НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»
Фізико-математичний факультет
Кафедра фінансової та страхової математики

«До захисту допущено»
Завідувач кафедри
Кльосов О.І.
(ініціали, прізвище)

«_7_» грудня 2018р.

Магістерська дисертація

освітньо-кваліфікаційного рівня «Магістр»

зі спеціальності 111 «Математика»
(код і назва спеціальності)

на тему: «Застосування математичних методів для розв'язання задач менеджменту банківської діяльності»

Виконала: студентка VI курсу, групи ОМ-71мп
(шифр групи)

Харченко Ірина Григорівна __________
(прізвище, ім'я, по-батькові) (підпис)

Керівник: кандидат технічних наук, доцент кафедри математичного аналізу та теорії ймовірностей

Іваненко Тетяна Вікторівна __________

(посада, вченезвання, науковийступінь, прізвище та ініціали) (підпис)

Рецензент: кандидат фіз.-мат. наук
____
(посада, вченезвання, науковий ступінь, прізвище та ініціали) (підпис)

Засвідчую, що у цій дипломній роботі
немає запозичень з праць інших авторів
без відповідних посилань.
Студент ____________
(підпис)

Київ – 2018 року

Національний технічний університет України

«Київський політехнічний інститут імені ІгоряСікорського»

Фізико-математичний факультет

Кафедра математичного аналізу та теорії ймовірностей

Освітньо-кваліфікаційний рівень – «магістр»

Спеціальність 111 , математика, математик

ЗАТВЕРДЖУЮ
Завідувач кафедри
________ Кльосов О.І.

(підпис)

« 30 » жовтня 2018р.

ЗАВДАННЯ

на магістерську дисертацію студентці

Харченко Ірині Григорівні

1. Тема роботи: «Застосування математичних методів для розв'язання задач менеджменту банківської діяльності»,науковий керівник дисертації Іваненко Тетяна Вікторівна,кандидат технічних наук, доцент кафедри математичного аналізу та теорії ймовірностей .

Затверджені наказом по університету від «01» листопада 2018 р. № 4058-с

2. Строк подання студентом роботи 10.12.2018

3. Об’єкт дослідження: вивчення математичних методів для розв'язання задач менеджменту банківської діяльності.

4. Зміст роботи (перелік завдань, які потрібно зробити):

- Вивчити методи теорії ігор
- Розробити математичні моделі для визначення чистої стратегії по відкриттю філії.

- Побудовати платіжну матрицю ;
- .Розв'язати задачу лінійного програмування.
- Провести розрахунки та отримати результати.
- На підставі отриманих результатів сформулювати висновки та рекомендації банку для при розширення мережі відокремлених підрозділів комерційного банку та захопленні частини ринку банківських послуг у конкурентному середовищі.

5. Орієнтовний перелік ілюстрованого матеріалу: 24 слайдів

6. Дата видачі завдання 30.10.18

Календарний план

№ з/п	Назва етапів виконання роботи	Строк виконання	Примітка
1.	Постановка задачі та плану роботи	1.09.17-30.09.17	Виконала
2.	Робота з літературою, вивчення основних понять.	1.10.17-15.10.17	Виконала
3.	Розробка математичної моделі, проведено дослідження	15.10.17-31.10.17	Виконала
4.	Опрацювання практичної частини.	1.11.17-30.11.17	Виконала
5.	Аналіз та перевірка отриманих результатів. Оформлення роботи.	1.12.17-10.12.17	Виконала

Студентка __________ Харченко.І.Г.
(підпис)

Керівник роботи __________ Івананенко Т.В.
(підпис)

Реферат

Дипломна робота: 47с., 14 першоджерел.

Мета : розв'язати математичну модель задачі по прийняттю рішення при розширенні мережі відокремлених підрозділів комерційного банку та захопленні частини ринку банківських послуг у конкурентному середовищі. Дану задачу розв'яжемо методами теорії ігор та сформулюємо рекомендації менеджменту в банку для прийняття оптимального рішення.

Ключові слова: відокремлені підрозділи банком, конкурентноспроможність, платіжна матриця, світлова точка, чисті стратегії, змішані стратегії.

Реферат

Дипломная работа: 47с., 14 первоисточников.

Цель: решить математическую модель задачи по принятию решения при расширении сети обособленных подразделений коммерческого банка и захвате части рынка банковских услуг в конкурентной среде. Данную задачу решим методами теории игр и сформулируем рекомендации менеджмента в банке для принятия оптимального решения.

Ключевые слова: обособленные подразделения банком, конкурентоспособность, платежная матрица, световая точка, чистые стратегии, смешанные стратегии.

Summary

Thesis: 47p. 14 sources.

Objective: to solve the mathematical model of the decision-making task by expanding the network of the separate divisions of the commercial bank and capturing part of the market of banking services in a competitive environment. Let's solve this problem with the methods of game theory and formulate the management recommendations in the bank for making the optimal solution.

Keywords: separated bank divisions, competitiveness, payment matrix, light point, clean strategies, mixed strategies.

Зміст

ВСТУП

Магістерська дисертація присвячена дослідженню змін у структурі банківських відокремлених підрозділів України, прийняттю рішень по розширенні мережі відокремлених підрозділів комерційного банку та захопленні частини ринку банківських послуг у конкурентному середовищі. Не завжди розширення та збільшення кількості підрозділів призводить до збільшення прибутків та захоплення частини ринку. Тому особливу увагу менеджмент банку має приділити задачі оптимізації відкриття банківських філій.

Проблемам діяльності банків присвячували свої праці В. Вітлінський [3], І.Іванченко[4] , Т. Іваненко[1], В.Ткачук [10] та інші.

За допомогою постановки та розв'язання задачі математичного програмування буде визначено оптимальну стратегію для даного комерційного банку по відкриттю філій.

Об'єктом дослідження виступає комерційний банк, його маркетинговий відділ, предметом – оптимізація задачі по прийняттю рішення при розширенні мережі відокремлених підрозділів комерційного банку та захопленні частини ринку банківських послуг у конкурентному середовищі.

Метою дослідження є розробка математичної моделі задачі для оптимального формування мережі банку, яка дозволяє одночасно максимізувати прибуток банку.

Відповідно до поставленої мети було вирішеноно наступні завдання:

1.Вивчити методи теорії ігор

2.Розробити математичні моделі для визначення чистої стратегії по відкриттю філії:

2.1. Побудовати платіжну матрицю ;

2.2.Розв'язати задачу лінійного програмування.

3. Провести розрахунки та отримати результати.

4.На підставі отриманих результатів сформулювати висновки та рекомендації банку для при розширення мережі відокремлених підрозділів комерційного банку та захопленні частини ринку банківських послуг у конкурентному середови

Розділ 1 Теоретичні основи математичної моделі менеджменту банківської діяльності

1.1 Основні поняття теорії ігор

При вирішенні низки практичних завдань (в області економіки, військової справи і т.д.) припадає аналізувати ситуації, де в наявності дві (або більше) ворогуючі сторони, що переслідуютьпротилежні цілі, причому результат кожного заходу однієї зі сторін залежить від того,який образ дій вибере противник. Такі ситуації ми будемо називати «конфліктними ситуаціями ».

Можна навести численні приклади конфліктних ситуацій з різних областей практики. Будь-яка ситуація, що виникає в ході військових дій, належить до конфліктних ситуацій:кожна з сторін, що борються приймає всі доступні їй заходи для того, щоб перешкодити противнику досягти успіху. До конфліктним належать і ситуації, що виникають при виборі системи озброєння, способів його бойового застосування і взагалі при плануванні військових операцій: кожне з рішень в цій галузі повинно прийматися в розрахунку на найменш вигідні для нас дії противника.

Ряд ситуацій в області економіки (особливо при наявності вільної конкуренції) належить до конфліктних ситуацій; в ролі борються виступають торгові фірми, промислові підприємства і т.д. Необхідність аналізувати подібні ситуації викликала до життя спеціальний математичний апарат. Теорія ігор по суті являє собою не що інше, як математичну теорію конфліктних ситуацій. Мета теорії - вироблення рекомендацій щодо раціонального способу дій кожного із супротивників в ході конфліктної ситуації. Кожна безпосередньо взята з практики конфліктна ситуація дуже складна, і аналіз її утруднений наявністю численних привхідних факторів. Щоб уможливити математичний аналіз ситуації, необхідно відволіктися від другорядних, привхідних чинників і побудувати спрощену, формалізовану модель ситуації. Таку модель ми будемо називати «грою». Відволіктися від другорядних, привхідних чинників і побудувати спрощену, формалізовану модель ситуації. Таку модель ми будемо називати «грою». Від реальної конфліктної ситуації гра відрізняється тим, що ведеться по цілком певним правилам. Людство здавна користується такими формалізованими моделями конфліктних ситуацій, які є іграми в буквальному сенсі слова.

Прикладами можуть служити шахи, шашки, карткові ігри і т.д. Всі ці ігри носять характер змагання, що протікає по відомими правилами і закінчується «перемогою» (виграшем) того чи іншого гравця. Такі формально регламентовані, штучно організовані ігри являють собою найбільш підходящий матеріал для ілюстрації та засвоєння основних понять теорії ігор. Термінологія, запозичена з практики таких ігор, застосовується і при аналізі інших конфліктних ситуацій: сторони, які беруть участь в них, умовно іменуються «гравцями», а результат зіткнення - «виграшем» однієї зі сторін.

Теорія ігор – це математична теорія конфликтів.

Конфлікт — це така ситуація, в якій відбувається боротьба інтересів. Кожний з учасників хоче досягти своєї мети, причому цілі кожного з учасників конфлікту протилежні.

Найпростішими прикладами конфліктів є ігри (шашки, шахи, різноманітні спортивні ігри). Вони характеризуються тим, що проводяться за певними правилами.

Правила гри - це система умов, які вказують на те, які можливості надаються гравцям (перелік можливих ходів) і до якого результату (виграшу, програшу) призводить кожна сукупність ходів.

Далеко не кожний конфлікт, що зустрічається на практиці, відбувається за правилами. Щоб був можливим математичний аналіз конфлікту, необхідно представити конфлікт в ігровій формі, тобто вказати стратегії (способи дій), можливі для учасників, і визначити, до якого результату призведе гра, якщо кожний з гравців обере певну стратегію. Таким чином, гра - це конфлікт з чітко сформульованими умовами.

На практиці часто результат конфлікту (навіть за цілком визначених стратегій учасників) точно передбачити не можна, оскільки він залежить від випадкових подій. Тоді замість «результата гри» слід розглядати средній очікуваний результат. Для математичного аналізу результатів гри цей результат має бути виражений числом. У випадку, коли результат не виражається числом (наприклад: виграш, програш, нічия), його можна перевести в числову форму, наприклад виграшу присвоїти значення «+ 1», програшу – «- 1», нічиїй – «0».

