

УДК 629.7.054

ВЛИЯНИЕ ДИФРАКЦИОННЫХ ЯВЛЕНИЙ НА ПОГРЕШНОСТЬ СИСТЕМЫ КОРРЕКЦИИ ГИРОГОРИЗОНТА

*Ковалец О.Я., Национальный технический университет Украины
«Киевский политехнический институт», г. Киев, Украина*

Статья посвящена описанию природы появления дополнительной погрешности гироскопа вследствие дифракционных явлений проникающего акустического излучения на чувствительном элементе системы коррекции

Введение

К гироскопическим устройствам, используемым в инерциальных навигационных системах, в системах автоматической стабилизации объектов и т.п., предъявляются весьма высокие требования в отношении погрешностей показаний в условиях больших перегрузок, вибрации, ударных, кинематических и других возмущающих воздействий. Поэтому их усовершенствование, в основном, осуществлялось по пути снижения моментов сил сухого трения в опорах подвеса гироскопа, обеспечения его вибрационной и ударной устойчивости и т.д. Технической реализацией этих требований явилось создание гироскопов с поплавковым подвесом, в которых за счет архимедовой силы жидкости существенно снижаются моменты сил трения в осях подвеса. Жидкостный (гидростатический) подвес обеспечивает также демпфирование колебаний подвижной части.

Достижения практической космонавтики существенно расширили и вывели на качественно новый уровень сложившиеся представления о характере рассеяния энергии акустических полей в механических системах бортовой аппаратуры летательных аппаратов, определили перспективы развития и совершенствования измерителей механических величин, очертили круг теоретических и прикладных задач проектирования приборов и устройств командно-измерительных комплексов ракет-носителей. Вместе с тем, остается много нерешенных проблем качественной и количественной оценки упругого взаимодействия, внешних возмущающих факторов, в частности, акустического излучения с бортовой аппаратурой. В первую очередь, это относится к носителям кинетического момента, имеющим целый ряд особенностей функционирования. Речь идет о гироскопических приборах, основное назначение которых – создание на подвижных объектах нескольких (или системы) ориентирных направлений.

Особенностью излучения звука аэродинамическим потоком является наличие сферических звуковых волн и остронаправленных интенсивных волн Маха, которые и являются основным источником шума. Величина среднего квадрата акустического давления, например, высокоскоростных ракет, может быть определена известной формулой Лайтхилла.

Как оказалось, проникающее акустическое излучение высокого уровня (выше 150 дБ) оказывает существенное влияние на подвес гироскопа [1], системы коррекции [2], элементную базу бортовой аппаратуры в целом [3], и в своей со-

вокупности может радикально повлиять на соответствие Паспортным характеристикам приборов управления. Особенно остро это влияние проявляется при наступлении волнового совпадения.

Постановка задачи

Нарушение функциональных свойств чувствительных элементов систем коррекции неизбежно приведет к погрешностям построения заданного ориентирного направления. В частности, к построению вертикали места с помощью гиригоризонта с шариковой коррекцией.

Изучим природу явления в предположении абсолютной твердости стального шарика и в пренебрежении другими эффектами.

Целью исследований является аналитическое описание механизма воздействия прошедшей звуковой волны на шариковую коррекцию гиригоризонта.

Изложение основного материала

В качестве примера рассмотрим одну из технических реализаций гиригоризонта.

Основу конструкции, как всегда, составляет гироскоп 1 с тремя степенями свободы, установленный в кардановом подвесе с вертикальной (в положении равновесия на неподвижном основании) осью собственного вращения ротора (рис. 1). Над кожухом имеется так называемая каретка 4 с прорезью 5, в которой помещен стальной шарик 6, перекатывающийся в кольцеобразном желобе на поверхности кожуха. Каретка приводится во вращение устройством из постоянного магнита 2, насаженного на ось ротора гироскопа, и стаканчика 3, жестко связанного с кареткой. При вращении магнита вместе с ротором, наводимые в стаканчике 3 вихревые токи, взаимодействуя с магнитом, создают момент, направленный в сторону вращения ротора. Скорость вращения каретки регулируется специальным анкерным механизмом.

