

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

О. В. Муравйов

СУЧАСНІ ОПТИЧНІ ТЕХНОЛОГІЇ ТА СИСТЕМИ

Практикум

Навчальний посібник

Рекомендовано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
як навчальний посібник для здобувачів ступеня магістра
за освітньою програмою «Комп'ютерно-інтегровані системи та технології в приладобудуванні»
спеціальності 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології»

Електронне мережне навчальне видання

Київ
КПІ ім. Ігоря Сікорського
2022

Рецензенти: *Голінко І. М.*, канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри автоматизації енергетичних процесів КПІ ім. Ігоря Сікорського
Васильковська І. О., канд. техн. наук, старший викладач кафедри комп'ютерно-інтегрованих оптичних та навігаційних систем КПІ ім. Ігоря Сікорського

Відповідальний редактор: *Богдан Г. А.*, канд. техн. наук, старший викладач кафедри автоматизації та систем неруйнівного контролю КПІ ім. Ігоря Сікорського

Гриф надано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського (протокол № 3 від 01.12.2022 р.) за поданням Вченої ради приладобудівного факультету (протокол № 12/22 від 28.11.2022 р.)

Електронне мережне навчальне видання

Муравйов Олександр Володимирович, канд. техн. наук

СУЧАСНІ ОПТИЧНІ ТЕХНОЛОГІЇ ТА СИСТЕМИ Практикум

Сучасні оптичні технології та системи. Практикум [Електронний ресурс] : навч. посіб. для студ. спеціальності 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології» / О. В. Муравйов; КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. - 56 с.

Посібник призначений для студентів, що навчаються за спеціальністю 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології» за освітньою програмою «Комп'ютерно-інтегровані системи та технології в приладобудуванні», які вивчають курс «Сучасні оптичні технології та системи».

Метою навчального посібника «Сучасні оптичні технології та системи. Практикум» є формування у студентів навичок, що необхідні магістру в практичній роботі з розрахунку, проектування й автоматизації оптичних та оптико-електронних систем та приладів. Навчальний посібник розроблено для практичних занять, матеріали яких присвячені трьом оптичним явищам: інтерференції, дифракції та поляризації світла. У ньому розглядаються основні практичні питання фундаментальних основ хвильової оптики. Навчальний посібник містить умови задач, їх розв'язок та відповіді, а також завдання для самоконтролю. Розглянуто теоретичні положення, необхідні для розв'язання наведених задач.

Реєстр. № _____ Обсяг 2,5 авт. арк.

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
проспект Перемоги, 37, м. Київ, 03056
<https://kpi.ua>

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру видавців, виготовлювачів і розповсюджувачів видавничої продукції ДК № 5354 від 25.05.2017 р.

© О. В. Муравйов
© КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022

ЗМІСТ

ВСТУП	4
РОЗДІЛ 1. ІНТЕРФЕРЕНЦІЯ СВІТЛА	6
1.1. ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ	6
1.2. ПРИКЛАДИ РОЗВ’ЯЗАННЯ ЗАДАЧ.....	7
1.3. ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ	26
РОЗДІЛ 2. ДИФРАКЦІЯ СВІТЛА	28
2.1. ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ	28
2.2. ПРИКЛАДИ РОЗВ’ЯЗАННЯ ЗАДАЧ.....	29
2.3. ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ	46
РОЗДІЛ 3. ПОЛЯРИЗАЦІЯ СВІТЛА	47
3.1. ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ	47
3.2. ПРИКЛАДИ РОЗВ’ЯЗАННЯ ЗАДАЧ.....	48
3.3. ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ	53
ЛІТЕРАТУРА	55

ВСТУП

Оптичні технології з кожним днем набувають все більш широкого застосування, постійно вдосконалюючись та охоплюючи більшість сфер людської життєдіяльності. На сьогоднішній день спостерігається стійка тенденція заміщення електричних сигналів оптичними при збереженні, обробці, передачі та візуалізації інформації. Реалізація цих технологій базується на глибинному розумінні фізичних основ оптичних явищ і процесів та їх ефективному застосуванні при проектуванні сучасних оптичних приладів і систем.

Навчальний посібник «Сучасні оптичні технології та системи. Практикум» укладено відповідно до програми дисципліни «Сучасні оптичні технології та системи» на основі матеріалів лекційного курсу. У посібнику наведено відомості за наступними розділами хвильової оптики: інтерференція, дифракція і поляризація світла. Розглянуто завдання та розв'язки задач, що пов'язані з наступними розрахунками цих явищ: аналіз інтерференційної картини в досліді Т. Юнга; інтерференція світла в тонких плівках; формування інтерференційної картини за допомогою біпризми Френеля, білінзи Бійє, дзеркала Ллойда, оптичного клина та установки з кільцями Ньютона; застосування інтерференції світла для вимірювання показників заломлення прозорих речовин; дифракція на круглому отворі, щілині та дифракційній ґратці і застосування зонної теорії Френеля; поляризація світла при проходженні через кварцеву пластинку та ніколь; обертання площини поляризації світла розчином цукру.

Метою посібника є формування у студентів знань та практичних навичок розрахунку параметрів оптичних та оптико-електронних систем і приладів, принцип роботи яких базується на застосуванні вищевказаних оптичних явищ, а також їх проектування, експлуатації та автоматизації [1-3]. На практичних заняттях з дисципліни теоретичні знання, отримані студентами на лекціях,

систематизуються та закріплюються в ході розв'язання задач і практичних завдань.

У кожному розділі навчального посібника представлені завдання різного рівня складності. На початку кожного розділу наведені основні формули і теоретичні відомості, необхідні для розв'язання запропонованих задач. Для полегшення опанування студентами матеріалів навчального посібника розглянуто детальні приклади розв'язання двадцяти задач, кожна наступна з яких базується на результатах, отриманих у попередніх завданнях у межах розділу. До кожного прикладу наведені рисунки, розв'язок з логічними поясненнями та відповіді, форма яких залежить від рівня складності конкретного завдання: до завдань невисокого рівня складності дані тільки чисельні відповіді із зазначенням одиниць вимірювання, до завдань підвищеного рівня складності – відповіді в аналітичному вигляді. Кожен розділ посібника містить завдання для самоперевірки отриманих знань [4].

РОЗДІЛ 1. ІНТЕРФЕРЕНЦІЯ СВІТЛА

1.1. ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Інтерференція світла – перерозподіл інтенсивності світла в результаті накладання декількох когерентних світлових хвиль у певній точці простору.

Когерентність можна визначити як здатність випромінювання формувати стійку інтерференційну картину. Випромінювання називається когерентним, якщо різниця фаз двох хвиль у точці спостереження залишається постійною.

Когерентним можна вважати випромінювання, яке задовольняє умові:

$$I_p = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2 \cos(\varphi_1 + \varphi_2)} \quad (1.1)$$

де I_p – результуюча інтенсивність світла; I_1 і I_2 – інтенсивності першої та другої світлових хвиль; φ_1 і φ_2 – початкові фази першої та другої світлових хвиль.

Останній доданок у математичному виразі (1.1) називається інтерференційним доданком. Отже, для когерентного випромінювання результуюча інтенсивність залежить від різниці фаз.

Розподіл інтенсивності випромінювання на екрані, що називається інтерференційною картиною, буде описуватися виразом (за умови, що $I_1 = I_2$, $\varphi_1 - \varphi_2 = 0$):

$$I_p = 4I_1 \cos^2\left(\frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1)\right), \quad (1.2)$$

де λ – довжина хвилі когерентного випромінювання; d_1 і d_2 – оптичні довжини ходу першої та другої хвиль до точки простору, де вони інтерферують [5].

Функція, що описується співвідношенням (1.2) має максимуми і мінімуми, які визначаються наступними умовами:

1. умова максимумів:

- оптична різниця ходу Δ між хвилями буде дорівнювати:

$$\Delta = d_2 - d_1 = k\lambda,$$

де k – порядок інтерференції ($k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4 \dots$)

- різниця фаз при цьому дорівнює:

$$\Delta\varphi = m \cdot \Delta = \frac{2\pi}{\lambda} k\lambda = 2\pi k,$$

де m – хвильове число, що дорівнює $2\pi/\lambda$.

2. умова мінімумів:

- оптична різниця ходу Δ між хвилями буде дорівнювати:

$$\Delta = d_2 - d_1 = \left(\frac{1}{2} + k\right)\lambda$$

- різниця фаз при цьому дорівнює:

$$\Delta\varphi = m \cdot \Delta = \frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{1}{2} + k\right)\lambda = \pi + 2\pi k$$

При складанні некогерентних коливань інтерференція відсутня [6]. Це означає, що для виникнення інтерференції необхідне когерентне випромінювання.

1.2. ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ

Задача 1.2.1. Установка з досліду Т. Юнга містить два когерентні джерела випромінювання S_1 і S_2 , відстань між якими $d = 1$ мм. Відстань від джерел до екрана, на якому спостерігається інтерференційна картина, становить $L = 1$ м. Визначте відстань між сусідніми інтерференційними смугами в центральній області екрана (точка А), за умови, що довжина хвилі випромінювання джерел $\lambda = 600$ нм.

Дано: $d = 1$ мм; $L = 1$ м; $\lambda = 600$ нм.

Визначити: Δy – відстань між сусідніми інтерференційними смугами в центральній області екрана.

Розв'язання. Інтерференційна картина на екрані складається з темних і світлих смуг, що чергуються, які паралельні щілинам S_1 і S_2 . Інтерференційна картина симетрична відносно центральної смуги, що проходить через точку А (рис. 1.1). Центральна смуга світла, вона відповідає різниці ходу $\Delta = 0$.

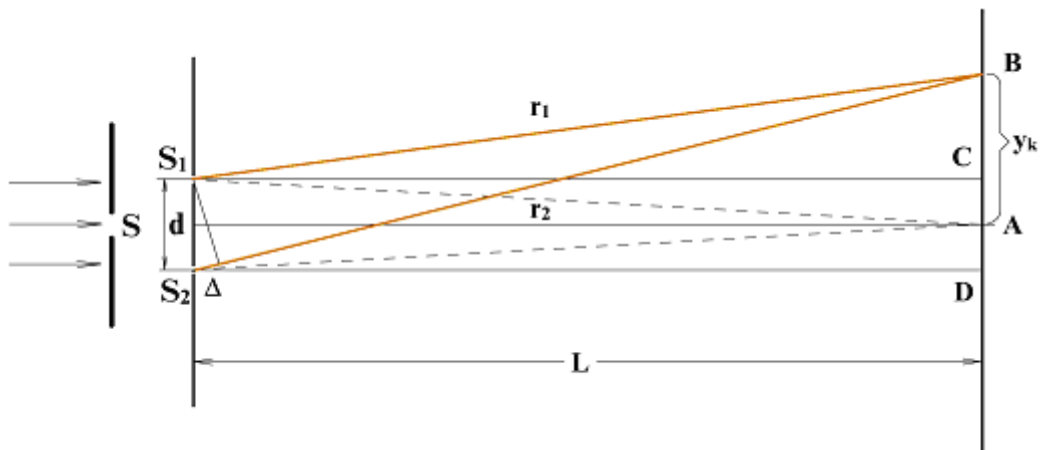


Рис. 1.1. Дослід Юнга

В точках інтерференційних максимумів оптична різниця ходу

$$\Delta = k\lambda, \quad (1.3)$$

де $k=0, 1, 2, \dots$

Умова інтерференційних мінімумів має вигляд:

$$\Delta = k\lambda + \frac{\lambda}{2} = (2k+1)\frac{\lambda}{2} \quad (1.4)$$

Припустимо, що в точці В знаходиться k -й максимум на відстані y_k від центральної смуги. Йому відповідає різниця ходу $\Delta = r_2 - r_1 = k\lambda$.

З трикутника S_1BC видно, що:

$$r_1^2 = L^2 + \left(y_k - \frac{d}{2}\right)^2,$$

а з трикутника S_2BD :

$$r_2^2 = L^2 + \left(y_k + \frac{d}{2}\right)^2$$

З двох останніх рівнянь отримаємо:

$$r_2^2 - r_1^2 = (r_2 + r_1)(r_2 - r_1) = \left(y_k + \frac{d}{2}\right)^2 - \left(y_k - \frac{d}{2}\right)^2$$

Врахуємо, що $r_2 \approx r_1 \approx L$; $r_2 - r_1 = \Delta$. Тоді $2L \cdot \Delta = 2y_k \cdot d$, звідки:

$$y_k = \frac{\Delta}{d} L \quad (1.5)$$

Використовуючи для максимумів умову (1.3), отримаємо:

$$y_{k \max} = \frac{k\lambda}{d} L,$$

де $k = 1, 2, 3, \dots$ відповідають інтерференційним максимумам, розташованим вище за точку А, а максимумам, розташованим нижче за точку А, відповідають $k = -1, -2, -3, \dots$. Точці А відповідає центральний максимум ($k = 0$).

Використовуючи умову інтерференційних мінімумів (1.4), можна знайти їх відстані від центральної смуги по формулі (1.5):

$$y_{k \min} = (2k + 1) \frac{\lambda L}{2d}$$

Відстань між сусідніми інтерференційними максимумами (мінімумами) називається шириною смуги і відповідає зміні k на одиницю, тобто:

$$\Delta y = y_{k+1 \max} - y_{k \max} = \frac{L}{d} (k+1)\lambda - \frac{L}{d} k\lambda = \frac{\lambda L}{d}$$

$$\Delta y = y_{k+1} - y_k = \frac{\lambda L}{d} = 0,6 \text{ (мм)}$$

Ширина темних і світлих смуг однакова.

Відповідь: $\Delta y = 0,6 \text{ мм}$.

Задача 1.2.2. Оптичне випромінювання з довжиною хвилі $\lambda = 6 \cdot 10^{-5} \text{ см}$ падає по нормалі на поверхню тонкої плівки, на якій спостерігається інтерференційна картина. Показник заломлення речовини плівки становить $n = 1,5$. При якій товщині плівки d інтерференційні смуги на її поверхні зникають?

Дано: $n = 1,5$; $\lambda = 6 \cdot 10^{-5} \text{ см}$.

Визначити: d – товщина плівки, при якій інтерференційні смуги на її поверхні зникають.