Тоді основну задачу теорії ігор можна сформулювати так: яку стратегію повинен застосовувати розумний гравець у конфлікті з розумним супротивником (або супротивниками), щоб забезпечити собі найбільший середній очікуваний виграш?

Стратегічні ігри класифікують за наступними ознаками:

1) кількість гравців:

- парна гра – гра двох осіб;
- множинна гра - гра n осіб, $n > 2$.

2)кількість стратегій:

- скінченні;
- нескінченні.

3)наявність інформації, яка є у гравців відносно минулих ходів:

- ігри з повною інформацією;
- ігри з неповною інформацією.

4)принцип розподілу виграшу:

- коаліційні;
- безкоаліційні.

Далі розглянемо модель скінченої стратегічної гри з повною інформацією, у якій беруть участь дві сторони, які мають протилежні інтереси.

1.1.1 Парна гра з нульовою сумою. Ціна гри

Кожну гру будемо розглядати як конфлікт між двома гравцями: A і B. Надалі для зручності міркувань будемо розглядати ситуацію з точки зору гравця A, а B буде супротивник.

Нехай один з гравців прагне досягти оптимального значення деякої своєї функції корисності (виграшу) U_A, а другий – своєї – U_B. Розбіжність між величинами U_A та U_B визначає ступінь антагонізму гравців. На практиці часто зустрічається конфлікт, коли інтереси гравців не збігаються, але й не строго протилежні. В окремому випадку, коли $U_A = - U_B$, гра називається антагоністичною, або строго конкурентною, або грою з нульовою сумою.

Гра називається грою з нульовою сумою, якщо одна сторона виграє те, що програє інша, тобто сума виграшів А і В дорівнює нулю. На практиці часто зустрічаються конфлікти, у яких ця умова не виконується, наприклад у військовому зіткненні цілком можливо, що програють обидві сторони. Однак у багатьох випадках можна розглядати парні конфлікти як гру з нульовою сумою.

Отже, гравець А зацікавлений у тому, щоб свій виграш максимізувати. Але виграш А – це програш В, тому В зацікавлений у тому, щоб ту саму величину мінімізувати. У результаті боротьби інтересів, якщо обидва супротивника однаково розумні, має бути знайдено деяке рівноважне положення, при якому кожний гравець отримає те, що йому належить — не більше і не менше. Цей рівноважний середній очікуваний виграш, на який може розраховувати гравець А, якщо обидві сторони будуть поводитись розумно, тобто дотримуватись своїх оптимальних (найкращих) стратегій, називається ціною гри.

Якщо ціна гри дорівнює нулю, це означає, що вона справедлива, тобто в однаковій мірі вигідна або невигідна першій і другій стороні. Якщо ціна гри > 0, значить вона вигідна для А, якщо < 0, значить вигідна для В.

Розв′язати гру означає знайти пару оптимальних стратегій (для А і В) і ціну гри, тобто середній очікуваний виграш А, якщо обидва гравці будуть поводитись розумно.

Якщо ж розумно буде поводитись тільки А, тоді його виграш зменшитись не може. У найгіршому випадку він залишиться таким же, або збільшиться.

Класичним прикладом стратегічної гри є «дилема ув′язнених», принципи якої стали прообразом моделювання стратегічної поведінки господарських суб′єктів, або інших ОПР.

Зміст моделі базується на особливостях американського кримінального права, згідно з яким учасник злочину, який дає свідчення проти інших учасників, звільняється від покарання. Нехай поліція затримала двох підозрюваних у скоєнні злочину, які мали при собі зброю, але проти яких немає жодних доказів. Якщо не вдасться інкримінувати їм скоєння злочину, то покарання може бути призначене лише за незаконне носіння зброї (3 роки). Підозрюваних розміщують у різних камерах, і прокурор, ведучі з кожним окрему бесіду, ставить їх в умови дилеми: якщо кожний із затриманих добровільно зізнається у скоєнні злочину і дасть свідчення проти співучасника, то буде негайно звільнений. Якщо ж одночасно зізнається і товариш затриманого, то, враховуючи добровільне зізнання, кожний отримає мінімальний строк (наприклад, 7 років). Якщо ж затриманий буде впертим, а його подільник зізнається, то він отримає максимальне покарання (наприклад, 15 років). За цих умов кожний з ув′язнених може обирати з двох стратегій: або все заперечувати, або зізнатись. Результат для кожного буде залежати від того, як вестиме себе інший затриманий, про що він не може знати, оскільки немає можливості спілкуватись. Можливі результати реалізації стратегій поведінки виглядають таким чином:

A / B	заперечувати	зізнаватись
заперечувати	3 / 3	15 / 0
зізнаватись	0 / 15	7 / 7

За цих умов оптимальною стратегією для кожного з ув′язнених є зізнання, оскільки ця стратегія є домінуючою, незалежно від того, яку стратегію обере інший.

Якщо домінуюча стратегія існує для всіх гравців, то тоді у грі існує рівноважний результат, який називається рівновагою Неша.

При аналізі оптимального рішення використовують принцип оптимальності Парето: рішення вважається Парето - оптимальним, якщо подальше збільшення корисності одного з гравців можливе лише за рахунок зменшення корисності іншого.

1.1.2 Гра в нормальній формі. Матриця гри

Надалі будемо розглядати скінченні ігри, тобто такі, у яких кожний гравець може застосовувати лише скінченну кількість стратегій. Якщо у гравця A є m стратегій, а у гравця B – n стратегій, то гра називається грою $m \times n$. Тоді правила гри можна записати у вигляді матриці розмірності $m \times n$

		стратегії B			
		B_1	B_2	…	B_n
страте-гії A	A_1	a_{11}	a_{12}	…	a_{1n}
	A_2	a_{21}	a_{22}	…	a_{2n}
	…	…	…	…	…
	A_m	a_{m1}	a_{m2}	…	a_{mn}

Елементами матриці є середні очікувані виграші гравця A при відповідній парі стратегій. Така матриця називається платіжною матрицею (матрицею гри) або функціоналом оцінювання F. Якщо скінченна гра записана у вигляді такої матриці, то кажуть, що вона приведена до нормальної форми.

1.1.3 Принцип мінімакса в теорії ігор

Розглянемо приклад наступної гри:

Гра «Три пальці». Два гравця A і B одночасно показують один одному один, два або три пальці. Якщо сумарна кількість пальців буде парним числом, виграє A, він отримає стільки очок, скільки всього було пальців. Якщо ж кількість пальців буде непарною – виграє B на тих же умовах.

Гра 3×3. Запишемо її в нормальній формі (номер стратегії означає кількість показаних пальців):

	B_1	B_2	B_3
A_1	2	-3	4
A_2	-3	4	-5
A_3	4	-5	6

Нехай гравець A обрав 1-шу стратегію, тоді в найгіршому варіанті він програє 3 очка, для стратегій 2 і 3 найбільші програші складуть по -5. Запишемо їх у додатковому стовпці. Найкращою буде стратегія з мінімальним програшем - A_1. Обравши цю стратегію ми в жодному випадку не програємо більше 3-ох очок. Величина -3 називається максиміном або нижньою ціною гри. Позначимо її α.

	B_1	B_2	B_3	min рядків
A_1	2	-3	4	-3
A_2	-3	4	-5	-5
A_3	4	-5	6	-5
max стовпців	4	4	6	

Гравець B у свою чергу також обирає найгірший для себе варіант за умови застосування своїх 1, 2 або 3-ої стратегій. Але виграш A – це програш B, тому B обирає найбільший елемент в кожному стовпці, а серед них обирає мінімальний. Це 4 для 1 або 2-ої стратегій. Величина 4 називається мінімаксом, або верхньою ціною гри. Її позначимо β.

Отже, якщо кожному гравцю пропонується обрати лише одну стратегію, то для A це має бути A_1, а для B – або B_1, або B_2. Ці стратегії було обрано керуючись принципом обережності: у грі поводься так, щоб отримати найбільшу вигоду при найгірших для тебе діях супротивника. Цей принцип називається принципом мінімакса і є в теорії ігор основним.

Але чи розв′язали ми гру? Якщо обидва гравці дотримуються рекомендованих стратегій A_1 і, наприклад, B_1, то виграш A завжди буде 2. Припустимо, що гравець B здогадався про стратегію A і змінив свою на B_2. Тепер A щоразу програє по 3 очка. Тепер A зрозумів поведінку B і перейшов на стратегію A_2, його виграш стає 4. І так далі. Це означає, що пара стратегій, яку знайдено за принципом мінімакса є нестійкою. Як тільки один гравець дізнається що робить другий, рівновага порушується. Але так буває не завжди.

1.1.4Сідлова точка. Чиста ціна гри

Нехай дана наступна матриця гри:

	B_1	B_2	B_3	B_4	min рядків
A_1	10	1	2	1	1
A_2	6	8	5	6	5
A_3	2	4	4	8	2
max стовпців	10	8	5	8	

Треба знайти нижню ціну гри α, верхню ціну гри β і мінімаксні стратегії та перевірити чи є вони стійкими.

Із аналізу додаткових рядка і стовпця отримаємо α = 5, β = 5, тобто максимін дорівнює мінімаксу. З цього випливає, що А має дотримуватись 2-ої стратегії, а В – 3-ої. Якщо А дізнається про стратегію супротивника, він все одно не змінить свою, бо йому це не вигідно. Так само буде поводитись й В. У даному прикладі пара стратегій A_2 і B_3 є стійкою,тобто одна сторона дотримується своєї мінімаксної стратегії, то для іншої може бути тільки невигідним відхилятися від своєї. Зауважимо, що в цьому випадку наявність у будь-якого гравця відомостей про те, що противник обрав свою оптимальну стратегію, не може змінити власної поведінки гравця: якщо він не хоче діяти проти своїх же інтересів, він повинен дотримуватися своєї оптимальної стратегії. Пара оптимальних стратегій в грі з сідловою точкою є «станом рівноваги»: будь-яке відхилення від оптимальної стратегії призводить гравця до невигідних наслідків, що змушує його повернутися в вихідне положення.тобто представляє положення рівноваги і дає розв′язок гри.

Елемент матриці 5, який є мінімальним у своєму рядку і одночасно максимальним у своєму стовпці, називається сідловою точкою.

Якщо матриця має сідлову точку, то гра має розв′язок у чистих стратегіях (не змішаних) – це пара стратегій, які перетинаються у сідло вій точці. Сама же сідлова точка дає ціну гри.

У торії ігор доведено, що якщо за правилами гри кожний із гравців знає результат усіх попередніх ходів, як своїх, так і супротивника (так звана гра з повною інформацією), то гра має сідлову точку, і значить має розв′язок у чистих стратегіях.

Зауваження: сідлових точок в матриці може бути декілька, тоді розв′язків гри в чистих стратегіях існує стільки, скільки є сідлових точок. Кожний з них дає виграш, рівний ціні гри[2].

