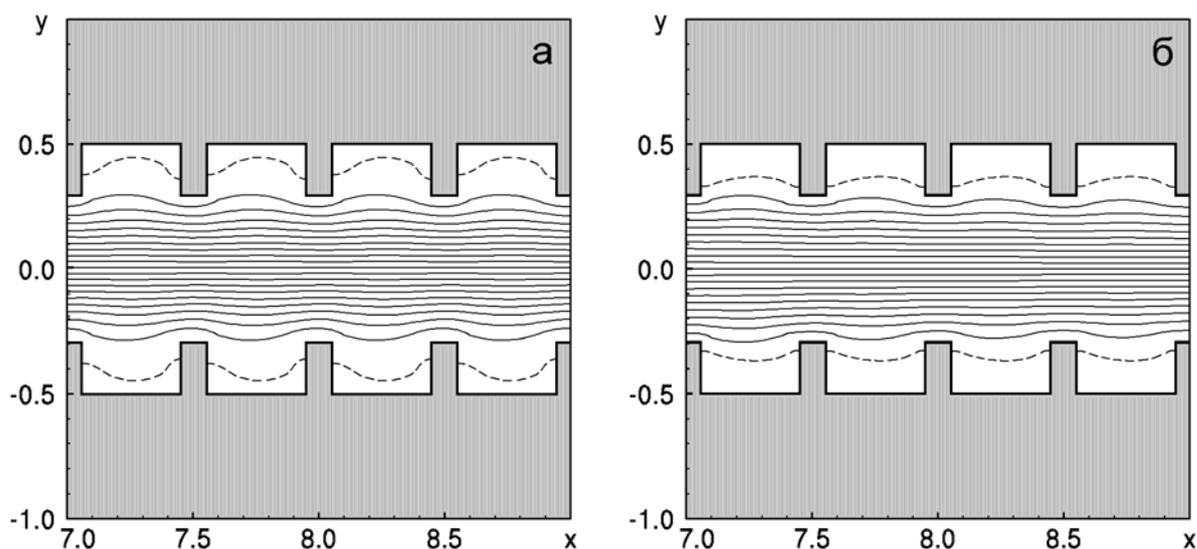


Рис.3.22. Распределение поля функции тока внутри канала со вставками  $a = 0.5$  для течений при: а)  $Re = 40$ , б)  $Re = 150$

### 3.4.2. Влияние расстояния между вставками на уровень тепловых потоков

В этой части исследований выясним влияние расстояния между вставками на уровень устанавливаемых стационарных тепловых потоков из внешней твердой среды в жидкий теплоноситель, заполняющий прямолинейный канал конечной длины. Как и ранее, будем рассматривать канал с общей длиной  $L = 18$ , на границе которого помещена система симметричных вставок высотой  $h = 0.2$  и толщиной  $c = 0.1$ , но с различными значениями  $a$  (смотри рис.3.1).

Анализ данных численного моделирования показывает, что уменьшение расстояния между вставками приводит к появлению циркуляционных зон в угловых областях течения при меньших значениях продольной скорости потока. На рис.3.22 показано распределение поля функции тока  $\Psi(x, y)$  в средней части канала при  $a = 0.5$  для значений чисел Рейнольдса  $Re = 40$  и  $Re = 150$  в момент времени  $t = 300$ . Как и ранее, на рисунках нанесено семейство линий тока равного уровня с шагом дискретизации  $\Delta\Psi = \Psi_{S2}/20$ .

Границы циркуляционных зон нанесены на рисунке штриховой линией. Видно, что в этом случае циркуляционные зоны течения касаются всей по-

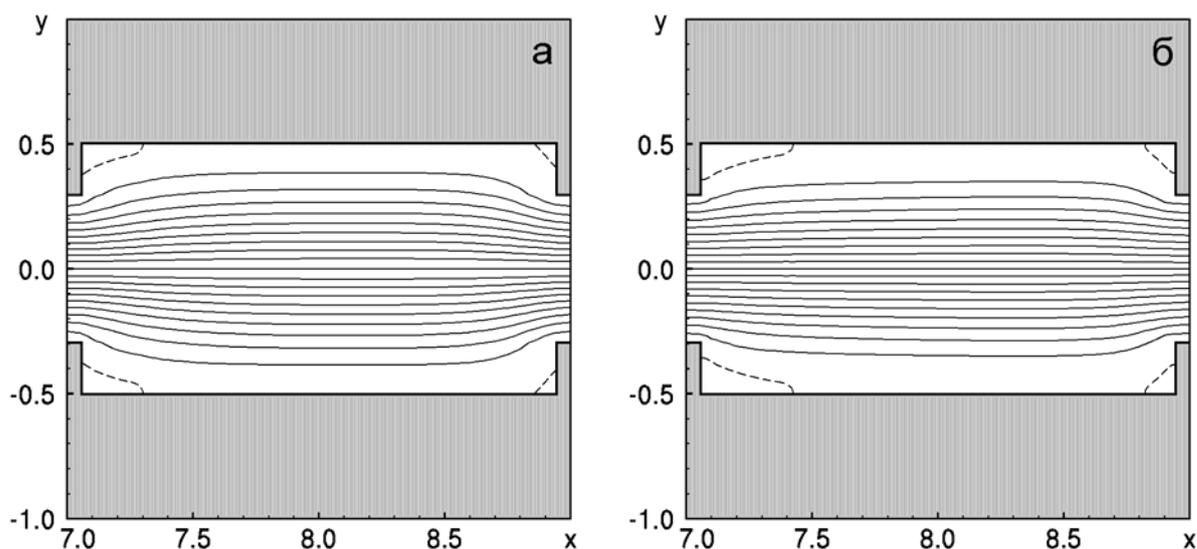


Рис.3.23. Распределение поля функции тока внутри канала со вставками  $a = 2.0$  и высотой  $h=0.2$  для течений при: а)  $Re = 40$ , б)  $Re = 150$

верхности границы между вставками. С увеличением скорости течения площадь циркуляционных зон увеличивается. Следует отметить, что в этом случае циркуляционные зоны течения обладают определенной нестационарностью, которая выражается колебанием границы, отделяющей циркуляционную зону от осевого потока, с течением времени. Это приводит к более интенсивному, по сравнению с предыдущими случаями, вовлечению холодной жидкости из осевого потока в циркуляционные зоны и, в силу несжимаемости жидкости, обратному потоку жидкости в осевую часть течения.

При увеличении расстояния между вставками циркуляционные зоны на границе течения разрываются и формируют две циркуляционные зоны, расположенные до и после вставок. Характерный пример распределения поля функции тока  $\Psi(x,y)$  показан на рис.3.23 при значении  $a = 2.0$  и аналогичных параметрах, соответствующих рис.3.22. Следует обратить внимание так же и на промежуточный случай, показанный ранее на рис.3.15.

Можно заметить общую тенденцию, характерную для течений со вставками: при увеличении продольной скорости теплоносителя, общая площадь циркуляционных зон увеличивается. Эта же особенность проявляется и при увеличении высоты вставок. Рис.3.24 иллюстрирует типичный случай распределения функции тока  $\Psi(x,y)$  для канала со вставками высотой  $h = 0.3$  и

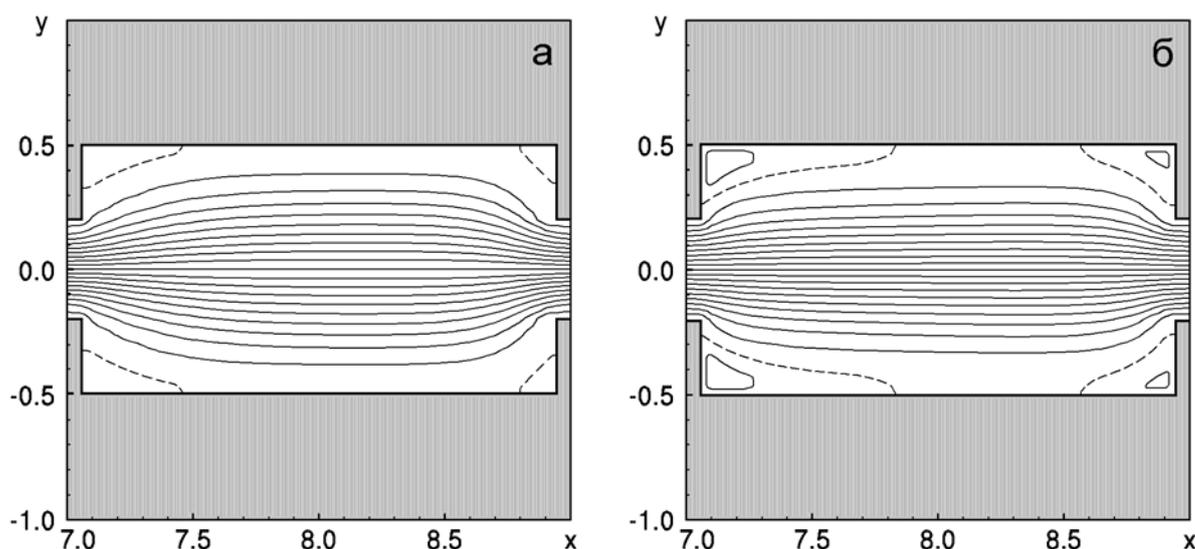


Рис.3.24. Распределение поля функции тока внутри канала со вставками  $a = 2.0$  и высотой  $h = 0.3$  для течений при: а)  $Re = 40$ , б)  $Re = 150$

расстоянием  $a = 2.0$  между вставками. Анализ численных данных показывает, что циркуляционные зоны при  $a = 2.0$  в рассматриваемом диапазоне чисел Рейнольдса ( $Re = 10 \dots 650$ ) не замыкаются. Однако, нестационарное поведение границы циркуляционных зон заметно проявляется при значениях чисел Рейнольдса  $Re > 100 \dots 150$ .

При малых значениях скорости осевого течения теплоносителя в канале диффузионные эффекты в жидкости успевают выровнять профиль поля температур в осевой части канала за время, в течение которого теплоноситель протекает через канал. При этом характерно образование большого градиента поля температур около границ течения. Следует отметить, что частая система вставок, которая образует систему локализованных вихревых структур, способствует процессу выравнивания температур в сечении канала. Характерный пример распределения температур  $Q(x,y)$  в канале с  $h = 0.2$  и  $a = 0.5$  при значениях  $Re = 40$  и  $Re = 150$  показан на рис.3.25.

Видно, что для течения с числом Рейнольдса  $Re = 40$  в сечении канала диапазон температур составляет от  $Q \approx 0.2$  в осевой части и  $Q \approx 0.7$  на границе циркуляционных зон. С другой стороны, для течения со значением  $Re=150$  этот диапазон увеличивается и достигает размаха  $Q \approx 0.05 \dots 0.9$ . Интересно отметить, что при достижении стационарных (или квазистационарных) гидро-

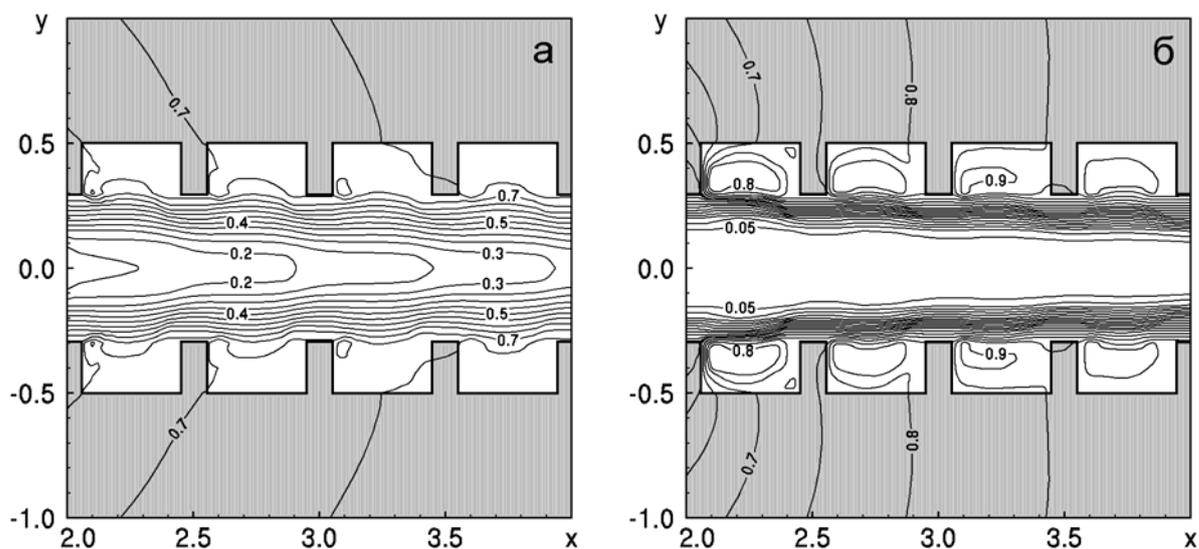


Рис.3.25. Распределение поля температур внутри канала со вставками  $a = 0.5$  для течений при: а)  $Re = 40$ , б)  $Re = 150$

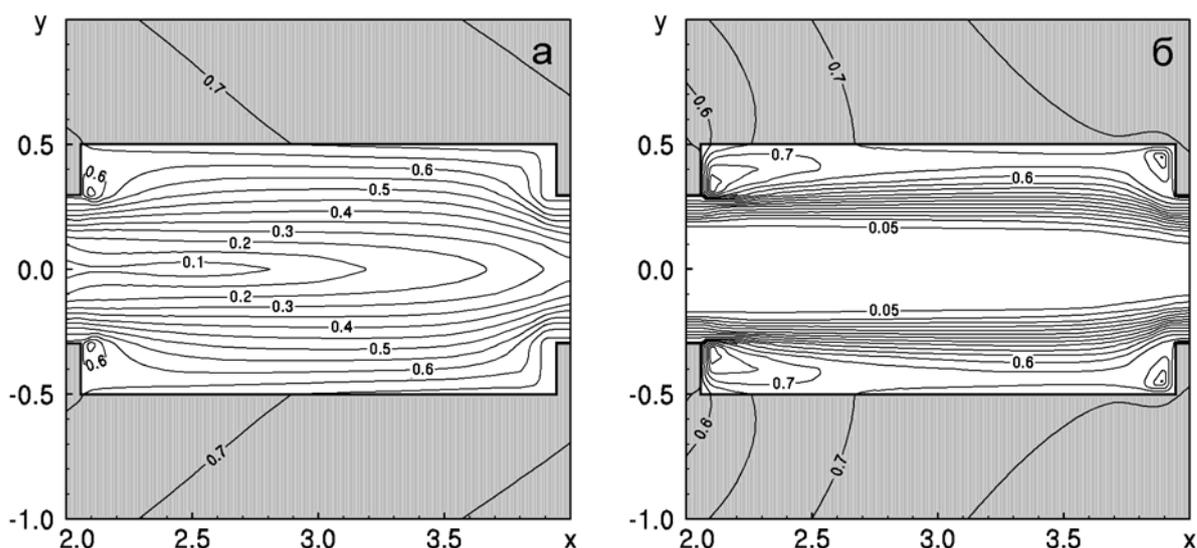


Рис.3.26. Распределение поля температур внутри канала со вставками  $a = 2.0$  и высотой  $h = 0.2$  для течений при: а)  $Re = 40$ , б)  $Re = 150$

динамических и тепловых режимов в канале циркуляционные области содержат жидкость с более высокой температурой.

С увеличением расстояния между вставками эта тенденция проявляется более активно. На рис.3.26 показано распределение температур  $Q(x,y)$  в момент времени  $t = 300$  в канале со вставками высотой  $h = 0.2$  и расстоянием  $a = 2.0$  между ними. Сравнение рис.3.19, рис.3.25 и рис.3.26 позволяет сделать вывод о том, что при увеличении расстояния между вставками температура теплоносителя в циркуляционной области за вставками постепенно уменьшается.

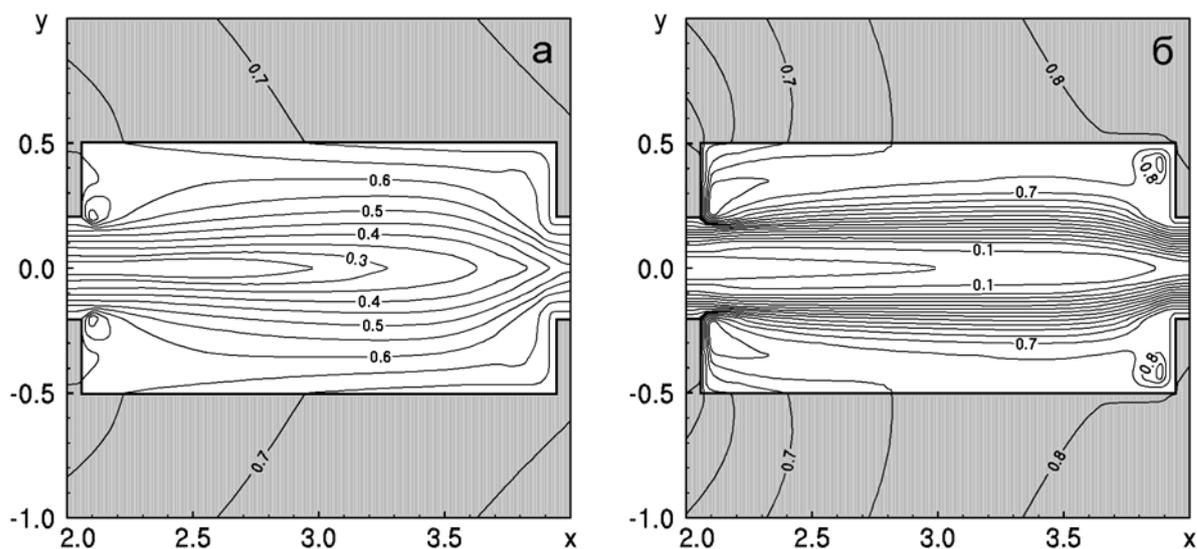


Рис.3.27. Распределение поля температур внутри канала со вставками  $a = 2.0$  и высотой  $h = 0.3$  для течений при: а)  $Re = 40$ , б)  $Re = 150$

Следовательно, в этом случае уровень тепловых потоков через ограничивающие поверхности увеличивается.

На рис.3.27, выполненном в аналогичном стиле, показано распределение температур  $Q(x,y)$  внутри канала при  $h = 0.3$  и  $a = 2.0$ . Видно, что при увеличении высоты вставок в циркуляционных зонах течения накапливается нагретая жидкость, которая постепенно затягивается осевым потоком канала. Такой эффект значительно повышает выравнивание температур в сечении канала и уровень тепловых потоков из внешней среды в теплоноситель.

Внесение вставок в канал приводит к повышению перепада давлений, которую необходимо приложить к входу и выходу канала для формирования течения с заданной продольной скоростью. Она увеличивается с увеличением количества вставок, приходящихся на единицу длины канала, и их высоты. Другими словами, геометрические неоднородности прямолинейного канала вызывают дополнительные потери давления, которые идут на изменение вектора скорости течения, на формирование локализованных вихревых структур и циркуляционных зон в канале.

Этот вывод подтверждает рис.3.28, на котором показана зависимость значений усредненного по длине канала градиента давления  $\Delta p/L$  от значений числа Рейнольдса  $Re$  для вставок различной высоты и различных расстояний

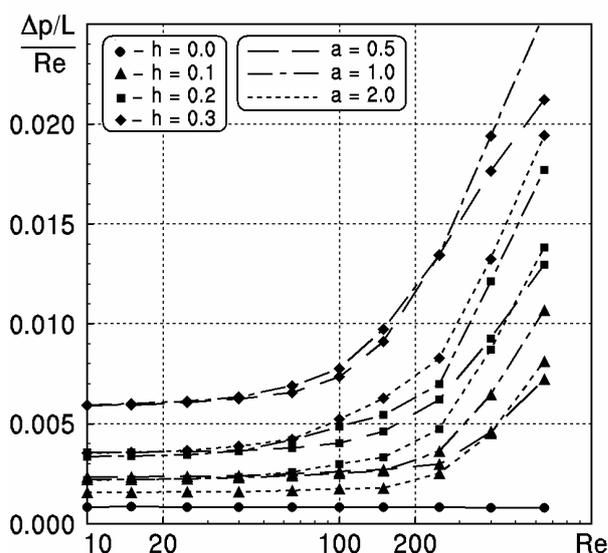


Рис.3.28. Зависимость усредненного градиента поля давления в канале со вставками различной геометрии от значений числа  $Re$

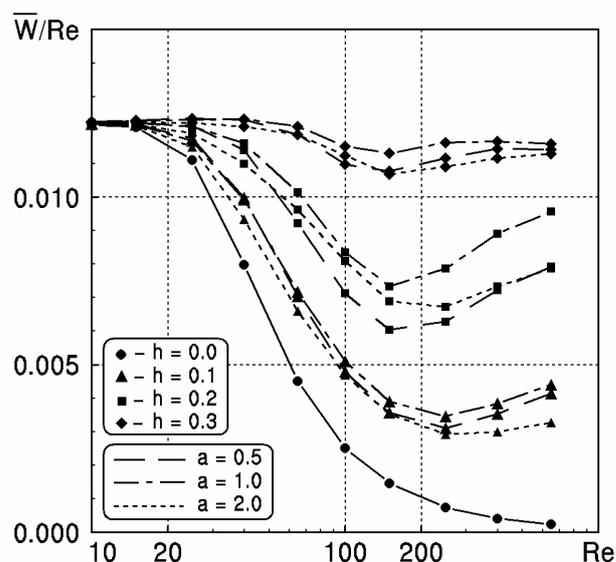


Рис.3.29. Зависимость усредненного теплового потока через границы течения со вставками различной геометрии от значений числа Рейнольдса  $Re$

между ними. Обозначения кривых показаны на рисунке. Видно, что при малых числах Рейнольдса ( $Re < 50 \dots 80$ ) градиент давления прямо пропорционален скорости течения. С увеличением скорости течения эта зависимость становится нелинейной. Особенно это проявляется в области значений  $Re > 200 \dots 400$  в зависимости от высоты вставок и расстояния между ними.

На рис.3.29 показана зависимость усредненного теплового потока  $\bar{W}$  через ограничивающие поверхности канала от продольной скорости теплоносителя для системы симметричных вставок различной высоты и расстояний между ними. Обозначения кривых для различных значений параметров  $a = 0.5 \dots 2.0$  и  $h = 0.0 \dots 0.3$  показаны на рисунке.

Прежде всего, можно заметить, что при малых числах Рейнольдса ( $Re < 30 \dots 40$ ) введение вставок в канал не имеет смысла с позиций увеличения уровня тепловых потоков. В этом случае течение в канале представляет собой ламинарный поток без локализованных вихревых структур и циркуляционных зон. Потери давления в этом случае идут на изменение направления течения при обтекании потоком вставок.

Значения уровней тепловых потоков увеличиваются при значениях числа Рейнольдса  $Re > 50 \dots 80$ . На рисунке можно заметить три отдельные группы

кривых, которые определяются высотой вставки. При  $h = 0.3$  уровень тепловых потоков становится прямо пропорциональным скорости течения. Видно, что с увеличением расстояния между вставками до  $a = 1.0$  уровни тепловых потоков через боковые границы прямолинейного канала с симметричными вставками увеличиваются на 5-10% для высоты вставки  $h = 0.3$  по сравнению с каналом без вставок. Аналогичные значения для вставок  $h = 0.2$  составляют 10-25%, и для вставок  $h = 0.1$  уровни тепловых потоков увеличиваются на 5-10%. Важно заметить, что канал со вставками, расположенными на расстоянии  $a = 2.0$ , допускает уменьшение на 50-60% перепада давления, которую необходимо приложить к его входу и выходу для обеспечения заданной скорости теплоносителя по сравнению с аналогичными каналами при  $a = 0.5$  и  $a = 1$ .

С другой стороны, уменьшение расстояния  $a$  между вставками в канале приводит к увеличению значений  $\bar{W}$ . Однако этот параметр не так сильно влияет на количественные результаты.

### **3.4.3. Определение уровней тепловых потоков при увеличении ширины вставок**

С технологической точки зрения изготовление тонких вставок требует определенных усилий, связанных с высокой точностью травления подложки электронного устройства. С другой стороны, можно предположить, что чрезвычайно широкие вставки теряют свою эффективность, поскольку они значительно сужают эффективную ширину канала, фактически не меняя структуру течения теплоносителя в канале.

Рассмотрим тепловые потоки в прямолинейном канале длиной  $L = 18.0$ , внутри которого размещена система симметричных вставок высотой  $h = 0.2$  и расстоянием  $a = 1.0$  между вставками, но с переменной шириной  $c$  каждой вставки (смотри рис.3.1). Необходимо выяснить влияние толщины вставки внутри канала на уровень тепловых потоков через ограничивающие поверхности.

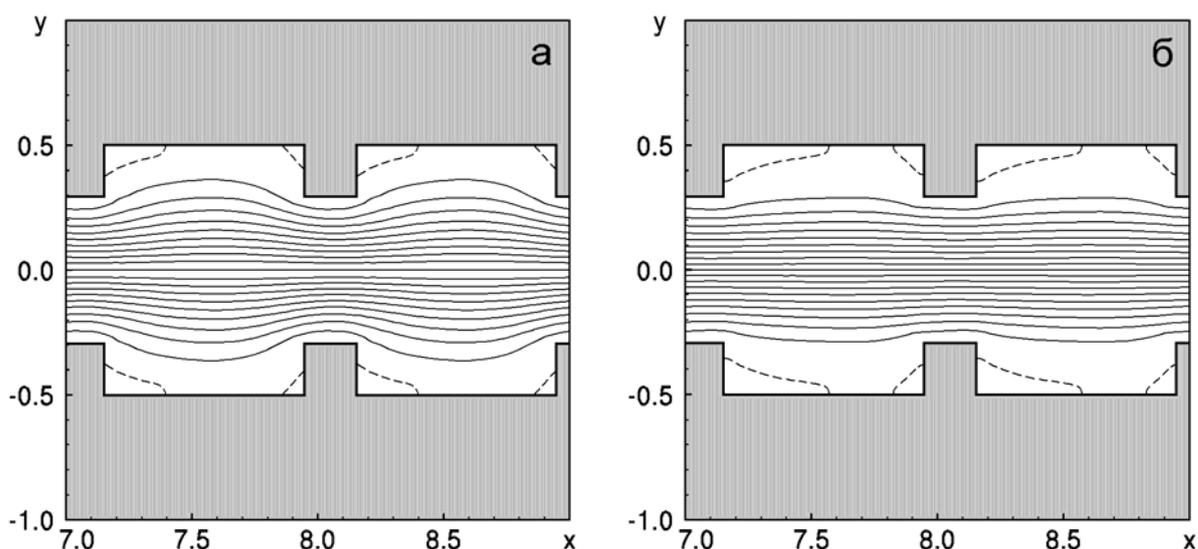


Рис.3.30. Распределение поля функции тока внутри канала со вставками толщиной  $c = 0.2$  для течений при: а)  $Re = 40$ , б)  $Re = 150$

На рис.3.30 представлено распределение поля функции тока  $\Psi(x,y)$  внутри канала с шириной вставок  $c = 0.2$  для течений с числом Рейнольдса  $Re = 40$  и  $Re = 150$  в момент времени  $t = 300$ . На рисунке нанесено семейство линий равного уровня с шагом дискретизации  $\Delta\Psi = \Psi_{S2}/20$ , выполненные по аналогии с рис.3.15. Видно, что введение широких вставок в канал также приводит к образованию циркуляционных зон перед вставками и за ними. При малых числах Рейнольдса  $Re$  размеры этих зон фактически не зависят от ширины вставок. При увеличении скорости течения теплоносителя размер циркуляционной зоны за вставкой начинает увеличиваться.

Дальнейшее увеличение ширины вставок приводит к уменьшению расстояния между вставками. В этом случае происходит более раннее замыкание циркуляционных зон, расположенных в угловых областях течения, с образованием циркуляционной зоны, соединяющей вставки вдоль границы канала. Характерный пример приведен на рис.3.31, на котором показано распределение поле функции тока  $\Psi(x,y)$  для течения теплоносителя внутри канала со вставками шириной  $c = 0.4$  при достижении течением стационарного режима. Исследования показывают, что при увеличении значений чисел Рейнольдса  $Re$  размер угловых циркуляционных зон увеличивается, и течение в этих зонах становятся квазипериодическими.

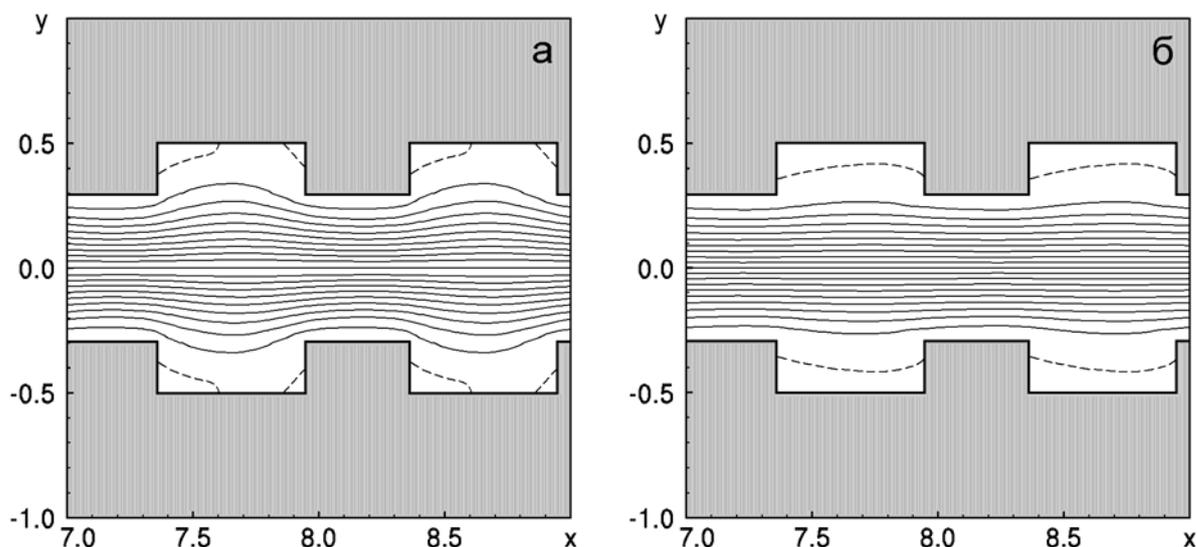


Рис.3.31. Распределение поля функции тока внутри канала со вставками толщиной  $c = 0.4$  для течений при: а)  $Re = 40$ , б)  $Re = 150$

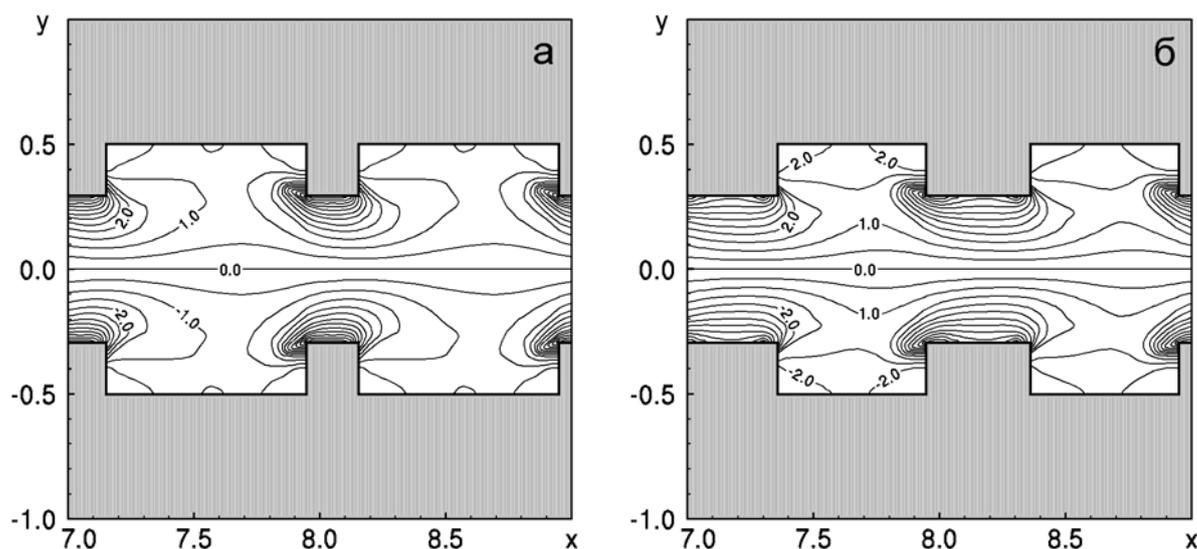


Рис.3.32. Распределение поля завихренности в течении жидкости при  $Re = 40$  внутри канала со вставками толщиной а)  $c = 0.2$ , б)  $c = 0.4$

На рис.3.32 показано распределение поля завихренности  $\omega(x,y)$  внутри канала с разными высотами вставок при продольной скорости течения, соответствующей числу Рейнольдса  $Re = 40$ . Видно, что поле завихренности представляет собой распределение, симметричное относительно оси канала. Исследования показывают, что в этом течении локализованные вихревые структуры с максимальным по модулю полем завихренности тоже формируются в пространстве между вставками и сносятся по направлению осевого потока.

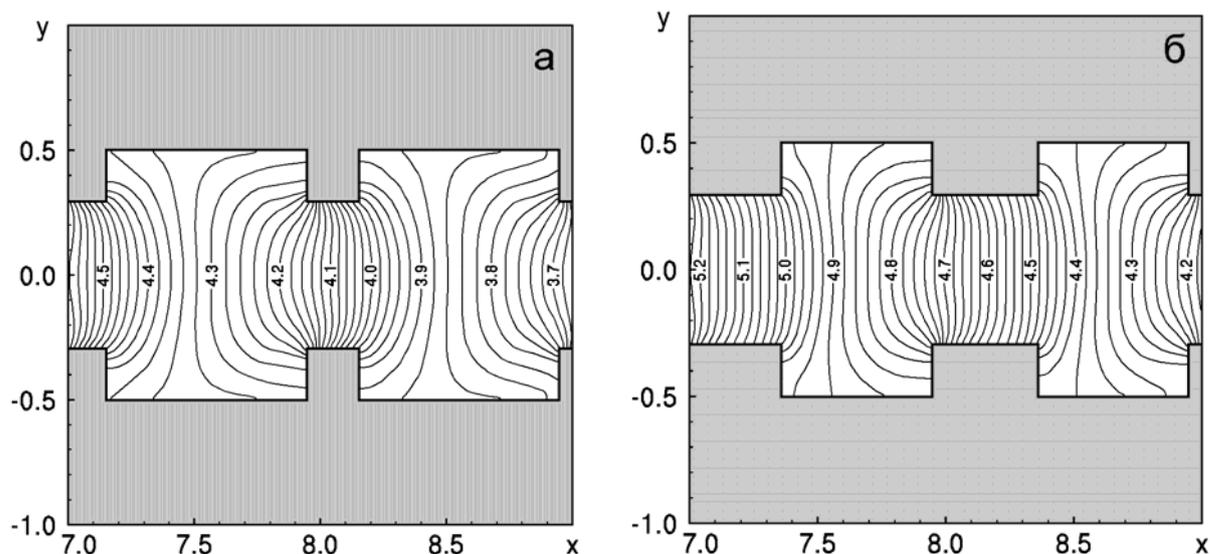


Рис.3.33. Распределение поля давления в течении жидкости при  $Re = 40$  внутри канала со вставками толщиной а)  $c = 0.2$ , б)  $c = 0.4$

Образование локализованных вихревых структур в течении между вставками и увеличение продольной скорости течения в этой области течения канала приводят к существенному изменению распределения поля давления. Распределение поля давления  $p(x,y)$ , соответствующее течениям на рис.3.31, показано на рис.3.33, на котором нанесены линии равного давления (изобары) с шагом дискретизации  $\Delta p = 0.02$ . Неравномерное распределение поля давления по длине канала приводит к необходимости увеличения перепада давлений, прикладываемых к входу и выходу канала. Исследования показывают, что при увеличении ширины вставок необходимо прикладывать больший перепад давлений к входу и выходу канала для достижения заданной продольной скорости теплоносителя в канале.