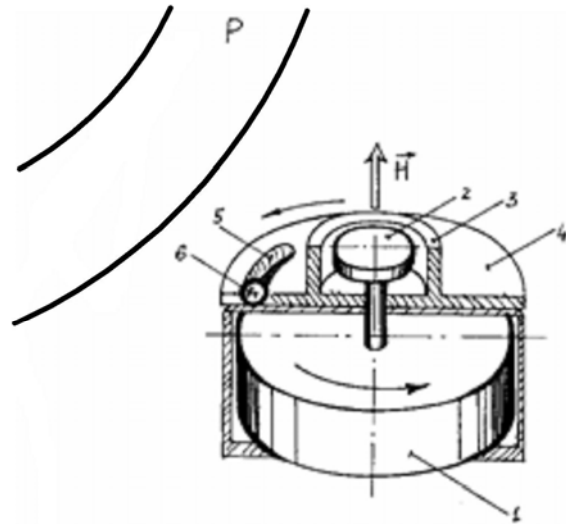


Рис. 1. Гиригоризонт с шариковой коррекцией

Если ось гироскопа в начальный момент времени была вертикальна, то ось фигуры будет описывать конус, так как момент, создаваемый шариком, будет менять свое положение со скоростью, приблизительно равной угловой скорости вращения каретки. При отклонении оси гироскопа от вертикали шарик стремится скатиться вниз по наклонной плоскости и, тем самым, будет тормозить или ускорять движение каретки.

При звуковом воздействии, например, в виде плоской волны избыточного давления P , чувствительный элемент системы коррекции – шарик – получит

направленное движение в сторону распространения звука (рис. 3).

Определим перемещение шарика под действием акустической волны, считая его абсолютно твердым телом свободным от закреплений и совершающего чистое качение, без проскальзывания. Влиянием стенок желоба на шарик будем пренебрегать.

Пусть в окружающей среде распространяется нестационарная волна давления с потенциалом $\Phi(y - ct) = \Phi(\xi)$, фронт которой в момент времени $t = 0$ соприкасается с поверхностью исходно неподвижного шарика (рис. 2).

В фазовой плоскости (y, t) функция $\Phi(y - ct)$ сохраняет постоянное значение на линиях $(y - ct) = \text{const}$, поверхность $U = \Phi(y - ct)$ цилиндрическая с образующими, параллельными прямой $y = ct$, направляющая поверхности – кривая $\Phi(y - ct)$ при $t = 0$ (рис. 2). Потенциал скорости дифракционной волны пусть будет $\varphi(x, y, z, t)$. Тогда, с учетом линейности задачи, дифференциальное уравнение движения шарика можно записать в виде

$$I\varepsilon(t) = R\rho \iint_S \frac{\partial}{\partial t} [\Phi(y - ct) + \varphi(x, y, z, t)] \cos(\hat{n}, y) dS, \quad (1)$$

где I – момент инерции шарика относительно точки соприкосновения с поверхностью качения; $\varepsilon(t)$ – угловое ускорение шарика; R – радиус шарика; ρ – плотность воздуха; $\Phi(y - ct)$ – потенциал скорости падающей волны давления; c – скорость звука; $\varphi(x, y, z, t)$ – потенциал скорости дифракционной волны; n – направление внешней нормали к поверхности S шарика.

Для потенциала φ справедливо следующее трехмерное волновое уравнение:

$$\Delta\varphi(x, y, z, t) - c^{-2} \frac{\partial^2 \varphi(x, y, z, t)}{\partial t^2} = 0, \quad (2)$$