Отже, для кожної гри з сідловою існує рішення, що визначає пару оптимальних стратегій обох сторін, що відрізняється такими властивостями:

1) Якщо обидві сторони дотримуються своїх оптимальних стратегій, то середній виграш дорівнює чистої ціною гри ν, що одночасно є її нижній і верхній ціною.
2) Якщо одна зі сторін дотримується своєї оптимальної стратегії, а інша відхиляється від своєї, то від цього отклоняющаяся сторона може тільки втратити і ні в якому разі не може збільшити свій виграш.

Клас ігор, що мають сідловую точку, представляє великий інтерес як з теоретичної, так і з практичної точки зору. У теорії ігор доводиться, що, зокрема, кожна гра з повною інформацією має сідловую точку, і, отже, кожна така гра має рішення, тобто існує пара оптимальних стратегій тієї й іншої сторони, що дає середній виграш, рівний ціною гри. Якщо гра з повною інформацією складається тільки з особистих ходів, то при застосуванні кожною стороною своєї оптимальної стратегії вона повинна завжди закінчуватися цілком певним результатом, а саме, виграшем, в точності рівним ціні гри. Як приклад гри з повною інформацією наведемо відому гру з укладанням монет на круглий стіл. Два гравці по черзі кладуть однакові монети на круглий стіл, вибираючи кожен раз довільне положення центру монети; взаємне накривання монет не допускається. Виграє той з гравців, хто покладе останню монету (коли місця для інших вже незалишиться). Очевидно, що результат цієї гри завжди вирішений, і існує цілком певна стратегія, що забезпечує достовірний виграш того з гравців, який кладе монету першим. А саме, він повинен перший раз покласти монету в центр столу, а далі на кожен хід противникавідповідати симетричним ходом. При цьому другий гравець може вести себе як завгодно, не змінюючи вирішеного результату гри. Тому дана гра має сенс тільки для гравців, які не знають оптимальної стратегії. Аналогічно справа йде з шахами та іншими іграми з повною інформацією; будь-яка з таких ігор має сідловою і рішенням, що вказує кожному з гравців його оптимальну стратегію; рішення шахової гри не знайдено тільки тому, що числокомбінацій можливих ходів в шахах занадто велике, щоб можна було побудувати платіжну матрицю і знайти в ній сідловую точку.Серед кінцевих ігор, що мають практичне значення, порівняно рідко зустрічаються гри з сідловою; більш типовим є випадок, коли нижня і верхня ціна гри різні. Аналізуючи матриці таких ігор, ми прийшли до висновку, що якщо кожному гравцеві надано вибір однієї-єдиної стратегії, то в розрахунку на розумно чинного противника цей вибір повинен визначатися принципом мінимакса.

1.1.5Розв′язування гри у змішаних стратегіях. Основна теорема теорії ігор

Розглянемо приклад гри «Пошук». У ній беруть участь дві сторони: А і В. А хоче знайти В, В хоче сховатись від А. У В є два сховища I і II. Якщо А знайшов В, то А виграє 1 очко, а В програє 1 очко. Якщо ж не знайшов – навпаки. Запишему цю гру в нормальній формі:

	B_1	B_2
A_1	1	-1
A_2	-1	1

Якщо А обере стратегію A_1, тобто буде щоразу шукати В у I сховищі, тоді В швидко це зрозуміє і буде ховатись у II сховищі (обере стратегію B_2). Якщо А змінить стратегію на A_2, то В також швидко це зрозуміє. А значить А треба змінювати свої стратегії A_1 та A_2, але не почергово, а випадковим чином. Аналогічно повинен діяти і В. При цьому в середньому на одну партію буде припадати нульовий виграш.

Така стратегія називається змішаною, тобто вона складається із чергування кількох чистих стратегій за випадковим законом. Раніше було показано, що якщо нижня ціна гри дорівнює верхній ($\alpha = \beta$), то гра має сідлову точку і принаймні один розв′язок у чистих стратегіях. Доведено, що у випадку, коли $\alpha \neq \beta$ розв′язок також завжди є, але він лежить в області змішаних стратегій[14].

Розв′язком гри називається така пара стратегій (чистих або змішаних), систематичне застосування яких забезпечує кожній стороні максимально можливий для неї виграш, який визначається ціною гри.

Якщо ж одна із сторін відхиляється від своєї оптимальної стратегії, у той час як інша продовжує дотримуватись своєї, то це за жодних умов не може бути вигідно для неї. За цих умов його виграш або залишиться незмінним, або зменшиться.

Основна теорема теорії ігор: кожна скінченна гра має розв′язок (можливо в області змішаних стратегій).

Нехай гравець A застосовує свої стратегії A_1, A_2, A_3 з частотами p_1, p_2, p_3 відповідно ($p_1 + p_2 + p_3 = 1$). Таку змішану стратегію будемо позначати:

S_A	A_1	A_2	A_3
	p_1	p_2	p_3

Аналогічно змішану стратегію гравця B будемо позначати:

S_B	B_1	B_2	B_3
	q_1	q_2	q_3

де $q_1 + q_2 + q_3 = 1$.

Будь-яку чисту стратегію можна розглядати як окремий випадок змішаної, коли всі частоти, крім однієї, дорівнюють нулю, а одна – одиниці.

Змішана стратегія, яка гарантує даному гравцю найбільший можливий середній виграш (або найменший можливий середній програш), називається його оптимальною змішаною стратегією, а стратегії, з яких складається оптимальна змішана стратегія, визначаються як вигідні стратегії.

Розв′язок гри – пару оптимальних стратегій – будемо позначати S_A^* і S_B^*, а відповідний йому виграш (ціну гри) v. Ціна гри v не може бути менше нижньої і більше верхньої ціни: $\alpha \le v \le \beta$, або $M(S_A, S_B^*) \le M(S_A^*, S_B^*) \le M(S_A^*, S_B)$. Точку ($S_A^*$, S_B^*) називають сідловою точкою змішаного розширення гри, при цьому ціна гри

$v = M(S_A^*, S_B^*)$.

Для попереднього прикладу розв′язком гри має бути:

S_A^*	A_1	A_2	S_B^*	B_1	B_2
	1/2	1/2		1/2	1/2

а ціна гри v = 0.

У загальному випадку математичне сподівання виграшу буде

$$M(S_A^*, S_B^*) = \sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{m} a_{ij} p_i q_j$$

1.2 Зведення парної гри з нульовою сумою до задачі лінійного програмування

Якщо сідлова точка відсутня, то загальним методом розв′язання гри скінченої розмірності є зведення парної гри з нульовою сумою до ЗЛП. Із основної теореми теорії ігор випливає, що при використанні змішаних стратегій існує принаймні один оптимальний розв′язок з ціною гри v, причому $\alpha \le v \le \beta$. Величина v невідома, але можна припустити, що $v > 0$. Ця умова виконується, оскільки шляхом перетворення матриці завжди можна зробити усі її елементи невід′ємними. Для цього достатньо збільшити усі елементи початкової матриці на одне й те саме число $d > \max\limits_{1 \le i \le m} \max\limits_{1 \le j \le n} |a_{ij}|$, де $a_{ij} \le 0$. При такому перетворенні матриці оптимальні стратегії гравців не зміняться.

Припустимо, що оптимальна змішана стратегія гравця A:

S_A^*	A_1	A_2	…	A_m
	p_1	p_2	…	p_m

Якщо гравець A застосовує оптимальну змішану стратегію, а гравець B – чисту стратегію B_j, то середній очікуваний виграш гравця A складе $p_1 a_{1j} + p_2 a_{2j} + ... + p_m a_{mj}$ (j = 1,…, n). Гравець A намагається, щоб при будь-якій стратегії гравця B його виграш був не меншим, ніж ціна гри v, і сама ціна гри була б максимальною. Така поведінка гравця A описується наступною моделлю ЛП[6]:

v⟶ max (гравець A намагасться максимізувати свій виграш)

$p_1a_{11} + p_2a_{21} + \ldots + p_ma_{m1} \ge v$

$p_1a_{12} + p_2a_{22} + \ldots + p_ma_{m2} \ge v$

…………………………..

$p_1a_{1n} + p_2a_{2n} + \ldots + p_ma_{mn} \ge v$,

$p_1 + p_2 + \ldots + p_m = 1$

$p_i \ge 0$, i=1,…,m

Позначимо $x_i = \frac{p_i}{v}$, тоді

$x_1 + x_2 + \ldots + x_m \longrightarrow \min$

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{21}x_2 + \cdots + a_{m1}x_m \geq 1 \\ a_{12}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{m2}x_m \geq 1 \\ \cdots \\ a_{1n}x_1 + a_{2n}x_2 + \cdots + a_{mn}x_m \geq 1 \\ x_i \geq 0, \ \ i = 1, \ldots, m \end{cases}$$

Причому $v = \frac{1}{x_1 + x_2 + \ldots + x_m}$

Поведінці гравця В відповідає двоїста задача: $y_1 + y_2 + \cdots + y_n \longrightarrow \max$. (Еквівалентно $v \longrightarrow \min$, гравець В намагається мінімізувати свій середній програш)

$$\begin{cases} a_{11}y_1 + a_{21}y_2 + \cdots + a_{m1}y_n \geq 1 \\ a_{21}y_1 + a_{22}y_2 + \cdots + a_{2n}y_n \geq 1 \\ \cdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}y_2 + \cdots + a_{mn}y_n \geq 1 \\ y_j \geq 0, \ \ j = 1, \ldots, n \end{cases} \qquad y_j = \frac{g_j}{v}$$

ЗЛП завжди має розв’язок. Отримавши її оптимальний розв’язок $(x_1^*, x_2^*, \ \ldots, x_m^*)$ знаходимо ціну гри $v^* = \frac{1}{x_1^* + x_2^* + \ldots + x_m^*}$, оптимальне значення $p_1^*, p_2^*, \ldots, p_m^*$, і відповідно, оптимальну стратегію гравця А.

Якщо початкова матриця збільшувалась на А, то для отримання ціни початкової гри v^* слід зменшити на А.

1.3 Аналіз динаміки показників банківської діяльності

Ефективність банківської діяльності залежить від багатьох чинників, пов’язаних з якістю активів та пасивів, успішною процентною політикою, зваженим підходом до ризикованих операцій, вдалим менеджментом, тощо. Розглянемо такий аспект ефективності діяльності банку як оптимізація мережі своїх філій та відділень.

Останнім часом спостерігалися значні зміни у структурі банків з банківських відокремлених підрозділів. За даними НБУ за останні чотири роки багато комерційних банків змінювали кількість філій та відділень, причому як відкривали нові, так і закривали існуючі. Дані про динаміку структурних підрозділів банків показано в таблиці 1[10].