На рис.3.34 показано распределение температур  $Q(x,y)$  внутри канала со вставками шириной  $c = 0.2$  для значений скоростей течения, соответствующих числам Рейнольдса  $Re = 40$  и  $Re = 150$  в момент времени  $t = 300$ . На рисунке нанесено семейство изотерм с шагом дискретизации  $\Delta Q = 0.05$ . Видно, что с увеличением скорости течения распределение температур в сечении канала выравнивается хуже, поскольку продолжительность пребывания теплоносителя

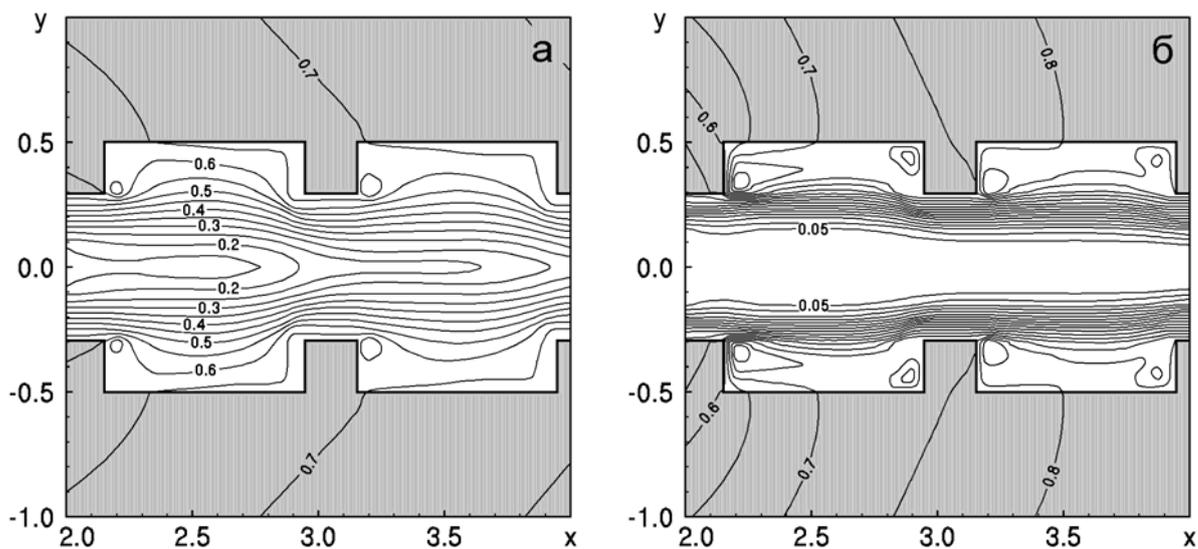


Рис.3.34. Распределение поля температур внутри канала со вставками толщиной  $c = 0.2$  для течений при: а)  $Re = 40$ , б)  $Re = 150$

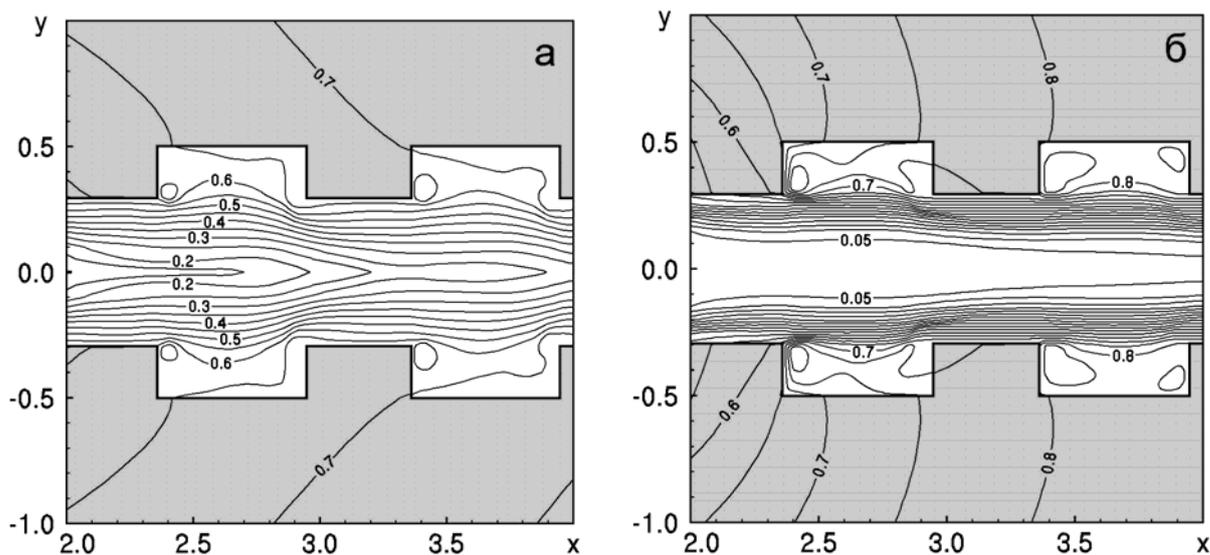


Рис.3.35. Распределение поля температур внутри канала со вставками толщиной  $c = 0.4$  для течений при: а)  $Re = 40$ , б)  $Re = 150$

ля внутри канала фиксированной длины с увеличением скорости уменьшается внутри канала фиксированной длины с увеличением скорости уменьшается.

С другой стороны, можно заметить, что увеличение скорости течения приводит к более высоким значениям температур, градиента температур и уровню тепловых потоков через ограничивающие поверхности канала. Аналогичная тенденция прослеживается по мере увеличения ширины вставок, расположенных внутри прямолинейного канала. На рис.3.35 представлено рас-

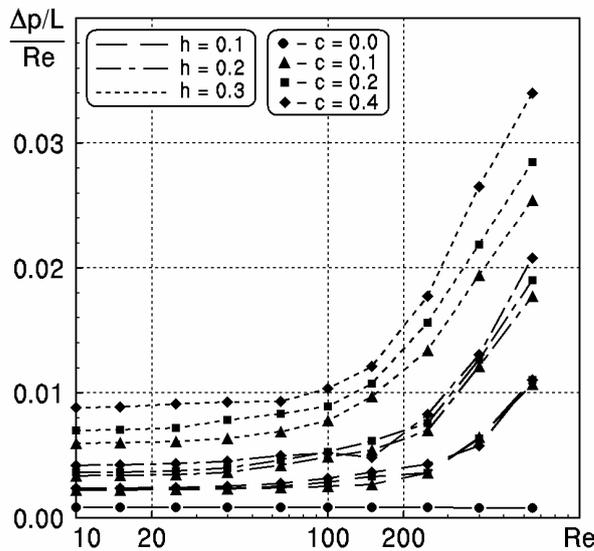


Рис.3.36. Зависимость усредненного градиента поля давления в канале с разной геометрией вставок от значений числа Рейнольдса  $Re$

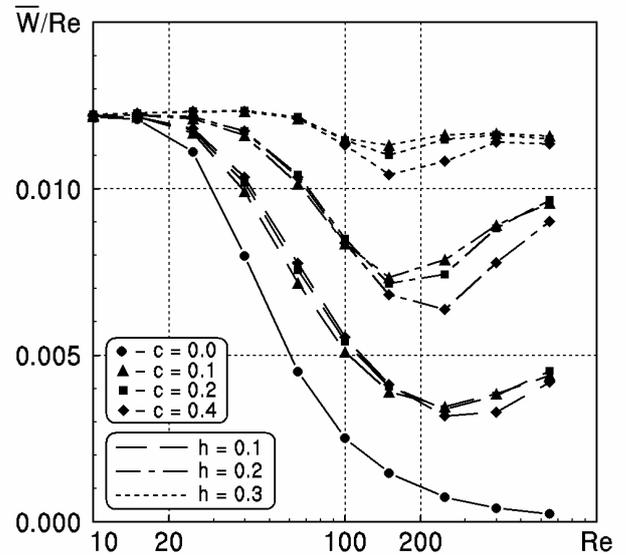


Рис.3.37. Зависимость усредненного теплового потока через границы течения с разной геометрией вставок от значений числа Рейнольдса  $Re$

пределение температур  $Q(x,y)$  в начале канала для течения со вставками шириной  $c = 0.4$  в момент времени  $t = 300$ .

На рис.3.36 показана зависимость усредненного по длине канала градиента давления  $\Delta p/L$ , сформированного в канале со вставками различной геометрии, от скорости течения теплоносителя (числа Рейнольдса  $Re$ ). Обозначения кривых представлены на рисунке. Сплошной линией, соединяющей кружочки, показана зависимость для прямолинейного канала без вставок. Видно, что значения градиента давления возрастают быстрее, чем линейная зависимость во всем диапазоне чисел Рейнольдса. Эта тенденция объясняется образованием в канале системы циркуляционных зон перед вставками, за вставками, и локализованных вихревых структур в узкой части канала. Исследования показывают, что для малых ( $h = 0.1$ ) по ширине вставок градиент давления практически не зависит от ширины вставок. С другой стороны, для больших вставок ( $h = 0.3$ ) увеличение их ширины приводит к заметному увеличению градиента давления, прикладываемого к каналу, поскольку в этом случае эффективное сечение прямолинейного канала уменьшается по сравнению со случаем более коротких по ширине вставок.

Аналогичную тенденцию можно проследить на рис.3.37, на котором представлена зависимость усредненного по длине границ канала теплового потока  $\bar{W}$  через ограничивающие поверхности от скорости теплоносителя в канале для разных геометрий вставок. Рисунок выполнен с использованием аналогичных обозначений. Сплошной линией, соединяющей кружочки, обозначена зависимость для прямолинейного канала без вставок. Анализ кривых на рисунке позволяет сделать вывод о том, что ширина вставок оказывает незначительное влияние на величину теплового потока через поверхности канала. Например, для вставок высотой  $h = 0.1$  кривые для разных значений  $c = 0.1 \dots 0.4$  практически совпадают. С увеличением высоты вставок (например, при  $h = 0.3$ ) увеличение длины вставок приводит к незначительному повышению уровня усредненного потока (5-10%), однако это увеличение оказывается малым по сравнению с увеличением усредненного градиента давления для рассматриваемого канала с системой симметричных вставок.

### **3.5. Особенности физических процессов в канале с системой несимметричных вставок**

Исследования, проведенные в предыдущей части, показали, что тепловой поток из внешней среды в теплоноситель повышается при появлении геометрической неоднородности в канале, которая способствует формированию поперечной составляющей скорости в прямолинейном канале. Аналогичный эффект можно получить при введении в канал системы несимметричных вставок, которые могут сформировать периодический в пространстве поток с ненулевыми поперечными компонентами скорости.

#### **3.5.1. Влияние высоты вставок на уровень тепловых потоков**

Рассмотрим течение теплоносителя внутри прямолинейного канала с несимметричными (в шахматном порядке) вставками высотой  $h$  и шириной  $c =$

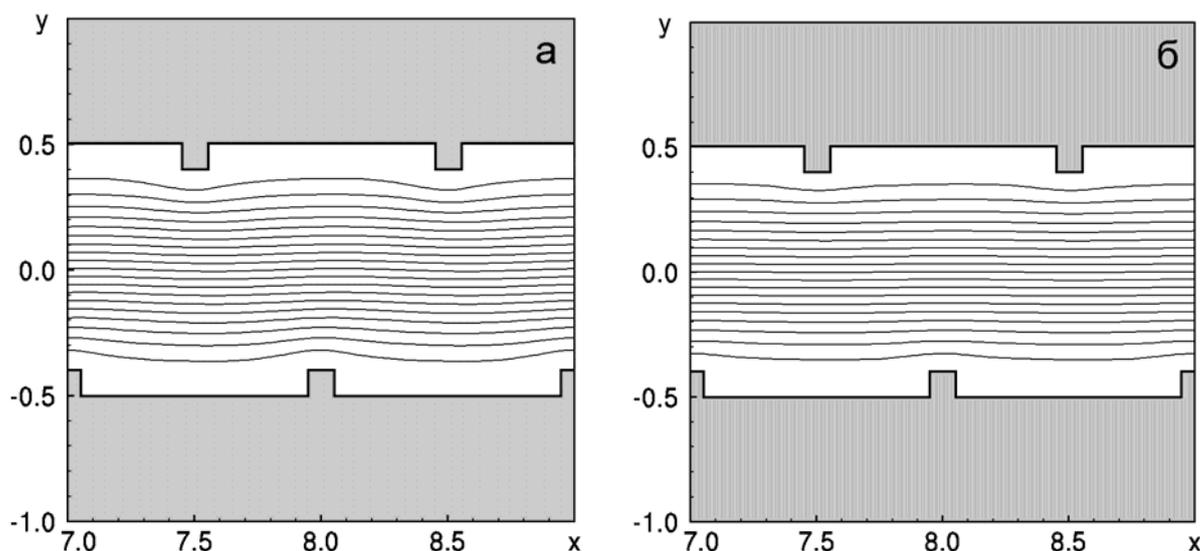


Рис.3.38. Распределение поля функции тока внутри канала со вставками  $h = 0.1$  для несимметричных течений при: а)  $Re = 40$ , б)  $Re = 150$

0,1, которые расположены на расстоянии  $a = 1.0$ . На рис.3.38 показан характерный пример распределения функции тока  $\Psi(x,y)$  при достижении стационарного режима течения при  $Re = 40$  и  $Re = 150$  для случая коротких ( $h = 0.1$ ) вставок. На рисунке нанесено семейство линий равного уровня с шагом дискретизации  $\Delta\Psi = \Psi_{S2}/20$  для каждого случая.

Для несимметричной системы вставок течение жидкости становится периодическим по осевой координате канала. Смещение осевого течения в сторону границ, между вставками, не приводит к образованию вихревых структур или циркуляционных зон в канале при малых значениях чисел Рейнольдса  $Re$ . Сравнение общей картины поля функции тока в рассматриваемом случае со случаем на рис.3.14 позволяет сделать вывод о том, что введение системы несимметричных вставок для течений со значением чисел Рейнольдса  $Re < 200$  не вносит заметных отличий в качественную структуру течения теплоносителя по сравнению со случаем симметричного расположения вставок.

При увеличении высоты вставок в течении за вставками начинают образовываться локализованные вихревые структуры, которые способствуют образованию циркуляционных зон в угловых областях, до и после вставок. На рис.3.39 показаны распределения поля функции тока  $\Psi(x,y)$ , выполненные по аналогии с рис.3.38, но при значении  $h = 0.2$ . Видно, что в угловых областях

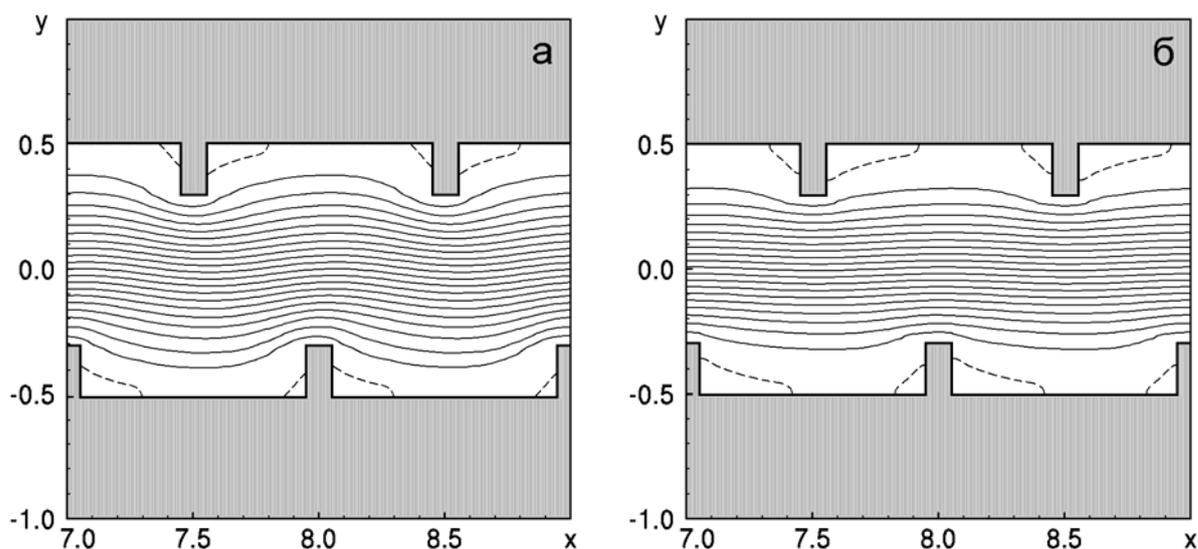


Рис.3.39. Распределение поля функции тока внутри канала со вставками  $h = 0.2$  для несимметричных течений при: а)  $Re = 40$ , б)  $Re = 150$

течения при стационарном течении жидкости завершилось образование циркуляционных зон. Их границы на рисунках отмечены штриховой линией. Сравнение данных с результатами, представленными на рис.3.15, показывает, что размеры циркуляционных зон течения при высоте вставок  $h = 0.2$  практически совпадают. Другими словами, течение внутри канала с несимметричными вставками развивается практически по аналогичному сценарию, характерному для канала с системой симметричных вставок.

Рис.3.40 иллюстрирует распределение поля функции тока  $\Psi(x,y)$  в момент  $t=300$  для течения в прямолинейном канале с системой несимметричных вставок высотой  $h = 0.3$  для аналогичных значений скоростей осевого потока. В этом случае протяженность циркуляционных зон за вставкой начинает увеличиваться уже при малых значениях чисел Рейнольдса  $Re$ . С другой стороны, инерционные эффекты, вызванные периодическими колебаниями осевого потока, приводят к увеличению градиента продольной скорости около боковой поверхности канала между вставками. По этой причине сформированная циркуляционная зона около боковой поверхности канала при  $Re = 150$  имеет меньшую ширину по сравнению со случаем, показанным на рис.3.17,б.

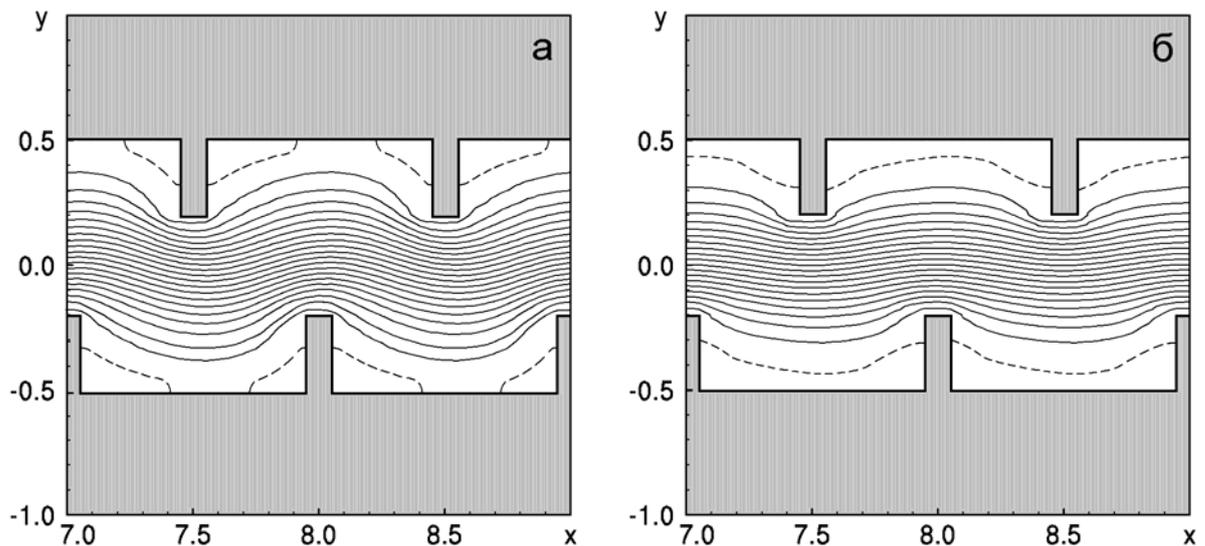


Рис.3.40. Распределение поля функции тока внутри канала со вставками  $h = 0.3$  для несимметричных течений при: а)  $Re = 40$ , б)  $Re = 150$

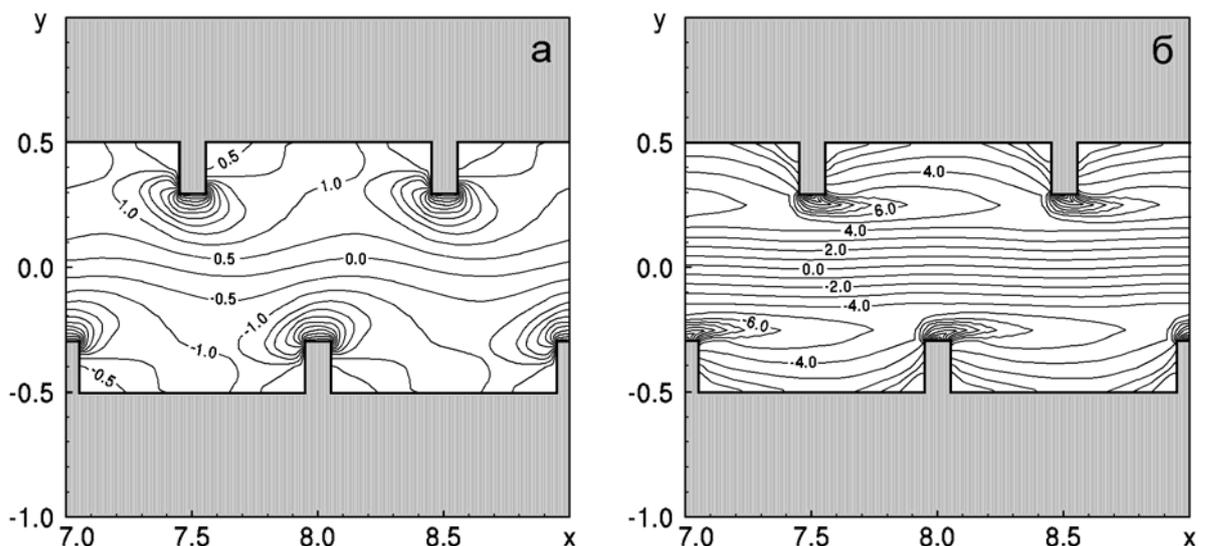


Рис.3.41. Распределение поля завихренности внутри канала со вставками  $h = 0.2$  для несимметричных течений при: а)  $Re = 40$ , б)  $Re = 150$

Вставки, расположенные поперек основного потока теплоносителя, уменьшают эффективное сечение канала, но при этом формируют локализованные вихревые структуры в течении за вставками, которые имеют ненулевую поперечную компоненту скорости. Пример распределения поля завихренности  $\omega(x,y)$  показан на рис.3.41, на котором нанесены линии равной завихренности с фиксированным шагом дискретизации  $\Delta\omega = 0.5$  (рис.3.41,а) и  $\Delta\omega = 1.0$  (рис.3.41,б). Видно, что с увеличением продольной скорости течения за-

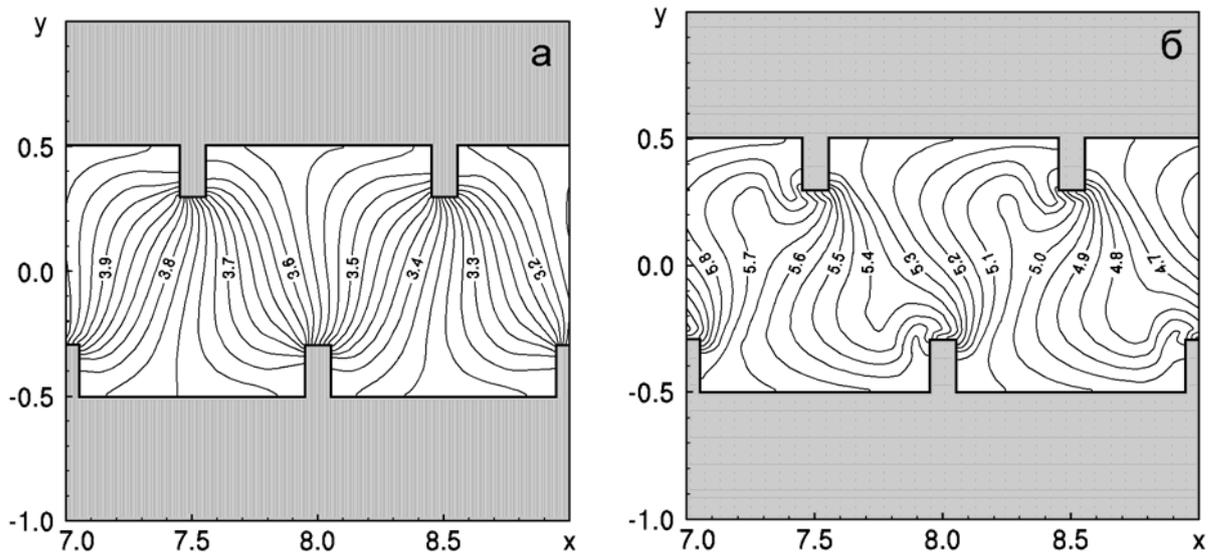


Рис.3.42. Распределение поля давления внутри канала со вставками  $h = 0.2$  для несимметричных течений при: а)  $Re = 40$ , б)  $Re = 150$

вихренность сильнее сносится потоком. Эта тенденция, в целом, характерна и для симметричного расположения вставок (смотри рис.3.16).

На рис.3.42 показано распределение поля давления  $p(x,y)$  в канале с несимметричными вставками высотой  $h = 0.2$  и расстоянием  $a = 1.0$  в момент времени  $t = 300$ . Распределение поля давления в рассматриваемом течении обладает определенной периодичностью. Наибольший градиент поля давления формируется в областях, прилегающим к вставкам. Интересно отметить, что с увеличением продольной скорости течения теплоносителя когерентные вихревые структуры около системы вставок постепенно деформируют поле давления. Характерный случай показан на рис.3.42,б. Можно заметить, что с увеличением числа Рейнольдса  $Re$  усредненный градиент давления вдоль канала повышается.

Поперечный поток, сформированный системой несимметричных вставок так же, как и для течения с симметричными вставками, приводит к постепенному выравниванию температур в поперечном сечении канала. В этом случае продольная компонента скорости формирует интенсивный конвективный тепловой поток, направленный вдоль канала. При этом диффузионные эффекты не успевают выровнять поле температур в средней части канала. В результате

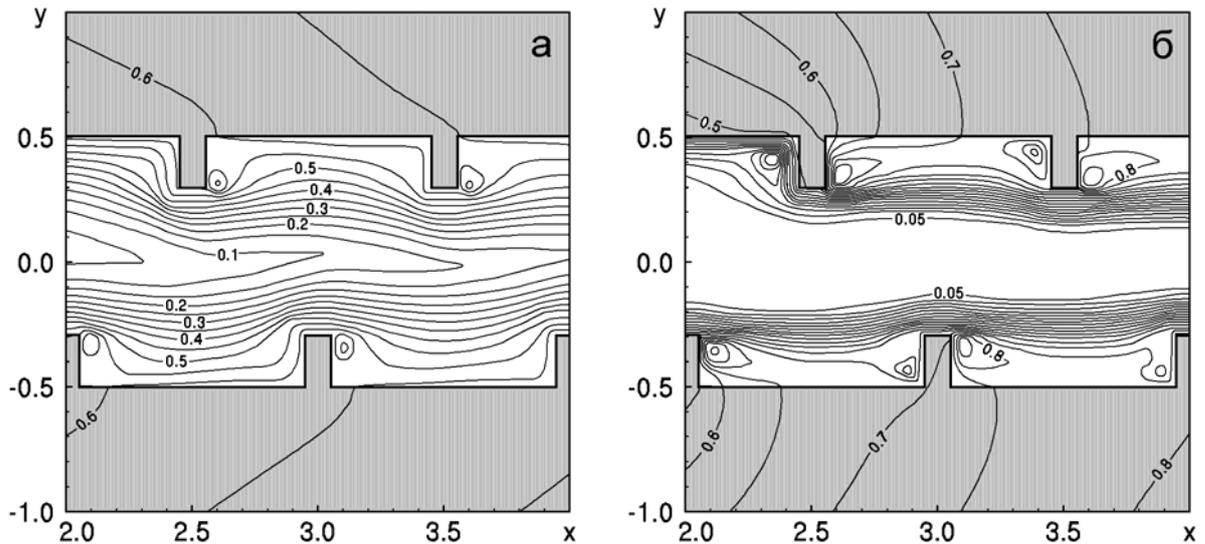


Рис.3.43. Распределение поля температур внутри канала со вставками  $h = 0.2$  для несимметричных течений при: а)  $Re = 40$ , б)  $Re = 150$

в канале формируется интенсивный диффузионный тепловой поток через ограничивающие поверхности.

На рис.3.43 показано поле температур  $Q(x,y)$ , которое возникает при достижении стационарного теплового режима (примерно при  $t = 300$ ), в несимметричном канале с системой вставок высотой  $h = 0.2$ . На рисунках нанесены изотермы температур с фиксированным шагом дискретизации  $\Delta Q = 0.05$ . Видно, что в циркуляционных зонах за вставками образуются области повышенной температуры. С увеличением продольной скорости течения циркуляционные зоны становятся квазистационарными, при этом часть холодной жидкости из осевой части канала попадает в циркуляционную зону и, наоборот, часть нагретой жидкости из циркуляционной зоны попадает в срединный поток канала.

Увеличение высоты вставок усиливает гидродинамические и тепловые эффекты, которые имеют место в канале с системой несимметричных вставок. На рис.3.44 показано аналогичное распределение температур  $Q(x,y)$  для канала со вставками высотой  $h = 0.3$ . Сравнение полей температур на рис.3.43 и рис.3.44 позволяет сделать вывод о том, что увеличение высоты вставок приводит к постепенному выравниванию температур в срединной части канала при увеличении значений числа Рейнольдса  $Re$ .

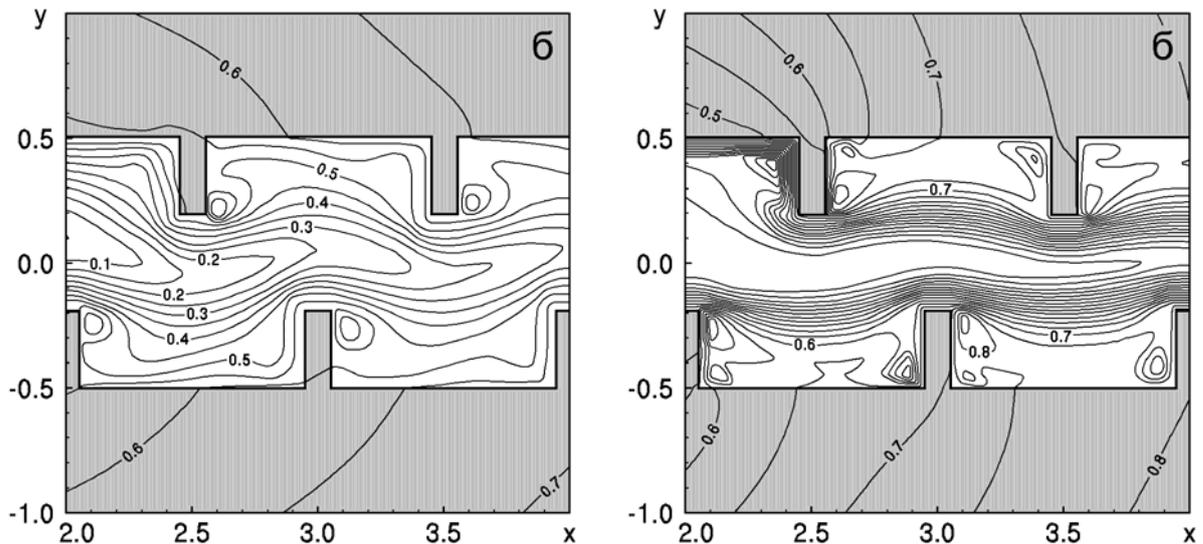


Рис.3.44. Распределение поля температур внутри канала со вставками  $h = 0.3$  для несимметричных течений при: а)  $Re = 40$ , б)  $Re = 150$

На рис.3.45 показана зависимость усредненного по длине канала градиента давления (3.9) от значений числа Рейнольдса  $Re$  течения внутри канала с системой несимметричных вставок различной высоты. Значения градиента давления на рисунке пронормированы на число Рейнольдса  $Re$ . Кривая, соединяющая кружочки соответствует зависимости, полученной для прямолинейного канала без вставок.

Анализ полученных данных показывает, что увеличение скорости потока приводит к увеличению перепада давлений, которую необходимо приложить к входу и выходу канала для обеспечения заданной скорости теплоносителя. Формирование локализованных вихревых структур увеличивает разницу между кривыми для разных значений высоты вставок  $h$  по мере увеличения скорости потока. Сравнение данных рис.3.20 и рис.3.45 позволяет сделать вывод о том, что разность давлений, которую необходимо приложить к входу и выходу канала фактически не зависит от способа размещения (симметричного или несимметричного) вставок.

На рис.3.46 показана усредненная зависимость уровня теплового потока  $\bar{W}$  через границы несимметричного канала от скорости течения для различных значений  $h$  высоты вставок. Появление вставок в прямолинейном канале приводит к интенсификации процессов переноса тепла. Аналогичная зависимость

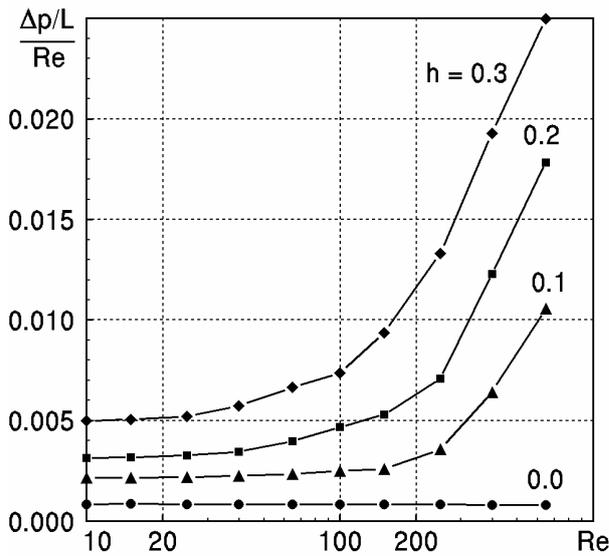


Рис.3.45. Зависимость усредненного градиента поля давления внутри прямолинейного канала с несимметричными вставками от значений числа Рейнольдса  $Re$

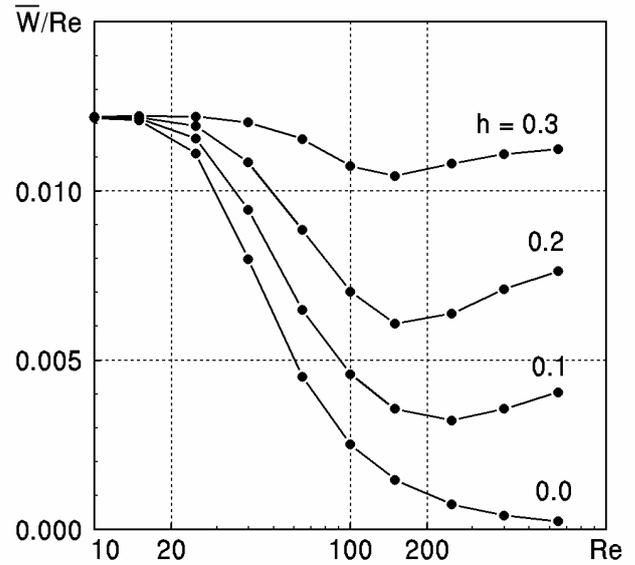


Рис.3.46. Зависимость усредненного теплового потока через границы течения в прямолинейном канале с несимметричными вставками от значений числа Рейнольдса  $Re$

была получена для канала с симметричными вставками (рис.3.17). Интересно отметить, что и в этом случае появление в канале системы несимметричных вставок высотой  $h = 0.3$  приводит к фактически к линейной зависимости уровня теплового потока через боковые границы по мере увеличения продольной скорости теплоносителя в рассматриваемом течении. При числах Рейнольдса  $Re < 65$  значения перепада давления и уровней тепловых потоков в прямолинейном канале с несимметричными вставками практически совпадают с соответствующими значениями в канале с симметричными вставками. Но при увеличении продольной скорости в прямолинейном канале с несимметричными вставками наблюдается снижение усредненного потока  $\bar{W}$  через границы канала примерно на 10-20% по сравнению с каналом с симметричными вставками.