а начальные условия имеют вид

$$\Phi(y - t)|_{t=0} = 0;$$

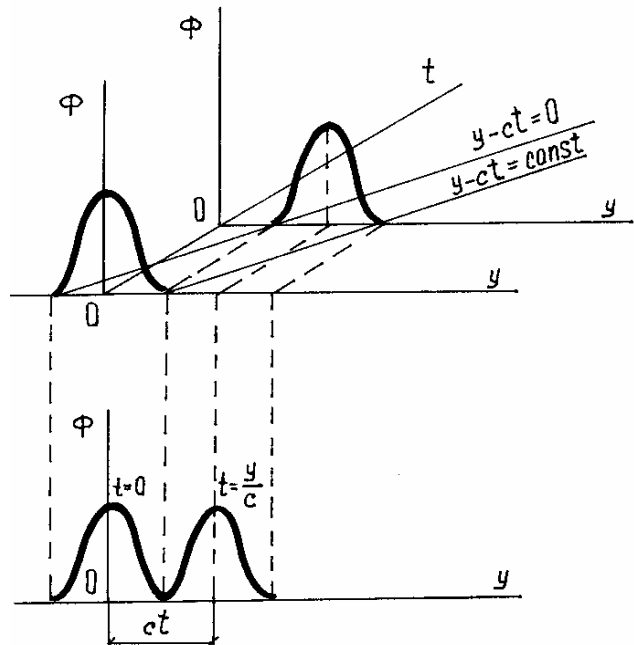


Рис. 2. Потенциал скорости падающей волны

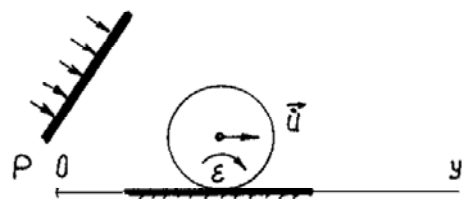


Рис. 3. Схема воздействия акустического излучения на шарик коррекционного механизма

$$\begin{aligned}\varphi(x, y, z, t)|_{t=0} &= 0; \\ \frac{\partial \varphi(x, y, z, t)}{\partial t} \Big|_{t=0} &= 0.\end{aligned}\quad (3)$$

При $r = (x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{1}{2}} \rightarrow \infty$ функция $\varphi(x, y, z, t) \rightarrow 0$, а на поверхности тела имеют место граничные условия

$$\frac{\partial \varphi(x, y, z, t)}{\partial n} = -\frac{\partial \Phi(y - ct)}{\partial n} + \frac{dU(t)}{dt} \cos(\hat{n}, y). \quad (4)$$

Определим закон движения шарика. Для этого, проинтегрировав дважды выражение (1) по времени в пределах от $t = 0$ до t , с учетом обозначенных начальных условий, определим поступательное перемещение шарика

$$U(t) = \varphi R = \rho I^{-1} R^2 \iint_S \left[\Phi_1 \cos(\hat{n}, y) + \varphi_1 \cos(\hat{n}, y) \right] dS, \quad (5)$$

где $\Phi_1 = \int_0^t \Phi(y - c\tau) d\tau$; $\varphi_1 = \int_0^t \varphi(x, y, z, \tau) d\tau$.

Таким образом, перемещения частиц воздуха будут выражаться через функции Φ_1 и φ_1 формулами

$$\vec{V}_{\text{ш}} = \text{grad} \Phi_1; \quad \vec{W}_{\text{ш}} = \text{grad} \varphi_1, \quad (6)$$

причем $\vec{V}$ – перемещение, вызванное падающей волной, т.е. перемещение, которое было бы, если бы шарика в воздухе не было, а $\vec{W}$ – дополнительное перемещение, обусловленное дифракцией.

Поскольку падающая волна распространяется вдоль оси y , постольку

$$\vec{V}_{\text{ш}} = \frac{\partial \Phi_1}{\partial y} \cdot \vec{j} = \vec{j} V_{\text{ш}}. \quad (7)$$

Для функции φ_1 справедливо уравнение

$$\Delta \varphi_1 = c^{-2} \frac{\partial \varphi}{\partial t} \quad (8)$$

и граничным условиям на поверхности шарика

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial n} = -\frac{\partial \Phi_1}{\partial n} + U \cos(\hat{n}, y) = (U - V_{\text{ш}}) \cos(\hat{n}, y). \quad (9)$$

Выражения (8) и (9) получаются путем интегрирования по времени условий (2) и (4) соответственно с учетом (3).