Банки, які мають найбільшу к-ть структурних підрозділів

№	**Назва**	**Кількість підрозділів станом на 1 січня відповідного року**							
		2015	**2016**	**Зміна за рік,%**	**2017**	**Зміна за рік,%**	**2018**	**Зміна за рік,%**	**Зміна з 2015 рік,%**
1	**АТ «Ощадбанк»**	**4547**	**4164**	**-8.4**	**3648**	**-12.4**	**3205**	**-12.1**	**-29.5**
2	**ПАТ КБ «Приватбанк»**	**2910**	**2588**	**-11.1**	**2240**	**-13.4**	**2243**	**+0.1**	**-22.9**
3	**АТ «Райффайзен Банк Аваль»**	**698**	**595**	**-14.8**	**510**	**-14.3**	**503**	**-1.4**	**-27.9**
4	**АТ «УкрСиббанк»**	**492**	**453**	**-7.9**	**378**	**-16.6**	**325**	**-14**	**-33.9**
5	**АБ «Укргазбанк»**	**175**	**179**	**+2.3**	**231**	**+29**	**243**	**+5.2**	**+38.9**

таблиця 1

Як бачимо з таблиці вище серед банків, які мають найбільше розгалужену структуру відокремлювальних підрозділів, домінує тенденція до їхнього скорочення. Винятком є лише Укргазбанк, який має найменшу кількість відділень з п'ятірки лідерів. У то же самий час інші, переважно невеличкі банки, розширити свої мережі. Дані НБУ про лідерів з приросту відділень наведено в наступній таблиці 2[10].

Банки,які мають найбільший приріст структурних підрозділів

№	**Назва**	**Кількість підрозділів станом на 1 січня відповідного року**							
		2015	**2016**	**Зміна за рік, %**	**2017**	**Зміна за рік, %**	**2018**	**Зміна за рік,%**	**Зміна з 2015 рік, %**
1	**Банк Січ**	**3**	**30**	**+900**	**60**	**+100**	**40**	**-33.3**	**+1233**
2	**Акордбанк**	**5**	**4**	**-20**	**60**	**+1400**	**57**	**-5**	**+1040**
3	**Укрбудінвестбанк**	**3**	**1**	**-66.7**	**15**	**+1400**	**34**	**+126.7**	**+1033**
4	**Альфа-Банк**	**111**	**105**	**-5.4**	**108**	**+2.9**	**187**	**+73.1**	**+68.5**
5	**АБ « Укргазбанк»**	**175**	**179**	**+2.3**	**231**	**+29**	**243**	**+5.2**	**+38.9**

таблиця 2

Закриття відділень обґрунтовується наступними причинами:

- закриття застарілих відділень з ціллю відкриття замість них нові відділення для обслуговування клієнтів з кращим розташуванням, зорієнтованим на клієнтів;

- перехід до онлайн обслуговування клієнтів, інтернет банкінгу та використання терміналів самообслуговування;

-об’єднання з іншими підрозділами банку;

- зміни у клієнтській базі (наприклад, минулого року усі митниці Державної фіскальної служби перейшли з обслуговування у Райффайзен Банк Аваль до державного Укргазбанку, у зв'язку з чим у першого скоротилась кількість відділень, а у другого навпаки — збільшилась кількість відділень);

- деяка конкретно частина банківських операцій не може бути проведена дистанційно, таких як здійснення складних операцій, навчання клієнтів, проведення маркетингових акцій, зняття або поповнення готівкових коштів тощо. Це вимагає наявності фізичного відділення банку на деякі території.

Розділ 2. Модель математичних методів для розв'язання задач менеджменту банківської діяльності

1. Формування та постановка завдання дослідження

Метою моєї дипломної роботи є розв’язання задачі прийняття рішення в сфері банківського менеджменту за допомогою застосування математичних методів. Для того , щоб досягнути поставленої мети було вирішено наступні завдання :

1. сформульовано задачу відкриття відокремленого підрозділу банку та його успішної роботи;
2. складено математична модель та розв’язано задачу за допомогою методів теорії ігор;
3. на підставі отриманих результатів сформульовано рекомендації менеджменту банку для приймача оптимального рішення.

Ми маємо наступну ситуацію: комерційний банк (КБ1) хоче відкрити філію в одному з міст які розташова неподалік від Києва та провести там компанію по залученню якомога більше клієнтів. Прийняття рішення складається з двох етапів:

1)<u>перший етап</u>-полягає в тому, що нам потрібно обрати місто , в якому буде відкрито філію

2)<u>другий етап</u>- які потрібно провести заходи, пов’язані із захопленням частини ринку .

Також стало відомо, що конкурентний банк (КБ2) має аналогічні плани. КБ1 та КБ2 обидва є великими універсальними банками,що надають клієнтам послуги схожої якості та зорієнтовані на операції з фізичними особами. Отже, прибуток який в майбутньому зможе отримати КБ1 від інвестування коштів у відкриття філії напряму залежить від:

1) Кількості населення міста
2) Відстані до банка-конкурента
3) Конкурентноспроможності КБ1 та КБ2

2. **Перший етап**

Ми вирішили розглядати наступні 10 міст для реалізації інвестиційного проекту:

1) Бориспіль
2) Боярка
3) Бровари
4) Буча
5) Васильків
6) Вишгород
7) Вишневе
8) Ірпінь
9) Обухів
10) Фастів

Задамо відстані між даними містами у наступної матриці А, де елементи a_{ij} визначають відстань (у км) від i-го міста до j-го (i=1,…,10; j=1,…,10), дана матриця симетрична , тому $A=A^{T}$:

	Борис	Бояр	Бров	Буча	Васил	Вишг	Вишн	Ірпінь	Обухів	Фастів
Борис.	0	55	33	66	64	56	47	61	66	100
Боярка	55	0	49	39	21	43	12	30	43	58
Бровари	33	49	0	50	57	38	41	52	60	93
Буча	66	39	50	0	57	28	27	5	71	75
Васильк.	64	21	57	57	0	60	36	51	31	38
Вишгор.	56	43	38	28	60	0	31	29	63	97
Вишневе	47	12	41	27	36	31	0	23	49	73
Ірпінь	61	30	52	5	51	29	23	0	64	73
Обухів	66	43	60	71	31	63	49	64	0	66
Фастів	100	58	93	75	38	97	73	73	66	0

А населення ми можемо задати наступним вектором B=(60,35,98,28,36,22,38,42,33,47), де b_j=(j=1,…,10) означає кількість мешканців конкретного j-го міста у тис.чол. За даними які отримала маркетингова служба КБ1 в результаті опитування населення обраних міст, було сформовано уподобання майбутніх клієнтів : якщо філії банків КБ1 та КБ2 будуть розташовані на однаковій відстані від клієнта , то перевагу, хоч і незначну клієнт віддає КБ1, якщо ж на різних відстанях , то й перевагу клієнти будуть надавати банку, що розташований блище до них. В наступній таблиці видно,що розподіл прибутку між конкурентними банками прямо пропорційний від кількості потенційних клієнтів та залежить від їхнього уподобання щодо обслуговуючого банку.

Розподіл прибутку між конкуруючими банками

Розташування філії КБ1 в порівнянні з філією КБ2 від міста, де мешкає клієнт	КБ1	КБ2
Розташований ближче до клієнта на відстань понад 75 км	75%	25%
Розташований ближче до клієнта на відстань від 50 км до 75 км	70%	30%
Розташований ближче до клієнта на відстань від 25 км до 50 км	65%	35%
Розташований ближче до клієнта на відстань меншу 25 км	60%	40%
Розташовані на однаковій відстані	55%	45%
Розташований далі до клієнта на відстань меншу 25 км	50%	50%
Розташований далі до клієнта на відстань від 25 км до 50 км	45%	55%
Розташований далі до клієнта на відстань від 50 км до 75 км	40%	60%
Розташований далі до клієнта на відстань понад 75 км	35%	65%

Таблиця 1

Для відкриття філії КБ1 менеджмент мають вирішити, у якому населеному пункті буде краще відкрити дану філію з метою максимізації прибутку від такого інвестиційного проекту.

Щоб знайти оптимальний розв’язок нашої задачі змоделюємо її як парну антагоністичну гру з нульовою сумою. Для цього потрібно скласти платіжну матрицю.Отже, стратегіями кожного банку є відкриття філії в одному з десяти міст, тому множинами стратегій: $S=(S_1,S_2,S_3,S_4,S_5,S_6,S_7,S_8,S_9,S_{10})$. Даними для платіжної матриці буде прибуток КБ1 (в умовних грошових одиницях), який буде пропорційний кількості мешканців з кеоефіцієнтом пропорційності 1 та відстані від їхнього міста до міст де будуть розташовуватися філії КБ1 та КБ2 згідно з даими таблиці 1.

Для отримання результатної платіжної матриці , нам потрібно скласти матрицю $A_j=(\ a_{nj}-\ a_{ij})=\alpha_{in}^{\ j}$ (j=1,…,10 – місто клієнта; i=1,…,10- місто КБ1, n=1,…10- містот КБ2). Дана матриця– кососиметрична, тобто $-\alpha_{in}^{j} = \alpha_{ni}^{j}$ (i-номер рядка ,n-номер стовпця).

A_j=

0	α_{12}^{j}	α_{13}^{j}	α_{14}^{j}	α_{15}^{j}
$-\alpha_{21}^{j}$	0	α_{23}^{j}	α_{24}^{j}	α_{25}^{j}
$-\alpha_{31}^{j}$	$-\alpha_{32}^{j}$	0	α_{34}^{j}	α_{35}^{j}
$-\alpha_{41}^{j}$	$-\alpha_{42}^{j}$	$-\alpha_{43}^{j}$	0	α_{45}^{j}
$-\alpha_{51}^{j}$	$-\alpha_{52}^{j}$	$-\alpha_{53}^{j}$	$-\alpha_{54}^{j}$	0

Рядки матриці A_j отримуємо шляхом віднімання від j-гостовпця матриці A по черзі елементів j-го рядка.