Таким образом, введение системы несимметричных вставок в прямолинейный канал в качественном отношении не меняет уровни тепловых потоков в рассматриваемом течении. Введение вставок в канал увеличивает уровни тепловых диффузионных потоков через боковые поверхности канала за счет

увеличения потерь давления, необходимого для формирования течения с заданной продольной скоростью на входе канала.

### **3.5.2. Влияние расстояния между вставками на уровень тепловых потоков**

Несимметричная система вставок в прямолинейном канале приводит к формированию периодической структуры течения вдоль осевой координаты канала. При этом имеет место приближение осевого течения к границам канала за счет инерционных эффектов течения. Определим влияние расстояния между вставками на уровень устанавливаемых стационарных тепловых потоков из внешней твердой среды в жидкий теплоноситель, заполняющий прямолинейный канал конечной длины с системой несимметричных вставок.

Для выяснения этой особенности рассмотрим канал с общей длиной  $L = 18$ , на границе которого помещена система несимметричных вставок высотой  $h = 0.2$  и толщиной  $c = 0.1$ , но на разных расстояниях  $a = 0.5, 1.0$  и  $2.0$  между собой.

На рис.3.47 показано распределение поля функции тока в средней части канала при  $a = 0.5$  для значений чисел Рейнольдса  $Re = 40$  и  $Re = 150$  в момент времени  $t = 300$ , при котором течение выходит на стационарный режим. Как и ранее, на рисунках нанесено семейство линий равного уровня с шагом дискретизации  $\Delta\Psi = \Psi_{S2}/20$ . Границы циркуляционных зон отмечены на рисунках штриховой линией.

Анализ численных данных показывает, что циркуляционные зоны располагаются около боковой границы канала между вставками. Форма и параметры циркуляционных зон не имеют существенных отличий для случаев симметричного и несимметричного расположения вставок.

Некоторые отличия в форме циркуляционных зон можно заметить при увеличении расстояния между вставками и неизменных других параметров течения. Рис.3.48 иллюстрирует распределение стационарного поля функции

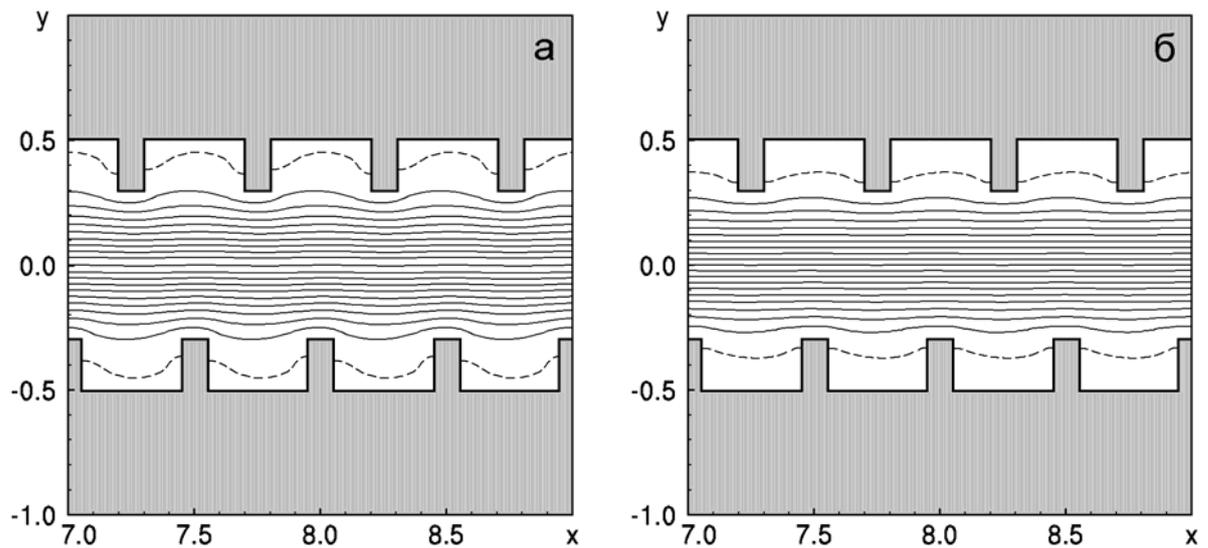


Рис.3.47. Распределение поля функции тока внутри канала с несимметричными вставками для  $a = 0.5$  при: а)  $Re = 40$ , б)  $Re = 150$

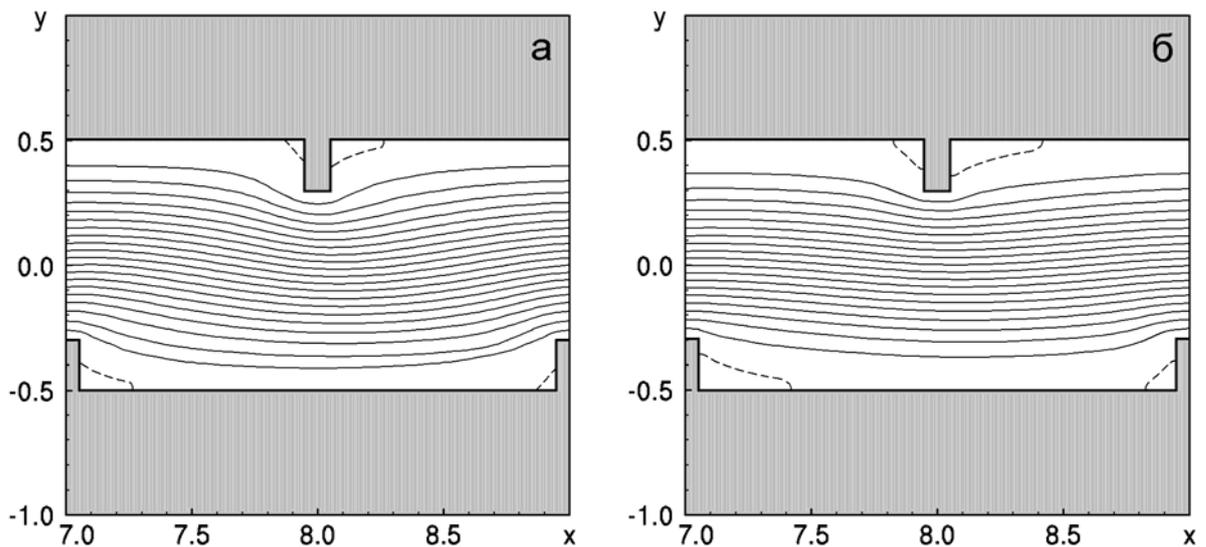


Рис.3.48. Распределение поля функции тока внутри канала с несимметричными вставками для  $a = 2.0$  при: а)  $Re = 40$ , б)  $Re = 150$

тока  $\Psi(x,y)$  в канале с несимметричными вставками при  $a = 2.0$  для значений чисел Рейнольдса  $Re = 40$  и  $Re = 150$ . Сравнение данных рис.3.48 и соответствующего рис.3.23 показывает, что в несимметричном течении циркуляционные зоны около вставок меньше по высоте в силу инерционности осевого течения в канале. Эти отличия тем больше, чем больше продольная скорость теплоносителя.

Результаты численного моделирования показывают, что качественная картина распределения температур в канале с симметричными и несим-

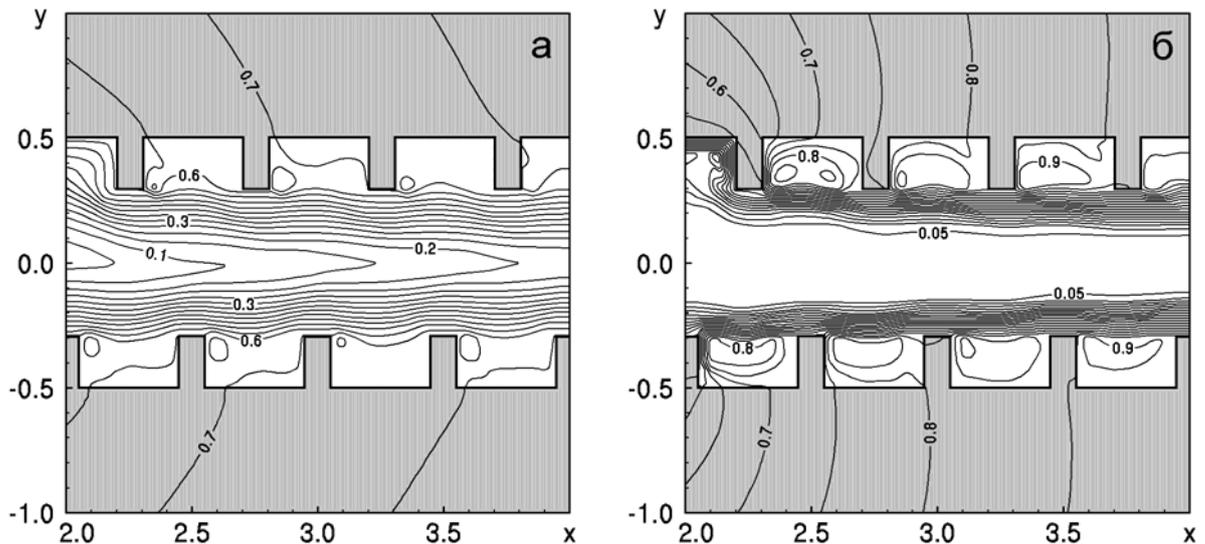


Рис.3.49. Распределение поля температур внутри канала с несимметричными вставками для  $a = 0.5$  при: а)  $Re = 40$ , б)  $Re = 150$

метричными вставками совпадает. Имеются только некоторые незначительные отличия в количественных данных. Например, на рис.3.49 показано распределение температур  $Q(x,y)$  в начале канала с несимметричными вставками высотой  $h = 0.2$ , расположенные на расстоянии  $a = 0.5$  друг относительно друга для двух значений продольной скорости теплоносителя в канале. Сравнение этих данных с данными, представленными на рис.3.25 позволяет сделать вывод о том, что система несимметричных ставок лучше выравнивает поле температур в средней части канала. Область холодной жидкости (например, с температурой  $Q < 0.05$  для течения с числом Рейнольдса  $Re = 150$ ) в несимметричном канале меньше по сравнению с аналогичной областью в канале с симметричным расположением вставок.

С другой стороны, по мере увеличения расстояния между вставками, эти отличия в течении с симметричным и несимметричным расположением вставок уменьшаются. На рис.3.50 показано аналогичное распределение температур  $Q(x,y)$  для случая  $a = 2.0$  и равных прочих параметрах течения. Несмотря на то, что течение в рассматриваемом случае обладает несимметричностью, существенных отличий с рис.3.26 найти сложно. Это позволяет сделать вывод о том, что форма последовательности (симметричная и несимметричная) сле-

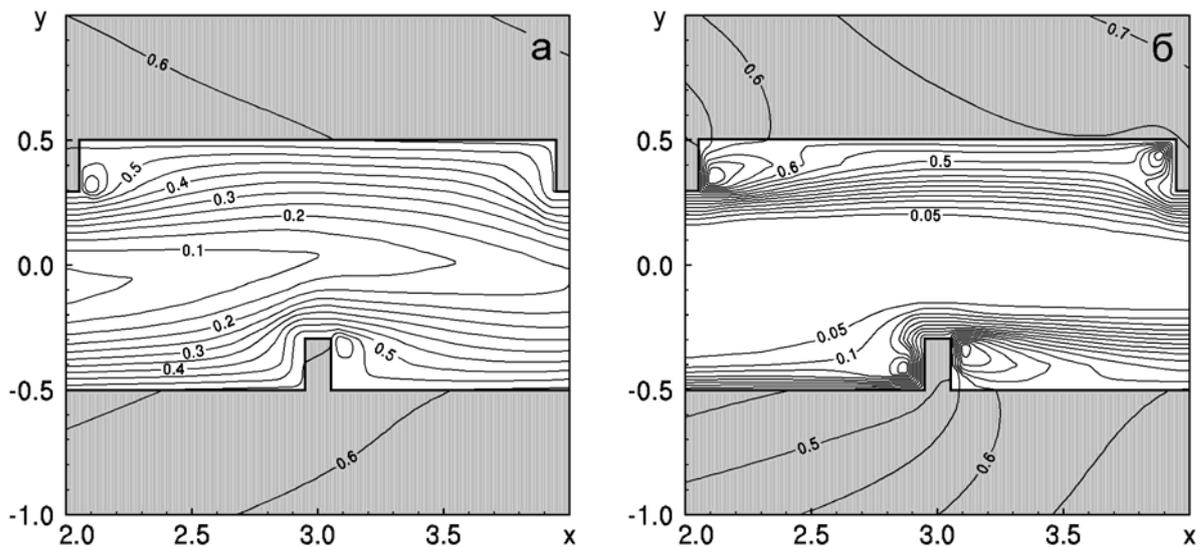


Рис.3.50. Распределение поля температур внутри канала с несимметричными вставками для  $a = 2.0$  при: а)  $Re = 40$ , б)  $Re = 150$

дования вставок в канале существенного влияния на уровень тепловых потоков из внешней среды в теплоноситель не имеет.

Рис.3.51 иллюстрирует зависимость усредненного по длине канала градиента поля давления  $\Delta p/L$  для системы несимметричных вставок различного размера ( $a = 0.5 \dots 2.0$ ,  $h = 0.0 \dots 0.3$ ). Обозначения кривых показано на рисунке. Сплошная кривая, соединяющая кружочки, соответствует случаю прямолинейного канала без вставок.

Видно, что с увеличением высоты вставок разность давлений, которую необходимо приложить к каналу, возрастает. Это значение увеличивается и по мере увеличения количества вставок в рассматриваемом канале конечной длины. Другими словами, при увеличении расстояния между вставками наблюдается снижения уровня усредненного по длине градиента давления. Тем не менее, существенных отличий зависимости на рис.3.51, соответствующие каналу с системой несимметричных вставок, и зависимости на рис.3.28, которая соответствует каналу с системой симметричных вставок, не обнаружено.

Аналогичная тенденция обнаружена на рис.3.52, на котором показана зависимость усредненного потока  $\bar{W}$  через границы канала для различных размеров вставок и расстояния между вставками (смотри также рис.3.29). Видно, что с увеличением высоты вставок уровень теплового потока из внешней

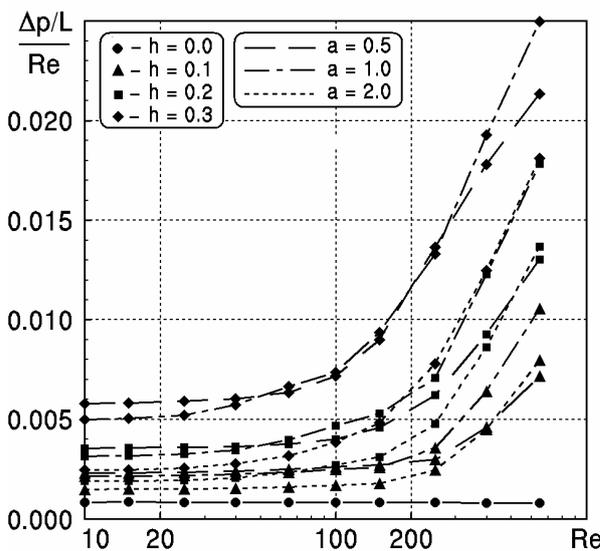


Рис.3.51. Зависимость усредненного градиента поля давления внутри прямолинейного канала с несимметричными вставками от значений числа  $Re$

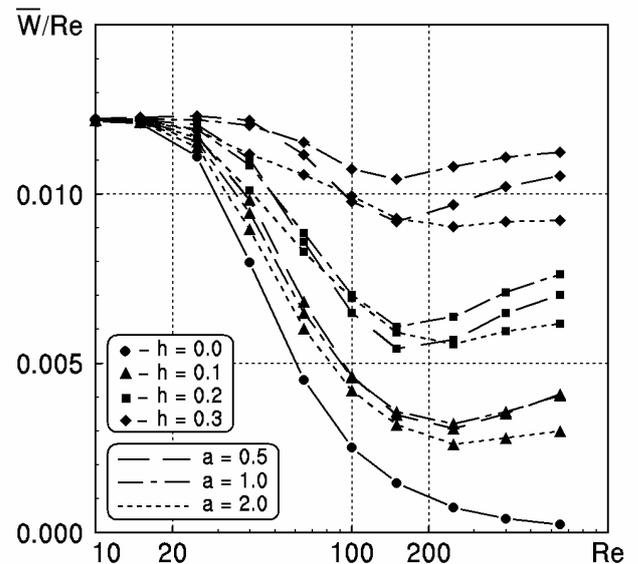


Рис.3.52. Зависимость усредненного теплового потока через границы течения в прямолинейном канале с несимметричными вставками от значений числа  $Re$

среды в теплоноситель увеличивается. С другой стороны, изменение расстояния между вставками в пределах  $a = 0.5 \dots 2.0$  оказывает слабое влияние на величину уровня теплового потока в канале. В этом случае, значения уровня теплового потока в прямолинейном канале с несимметричными вставками всего лишь на 15% меньше, чем соответствующее значение в прямолинейном канале с симметричными вставками. Однако, можно заметить, что для фиксированной высоты вставок в несимметричном канале с продольной скоростью, соответствующей диапазону чисел Рейнольдса  $Re = 200 \dots 650$ , лучшим в отношении тепловых параметров являются вставки, расположенные на расстоянии  $a = 1.0$  по сравнению с другими значениями  $a = 0.5$  и  $a = 2.0$ .

### 3.6. Анализ особенностей процессов теплопередачи в прямолинейном канале

Для определения эффективности введения системы симметричных вставок в прямолинейный канал введем параметр, равный отношению увеличения величины усредненного теплового потока в канале со вставками к увеличению усредненных потерь давления по отношению к соответствующим гидроди-

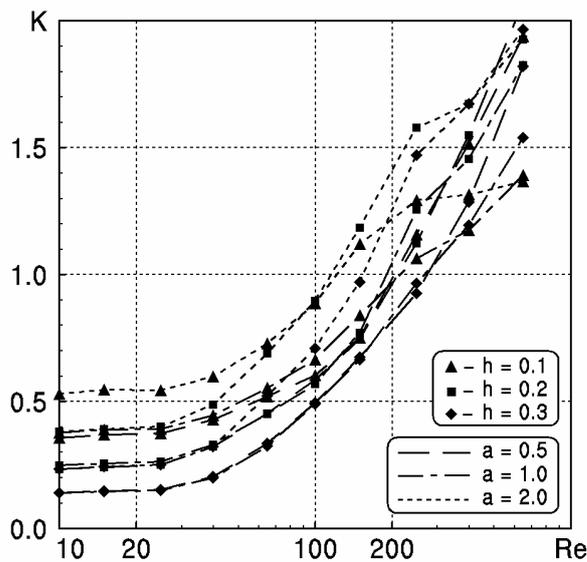


Рис.3.53. Зависимость коэффициента относительной эффективности для канала с симметричными вставками от значений числа  $Re$

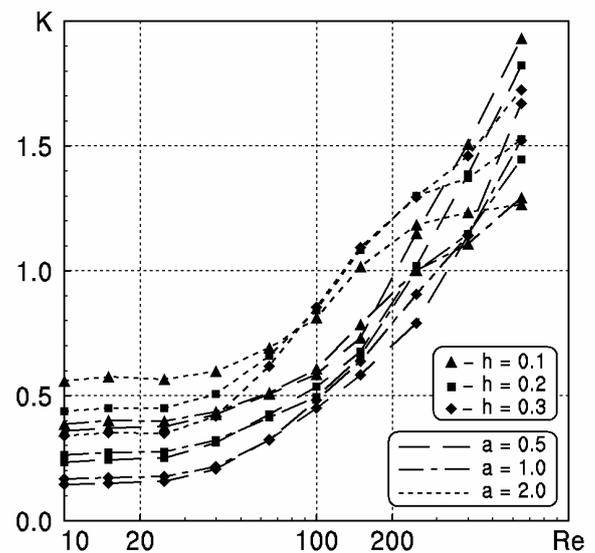


Рис.3.54. Зависимость коэффициента относительной эффективности для канала с несимметричными вставками от значений числа  $Re$

намическим и тепловым параметрам течения в прямолинейном канале без вставок. В нашем случае коэффициент относительной эффективности равен

$$k = \frac{\bar{W} / \bar{W}_0}{\Delta p / \Delta p_0}, \quad (3.8)$$

где  $\bar{W}$  – усредненный по длине уровень тепловых потоков в рассматриваемом течении,  $\Delta p$  – разность давлений, прикладываемых к каналу, а  $\bar{W}_0$  и  $\Delta p_0$  – аналогичные параметры для прямолинейного канала одинаковой длины без вставок.

Другими словами, если значение  $k > 1$ , то это значит, что потери давления, вызванные помещением системы вставок в канал, компенсируются увеличением уровня усредненного потока через границы течения. Если  $k < 1$ , то введение в канал вставок может увеличивать уровень теплового потока, но потери давления оказываются большими по сравнению с прямолинейным каналом без вставок.

Зависимость коэффициента относительной эффективности от скорости теплоносителя для канала с системой симметричных вставок показан на рис.3.53. Анализ данных показывает, что система вставок становится эффективной для значений чисел Рейнольдса  $Re > 150 \dots 200$ . В этом диапазоне уве-

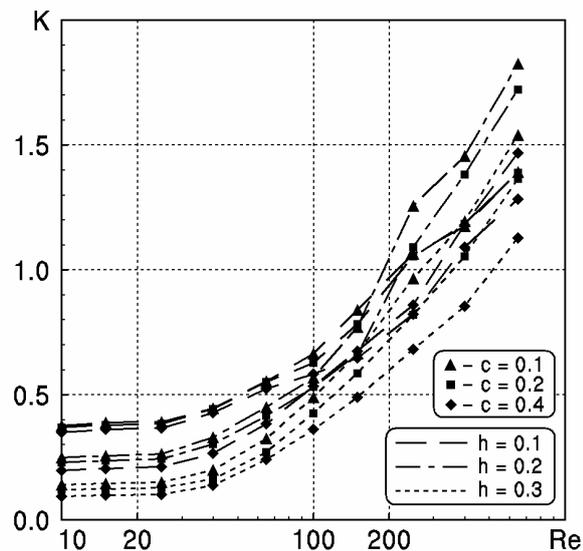


Рис.3.55. Зависимость коэффициента относительной эффективности для канала с симметричными вставками различной ширины от значений числа  $Re$

личение уровня тепловых потоков в канале превышает увеличение перепада давлений, прикладываемые к каналу по отношению к параметрам прямолинейного канала без вставок. При этом наилучшим вариантом является канал со вставками высотой  $h = 0.2$  для разных значений расстояний  $a$  между вставками. В диапазоне  $Re < 150 \dots 200$  коэффициент относительной эффективности оказывается меньше единицы. Следовательно, увеличение уровня теплового потока в канале оказывается меньше увеличения перепада давлений, прикладываемых ко входу и выходу канала.

На рис.3.54 показана аналогичная зависимость для канала с системой несимметричных вставок. Визуальное сравнение данных рис.3.53 и рис.3.54 показывает, что качественная разница в зависимостях фактически отсутствует. Количественный анализ показывает, что система симметричных вставок становится более эффективной по мере увеличения продольной скорости теплоносителя в канале. Однако это улучшение составляет только до 10..15% для чисел Рейнольдса порядка  $Re \approx 400 \dots 650$ .

Анализ результатов численного моделирования показывает, что относительная эффективность вставок в канале фактически не зависит от ширины вставок в области малых значений чисел Рейнольдса  $Re$  (рис.3.55). При больших значениях продольной скорости теплоносителя в канале относительная

эффективность узких вставок ( $c = 0.1$ ) становится выше по сравнению со вставками большей ширины. Такое отличие объясняется уменьшением эффективного сечения канала при увеличении ширины вставок и равных других геометрических параметров вставок.

Исследования показали, что основной причиной повышения уровня эффективности теплопередачи через ограничивающие поверхности прямолинейных каналов со вставками является образование крупномасштабных, квазистационарных вихревых структур между вставками, которые интенсифицируют выравнивание температур в областях, прилегающих к границам. Наиболее эффективными вставками в прямолинейном канале являются узкие вставки ( $c \approx 0.1D$ ) умеренной высоты ( $h \approx 0.2D$ ), расположенные на расстоянии порядка ширины канала ( $a \approx D$ ), увеличивая коэффициент относительной эффективности примерно на 20% по сравнению с другими значениями высот и толщин вставок.

### 3.7. Выводы по разделу

По результатам исследований, представленным в настоящем разделе, можно сделать следующие выводы:

1. Показано, что термодинамические процессы в канале развиваются в несколько этапов с разными временными масштабами. Первый этап связан с заполнением канала холодным теплоносителем. Вторым этапом определяется одновременным прогревом теплоносителя и охлаждением внешней среды в области, прилегающей к границам канала. При этом достигаются максимальные значения уровней тепловых потоков. Третий этап связан с асимптотическим выходом поля температур во внешней среде на стационарный режим.

2. Установлено, что при малых значениях чисел Рейнольдса введение в канал вставок позволяет увеличить уровни тепловых потоков из внешней среды в теплоноситель. С увеличением скорости течения жидкости в угловых областях перед вставками и за ними образуются циркуляционные зоны, а в тече-

нии за вставками формируется система локализованных вихревых структур, которые значительно увеличивают конвективные тепловые потоки в поперечном сечении канала. Показано, что система симметричных вставок в прямолинейном канале позволяет увеличить тепловой диффузионный поток через боковые поверхности канала за счет увеличения потерь давления, необходимого для формирования течения с заданной скоростью.

3. Установлено, что при малых числах Рейнольдса ( $Re < 30 \dots 40$ ) введение вставок в канал, фактически, не приводит к увеличению уровня тепловых потоков в канале. Потери давления, в этом случае, идут на изменение направления течения при обтекании потоком вставок.

4. Исследования показали, что для малых ( $h = 0.1$ ) по высоте вставок градиент давления практически не зависит от их ширины ( $c = 0.1 \dots 0.3$ ). Для больших вставок ( $h = 0.3$ ) увеличение их ширины приводит к заметному увеличению градиента давления, прикладываемого к каналу, поскольку в этом случае эффективное сечение прямолинейного канала уменьшается по сравнению со случаем с более короткими по ширине вставками.

5. Показано, что система несимметричных вставок в прямолинейном канале фактически не меняет уровень тепловых потоков и разницу давлений, которые необходимо приложить к каналу для достижения заданной продольной скорости теплоносителя. Несмотря на то что эффективное сечение в этом случае больше по сравнению с каналом с системой симметричных вставок, потери давления в канале увеличиваются за счет формирования несимметричного течения внутри канала.

6. Анализ данных относительной эффективности прямолинейных каналов со вставками по отношению к каналам без вставок показал, что наиболее эффективными являются узкие вставки ( $c \approx 0.1D$ ) умеренной высоты ( $h \approx 0.2D$ ), расположенные на расстоянии порядка ширины канала ( $a \approx D$ ).

Изложение материала базируется на статьях [24, 25, 78, 79]. Основные результаты исследований обсуждались на международных конференциях [17, 23].

## РАЗДЕЛ 4

### АНАЛИЗ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛОПЕРЕДАЧИ В ЗИГЗАГООБРАЗНОМ КАНАЛЕ

В данном разделе работы проводится анализ гидродинамических параметров течения вязкого несжимаемого теплоносителя с однородными свойствами внутри криволинейного канала конечной длины и процесса теплопередачи из внешней нагретой среды в холодный теплоноситель. Анализируются каналы с системой симметричных и несимметричных вставок различной высоты, ширины и расстояния между ними. Основное внимание уделяется анализу гидродинамических параметров течения в зигзагообразном канале и уровню тепловых потоков через ограничивающие его поверхности по мере увеличения скорости течения теплоносителя в пределах чисел Рейнольдса  $Re = 10 \dots 650$ .

#### 4.1. Анализ стационарных тепловых потоков в зигзагообразном канале без вставок

Пусть внутри кремниевой подложки с размерами  $W \times L$  образован зигзагообразный канал (рис.4.1) шириной  $D$ , заполненный водой. Необходимо определить уровень тепловых потоков из нагретой внешней твердой подложки с температурой  $T_1$  в теплоноситель, который в начальный момент на входе канала имеет температуру  $T_0$ . Для проведения сравнительного анализа гидродинамических и термодинамических свойств каналов различной геометрии определим общую длину канала (его осевой линии)  $L = 18D$ , равную длине прямолинейного канала, рассмотренного в предыдущем разделе работы. Аналогично, пусть  $W = 25D$ .

Для начала рассмотрим случай зигзагообразного канала без системы вставок. Физические параметры внешней среды и теплоносителя указаны в разделе 3.1. В дальнейшем все физические параметры гидродинамической и

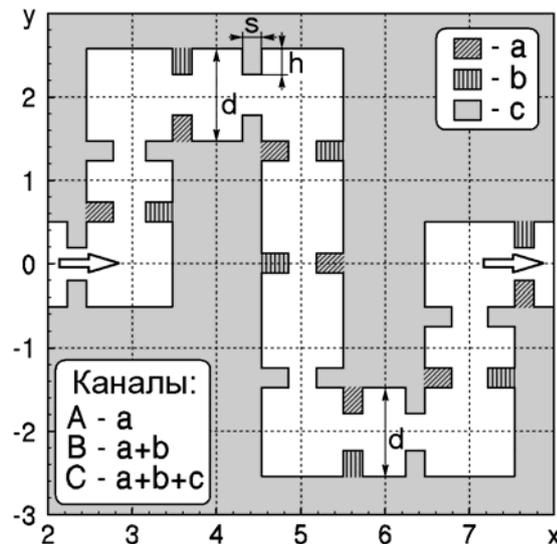


Рис.4.1. Геометрия зигзагообразного канала на равномерной сетке

задачи переноса тепла пронормированы по аналогии с задачей, рассмотренной в разделе 3 данной работы.

Задача решалась численно с использованием простого явного метода (2.48) решения дифференциальных уравнений переноса завихренности (2.23) и переноса тепла (2.25) с разностями против потока, и метода последовательной верхней релаксации (2.40) решений уравнений Пуассона для функции тока (2.24) и давления (2.25). Математическая постановка задачи дополнена начальными (2.28), (2.29) и граничными (2.27) условиями, которые использовались в разделе 3.

Распределение функции тока  $\Psi(x,y)$  в области, прилегающей ко входу канала, показано на рис.4.2 для течений, соответствующих значениям чисел Рейнольдса  $Re = 40$  и  $Re = 150$  для моментов времени  $t = 300$ , при которых гидродинамическое течение вышло на стационарные режимы. На рисунках нанесено семейство линий тока равного уровня с шагом дискретизации  $\Delta\Psi = \Psi_{S2}/20$ , где  $\Psi_{S2}$  – значение функции тока на верхней границе канала. Границы циркуляционных зон течения показаны на рисунках штриховой линией. Замкнутые линии тока внутри циркуляционных зон показаны на рисунках с шагом дискретизации  $\Delta\Psi = 0.01$ .

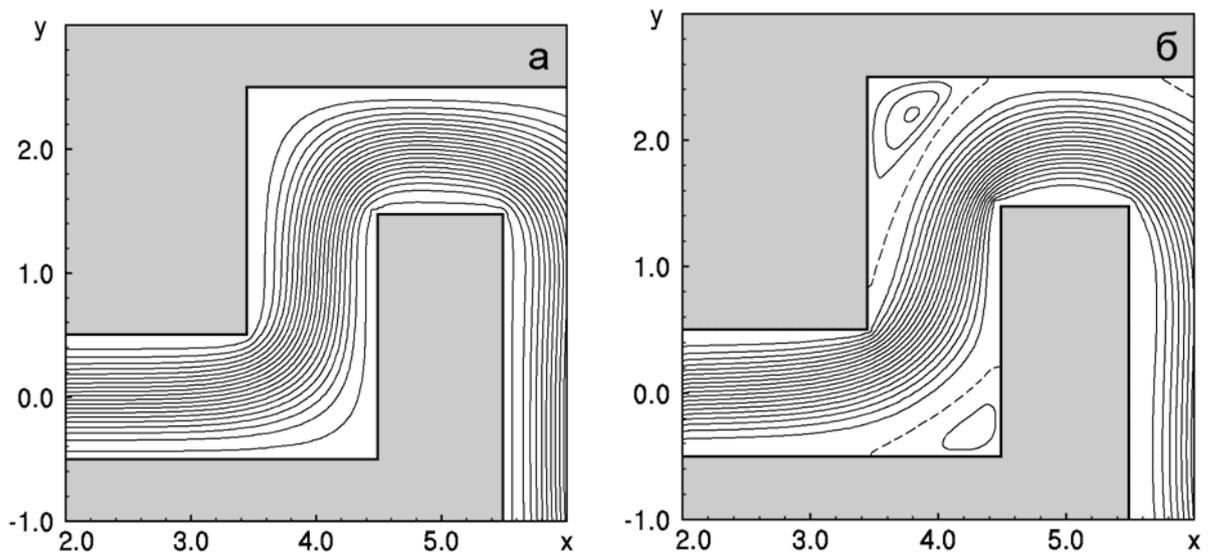


Рис.4.2. Распределение функции тока внутри канала без вставок при:  
а)  $Re = 40$ , б)  $Re = 150$

Видно, что при малых скоростях течения теплоносителя в канале формируется течение, которое характеризуется плавным обтеканием угловых областей зигзагообразного канала (рис.4.2,а). При увеличении продольной скорости жидкости начинают появляться циркуляционные зоны во внутренних углах канала. Следует обратить внимание, что площади циркуляционных зон в рассматриваемом течении являются неодинаковыми. Исследования показывают, что наибольшие площади этих образований возникают в углах после прохождения теплоносителем коротких прямолинейных сегментов канала. Наилучшим образом появлению циркуляционных зон способствует чередования направления изгибов. В рассматриваемом течении (смотри рис.4.1) наибольшие циркуляционные зоны образуются во втором, и шестом изгибах канала.

Совместное влияние сил инерции и сил вязкости в областях, прилегающих к острым кромкам канала, приводят к генерации локализованных вихревых структур, которые постепенно сносятся основным течением. На рис.4.3 показано распределение поля завихренности  $\omega(x,y)$  для случаев, показанных на рис.4.2. На рисунках построено семейство линий равного уровня с шагом дискретизации  $\Delta\omega = 0.2$  (рис.4.3,а) и  $\Delta\omega = 1.0$  (рис.4.3,б).