Следует заметить, что если полный импульс давления конечный по величине, т.е.

$$I = \int_0^\infty P dt = -\rho \int_0^\infty \frac{\partial \Phi}{\partial y} dt = \text{const}, \quad (10)$$

то сходятся несобственные интегралы $\lim_{t \rightarrow \infty} \Phi_1(y, t)$ и $\lim_{t \rightarrow \infty} \varphi_1(y, t)$ и перемещение $V_{\text{ш}}$ останется при $t \rightarrow \infty$ конечным по величине, стремясь к некоторому пределу

$$V_{\infty} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\partial \Phi_1}{\partial y}. \quad (11)$$

Поскольку

$$\left. \frac{\partial \Phi(x, y, z, t)}{\partial t} \right|_{t=0} = 0,$$

то при установившемся процессе, т.е. при $t \rightarrow \infty$, будет иметь место соотношение

$$\left. \frac{\partial \Phi(x, y, z, t)}{\partial t} \right|_{t=\infty} = 0$$

и

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \Phi_1(x, y, z, t) = \Phi_{1\infty},$$

причем

$$\Delta \Phi_{1\infty} = 0.$$

Потенциал скорости падающей волны $\Phi(y - ct)$, а, следовательно, и его интеграл Φ_1 , не имеют особенностей внутри области, занимаемой шариком. На этом основании, в соответствии с формулой Остроградского, можно записать

$$\rho \iint_S \Phi_1(y, t) \cos(\hat{n}, y) ds = \rho \iiint_{V_0} \frac{\partial \Phi_1(y, t)}{\partial y} dV_0 = \rho \iiint_{V_0} V_{\text{ш}}(y, t) dV_0, \quad (12)$$

где справа интегрирование ведется по всему объему, занимаемому шариком.

Тогда

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \rho \iiint_{V_0} V_{\text{ш}}(y, t) dV_0 = \rho V_{\infty} \iiint_{V_0} dV_0 = \rho V_{\infty} V_0 = M_0 V_{\infty}, \quad (13)$$

где $M_0 = \rho V_0 = \frac{4}{3} \rho \pi R^3$ – масса воздуха, вытесненного шариком.

Что касается второго интеграла выражения (5), то, согласно (9), он может быть записан следующим образом

$$\rho \iint_S \Phi_1 \cos(\hat{n}, y) ds = \rho \iint_S (U - V_{\text{ш}}) \Phi_1 \frac{\partial \Phi_1}{\partial n} dS. \quad (14)$$

$$U(t) = \frac{5}{7} \frac{\rho}{M} \iiint_{V_0} V_{\text{ш}}(y, t) dV_0 + \frac{5}{7} \frac{\rho}{M} \iint_S (U - V_{\text{ш}})^{-1} \Phi_1 \frac{\partial \Phi_1}{\partial n} dS, \quad (15)$$

здесь обозначено $I = \frac{7}{5} MR^2$ – момент инерции шарика относительно точки качения.

Для нахождения $U(t)$ необходимо определить функцию $\Phi_1(x, y, z, t)$, которая при принятой общей постановке задачи, разумеется, вычислена быть не может.

Поэтому будем искать не $U(t)$, а только окончательные перемещения

$$U_{\infty} = \lim_{t \rightarrow \infty} U(t). \quad (16)$$

Такого предела, вообще говоря, может и не быть. Однако в нашем случае, в предположении конечного по величине импульса давления, частицы воздуха получают конечные перемещения и можно ожидать, что в этом случае конечным будет и перемещение шарика.

Итак, пусть $t \rightarrow \infty$, $V_{ш} \rightarrow V_{ш\infty}$, а $U \rightarrow U_{\infty}$. Тогда из уравнения (15) следует, что

$$U_{\infty} = \frac{5}{7} M_0 V_{ш\infty} + \frac{5}{7} \rho M^{-1} (U_{\infty} - V_{ш\infty})^{-1} \lim \iint_S \varphi_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial n} dS. \quad (17)$$

Таким образом, требуется определить

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \iint_S \varphi_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial n} dS = \iint_S \varphi_{1\infty} \frac{\partial \varphi_{1\infty}}{\partial n} dS, \quad (18)$$

$$\varphi_{1\infty} = \lim_{t \rightarrow \infty} \varphi_1 = f(x, y, z). \quad (19)$$

Функция φ_1 подчиняется уравнению (8), правая часть которого стремится к нулю при $t \rightarrow \infty$, поскольку она пропорциональна давлению в дифракционной волне. Поэтому $\varphi_{1\infty}$ – функция гармоническая. Она затухает при $r \rightarrow \infty$, а на поверхности шарика подчиняется условию

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial n} = A \cos \left(\hat{n}, y \right), \quad (A = U_{\infty} - V_{ш\infty} = \text{const}). \quad (20)$$

Отсюда следует, что $\varphi_{1\infty}$ может быть отождествлена с потенциалом течения безграничной газовой среды при движении в ней рассматриваемого тела с постоянной скоростью A в направлении оси y . При этом представляет интерес не столько сама эта функция, сколько лишь интеграл (18).

Преобразуем его по формуле Грина с учетом того, что при $r = [x^2 + y^2 + z^2]^{\frac{1}{2}} \rightarrow \infty$ функция φ_1 стремится к нулю как r^{-2} .

Тогда получим

$$\begin{aligned} \iint_S \varphi_{1\infty} \frac{\partial \varphi_{1\infty}}{\partial n} dS &= 2^{-1} \iint_S \frac{\partial (\varphi_{1\infty})^2}{\partial n} dS = \\ &= - \iiint_{V_0} \left[\left(\frac{\partial \varphi_{1\infty}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi_{1\infty}}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi_{1\infty}}{\partial z} \right)^2 \right] dV_0. \end{aligned} \quad (21)$$

В правой части этого равенства интегрирование распространяется по области задания $\varphi_{1\infty}$, т.е. по всему объему воздуха. Таким образом, задача сведена к вычислению интеграла

$$T = 2^{-1} \rho \iiint_{V_0} \left[\left(\frac{\partial \varphi_{1\infty}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi_{1\infty}}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi_{1\infty}}{\partial z} \right)^2 \right] dV_0. \quad (22)$$

Но это есть кинетическая энергия идеальной несжимаемой среды в задаче с граничными условиями (20). В первом приближении нашу задачу можно рассматривать именно такой, ввиду воздействия акустического излучения высокой интенсивности 160...180 децибел. Тогда следует, что

$$T = 2^{-1} \mu_y M_0 A^2, \quad (23)$$

где μ_y – коэффициент присоединенной массы для рассматриваемого шарика при его движении вдоль оси y .

На основании (21), (22), (23), и (20), выражение (16) примет вид

$$MU_\infty = \frac{5}{7} M_0 V_{\text{ш}\infty} - \frac{5}{7} \mu_y M_0 A = \frac{5}{7} M_0 V_{\text{ш}\infty} - \frac{5}{7} M_0 (U_\infty - V_{\text{ш}\infty}); \quad (24)$$

$$U_\infty = \frac{5}{7} (1 + \mu_y) \frac{V_{\text{ш}\infty}}{\mu_y + MM_0^{-1}}.$$

Таким образом, предположение о том, что существует предельное значение перемещения (16), не привело к противоречию и подтверждается окончательной формулой (24). Очевидно, что с прекращением действия акустического излучения, гироскоп будет работать в номинальном режиме, предусмотренным Паспортным.

Выводы

Проведенные исследования подтверждают изначальные предположения о перемещении коррекционного шарика в сторону распространяющейся звуковой волны. Указано на возможность достижения предельного значения этого перемещения.

Представляет научный и практический интерес дальнейшее изучение этого явления в условиях реверберационного пространства и диффузной структуры звукового поля.

Литература

1. Карачун В.В., Мельник В.Н., Саверченко В.Г. Некоторые аспекты влияния проникающего акустического излучения на приборы и системы инерциальной навигации // Космічна наука і технологія. – 2004. – Т.10. – №4. – С. 50-59.
2. Карачун В.В., Потапова Е.Р., Мельник В.Н. О погрешности построения вертикали при старте носителей // Космічна наука і технологія. – 1999. – Т. 5. – № 4. – С.70-74.
3. Карачун В.В. Двумерная задача упругого взаимодействия акустического излучения маршевых двигателей с плоскими элементами конструкции КА // Космічна наука і технологія. – 1997. – Т 3, – № 5/6. – С. 92-97.

Ковалець О.Я. **Вплив дифракційних явищ на похибку системи корекції гірогоризонта**
Стаття присвячена опису природи появи додаткової похибки гірогоризонта внаслідок дифракційних явищ проникаючого акустичного випромінювання на чутливому елементі системи корекції.

Kovalets O.Ya. **Influence of diffraction phenomena on correction system's error of gyrohorizon**

The article is devoted to discription of nature of appearance of additional error of gyrohorizon from the diffraction phenomena of penetrable acoustic radiation on the pickoff of the system of correction.

Надійшло до редакції
10 липня 2009 року