Позначимо α_{in}^{j} - елементи матриці A_j

$$\alpha_{in}^{j} = \mathrm{a}_{nj} - \mathrm{a}_{ij}$$

$\alpha_{1j} - \alpha_{1j}$	$\alpha_{2j} - \alpha_{1j}$	$\alpha_{3j} - \alpha_{1j}$	$\alpha_{4j} - \alpha_{1j}$	$\alpha_{5j} - \alpha_{1j}$
$\alpha_{1j} - \alpha_{2j}$	$\alpha_{2j} - \alpha_{2j}$	$\alpha_{3j} - \alpha_{2j}$	$\alpha_{4j} - \alpha_{2j}$	$\alpha_{5j} - \alpha_{2j}$
$\alpha_{1j} - \alpha_{3j}$	$\alpha_{2j} - \alpha_{3j}$	$\alpha_{3j} - \alpha_{3j}$	$\alpha_{4j} - \alpha_{3j}$	$\alpha_{5j} - \alpha_{3j}$
$\alpha_{1j} - \alpha_{4j}$	$\alpha_{2j} - \alpha_{4j}$	$\alpha_{3j} - \alpha_{4j}$	$\alpha_{4j} - \alpha_{4j}$	$\alpha_{5j} - \alpha_{4j}$
$\alpha_{1j} - \alpha_{5j}$	$\alpha_{2j} - \alpha_{5j}$	$\alpha_{3j} - \alpha_{5j}$	$\alpha_{4j} - \alpha_{5j}$	$\alpha_{5j} - \alpha_{5j}$

0	$\alpha_{2j} - \alpha_{1j}$	$\alpha_{3j} - \alpha_{1j}$	$\alpha_{4j} - \alpha_{1j}$	$\alpha_{5j} - \alpha_{1j}$
$-(\alpha_{2j} - \alpha_{1j})$	0	$\alpha_{3j} - \alpha_{2j}$	$\alpha_{4j} - \alpha_{2j}$	$\alpha_{5j} - \alpha_{2j}$
$-(\alpha_{3j} - \alpha_{1j})$	$-(\alpha_{3j} - \alpha_{2j})$	0	$\alpha_{4j} - \alpha_{3j}$	$\alpha_{5j} - \alpha_{3j}$
$-(\alpha_{4j} - \alpha_{1j})$	$-(\alpha_{4j} - \alpha_{2j})$	$-(\alpha_{4j} - \alpha_{3j})$	0	$\alpha_{5j} - \alpha_{4j}$
$-(\alpha_{5j} - \alpha_{1j})$	$-(\alpha_{5j} - \alpha_{2j})$	$-(\alpha_{5j} - \alpha_{3j})$	$-(\alpha_{5j} - \alpha_{4j})$	0

Далі ми маємо скласти матриці A_j для кожного з 10 обраних міст, розрахунки будемо робити в Exel. Для першої мартиці A_1 ми закріплюємо клієнта в Бориспол, а КБ1 та Кб2 змінюємо. В результаті ми отримали наступне:

A1=

0	55	33	66	64	56	47	61	66	100
-55	0	-22	11	9	1	-8	6	11	45
-33	22	0	33	34	23	14	28	33	67
-66	-11	-33	0	-2	-10	-19	-5	0	34
-64	-9	-34	2	0	-8	-17	-3	2	36
-56	-1	-23	10	8	0	-9	5	10	44
-47	8	-14	19	17	9	0	14	19	53
-61	-6	-28	5	3	-5	-14	0	5	39
-66	-11	-33	0	-2	-10	-19	-5	0	34
-100	-45	-67	-34	-36	-44	-53	-39	-34	0

Тепер, за допомогою розподілу прибутку між конкурентними банками (таблиця 1) та проаналізувавши елементи A_1, складемо матрицю відповідних коефіцієнтів. Тобто, якщо α_{ni}>0, то КБ1 ближче до клієнта , ніж КБ2.

K1=

0,55	0,7	0,65	0,7	0,7	0,7	0,65	0,7	0,7	0,75
0,4	0,55	0,5	0,6	0,6	0,6	0,5	0,6	0,6	0,65
0,45	0,6	0,55	0,65	0,65	0,6	0,6	0,65	0,65	0,7
0,4	0,5	0,45	0,55	0,5	0,5	0,5	0,5	0,55	0,65
0,4	0,5	0,45	0,6	0,55	0,5	0,5	0,5	0,6	0,65
0,4	0,5	0,5	0,6	0,6	0,55	0,5	0,6	0,6	0,65
0,45	0,6	0,5	0,6	0,6	0,6	0,55	0,6	0,6	0,7
0,4	0,5	0,45	0,6	0,6	0,5	0,5	0,55	0,6	0,65
0,4	0,5	0,45	0,55	0,5	0,5	0,5	0,5	0,55	0,65
0,4	0,45	0,4	0,45	0,45	0,45	0,4	0,45	0,45	0,55

Аналогічно покажимо A_2 та K_2 для випадку коли клієнт буде знаходитись в місті Боярці. Всі ішні $A_3 – A_{10}$ та $K_3 – K_{10}$ знаходяться в додатку А.

A2=

0	-55	-6	-16	-34	-12	-43	-25	-12	3
55	0	49	39	21	43	12	30	43	58
6	-49	0	-10	-28	-6	-37	-19	-6	9
16	-39	10	0	-18	4	-27	-9	4	19
34	-21	28	18	0	22	-9	9	22	37
12	-43	6	-4	-22	0	-31	-13	0	15
43	-12	37	27	9	31	0	18	31	46
25	-30	19	9	-9	13	-18	0	13	28
12	-43	6	-4	-22	0	-31	-13	0	15
-3	-58	-9	-19	-37	-15	-46	-28	-15	0

K2=

0,55	0,4	0,5	0,5	0,45	0,5	0,45	0,45	0,5	0,6
0,7	0,55	0,65	0,65	0,6	0,65	0,6	0,65	0,65	0,7
0,6	0,45	0,55	0,5	0,45	0,5	0,45	0,5	0,5	0,6
0,6	0,45	0,6	0,55	0,5	0,6	0,45	0,5	0,6	0,6
0,65	0,5	0,65	0,6	0,55	0,6	0,5	0,6	0,6	0,65
0,6	0,45	0,6	0,5	0,5	0,55	0,45	0,5	0,55	0,6
0,65	0,5	0,65	0,65	0,6	0,65	0,55	0,6	0,65	0,65
0,6	0,45	0,6	0,6	0,5	0,6	0,5	0,55	0,6	0,65
0,6	0,45	0,6	0,5	0,5	0,55	0,45	0,5	0,55	0,6
0,5	0,4	0,5	0,5	0,45	0,5	0,45	0,45	0,5	0,55

Після того як ми отримали всі 10 матриць від K_1 до K_{10}, далі ми формуємо вектори вагових коефіцієнтів:

$k_{11}=(k_{11}^{(1)}, k_{11}^{(2)}, k_{11}^{(3)}, k_{11}^{(4)}, k_{11}^{(5)}, k_{11}^{(6)}, k_{11}^{(7)}, k_{11}^{(8)}, k_{11}^{(9)}, k_{11}^{(10)})$;

$k_{12}=(k_{12}^{(1)}, k_{12}^{(2)}, k_{12}^{(3)}, k_{12}^{(4)}, k_{12}^{(5)}, k_{12}^{(6)}, k_{12}^{(7)}, k_{12}^{(8)}, k_{12}^{(9)}, k_{12}^{(10)})$;

і так далі, усього їх буде 100.

Розглянемо перші 10 вагових векторів , наступні аналогічних 90 будуть знаходитись в додатку Б.

k11=	k12=	k13=	k14=	k15=	k16=	k17=	k18=	k19=	k110=
0,55	0,7	0,65	0,7	0,7	0,7	0,65	0,7	0,7	0,75
0,55	0,4	0,5	0,5	0,45	0,5	0,45	0,45	0,5	0,6
0,55	0,6	0,45	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,65	0,7
0,55	0,45	0,5	0,4	0,5	0,45	0,45	0,4	0,6	0,6
0,55	0,45	0,5	0,5	0,4	0,5	0,45	0,5	0,45	0,45
0,55	0,5	0,5	0,45	0,6	0,4	0,45	0,45	0,6	0,65
0,55	0,45	0,5	0,5	0,5	0,5	0,45	0,5	0,6	0,65
0,55	0,45	0,5	0,4	0,5	0,45	0,45	0,4	0,6	0,6
0,55	0,5	0,5	0,6	0,45	0,5	0,5	0,5	0,4	0,55
0,55	0,45	0,5	0,45	0,4	0,5	0,45	0,45	0,45	0,4

Наступний етап , це вже розрахунок елементів платіжної матриці, за формулою:

$C_{in}=\sum_{j}^{10} b_j k_{in}^{j}$

$c_{11}=\sum_{j=1}^{10} b_j k_{11}^{j}$

$c_{12}=\sum_{j=1}^{10} b_j k_{12}^{j}$

і так далі …

Наприклад: $k_{11}^{(1)}= k_{11}^{(2)}= k_{11}^{(3)}= k_{11}^{(4)}= k_{11}^{(5)}= k_{11}^{(6)}=k_{11}^{(7)}=k_{11}^{(8)}=k_{11}^{(9)}= k_{11}^{(10)}=0{,}55$

$C_{11}=(60+35+98+28+36+22+38+42+33+47)*0{,}55=241{,}45$

Платіжна матриця С

КБ1\КБ2	Борисп.	Боярка	Бровар	Буча	Васил.	Вишг.	Вишн.	Ірпінь	Обух.	Фастів	Min рядка
Бориспіль	241,45	228,25	223,6	234,15	231,8	235,6	225,9	229,1	251,75	268,75	223,6
Боярка	254,65	241,45	248,3	255,9	251,8	249,2	234,6	254,25	265,6	274,9	234,6
Бровари	259,3	234,6	241,45	244,8	241,4	250,7	234,45	245,8	253,65	275,2	234,45
Буча	246,4	224,9	238,1	241,45	240,7	242,4	226,45	234,3	251,8	266,1	224,9
Васильків	251,1	231,1	241,5	242,2	241,45	240,95	228,75	234,1	262,6	272,45	228,75
Вишгород	247,3	233,7	232,2	240,5	241,95	241,45	228,95	242,15	250,65	271,9	228,95
Вишневе	255,9	248,3	248,45	256,45	254,15	253,95	241,45	251,85	258,4	281,05	**241,45**
Ірпінь	252,05	228,65	237,1	248,6	248,8	240,75	231,05	241,45	258,5	271,15	228,65
Обухів	231,15	217,3	228,15	231,1	220,3	232,25	224,5	224,4	241,45	266,3	217,3
Фастів	219,5	208	213,55	216,8	210,45	214,45	201,85	211,75	216,6	241,45	201,85
Max стовпця	259,3	248,3	248,45	256,45	254,15	253,95	**241,45**	254,25	265,6	281,05	241,45

Дана гра має сідлову точку c_{77}, а це означає, що КБ1 потрібно застосувати сьому чисту стратегію S_7 а саме відкрити філію у Вишневому, тоді його прибуток складатиме найменше 241,45(ум. грош. од.), це за умови, що банк-конкурент також відкриє свою філію у Вишневому. Якщо ж конкурент застосує будь-яку іншу стратегію, то прибуток КБ1 лише зросте. Коли порівняти стратегії з точки зору домівання, то видно, що S_7 домінує будь-яку іншу стратегію як для КБ1 так і для КБ2[4,с.135],[5,с.29].

3. Другий етап

Після відкривання філії у Вишневому КБ1 має провести кампанію із залучення найбільшої кількості клієнтів. Із цією метою маркетинговий відділ планує вжити наступні стратегії:

X_1 – провести рекламну кампанію.

X_2 – відмінити комісію за зняття готівки в банкоматах конкурентів.

X_3 – надання розстрочки та кредитів без довідки про доходи.