Видно, что максимум поля завихренности образуется около внешних углов канала. В циркуляционных зонах течения поле завихренности имеет ло-

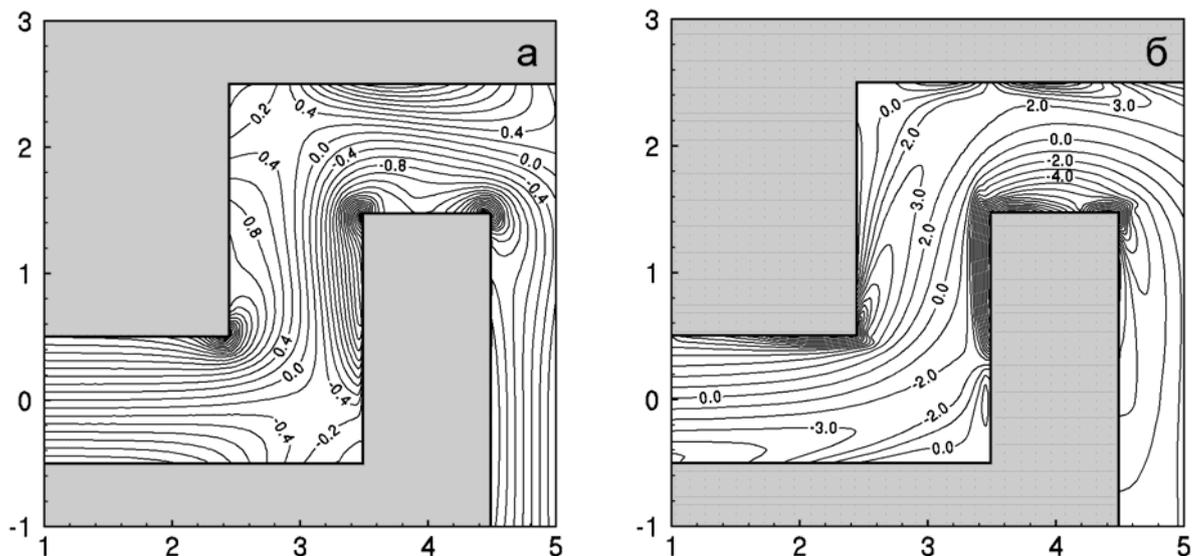


Рис.4.3. Распределение поля завихренности внутри канала без вставок  
при: а)  $Re = 40$ , б)  $Re = 150$

кальный минимум, что приводит к тому, что локальное вращение теплоносителя в этих зонах происходит с меньшей скоростью по сравнению с продольной скоростью течения жидкости в канале.

При увеличении скорости течения теплоносителя в канале, изменение направления потока приводит к смещению по инерции основного потока к границе канала. В результате около твердой поверхности формируется область вторичной завихренности, которая также сносится потоком основного течения. Наиболее характерные области вторичной завихренности показаны на рис.4.3,б между первым и вторым углами, между вторым и третьим углами зигзагообразного канала, на внешней стороне прямолинейного сегмента течения.

Такое сложное гидродинамическое течение существенно меняет структуру распределения поля давления внутри канала. Постоянное изменение направления течения, формирование циркуляционных зон в угловых областях, генерация локализованных вихревых структур около внешних угловых областей приводят к значительному повышению поля давления, которое необходимо приложить к каналу для формирования соответствующей продольной скорости.

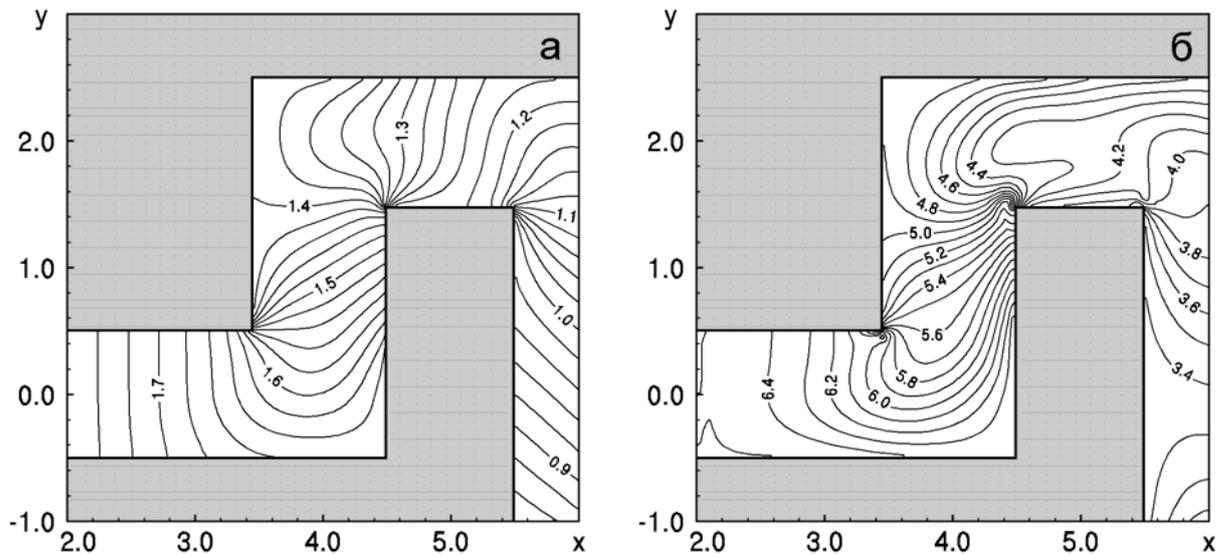


Рис.4.4. Распределение поля давления внутри канала без вставок при: а)  $Re = 40$ , б)  $Re = 150$

На рис.4.4 показано распределение поля давления  $p(x,y)$  внутри зигзагообразного канала, внутри которого развивается стационарное течение, показанное на рис.4.2. На рисунках нанесено семейство линий равного давления (изобар) с шагом дискретизации  $\Delta p = 0.2$  (рис.4.4,а) и  $\Delta p = 0.1$  (рис.4.4,б). Визуальное сравнение данных рис.4.4 и рис.3.6 свидетельствует о значительном изменении структуры поля давления, вызванное искривлением канала. Наибольший градиент поля давления формируется в областях, прилегающих к внешним углам канала. С другой стороны, можно заметить, что в областях, прилегающих к внутренним углам, формируется значительно меньший градиент поля давления.

Криволинейный канал довольно интенсивно формирует потоки жидкости в направлении стенок течения. Проявляется эта тенденция не только в формировании циркуляционных зон и областей интенсивной завихренности, но заметным смещением по инерции движения осевого потока. Такое смещение потока приводит к образованию большего градиента поля температур, по сравнению со случаем прямолинейного канала без вставок.

На рис.4.5 показано распределение температур  $Q(x,y)$  в области, прилегающей ко входу канала для течений с числами Рейнольдса  $Re = 40$  и  $Re = 150$  в момент времени  $t = 300$ , при котором поле температур достигает стационар-

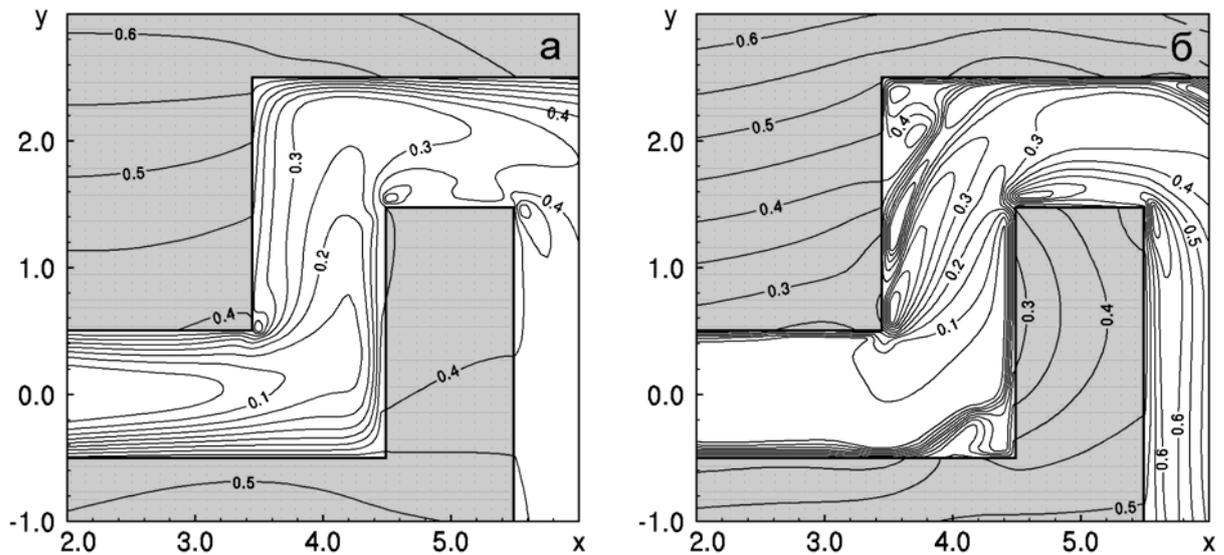


Рис.4.5. Распределение поля температур внутри канала без вставок при: а)  $Re = 40$ , б)  $Re = 150$

ного распределения. Анализ численных данных показывает, что максимальный градиент поля температур появляется около поверхностей, к которым основной поток приближается по инерции. Именно в этих областях поверхности образуется повышенный тепловой поток из внешней среды в теплоноситель. В результате даже при малых числах Рейнольдса  $Re$  (рис.4.5,а), в средней части потока, поле температур выравнивается лучше по сравнению со случаем прямолинейного канала без вставок (рис.3.12).

С увеличением продольной скорости теплоносителя в циркуляционных зонах течения накапливается нагретая жидкость, которая образует повышенные градиенты поля температур на границе циркуляционных зон. Здесь также формируется повышенный диффузионный тепловой поток в качестве промежуточной зоны теплопередачи тепла из внешней среды в теплоноситель. С увеличением скорости течения жидкости, циркуляционные зоны теряют свою стационарность и достигают квазистационарного режима, который характеризуется попеременным захватом холодной жидкости из основного течения и, вследствие несжимаемости жидкости, одновременным выдавливанием нагретой жидкости в осевой поток. Это приводит к дополнительному тепловому потоку, вызванному конвекцией теплоносителя внутри канала.

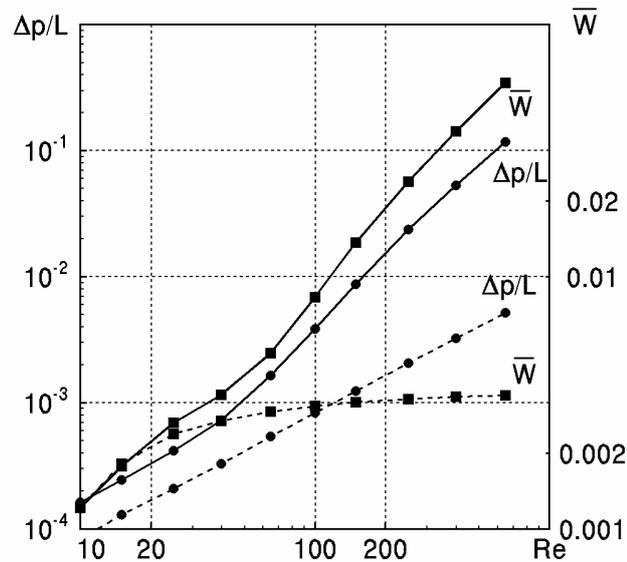


Рис.4.6. Зависимости усредненного теплового потока через границы течения и усредненного градиента давления от чисел Рейнольдса  $Re$  в зигзагообразном канале без вставок

На рис.4.6 показаны зависимости усредненного по длине градиента давления  $\Delta p/L$  (3.7) от скорости теплоносителя внутри зигзагообразного канала. Эта зависимость показана сплошной линией, соединяющей сплошные кружочки. Пунктирной линией, соединяющей сплошные кружочки, показана аналогичная зависимость для прямолинейного канала без вставок (рис.3.13). Можно заметить, что для всех чисел Рейнольдса  $Re$  перепад давлений, которую необходимо прикладывать к зигзагообразному каналу значительно выше по сравнению с прямолинейным каналом без вставок. Такая разница в значениях вызвана образованием углов в канале и соответствующих потерь давления, связанных с изменением направления основного потока. Заметим, что при увеличении продольной скорости течения в зигзагообразном канале, этот перепад давлений возрастает.

Зависимость значений теплового потока  $\bar{W}$  (3.5), усредненного по длине границ зигзагообразного канала, от скорости течения теплоносителя показана на рис.4.6 сплошной линией, соединяющей сплошные квадратики. Аналогичная зависимость для прямолинейного канала (рис.3.13) указана на рисунке штриховой линией, соединяющей сплошные квадратики. Видно, что для малых значений чисел Рейнольдса  $Re < 30 \dots 40$  отсутствуют принципиальные от-

личия в значениях  $\bar{W}$ . С увеличением скорости осевого потока начинается интенсивное образование циркуляционных зон, локализованных вихревых структур и относительное смещение потока после изгибов в канале приводят к значительной интенсификации теплового потока из внешней среды в теплоноситель. Уровни тепловых потоков в зигзагообразном канале могут быть на 2 порядка выше в области значений чисел Рейнольдса  $Re = 400 \dots 650$  по сравнению со случаем прямолинейного канала без ставок, рассмотренным ранее.

#### 4.2. Влияние ширины сегментов канала на уровень тепловых потоков

На уровень тепловых потоков влияют не только образованные в канале поперечные компоненты скорости, но и локальные ускорения теплоносителя, вызванные сужением канала за счет введения системы симметричных вставок. Вероятно, аналогичный эффект в криволинейном канале можно получить за счет сужения отдельных его сегментов.

Определим влияние ширины  $d$  сегментов, расположенных на периферийной части зигзагообразного канала (рис.4.1) без вставок, на уровень тепловых потоков из внешней среды в теплоноситель. Сегменты, которые могут изменять свою ширину, располагаются в канале между вторым и третьим углами, четвертым и пятым углами.

Рис.4.7 иллюстрирует распределение функции тока  $\Psi(x,y)$  внутри канала с узким ( $d = 0.7$ ) сегментом при достижении течением стационарного режима ( $t = 300$ ) для двух значений чисел Рейнольдса  $Re = 40$  и  $Re = 150$ . На рисунке нанесено семейство линий тока равного уровня с шагом дискретизации  $\Delta\Psi = \Psi_{S2}/20$ .

Видно, что для малых чисел Рейнольдса  $Re$  течение плавно обтекает границы зигзагообразного канала. При этом происходит локальное ускорение теплоносителя в узкой части канала, и выход на обычный ламинарный режим течения в широких (обычных) частях канала. При увеличении продольной

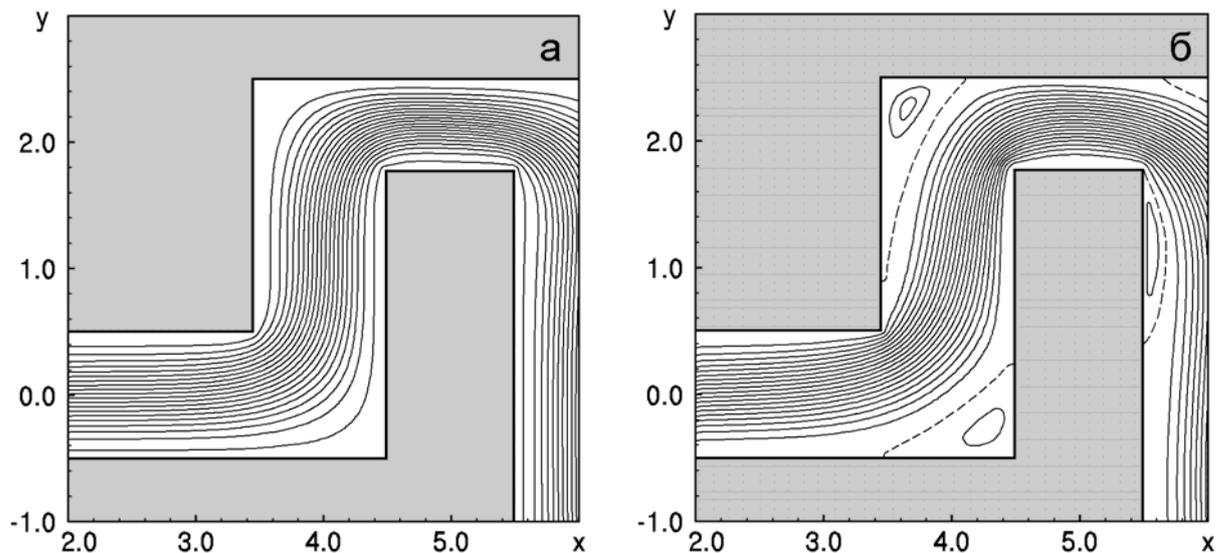


Рис.4.7. Распределение функции тока внутри канала с узкими сегментами при: а)  $Re = 40$ , б)  $Re = 150$

скорости теплоносителя начинают образовываться циркуляционные зоны течения, которые формируются в угловых зонах канала. Замкнутые линии тока внутри циркуляционных зон нанесены с шагом дискретизации  $\Delta\Psi = 0.01$ . Сравнение рис.4.7 и рис.4.2 для канала неизменной ширины показывает, что уменьшение отдельных сегментов канала приводит к некоторому уменьшению площадей циркуляционных зон, особенно в областях, которые граничат с узким сегментом.

Интересно отметить, что при сужении периферийных сегментов появляются новые циркуляционные зоны, которые формируются за внешним (третьим) углом канала. При ускоренном движении теплоносителя и появлении внешнего угла инерционные эффекты вместе с силами вязкости жидкости формируют циркуляционную зону. Образованию этой циркуляционной зоны способствовало локальное ускорение теплоносителя на предыдущем сегменте канала, инерционные и вязкие эффекты, которые проявляются при изменении направления движения жидкости.

При увеличении ширины сегмента канала проявляются аналогичные особенности в гидродинамике течения. На рис.4.8 показано распределение функции тока  $\Psi(x,y)$ , выполненное в аналогичном стиле, для канала с шириной сегмента  $d = 1.2$ . Видно, что и в этом случае образуются циркуляционные зоны в

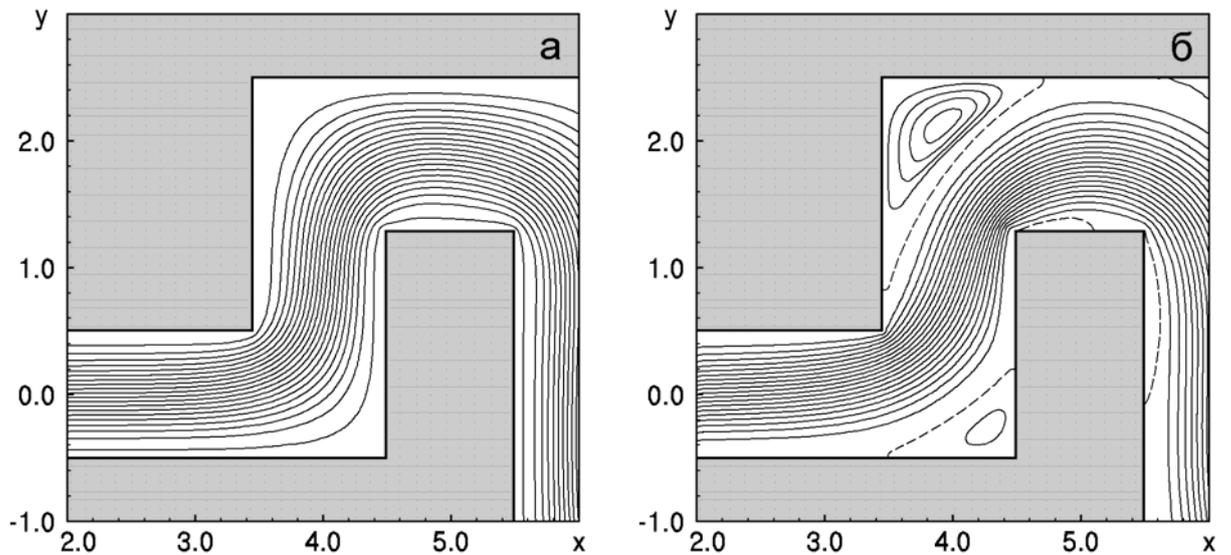


Рис.4.8. Распределение функции тока внутри канала с широкими сегментами при :а)  $Re = 40$ , б)  $Re = 150$

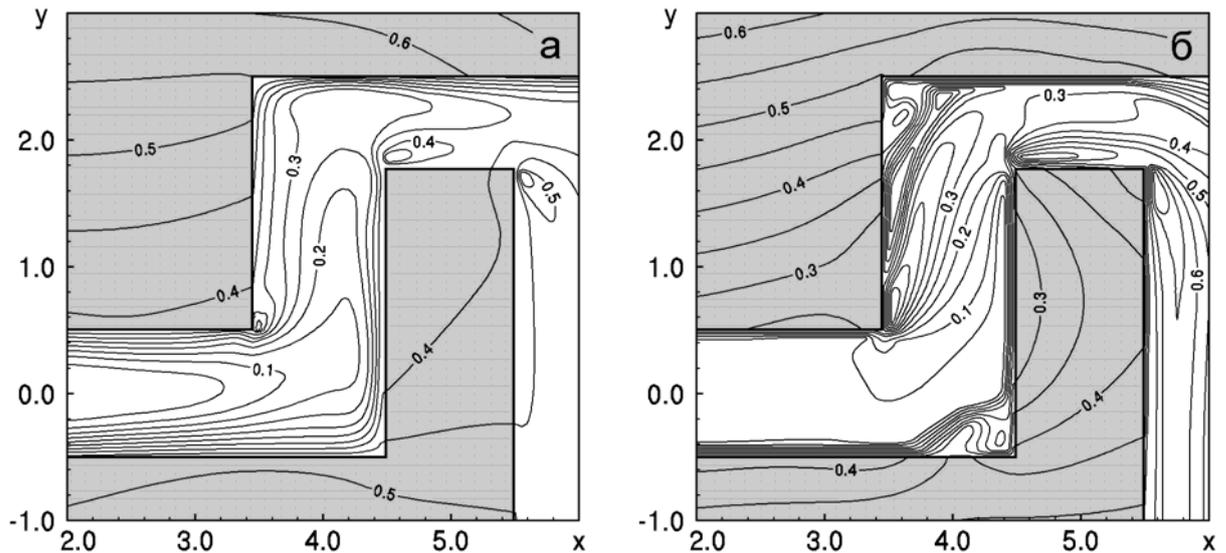


Рис.4.9. Распределение поля температур внутри канала с узкими сегментами при :а)  $Re = 40$ , б)  $Re = 150$

угловых областях зигзагообразного канала. Отличительной особенностью этого случая является формирование циркуляционной зоны после второго внешнего изгиба, в широкой части канала. Кроме того, видно, что в этом изгибе, во внутренней части, образуется большая циркуляционная зона по сравнению с узким каналом, рассмотренным ранее.

На рис.4.9 показано распределение температур  $Q(x,y)$  внутри зигзагообразного канала с узким сегментом для течений с числами Рейнольдса  $Re = 40$  и  $Re = 150$ . На рисунке нанесены изотермы с шагом дискретизации  $\Delta Q = 0.05$ .

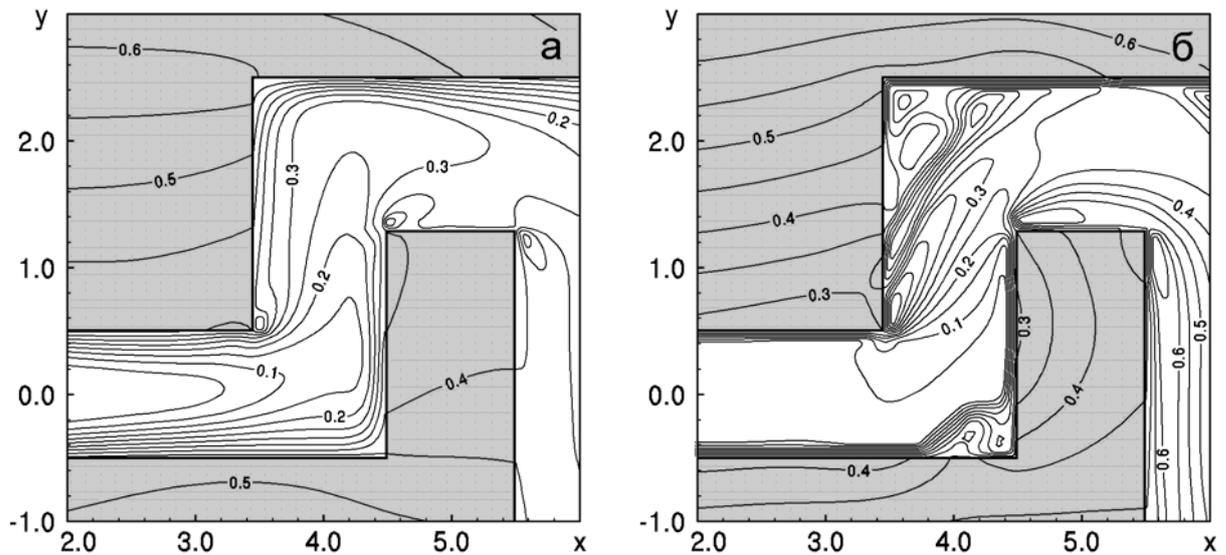


Рис.4.10. Распределение поля температур внутри канала с широкими сегментами при: а)  $Re = 40$ , б)  $Re = 150$

Видно, что на первом прямолинейном сегменте канала температура теплоносителя увеличивается симметрично за счет нагретых стенок. После первого поворота холодная жидкость по инерции приближается к правой (часть нижней) стенке, формируя высокий градиент поля температур. В дальнейшем осевой поток приближается к верхней стенке, образуя высокий тепловой поток из внешней среды в теплоноситель. В целом, можно заметить на рис.3.9а, что диффузионные тепловые потоки при медленном движении теплоносителя успевают выровнять поле температур в поперечном сечении канала.

При увеличении продольной скорости теплоносителя быстрое движение жидкости не позволяет диффузионным тепловым потокам выровнять поле температур внутри зигзагообразного канала. В этом случае наиболее заметными являются нагретые циркуляционные зоны и высокий градиент температур, которые возникает около границ, к которым по инерции, после поворота, основное течение приближается к твердой поверхности.

На рис.4.10 показано аналогичное распределение температур  $Q(x,y)$  внутри зигзагообразного канала с широкими сегментами. Сравнение рис.4.9 и рис.4.10 для соответствующих значений чисел Рейнольдса  $Re$  позволяет сделать вывод о том, что изменение ширины отдельных сегментов канала не ме-

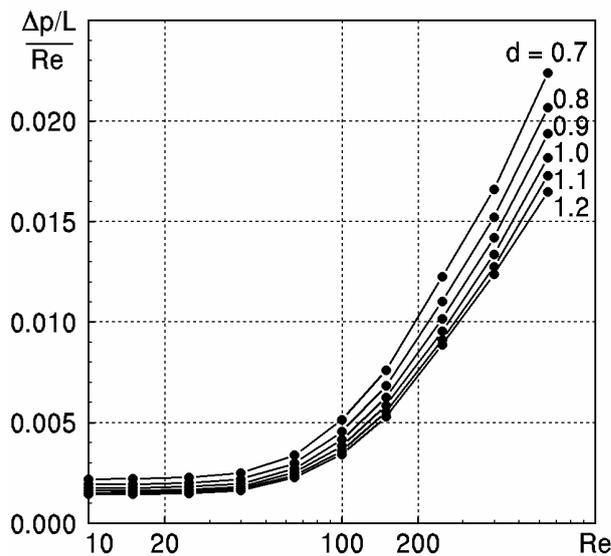


Рис.4.11. Зависимость усредненного градиента поля давления внутри канала с различной шириной сегментов от значений числа Рейнольдса  $Re$

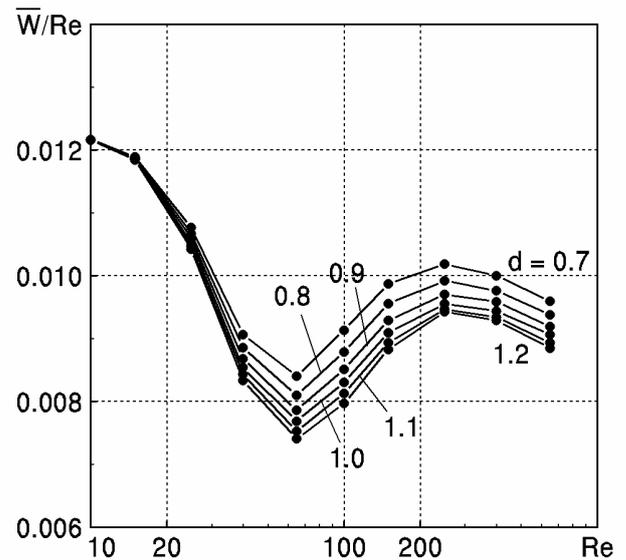


Рис.4.12. Зависимость усредненного теплового потока через границы в канале с различной шириной сегментов от значений  $Re$

няют качественную картину распределения температур внутри зигзагообразного канала.

Этот вывод подтверждают зависимости усредненного по длине канала градиента давления  $\Delta p/L$  (рис.4.11) и усредненного по длине границ канала потока тепла  $\bar{W}$  (рис.4.12) для каналов с различной шириной сегментов при изменении скорости теплоносителя. В целом, проявляется характерная тенденция: при уменьшении ширины сегмента увеличивается перепад давлений, который необходимо приложить к каналу, а также увеличивается уровень тепловых потоков из внешней среды в теплоноситель. Анализ численных данных показывает, что зависимости имеют незначительное влияние при изменении ширины третьего и пятого сегментов зигзагообразных каналов.

Таким образом, можно сделать вывод о том, что изменение ширины сегментов зигзагообразных каналов не приводят к определенному увеличению уровня теплопередачи по сравнению с каналом с фиксированной шириной сегментов.

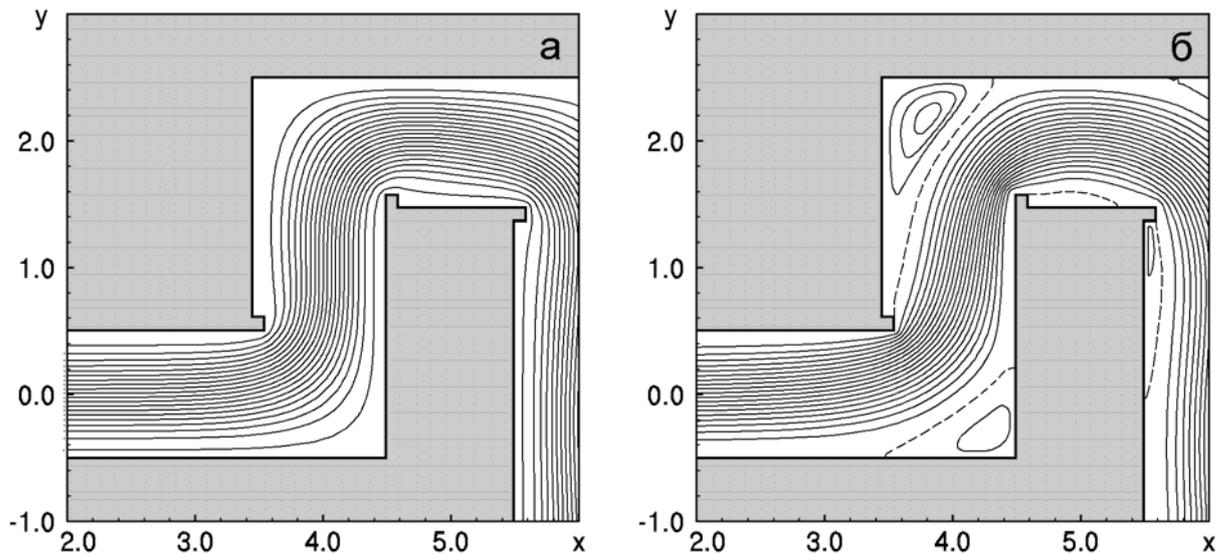


Рис.4.13. Распределение поля функции тока внутри канала  $A$  со вставками  $h = 0.1$  при: а)  $Re = 40$ , б)  $Re = 150$

### 4.3. Анализ особенностей процессов теплопередачи в канале с системой несимметричных вставок

Исследования, проведенные в предыдущем разделе работы, показали, что различные системы вставок в прямолинейном канале способствуют формированию потока теплоносителя в поперечном сечении канала. Такое течение может существенно повысить уровень тепловых потоков из внешней среды в теплоноситель.

Аналогичный результат следует ожидать при изучении тепловых потоков в зигзагообразном канале, внутри которого помещается система вставок с различной геометрией. Рассмотрим сначала канал с системой несимметричных вставок (канал  $A$ ), помещенных на внешних угловых поверхностях (рис.4.1). Каждая вставка имеет высоту  $h$  и ширину  $c = 0.1$ .

На рис.4.13 показано распределение функции тока  $\Psi(x,y)$  внутри канала со вставками высотой  $h = 0.1$  для течений с числами Рейнольдса  $Re = 40$  и  $Re = 150$ . Рисунок выполнен в аналогичном стиле по отношению к рис.4.2. Внутри циркуляционных зон линии тока построены с шагом дискретизации  $\Delta\Psi = 0.01$ . Видно, что для течений с малой продольной скоростью теплоносителя распределение функции тока практически не отличается. При увеличении числа Рей-

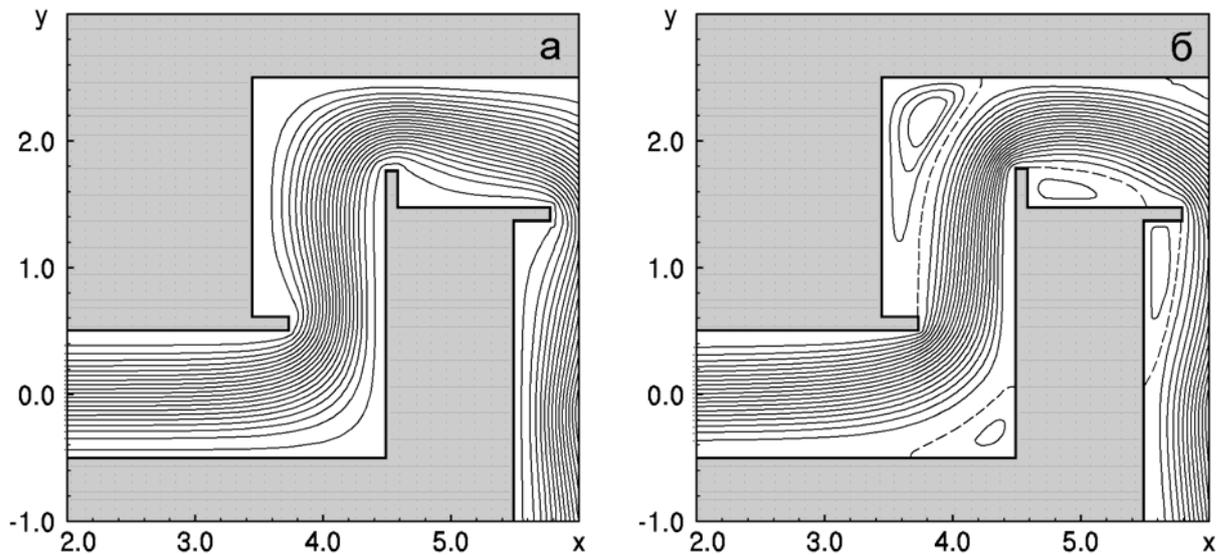


Рис.4.14. Распределение поля функции тока внутри канала  $A$  со вставками  $h = 0.3$  при :а)  $Re = 40$ , б)  $Re = 150$

нольдса  $Re$  система угловых вставок начинает способствовать образованию циркуляционных зон, которые располагаются в угловых зонах зигзагообразного канала. Площадь циркуляционных зон в течении со вставками превышает площади соответствующих циркуляционных зон в канале без вставок. Исследования показывают, что скорость движения жидкости внутри циркуляционных зон в канале со вставками больше по сравнению со случаем на рис.4.2. Интересно отметить, что структура и размеры циркуляционной зоны в первом угле рассматриваемых каналов практически не отличаются.