Розв'язання. З плівки, що падає по нормалі на поверхню, хвилі після віддзеркалення утворюються дві когерентні хвилі 1 і 2 (рис. 1.2). Оптична різниця ходу між ними з урахуванням втрати $\lambda/2$ в точці С дорівнює:

$$\Delta = 2dn - \frac{\lambda}{2}$$

Для світлих смуг $\Delta = k\lambda$, де $k = 0, 1, 2, \dots$, тобто

$$2dn = (2k + 1)\frac{\lambda}{2}$$

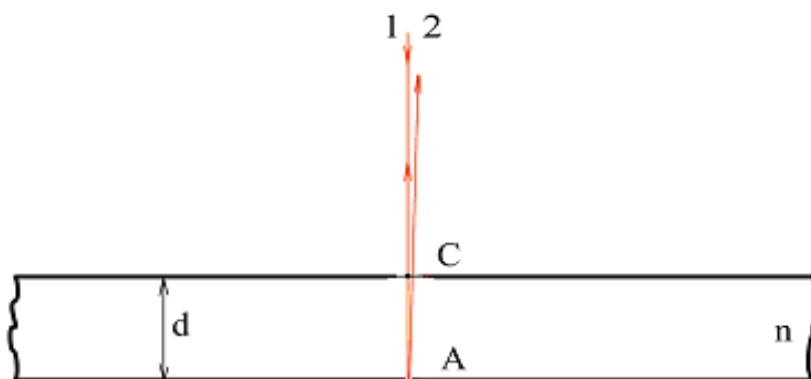


Рис.1.2. Інтерференція світла у тонкій плівці

Мінімальна товщина плівки, при якій спостерігаються світлі смуги у відбитому світлі на поверхні плівки, відповідає $k = 0$, отже

$$d_{\min} = \frac{\lambda}{4n}$$

Якщо $d < d_{\min}$, смуги зникають. Таким чином

$$d = \frac{\lambda}{4n} = 10^{-7} \text{ (м)} = 10^{-4} \text{ (мм)}$$

Відповідь: $d = 10^{-4}$ мм.

Задача 1.2.3. Доведіть, що в призмі, яка знаходиться в повітрі ($n_0 = 1$) та має показник заломлення оптичного матеріалу n і малий заломлюючий кут α , промінь світла при проходженні відхиляється на кут $\delta \approx (n - 1)\alpha$ незалежно від значення кута падіння, за умови, що кут падіння також малий.

Дано: α ; n .

Визначити: при проходженні крізь призму промінь світла відхиляється на кут $\delta \approx (n - 1)\alpha$ незалежно від значення кута падіння, за умови, що кут падіння також малий.

Розв'язання. Згідно побудови δ – зовнішній кут трикутника DCB (рис. 1.3), він дорівнює сумі внутрішніх кутів, не суміжних з ним:

$$\delta = \varphi - \beta + \beta_1 - \varphi_1$$

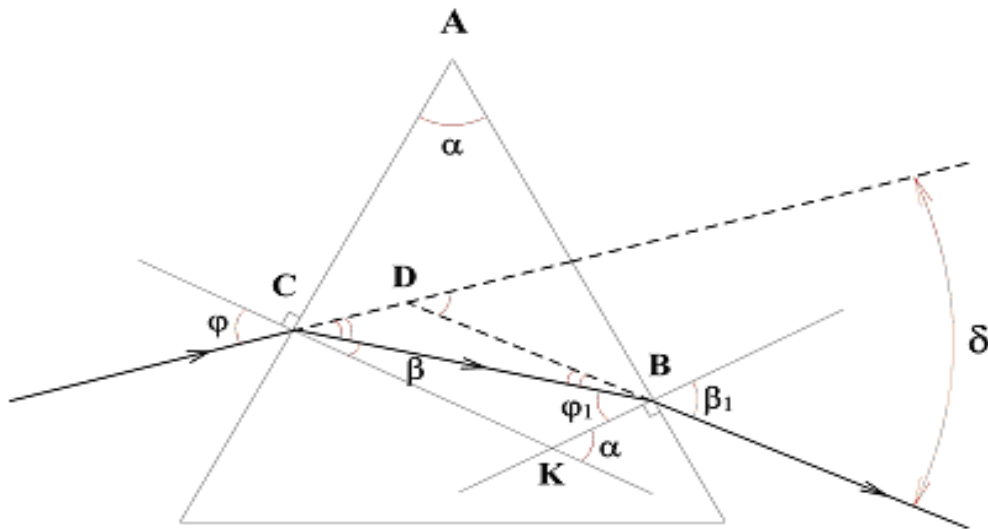


Рис. 1.3. Хід променя у призмі

Згідно із законом заломлення:

$$n = \frac{\sin \varphi}{\sin \beta} = \frac{\sin \beta_1}{\sin \varphi_1}$$

За умовою кут φ , а значить і β малі, тобто $\sin \varphi \approx \varphi$, $\sin \beta \approx \beta$, $\sin \varphi_1 \approx \varphi_1$, $\sin \beta_1 \approx \beta_1$ (вираженням у радіанах), тоді $n\beta = \varphi$, $n\varphi_1 = \beta_1$. Підставивши значення φ і β_1 у формулу для δ , отримаємо:

$$\delta = \varphi - \beta + \beta_1 - \varphi_1 = n\beta - \beta + n\varphi_1 - \varphi_1 = (n - 1)(\beta + \varphi_1)$$

З трикутника СВК: $\beta + \varphi_1 = \alpha$ (α – зовнішній кут, рівний заломлюючому куту призми за побудовою). Таким чином,

$$\delta \approx \alpha(n - 1)$$

Відповідь: при заломленні в призмі з малим заломлюючим кутом α промінь відхиляється на кут $\delta \approx \alpha(n - 1)$ незалежно від кута падіння, якщо кут падіння також малий.

Задача 1.2.4. Інтерференційна картина, сформована за допомогою біпризми, яка має показник заломлення матеріалу $n = 1,5$ і заломлюючий кут $\alpha = 2 \cdot 10^{-3}$ рад, спостерігається на екрані у вигляді темних і світлих смуг, що чергуються. Джерело випромінювання має довжину хвилі $\lambda = 600$ нм. Відстань від джерела до біпризми становить $a = 1$ м, від біпризми до екрану $b = 4$ м. Визначити кількість інтерференційних смуг N , що спостерігаються на екрані.

Дано: $n = 1,5$; $\alpha = 2 \cdot 10^{-3}$ рад; $\lambda = 600$ нм; $a = 1$ м; $b = 4$ м.

Визначити: N – число смуг інтерференції.

Розв'язання. Промені від джерела S , що падають на біпризму, після заломлення відхиляються від первинного напрямку на кут $\delta \approx \alpha(n - 1)$ (див. задачу 1.2.3). Продовження цих променів до точки перетину дає зображення двох уявних джерел S_1 і S_2 (рис. 1.4). Вони є когерентними джерелами, тому в області перекриття АВ когерентних хвиль, що поширюються від цих джерел, на екрані спостерігається інтерференційна картина у вигляді темних і світлих смуг, що чергуються, як і в досліді Юнга. Центральний максимум інтерференційної картини ($k = 0$) проходить через точку О екрану. Максимуми вищих порядків знаходяться на відстані y_k від центру (див. задачу 1.2.1).

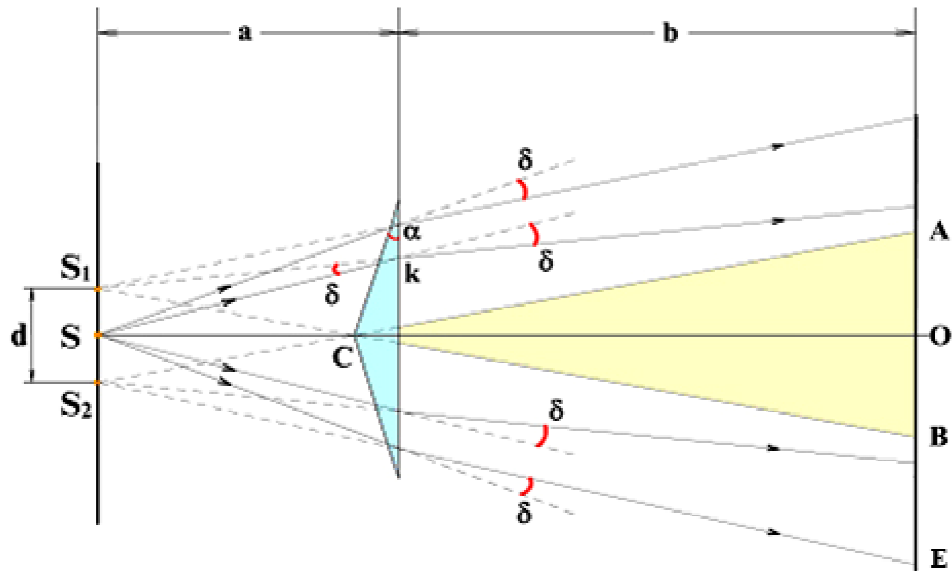


Рис. 1.4. Інтерференція світла у схемі з біпризмою

Ширина інтерференційної смуги визначається виразом:

$$\Delta y = \frac{\lambda L}{d},$$

де $L = a + b$ – відстань від джерел до екрану, d – відстань між уявними джерелами.

З трикутника SS_1K :

$$S_1S = d/2 \approx a \cdot \delta \approx a \cdot \alpha(n-1),$$

$$d \approx 2 \cdot a \cdot \alpha(n-1)$$

Тоді ширина інтерференційної смуги:

$$\Delta y = \frac{\lambda \cdot (a + b)}{2a \cdot \alpha(n-1)}$$

Число інтерференційних смуг в області інтерференції АВ рівне:

$$N = \frac{AB}{\Delta y}$$

Величину області перекриття АВ знайдемо з подібних трикутників CS_1S і COB :

$$AB = \frac{b \cdot d}{a} = 2b \cdot \alpha(n-1)$$

Число спостережуваних смуг інтерференції буде рівне:

$$N = \frac{4ab \cdot \alpha^2(n-1)^2}{\lambda(a+b)} \approx 5$$

Відповідь: $N = 5$.

Задача 1.2.5. Експериментальна установка у досліді Ллойда (рис. 1.5, а) формує інтерференційну картину за рахунок взаємодії когерентних хвиль безпосередньо від джерела випромінювання та відбитої від дзеркала Д. Відстань від джерела S, що являє собою вузьку щілину, до екрану Е, на якому спостерігаються інтерференційні смуги, дорівнює $L = 100$ см. При деякому положенні джерела випромінювання ширина інтерференційної смуги на екрані $\Delta y = 0,25$ мм, а після того, як джерело відсунули від площини дзеркала на $h = 0,6$ мм, ширина смуг зменшилася в $\eta = 1,5$ рази. Визначити довжину хвилі λ світла.

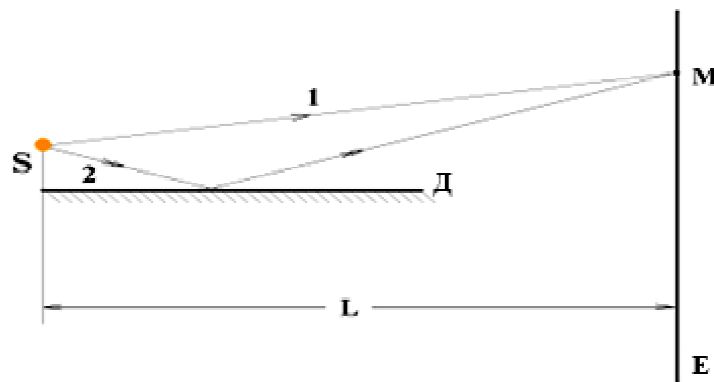


Рис. 1.5, а. Дослід Ллойда

Дано: $L = 100$ см; $\Delta y = 0,25$ мм; $h = 0,6$ мм; $\eta = 1,5$.

Визначити: λ – довжина світлової хвилі.

Розв'язання. У точці М інтерферують дві когерентні хвилі 1 і 2, що виходять з джерела S. За побудовою хвилю 2 можна вважати такою, що виходить з джерела S', що є уявним зображенням джерела S в дзеркалі Д. Вони

симетрично розташовані відносно площини дзеркала, позначимо відстань між ними $SS' = d$. Якщо дзеркало S відсунути на h , то нова відстань між S_1S_1' дорівнюватиме $d_1 = d + 2h$ (рис. 1.5, б). Для визначення довжини хвилі λ використовуємо вираз для ширини смуги з досліду Юнга, застосувавши його для двох відстаней між джерелами.

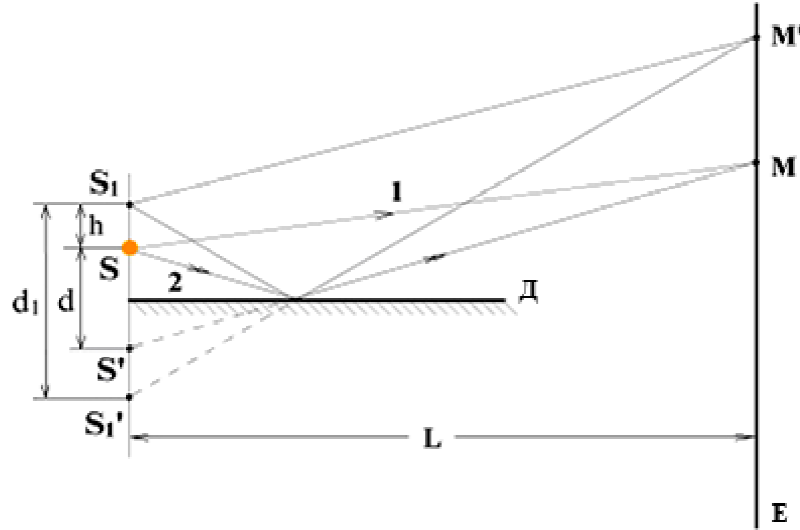


Рис. 1.5, б. Інтерференція світла у схемі з дзеркалом Ллойда

Ширина інтерференційної смуги дорівнює (див. задачу 1.2.1):

$$\Delta y = \frac{\lambda L}{d} \quad (1.6)$$

Отже, згідно умови задачі:

$$\Delta y_1 = \frac{\lambda L}{d_1} = \frac{\lambda L}{d + 2h} \quad (1.7)$$

За умовою $\Delta y = \eta \cdot \Delta y_1$, тоді:

$$\frac{\lambda L}{d} = \eta \frac{\lambda L}{d + 2h}$$

Знайдемо звідси d :

$$d = \frac{2h}{\eta - 1} \quad (1.8)$$

Підстановка (1.8) в (1.6) дасть можливість виразити λ :

$$\lambda = \frac{2h\Delta y}{L(\eta - 1)} = 6 \cdot 10^{-7} (\text{м}) = 600 (\text{нм})$$

Відповідь: $\lambda = 600 \text{ нм}$.