X_4 – співпраця з підприємствами в плані отримання заробітної плати працівниками на карту нашого банку.

X_5 – додати в перелік стандартних банківських послуг можливість придбання електронних квитків на транспорт та події і заходи.

Також відомо, що КБ2 у свою чергу планує:

$У_1$ - провести рекламну кампанію.

$У_2$ – запропонувати акції.

$У_3$ – для власників платіжних карток запропонувати бонусну програму.

$У_4$ – впровадити миттєвий переказ коштів за кордон.

Маркетинговий відділ оцінив ефективність кожної стратегії для КБ1 порівняно з відповідною стратегією конкурента в умовних балах і записали їх у вигляді матриці ефективності Е. Бачимо, що якщо ефективність маркетингових ходів однакова, то клієнти розподіляються між банками приблизно порівну, така ситуація оцінюється в 0 балів. Якщо ж деяка стратегія КБ1 ефективніша, за відповідну стратегію КБ2, то КБ1 отримує додатковий бал (наприклад, (X_2, $У_1$) означає, що відміна комісії за зняття готівки з будь-яких банкоматів більш приваблює клієнта ніж просто реклама). Коли стратегія КБ2 виявляється ефективнішою за стратегію КБ1, то КБ1 отримує від`ємний бал. Тобто чим більше отримує бал, тим більше прибутку зможе заробити КБ1 і відповідно втратить КБ2.

Матриця ефективності маркетингових стратегій Е

КБ1\КБ2	У1	У2	У3	У4	min
Х1	0	-2	-4	-3	-4
Х2	2	0	-5	3	-5
Х3	6	4	0	5	0
Х4	1	2	-2	1	-2
Х5	1	2	1	0	0
max	6	4	1	5	

Очевидно, що отримана платіжна матриця ефективності не має сідловок точки оскільки нижня межа ціни (максимін) $\alpha = 0$, а верхня (мінімакс) $\beta = 1$. Тому ціна гри V знаходиться в межах $0 \leq V \leq 1$, а задачу ми розв`яжемо у змішаних стратегіях. Але так як ми бачимо, що матриця містить від'ємні елементи, найменший з них -5 то збільшимо усі елементи нашої матриці на 6. В результаті отримаємо нову матрицю, позначимо її Е`.

Е`=

6	4	2	3
8	6	1	9
12	10	6	11
7	8	4	7
7	8	7	6

Тепер $\alpha' = 6,\ \beta' = 7,\ 6 \leq V' \leq 7$. Щоб розв'язати цю задачу зведемо матричну гру до задачі лінійного програмування[4,с.153],[5,с.26]. Потрібно визначити вектор P=(p_1 , p_2 , p_3 , p_4 , p_5) - ймовірності, з якими КБ1 має застосовувати свої маркетингові ходи, та аналогічний вектор Q = (q_1 , q_2 , q_3 , q_4) для КБ2. Тепер введемо нові змінні $x_i = \frac{p_i}{V`}$ (i = 1, … , 5) для КБ1, та $y_j = \frac{q_j}{V`}$ (j = 1, … , 4) для КБ2. Пара двоїстих симетричних задач набуде вигляду:

$$Z = \sum_{i=1}^{5} x_i \rightarrow min \qquad\qquad G = \sum_{j=1}^{4} y_j \rightarrow max$$

$$\begin{cases} 6x_1 + 8x_2 + 12x_3 + 7x_4 + 7x_5 \geq 1 \\ 4x_1 + 6x_2 + 10x_3 + 8x_4 + 8x_5 \geq 1 \\ 2x_1 + 1x_2 + 6x_3 + 4x_4 + 7x_5 \geq 1 \\ 3x_1 + 9x_2 + 11x_3 + 7x_4 + 6x_5 \geq 1 \\ x_i \geq 0, \\ i = 1, \dots, 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6y_1 + 4y_2 + 2y_3 + 3y_4 \leq 1 \\ 8y_1 + 6y_2 + 1y_3 + 9y_4 \leq 1 \\ 12y_1 + 10y_2 + 6y_3 + 11y_4 \leq 1 \\ 7y_1 + 8y_2 + 4y_3 + 7y_4 \leq 1 \\ 7y_1 + 8y_2 + 7y_3 + 6y_4 \leq 1 \\ y_j \geq 0 \\ j = 1, \dots, 4 \end{cases}$$

Дану задачу розв'язала за допомогою «Пошук розв'язку» надбудови Excel :

x1=	0
x2=	0
x3=	0,02439
x4=	0
x5=	0,121951
Z=	0,146341

y1=	0
y2=	0
y3=	0,121951
y4=	0,02439
G=	0,146341

	Обмеження	
1,14634	>=	1
1,219512	>=	1
1	>=	1
0,999999	>=	1
0	>=	0
0	>=	0
0,02439	>=	0
0	>=	0
0,121951	>=	0

	Обмеження	
0,317073	<=	1
0,341463	<=	1
1	<=	1
0,658537	<=	1
1	<=	1
0	>=	0
0	>=	0
0,121951	>=	0
0,02439	>=	0

Дану задачу розв'язала за допомогою «Пошук розв'язку» надбудови Excel і отримали наступні значення: $x_1 = x_2 = x_4 = 0$, $x_3 \approx 0{,}024$, $x_5 \approx 0{,}12$, $y_1 = y_2 = 0$, $y_3 \approx 0{,}12$, $y_4 \approx 0.024$, $Z_{min} = G_{max} \approx 0{,}146$, звідки $V' = 6{,}85$ P = (0, 0, 0,17, 0, 0,83) та Q = (0, 0, 0,83, 0,17)

Платіжні матриці Е і Е' можна було спростити, якщо викреслити рядки та стовпчики які домінують над іншими[5,с.11]. Так стратегія X_3 домінує над X_1,

X_2, X_4. Також $У_2$ домінує над $У_3$. Ці стратегії заздалегідь не вигідні для банків, тому платіжні матриці набувають вигляду: E= $\begin{pmatrix} 6 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$, або E'= $\begin{pmatrix} 12 & 10 & 11 \\ 7 & 8 & 6 \end{pmatrix}$ і після цих дій розв'язок задачі спрощується.

Висновок та рекомендації

В процесі виконання роботи було проведене дослідження теоретичних та практичних аспектів менеджменту банківської діяльності. Складено математичну модель, у якій використано методи теорії ігор та лінійного програмування. За допомогою цієї моделі було знайдено оптимальну стратегію для розширення мережі відокремлених підрозділів комерційного банку та захопленні частини ринку банківських послуг у конкурентному середовищіз метою максимізації їхньої прибутковості та мінімізації ризику .

За результатами розв’язання задачі можемо зробити такі висновки щодо формування оптимальної стратегії по відкриттю філії комерційного банку:

- Керівництво банку має прийняти оптимальне рішення щодо впровадження інвестиційного проекту з відкриття філії КБ1. Для цього слід обрати одне з 10 міст Київської області. За результатами розв’язання задачі найкращим варіантом є Вишневе. У цьому випадку прибуток складе щонайменше 241,45(ум. грош. од.), за умови, що банк-конкурент також відкриє свою філію у Вишневому. Якщо ж конкурент застосує будь-яку іншу стратегію, то прибуток КБ1 лише зросте. При порівняні стратегій з точки зору домінування, то видно, що S_7 домінує будь-яку іншу стратегію, як для КБ1, так і для КБ2.

- Для отримання максимального прибутоку при захопленні частини ринку КБ1 краще дотримуватись стратегій з надання розстрочки та кредитів без довідки про доходи (X_3) та додати в перелік стандартних банківських послуг можливість придбання електронних квитків на транспорт та події і заходи (X_5), причому застосовувати їх з відносною частотою $\frac{1}{6}$ та $\frac{5}{6}$ відповідно. Решту стратегій використовувати взагалі недоцільно. При цих умовах величина прибутку банку становитиме 0,85 умовних одиниць. При цьому конкурентному банку КБ2 вигідно запропонувати бонусну програму для власників платіжних карток (Y_3) та впровадити миттєвий переказ коштів за кордон (Y_4) з частотами впровадження $\frac{5}{6}$ та $\frac{1}{6}$ відповідно. Інші стратегії в цьому випадку не вигідні.

Список використаної літератури

1. Іваненко Т.В. «NORWEGIAN JOURNAL OF DEVELOPMENT OF THE INYERNATIONAL SCIENCE» Application of the game theory in the problems of management of banking activity 2018 – 5с.
2. Елена Вентцель. Элементы теории игр. – М.: Физматгиз, 1961. – 68 с.
3. В. В. Вітлінський,С. І. Наконечний, Т. О. Терещенко«Математичне програмування» Київ 2001
4. Івченко І.Ю «Моделювання економічних ризиків і ризикових ситуацій» Навчальний посібник 2007 – 344с.
5. Писарук Н.Н. «Введение в теорию игр»– Минск 2015 – 256с.
6. Наконечний С. І., Савіна С. С. Н-22 Математичне програмування: Навч. посіб. — К.: КНЕУ, 2003. — 452 с
7. . Кігель В.Р. Математичні методи ринкової економіки: навч. посібник. – К: Кондор, 2003
8. Юринець Р. В., Стадник Ю. А. Формування ресурсної бази комерційного банку // Формування ринкової економіки в Україні. Формування нової парадигми економічної теорії в Україні: Наук. зб. Львів. нац. ун-ту. ім. І. Франка – Львів: Інтереко, 2001. – Вип. 8. – С. 340-345.
9. Вітлінський В.В. Моделювання економіки: навч. посібник. – К.:КНЕУ, 2003
10. Ткачук В.О. “Маркетинг у банку” Тернопіль: “ТАЙП”, 2010.- 270 с.
11. Показники банківської системи https://bang.gov.ua
12. Офіційний сайт Національного банку України [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http: //www.bank.gov.ua.
13. .http://www.gov.ua
14. http://math.nsc.ru

Додаток А

Клієнт в Броварах

A3=

0	16	-33	17	24	5	8	19	27	60
-16	0	-49	1	8	-11	-8	3	11	44
33	49	0	50	57	38	41	52	60	93
-17	-1	-50	0	7	-12	-9	2	10	43
-24	-8	-57	-7	0	-19	-16	-5	3	36
-5	11	-38	12	19	0	3	14	22	55
-8	8	-41	9	16	-3	0	11	19	52
-19	-3	-52	-2	5	-14	-11	0	8	41
-27	-11	-60	-10	-3	-22	-19	-8	0	33
-60	-44	-93	-43	-36	-55	-52	-41	-33	0