Увеличение высоты вставок приводит к заметному уменьшению эффективной ширины канала и ускорению потока теплоносителя в узких частях канала. Это приводит к формированию системы циркуляционных зон в областях, расположенных за вставками. Характерное распределение функции тока  $\Psi(x,y)$  показано на рис.4.14, на котором нанесено семейство линий тока равного уровня с шагом дискретизации  $\Delta\Psi = \Psi_{S2}/20$ . Исследования показывают, что в этом случае циркуляционные течения в угловых областях имеют скорости течения, значительно большие по сравнению со скоростями теплоносителя в циркуляционных зонах прямолинейного канала. Однако, модули скоростей жидкости внутри циркуляционных зон примерно на порядок меньше скорости основного потока.

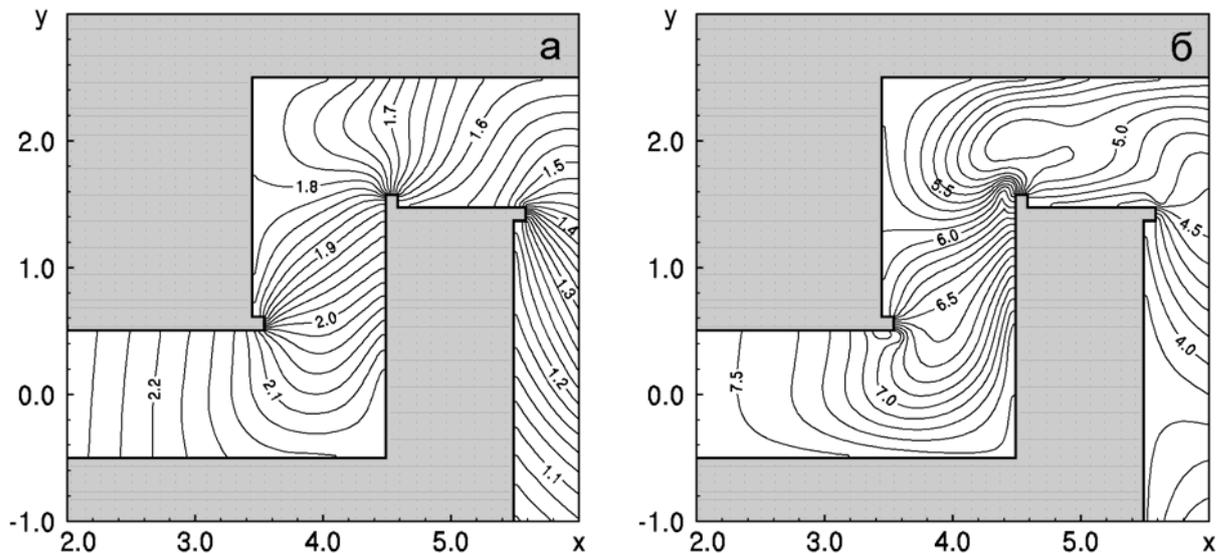


Рис.4.15. Распределение поля давления внутри канала  $A$  со вставками  $h = 0.1$  при :а)  $Re = 40$ , б)  $Re = 150$

Усложнение структуры течения в канале со вставками приводит к заметным изменениям структуры поля давления. На рис.4.15 показано распределение поля давления  $p(x,y)$  внутри зигзагообразного канала со вставками высотой  $h = 0.1$  для течений с числами Рейнольдса  $Re = 40$  и  $Re = 150$ . Анализ численных результатов показывает, что несимметричность канала и несимметричность системы вставок приводят к заметному изменению структуры поля давления. Наибольший градиент поля давления формируется около вершин вставок. Меньше всего градиент поля давления изменяется в угловых циркуляционных зонах рассматриваемого течения.

Сложное гидродинамическое течение внутри зигзагообразного канала приводит к образованию множества областей, в которых имеет место поперечная компонента скорости теплоносителя. В этом случае конвективные тепловые потоки способствуют выравниванию температур внутри канала. На рис.4.16 показано распределение температур  $Q(x,y)$  в течениях, соответствующих рис.4.13. На рисунке показаны изотермы поля температур с шагом дискретизации  $\Delta Q = 0.02$  (рис.4.16,а) и  $\Delta Q = 0.1$  (рис.4.16,б).

Анализ численных данных показывает, что система вставок в зигзагообразном канале способствует образованию циркуляционных зон, нагретых стенками течения. При увеличении скорости теплоносителя, нагретые зоны

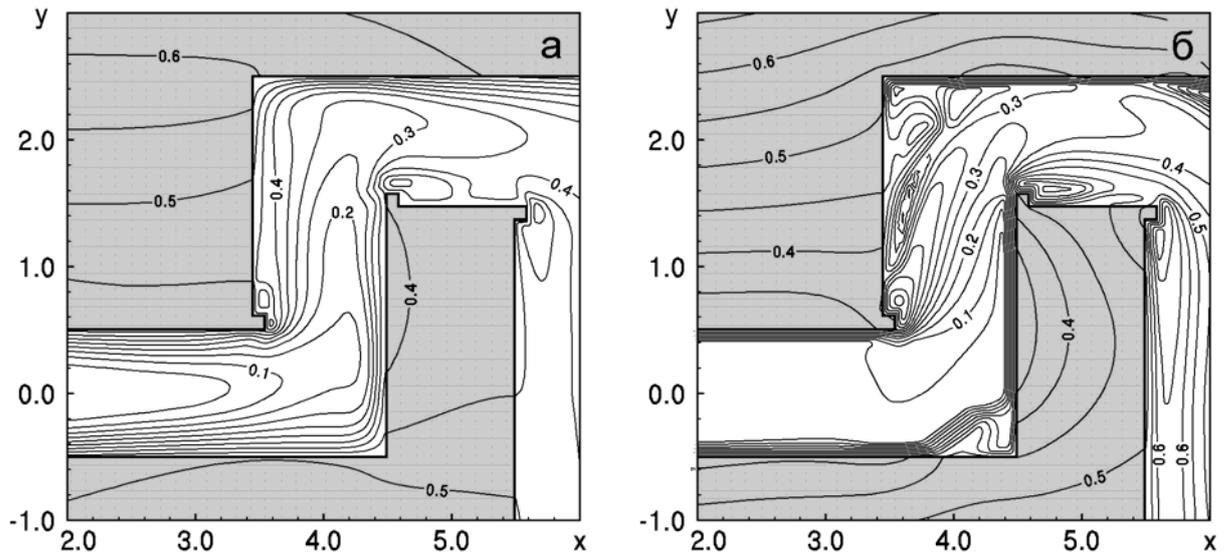


Рис.4.16. Распределение поля температур внутри канала  $A$  со вставками  $h = 0.1$  при :а)  $Re = 40$ , б)  $Re = 150$

сносятся основным потоком, и диффузионные эффекты в жидкости постепенно выравнивают поле температур внутри зигзагообразного канала. Наиболее характерный пример такого эффекта показан на рис.4.16,б. Фактически, нагретая жидкость в области после первой вставки достигает второй циркуляционной зоны. Заметим, что при  $Re = 150$  циркуляционные зоны являются квазистационарными. Это значит, что эти зоны попеременно вовлекают в свое течение часть жидкости из внешнего потока, и столько же жидкости выталкивают в основной поток, развивающийся в осевой части канала.

Более интенсивно эти эффекты проявляются в канале с большими по высоте вставками. Рис.4.17 иллюстрирует распределение температур  $Q(x,y)$  внутри канала со вставками высотой  $h = 0.3$  для аналогичных значений чисел Рейнольдса  $Re$ . Здесь следует обратить внимание на большие циркуляционные зоны после вставок, температура жидкости в которых значительно выше температуры основного потока за счет постоянного диффузионного нагрева от стенок. В целом, можно заметить общую тенденцию: с увеличением скорости теплоносителя в зигзагообразном канале теплоноситель нагревается значительно быстрее. Следовательно, в этом случае тепловые потоки из внешней среды в жидкость будут увеличиваться.

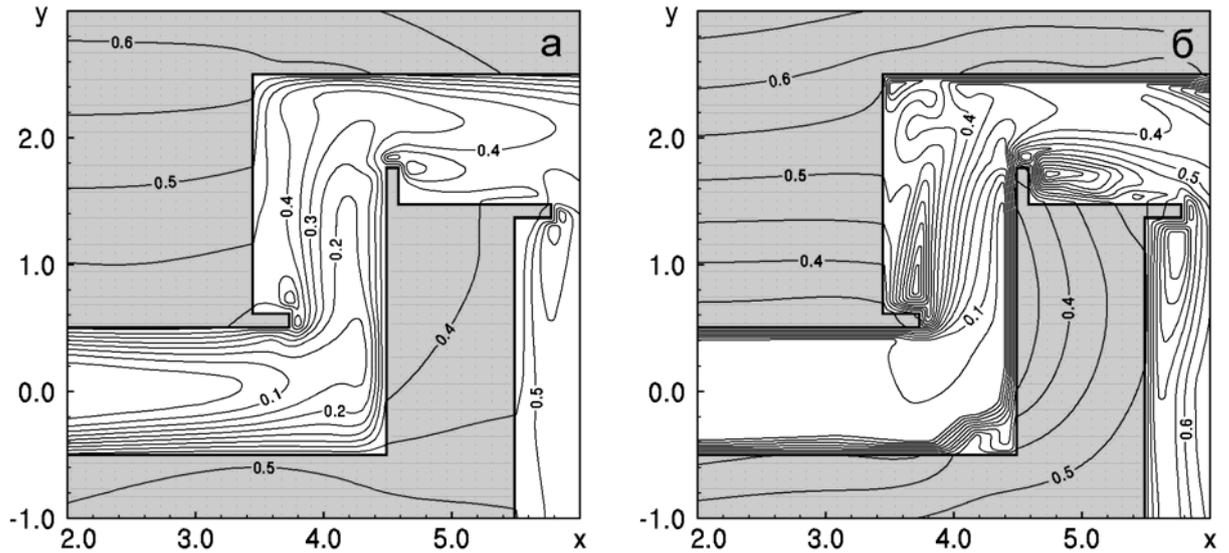


Рис.4.17. Распределение поля температур внутри канала  $A$  со вставками  $h = 0.3$  при :а)  $Re = 40$ , б)  $Re = 150$

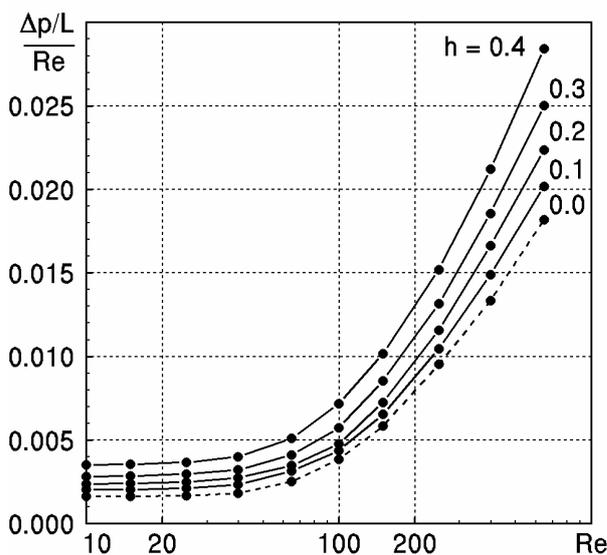


Рис.4.18. Зависимость усредненного градиента поля давления внутри канала  $A$  с различными высотами вставок от значений числа Рейнольдса  $Re$

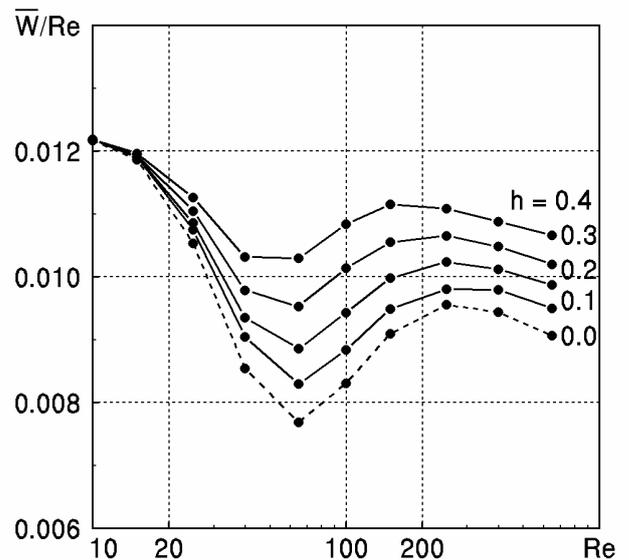


Рис.4.19. Зависимость усредненного теплового потока через границы в канале  $A$  с различными высотами вставок от значений  $Re$

На рис.4.18 показана зависимость перепада давлений, прикладываемых к каналу для формирования заданной продольной скорости теплоносителя. Для разных значений высот  $h$  вставок. Случай  $h = 0.0$  (пунктирная линия, соединяющая сплошные кружочки) соответствует зигзагообразному каналу без вставок. С увеличением высоты вставок необходимо прикладывать большее давление. Абсолютные значения величин давления отличаются для кривых на

малую величину, поскольку большая часть энергии потока теплоносителя тратится на изменение направления его движения по зигзагообразному каналу.

Рис.4.19 иллюстрирует зависимость усредненного по границам уровня теплового потока  $\bar{W}$  из внешней среды в теплоноситель в зигзагообразном канале со вставками различной высоты. Рисунок выполнен в аналогичном стиле и обозначениях по отношению к рис.4.18. Видно, что применение вставок в криволинейном канале позволяет увеличить уровни тепловых потоков из внешней среды в теплоноситель. Однако увеличение высоты вставок в 4 раза ( $h = 0.1 \dots 0.4$ ) приводит к увеличению уровня тепловых потоков на 10...15% в диапазоне чисел Рейнольдса  $Re = 80 \dots 650$ .

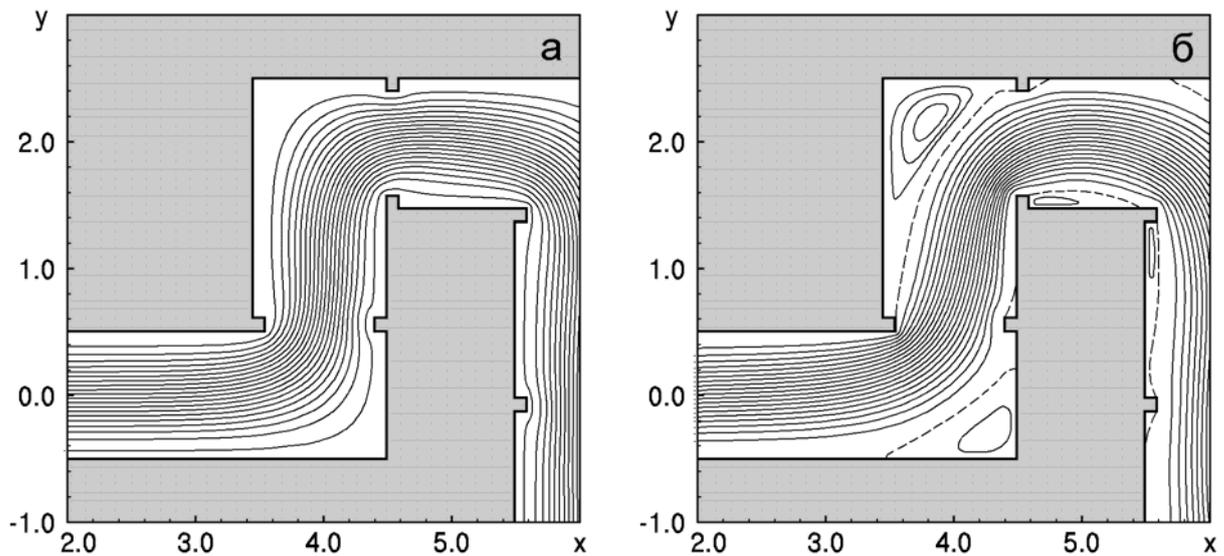
#### **4.4. Влияние высоты вставок на процессы теплопередачи в канале с системой симметричных вставок**

Исследования, проведенные для прямолинейного канала, показали, что внесение системы вставок позволяет значительно увеличить уровни тепловых потоков из внешней среды в теплоноситель. Определенный интерес представляет влияние системы симметричных вставок внутри зигзагообразного канала. Зигзагообразный канал с системой симметричных вставок, расположенных после изломов, условно назовем канал  $B$  (смотри рис.4.1 для деталей).

##### **Зигзагообразный канал $B$**

Рассмотрим канал  $B$  с системой симметричных вставок шириной  $s = 0.1$  и высотой  $h = 0.1 \dots 0.3$  в диапазоне числе Рейнольдса  $Re = 10 \dots 650$ . Необходимо выяснить особенности гидродинамики течений внутри канала, и тепловых потоков через ограничивающие поверхности.

На рис.4.20 показано распределение функции тока  $\Psi(x,y)$  внутри зигзагообразного канала с системой симметричных вставок высотой  $h = 0.1$  для продольных скоростей теплоносителя, которые соответствуют значениям чисел Рейнольдса  $Re = 40$  и  $Re = 150$ . Кривые соответствуют моментам времени  $t =$



*Рис.4.20. Распределение поля функции тока внутри канала  $B$  со вставками  $h = 0.1$  при: а)  $Re = 40$ , б)  $Re = 150$*

300. На рисунках нанесено семейство линий тока равного значения с равномерной дискретизацией  $\Delta\Psi = \Psi_{S2}/20$ . Видно, что для медленных ламинарных течений система малых ( $h = 0.1$ ) вставок не меняет общую качественную картину течения в канале. С увеличением продольной скорости в канале начинают появляться циркуляционные зоны в угловых зонах канала и в областях за вставками. Характерный пример распределения поля функции тока для числа Рейнольдса  $Re = 150$  показан на рис.4.20,б. Замкнутые линии тока в циркуляционных зонах нанесены с шагом дискретизации  $\Delta\Psi = 0.01$ . Предельные линии тока показаны на рисунках штриховой линией.

С увеличением высоты вставок размеры циркуляционных зон увеличиваются и могут занимать практически всю область границ между вставками. На рис.4.21 показано аналогичное распределение поля функции тока  $\Psi(x,y)$  в канале со вставками высотой  $h = 0.3$ . Видно, что циркуляционные зоны в течении образуются даже при малых значениях чисел Рейнольдса  $Re$ . При этом заметно уменьшается эффективная ширина канала. В областях, в которых течение в канале меняет свое направление, образуется достаточно большая циркуляционная зона, где жидкость движется со скоростью, примерно на порядок меньше продольной скорости течения теплоносителя.

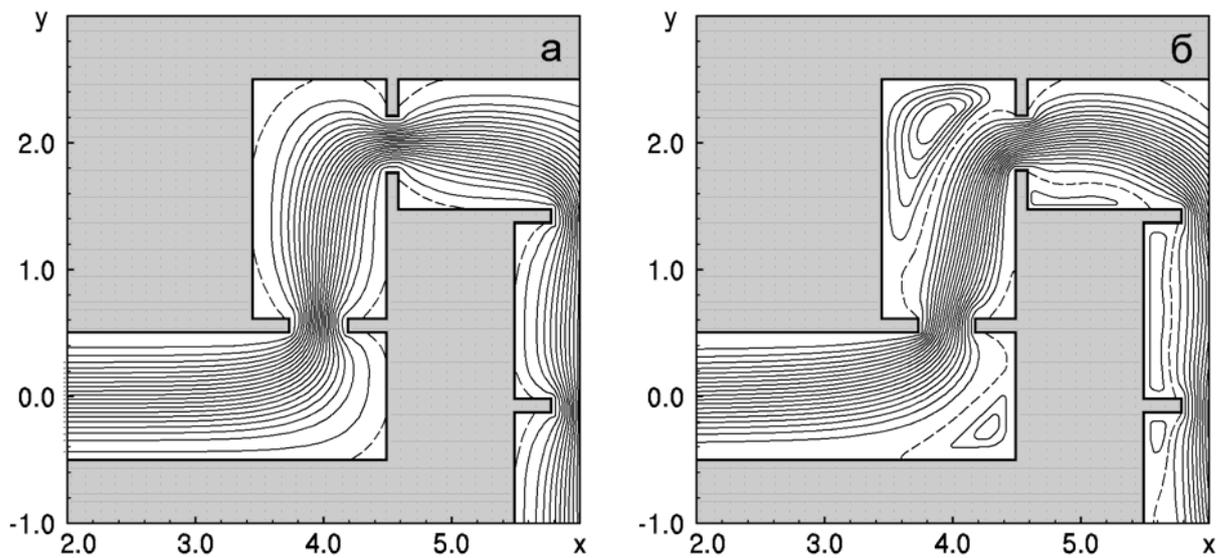


Рис.4.21. Распределение поля функции тока внутри канала B со вставками  $h = 0.3$  при: а)  $Re = 40$  б)  $Re = 150$

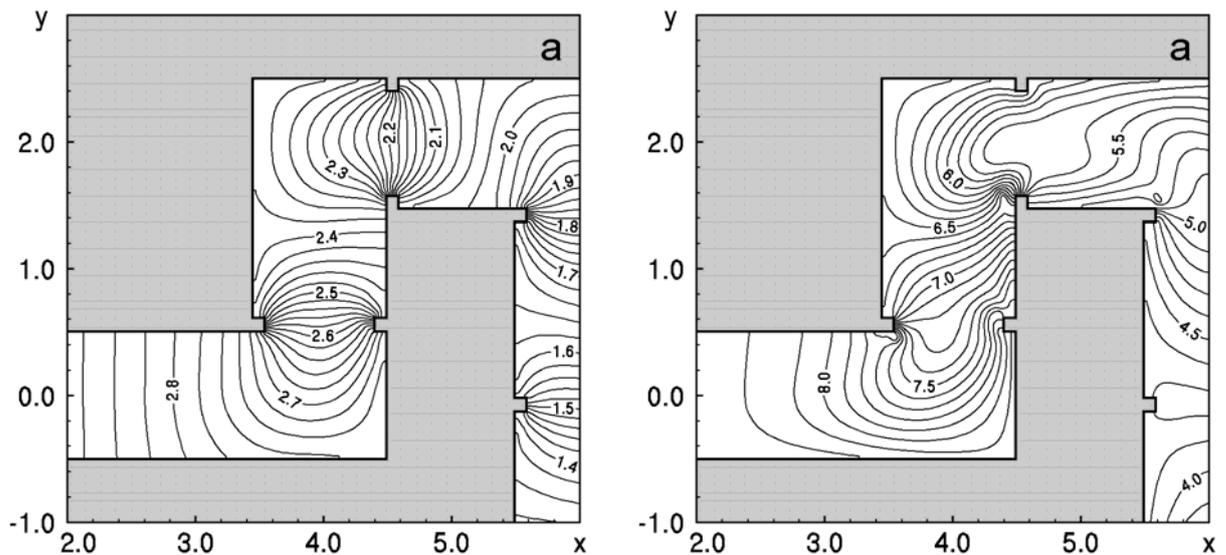


Рис.4.22. Распределение поля давления внутри канала B со вставками  $h = 0.1$  при: а)  $Re = 40$ , б)  $Re = 150$

Отметим, что при больших значениях чисел Рейнольдса  $Re$  и высоких вставках, течения в циркуляционных зонах становятся квазистационарными. Границы циркуляционных зон начинают периодически смещаться, формируя отличный от нуля поток жидкости из циркуляционной зоны в осевой поток, и наоборот.

На рис.4.22 показано распределение поля давления  $p(x,y)$  при достижении стационарного режима течения в момент времени  $t = 300$  для течения, которое развивается в канале со вставками высотой  $h = 0.1$ . Рисунки соответствуют

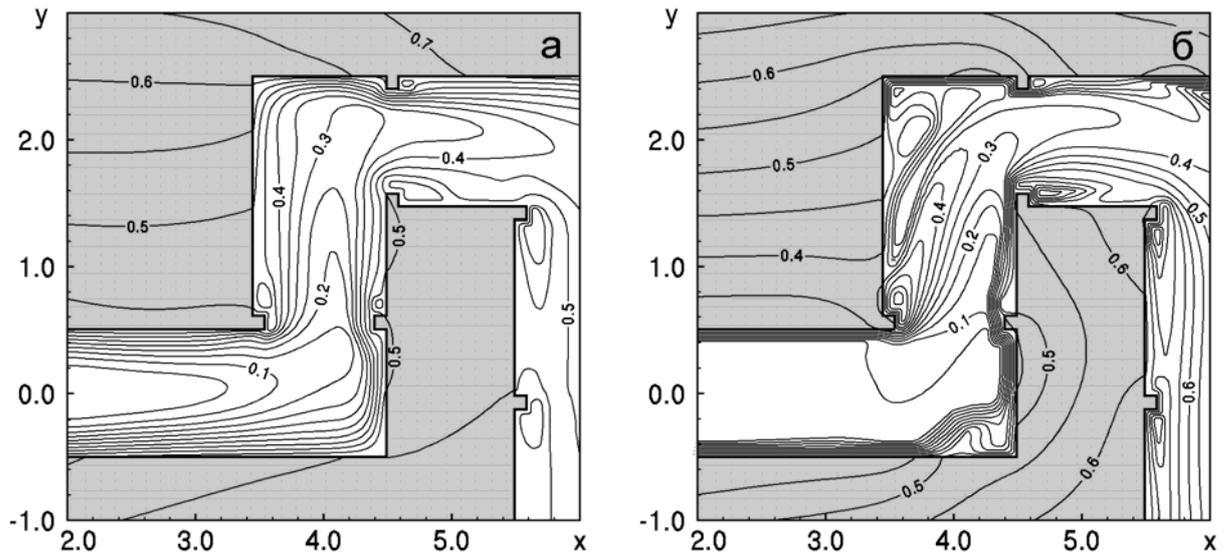


Рис.4.23. Распределение поля температур внутри канала  $B$  со вставками  $h = 0.1$  при: а)  $Re = 40$ , б)  $Re = 150$

распределениям поля функции тока, показанным на рис.4.20. Видно, что наибольший градиент поля давления формируется в областях, прилегающих к вставкам. С другой стороны, сложная картина течения при числах Рейнольдса  $Re = 150$  образует достаточно сложное распределение поля давления внутри канала. Следует отметить, что с увеличением продольной скорости течения и высоты вставок в канале увеличивается разность давлений, которую необходимо приложить к входу и выходу канала.

Сложное течение теплоносителя, которое обладает интенсивными поперечными компонентами скоростей в различных областях течения, приводит к выравниванию температур внутри канала. На рис.4.23 показано распределение температур  $Q(x,y)$ , которое образуется на входе канала в момент времени  $t = 300$ , для значения высоты вставок  $h = 0.1$ . На рисунках нанесено семейство изобар течения с шагом дискретизации  $\Delta p = 0.02$  (рис.4.23,а для  $Re = 40$ ) и  $\Delta p = 0.1$  (рис.4.23,б для  $Re = 150$ ).

Видно, что в канале, по мере увеличения продольной скорости теплоносителя, увеличивается градиент поля температур около ограничивающих поверхностей. Эта особенность поля температур характерна на входном сегменте канала при больших значениях чисел Рейнольдса  $Re$ . Для этого случая ха-

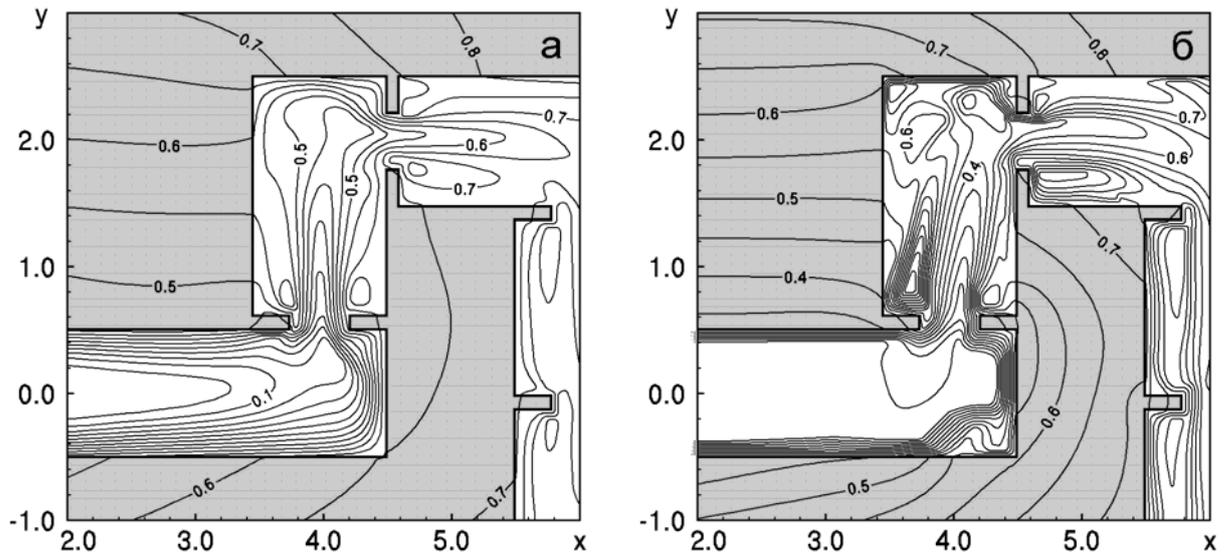


Рис.4.24. Распределение поля температур внутри канала  $B$  со вставками  $h = 0.3$  при: а)  $Re = 40$ , б)  $Re = 150$

рактенно наличие интенсивного конвективного переноса нагретой жидкости от вставок канала. Одновременно, квазистационарность угловых циркуляционных зон приводит к выносу части нагретой жидкости в осевое течение. Всё это приводит к достаточно интенсивному выравниванию температур внутри зигзагообразного канала.

С увеличением высоты вставок в канале выравнивание температур происходит более интенсивно. Нагретые стенками вставки формируют интенсивный тепловой поток не только в циркуляционные зоне, в которых жидкость движется достаточно медленно, но и в основном потоке, в котором формируются диффузионные тепловые потоки, выравнивающие поле температур по мере движения теплоносителя по каналу. Характерный случай показан на рис.4.24, на котором представлено поле температур в канале с высокими ( $h = 0.3$ ) вставками для значений чисел Рейнольдса  $Re = 40$  и  $Re = 150$ . Рисунок выполнен в аналогичном стиле по отношению к рис.4.23 для канала с меньшими по высоте вставками.

На рис.4.25 показана зависимость усредненного по длине градиента давления  $\Delta p/L$ , который необходимо приложить к каналу для формирования течения с заданной продольной скоростью на его входе, от значений числа Рей-

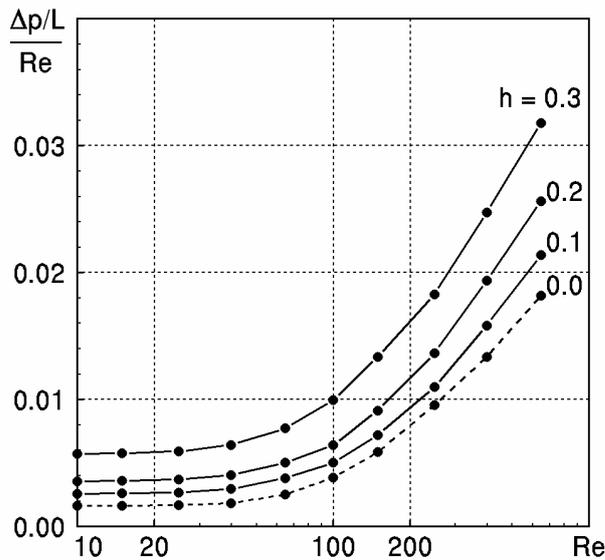


Рис.4.25. Зависимость усредненного градиента поля давления внутри канала  $B$  с различными высотами вставок от значений числа Рейнольдса  $Re$

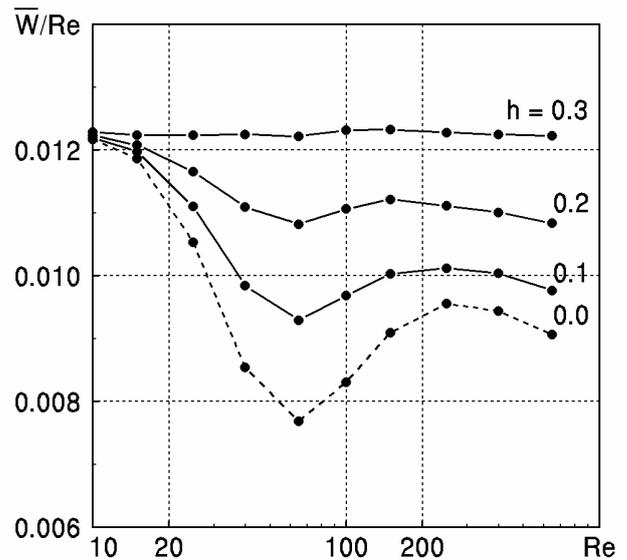


Рис.4.26. Зависимость усредненного теплового потока через границы в канале  $B$  с различными высотами вставок от значений  $Re$

нольдса  $Re$ . На рисунке показаны зависимости для высот вставок  $h = 0.1, 0.2$  и  $0.3$ . Штриховой линией, соединяющей кружочки, на рисунке показана зависимость для канала без вставок (смотри рис.4.6). Видно, что наличие в канале системы вставок увеличивает перепад давлений. Например, для вставок высотой  $h = 0.3$  давление может быть увеличено почти в 1.5 раза. Исследования показывают, что перепад давлений зависит не только от высоты вставок в канале, но и от их количества.

На рис.4.26 показана зависимость усредненного по длине границ канала уровня теплового потока  $\bar{W}$  из внешней среды в теплоноситель от значений числа Рейнольдса  $Re$  для различных высот вставок в канале  $B$ . Рисунок выполнен в аналогичном стиле по отношению к рис.4.25. Видно, что с увеличением высоты вставок уровень теплового потока увеличивается. Наибольший эффект достигается при  $Re = 40 \dots 100$ . Например, при скорости осевого потока, соответствующего числу Рейнольдса  $Re = 65$  уровень теплового потока может быть увеличен примерно на 60% по сравнению с тепловым потоком в аналогичном зигзагообразном канале без вставок.