Задача 1.2.6. Інтерферометр для вимірювання показника заломлення прозорих речовин, схема якого показана на рис. 1.6, складається з наступних компонентів: S – вузька щілина, що освітлюється монохроматичним світлом з довжиною хвилі $\lambda = 589 \text{ нм}$; К – коліматор, що формує на виході паралельний пучок променів; 1 і 2 – дві однакові трубки з повітрям, довжиною $l = 10 \text{ см}$ кожна; Д – діафрагма з двома щілинними отворами S_1 і S_2 . При заміні повітря в трубці 1 на аміак інтерференційна картина на екрані Е змістилася вгору на $N = 17$ смуг. Показник заломлення повітря $n = 1,000277$. Знайти показник заломлення аміаку n_1 .

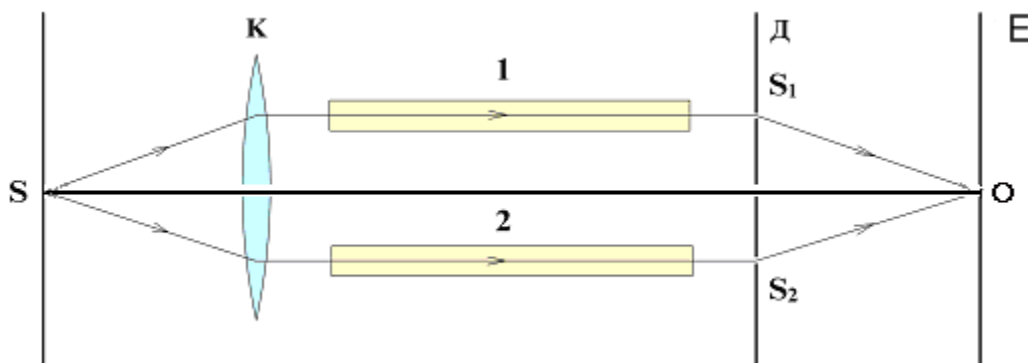


Рис. 1.6. Схема інтерферометра для вимірювання показників заломлення прозорих речовин

Дано: $\lambda = 589 \text{ нм}$; $l = 10 \text{ см}$; $N = 17$; $n = 1,000277$.

Визначити: n_1 – показник заломлення аміаку.

Розв'язання. Хвилі, що поширюються від щілин S_1 і S_2 , є когерентними. На екрані Е спостерігається інтерференційна картина темних і світлих смуг, що чергуються. Центральна світла смуга проходить через точку О і відповідає оптичній різниці ходу $\Delta = 0$, якщо трубки 1 і 2 заповнені повітрям. Якщо в

трубці 1 повітря замінити аміаком, показник заломлення n_1 якого більше n , то центр інтерференційної картини зміститься вгору на N смуг в точку, відповідну різниці ходу, рівній нулю, тобто

$$(n_1 - n)l = N\lambda$$

Звідси

$$n_1 = N \frac{\lambda}{l} + n = 1,000377$$

Зауважимо, що інтерференційний метод визначення показника заломлення є високоточним методом.

Відповідь: $n_1 = 1,000377$.

Задача 1.2.7. Лінза, що збирає випромінювання та має фокусну відстань $F = 10$ см, розрізана навпіл і її половинки розсунені на відстань $d = 0,5$ мм (білінза Бійє). Відстань від лінзи до екрану спостереження становить $D = 60$ см. Точкове джерело монохроматичного випромінювання, що розташоване перед лінзою на відстані $a = 15$ см, має довжину хвилі $\lambda = 500$ нм. Визначити кількість N інтерференційних смуг, що спостерігаються на екрані.

Дано: $F = 10$ см; $d = 0,5$ мм; $D = 60$ см; $\lambda = 500$ нм; $a = 15$ см.

Визначити: N – число інтерференційних смуг на екрані.

Розв'язання. Кожна з половинок білінзи Бійє дає зображення джерела S . Верхня половина дає зображення S_1 , нижня дає зображення S_2 (рис. 1.7). Щоб отримати зображення S_1 , виберемо два променя: перший промінь SC після заломлення в лінзі перетне фокальну площину PP в точці K , що вийшла від перетину з фокальною площиною побічної оптичної осі O_1O_1 , що паралельна променю SC . Другий промінь SA проходить, не заломлюючись, через точку A до перетину з першим променем в точці S_1 , що є зображенням S у верхній половині білінзи Бійє. Аналогічно побудуємо зображення S_2 .

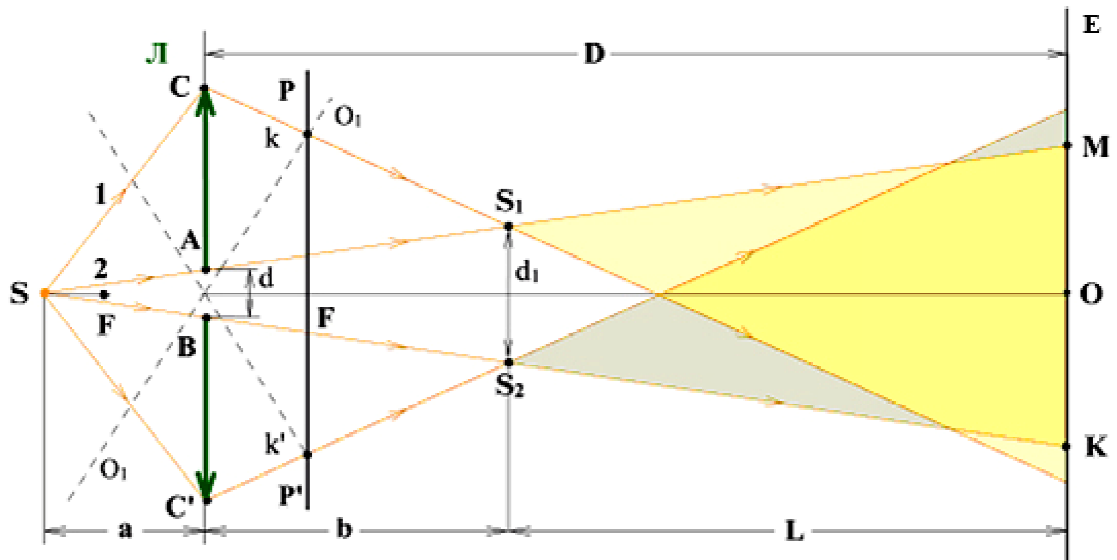


Рис. 1.7 Інтерференція світла у схемі з білінзою Бійє

Джерела S_1 і S_2 когерентні, тому в області перетину світлових хвиль від цих джерел на екрані E отримаємо інтерференційну картину, як в досліді Юнга. Число смуг на екрані при цьому буде дорівнювати:

$$N = \frac{MK}{\Delta y}$$

Ширина інтерференційної смуги дорівнює (див. задачу 1.2.1):

$$\Delta y = \frac{\lambda L}{d_1},$$

де $L = D - b$.

Величину b знайдемо з формули лінзи:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F}$$

Звідки

$$b = \frac{Fa}{a - F},$$

де a – відстань від джерела S до лінзи, b – відстань від лінзи до зображення S_1 , F – фокусна відстань лінзи.

З подібності трикутників SAB і SS₁S₂ отримаємо:

$$\frac{d_1}{d} = \frac{a+b}{a} = \frac{a + \frac{Fa}{a-F}}{a}$$

Звідки

$$d_1 = \frac{da}{a-F}$$

Підставляючи d_1 і L у формулу для Δy , отримаємо:

$$\Delta y = \frac{\lambda}{da}(D-a-DF-aF)$$

Трикутники SAB і SMK подібні, звідси величина області перекриття хвиль буде дорівнювати:

$$MK = \frac{d}{a}(a+D)$$

Тоді число спостережуваних смуг

$$N = \frac{MK}{\Delta y} = \frac{d^2(a+D)}{\lambda(Da-DF-aF)} = 25$$

Відповідь: $N = 25$.

Задача 1.2.8. Плоска світлова хвиля нормально падає на поверхню скляного клину з кутом $\alpha = 20^\circ$. Оптичний матеріал клину має показник заломлення $n = 1,5$. Довжина хвилі випромінювання $\lambda = 582$ нм. Визначити кількість темних інтерференційних смуг, що доводиться на одиницю довжини клину, при спостереженні у відбитому світлі.

Дано: $\lambda = 582$ нм; $n = 1,5$; $\alpha = 20^\circ$.

Визначити: N – число темних інтерференційних смуг на одиницю довжини клина.

Розв'язання. Промінь, що падає в точку А, частково відбивається від верхньої грані клину з втратою $\lambda/2$, частково проходить до нижньої грані клину,

на якій знову заломлюється і відбивається, але без втрати $\lambda/2$, оскільки він відбивається від менш щільного середовища (рис. 1.8). Таким чином, в точці А сходяться два когерентних променя 1 і 2 такі, що мають різницю ходу

$$\Delta_1 = 2h_1n - \frac{\lambda}{2} \quad (1.9)$$

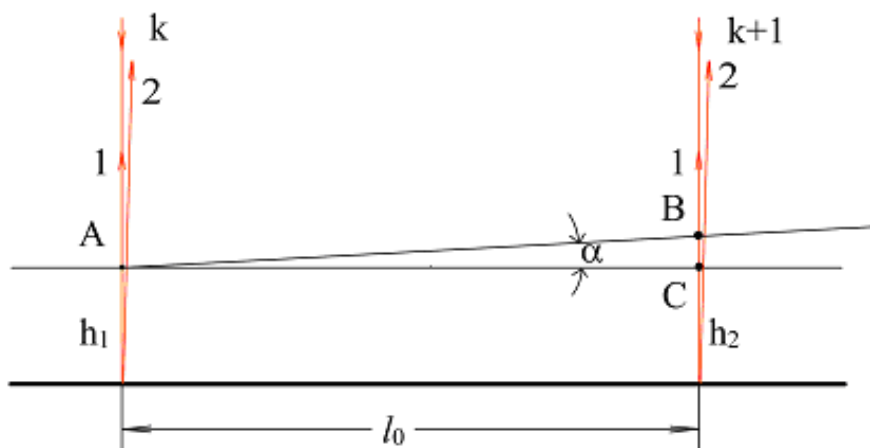


Рис. 1.8. Інтерференція світла у схемі з оптичним клином

Оптична різниця ходу Δ_1 відповідає інтерференційному мінімуму, якщо

$$\Delta_1 = (2k + 1)\frac{\lambda}{2} \quad (1.10)$$

З формул (1.9) і (1.10) отримаємо:

$$2h_1n = (k + 1)\lambda$$

Наступна $k + 1$ смуга теж задовольняє умові мінімуму. Відстань l_0 між цими смугами знайдемо з трикутника ABC:

$$l_0 = \frac{BC}{\tan \alpha} \approx \frac{BC}{\alpha};$$

$$BC = h_2 - h_1 = \frac{(k + 2)\lambda}{2n} - \frac{(k + 1)\lambda}{2n} = \frac{\lambda}{2n};$$

$$l_0 = \frac{\lambda}{2n\alpha}$$

Знаючи l_0 , знайдемо число смуг N , що доводяться на одиницю довжини клину:

$$N = \frac{2n\alpha}{\lambda} \approx 500$$

Смуги темні й світлі мають однакову ширину, розташовані паралельно ребру клина, по мірі віддалення від вершини клина смуги розмиваються і зникають. Зникнення смуг відбувається тоді, коли різниця ходу перевищує довжину когерентності променів, що інтерферують.

Відповідь: $N = 500$.

Задача 1.2.9. Інтерференційна картина у вигляді кілець Ньютона сформована падаючим по нормалі до поверхні плоскої пластинки монохроматичним світлом. Радіус кривизни опуклої поверхні лінзи $R = 15$ м. Відстань між п'ятим і двадцять п'ятим світлим кільцями Ньютона становить $l = 9$ мм. Визначити довжину хвилі λ випромінювання при умові, що спостереження кілець Ньютона проводиться у відбитому світлі.

Дано: $R = 15$ м; $k_1 = 5$; $k_2 = 25$; $l = 9$ мм.

Визначити: λ – довжину хвилі монохроматичного світла.

Розв'язання. Різниця ходу між когерентними променями 1 і 2, що утворилися з променя 1 після віддзеркалення в точках С і D (з урахуванням втрати $\lambda/2$ в точці D променем 2), згідно рис. 1.9 дорівнює:

$$\Delta = 2bn + \frac{\lambda}{2}, \quad (1.11)$$

де n – показник заломлення повітряного проміжку.