K3=

0,55	0,6	0,45	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,65	0,7
0,5	0,55	0,45	0,6	0,6	0,5	0,5	0,6	0,6	0,65
0,65	0,65	0,55	0,65	0,7	0,65	0,65	0,7	0,7	0,75
0,5	0,5	0,45	0,55	0,6	0,5	0,5	0,6	0,6	0,65
0,5	0,5	0,4	0,5	0,55	0,5	0,5	0,5	0,6	0,65
0,5	0,6	0,45	0,6	0,6	0,55	0,6	0,6	0,6	0,7
0,5	0,6	0,45	0,6	0,6	0,5	0,55	0,6	0,6	0,7
0,5	0,5	0,4	0,5	0,6	0,5	0,5	0,55	0,6	0,65
0,45	0,5	0,4	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,55	0,65
0,4	0,45	0,4	0,45	0,45	0,4	0,4	0,45	0,45	0,55

Клієнт в Броварах

A4=

0	-27	-16	-66	-9	-38	-39	-61	5	9
27	0	11	-39	18	-11	-12	-34	32	36
16	-11	0	-50	7	-22	-23	-45	21	25
66	39	50	0	57	28	27	5	71	75
9	-18	-7	-57	0	-29	-30	-52	14	18
38	11	22	-28	29	0	-1	-23	43	47
39	12	23	-27	30	1	0	-22	44	48
61	34	45	-5	52	23	22	0	66	70
-5	-32	-21	-71	-14	-43	-44	-66	0	4
-9	-36	-25	-75	-18	-47	-48	-70	-4	0

K4=

0,55	0,45	0,5	0,4	0,5	0,45	0,45	0,4	0,6	0,6
0,65	0,55	0,6	0,45	0,6	0,5	0,5	0,45	0,65	0,65
0,6	0,5	0,55	0,45	0,6	0,5	0,5	0,45	0,6	0,6
0,7	0,65	0,65	0,55	0,7	0,65	0,65	0,6	0,7	0,7
0,6	0,5	0,5	0,4	0,55	0,45	0,45	0,4	0,6	0,6
0,65	0,6	0,6	0,45	0,65	0,55	0,5	0,5	0,65	0,65
0,65	0,6	0,6	0,45	0,65	0,6	0,55	0,5	0,65	0,65
0,7	0,65	0,65	0,5	0,7	0,6	0,6	0,55	0,7	0,7
0,5	0,45	0,5	0,4	0,5	0,45	0,45	0,4	0,55	0,6
0,5	0,45	0,45	0,4	0,5	0,45	0,45	0,4	0,5	0,55

Клієнт в Василькові

A5=

0	-43	-7	-7	-64	-4	-28	-13	-33	-26
43	0	36	36	-21	39	15	30	10	17
7	-36	0	0	-57	3	-21	-6	-26	-19
7	-36	0	0	-57	3	-21	-6	-26	-19
64	21	57	57	0	60	36	51	31	38
4	-39	-3	-3	-60	0	-24	-9	-29	-22
28	-15	21	21	-36	24	0	15	-5	2
13	-30	6	6	-51	9	-15	0	-20	-13
33	-10	26	26	-31	29	5	20	0	7
26	-17	19	19	-38	22	-2	13	-7	0

K5=

0,55	0,45	0,5	0,5	0,4	0,5	0,45	0,5	0,45	0,45
0,65	0,55	0,65	0,65	0,5	0,65	0,6	0,65	0,6	0,6
0,6	0,45	0,55	0,55	0,4	0,6	0,5	0,5	0,45	0,5
0,6	0,45	0,55	0,55	0,4	0,6	0,5	0,5	0,45	0,5
0,7	0,6	0,7	0,7	0,55	0,7	0,65	0,7	0,65	0,65
0,6	0,45	0,5	0,5	0,4	0,55	0,5	0,5	0,45	0,5
0,65	0,5	0,6	0,6	0,45	0,6	0,55	0,6	0,5	0,6
0,6	0,45	0,6	0,6	0,4	0,6	0,5	0,55	0,5	0,5
0,65	0,5	0,65	0,65	0,45	0,65	0,6	0,6	0,55	0,6
0,65	0,5	0,6	0,6	0,45	0,6	0,5	0,6	0,5	0,55

Клієнт в Вишгороді

A6=

0	-13	-18	-28	4	-56	-25	-27	7	41
13	0	-5	-15	17	-43	-12	-14	20	54
18	5	0	-10	22	-38	-7	-9	25	59
28	15	10	0	32	-28	3	1	35	69
-4	-17	-22	-32	0	-60	-29	-31	3	37
56	43	38	28	60	0	31	29	63	97
25	12	7	-3	29	-31	0	-2	32	66
27	14	9	-1	31	-29	2	0	34	68
-7	-20	-25	-35	-3	-63	-32	-34	0	34
-41	-54	-59	-69	-37	-97	-66	-68	-34	0

K6=

0,55	0,5	0,5	0,45	0,6	0,4	0,45	0,45	0,6	0,65
0,6	0,55	0,5	0,5	0,6	0,45	0,5	0,5	0,6	0,7
0,6	0,6	0,55	0,5	0,6	0,45	0,5	0,5	0,6	0,7
0,65	0,6	0,6	0,55	0,65	0,45	0,6	0,6	0,65	0,7
0,5	0,5	0,5	0,45	0,55	0,4	0,45	0,45	0,6	0,65
0,7	0,65	0,65	0,65	0,7	0,55	0,65	0,65	0,7	0,75
0,6	0,6	0,6	0,5	0,65	0,45	0,55	0,5	0,65	0,7
0,65	0,6	0,6	0,5	0,65	0,45	0,6	0,55	0,65	0,7
0,5	0,5	0,45	0,45	0,5	0,4	0,45	0,45	0,55	0,65
0,45	0,4	0,4	0,4	0,45	0,4	0,4	0,4	0,45	0,55

Клієнт в Вишневому

A7=

0	-35	-6	-20	-11	-16	-47	-24	2	26
35	0	29	15	24	19	-12	11	37	61
6	-29	0	-14	-5	-10	-41	-18	8	32
20	-15	14	0	9	4	-27	-4	22	46
11	-24	5	-9	0	-5	-36	-13	13	37
16	-19	10	-4	5	0	-31	-8	18	42
47	12	41	27	36	31	0	23	49	73
24	-11	18	4	13	8	-23	0	26	50
-2	-37	-8	-22	-13	-18	-49	-26	0	24
-26	-61	-32	-46	-37	-42	-73	-50	-24	0

K7=

0,55	0,45	0,5	0,5	0,5	0,5	0,45	0,5	0,6	0,65
0,65	0,55	0,65	0,6	0,6	0,6	0,5	0,6	0,65	0,7
0,6	0,45	0,55	0,5	0,5	0,5	0,45	0,5	0,6	0,65
0,6	0,5	0,6	0,55	0,6	0,6	0,45	0,5	0,6	0,65
0,6	0,5	0,6	0,5	0,55	0,5	0,45	0,5	0,6	0,65
0,6	0,5	0,6	0,5	0,6	0,55	0,45	0,5	0,6	0,65
0,65	0,6	0,65	0,65	0,65	0,65	0,55	0,6	0,65	0,7
0,6	0,5	0,6	0,6	0,6	0,6	0,5	0,55	0,65	0,65
0,5	0,45	0,5	0,5	0,5	0,5	0,45	0,45	0,55	0,6
0,45	0,4	0,45	0,45	0,45	0,45	0,4	0,45	0,5	0,55

Клієнт в Ірпіні

A8=

0	-31	-9	-56	-10	-32	-38	-61	3	12
31	0	22	-25	21	-1	-7	-30	34	43
9	-22	0	-47	-1	-23	-29	-52	12	21
56	25	47	0	46	24	18	-5	59	68
10	-21	1	-46	0	-22	-28	-51	13	22
32	1	23	-24	22	0	-6	-29	35	44
38	7	29	-18	28	6	0	-23	41	50
61	30	52	5	51	29	23	0	64	73
-3	-34	-12	-59	-13	-35	-41	-64	0	9
-12	-43	-21	-68	-22	-44	-50	-73	-9	0

K8=

0,55	0,45	0,5	0,4	0,5	0,45	0,45	0,4	0,6	0,6
0,65	0,55	0,6	0,45	0,6	0,5	0,5	0,45	0,65	0,65
0,6	0,5	0,55	0,45	0,5	0,5	0,45	0,4	0,6	0,6
0,7	0,6	0,65	0,55	0,65	0,6	0,6	0,5	0,7	0,7
0,6	0,5	0,6	0,45	0,55	0,5	0,45	0,4	0,6	0,6
0,65	0,6	0,6	0,5	0,6	0,55	0,5	0,45	0,65	0,65
0,65	0,6	0,65	0,5	0,65	0,6	0,55	0,5	0,65	0,65
0,7	0,65	0,7	0,6	0,7	0,65	0,6	0,55	0,7	0,7
0,5	0,45	0,5	0,4	0,5	0,45	0,45	0,4	0,55	0,6
0,5	0,45	0,5	0,4	0,5	0,45	0,45	0,4	0,5	0,55

Клієнт в Обухові

A9=

0	-23	-6	5	-35	-3	-17	-2	-66	0
23	0	17	28	-12	20	6	21	-43	23
6	-17	0	11	-29	3	-11	4	-60	6
-5	-28	-11	0	-40	-8	-22	-7	-71	-5
35	12	29	40	0	32	18	33	-31	35
3	-20	-3	8	-32	0	-14	1	-63	3
17	-6	11	22	-18	14	0	15	-49	17
2	-21	-4	7	-33	-1	-15	0	-64	2
66	43	60	71	31	63	49	64	0	66
0	-23	-6	5	-35	-3	-17	-2	-66	0

K9=

0,55	0,5	0,5	0,6	0,45	0,5	0,5	0,5	0,4	0,55
0,6	0,55	0,6	0,65	0,5	0,6	0,6	0,6	0,45	0,6
0,6	0,5	0,55	0,6	0,45	0,6	0,5	0,6	0,4	0,6
0,5	0,45	0,5	0,55	0,45	0,5	0,5	0,5	0,4	0,5
0,65	0,6	0,65	0,65	0,55	0,65	0,6	0,65	0,45	0,65
0,6	0,5	0,5	0,6	0,45	0,55	0,5	0,6	0,4	0,6
0,6	0,5	0,6	0,6	0,5	0,6	0,55	0,6	0,45	0,6
0,6	0,5	0,5	0,6	0,45	0,5	0,5	0,55	0,4	0,6
0,7	0,65	0,7	0,7	0,65	0,7	0,65	0,7	0,55	0,7
0,55	0,5	0,5	0,6	0,45	0,5	0,5	0,5	0,4	0,55

Клієнт в Фастові

A10=

0	-42	-7	-25	-62	-3	-27	-27	-34	-100
42	0	35	17	-20	39	15	15	8	-58
7	-35	0	-18	-55	4	-20	-20	-27	-93
25	-17	18	0	-37	22	-2	-2	-9	-75
62	20	55	37	0	59	35	35	28	-38
3	-39	-4	-22	-59	0	-24	0	-7	-66
27	-15	20	2	-35	24	0	0	-7	-66
27	-15	20	2	-35	0	0	0	-7	-66
34	-8	27	9	-28	7	7	7	0	-66
100	58	93	75	38	97	73	73	66	0