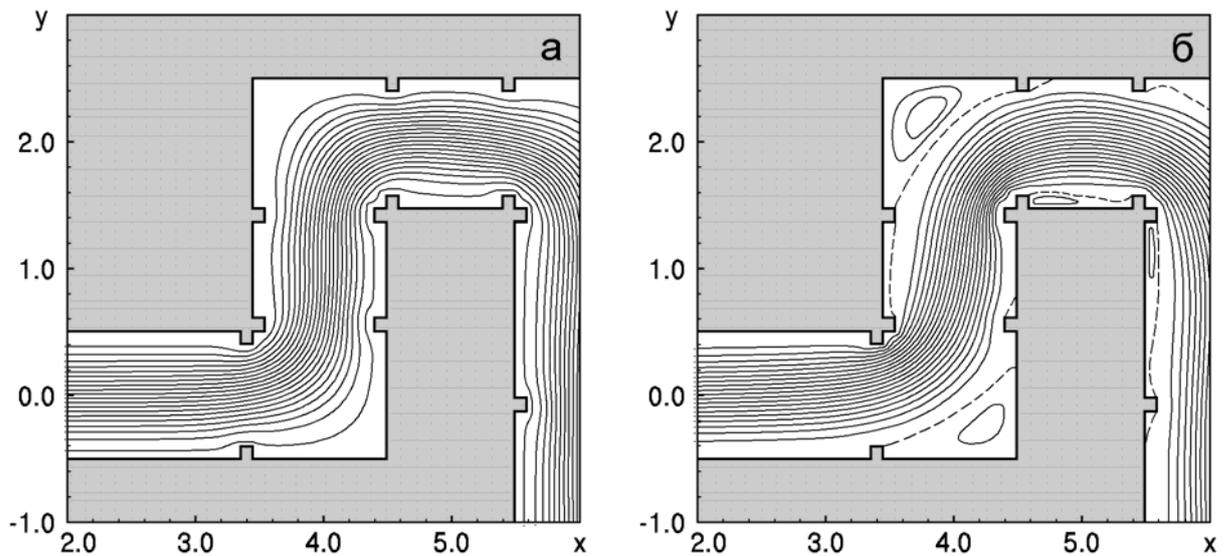


Рис.4.27. Распределение поля функции тока внутри канала  $C$  со вставками  $h = 0.1$  при: а)  $Re = 40$ , б)  $Re = 150$

### Зигзагообразный канал $C$

Канал  $C$  имеет большее количество вставок, которые располагаются около каждого изгиба основного канала (рис.4.1). Увеличение вставок приводит к увеличению процессов переноса скалярных полей внутри течения теплоносителя. Это может привести к улучшенному выравниванию температур в канале и, как результат, к повышенному уровню теплопередачи из внешней среды в теплоноситель.

Результаты численного моделирования показаны на рис.4.27, на котором нанесено распределение линий равного уровня поля функции тока  $\Psi(x,y)$  в канале  $C$  со вставками высотой  $h = 0.1$  с момент времени  $t = 300$ . Линии уровня показаны с шагом дискретизации  $\Delta\Psi = \Psi_{S2}/20$  с обозначениями, принятыми ранее. Видно, что для течений с малым числом Рейнольдса  $Re$  наличие системы вставок не приводит к качественному изменению структуры течения внутри канала. Жидкость плавно обтекает вставки. Циркуляционные зоны в этом течении не обнаружены.

При увеличении скорости осевого течения начинают формироваться циркуляционные зоны. Наибольшего размера циркуляционные зоны достигают в угловых зонах канала. Исследования показывают, что распределение полей

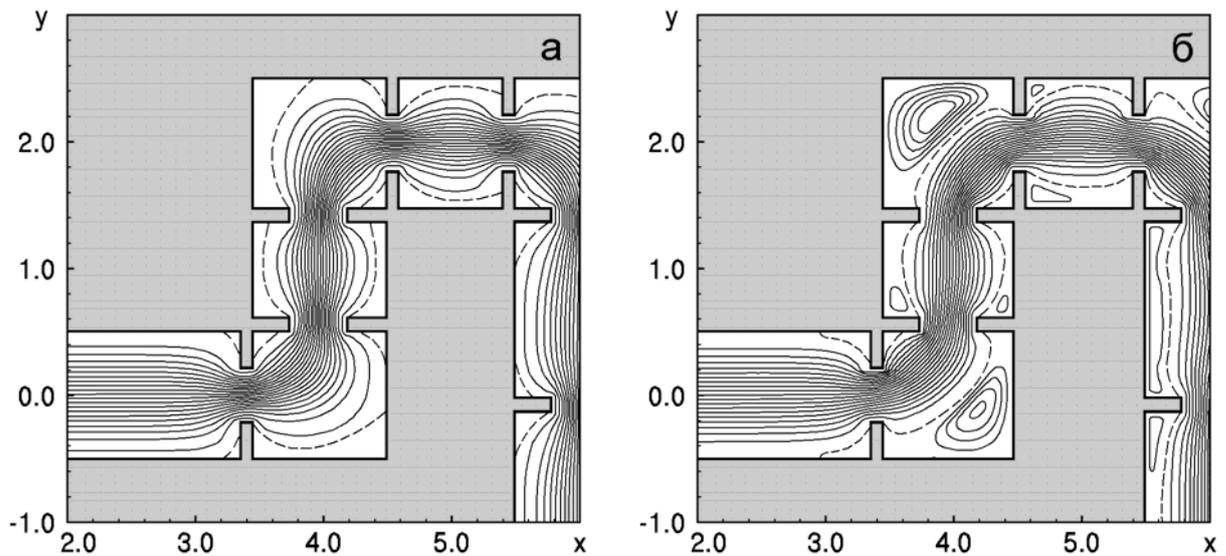


Рис.4.28. Распределение поля функции тока внутри канала  $C$  со вставками  $h = 0.3$  при: а)  $Re = 40$ , б)  $Re = 150$

скорости в этих зонах имеют мало отличий по сравнению с каналом  $B$  (рис.4.20,б). В частности, распределение поля функции тока внутри циркуляционной зоны на первом изгибе канала являются в первом приближении одинаковыми в обоих случаях. На втором изгибе циркуляционная зона формируется между вставками. По этой причине площадь второй циркуляционной зоны в канале  $C$  меньше по сравнению с каналом  $B$ .

Обтекание вставок большей высоты способствует более интенсивному процессу образования циркуляционных зон внутри канала. На рис.4.28 показано распределение поля функции тока  $\Psi(x,y)$  в канале со вставками высотой  $h = 0.3$  для аналогичных значений чисел Рейнольдса. Сравнение данных на рис.4.21 с результатами, показанными на рис.4.28 позволяет заключить, что увеличение высоты вставок в канале  $C$  значительно изменяет структуру поля течения. Циркуляционные зоны, даже при малых значениях чисел Рейнольдса, начинают замыкаться между вставками. Исследования показывают, что в канале  $C$  быстрее наступает квазистационарное течение внутри циркуляционных зон по мере увеличения скорости осевого потока по сравнению с другими зигзагообразными каналами.

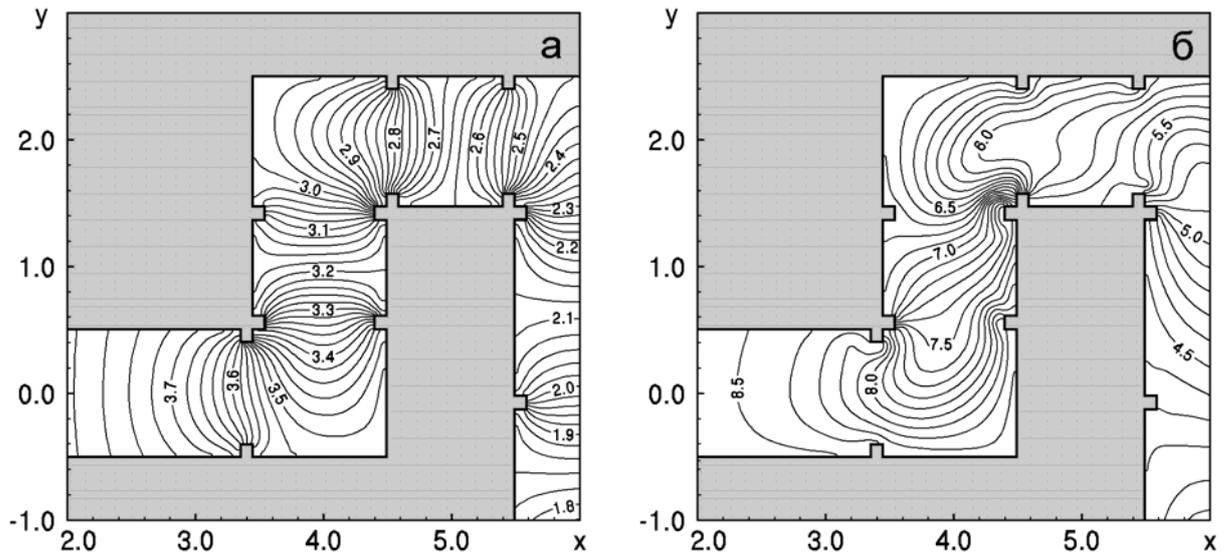


Рис.4.29. Распределение поля давления внутри канала  $C$  со вставками  $h = 0.1$  при: а)  $Re = 40$ , б)  $Re = 150$

На рис.4.29 показано распределение поля давления  $p(x,y)$  внутри зигзагообразного канала  $C$  (при  $h = 0.1$ ) в момент времени  $t = 300$ , при котором внутри канала сформировалось стационарное течение. На рисунках нанесено семейство изобар с шагом дискретизации  $\Delta p = 0.2$  (рис.4.29,а) и  $\Delta p = 0.1$  (рис.4.29,б). Исследования показывают, что в канале с большим числом вставок происходит сложное перераспределение поля давления. Наибольший градиент поля давления образуется в областях течения, прилегающих к вставкам.

Криволинейный канал довольно интенсивно формирует потоки жидкости в направлении стенок. Эта общая для зигзагообразного канала тенденция проявляется не только в формировании циркуляционных зон в угловых зонах, в областях до и после вставок, но и заметным смещением осевого потока в углах канала по инерции движения.

Рис.4.30 иллюстрирует распределение температур  $Q(x,y)$  внутри канала  $C$  со вставками высотой  $h = 0.1$  для течений с числами Рейнольдса  $Re = 40$  и  $Re = 150$  при достижении стационарного теплового режима. На рисунке нанесены изотермы с шагом дискретизации  $\Delta Q = 0.05$ . Видно, что на первом прямолинейном сегменте канала температура теплоносителя увеличивается симметрично за счет нагретых стенок. После первого поворота холодная жидкость по

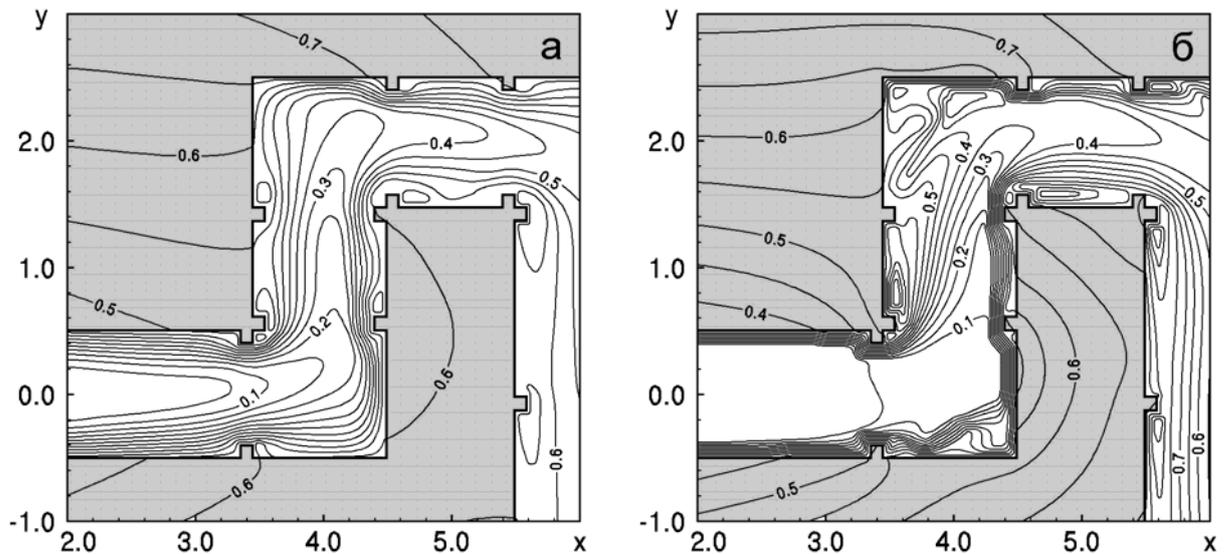


Рис.4.30. Распределение поля температур внутри канала  $C$  со вставками  $h = 0.1$  при: а)  $Re = 40$ , б)  $Re = 150$

инерции приближается к правой стенке, формируя высокий градиент поля температур около стенки. Исследования показывают, что диффузионные тепловые потоки при медленном движении теплоносителя успевают выровнять поле температур в поперечном сечении канала. Увеличение продольной скорости течения жидкости приводит к появлению более высоких значений градиента поля температур около ограничивающих поверхностей. При этом внутри канала формируются интенсивные конвективные тепловые потоки, которые перемешивают области холодной и нагретой жидкости. Наиболее интенсивно эти процессы протекают во втором угле зигзагообразного канала.

Увеличение высоты вставок в канале  $C$  приводит к более интенсивному процессу теплообмена между внешней средой и жидким теплоносителем. При этом имеет место не только образование высоких градиентов поля температур около ограничивающих поверхностей канала, но и интенсивные диффузионные тепловые потоки, которые стараются выровнять температур внутри теплоносителя. Характерный случай показан на рис.4.31, на котором продемонстрировано распределение температур  $Q(x,y)$  внутри канала  $C$  со вставками высотой  $h = 0.3$  для аналогичных значений продольной скорости течения. Интересно отметить, что при больших числах Рейнольдса  $Re$  внутри осевого тече-

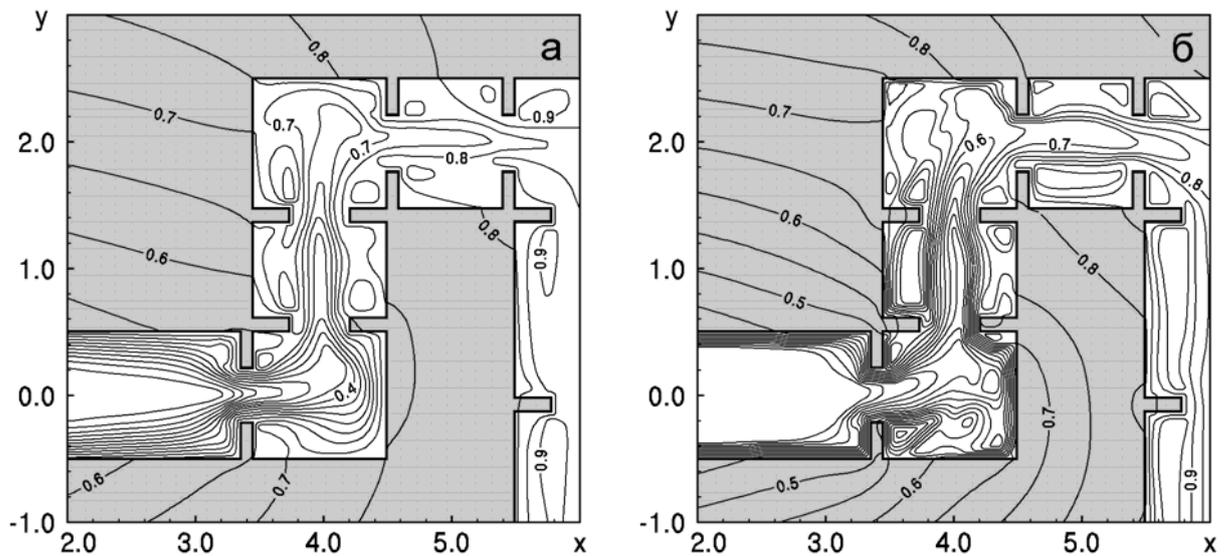


Рис.4.31. Распределение температур внутри канала  $C$  со вставками  $h = 0.3$  при: а)  $Re = 40$ , б)  $Re = 150$

ния имеют место области с разными температурами в широком диапазоне значений. Однако, по мере продвижения жидкости вдоль канала, диапазон температур в теплоносителе постепенно уменьшается, а температура жидкости постепенно выравнивается. Это приводит к формированию высокого градиента поля температур около ограничивающей поверхности и, как результат, к высоким значениям тепловых потоков из внешней среды в теплоноситель.

На рис.4.32 показана зависимость перепада давлений  $\Delta p/L$ , прикладываемых к каналу  $C$  для формирования заданной продольной скорости теплоносителя, для разных значений высот  $h$  вставок. Пунктирной линией, соединяющей кружочки, показана зависимость для канала без вставок. Видно, что с увеличением высоты вставок необходимо прикладывать больший перепад давлений к входу и выходу канала. Абсолютные значения величин давления существенно зависят от значений высот вставок, поскольку увеличение вставок приводит не только к сужению эффективного сечения канала, но и к интенсивному образованию циркуляционных зон в угловых областях канала, в областях, прилегающих к вставкам.

На рис.4.33 показана зависимость усредненного по границам уровня теплового потока  $\bar{W}$  из внешней среды в теплоноситель в зигзагообразном канале

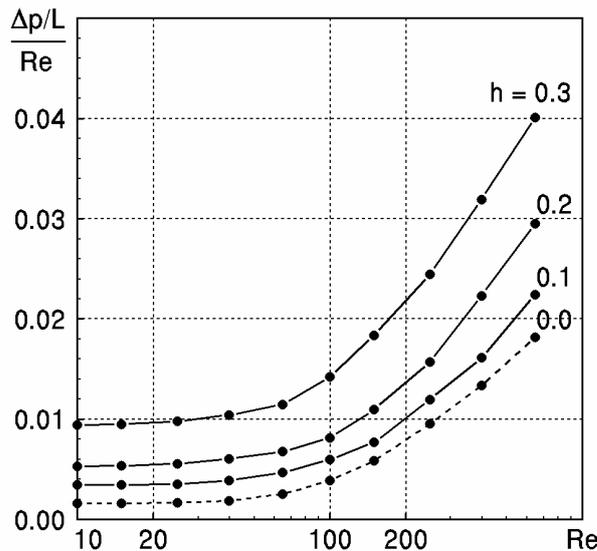


Рис.4.32. Зависимость усредненного градиента поля давления внутри канала  $C$  с различными высотами вставок от значений числа Рейнольдса  $Re$

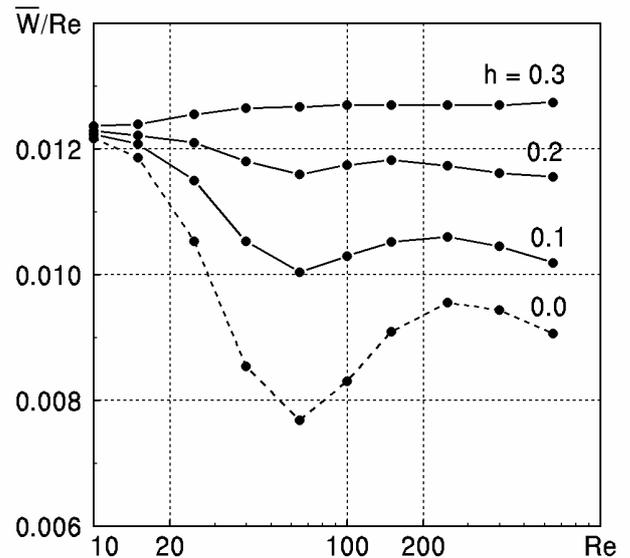


Рис.4.33. Зависимость усредненного теплового потока через границы в канале  $C$  с различными высотами вставок от значений  $Re$

$C$  со вставками различной высоты. Рисунок выполнен в аналогичном стиле и обозначениях по отношению к рис.4.32. Видно, что увеличение высоты вставок в канале позволяет увеличить уровни тепловых потоков из внешней среды в теплоноситель только при больших значениях чисел Рейнольдса  $Re > 20 \dots 30$ . Анализ численных значений показывает, что увеличение высоты вставок в 3 раза ( $h = 0.1 \dots 0.3$ ) в диапазоне чисел Рейнольдса  $Re = 65 \dots 80$  приводит к увеличению уровня тепловых потоков из внешней среды в теплоноситель на 20...25%.

#### 4.5. Определение уровней тепловых потоков при увеличении ширины вставок в зигзагообразных каналах

Исследования, проведенные в предыдущих разделах работы, показали, что введение в зигзагообразный канал системы вставок, увеличивает процессы теплопередачи из внешней среды в теплоноситель за счет формирования поперечной составляющей скорости жидкости. Это приводит к формированию локализованных полей завихренности в области, прилегающей к вставкам кана-

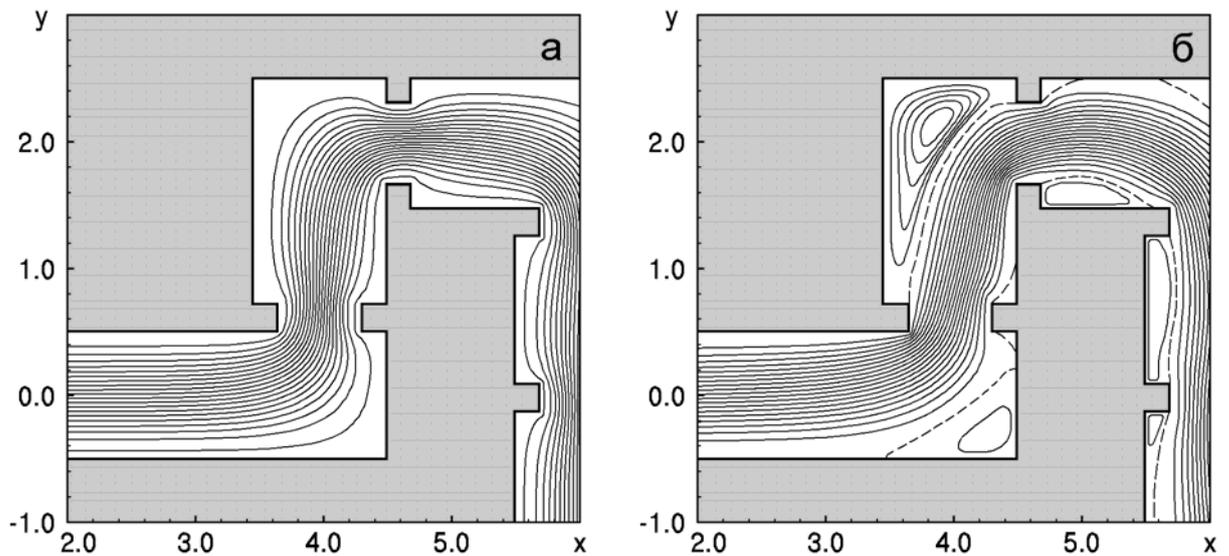


Рис.4.34. Распределение поля функции тока внутри канала  $B$  со вставками  $s = 0.2$  при: а)  $Re = 40$ , б)  $Re = 150$

ла, в результате чего в течении образуется система циркуляционных зон в углах канала и в областях, прилегающих к вставкам. Невыясненным остается вопрос о влиянии ширины вставок на особенности гидродинамических и термодинамических процессов в канале.

Рассмотрим канал  $B$  (смотри рис.4.1) с системой симметричных вставок высотой  $h = 0.2$  и различной ширины  $s = 0.1 \dots 0.4$ , в котором развивается течение в диапазоне чисел Рейнольдса  $Re = 10 \dots 650$ . Необходимо определить уровни тепловых потоков, которые формируются в канале при достижении стационарного (или квазистационарного) режима физических полей в зависимости от ширины вставок при неизменном их размещении, количестве и высоты  $h$ .

На рис.4.34 показано распределение функции тока  $\Psi(x,y)$  в канале со вставками шириной  $s = 0.2$  для значений чисел Рейнольдса  $Re = 40$  и  $150$  в момент времени  $t = 300$ . На рисунке нанесено семейство линий тока с равномерным шагом дискретизации  $\Delta\Psi = \Psi_{S2}/20$ . Пунктирными линиями показаны предельные линии тока, которые отделят циркуляционные зоны от осевого потока теплоносителя в рассматриваемый момент времени. Замкнутые линии тока внутри циркуляционных зон нанесены с шагом дискретизации  $\Delta\Psi = 0.01$ .

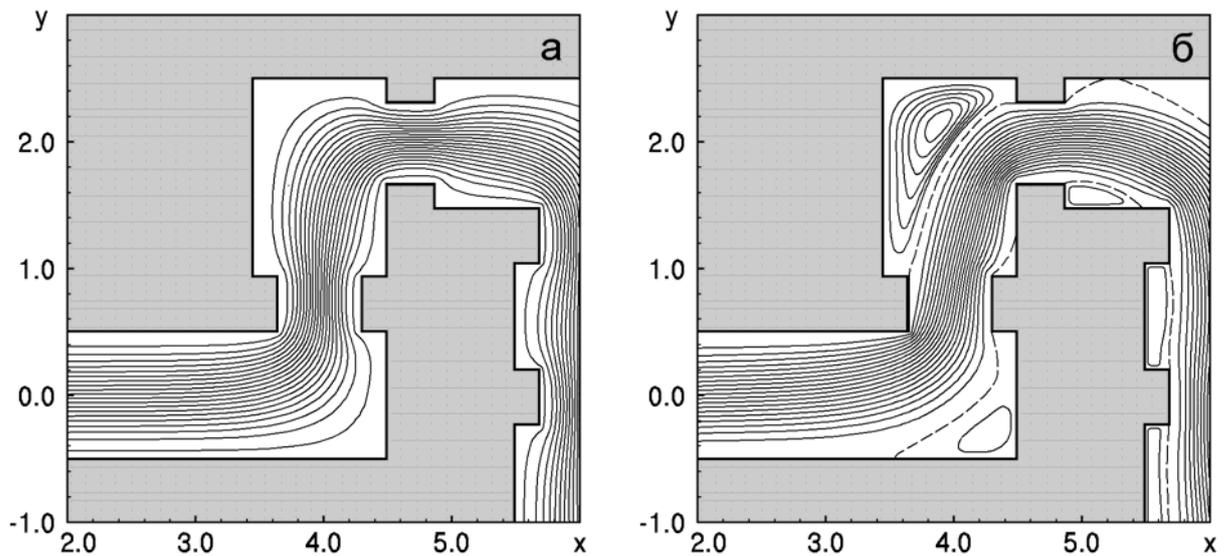


Рис.4.35. Распределение поля функции тока внутри канала  $B$  со вставками  $s = 0.4$  при: а)  $Re = 40$ , б)  $Re = 150$

Сравнение данных на рис.4.20, рис.4.21 и рис.4.34 показывает, что для течений с малыми числами Рейнольдса  $Re$  система вставок не приводит к качественному изменению структуры течения теплоносителя внутри канала. Эффективное сечение канала заметно уменьшилось, а скорость потока в сечении между вставками увеличилась. Однако жидкость при малых числах Рейнольдса  $Re$  плавно обтекает вставки

При увеличении скорости осевого потока начинают формироваться циркуляционные зоны. Если структура циркуляционной зоны в первом углу канала осталась неизменной (сравни рис.4.20,б и рис.4.34,б), то размеры второй и следующих циркуляционных зон стали больше. Жидкость в этих зонах вращается с большей скоростью.

Аналогичные особенности можно заметить на рис.4.35, на котором представлено распределение функции тока  $\Psi(x,y)$  в канале со вставками шириной  $s = 0.4$  для аналогичных значений чисел Рейнольдса  $Re$ . Следует отметить также, что с увеличением ширины вставок быстрее замыкаются по границе циркуляционные зоны перед вставками и за ними, образуя единую приграничную циркуляционную зону между вставками.

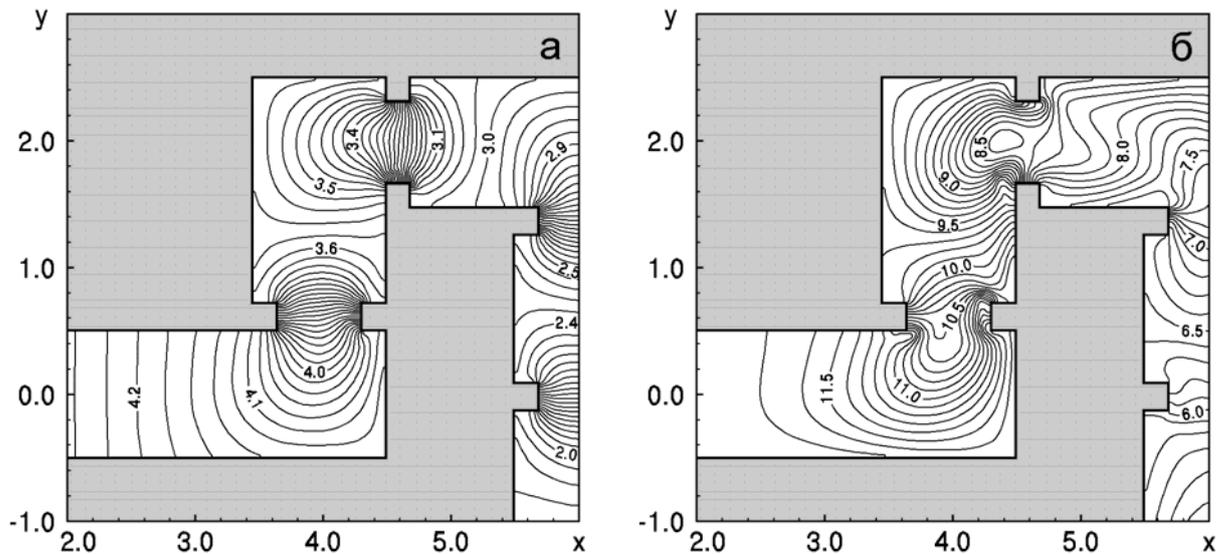


Рис.4.36. Распределение поля давления тока внутри канала  $B$  со вставками  $s = 0.2$  при: а)  $Re = 40$ , б)  $Re = 150$

Распределение поля давления  $p(x,y)$  показано на рис.4.36, выполненное по аналогии с рис.4.22. На рисунке показано семейство линий равного давления  $p(x,y)$  для канала  $B$  со вставками шириной  $s = 0.2$ . Видно, что увеличение ширины вставок значительно увеличивает градиент давления в областях сужения канала. В конечном итоге это приводит к необходимости прикладывания большей перепада давлений к входу и выходу канала для достижения теплоносителем заданной продольной скорости. Сравнение распределений давлений внутри канала на рис.4.22 и рис.4.36 позволяет заключить, что увеличение ширины вставок при неизменном их положении не меняет качественную структуру распределения  $p(x,y)$ . При этом количественные значения имеют отличия, они связаны с уменьшением эффективного сечения канала и соответствующим увеличением градиента давления в областях между вставками.

На рис.4.37 показано распределение температур  $Q(x,y)$  внутри канала  $B$  со вставками шириной  $s = 0.2$  при достижении стационарного (для малых чисел Рейнольдса  $Re$ ) и квазистационарного (для больших чисел Рейнольдса  $Re$ ) режимов. На рисунке нанесено семейство изотерм с равномерным шагом дискретизации, которые соответствуют рис.4.23. Анализ данных, полученных в результате численного моделирования процессов теплопередачи для зигзаго-

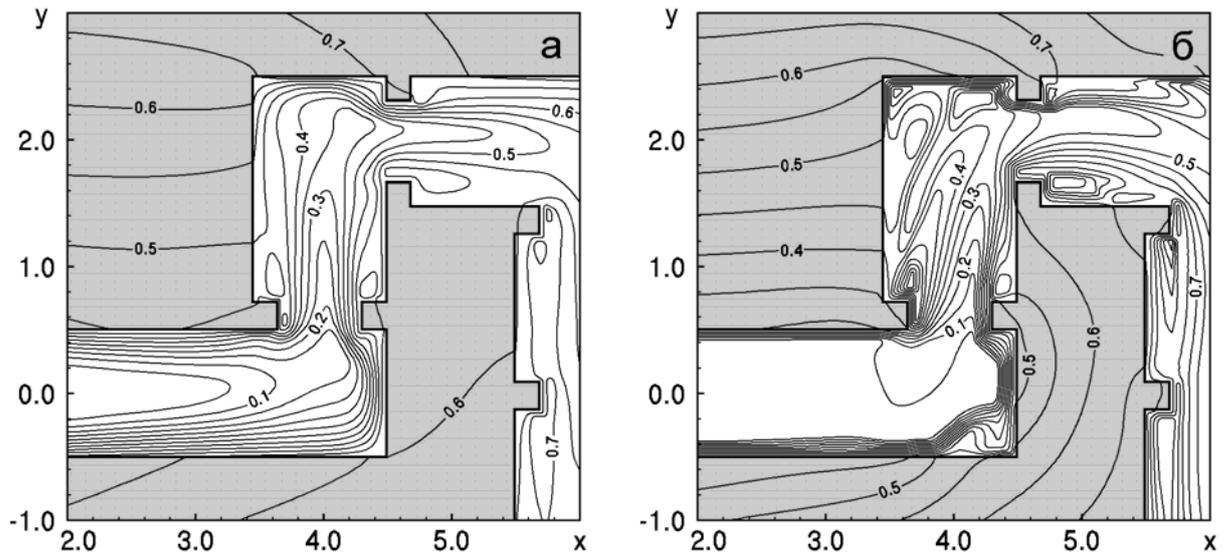


Рис.4.37. Распределение поля температур внутри канала  $B$  со вставками  $s = 0.2$  при: а)  $Re = 40$ , б)  $Re = 150$

образного канала с различными геометрическими параметрами вставок позволяет заключить, что увеличение ширины вставок способствует выравниванию температур в теплоносителе. Этот процесс сопровождается относительным повышением градиента температур около ограничивающих поверхностей. В результате уровни тепловых потоков из внешней среды в жидкость увеличиваются. Нагретые стенками вставки формируют дополнительный тепловой поток в циркуляционные зоны. В этих областях теплоноситель движется достаточно медленно по сравнению с параметрами осевого потока. С другой стороны, в осевом потоке имеют место интенсивные диффузионные и конвективные процессы переноса тепла, которые приводят к достаточно быстрому выравниванию температур внутри канала.

Квазистационарность циркуляционных зон при больших числах Рейнольдса  $Re$  приводит к периодическому обмену холодной и нагретой жидкостями между циркуляционными зонами и осевым потоком. Этот процесс также приводит к повышению уровня теплового потока. На рис.4.38 представлено аналогичное распределение температур  $Q(x,y)$  для канала со вставками шириной  $s = 0.4$ . Качественное и количественное сравнение результатов на рис.4.23, рис.4.24, рис.4.37 и рис.4.38 позволяет заключить, что достаточно широкие

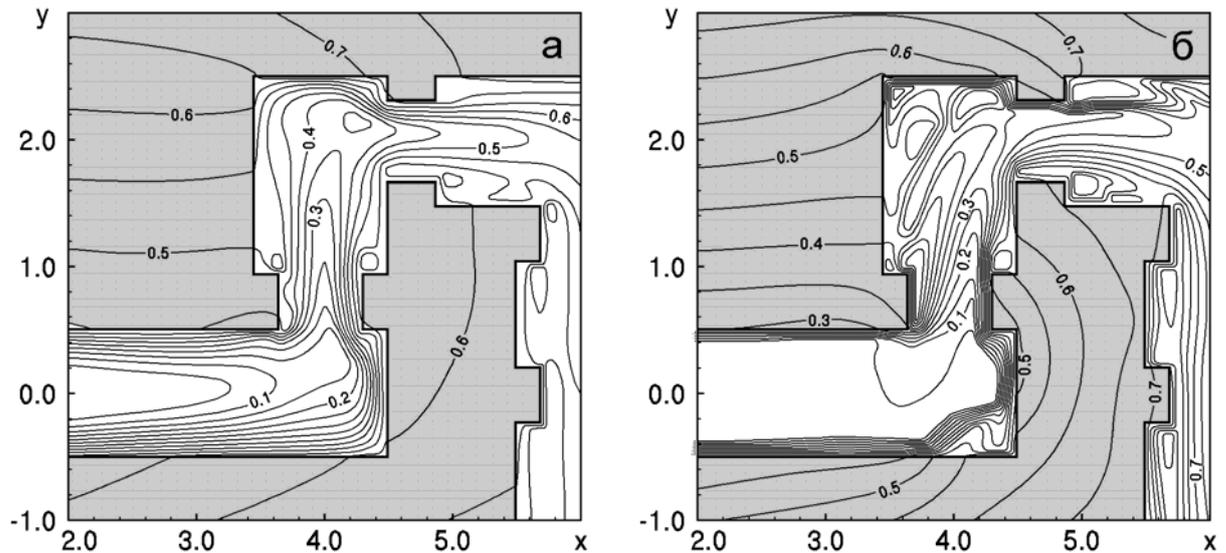


Рис.4.38. Распределение поля температур внутри канала  $B$  со вставками  $s = 0.4$  при: а)  $Re = 40$ , б)  $Re = 150$

вставки ( $s > 0.2 \dots 0.3$ ) фактически не меняют распределение температур в канале с заданной геометрией их расположения.