Геометричне місце точок, що мають однакове значення b – коло радіусу r_k . З трикутника ОВС отримаємо:

$$R^2 = (R - b)^2 + r_k^2$$

Нехтуючи b^2 з-за малості, маємо:

$$b = \frac{r_k^2}{2R} \quad (1.12)$$

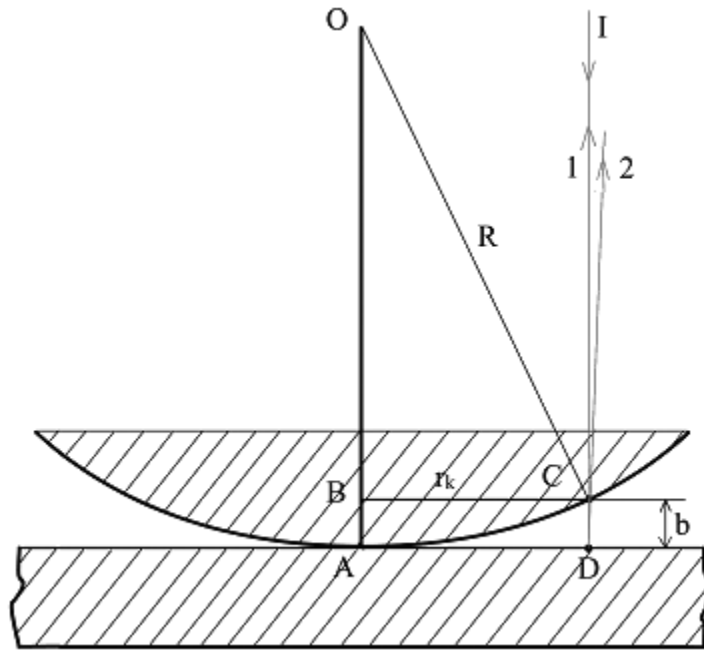


Рис. 1.9. Інтерференційна установка для отримання кілець Ньютона

Якщо кільця світлі, то оптична різниця ходу буде дорівнювати:

$$\Delta = k\lambda = 2k \frac{\lambda}{2}$$

З виразу (1.11) після підстановки b і Δ отримаємо для $n = 1$:

$$r_k = \sqrt{(2k-1) \frac{\lambda R}{2n}} = \sqrt{(2k-1) \frac{\lambda R}{2}} \quad (k = 1, 2, 3, \dots)$$

За умовою $r_{k2} - r_{k1} = l$, тобто

$$l = \sqrt{\frac{R\lambda}{2}(2k_2-1)} - \sqrt{\frac{R\lambda}{2}(2k_1-1)}$$

Возведемо в квадрат обидві частини і виразимо шукане λ :

$$\lambda = \frac{2l^2}{R((2k_2-1) + (2k_1-1) - 2\sqrt{(2k_2-1)(2k_1-1)})} = 675 \text{ (нм)}$$

Відповідь: $\lambda = 675 \text{ нм}$

Задача 1.2.10. Інтерференційна картина у вигляді кілець Ньютона сформована падаючим по нормалі до поверхні скляної пластинки монохроматичним світлом, довжина хвилі якого $\lambda = 589$ нм. Радіус кривизни опуклої поверхні лінзи $R = 15$ м. Визначити показник заломлення n рідини, що знаходиться між лінзою і пластинкою, якщо радіус третього світлого кільця дорівнює $r_3 = 3,65$ мм. Спостереження інтерференційної картини ведеться у світлі, що проходить.

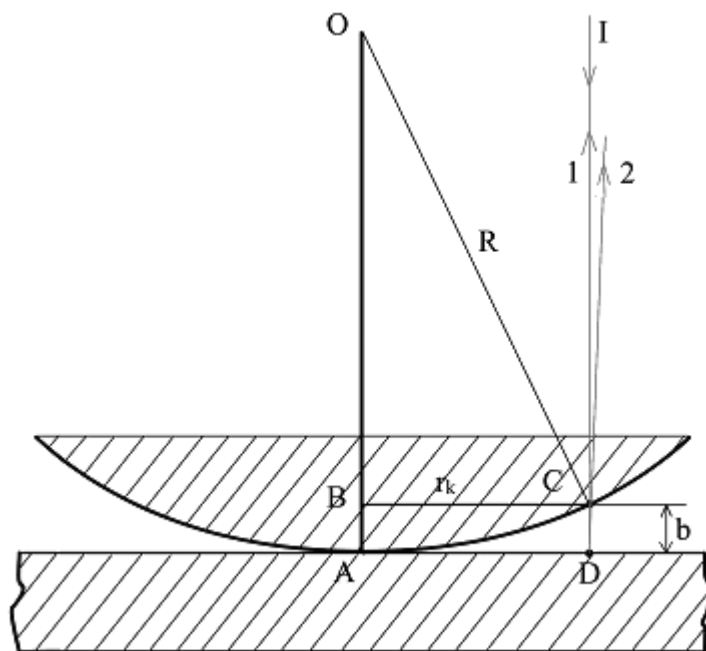


Рис. 1.10. Схема інтерферометра для отримання кілець Ньютона

Дано: $\lambda = 589$ нм; $R = 10$ м; $k = 3$; $r_3 = 3,65$ мм.

Визначити: n – показник заломлення рідини.

Розв'язання. Різниця ходу між когерентними променями 1 і 2, що утворилися з променя I після віддзеркалення в точках C і D (з урахуванням втрати $\lambda/2$ в точці D променем 2), дорівнює:

$$\Delta = 2bn + \frac{\lambda}{2}$$

При спостереженні кілець Ньютона у світлі, що проходить, радіус r_k світлого кільця визначається як радіус темного у відбитому світлі, при цьому

$$\Delta = 2bn$$

Якщо кільця світлі, то оптична різниця ходу $\Delta = k\lambda$.

Прирівняємо ці вирази:

$$2bn = k\lambda \quad (1.13)$$

З трикутника ОВС:

$$R^2 = (R - b)^2 + r_k^2$$

Нехтуючи b^2 з-за малості, отримаємо:

$$b = \frac{r_k^2}{2R}$$

Підставимо b в формулу (1.13):

$$\frac{2nr_k^2}{2R} = k\lambda$$

Звідки виразимо шукане n :

$$n = \frac{kR\lambda}{r_k^2} = 1,33$$

Відповідь: $n = 1,33$.

Задача 1.2.11. В установці для отримання кілець Ньютона спостереження інтерференційної картини ведеться у відбитому світлі. Опукла лінза має радіус кривизни оптичної поверхні $R = 150$ см. При цьому вершина сферичної поверхні лінзи зашліфована. Радіус отриманої плоскої площадки лінзи, якою вона торкається до скляної пластинки, становить $r_0 = 3,0$ мм. Джерело випромінювання має довжину хвилі $\lambda = 655$ нм. Визначити радіус шостого світлого кільця в інтерференційній картині.

Дано: $r_0 = 3,0$ мм; $R = 150$ см; $k = 6$; $\lambda = 655$ нм.

Визначити: r_6 – радіус шостого світлого кільця при спостереженні у відбитому світлі.

Розв'язання. З трикутника ОВС маємо співвідношення:

$$R^2 = (R - b_0)^2 + r_0^2$$

Нехтуючи b_0^2 із-за малості, отримаємо:

$$b_0 = \frac{r_0^2}{2R}$$

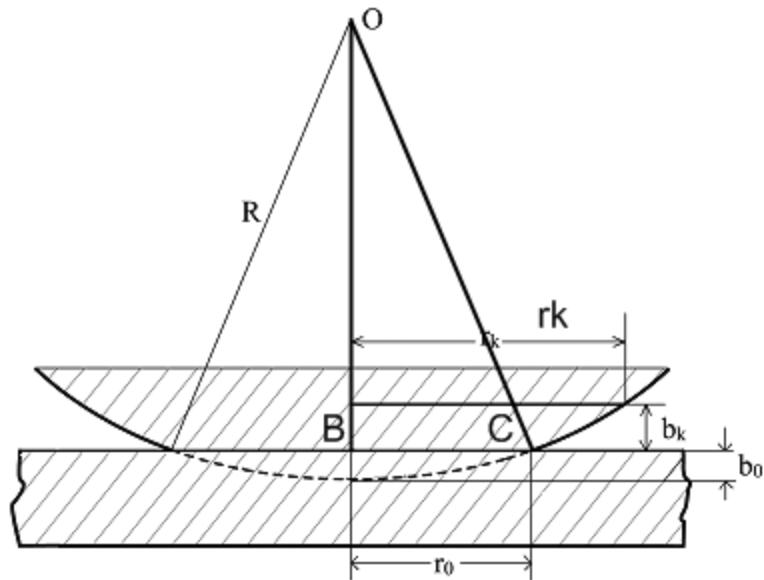


Рис. 1.11. Схема установка для отримання інтерференційної картини у вигляді кілець Ньютона

Аналогічно з побудови на рис. 1.11:

$$b_k + b_0 = \frac{r_k^2}{2R}$$

Звідси після підстановки b_0 :

$$b_k = \frac{r_k^2 - r_0^2}{2R}$$

З урахуванням спостереження у відбитому світлі формула (1.13) прийме вигляд:

$$\Delta = 2b_k n + \frac{\lambda}{2} = k\lambda$$

Підставивши b_k , виразимо шукану величину r_k , прийнявши, що $n = 1$:

$$r_k = \sqrt{r_0^2 + (2k-1)\frac{\lambda R}{2n}} = 3,795 \text{ (мм)}$$

Відповідь: $r_6 = 3,795 \text{ мм.}$

1.3. ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ

Задача 1.3.1. Когерентні промені, що формують на екрані інтерференційну картину мають оптичну різницю ходу $\Delta = 2,4$ мкм. Визначити всі можливі довжини хвиль λ випромінювання з оптичного діапазону від $\lambda_1 = 0,4$ мкм до $\lambda_2 = 0,76$ мкм, при яких на екрані будуть спостерігатися максимуми інтенсивності світла.

Задача 1.3.2. Два когерентних світлових промені, що сформовані монохроматичним джерелом випромінювання, утворюють на екрані інтерференційну картину. Оптична різниця ходу між променями у певній точці становить $\Delta = 0,4 \cdot \lambda$. Розрахувати різницю фаз $\Delta\varphi$ коливань, що створюють світлові промені в цій точці.

Задача 1.3.3. В експериментальній установці з досліду Т. Юнга (рис. 1.1) на шляху одного з променів світла, що формують інтерференційну картину на екрані, перпендикулярно до напрямку його розповсюдження встановлено скляну пластинку, товщина якої дорівнює $d = 2,2$ см. На яку максимальну величину може відрізнятись значення показника заломлення оптичного матеріалу пластинки по її об'єму, щоб оптична різниця хода променів внаслідок цієї неоднорідності не перевищувала значення $\Delta = 1,5$ мкм.

Задача 1.3.4. В інтерференційній установці з дзеркалом Ллойда (рис. 1.5, а) світлові промені, сформовані монохроматичним джерелом випромінювання S з довжиною хвилі $\lambda = 642$ нм, що потрапляють на екран Е в прямому ході та відбиті від поверхні дзеркала Д, інтерферують в точці спостереження М. При цьому у цій точці формується інтерференційний максимум шостого порядку. Визначити, якої товщини d скляну пластинку необхідно поставити в хід одного з променів (якого саме?), щоб в точці спостереження М отримати максимум інтенсивності дванадцятого порядку? Показник заломлення оптичного матеріалу скляної пластинки $n = 1,6$.

Задача 1.3.5. В інтерференційній картині, що отримана за допомогою установки з кільцями Ньютона (рис. 1.9) при спостереженні у відбитому світлі, відстань між третім і одинадцятим темними кільцями становить $l = 4,2$ мм. Чому дорівнює відстань між четвертим і восьмим світлими кільцями?

РОЗДІЛ 2. ДИФРАКЦІЯ СВІТЛА

2.1. ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Дифракція світла дуже тісно пов'язана з явищем інтерференції. Дифракцію можна навіть розглядати, як окремий випадок інтерференції променів, розповсюдження яких в просторі обмежується певними об'єктами (у такому випадку мова йде вже про інтерференцію вторинних хвиль). Причина виникнення дифракції, як і інтерференції, – суперпозиція хвиль, що призводить до перерозподілу інтенсивності випромінювання в певних точках простору.

Дифракція світла (у вузькому сенсі) – явище обминання оптичним випромінюванням країв непрозорих об'єктів і, як результаті, їх потрапляння в місце локальної геометричної тіні.

Дифракція світла (з глобального погляду) – будь-яке ігнорування загальноприйнятих законів геометричної оптики при розповсюдженні оптичного випромінювання [7, 8].

Більшість дифракційних задач на практиці можна вирішити наближено, керуючись загальновідомим в оптиці принципом Гюйгенса-Френеля [9]:

1. кожна ділянка хвильового фронту являє собою джерело вторинних сферичних хвиль. Поверхня, що є огибаючою (дотичною) до цих хвиль, формує нове положення хвильового фронту при розповсюдженні оптичного випромінювання.

2. для визначення результуючої амплітуди хвилі в певній точці простору необхідно розрахувати результат інтерференції всіх вторинних хвиль в цій точці, керуючись значеннями їх амплітуд та фаз.

Дифракція Фраунгофера – тип дифракції світла, що спостерігається у паралельних пучках променів (випромінювання з плоским хвильовим фронтом). Тобто джерело випромінювання і дифракційна картина мають знаходитись на відстані умовної нескінченності від перешкоди (непрозорого

об'єкта), що спричинила появу дифракції. Для всіх інших умов при наявності проявів явища дифракції світла, їх можна розглядати, як дифракцію Френеля.

Умова мінімуму інтенсивності світла при дифракції типу Фраунгофера на одній вузькій щілині має вигляд:

$$b \sin \varphi = k\lambda,$$

де b – ширина щілини; φ – кут дифракції (кут відхилення променя світла від напрямку початкового розповсюдження у просторі в наслідок дифракції).

Умова максимуму інтенсивності випромінювання при дифракції типу Фраунгофера на одній вузькій щілині:

$$b \sin \varphi = k\lambda + \frac{\lambda}{2}$$

Дифракційна ґратка – це сукупність великого числа однакових щілин (штрихів, виступів), віддалених одна від одної на однакову відстань [10-12].

Математичний вираз, що визначає положення головних максимумів інтенсивності світла в зображенні, яке формує дифракційна ґратка, називається рівнянням дифракційної ґратки:

$$d \sin \varphi = k\lambda,$$

де d – період дифракційної ґратки (відстань між однаковими точками сусідніх щілин).

2.2. ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ

Задача 2.2.1. На відстані $a = 1$ м від точкового джерела монохроматичного випромінювання S знаходиться ширма з круглим отвором, діаметр якого дорівнює $d = 2$ мм. Довжина хвилі світла $\lambda = 500$ нм. Точка спостереження дифракційної картини P знаходиться на відстані $b = 1$ м від ширми. Визначити, скільки зон Френеля укладається в розмірі отвору ширми? Побудувати картину зон Френеля.