K10=

0,55	0,45	0,5	0,45	0,4	0,5	0,45	0,45	0,45	0,4
0,65	0,55	0,65	0,6	0,5	0,65	0,6	0,6	0,6	0,4
0,6	0,45	0,55	0,5	0,4	0,6	0,5	0,5	0,45	0,4
0,6	0,5	0,6	0,55	0,45	0,6	0,5	0,5	0,5	0,4
0,7	0,6	0,7	0,65	0,55	0,7	0,65	0,65	0,65	0,45
0,6	0,45	0,5	0,5	0,4	0,55	0,5	0,55	0,5	0,4
0,65	0,5	0,6	0,6	0,45	0,6	0,55	0,55	0,5	0,4
0,65	0,5	0,6	0,6	0,45	0,55	0,55	0,55	0,5	0,4
0,65	0,5	0,65	0,6	0,45	0,6	0,6	0,6	0,55	0,4
0,75	0,7	0,75	0,7	0,65	0,75	0,7	0,7	0,7	0,55

Додаток Б

k21=	k22=	k23=	k24=	k25=	k26=	k27=	k28=	k29=	k210=
0,4	0,55	0,5	0,6	0,6	0,6	0,5	0,6	0,6	0,65
0,7	0,55	0,65	0,65	0,6	0,65	0,6	0,65	0,65	0,7
0,5	0,55	0,45	0,6	0,6	0,5	0,5	0,6	0,6	0,65
0,65	0,55	0,6	0,45	0,6	0,5	0,5	0,45	0,65	0,65
0,65	0,55	0,65	0,65	0,5	0,65	0,6	0,65	0,6	0,6
0,6	0,55	0,5	0,5	0,6	0,45	0,5	0,5	0,6	0,7
0,65	0,55	0,65	0,6	0,6	0,6	0,5	0,6	0,65	0,7
0,65	0,55	0,6	0,45	0,6	0,5	0,5	0,45	0,65	0,65
0,6	0,55	0,6	0,65	0,5	0,6	0,6	0,6	0,45	0,6
0,65	0,55	0,65	0,6	0,5	0,65	0,6	0,6	0,6	0,4

k31=	k32=	k33=	k34=	k35=	k36=	k37=	k38=	k39=	k310=
0,45	0,6	0,55	0,65	0,65	0,6	0,6	0,65	0,65	0,7
0,6	0,45	0,55	0,5	0,45	0,5	0,45	0,5	0,5	0,6
0,65	0,65	0,55	0,65	0,7	0,65	0,65	0,7	0,7	0,75
0,6	0,5	0,55	0,45	0,6	0,5	0,5	0,45	0,6	0,6
0,6	0,45	0,55	0,55	0,4	0,6	0,5	0,5	0,45	0,5
0,6	0,6	0,55	0,5	0,6	0,45	0,5	0,5	0,6	0,7
0,6	0,45	0,55	0,5	0,5	0,5	0,45	0,5	0,6	0,65
0,6	0,5	0,55	0,45	0,5	0,5	0,45	0,4	0,6	0,6
0,6	0,5	0,55	0,6	0,45	0,6	0,5	0,6	0,4	0,6
0,6	0,45	0,55	0,5	0,4	0,6	0,5	0,5	0,45	0,4

k41=	k41=	k41=	k41=	k41=	k41=	k41=	k41=	k41=	k41=
0,4	0,5	0,45	0,55	0,5	0,5	0,5	0,5	0,55	0,65
0,6	0,45	0,6	0,55	0,5	0,6	0,45	0,5	0,6	0,6
0,5	0,5	0,45	0,55	0,6	0,5	0,5	0,6	0,6	0,65
0,7	0,65	0,65	0,55	0,7	0,65	0,65	0,6	0,7	0,7
0,6	0,45	0,55	0,55	0,4	0,6	0,5	0,5	0,45	0,5
0,65	0,6	0,6	0,55	0,65	0,45	0,6	0,6	0,65	0,7
0,6	0,5	0,6	0,55	0,6	0,6	0,45	0,5	0,6	0,65
0,7	0,6	0,65	0,55	0,65	0,6	0,6	0,5	0,7	0,7
0,5	0,45	0,5	0,55	0,45	0,5	0,5	0,5	0,4	0,5
0,6	0,5	0,6	0,55	0,45	0,6	0,5	0,5	0,5	0,4

k51=	k51=	k51=	k51=	k51=	k51=	k51=	k51=	k51=	k51=
0,4	0,5	0,45	0,6	0,55	0,5	0,5	0,5	0,6	0,65
0,65	0,5	0,65	0,6	0,55	0,6	0,5	0,6	0,6	0,65
0,5	0,5	0,4	0,5	0,55	0,5	0,5	0,5	0,6	0,65
0,6	0,5	0,5	0,4	0,55	0,45	0,45	0,4	0,6	0,6
0,7	0,6	0,7	0,7	0,55	0,7	0,65	0,7	0,65	0,65
0,5	0,5	0,5	0,45	0,55	0,4	0,45	0,45	0,6	0,65
0,6	0,5	0,6	0,5	0,55	0,5	0,45	0,5	0,6	0,65
0,6	0,5	0,6	0,45	0,55	0,5	0,45	0,4	0,6	0,6
0,65	0,6	0,65	0,65	0,55	0,65	0,6	0,65	0,45	0,65
0,7	0,6	0,7	0,65	0,55	0,7	0,65	0,65	0,65	0,45

k61=	k61=	k61=	k61=	k61=	k61=	k61=	k61=	k61=	k61=
0,4	0,5	0,5	0,6	0,6	0,55	0,5	0,6	0,6	0,65
0,6	0,45	0,6	0,5	0,5	0,55	0,45	0,5	0,55	0,6
0,5	0,6	0,45	0,6	0,6	0,55	0,6	0,6	0,6	0,7
0,65	0,6	0,6	0,45	0,65	0,55	0,5	0,5	0,65	0,65
0,6	0,45	0,5	0,5	0,4	0,55	0,5	0,5	0,45	0,5
0,7	0,65	0,65	0,65	0,7	0,55	0,65	0,65	0,7	0,75
0,6	0,5	0,6	0,5	0,6	0,55	0,45	0,5	0,6	0,65
0,65	0,6	0,6	0,5	0,6	0,55	0,5	0,45	0,65	0,65
0,6	0,5	0,5	0,6	0,45	0,55	0,5	0,6	0,4	0,6
0,6	0,45	0,5	0,5	0,4	0,55	0,5	0,55	0,5	0,4

k71=	k71=	k71=	k71=	k71=	k71=	k71=	k71=	k71=	k71=
0,45	0,6	0,5	0,6	0,6	0,6	0,55	0,6	0,6	0,7
0,65	0,5	0,65	0,65	0,6	0,65	0,55	0,6	0,65	0,65
0,5	0,6	0,45	0,6	0,6	0,5	0,55	0,6	0,6	0,7
0,65	0,6	0,6	0,45	0,65	0,6	0,55	0,5	0,65	0,65
0,65	0,5	0,6	0,6	0,45	0,6	0,55	0,6	0,5	0,6
0,6	0,6	0,6	0,5	0,65	0,45	0,55	0,5	0,65	0,7
0,65	0,6	0,65	0,65	0,65	0,65	0,55	0,6	0,65	0,7
0,65	0,6	0,65	0,5	0,65	0,6	0,55	0,5	0,65	0,65
0,6	0,5	0,6	0,6	0,5	0,6	0,55	0,6	0,45	0,6
0,65	0,5	0,6	0,6	0,45	0,6	0,55	0,55	0,5	0,4

k81=	k81=	k81=	k81=	k81=	k81=	k81=	k81=	k81=	k81=
0,4	0,5	0,45	0,6	0,6	0,5	0,5	0,55	0,6	0,65
0,6	0,45	0,6	0,6	0,5	0,6	0,5	0,55	0,6	0,65
0,5	0,5	0,4	0,5	0,6	0,5	0,5	0,55	0,6	0,65
0,7	0,65	0,65	0,5	0,7	0,6	0,6	0,55	0,7	0,7
0,6	0,45	0,6	0,6	0,4	0,6	0,5	0,55	0,5	0,5
0,65	0,6	0,6	0,5	0,65	0,45	0,6	0,55	0,65	0,7
0,6	0,5	0,6	0,6	0,6	0,6	0,5	0,55	0,65	0,65
0,7	0,65	0,7	0,6	0,7	0,65	0,6	0,55	0,7	0,7
0,6	0,5	0,5	0,6	0,45	0,5	0,5	0,55	0,4	0,6
0,65	0,5	0,6	0,6	0,45	0,55	0,55	0,55	0,5	0,4

k91=	k91=	k91=	k91=	k91=	k91=	k91=	k91=	k91=	k91=
0,4	0,5	0,45	0,55	0,5	0,5	0,5	0,5	0,55	0,65
0,6	0,45	0,6	0,5	0,5	0,55	0,45	0,5	0,55	0,6
0,45	0,5	0,4	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,55	0,65
0,5	0,45	0,5	0,4	0,5	0,45	0,45	0,4	0,55	0,6
0,65	0,5	0,65	0,65	0,45	0,65	0,6	0,6	0,55	0,6
0,5	0,5	0,45	0,45	0,5	0,4	0,45	0,45	0,55	0,65
0,5	0,45	0,5	0,5	0,5	0,5	0,45	0,45	0,55	0,6
0,5	0,45	0,5	0,4	0,5	0,45	0,45	0,4	0,55	0,6
0,7	0,65	0,7	0,7	0,65	0,7	0,65	0,7	0,55	0,7
0,65	0,5	0,65	0,6	0,45	0,6	0,6	0,6	0,55	0,4

k101=	k101=	k101=	k101=	k101=	k101=	k101=	k101=	k101=	k101=
0,4	0,45	0,4	0,45	0,45	0,45	0,4	0,45	0,45	0,55
0,5	0,4	0,5	0,5	0,45	0,5	0,45	0,45	0,5	0,55
0,4	0,45	0,4	0,45	0,45	0,4	0,4	0,45	0,45	0,55
0,5	0,45	0,45	0,4	0,5	0,45	0,45	0,4	0,5	0,55
0,65	0,5	0,6	0,6	0,45	0,6	0,5	0,6	0,5	0,55
0,45	0,4	0,4	0,4	0,45	0,4	0,4	0,4	0,45	0,55
0,45	0,4	0,45	0,45	0,45	0,45	0,4	0,45	0,5	0,55
0,5	0,45	0,5	0,4	0,5	0,45	0,45	0,4	0,5	0,55
0,55	0,5	0,5	0,6	0,45	0,5	0,5	0,5	0,4	0,55
0,75	0,7	0,75	0,7	0,65	0,75	0,7	0,7	0,7	0,55