На рис.4.39 показана зависимость усредненного градиента давления  $\Delta p/L$  по длине зигзагообразного канала  $B$  со вставками различной ширины от значений чисел Рейнольдса  $Re$ , рассчитанных по параметрам потока жидкости на входе канала. Пунктирной линией на рисунке нанесена аналогичная зависимость для канала без вставок. Видно, что введение вставок в канал существенно повышает уровни перепада давлений, которые необходимо приложить к входу и выходу канала. При увеличении ширины вставок абсолютные значения разностей давления повышаются. Однако, эти значения имеют малые отличия для широких вставок ( $s > 0.2$ ). Следовательно, можно сделать вывод, что на уровень величин разностей давления определяющее влияние для течений в диапазоне значений чисел Рейнольдса  $Re$  имеет не только геометрия канала, и количество вставок.

На рис.4.40 показана зависимость усредненного по длине границ канала уровня теплового потока  $\bar{W}$  из внешней среды в теплоноситель от значений числа Рейнольдса  $Re$  для различной ширины вставок. Штриховой линией показана аналогичная зависимость для канала  $B$  без вставок. Видно, что введение в

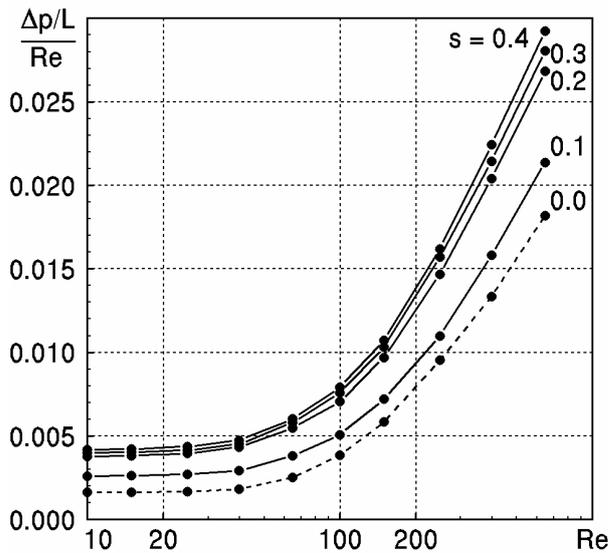


Рис.4.39. Зависимость усредненного градиента поля давления внутри канала  $B$  с различной шириной вставок от значений числа Рейнольдса  $Re$

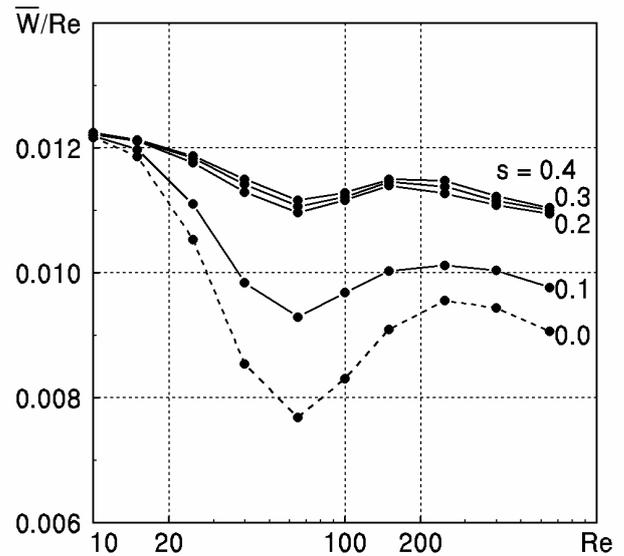


Рис.4.40. Зависимость усредненного теплового потока через границы в канале  $B$  с различной шириной вставок от значений  $Re$

канал системы вставок существенно увеличивает уровни тепловых потоков из внешней среды в теплоноситель. Наибольший эффект достигается при  $Re = 40 \dots 100$ . Однако применение широких вставок ( $s > 0.2$ ) не приводит к соответствующему увеличению интенсивности теплообмена. Увеличение ширины вставок в два раза по отношению к  $s = 0.2$  приводит к увеличению уровня теплового потока из внешней среды в жидкий теплоноситель всего на 1.0...1.5%.

#### 4.6. Анализ особенностей процессов теплопередачи в каналах различной геометрии

С технологической точки зрения наиболее простым каналом, способным сформировать достаточно высокий тепловой поток из внешней среды в теплоноситель, является прямолинейный канал без вставок. Наиболее высокие тепловые потоки в таком канале образуются на входе канала, в области, в которой еще холодная жидкость контактирует с нагретой ограничивающей поверхностью. По мере продвижения жидкости по каналу теплоноситель нагревается и разность температур между внешней средой и жидкостью на границе посте-

пенно уменьшается. По этой причине уровни тепловых потоков постепенно уменьшаются от входа канала к его выходу.

В предельном случае, при бесконечной скорости теплоносителя (число Рейнольдса  $Re = \infty$ ) в теплоноситель будет поступать бесконечное количество жидкости. В этом случае температура теплоносителя будет равна  $Q = 0.0$  везде внутри канала. Тогда в рассматриваемой термодинамической системе возникнет максимальный тепловой поток, равный

$$W_{\max} = \gamma \frac{\partial Q_s}{\partial \mathbf{n}} \Big|_{S_2} = 44.5, \quad (4.1)$$

где  $\mathbf{n}$  – нормаль к ограничивающей канал поверхности.

В реальном канале теплоноситель движется с конечной скоростью, которая соответствует ламинарному, стационарному режиму течения жидкости. Конечный объем жидкости нагревается по мере продвижения ее по каналу. В результате, в рассматриваемой термодинамической системе устанавливается усредненный тепловой поток, значительно меньший предельного значения. Уровни тепловых потоков в прямолинейном канале без вставок показаны кривой 1 на рис.4.41. Видно, что в рассматриваемом диапазоне чисел Рейнольдса  $Re$  уровни тепловых потоков в прямолинейном канале длиной  $L = 18.0$  примерно на два порядка ниже предельного значения, который условно нанесен на рисунок штриховой линией, обозначенный буквами “max”.

Исследования показали, что тепловые потоки можно повысить в зигзагообразном канале по сравнению с прямолинейным каналом. Течение жидкости в криволинейном канале после каждого изгиба сопровождается смещением осевого течения по инерции к границам канала. Такая особенность течения теплоносителя способствует формированию около ограничивающих поверхностей более высокого градиента температур. В результате, через поверхность канала протекает больший тепловой поток по сравнению с тепловым потоком прямолинейного канала.

Анализ зависимости, представленной на рис.4.41 позволяет заключить, что в диапазоне значений чисел Рейнольдса  $Re < 40...50$  принципиальной

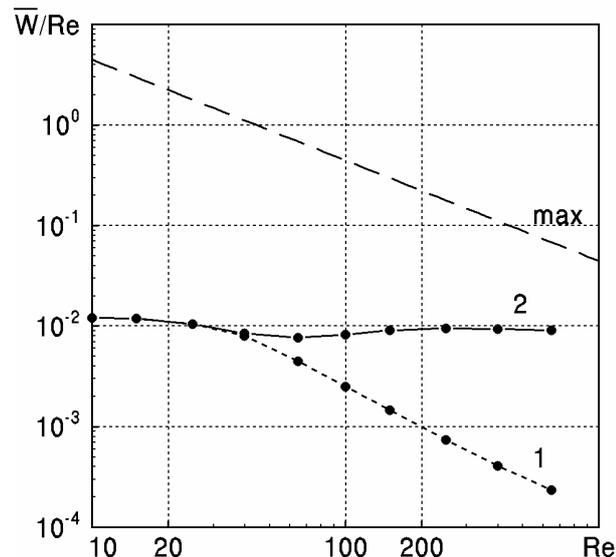
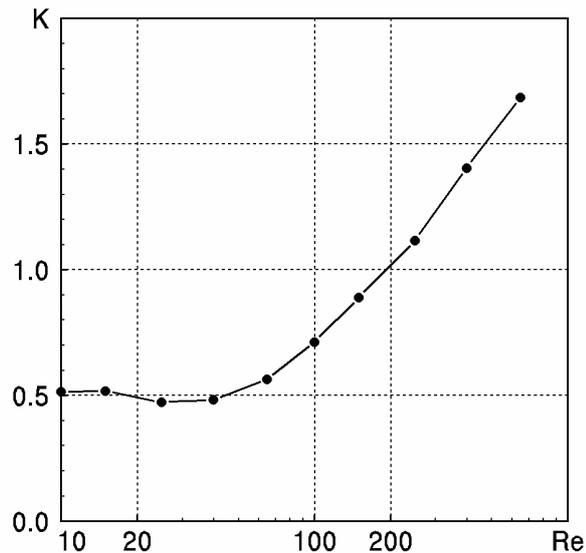


Рис.4.41. Уровни усредненных тепловых потоков в канале при различных значениях чисел Рейнольдса  $Re$  в каналах различной геометрии без вставок:  
1 - прямолинейный, 2 – зигзагообразный

разности между значениями тепловых потоков в прямолинейном и зигзагообразных каналах нет. Качественная структура медленных ламинарных течений в этих каналах примерно одинаковая.

С увеличением продольной скорости теплоносителя в зигзагообразном канале начинают формироваться циркуляционные зоны, которые в значительной мере способствуют увеличению уровней тепловых потоков в криволинейных каналах. Исследования показывают, что значения  $\bar{W}$  для течений с числами Рейнольдса  $Re > 200$  могут превышать соответствующие значения для прямолинейного канала примерно на порядок. Следовательно, для умеренных и высоких чисел Рейнольдса (в рассматриваемом диапазоне значений  $Re = 10 \dots 650$ ), зигзагообразный канал является более эффективным с термодинамической точки зрения.

Анализ численных данных, полученных в результате численного моделирования процессов теплопередачи, показывает, что увеличение теплового потока через границы криволинейных каналов происходит за счет увеличения разности приложенных давлений к входу и выходу канала конечной длины. Энергия внешнего поля расходуется на изменение направления основного потока теплоносителя в криволинейном канале, на формирование циркуляцион-



*Рис.4.42. Зависимость коэффициента относительной эффективности для зигзагообразного канала без вставок от значений чисел Рейнольдса  $Re$*

ных зон в угловых областях течения. Абсолютные значения перепада давлений  $\Delta p/L$  увеличиваются по мере увеличения продольной скорости течения жидкости в канале.

Для определения эффективности передачи тепла из внешней нагретой среды в холодный теплоноситель в работе предложен параметр (3.8), равный отношению увеличения величины усредненного теплового потока в рассматриваемом канале к увеличению усредненных потерь давления по отношению к соответствующим гидродинамическим и тепловым параметрам течения в прямолинейном канале без вставок.

На рис.4.42 показана зависимость коэффициента относительной эффективности  $K$  от значений чисел Рейнольдса  $Re$  для зигзагообразного канала без вставок по отношению к соответствующим параметрам прямолинейного канала без вставок. Видно, что в диапазоне значений чисел Рейнольдса  $Re < 200$  прямолинейный канал без вставок с энергетической точки зрения является более эффективным. Увеличение потерь давления в зигзагообразном канале оказываются больше соответствующего увеличения уровней усредненных тепловых потоков из внешней среды в теплоноситель. Однако, начиная с значений  $Re > 200$  коэффициент относительной эффективности зигзагообразного канала

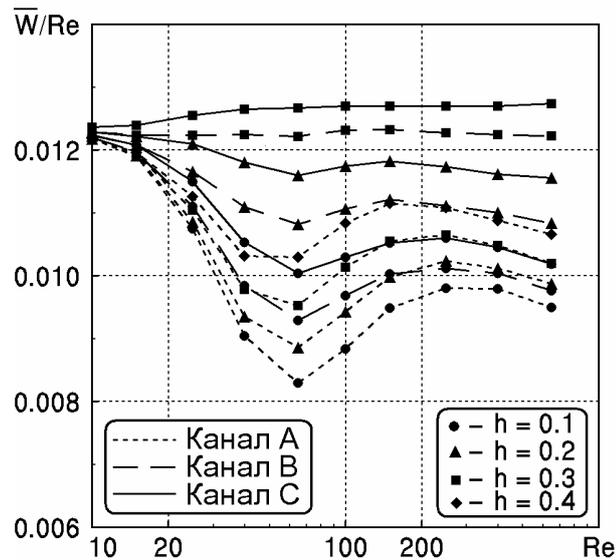


Рис.4.43. Зависимости усредненных тепловых потоков в зигзагообразных каналах различной геометрии со вставками от чисел Рейнольдса  $Re$

становится больше единицы. Следовательно, для течений с большими значениями чисел Рейнольдса  $Re$  применение криволинейных каналов для формирования высоких уровней тепловых потоков из внешней нагретой среды в холодный теплоноситель становится предпочтительным.

Введение в криволинейный канал системы вставок позволяет добиться формирования циркуляционных зон в угловых зонах течения для меньших значений чисел Рейнольдса  $Re$ . При этом образуются также циркуляционные зоны до и после вставок. Характерной особенностью гидродинамического течения в зигзагообразном канале является квазистационарный режим течения внутри циркуляционных зон при больших значениях чисел Рейнольдса  $Re$ . Это приводит к попеременному вытеснению нагретой жидкости из циркуляционных зон в основное течение с низкой температурой, и соответствующее вовлечение холодной жидкости из осевого течения в циркуляционные зоны. В конечном итоге уровни тепловых потоков через ограничивающие течение поверхности в зигзагообразном канале значительно повышаются.

На рис.4.43 показаны зависимости усредненных уровней тепловых потоков в зигзагообразных каналах различной геометрии со вставками от скорости течения теплоносителя. Обозначения кривых представлены на рисунке. Видно, что с увеличением числа вставок уровни тепловых потоков в каналах повы-

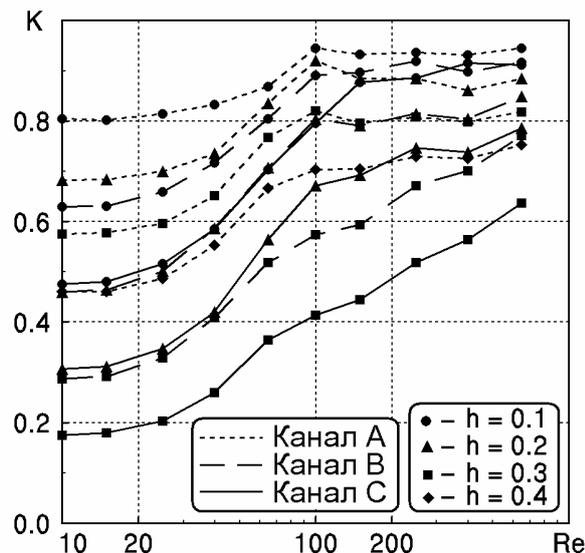


Рис. 4.44. Зависимость коэффициента относительной эффективности для зигзагообразных микроканалов с вставками от значений чисел Рейнольдса  $Re$

шаются. В частности, для канала  $C$  со вставками высотой  $h = 0.3$  достигнута линейная зависимость уровня тепловых потоков от значений чисел Рейнольдса  $Re$ , которая может оказаться полезной для создания контролируемого теплоотвода за счет скорости осевого потока теплоносителя.

Одновременно увеличение высоты вставок приводит к интенсивному образованию циркуляционных зон в рассматриваемом течении. Это приводит к заметному повышению уровня теплового потока из нагретой внешней среды в холодный теплоноситель. В целом, увеличение высоты вставок в три раза ( $h = 0.1 \dots 0.3$ ) позволяет увеличить значение  $\bar{W}$  примерно на 15..20% в зависимости от геометрии канала и скорости течения теплоносителя.

Такое увеличение теплового потока в зигзагообразном канале происходит одновременно с увеличением разности приложенных давлений к входу и выходу канала по мере увеличения значений чисел Рейнольдса  $Re$ . На рис. 4.44 показана зависимость коэффициента относительной эффективности зигзагообразного канала со вставками по отношению к зигзагообразному каналу без вставок. Для всех видов каналов и геометрий вставок значение  $K$  меньше единицы. Это значит, что увеличение потерь давления в зигзагообразном канале превышает соответствующее увеличение уровней тепловых потоков через ограничивающие поверхности. Интересно отметить, что с энергетической точки

зрения система вставок малой высоты является более эффективной по сравнению с каналами, содержащими большие ( $h > 0.1$ ) вставки, по причине существенного уменьшения эффективной ширины сечения криволинейного канала.

#### 4.7. Выводы по разделу

По результатам исследований, представленным в данном разделе, можно сделать следующие выводы:

1. Установлено, что уровни тепловых потоков в зигзагообразных каналах при ламинарных течениях теплоносителя могут превышать уровни тепловых потоков в прямолинейных каналах за счет формирования поперечного потока жидкости в сечении.

2. Показано, что при скоростях осевого потока теплоносителя, соответствующих числам Рейнольдса  $Re = 100 \dots 150$  в угловых областях зигзагообразных каналов образуются циркуляционные зоны, которые способствуют выравниванию температур внутри канала и формированию более высокого градиента температур около ограничивающих поверхностей при достижении стационарных гидродинамических и термодинамических режимов. При малых числах Рейнольдса  $Re < 30 \dots 40$  отличий в значениях усредненного по длине канала тепловых потоков из внешней нагретой среды в жидкость в зигзагообразном и прямолинейном каналах без вставок не обнаружено.

3. Установлено, что уменьшение ширины сегментов зигзагообразных каналов способствует образованию квазистационарных циркуляционных зон в угловых областях канала. Попеременное вовлечение в основной поток нагретой жидкости из циркуляционной зоны в основной поток и холодной жидкости в циркуляционную зону приводит к увеличению уровней теплопередачи из внешней среды в теплоноситель.

4. Получена количественная зависимость уровней тепловых потоков через границы зигзагообразных каналов со вставками и перепада давлений на входе и выходе каналов от скорости течения теплоносителя. Системы вставок

с различным расположением на сегментах канала способствуют образованию локализованных вихревых структур и циркуляционных зон около вставок.

5. Установлено, что при малых числах Рейнольдса ( $Re < 30 \dots 40$ ) введение вставок различной геометрии в зигзагообразный канал фактически не приводит к увеличению уровня тепловых потоков из внешней среды в теплоноситель. Потери давления в этом случае идут на изменение направления течения при обтекании потоком вставок.

6. Анализ численных результатов показал, что увеличение ширины вставок в зигзагообразном канале в два раза по отношению к  $s = 0.2$  приводит к увеличению уровня теплового потока из внешней среды в жидкий теплоноситель на  $1.0 \dots 1.5\%$ . При этом перепад давлений, прикладываемых к входу и выходу канала, увеличивается на  $\approx 15 \dots 20\%$  при равных других геометрических и гидродинамических параметрах течения.

7. Показано, что в диапазоне значений чисел Рейнольдса  $Re < 200$  прямолинейный канал без вставок с энергетической точки зрения является более эффективным. Увеличение потерь давления в зигзагообразном канале оказываются больше соответствующего увеличения уровней усредненных тепловых потоков из внешней среды в теплоноситель по отношению к соответствующим параметрам эквивалентного прямолинейного канала. Для течений с большими значениями чисел Рейнольдса  $Re > 150 \dots 200$  применение криволинейных каналов для формирования высоких уровней тепловых потоков из внешней нагретой среды в холодный теплоноситель становится предпочтительным.

Изложение материала базируется на статьях [22, 25, 78, 79]. Основные результаты исследований обсуждались на международных конференциях [17, 23, 74, 75, 80, 81].

## ВЫВОДЫ

В результате выполнения диссертационной работы была решена научно-техническая проблема надежного и контролируемого теплоотвода с поверхности кристалла в подложке микропроцессора РЭА за счет движения жидкого теплоносителя внутри каналов сложной геометрии с системой внутренних вставок. Для решения поставленной задачи была сформулирована корректная математическая задача переноса тепла из внешней нагретой среды в холодный теплоноситель в приближении малых чисел Рейнольдса  $Re$ . Получена количественная зависимость уровней тепловых потоков через границы криволинейных каналов со вставками для различных режимов и скоростей течения жидкости. Установлено влияние ширины сегментов зигзагообразных каналов на образование квазистационарных циркуляционных зон в угловых областях течения. Также определены геометрические параметры вставок, при которых достигаются наибольшие уровни тепловых потоков через ограничивающие поверхности криволинейных каналов для заданной скорости течения теплоносителя.

По результатам выполнения диссертационной работы можно сделать следующие выводы:

1. Численно решена задача переноса тепла из внешней нагретой среды в криволинейный канал со вставками различной геометрии, заполненный однородной вязкой несжимаемой жидкостью, в терминах “функция тока - завихренность” в безразмерном виде в приближении малых чисел Рейнольдса  $Re$ . Ее решение сводится к одновременному решению уравнений переноса завихренности, переноса тепла и уравнений Пуассона для функции тока с соответствующими начальными и граничными условиями.

2. Показано, что простой явный метод решения уравнений переноса завихренности и переноса тепла имеет ограничение на шаг дискретизации по времени, выполнение которого обеспечивает устойчивые вычисления на равномерной пространственной сетке для заданных параметров уравнений (число

Рейнольдса, число Пекле). Тестирование на двумерной гидродинамической задаче стационарного ламинарного течения вязкой несжимаемой жидкости внутри прямолинейного канала без вставок и одномерной нестационарной задачи теплопередачи от нагретой стенки к холодной стенке свидетельствует о хорошем совпадении численных результатов и аналитических решений, представленных в научной литературе.

3. Получена количественная зависимость уровней тепловых потоков через границы криволинейных каналов со вставками различной геометрии (высота, ширина, расстояние между вставками для симметричного и несимметричного их следования) и перепада давлений на входе и выходе прямолинейного и зигзагообразного каналов от скорости ламинарного течения теплоносителя, соответствующей диапазону чисел Рейнольдса  $Re = 10 \dots 650$ .

4. Обнаружено, что введение системы вставок различной геометрии в каналы при малых числах Рейнольдса ( $Re < 30 \dots 40$ ) не приводит к увеличению уровня тепловых потоков. В этом случае потери давления связаны только с изменением направления течения при ламинарном обтекании вставок потоком.

5. Показано, что система вставок внутри каналов позволяет увеличить уровни тепловых потоков из внешней среды в теплоноситель по сравнению с каналами без вставок для течений при малых числах Рейнольдса  $Re$ . При этом относительный коэффициент эффективности каналов (по сравнению с прямолинейным каналом без вставок одинаковой длины) может достигать значений  $k = 1.10 \dots 1.40$  в области чисел Рейнольдса  $Re = 200 \dots 650$ .

6. Установлено, что в угловых областях перед вставками и за ними образуются стационарные (или квазистационарные) циркуляционные зоны и система локализованных вихревых структур, которые выравнивают поле температур в поперечном сечении канала и значительно увеличивают удельные тепловые потоки через границы течения за счет увеличения потерь давления, необходимого для формирования течения с заданной скоростью.

7. Определены геометрические параметры вставок, при которых достигаются наибольшие уровни тепловых потоков через ограничивающие поверхно-

сти криволинейных каналов применительно к ламинарным течениям теплоносителя в области чисел Рейнольдса  $Re = 100 \dots 250$ : узкие вставки ( $c \approx 0.1D$ ) умеренной высоты ( $h \approx 0.2D$ ), расположенные на расстоянии порядка ширины канала ( $a \approx D$ ).

8. Установлено, что тепловые потоки в каналах с системой несимметричных и симметричных вставок фактически не отличаются друг от друга при равенстве геометрий вставок, общей длины канала и гидродинамического режима течения теплоносителя. Несмотря на то, что канал с системой несимметричных вставок имеет большее среднее эффективное сечение, потери давления в нем оказываются выше за счет формирования несимметричного ламинарного течения внутри канала.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Абрамовиц А. Справочник по специальным функциям: [Справочник] / А.Абрамовиц, И.Стиган. – М.: Наука, 1979. – 832с.
2. Александров В.Л. Техническая гидромеханика / В.Л.Александров. – М.: Гостехиздат, 1946. – 432с.
3. Анипко О.Б. Основные факторы, влияющие на теплообмен в компактных теплообменниках транспортных средств / О.Б.Анипко, М.Д.Борисюк, В.Ф.Климов, А.Н.Колбасов // Механіка та машинобудування. – 2010. – №1. – с.73-78.
4. Анискин В.М. Измерение давления внутри микроканалов различной формы / В.М.Анискин, К.В.Адаменко, А.А.Маслов // Наносистемы: физика, химия, математика. – 2012. – Т.3, №2. – с.37-46.
5. Артемов В.И. Численное моделирование конвективно-кондуктивного теплообмена в блоке прямоугольных микроканалов / В.И.Артемов, А.И.Леонтьев, А.Ф.Поляков // Теплофизика высоких температур. – 2005. – Т.43, №4. – с.580-593.
6. Белоцерковский С.М. Математическое моделирование плоско-параллельного отрывного обтекания тел / С.М.Белоцерковский, В.Н.Котовский, М.И.Ништ, Р.М.Федоров. – М.: Наука, 1988. – 232с.
7. Бернінг Р. Змішування в'язкої рідини в прямокутному мікроканалі / Р.Бернінг, О.А.Гуржій, В.В.Мелешко // Математичні методи та фізико-механічні поля. – 2007. – Т.50, №4. – с.140-148.
8. Борисов И.И. Теплообмен и сопротивление при течении воздуха в трубе со вставками с интенсификаторами на их поверхности / И.И.Борисов, А.А.Халатов, Б.С.Сорока // Промышленная теплотехника. – 2009. – Т.31, №3. – с.7-12.
9. Буглаев В.Т. Экспериментальное исследование теплообмена в канале с сотовой структурой / В.Т.Буглаев, В.Т.Перевезенцев, М.А.Шилин,

- В.М.Шкодин // Вестник Брянского государственного технического университета. – 2013. – N1(37) – с.72-79.
10. Буляница А.Л. Управление микропотоками вещества в канале микрофлюидного чипа с помощью регулируемых тепловых полей / А.Л.Буляница // Научное приборостроение. – 2005. – Т.15, N1. – с.56-61.
  11. Бэтчелор Дж. Введение в динамику жидкости / Дж.Бэтчелор. – М.: Мир, 1973. – 758с.
  12. Ван-Дайк М. Альбом течения жидкости и газа / М.Ван-Дайк. – М.: Мир, 1986. – 182с.
  13. Вилля Г. Теория вихрей / Г.Вилля. – М.-Л.: Гостехиздат, 1936. – 266с.
  14. Гоженко Л.П. Гідродинаміка і теплообмін у каналах змішувального елемента типу “шестірня” одночерв’ячного екструдера / Л.П.Гоженко, В.В.Лукашова, І.О.Мікульонок // Research Bulletin of NTUU “Kyiv Polytechnic Institute”. – 2011. – N1. – с.113-117.
  15. Гуржий А.А. Локальные карты растяжений: приложение для задачи об адвекции в произвольном поле скорости / А.А.Гуржий, Х.Пеерхосаини // Прикладная гидромеханика. – 2000. – Т.2, N1. – с.28-43.
  16. Гуржий А.А. Режимы хаотического перемешивания жидкости в круге парой точечных вихрей / А.А.Гуржий, В.В.Мелешко, Г.Я.Ф. ван Хейст // в кн.: “Фундаментальные и прикладные проблемы теории вихрей” (под ред. Борисова А.В. и др.). – М. Ижевск: Ин-т компьютерных исследований. 2003. – с.441-467.
  17. Гуржий А.А. Анализ интенсивных режимов переноса скалярных полей ламинарными течениями / А.А.Гуржий, А.В.Шалденко // Труды XVI Международного симпозиума “Методы дискретных особенностей в задачах математической физики”, Харьков-Херсон, Июнь 10-15, 2013. – с.143-146.
  18. Гуржий А.А. Идентификация интенсивных областей адвекции жидкости ламинарными течениями в криволнейных трубах / А.А.Гуржий, А.В.Шалденко // Всеукраїнська наукова-методична конференція “Сучасні

- науково-методичні проблеми математики у вищій школі”, Національний університет харчових технологій, Київ, 26-27 червня, 2013. – с.29-31.
19. Гуржій О.А. Інтенсивні режими адвекції виділеної рідини в течії Дина / О.А.Гуржій, О.В.Шалденко // Вісник Київського університету. – 2013. – N.3. – с.124-127.
20. Гуржій О.А., Шалденко О.В. Інтенсивні режими адвекції виділеної рідини в течії Діна / О.А.Гуржій, О.В.Шалденко // Друга Міжнародна наукова конференція “Сучасні проблеми механіки”, Київський національний університет ім. Тараса Шевченка, серпень 28-30, 2013. – 1с.
21. Гуржий А.А. Процессы переноса скалярных полей в течениях вязкой жидкости в криволинейных трубах в приближении Дина / А.А.Гуржий, А.В.Шалденко // Вісник Харківського національного університету, серія “Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління”. – 2013. – N.1058, сер. 21. – с.20-28.
22. Гуржий А.А. Анализ процессов теплопередачи в криволинейных микроканалах, заполненных вязкой несжимаемой жидкостью / А.А.Гуржий, А.В.Шалденко // Восточно-европейский журнал передовых технологий. – 2015. – Т.78, N.6/8. – с.41-49.
23. Гуржий А.А. Моделирование процессов переноса в плоских течениях со сложной геометрией границ / А.А.Гуржий, А.В.Шалденко, Д.Ю.Мацола // Міжнародна наукова конференція “Сучасні проблеми математичного моделювання та числовальних методів”, Рівно, 19-22 лютого, 2015. – с.199.
24. Гуржий А.А. Анализ вихрей Моффатта внутри прямолинейного канала со вставками при малых числах Рейнольдса / А.А.Гуржий, А.В.Шалденко // Вісник Харківського національного університету, серія “Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління”. – 2016. – Вып.30. – с.48-58.
25. Гуржий А.А. Численное моделирование процессов теплопередачи в микроканалах сложной геометрии при ламинарном течении вязкой жидкости /

- А.А.Гуржий, А.В.Шалденко // Прикладная гидромеханика. – 2016. – Т.18, N.2. – с.33-46.
26. Доник Т.В. Теплообмен и гидравлическое сопротивление в трубе с крестообразной вставкой и частичной закруткой потока / Т.В.Доник, А.А.Халатов // Промышленная теплотехника. – 2012. – Т.34, N2. – с.28-32.
27. Дунаева Т.А. Перемешивание вязкой жидкости в полукруге при малых числах Рейнольдса / Т.А.Дунаева, В.В.Мелешко, А.А.Гуржий // Прикладная гидромеханика. – 2001. – Т.3, N2. – с.15-24.
28. Калиткин Н.Н. Численные методы / Н.Н.Калиткин. – М.: Наука, 1978. – 512с.
29. Кикоин И.К. Таблицы физических величин [Справочник] / И.К.Кикоин // М.: Атомиздат, 1976. – 1006с.
30. Коновалов Д.А. Современные подходы к разработке и созданию элементов систем тепловой защиты радиоэлектронных компонентов / Д.А.Коновалов, И.Н.Лазаренко, И.Г.Дроздов, Д.П.Шматов // Вестник Воронежского государственного технического университета. – 2014. – Т.10, N1. – с.25-32.
31. Кордюков М.І. Особливості процесів тепло масообміну рекуперативного мембранного теплообмінника “повітря-повітря” / М.І.Кордюков, В.І.Дешко, І.О.Суходуб. // Холодильна техніка та технологія. 2014. – N1(147). – с.24-31.
32. Корн Г. Справочник по математике / Корн Г., Корн Т. – Л.М.: Наука, 1973. – 832с.
33. Котов Д.В. Расчет течений вязкого и невязкого газа на неструктурированных сетках с использованием схемы AUSM. / Д.В.Котов, С.Т.Суржиков // Вычислительная механика сплошных сред. – 2011. – Т.4, N1. – с.36-54.
34. Кошель К.В. Хаотическая адвекция в океане / К.В.Кошель, С.В.Пранц. – М. Ижевск: НИЦ “Регулярная и хаотическая динамика”, Институт компьютерных исследований, 2008. – 360с.
35. Кравец В.Ю. Система водяного охлаждения мощного процессора ПЭВМ / В.Ю.Кравец, В.И.Коньшин, Г.А.Пархоменко // Технология и конструирование в электронной аппаратуре. – 2005. – N1. – с.42-44.

36. Кутателадзе С.С. Справочник по теплопередаче / С.С.Кутателадзе, В.И.Боришанский // М.,Л.: Госэнергоиздат, 1958. – 414с.
37. Кутателадзе С.С. Основы теории теплообмена / С.С.Кутателадзе. – М.: Атомиздат, 1979. – 416с.
38. Лаврентьев М.А. Проблемы гидродинамики и их математические модели / М.А.Лаврентьев, Б.В.Шабат. – М.: Наука, 1977. – 408с.
39. Ламб Г. Гидродинамика / Г.Ламб. – М.-Л.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1947. – 929с.
40. Ландау Л.Д. Теоретическая физика. Т.6. Гидродинамика / Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. – М.: Наука, 1986. – 736с.
41. Леонтьев А.И. Постановка и решение задачи о конвективно-кондуктивном теплообмене в блоке щелевых микроканалов при однородной температуре каркаса / А.И.Леонтьев, А.Ф.Поляков // Теплофизика высоких температур. – 2002. – Т.40, N4. – с.623-632.
42. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа / Л.Г.Лойцянский. – М.: Наука, 1987. – 840с.
43. Лыков А.В. Теория теплопроводности / А.В.Лыков. – М.: Высшая школа, 1967. – 600с.
44. Мадерич В.С. Динамика внутреннего перемешивания в стратифицированной среде / В.С.Мадерич, В.И.Никишов, А.Г.Стеценко. – К.: Наукова думка, 1988. – 239с.
45. Мелешко В.В. Динамика вихревых структур / В.В.Мелешко, М.Ю.Константинов. – К.: Наукова думка, 1993. – 280с.
46. Милн-Томсон Л.М. Теоретическая гидродинамика / Л.М.Милн-Томсон. – М.: Мир, 1964. – 660с.
47. Минаков А.В. Моделирование гидродинамики и конвективного теплообмена в микроканалах / А.В.Минаков, А.А.Лобанов, А.А.Дектерев // Вычислительная механика сплошных сред. – 2012. – Т.5, N4. – с.481-488.
48. Мірошніченко Ю.А. Математичне моделювання хімічних процесів в мікрореакторах / Ю.А.Мірошніченко, Ю.О.Безносик, О.С.Бондаренко //

- Технологический аудит и резервы производства. – 2015. - N2/5(22). – с.11-15.
49. Михеев М.А. Основы теплопередачи / М.А.Михеев // М.,Л.: Госэнергоиздат, 1949. – 396с
50. Онищенко В.Н. Теплогидравлическая эффективность плоских каналов с поверхностными генераторами вихрей и выступами / В.Н.Онищенко, А.А.Халатов, А.С.Коваленко // Промышленная теплотехника. – 2006. – Т.28, N6. – с.5-14.
51. Островский Г.М. Прикладная механика неоднородных сред / Г.М.Островский. – СПб.: Наука, 2000 – 359с.
52. Патанкар С.В. Численное решение задач теплопроводности и конвективного теплообмена при течении в каналах / С.В.Патанкар – М.: Изд-во МЭИ. – 2003. – 312с.
53. Письменный Д.Н. Влияние конфигурации ребер-турбулизаторов на теплообмен и потери давления в охлаждающем канале вдоль входной кромки лопатки / Д.Н.Письменный, Ю.Я.Дашевский, А.А.Халатов // Промышленная теплотехника. – 2010. – Т.32, N4. – с.54-62.
54. Письменный Е.Н. Новые эффективные развитые поверхности теплообмена для решения задач энерго- и ресурсосбережения / Е.Н.Письменный // Промышленная теплотехника. – 2007. – Т.29, N5. – с.7-16.
55. Письменный Е.Н. Структура потока в полуоткрытых плоских каналах с разрезными стенками элементов охлаждения РЭА / Е.Н.Письменный, Э.Я.Эпик, А.В.Баранюк и др. // Промышленная теплотехника. – 2007. – Т.29, N4. – с.45-52.
56. Письменный Е.Н. Конвективный теплообмен поперечно-омываемых шахматных пакетов плоско-овальных труб / Е.Н.Письменный, В.А.Кондратюк, Ю.В.Жукова, А.М.Терех // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2011. – N2/8(50). – с.4-8.
57. Прандтль Л. Гидро- и аэромеханика. Т.2 / Л.Прандтль, О.Титьенс. – М.Л.: Гостехиздат, 1935. – 284с.