Довжина PQ твірної конічної поверхні дорівнює $PC + \lambda/2$, довжина PL = $PQ + \lambda/2$, довжина PM = $PL + \lambda/2$ і так далі. На хвильовій поверхні в результаті побудови утворюються кільцеві зони – зони Френеля. Площі зон, як показує розрахунок, приблизно рівні, проте дія цих зон в точці Р різна. Різниця ходу хвиль, що приходять в точку Р від будь-якої зони Френеля, не перевищує $\lambda/2$ (за побудовою). Тому в двох сусідніх зонах завжди є такі відповідні хвилі, різниця ходу між якими в точці сходження Р дорівнює $\lambda/2$. В точці Р ці хвилі зустрінуться в протифазі і погасять одна одну. Хвилі третьої зони ослаблять дію другої, а хвилі четвертої – дію третьою і так далі. Якщо в отворі DD укладається тільки дві зони Френеля, то в точці Р майже не буде світла, отже, побачимо темну пляму, оточену світлим кільцем. Якщо в отворі укладається три зони Френеля, то третя ослабить дію другої, світло від першої зони пройде, і в точці Р з'явиться світла пляма, оточена темним кільцем, за яким знову спостерігається світле кільце і так далі. Кільця стають все тонше у міру віддалення від точки Р, а коли вони зливаються, картина зникає.

Таким чином, при парному числі зон Френеля в точці Р спостерігається темна пляма, оточена світлими і темними кільцями, що чергуються, а при непарному – світла пляма, оточена темними і світлими кільцями, що чергуються. Чим більше діаметр отвору, тим більше зон Френеля укладається в ньому. У цьому випадку для знаходження сумарної дії усіх зон в точці Р потрібно враховувати не лише різниці ходу від двох сусідніх зон, але й плавне убуття амплітуди коливань, що приходять в точку Р від більш далеких у порівнянні з центральною зоною.

Отримаємо вираз для визначення радіусу r_k зони Френеля з номером k , віддаленої від джерела S монохроматичних хвиль довжини λ на відстань a , а від точки спостереження Р – на відстань $PD = b + k \cdot \lambda/2$. При цьому $a \gg \lambda$, $b \gg \lambda$. Введемо наступні позначення (рис. 2.1):

$$OD = r_k; \quad SD = SC = a; \quad PC = b; \quad OC = x; \quad PD = b + k \frac{\lambda}{2}.$$

З трикутників SOD і POD виразимо r_k^2 за теоремою Піфагора:

$$r_k^2 = a^2 - (a - x)^2 = 2ax - x^2$$

$$r_k^2 = \left(b + k \frac{\lambda}{2}\right)^2 - (b + x)^2 = bk\lambda + \frac{k^2 \lambda^2}{4} - 2bx - x^2$$

Прирівнявши праві частини цих двох рівнянь, виразимо x . Величиною $k^2 \lambda^2 / 4$ можна нехтувати в порівнянні з іншими доданками. Тоді отримаємо:

$$x = \frac{bk\lambda}{2(a+b)}$$

Підставимо x у вираз для r_k^2 . Тоді, нехтуючи другим доданком із-за малості, отримаємо:

$$r_k^2 = \frac{abk\lambda}{a+b} - \left(\frac{bk\lambda}{2(a+b)}\right)^2 \approx \frac{abk\lambda}{a+b}$$

Звідси зовнішній радіус r_k k -ої зони Френеля буде дорівнювати:

$$r_k = \sqrt{\frac{abk\lambda}{a+b}} \quad (2.1)$$

За умовою задачі $r_k = d/2$. Виразимо з (2.1) шукане число зон k , що укладаються в отворі.

$$k = \frac{d^2(a+b)}{4ab\lambda} = 4$$

Відповідь: $k = 4$, в точці Р буде спостерігатися темна пляма. Картина зон Френеля побудована на рис. 2.1.

Задача 2.2.2. На відстані $a = 6,75$ м від точкового джерела монохроматичного випромінювання S знаходиться екран з круглим отвором, діаметр якого дорівнює $d = 2$ мм. Довжина хвилі світла $\lambda = 500$ нм. Точка спостереження дифракційної картини Р знаходиться на відстані $b = a$ від екрану і розташована на оптичній осі системи. Визначити, як зміниться освітленість в точці Р при збільшенні розміру отвору в екрані до діаметра $d_1 = 5,2$ мм?

Дано: $\lambda = 500 \text{ нм}$; $a = 6,75 \text{ м}$; $d = 4,5 \text{ мм}$; $b = a$; $d_1 = 5,2 \text{ мм}$.

Визначити: Як зміниться освітленість в точці Р екрану, що лежить на осі світлового пучка, при зміні розміру отвору в екрані?

Розв'язання. Від точкового джерела S поширюється сферична хвиля, хвильова поверхня якої – сфера. Дійшовши до екрана з отвором, хвилі дифрагують, тобто відхиляються від первинного напрямку поширення. Відповідно до принципу Гюйгенса-Френеля кожна точка, до якої дійшла хвиля, стає джерелом вторинних хвиль, що поширюються на всі боки. Огинаючи фронтів вторинних хвиль являє собою новий фронт хвилі. Причому всі вторинні хвилі когерентні, тобто можуть в точці сходження інтерферувати. Тому за певних умов в точці Р можна спостерігати інтерференційну картину, що сформована в результаті дифракції хвиль. Щоб пояснити спостережувану картину, проведемо з точки Р конічні поверхні до перетину з хвильовою поверхнею DCD сферичної хвилі (рис. 2.2).

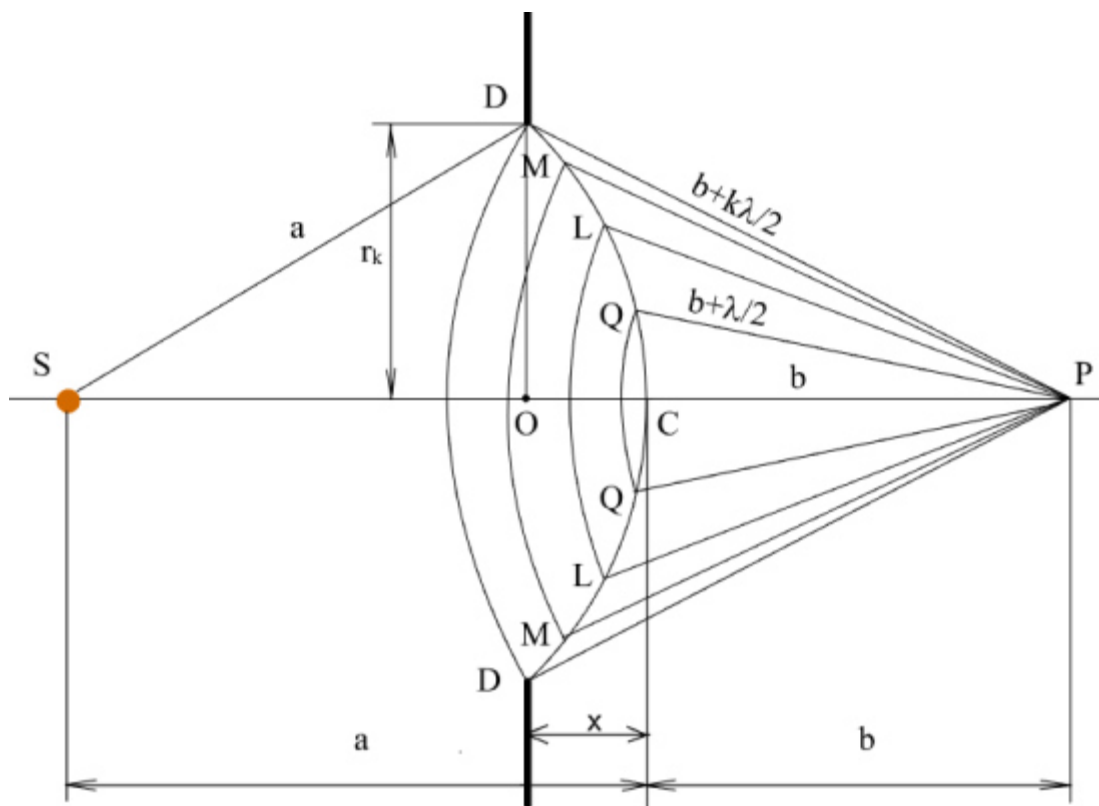


Рис. 2.2. Зони Френеля, що укладаються в розмір отвору екрана

Довжина PQ твірної конічної поверхні дорівнює $PC + \lambda/2$, довжина $PL = PQ + \lambda/2$, довжина $PM = PL + \lambda/2$ і так далі. На хвильовій поверхні в результаті побудови утворюються кільцеві зони – зони Френеля. Площі зон, як показує розрахунок, приблизно рівні, проте дія цих зон в точці Р різна. Різниця ходу хвиль, що приходять в точку Р від будь-якої зони Френеля, не перевищує $\lambda/2$ (за побудовою). Тому в двох сусідніх зонах завжди є такі відповідні хвилі, різниця ходу між якими в точці сходження Р дорівнює $\lambda/2$. В точці Р ці хвилі зустрінуться в протифазі і погасять одна одну. Хвилі третьої зони ослаблять дію другої, а хвилі четвертої – дію третьою і так далі. Якщо в отворі DD укладається тільки дві зони Френеля, то в точці Р майже не буде світла, отже, побачимо темну пляму, оточену світлим кільцем. Якщо в отворі укладається три зони Френеля, то третя ослабить дію другої, світло від першої зони пройде, і в точці Р з'явиться світла пляма, оточена темним кільцем, за яким знову спостерігається світле кільце і так далі. Кільця стають все тонше у міру віддалення від точки Р, а коли вони зливаються, картина зникає.

Таким чином, при парному числі зон Френеля в точці Р спостерігається темна пляма, оточена світлими і темними кільцями, що чергуються, а при непарному – світла пляма, оточена темними і світлими кільцями, що чергуються. Чим більше діаметр отвору, тим більше зон Френеля укладається в ньому. У цьому випадку для знаходження сумарної дії усіх зон в точці Р потрібно враховувати не лише різниці ходу від двох сусідніх зон, але й плавне зменшення амплітуди коливань, що приходять в точку Р від більш далеких у порівнянні з центральною зоною.

Сформуємо вираз, що відповідає значенню радіусу r_k зони Френеля з номером k , віддаленої від джерела S монохроматичних хвиль довжини λ на відстань a , а від точки спостереження Р – на відстань $PD = b + k\lambda/2$. При цьому $a \gg \lambda$, $b \gg \lambda$. Введемо наступні позначення (рис. 2.2):

$$OD = r_k; \quad SD = SC = a; \quad PC = b; \quad OC = x; \quad PD = b + k\frac{\lambda}{2}.$$

З трикутників SOD і POD виразимо r_k^2 за теоремою Піфагора:

$$r_k^2 = a^2 - (a - x)^2 = 2ax - x^2$$

$$r_k^2 = \left(b + k \frac{\lambda}{2}\right)^2 - (b + x)^2 = bk\lambda + \frac{k^2 \lambda^2}{4} - 2bx - x^2$$

Прирівнявши праві частини цих двох рівнянь, виразимо x . Величиною $k^2 \lambda^2 / 4$ можна нехтувати в порівнянні з іншими доданками. Тоді отримаємо:

$$x = \frac{bk\lambda}{2(a+b)}$$

Підставимо x у вираз для r_k^2 . Тоді, нехтуючи другим доданком із-за малості, отримаємо:

$$r_k^2 = \frac{abk\lambda}{a+b} - \left(\frac{bk\lambda}{2(a+b)}\right)^2 \approx \frac{abk\lambda}{a+b}$$

Звідси зовнішній радіус r_k k -ої зони Френеля буде дорівнювати:

$$r_k = \sqrt{\frac{abk\lambda}{a+b}}$$

За умовою задачі $r_k = d/2$. Виразимо з останнього співвідношення число зон k , що укладаються в отворі.

$$k = \frac{d^2(a+b)}{4ab\lambda}$$

Число зон Френеля k , що укладаються в отворі ширми діаметром d :

$$k = \frac{d^2(a+b)}{4ab\lambda} = 3$$

Непарному числу зон відповідає максимум освітленості, оскільки в цьому випадку коливання від третьої і другої зон Френеля, що йдуть в протифазі, ослаблять одне одного, а світло від першої зони пройде повністю, отже, в точці Р отримаємо максимум освітленості при розмірі d отвору в екрані.

Число зон Френеля k , що укладаються в отворі ширми діаметром d_1 :

$$k_1 = \frac{d_1^2(a+b)}{4ab\lambda} = 4$$

При збільшенні діаметра отвору до значення d_1 в точку Р прийдуть хвилі від чотирьох зон Френеля. Вони попарно ослаблять одна одну, і в точці Р буде спостерігатися мінімум освітленості.

Відповідь: при діаметрі d отвору в ширмі в точці Р буде спостерігатися максимум освітленості (світла пляма у центрі, оточена темними і світлими кільцями, що чергуються); при діаметрі d_1 отвору в ширмі в точці Р буде спостерігатися мінімум освітленості (темна пляма у центрі, оточена світлими і темними кільцями, що чергуються);

Задача 2.2.3. Оптичне випромінювання з плоским хвильовим фронтом нормально падає на ширму з круглим отвором у центрі. Довжина хвилі світла $\lambda = 600$ нм. Точка спостереження дифракційної картини Р розташована на відстані $b = 2$ м від ширми і лежить на оптичній осі системи. Розрахуйте, при якому діаметрі отвору ширми в точці Р буде спостерігатися максимальна освітленість?

Дано: $\lambda = 600$ нм; $b = 2$ м.

Визначити: d – діаметр отвору, при якому в точці Р спостерігатиметься максимальна освітленість.

Розв'язання. Від точкового джерела S поширюється сферична хвиля, хвильова поверхня якої – сфера. Дійшовши до екрана з отвором, хвилі дифрагують, тобто відхиляються від первинного напрямку поширення. Відповідно до принципу Гюйгенса-Френеля кожна точка, до якої дійшла хвиля, стає джерелом вторинних хвиль, що поширюються на всі боки. Огинаючи фронтів вторинних хвиль являє собою новий фронт хвилі. Причому всі вторинні хвилі когерентні, тобто можуть в точці сходження інтерферувати. Тому за певних умов в точці Р можна спостерігати інтерференційну картину, що сформована в результаті дифракції хвиль. Щоб пояснити спостережувану

картину, проведемо з точки Р конічні поверхні до перетину з хвильовою поверхнею DCD сферичної хвилі (рис. 2.3).

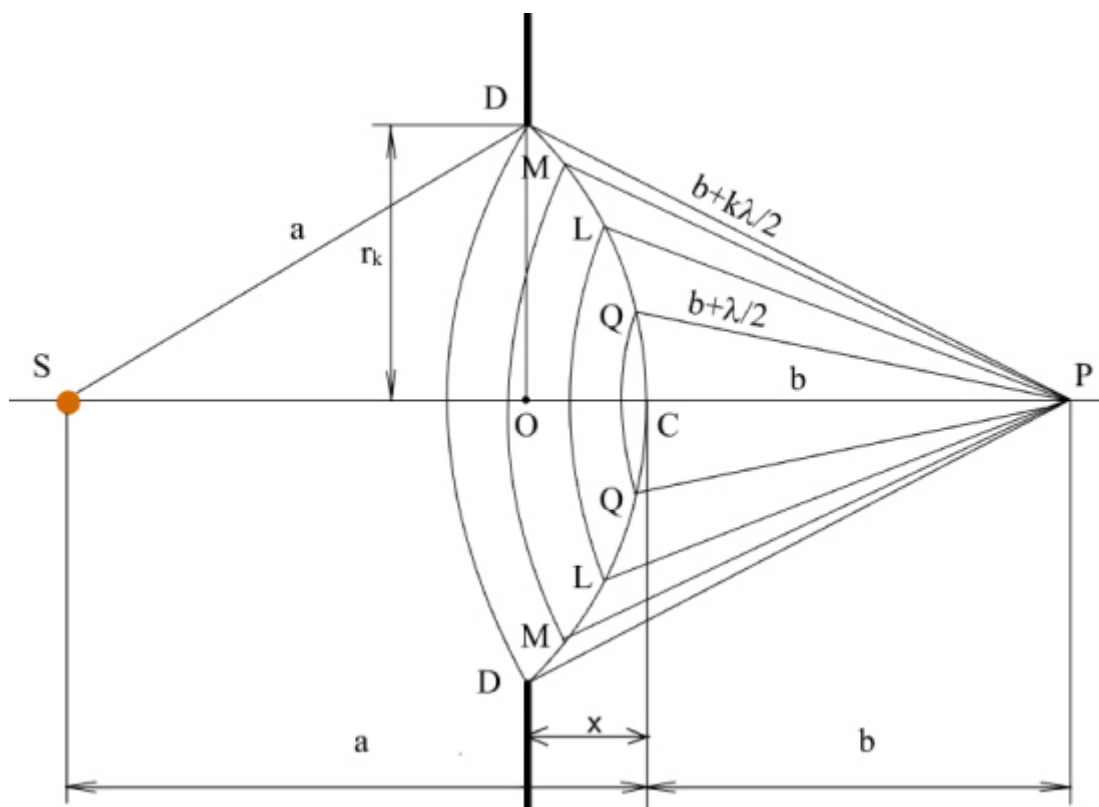


Рис. 2.3. Зони Френеля на круглому отворі в екрані

Довжина PQ твірної конічної поверхні дорівнює $PC + \lambda/2$, довжина $PL = PQ + \lambda/2$, довжина $PM = PL + \lambda/2$ і так далі. На хвильовій поверхні в результаті побудови утворюються кільцеві зони – зони Френеля. Площі зон, як показує розрахунок, приблизно рівні, проте дія цих зон в точці Р різна. Різниця ходу хвиль, що приходять в точку Р від будь-якої зони Френеля, не перевищує $\lambda/2$ (за побудовою). Тому в двох сусідніх зонах завжди є такі відповідні хвилі, різниця ходу між якими в точці сходження Р дорівнює $\lambda/2$. В точці Р ці хвилі зустрінуться в протифазі і погасять одна одну. Хвилі третьої зони ослаблять дію другої, а хвилі четвертої – дію третьою і так далі. Якщо в отворі DD укладається тільки дві зони Френеля, то в точці Р майже не буде світла, отже, побачимо темну пляму, оточену світлим кільцем. Якщо в отворі укладається три зони Френеля, то третя ослабить дію другої, світло від першої зони пройде,

і в точці Р з'явиться світла пляма, оточена темним кільцем, за яким знову спостерігається світле кільце і так далі. Кільця стають все тонше у міру віддалення від точки Р, а коли вони зливаються, картина зникає.

Таким чином, при парному числі зон Френеля в точці Р спостерігається темна пляма, оточена світлими і темними кільцями, що чергуються, а при непарному – світла пляма, оточена темними і світлими кільцями, що чергуються. Чим більше діаметр отвору, тим більше зон Френеля укладається в ньому. У цьому випадку для знаходження сумарної дії усіх зон в точці Р потрібно враховувати не лише різниці ходу від двох сусідніх зон, але й плавне убуття амплітуди коливань, що приходять в точку Р від більш далеких у порівнянні з центральною зоною.

Сформуємо вираз, що відповідає значенню радіусу r_k зони Френеля з номером k , віддаленої від джерела S монохроматичних хвиль довжини λ на відстань a , а від точки спостереження Р – на відстань $PD = b + k \cdot \lambda / 2$. При цьому $a \gg \lambda$, $b \gg \lambda$. Введемо наступні позначення (рис. 2.2):

$$OD = r_k; \quad SD = SC = a; \quad PC = b; \quad OC = x; \quad PD = b + k \frac{\lambda}{2}.$$

З трикутників SOD і POD виразимо r_k^2 за теоремою Піфагора:

$$r_k^2 = a^2 - (a - x)^2 = 2ax - x^2$$

$$r_k^2 = (b + k \frac{\lambda}{2})^2 - (b + x)^2 = b k \lambda + \frac{k^2 \lambda^2}{4} - 2bx - x^2$$

Прирівнявши праві частини цих двох рівнянь, виразимо x . Величиною $k^2 \lambda^2 / 4$ можна нехтувати в порівнянні з іншими доданками. Тоді отримаємо:

$$x = \frac{b k \lambda}{2(a + b)}$$

Підставимо x у вираз для r_k^2 . Тоді, нехтуючи другим доданком із-за малості, отримаємо:

$$r_k^2 = \frac{a b k \lambda}{a + b} - \left(\frac{b k \lambda}{2(a + b)} \right)^2 \approx \frac{a b k \lambda}{a + b}$$

Звідси зовнішній радіус r_k k -ої зони Френеля буде дорівнювати:

$$r_k = \sqrt{\frac{abk\lambda}{a+b}}$$

Максимальна освітленість в точці Р спостерігатиметься за умови, коли в отворі укладеться тільки перша зона Френеля. За умовою хвиля, що падає, – плоска. Це означає, що фронт такої хвилі – площина, радіус кривизни a такої хвилі багато більше b ($a \gg b$), врахуємо це у виразі для радіусу зони Френеля:

$$r_k = \sqrt{\frac{abk\lambda}{a+b}} = \sqrt{\frac{bk\lambda}{1+\frac{b}{a}}} \approx \sqrt{bk\lambda},$$

де результат перетворення отримано діленням чисельника і знаменника першого дробу на величину a з врахуванням, що $b/a \ll 1$.

Для $k=1$ маємо:

$$d = 2\sqrt{b\lambda} \approx 2,2 \text{ (мм)}$$

Відповідь: $d \approx 2,2$ мм.

Задача 2.2.4. Оптичне випромінювання з плоским хвильовим фронтом нормально падає на ширму зі щілиною, ширина якої становить $b = 20$ мкм. Довжина хвилі монохроматичного світла $\lambda = 500$ нм. На відстані $l = 1$ м від ширми розташований екран, на якому спостерігається дифракційна картина. Визначити ширину зображення щілини b' на екрані, за яку можна вважати відстань між першим та мінус першим дифракційними мінімумами інтенсивності світла, що з обох боків прилягають до центрального нульового максимуму.

Дано: $b = 20$ мкм; $\lambda = 500$ нм; $l = 1$ м.

Визначити: b' – ширину зображення щілини на екрані.

Розв'язання. Згідно з принципом Гюйгенса-Френеля за щілиною промені дифрагують вліво і вправо від нормалі. Оскільки $l \gg b$, то умови максимуму і мінімуму для щілини будуть такими ж як з лінзою, що зводить паралельні

промені в одну точку. Нехай кут дифракції φ відповідає мінімумам $k = +1$ і $k = -1$ порядків. Шириною зображення щілини b' називається розсіяння між ними. З побудови видно, що $b' = 2 \cdot l \cdot \operatorname{tg} \varphi$ (рис. 2.4).

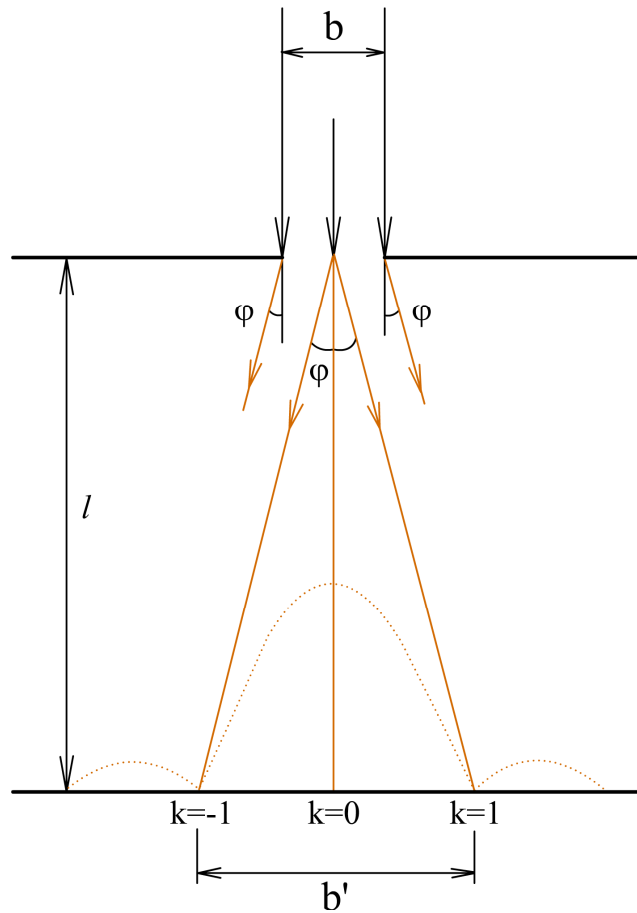


Рис. 2.4. Дифракція світла на щілині

За умови першого мінімуму для щілини:

$$b \sin \varphi = \lambda$$

Звідки отримаємо:

$$\sin \varphi = \frac{\lambda}{b} = 2,5 \cdot 10^{-2}; \quad \varphi = 1^{\circ}25' = 1,42^{\circ} = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ (рад)}$$

При малих кутах $\sin \varphi \approx \operatorname{tg} \varphi \approx \varphi$ рад, отже:

$$\operatorname{tg} \varphi = \sin \varphi = \frac{\lambda}{b}$$

Підставимо отримане значення $\operatorname{tg}\varphi$ у вираз для шуканого b' :

$$b' = 2l \frac{\lambda}{b} = 50 \text{ (мм)}$$

Співвідношення $b/b' = 4 \cdot 10^{-4}$, тобто можна вважати, що промені, які дифрагують під кутом φ , відповідним $k = \pm 1$, виходять з "точки" (щілини), оскільки ширина щілини $b \ll b'$.

Відповідь: $b' = 50 \text{ мм}$.

Задача 2.2.5. Монохроматичне випромінювання падає по нормалі на дифракційну ґратку, період структури якої становить $d = 4 \cdot 10^{-6} \text{ м}$. Лінза, що фокусує випромінювання на екрані і має фокусну відстань $f = 0,4 \text{ м}$, розташована за ґраткою. Відстань між першим та центральним максимумами дифракційної картини дорівнює $l = 5 \text{ см}$. Знайти довжину хвилі λ світла.

Дано: $d = 4 \cdot 10^{-6} \text{ м}$; $f = 0,4 \text{ м}$; $l = 5 \text{ см}$.

Визначити: λ – довжину хвилі випромінювання.

Розв'язання. Промені, що падають по нормалі (рис. 2.5), збираються лінзою Л в точці О на перетині головної оптичної осі лінзи ОО з фокальною площиною лінзи Л, в якій розташований екран Е. Через цю точку проходить лінія центрального максимуму дифракційної картини ($k = 0$). Дифрагувавши під кутом φ промені сходяться на екрані в точці В на перетині побічної оптичної осі О'О', що проходить через оптичний центр С лінзи і є паралельною цим променям, з фокальною площиною лінзи, в якій розташований екран.

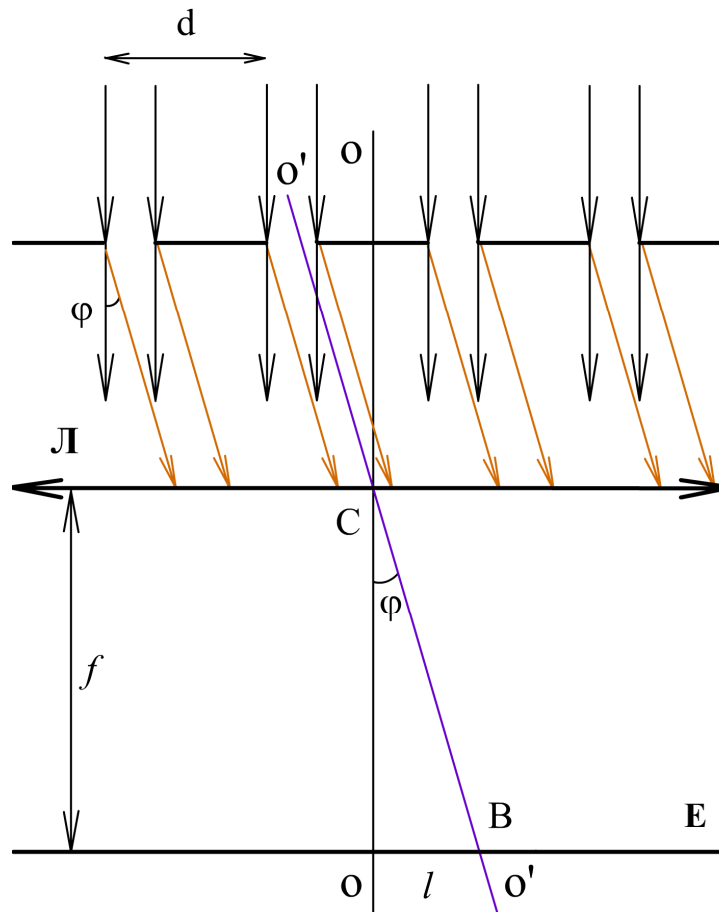


Рис. 2.5. Дифракція світла на дифракційній ґратці

Відповідно до умови першого максимуму дифракційної ґратки ($k = 1$):

$$d \sin \varphi = \lambda$$

Кут φ знайдемо з трикутника ОСВ:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{l}{f} = 0,125 (\text{рад})$$

Звідки значення кута φ дорівнює $\varphi \approx 7^\circ 10' \approx 7,166^\circ$.

Оскільки кут дифракції малий, то можна вважати, що $\operatorname{tg} \varphi \approx \sin \varphi \approx \varphi$.

Звідси отримаємо:

$$\lambda = d \varphi = 500 (\text{нм})$$

Відповідь: $\lambda = 500 \text{ нм}$.

Задача 2.2.6. Випромінювання, що пройшло через оптичний фільтр, падає по нормалі на дифракційну ґратку, період структури якої дорівнює $d = 2$

мкм. Діапазон довжин хвиль пропускання випромінювання світлофільтром становить від $\lambda_1 = 500$ нм до $\lambda_2 = 600$ нм. Визначити, чи будуть перекриватися (накладатися один на одного) спектри різних порядків в отриманій дифракційній картині?

Дано: $d = 2$ мкм; $\lambda_1 = 500$ нм; $\lambda_2 = 600$ нм.

Визначити: Чи будуть спектри різних порядків перекриватися один одним?

Розв'язання. Схема установки зображена на рис. 2.6.

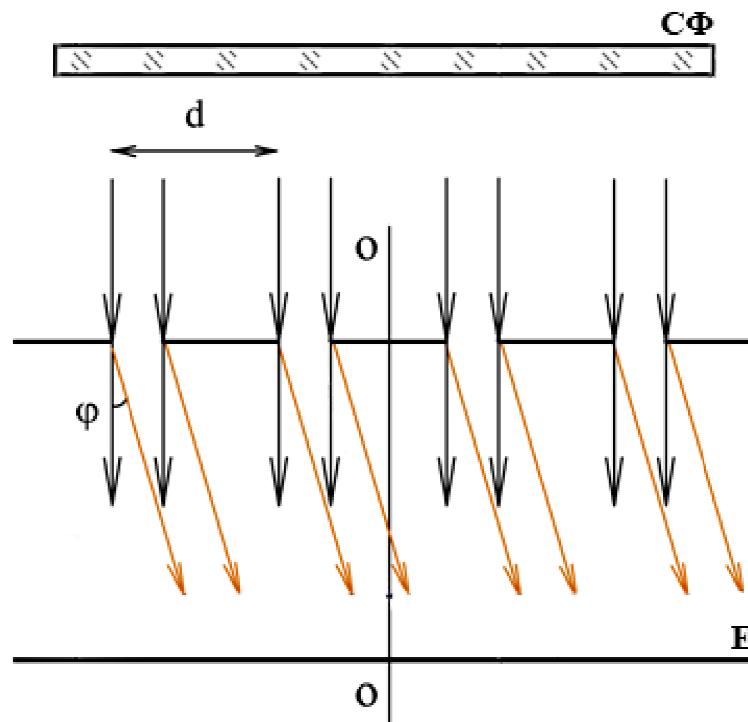


Рис. 2.6. Проходження світла через дифракційну ґратку після світлофільтра

Запишемо умову накладення двох сусідніх спектрів k і $k+1$ порядків для цих довжин хвиль λ_2 і λ_1 . Вони мають бути видні під одним кутом, отже:

$$k\lambda_2 = (k+1)\lambda_1 = d \sin \varphi$$

Звідси розрахуємо порядок спектру, при якому ці довжини хвиль прилягають одна до одної:

$$k = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} = 5$$

Отже спектри цих ліній можуть перекриватися, починаючи з $k = 6$.

Максимальний порядок $k_{\max}$, який може сформувати дана дифракційна ґратка, визначається виразом:

$$k_{\max} = \frac{d \sin \varphi_{\max}}{\lambda}$$

Розрахуємо значення максимального порядку спектра, що здатна сформувати ґратка для довжини хвилі λ_1 :

$$k_{1\max} = \frac{d \sin \varphi_{\max}}{\lambda_1} = 4$$

де $\varphi_{\max} = \pi/2$.

Аналогічно визначимо $k_{\max}$ для довжини хвилі λ_2 , пам'ятаючи, що k може приймати тільки цілі значення:

$$k_{2\max} = \frac{d \sin \varphi_{\max}}{\lambda_2} = 3$$

Отже спектри довжин хвиль λ_1 і λ_2 для даної дифракційної ґратки не перекриваються, тому що для довжини хвилі λ_1 ґратка здатна сформувати максимум 4-й порядок спектра, а для довжини хвилі λ_2 – 3-й порядок, в той час, як перекриватися ці лінії можуть тільки починаючи з 6-го порядку спектра.

Відповідь: спектри перекриватися не будуть.

Задача 2.2.7. Ширина дифракційної ґратки становить $l = 2,5$ см. Чому має дорівнювати період структури ґратки d , щоб можна було в першому порядку спектра роздільно спостерігати (без накладання одна на одну) дві лінії випромінювання натрію з $\lambda_1 = 589,0$ нм і $\lambda_2 = 589,6$ нм?

Дано: $\lambda_1 = 589,0$ нм; $\lambda_2 = 589,6$ нм; $l = 2,5$ см.

Визначити: d – постійну дифракційної ґратки.

Розв'язання. Схема установки зображена на рис. 2.7.

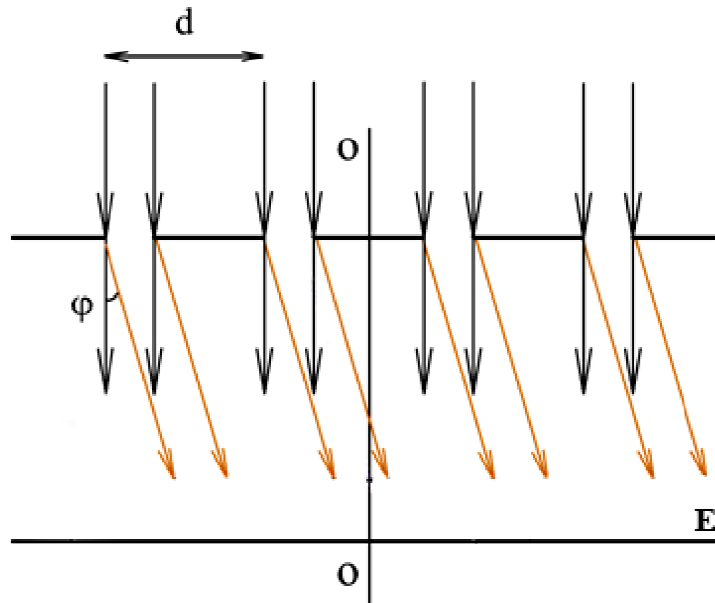


Рис. 2.7. Проходження оптичного випромінювання через дифракційну ґратку

Щоб просторово розділити, тобто бачити окремі дві близькі лінії, відповідні довжинам хвиль λ_1 і λ_2 , необхідно виконання умови:

$$R = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} = Nk$$

де R – роздільна здатність; λ_1 і λ_2 – довжини хвиль дублету натрію, N – число щілин ґратки, k – порядок спектру.

Число щілин дифракційної ґратки визначається співвідношенням:

$$N = \frac{l}{d}$$

Зведемо дві останні формули та виразимо з них шукане значення d :

$$d = \frac{kl(\lambda_2 - \lambda_1)}{\lambda_1} = 25,4 \text{ (мкм)}$$

Відповідь: $d = 25,4$ мкм.

2.3. ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ

Задача 2.3.1. На ширму зі щілиною, ширина якої $b = 9$ мкм, нормально падає монохроматичне світло з довжиною хвилі $\lambda = 0,65$ мкм. Кут дифракції променів на щільні становить $\varphi = 21,2^\circ$. Визначити порядок k дифракційного мінімуму, що сформований на екрані спостереження при даних умовах.

Задача 2.3.2. На дифракційну ґратку з періодом структури $d = 3,3$ мкм падає по нормалі оптичне випромінювання з $\lambda = 0,632$ мкм. Визначити, який найвищий порядок дифракційного максимуму здатна сформувати ця ґратка?

Задача 2.3.3. Монохроматичне світло з плоским хвильовим фронтом падає на ширму з круглим отвором, діаметр якого становить $d = 5$ мм. Довжина хвилі оптичного випромінювання $\lambda = 0,41$ мкм. Екран спостереження, що розташований за ширмою, може змінювати своє положення в діапазоні відстаней до ширми 2 - 6 м. Розрахувати кількість положень екрану, при яких в центрі дифракційної картини буде спостерігатися мінімум інтенсивності світла (темна пляма).

Задача 2.3.4. Паралельний пучок монохроматичного випромінювання з довжиною хвилі $\lambda = 543$ нм падає на поверхню дифракційної ґратки. Промені, що дифрагують під кутом 29° , формують на екрані спостереження третій порядок максимуму. Визначити кількість штрихів, що припадають на 10 мм довжини поверхні цієї дифракційної ґратки.

Задача 2.3.5. Монохроматичне оптичне випромінювання з плоским хвильовим фронтом падає на ширму зі щілиною, розмір якої становить $b = 0,2$ мм. У задній фокальній площині лінзи, що фокусує світлові промені, розташований екран. Довжина хвилі оптичного випромінювання $\lambda = 543$ нм. Розрахувати, чому дорівнює кутовий розмір (в кутових хвилинах) центрального максимуму інтенсивності в дифракційній картині, що спостерігається на екрані.

РОЗДІЛ 3. ПОЛЯРИЗАЦІЯ СВІТЛА

3.1. ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Поляризацією світла називається перетворення світлової хвилі, в результаті якого вектор напруженості електричного поля E приймає певну орієнтацію в просторі.

Розрізняють наступні види світла з точки зору його поляризації [9]:

1. природне світло – напрямок світлового вектору E змінюється хаотично і всі напрямки коливань вектору E рівновірогідні;

2. поляризоване світло – оптичне випромінювання, в якому напрямки коливань вектору напруженості електричного поля E орієнтовані в одній площині, що перпендикулярна напрямку розповсюдження променя в просторі. У залежності від траєкторії розповсюдження вектору E в цій площині поляризоване випромінювання поділяють на три типи: лінійно- або плоскополяризоване, циркулярно поляризоване (кругова поляризація) та еліптичну поляризацію;

3. частково поляризоване світло – світло з переважним напрямком коливань вектору E .

Якщо направити пучок природного світла з інтенсивністю I_e на пластинку з турмаліну, то інтенсивність пучка I_1 , що пройшов, зменшиться вдвічі і при обертанні пластинки навколо променя інтенсивність не змінюється.

$$I_1 = \frac{1}{2} I_e$$

Якщо промінь природного світла пропустити через дві пластинки турмаліну, то інтенсивність світла I_2 залежить від взаємної орієнтації оптичних осей пластинок. Інтенсивність вихідного променя у цьому випадку визначається законом Малюса:

$$I_2 = I_1 \cos^2 \alpha = \frac{1}{2} I_e \cos^2 \alpha ,$$

де α – кут між оптичними осями поляризаторів.

Закон Малюса строго виконується тільки для ідеальних поляризаторів. У реальних умовах будь-які оптичні компоненти частково поглинають та відбивають оптичне випромінювання, що проходить крізь них [14].

Ступенем поляризації частково-поляризованого світла називається величина:

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}},$$

де $I_{\max}$ та $I_{\min}$ – максимально та мінімально можливі інтенсивності світла на виході системи в залежності від взаємної орієнтації осей поляризаторів.

Закон Малюса строго виконується тільки для ідеальних поляризаторів. При ідеальному поляризаторі $I_{\min} = 0$ і $P = 1$, отже, все світло на виході буде плоскополяризоване [15].

3.2. ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ

Задача 3.2.1. Частково-поляризоване випромінювання пропускається через призму Ніколя (ніколь). При початковому його положенні площина пропускання ніколя паралельна площині коливань лінійно-поляризованого випромінювання. Якщо повернути ніколь на кут $\varphi = 60^\circ$, на виході оптичного компонента інтенсивність світла зменшиться в $k = 2$ рази. Розрахувати співвідношення I_e/I_n між інтенсивностями неполяризованого і лінійно-поляризованого світла, що є складовими вхідного частково-поляризованого випромінювання, і ступінь поляризації P останнього.

Дано: $\varphi = 60^\circ$; $k = 2$.

Визначити: I_e/I_n – співвідношення інтенсивностей природного і лінійно-поляризованого світла; P – міру поляризації P пучка світла.

Розв'язання. Схема установки зображена на рис. 3.1.

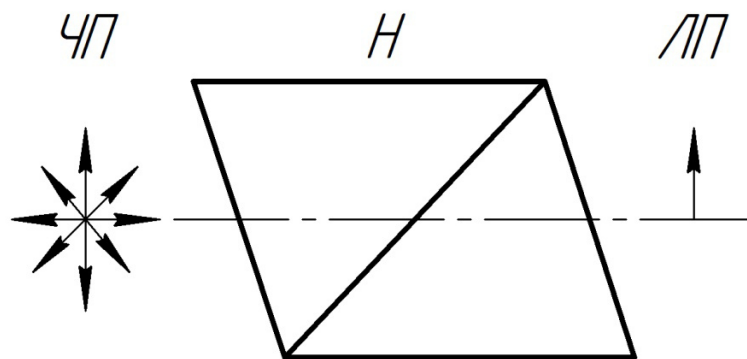


Рис. 3.1. Проходження частково поляризованого світла через ніколь

Відношення інтенсивності I_e природного світла до інтенсивності I_{Π} поляризованого світла знайдемо з наступних міркувань. При первинному положенні ніколя він повністю пропустить лінійно-поляризоване світло і половину інтенсивності природного світла. Загальна інтенсивність пропущеного при цьому світла:

$$I_1 = I_{\Pi} + \frac{1}{2} I_e$$

При другому положенні ніколя інтенсивність пропущеного поляризованого світла визначиться згідно із законом Малюса, а інтенсивність пропущеного природного світла, як і в першому випадку, дорівнюватиме половині інтенсивності природного світла, що падає на ніколь. Загальна інтенсивність в другому випадку:

$$I_2 = I_{\Pi} \cos^2 \varphi + \frac{1}{2} I_e$$

Відповідно до умови завдання $I_1 = k \cdot I_2$, або

$$I_{\Pi} + \frac{1}{2} I_e = k \left(I_{\Pi} \cos^2 \varphi + \frac{1}{2} I_e \right)$$

Підставивши в отриманий вираз значення кута φ , k і виконавши обчислення, отримаємо:

$$\frac{I_e}{I_{\Pi}} = 1, \text{ або } I_e = I_{\Pi}$$

Тобто інтенсивності природного і поляризованого світла в заданому частково-поляризованому пучку рівні між собою.

Міра поляризації частково-поляризованого світла визначається співвідношенням:

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}, \quad (3.1)$$

де $I_{\max}$ і $I_{\min}$ – відповідно максимальна і мінімальна інтенсивності світла, пропущеного через ніколь.

Максимальна інтенсивність світла на виході ніколя $I_{\max} = I_1 = I_{\pi} + \frac{1}{2} \cdot I_e$, або, враховуючи, що $I_e = I_{\pi}$ маємо:

$$I_{\max} = \frac{3}{2} I_{\pi}$$

Мінімальна інтенсивність відповідає положенню ніколя, при якому площина його пропускання перпендикулярна площині коливань лінійно-поляризованого світла. При такому положенні ніколя поляризоване світло буде повністю погашене і через ніколь пройде тільки половина інтенсивності природного світла. Загальна інтенсивність виразиться рівністю $I_{\min} = \frac{1}{2} \cdot I_e$, або, враховуючи, що $I_e = I_{\pi}$ маємо:

$$I_{\min} = \frac{1}{2} I_{\pi}$$

Підставивши знайдені вирази $I_{\max}$ і $I_{\min}$ у формулу (3.1), отримаємо:

$$P = \frac{\frac{3}{2} I_{\pi} - \frac{1}{2} I_{\pi}}{\frac{3}{2} I_{\pi} + \frac{1}{2} I_{\pi}} = \frac{1}{2}$$

Відповідь: $I_e/I_{\pi} = 1$; $P = 0,5$.

Задача 3.2.2. Кут повороту площини поляризації монохроматичного світла, що проходить через кварцеву пластинку, товщина якої становить $d_1 = 1$ мм, дорівнює $\varphi_1 = 20^\circ$. Оптична вісь кристала кварцу, з якого виготовлена

пластинка, розташована перпендикулярно до вхідної грані пластинки. Розрахувати: 1) яку товщину d_2 повинна мати кварцева пластинка, щоб будучи розташована між двома «паралельними» ніколями, повністю гасила випромінювання на виході другого ніколя; 2) чому має дорівнювати довжина l кювети з розчином цукру, масова концентрація якого становить $C = 0,4$ кг/л, щоб, розміщена між двома «паралельними» ніколями, давала такий самий ефект? Цукровий розчин має питоме обертання площини поляризації світла, що проходить крізь нього, $[\alpha] = 0,665$ град/(м·кг·м⁻³).

Дано: $d_1 = 1$ мм; $\varphi_1 = 20^\circ$; $C = 0,4$ кг/л; $[\alpha] = 0,665$ град/(м·кг·м⁻³).

Визначити: d_2 – товщину кварцевої пластинки; l – довжину кювети з розчином цукру.

Розв'язання. Схема установки при початкових умовах зображена на рис. 3.2, а.

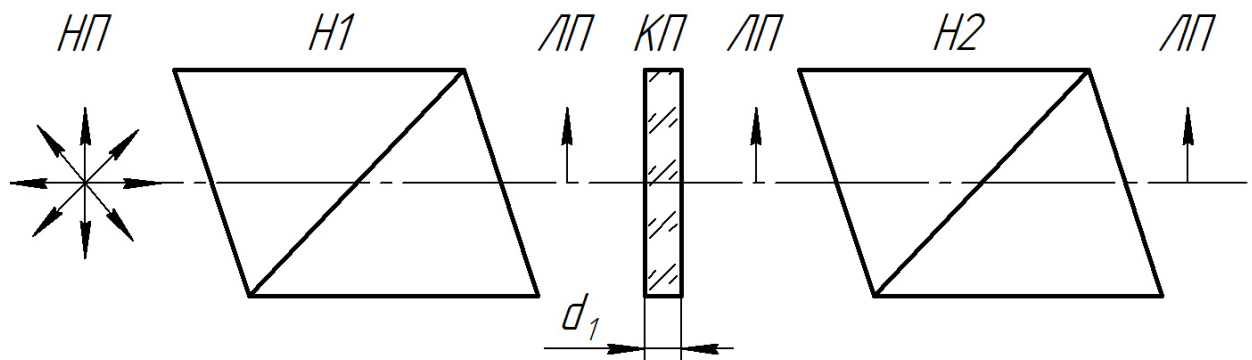


Рис. 3.2, а. Проходження неполяризованого світла через систему з двох «паралельних» ніколей та кварцевої пластинки

1) Кут повороту площини поляризації кварцевою пластинкою визначається співвідношенням:

$$\varphi = [\alpha]d \quad (3.2)$$

Користуючись цією формулою, виразимо шукану товщину d_2 пластинки:

$$d_2 = \frac{\varphi_2}{[\alpha]} \quad (3.3)$$

де φ_2 – кут повороту площини поляризації, при якому світло буде повністю погашено ($\varphi_2 = 90^\circ$).

Постійну обертання $[\alpha]$ для кварцу знайдемо також з формули (3.2), підставивши в неї задані в умові завдання значення d_1 і φ_1 :

$$[\alpha] = \frac{\varphi_1}{d}$$

Підставивши цей вираз $[\alpha]$ у формулу (3.3), отримаємо шукане значення d_2 :

$$d_2 = \frac{\varphi_2}{\varphi_1} d_1 = 4,5 \text{ (мм)}$$

2) Схема установки зображена на рис. 3.2, б.

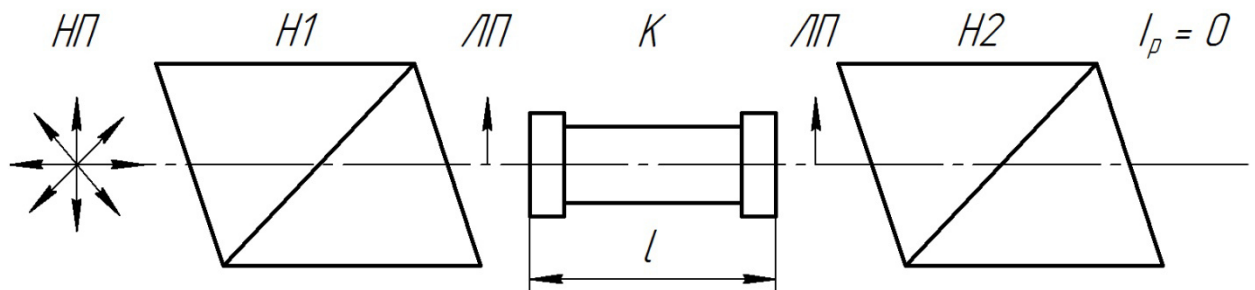


Рис. 3.2, б. Проходження неполяризованого світла через систему з двох «паралельних» ніколів та кювети з розчином цукру

Довжину кювети з цукровим розчином знайдемо зі співвідношення, що виражає кут повороту площини поляризації розчином цукру:

$$\varphi_2 = [\alpha] C d,$$

де d – товщина розчину цукру (приймається рівній довжині l кювети).

Звідси отримаємо шукане значення довжини кювети l , що має розмірність дм.:

$$l = \frac{\varphi_2}{[\alpha] C} = 3,38 \text{ (дм)}$$

при розрахунках необхідно перевести значення C , задане в умові задачі: $C = 0,4 \text{ кг/л} = 400 \text{ кг/м}^3$.

Відповідь: $d_2 = 4,5 \text{ мм}$; $l = 3,38 \text{ дм}$.

3.3. ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ

Задача 3.3.1. Неполаризоване випромінювання проходить через оптичну систему, що складається з двох поляризаторів. Кожен поляризатор поглинає 10% світла, що проходить крізь нього. Кут між головними площинами поляризаторів становить 52° . Визначити співвідношення між інтенсивностями неполаризованого світла на вході системи та після проходження другого поляризатора.

Задача 3.3.2. Неполаризоване випромінювання потрапляє на вхід оптичної системи, що складається з трьох поляризаторів. Центральний поляризатор розташований таким чином, що його головна площина складає кут 60° з головними площинами двох інших поляризаторів. Визначити, який відсоток випромінювання пройде крізь всю оптичну систему. Поглинання світла оптичним матеріалом поляризаторів вважати рівним нулю.

Задача 3.3.3. На вхід оптичної системи, що складається з двох поляризаторів, перший з яких вважається поляризатором, а другий – аналізатором, поступає частково-поларизоване випромінювання зі ступенем поляризації $P = 0,5$. Визначити співвідношення між максимальною і мінімальною можливими інтенсивностями випромінювання на виході системи.

Задача 3.3.4. Площина поляризації лінійно-поларизованого випромінювання орієнтована таким чином, що при потраплянні на ніколь буде повністю погашене на його виході. У випадку, якщо перед ніколем встановити пластинку з кварцу, товщина якої буде дорівнювати $d = 1,6$ мм, інтенсивність випромінювання на виході ніколя зменшиться в 2 рази. Розрахувати значення постійної обертання матеріалу кварцової пластинки. Відбиттям випромінювання, а також поглинанням у ніколі та кварцевій пластинці знехтувати.

Задача 3.3.5. Кювета, довжина якої становить $l = 8$ см, опромінюється жовтим випромінюванням лінії натрію. У середині кювети міститься нікотин у

вигляді чистої рідини. При проходженні світла через кювету його площина поляризації обертається на кут $\varphi = 136,6^\circ$. Розрахувати значення питомої обертаєння $[\alpha]$ рідини в кюветі, якщо її щільність дорівнює $\rho = 1,01 \text{ г/см}^3$.

ЛІТЕРАТУРА

1. Сторожик Д. В. Автоматизація процесу теплового неруйнівного контролю шляхом застосування методу комплексування термограм / Д. В. Сторожик, А. Г. Протасов, О. В. Муравйов, В. Ф. Петрик, Д. В. Петренко // Техн. діагностика та неруйнівний контроль. – 2022. – №2. – С. 20-23.
2. Муравйов О. В. Автоматизація методу термографічної діагностики патологій організму людини / О. В. Муравйов, В. Ф. Петрик, Ю. Ю. Лисенко, Г. А. Богдан, А. В. Наконечная // Таврійський науковий вісник. Серія: Технічні науки. – 2022. – №1.
3. Сторожик Д. В. Комплексування мультиспектральних зображень, як метод підвищення їх інформативності при бінарній сегментації / Д. В. Сторожик, О. В. Муравйов, А. Г. Протасов, В. Г. Баженов, Г. А. Богдан // Наукові вісті КПП. – 2020. № 2. – С. 82-87.
4. Оптика. Квантова фізика. Молекулярна фізика. Збірник задач до розділів «Оптика. Квантова фізика. Молекулярна фізика» [Електронний ресурс] : навчальний посібник для студентів спеціальності 123 «Комп'ютерна інженерія» / уклад. В. П. Бригінець, О. В. Дімарова, Л. П. Пономаренко, І. М. Репалов, Н. О. Якуніна. – Електронні текстові дані (1 файл: 1,61 Мбайт). – Київ : КПП ім. Ігоря Сікорського, 2021. – 62 с.
5. Хвильова оптика. Частина 1. Електромагнітна теорія світла та інтерференція [Електронний ресурс] : підручник для студентів спеціальності 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані системи та технології» / КПП ім. Ігоря Сікорського ; укладач: В. Г. Колобродов. – Електронні текстові дані (1 файл: 6,33 Мбайт). – Київ : КПП ім. Ігоря Сікорського, 2017. – 210 с.
6. Petryk V. F. Smartphone-Based Automated Non-Destructive Testing Devices / V. F. Petryk, A. G. Protasov, R. M. Galagan, A. V. Muraviov, I. I. Lysenko // Devices and Methods of Measurements. – 2020. – 11(4), PP. 272-278.
7. Soifer V. Diffractive Optics and Nanophotonics. – CRC Press, Taylor & Francis Group, 2018. – 328 p.

8. Живкович А. В. Современные технологии бесконтактного измерения температуры / А. В. Живкович, А. В. Муравьев // Материалы XVI Международной научно-практической конференции «Динамика научных исследований - 2020», 07-15 июля 2020, Пшемысль, Польша. – *Przemysł : Nauka i studia*, 2020. – Vol. 7. – С. 110-115.
9. Колобродов В. Г. Хвильова оптика. Частина 2. Дифракція і поляризація світла [Електронний ресурс] : підручник для студентів спеціальності 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані системи» / В. Г. Колобродов ; КПІ ім. І. Сікорського. – Електронні текстові дані (1 файл: 5,22 Мбайт). – Київ : КПІ ім. І. Сікорського, 2018. – 230 с.
10. R. Galagan Complex approach for monitoring the parameters of the wire / R. Galagan, A. Muraviov, A. Tomashuk // *Journal of Physics: Conference Series*. – Volume 1260. – Issue 3. – 2019. – 032018.
11. Муравьев А. В. Композиции атермализованных трехкомпонентных инфракрасных объективов / А. В. Муравьев, О. К. Кучеренко // *Наука и техника*. – 2015. – № 4. – С. 32-37.
12. R. Galagan A model for generation a motion-blurred image of a radiating object's shadow from a series of high-quality images / R. Galagan, A. Muraviov and A. Tomashuk // *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. – Volume 862. – Issue 5 (2020) . – 052011.
13. Кучеренко О. К. Вплив температури на абераційні властивості ІЧ-об'єктивів / О. К. Кучеренко, О. В. Муравйов, Д. О. Остапенко. // *Наукові вісті НТУУ "КПІ"*. – 2013. – № 1. – С. 99-105.
14. Морозов М. А. Современная лазерная дальнометрия / М. А. Морозов, А. В. Муравьев // Новые направления развития приборостроения: материалы 9-й международной научнотехнической конференции молодых ученых и студентов, 20-22 апреля. – Минск, Беларусь, 2016. – С. 38.
15. Russell A. Polarized light and optical systems / Russell A., Chipman, Wai-Sze Tiffany Lam, Garam Young. – CRC Press, 2019. – 982 p.