58. Пуанкаре А. Теория вихрей / А.Пуанкаре. – Ижевск: НИЦ “Регулярная и хаотическая динамика”, 2000. – 160с.
59. Рассамакин Б.М. Кулеры на тепловых трубах для теплонагруженных компонентов персональных компьютеров / Б.М.Рассамакин, В.А.Рогачев, С.М.Хайрнасов // Технология и конструирование в электронной аппаратуре. – 2006. – N4. – с.48-50.
60. Рауз Х. Механика жидкости / Рауз Х. – М.: из-во лит. по строительству, 1967. – 390с.
61. Роуч П. Вычислительная гидромеханика / П.Роуч. – М.: Мир, 1980. – 616с.
62. Седов Л.И. Механика сплошной среды. Т.1. / Л.И.Седов. – М.: Наука, 1970. – 492с.
63. Снопов А.И. О течении вязкого газа в прямом канале / А.И.Снопов // Фундаментальные исследования. – 2013. – N10-1. – с.50-54.
64. Соколов Н.П. Теплообмен в каналах прямоугольного сечения со скрещивающимся оребрением / Н.П.Соколов, В.Г.Полищук, К.Д.Андреев // Энергетика. Электроника. – 2013. – N.3(178). – с.17-27.
65. Ухов А.И. Численное моделирование газодинамической проводимости микроканалов с учетом их структуры поверхности / А.И.Ухов, Б.Т.Породнов, С.Ф.Борисов // Прикладная механика и техническая физика. – 2009. – Т.50, N5. – с.20-27.
66. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей. Т.1. Основные положения и общие методы / К.Флетчер. – М.: Мир, 1991. – 504с.
67. Форсайт Дж. Машинные методы математических вычислений / Дж.Форсайт., М.Малкольм, К.Коулер. – М.: Мир, 1980. – 210с.
68. Форсайт Дж. Численное решение систем линейных алгебраических уравнений / Дж.Форсайт., К.Молер. – М.: Мир, 1989. – 167с.
69. Халатов А.А. Аналогия переноса теплоты и количества движения в каналах с поверхностными генераторами вихрей / А.А.Халатов, В.Н.Онищенко, И.И.Борисов // Доповіді НАН України. – 2007. – N6. – с.70-75.

70. Халатов А.А. Нанотехнологии в энергетике и проблемы теплофизики / А.А.Халатов, А.А.Долинский // Промышленная теплотехника. – 2010. – Т.32, N4. – с.5-14.
71. Ховалыг Д. Методы расчета градиента давления двухфазного потока при течении в малых каналах / Д.Ховалыг, А.В.Бараненко // Вестник Международной академии холода. – 2012. – N1. – с.3-10.
72. Цимринг Ш.Е. Специальные функции и определенные интегралы [справочник] / Ш.Е.Цимринг. – М.: Радио и связь, 1988. – 272с.
73. Чашечкин Ю. Д. Иерархия моделей классической механики неоднородных жидкостей / Ю.Д.Чашечкин // Морской гидрофизический журнал. – 2010. – N5. – с.3-10.
74. Шалденко А.В. Анализ тепловых потоков при ламинарном течении теплоносителя в криволинейных каналах / А.В.Шалденко, А.А.Гуржий // XIII Международна науково-практична конференція “Сучасні інформаційні технології управління екологічною безпекою, природокористуванням, заходами в надзвичайних ситуаціях”, Киев, 29 сентября - 3 октября, 2014. – с.9-11.
75. Шалденко А.В. Тепловые процессы при ламинарном течении жидкости в каналах с различной геометрией ограничивающих поверхностей" / А.В.Шалденко, А.А.Гуржий // IV Международная научно-практическая конференция “Компьютерная гидромеханика”, Киев, 30 сентября - 1 октября, 2014. – с.38-39.
76. Шалденко О.В. Аналіз стійкості простої явної схеми численного розв'язку параболічних рівнянь в гідромеханіці / Шалденко О.В. // Наук. Збірник “Сучасні аспекти розробки програмного забезпечення”, К.: НТУУ “КПІ”, 2015 – с.88-91.
77. Шалденко О.В. Аналіз стійкості простої явної схеми численного розв'язку параболічних рівнянь в гідромеханіці / Шалденко О.В. // Збірник тез доповідей II науково-практичної дистанційної конференції молодих вчених

- і фахівців з розробки програмного забезпечення “Сучасні аспекти розробки програмного забезпечення”, Київ, 2015 – 1с.
78. Шалденко О.В. Аналіз процесів теплопередачі в криволінійному каналі при малих числах Рейнольдса / О.В.Шалденко, О.А.Гуржій // Вісник Київського університету. – 2015. – N.3. – с.39-42.
79. Шалденко А.В. Анализ процессов теплопереноса в прямолинейном канале со вставками при малых числах Рейнольдса / А.В.Шалденко, А.А.Гуржій // Прикладная гидромеханика. – 2015. – Т.17, N.2. – с.55-66.
80. Шалденко О.В. Моделивання процесів переносу теплових полів в зигзагоподібних мікроканалах / О.В.Шалденко, О.А.Гуржій // XIV Міжнародна науково-практична конференція аспірантів, магістрантів, студентів “Сучасні проблеми наукового забезпечення енергетики”, НТУУ “КПІ”, 19-22 квітня, 2016. – 161с.
81. Шалденко А.В. Моделирование процессов теплообмена в зигзагообразных каналах при малых числах Рейнольдса / А.В.Шалденко, А.А.Гуржій // Международная конференция “Компьютерное моделирование в наукоемких технологиях”, Харьков, май 27-31, 2016. – с.337-340.
82. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя / Г.Шлихтинг. – М.: Наука, 1974. – 712с.
83. Acharya N. Analysis of heat transfer enhancement in coiled-tube heat exchangers / N.Acharya, M.Sen, H.C.Chang // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 2001. – Vol.44, N17. – p.3189-3199.
84. Akbari M. Viscous flow in variable cross-section microchannels of arbitrary shapes / M.Akbari, D.Sinton, M.Bahrami // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 2011. – Vol. 54, N.17. – p.3970-3978.
85. Aref H. Stirring by chaotic advection / H.Aref // Journal of Fluid Mechanics. – 1984. – Vol.143. – p.1-23
86. Aref H. Chaotic advection in a Stokes flow / H.Aref, S.Balachandar // Physics of Fluids. – 1986. – Vol.29, N12. – p.3515-3521.

87. Aref H. Chaotic advection of fluid particle / H.Aref // *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*. – 1990. – Vol.A333 – p.273-288.
88. Aubin J. Design of micromixers using CFD modelling / J.Aubin, D.F.Fletcher, C.Xuereb // *Chemical Engineering Science*. – 2005. – Vol.60, N8. – p.2503-2516.
89. Babiano A. Chaotic advection in point vortex model and two-dimensional turbulence / A.Babiano, G.Boffetta, A.Provenzale, A.Vulpiani // *Physics of Fluids*. – 1994. – Vol.6, N7. – p.2465-2474.
90. Cai X.M. Effects of wall heating on flow characteristics in a street canyon / X.M.Cai // *Boundary-layer Meteorology*. – 2012. – Vol.142, N3. – p.443-467.
91. Chang H.C. Application of chaotic advection to heat transfer / H.C.Chang, M.Sen // *Chaos, Solitons and Fractals*. – 1994. – Vol.4, N6. – p. 955-975.
92. Chatterjee D. Numerical investigation of forced convection heat transfer in unsteady flow past a row of square cylinders / D.Chatterjee, G.Biswas, S.Amiroudine // *International Journal of Heat and Fluid Flow*. – 2009. – Vol.30, N6. – p.1114-1128.
93. Chen Y. Heat transfer and pressure drop in fractal tree-like microchannel nets / Y.Chen, P.Cheng // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. – 2002. – Vol.45. – p.2643–2648.
94. Colgan E.G.A Practical implementation of silicon microchannel coolers for high power chips / E.G.Colgan, B.Furman, M.Gaynes et.al. // *Components and Packaging Technologies, IEEE Transactions*. – 2007. – Vol.30, N2. – p.218-225.
95. Elyyan M.A. A novel split-dimple interrupted fin configuration for heat transfer augmentation / M.A.Elyyan, D.K.Tafti // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. – 2009. – Vol.52, N5. – p.1561-1572.
96. Fann S. Heating effects on laminar flow through a rotating square channel / S.Fann, W.J.Yang // *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*. – 1994. – Vol.8, N2. – p.295-302.
97. Favre-Marinet M. Convective heat transfer / M.Favre-Marinet, S.Tardu – London: John Wiley and Sons, 2013 – 373p.

98. Fuentes O.U.V. Chaotic advection by dipolar vortices on  $\beta$ -plane / O.U.V.Fuentes, G.J.F. van Heijst, B.E.Cremers // Journal of Fluid Mechanics. – 1995. – Vol.291. – p.139-161.
99. Guerrier B. Two-dimensional linear transient inverse heat conduction problem- Boundary condition identification / B.Guerrier, C.Benard // Journal of Thermophysics and Heat Transfer. – 1993. – Vol.7, N3. – p.472-478.
100. Guzmán A.M. Heat transfer enhancement by flow bifurcations in asymmetric wavy wall channels / A.M.Guzmán, M.J.Cárdenas, F.A.Urzúa, P.E.Araya // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 2009. – Vol.52, N15. – p.3778-3789.
101. Howes T. The simulation of chaotic mixing and dispersion for periodic flows in baffled channels / T.Howes, M.R.Mackley, E.P.L.Roberts // Chemical Engineering Science. – 1991. – Vol.46., N7. – p.1669-1677.
102. Howes T. Simulation of mixing in unsteady flow through a periodically obstructed channel / T.Howes, P.J.Shardlow // Chemical Engineering Science. – 1997. – Vol.52, N7. – p.1215-1225.
103. Jajja S.A. Water cooled minichannel heat sinks for microprocessor cooling: Effect of fin spacing / S.A.Jajja, W.Ali, H.M.Ali, A.M.Ali // Applied Thermal Engineering. – 2014. – Vol.64, N1. – p.76-82.
104. Jin D. Effects of the pulsating flow agitation on the heat transfer in a triangular grooved channel / D.X.Jin, Y.P.Lee, D.Y.Lee // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 2007. – Vol.50, N15. – p.3062-3071.
105. Kandlikar S.G. Evolution of microchannel flow passages – Thermohydraulic performance and fabrication technology / S.G.Kandlikar, W.J.Grande // Heat Transfer Engineering. – 2003. – Vol.24, N1. – p.3-17.
106. Kang C. Flow instability in baffled channel flow / C.Kang, K.S.Yang // International Journal of Heat and Fluid Flow. – 2012. – Vol.38. – p.40-49.
107. Kareem Z.S. Heat transfer enhancement in two-start spirally corrugated tube / Z.S.Kareem, M.M.Jaafar, T.M.Lazim, S.Abdullah, A.F.AbdulWahid // Alexandria Engineering Journal. – 2015. – Vol.54. – p.415-422.

108. Kim S.Y. Forced convection heat transfer from two heated blocks in pulsating channel flow / S.Y.Kim, B.H.Kang, J.M.Hyun // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. – 1998. – Vol.41, N3. – p.625-634.
109. Koo J.-M. Integrated microchannel cooling for three-dimensional electronic circuit architectures / J.-M.Koo, S.Im, L.Jiang, K.E.Goodson // *Journal of Heat Transfer*. – 2005. – Vol.127, N1. – p.49-58.
110. Korichi A. Heat transfer enhancement in self-sustained oscillatory flow in a grooved channel with oblique plates / A.Korichi, L.Oufer, G.Polidori // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. – 2009. – Vol.52, N5. – p.1138-1148.
111. Leong C.W. Experiments on mixing due to chaotic advection in cavity / C.W.Leong, J.M.Ottino // *Journal of Fluid Mechanics*. – 1989. – Vol.209. – p.463-499.
112. Liang C. Large eddy simulation of cross-flow through a staggered tube bundle at subcritical Reynolds number / C.Liang, G.Papadakis // *Journal of Fluids and Structures*. – 2007. – Vol.23, N8. – p.1215-1230.
113. Di Liberto M. A study of turbulent heat transfer in curved pipes by numerical simulation / M. Di Liberto, M.Ciofalo // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. – 2013. – Vol.59. – p.112-125.
114. Lin K.W. Chaotic mixing of fluids in a planar serpentine channel / K.W.Lin, J.T.Yang // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. – 2007. – Vol.50, N7. – p.1269-1277.
115. Liu R.H. Passive mixing in a three-dimensional serpentine microchannel / R.H.Liu, M.A.Stremler, K. V. Sharp et.al. // *Microelectromechanical Systems, Journal of*. – 2000. – Vol.9, N2. – p.190-197.
116. Mackley M.R. Experimental fluid dispersion measurements in periodic baffled tube arrays / M.R.Mackley, X.Ni // *Chemical Engineering Science*. – 1993. – Vol.48, N18. – p.3293-3305.
117. Mancho A.M. Computation of stable and unstable manifold of hyperbolic trajectories in two-dimensional aperiodically time-dependent vector field /

- A.M.Mancho, D.Small, S.Wiggins, K.Ide // *Physica D.* – 2003. – Vol.182. – p.188-222.
118. Mancho A.M. A tutorial on dynamical systems concept applied to Lagrangian transport in oceanic flows defined as finite time data sets: Theoretical and computational issues / A.M.Mancho, D.Small, S.Wiggins // *Physics Reports.* – 2006. – Vol.437. – p.55-124.
119. Mashelkar R.A. Seamless chemical engineering science: the emerging paradigm / R.A.Mashelkar // *Chemical Engineering Science.* – 1995. – Vol.50, N1, – p.1-22.
120. Mawatari K. Microflow systems for chemical synthesis and analysis: approaches to full integration of chemical process / K.Mawatari, Y.Kazoe, A.Aota et.al. // *Journal of Flow Chemistry.* – 2011. – Vol.1, N1. – p.3-12.
121. Mengeaud V. Mixing processes in a zigzag microchannel: Finite element simulations and optical study / V.Mengeaud, J.Josserand, H.H.Girault // *Analytical Chemistry.* – 2002. – Vol.74, N16. – p.4279-4286.
122. Miyazaki M. Microchannel enzyme reactors and their applications for processing / M.Miyazaki, H.Maeda // *Trends in Biotechnology.* – 2006. – Vol.24, N10. – p. 463-470.
123. Moffatt H.K. Viscous and resistive eddies near a sharp corner / H.K.Moffatt // *Journal of Fluid Mechanics.* – 1964. – Vol.18. – P.-18.
124. Mokrani A. The effects of chaotic advection on heat transfer / A.Mokrani, C.Castelain, H.Peerhossaini // *International Journal of Heat and Mass Transfer.* – 1997. – Vol.40, N13. – p.3089-3104.
125. Moore G.E. Cramming more components onto integrated circuits / G.E.Moore // *Electronics.* – 1965. – Vol.38, N8. – p.114-117.
126. Moore G.E. Cramming more components onto integrated circuits / G.E.Moore // *Proceedings of the IEEE.* – 1998. – Vol.86, N1. – p.82-85.
127. Naphon P. A review of flow and heat transfer characteristics in curved tubes / P.Naphon, S.Wongwises // *Renewable and Sustainable Energy Reviews.* – 2006. – Vol.10, N5. – p.463-490.

128. Nishimura T. Mass transfer in a symmetric sinusoidal wavy-walled channel for oscillatory flow / T.Nishimura, S.Murakami, Y.Kawamura // *Chemical Engineering Science*. – 1993. – Vol.48, N10. – p.1793-1800.
129. Nobari M.R.H. A numerical study of flow and heat transfer in internally finned rotating straight pipes and stationary curved pipes / M.R.H.Nobari, K.Gharali // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. – 2006. – Vol. 49, N5. – p.1185-1194.
130. Oh K.W. A low-temperature bonding technique using spin-on fluorocarbon polymers to assemble microsystems / K.W.Oh, A.Han, S.Bhansali, C.H.Ahn // *Journal of Micromechanics and Microengineering*. – 2002. – Vol.12, N2. – p. 187-191.
131. Olayiwola B. Cross-flow transport and heat transfer enhancement in laminar pulsed flow / B.Olayiwola, P.Walzel // *Chemical Engineering and Processing: Process Intensification*. – 2008. – Vol.47, N5. – p.929-937.
132. Ottino J.M. *The kinematics of mixing: stretching, chaos and transport* / J.M.Ottino. – Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1989. – 364 p.
133. Ottino J.M. Mixing, chaotic advection, and turbulence / J.M.Ottino // *Annual Review of Fluid Mechanics*. – 1990. – Vol.22. – p.207-253.
134. Ottino J.M. The art of mixing with an admixture of art: viewing creativity through P.V.Danckwerts's early work / J.M.Ottino // *Chemical Engineering Science*. – 2000. – Vol.55, N23. – p.2749-2765.
135. Oviedo-Tolentino, F. Experimental study of fluid flow in the entrance of a sinusoidal channel / F.Oviedo-Tolentino, R.Romero-Méndez, A.Hernández-Guerrero, B.Girón-Palomares // *International Journal of Heat and Fluid Flow*. – 2008. – Vol.29, N5. – p.1233-1239.
136. Ozisik. M.N. *Finite difference method in heat transfer* / M.N.Ozisik. – London: CRC Press, 1994. – 412p.
137. Paidoussis M.P. Cross-flow-induced chaotic vibrations of heat-exchanger tubes impacting on loose supports / M.P.Paidoussis, G.X.Li // *Journal of Sound and Vibration*. – 1992. – Vol.152, N2. – p.305-326.

138. Patankar S. Numerical heat transfer and fluid flow / S.Patankar – New York: CRC Press, 1980. – 197p.
139. Peerhossaini H. Heat exchanger design based on chaotic advection / H.Peerhossaini, C.Castelain, Y. Le Guer // Experimental Thermal and Fluid Science. – 1993. – Vol.7, N4. – p. 333-344.
140. Prasad A.K. Combined forced and natural convection heat transfer in a deep lid-driven cavity flow / A.K.Prasad, J.R.Koseff // International Journal of Heat and Fluid Flow. – 1996. – Vol.17, N5. – p.460-467.
141. Qu J. Start-up, heat transfer and flow characteristics of silicon-based micro pulsating heat pipes / J.Qu, H.Wu, P.Cheng // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 2012. – Vol.55, N21. – p.6109-6120.
142. Roberts E.P.L. The simulation of stretch rates for the quantitative prediction and mapping of mixing within a channel flow / E.P.L.Roberts, M.R.Mackley // Chemical Engineering Science. – 1995. – Vol.50, N23. – p.3727-3746.
143. Rohsenow W.M. Handbook of heat transfer / W.M.Rohsenow, J.P.Hartnett, Y.I.Cho – New York : McGraw-Hill, 1998. – 1501p.
144. Saatdjian E. A study of mixing by chaotic advection in two three-dimensional open flows / E.Saatdjian, A.J.S.Rodrigo, J.P.B.Mota // Chemical Engineering Science. – 2012. – Vol.81. – p.179-190.
145. Schaller R.R. Moore's law: past, present and future / R.R.Schaller // Spectrum, IEEE. – 1997. – Vol.34, N6. – c.52-59.
146. Smith F.T. Steady motion within a curved pipe / F.T.Smith // Proceedings of the Royal Society of London. – 1976. – Vol.A347, N1650. – p.345-370.
147. Sobhan C.B. A comparative analysis of studies on heat transfer and fluid flow in microchannels / C.B.Sobhan, S.V.Garimella // Microscale Thermophysical Engineering. – 2001. – Vol.5, N4. – p.293-311.
148. Somashekar V. Flow structure in a wide microchannel with surface grooves / V.Somashekar, M.G.Olsen, M.A.Stremler // Mechanics Research Communications. – 2009. – Vol.36. – p.125-129.

149. Song H. Experimental test of scaling of mixing by chaotic advection in droplets moving through microfluidic channels / H.Song, M.B.Bringer, J.D.Tice et al. // Applied Physics Letters. – 2003. – Vol.83, N22. – p.4464-4666.
150. Speetjens M.F.M. Visualisation of heat transfer in 3D unsteady flows / M.F.M.Speetjens, A.A.van Steenhoven // International Journal of Thermal Sciences. – 2010. – Vol.49, N7. – p.1103-1114.
151. Stroock A.D. Chaotic mixer for microchannels / A.D.Stroock, S.K.W.Dertinger, A.Ajdari et al. // Science. – 2002. – Vol.295. – p.647- 651.
152. Stroock A.D. Investigation of the stragglered herringbone mixer with a simple analytical model / A.D.Stroock, J.M.McGraw // Philosophical Transactions of the Royal Society of London. – 2004. – Vol.A362. – p.971-986.
153. Sui Y. Direct numerical simulation of fluid flow and heat transfer in periodic wavy channels with rectangular cross-sections / Y.Sui, C.J.Teo, P.S.Lee // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 2012. – Vol.55, N1. – p.73-88.
154. Sussman M. A level set approach for computing solutions to incompressible two-phase flow / M.Sussman, P.Smereka, S.Osher // Journal of Computational physics. – 1994. – Vol.114, N1. – p.146-159.
155. Tahseen T.A. Experimental study on heat transfer and friction factor in laminar forced convection over flat tube in channel flow / T.A.Tahseen, M.M.Rahman, M.Ishak // Procedia Engineering. – 2015. – Vol.105. – p. 46-55.
156. Tang X.Y. Flow structure and heat transfer in a narrow rectangular channel with different discrete rib arrays / X.Y.Tang, D.S.Zhu // Chemical Engineering and Processing: Process Intensification. – 2013. – Vol.69. – p.1-14.
157. Tang X.Z. Design criteria of a chemical reactor based on a chaotic flow / X.Z.Tang, A.H.Boozer // Chaos. – 1999. – Vol.9, N1. – p.183-194.
158. Tangborn A.V. Chaotic advection in 2-D mixed convection flow / A.V.Tangborn, D.M.Silevitch // Chaos. – 1995. – Vol.5, N2. – p.432-438.
159. Tel T. Chaotic advection, diffusion, and reactions in open flows / T.Tel, G.Karolyi, A.Pentek et al. // Chaos. – 2000. – Vol.10, N1. – p.89-98.

160. Thakur R.K. Static mixers in the process industries - a review / R.K.Thakur, C.Vial, K.D.P.Nigam, E.B.Nauman, G.Djelveh // Chemical Engineering Research and Design. – 2003. – Vol.81, N7. – p.787-826.
161. Therriault D. Chaotic mixing in three-dimensional microvascular networks fabricated by direct-write assembly / D.Therriault, S.R.White, J.A.Lewis // Nature Materials. – 2003. – Vol.2. – p.265-271.
162. Timité B. Mass transfer and mixing by pulsatile three-dimensional chaotic flow in alternating curved pipes / B.Timité, C.Castelain, H.Peerhossaini // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 2011. – Vol.54, N17. – p.3933-3950.
163. Tsai T. H. Performance analysis of nanofluid-cooled microchannel heat sinks / T.H.Tsai, R.Chein // International Journal of Heat and Fluid Flow. – 2007. – Vol.28, N5. – p.1013-1026.
164. Valencia A. Unsteady flow and heat transfer in plane channels with spatially periodic vortex generators / A.Valencia, M.Sen // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 2003. – Vol.46, N17. – p.3189-3199.
165. Wang C.Y. Stokes flow through a zig-zag channel / C.Y.Wang // Acta Mechanica. – 1998. – Vol.126, N1-4. – p.115-125.
166. Wang L. Forced convection in slightly curved microchannels / L.Wang, F.Liu // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 2007. – Vol.50, N5. – p.881-896.
167. Xia H.M. Numerical study on microstructured reactor with chaotic heat and mass transfer and its potential application for exothermic process / H.M.Xia, Z.P.Wang, S.Y.M.Wan, F.F.Yin // Chemical Engineering Research and Design. – 2012. – Vol.90, N11. – p.1719-1726.
168. Xuan Y. Heat transfer enhancement of nanofluids / Y.Xuan, Q.Li // International Journal of Heat and Fluid Flow. – 2000. – Vol.21, N1. – p.58-64.
169. Yanase S. Numerical study of non-isothermal flow with convective heat transfer in a curved rectangular duct / S.Yanase, R.N.Mondal, Y.Kaga // International Journal of Thermal Sciences. – 2005. – Vol.44, N11. – p.1047-1060.

170. Yang P. Patterning porous oxides within microchannel networks / P.Yang, A.H.Rizvi, B.Messer et.al. // *Advanced Materials*. – 2001. – Vol.13, N6. – p.427-431
171. Zachár A. Analysis of coiled-tube heat exchangers to improve heat transfer rate with spirally corrugated wall / A.Zachár // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. – 2010. – Vol.53, N19. – p.3928-3939.
172. Zheng Z. Chaotic advection in steady laminar heat transfer simulations: Periodic zigzag channels with square cross-sections / Z.Zheng, D.F.Fletcher, B.S.Haynes // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. – 2013. – Vol.57, N1. – p.274-284.

## **ПРИЛОЖЕНИЕ**

## ПРИЛОЖЕНИЕ А.

### ПРИМЕР ИНЖЕНЕРНОГО РАСЧЕТА ПРЯМОЛИНЕЙНОГО КАНАЛА СО ВСТАВКАМИ

#### *Задача*

Необходимо определить разность прикладываемого давления и уровень тепловых потоков охлаждающего теплообменника, выполненного в виде прямолинейного канала с сечением  $2\text{мм}$  с системой симметричных вставок высотой  $0.4\text{мм}$ , шириной  $0.2\text{мм}$  и с расстоянием между вставками  $2\text{мм}$ , который выполнен внутри керамической подложки химического процессора с общей длиной  $36\text{мм}$  и расстоянием  $50\text{мм}$  до нагревающих поверхностей по обе стороны канала<sup>1</sup>. В канал подается вода с температурой  $20^\circ\text{C}$ , а температура нагретых поверхностей подложки поддерживается на уровне  $70^\circ\text{C}$ . Построить зависимость среднего удельного теплового потока через границы канала от средней скорости течения теплоносителя.

#### *Решение*

##### *1. Определение значений физических параметров*

Физическими параметрами сред, которые необходимы для проведения вычислений, являются [29, 36, 49]:

Теплоноситель (вода)

- плотность,  $\rho_F = 1.0 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ ;
- коэффициент температуропроводности,  $\alpha_F = 1.42 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$ ;
- коэффициент теплопроводности,  $\gamma_F = 0.6 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$ ;
- кинематическим коэффициентом вязкости,  $\nu = 1.0 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ .

---

<sup>1</sup> Формулировка инженерной задачи подобрана под результаты численных расчетов, проведенных в диссертационной работе. В случае, если геометрия канала отличается от рассмотренных в работе случаев, то необходимо предварительно провести численные расчеты, опираясь на которые можно решить прикладную задачу.

Подложка (керамика)

- коэффициент температуропроводности,  $\alpha_S = 3.33 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ ;
- коэффициент теплопроводности,  $\gamma_S = 7.23 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$ ;

## 2. Определение безразмерных параметров задачи

Задачу следует пронормировать на ширину канала  $D$ , максимальную скорость течения в средней части на входе канала  $U_0$ , плотность жидкости  $\rho$  и на разницу температур,  $\Delta T = T_1 - T_0$ , внешней среды на нагреваемом участке поверхности подложки ( $T_1$ ) и жидкости на входе канала ( $T_0$ ). Принимая во внимание нормировку, представленную в (2.21), получаем следующие значения (смотри обозначения на рис.3.1):

- длина канала,  $L = 18.0$ ;
- толщина подложки,  $H = 12,5$ ;
- высота вставок,  $h = 0.2$ ;
- ширина вставок,  $c = 0.1$ ;
- расстояние между вставками,  $a = 1.0$ ,
- относительный коэффициент теплопроводности (3.1)

$$\gamma = \frac{3.33 \cdot 10^{-6}}{1.42 \cdot 10^{-7}} = 23.5, \quad (\text{A1})$$

- Число Прандтля для теплоносителя и внешней среды, отнесенные к вязкости жидкости (3.2)

$$\text{Pr}_F = \frac{1.0 \cdot 10^{-6}}{1.42 \cdot 10^{-7}} = 7.0, \quad \text{Pr}_S = \frac{1.0 \cdot 10^{-6}}{3.33 \cdot 10^{-6}} = 0.33. \quad (\text{A2})$$

## 3. Проведение численного моделирования

Полученные безразмерные параметры соответствуют вычислениям, проведенным в разделе 3.4.1 с параметрами, указанными выше. В дальнейшем будем пользоваться данными графиков, представленными на рис.3.20 и рис.3.21.

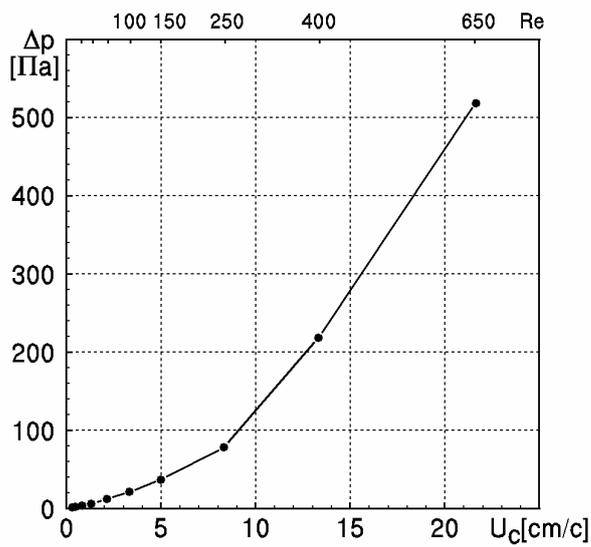


Рис.А.1. Зависимость приложенной перепада давления в канале от средней скорости течения

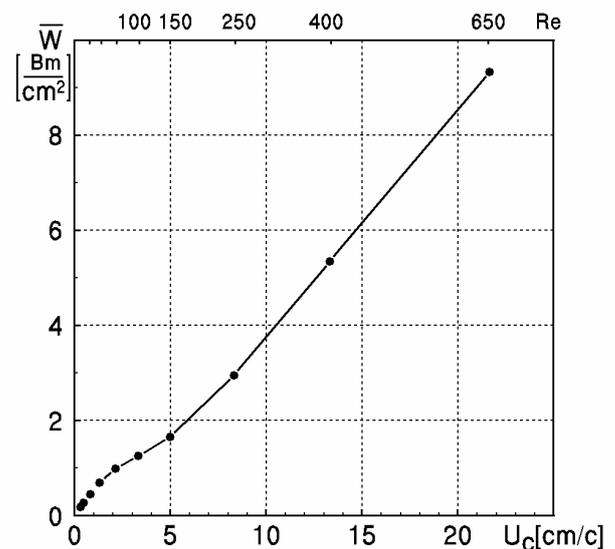


Рис.А.2. Зависимость удельного теплового потока через границы канала от средней скорости течения

#### 4. Получение размерных зависимостей

Известно [2, 82], что значение максимальной скорости  $U_m$  ламинарного течения на оси двумерного канала и значение средней скорости  $U_c$  связаны соотношением

$$U_c = \frac{2}{3} U_m. \quad (A3)$$

Принимая во внимание указанную выше нормировку и определение числа Рейнольдса  $Re$  (2.23), получаем зависимость средней скорости теплоносителя от значений чисел Рейнольдса

$$U_c = \frac{2\nu}{3D} Re = \frac{2 \cdot 10^{-6}}{3 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} Re = 0.000333 \cdot Re \quad [м/с]. \quad (A4)$$

Принимая во внимание нормировку гидродинамических параметров в диссертационной работе (смотри п.2.2), получаем размерные значения перепада давлений, прикладываемых на участке длиной  $L$

$$\Delta p = \frac{\rho U_0^2 L}{D} \left( \frac{\Delta p}{L} \right)^* = \frac{10^3 \cdot 0.05^2 \cdot 0.036}{0.002} \left( \frac{\Delta p}{L} \right)^* = 45 \left( \frac{\Delta p}{L} \right)^* \quad [Па]. \quad (A5)$$

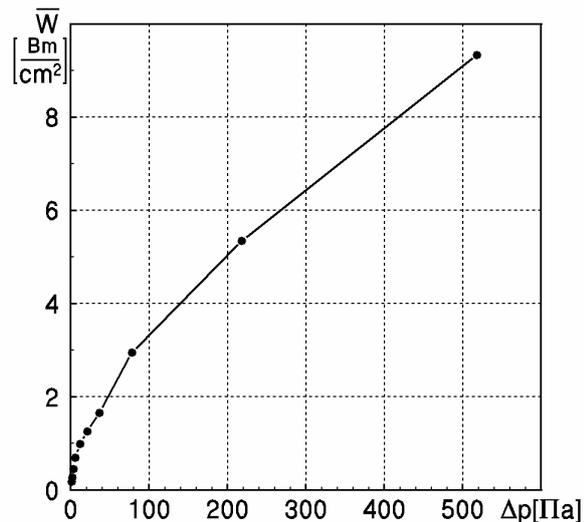


Рис. А.3. Зависимость усредненного теплового потока от перепада давлений, приложенных к входу и выходу канала

Подстановка численных данных позволяет построить зависимость приложенной перепада давления в канале от средней скорости течения, которая представлена на рис. А1.

По аналогии, из (3.3) получаем выражение для значений усредненного теплового потока

$$W = \frac{\gamma_F(T_1 - T_0)}{D} W^* = \frac{0.6 \cdot (70 - 20)}{2 \cdot 10^{-3}} W^* = 15000 W^* \quad [Bm/m^2], \quad (A5)$$

где  $W^*$  – нормированное значение, представленное на рис.3.22.

Здесь  $U_0$  – скорость потока в канале при  $Re = 100$  (смотри выражение (A4)), а  $(\Delta p/L)^*$  – нормированное значение, представленное на рис.3.21.

Подстановка численных данных позволяет построить зависимость значений удельного теплового потока через границы канала от средней скорости течения (рис. А2).

Сопоставляя численные значения графиков, представленных на рис. А1 и рис. А2, получаем зависимость значений усредненного теплового потока, который выносится теплоносителем из химического процессора, от перепада давлений, приложенных к входу и выходу канала. Эта зависимость показана на рис. А3.

**ПРИЛОЖЕНИЕ Б.**  
**ДОКУМЕНТЫ О ВНЕДНЕНИИ И ИСПОЛЬЗОВАНИИ РЕЗУЛЬТАТОВ**  
**ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ**